GOVERNMENT OF TAMIL NADU

ہائر سکنڈری سال دوّم

HIGHER SECONDARY SECOND YEAR

طبیعیات

PHYSICS

جلد – I

VOLUME - I

(URDU MEDIUM)

Department of School Education

Untouchability is Inhuman and a Crime

Government of Tamil Nadu

First Edition - 2021

Revised Edition - 2023

Reprint - 2022, 2024

(Published under new syllabus)

Content Creation

State Council of Educational
Research and Training
© SCERT 2021
Printing & Publishing

Tamil NaduTextbook and Educational
Services Corporation

www.textbooksonline.tn.nic.in

CONTENTS مضامین

طبیعیات

اکائی	عنوان	صفحہ نمبر	مہینہ
1۔	برق سکونیات	01	جون
2۔	برقی رو	80	جون جولائی
3۔	مقناطیسیت اور برقی رو کے مقناطیسی اثرات	125	جولائی
4۔	برق مقناطیسی امالیت اور متبادل برقی رو	195	اگست
5۔	برق مقناطیسی موجیں	266	اگست
	عملی مشق (پریکٹکل)	286	
	ضمیمہ	319	
	اصطلاحات (لغت)	328	

TZRYE

Assessment

LS87Y

E-book

HOW TO USE THE BOOK ?

Scope of Physics
- Awareness on higher learning - courses, institutions and required competitive exams
- Financial assistance possible to help students to climb academic ladder

Learning Objectives:
- Overview of the unit
- Gives clarity on the goals and objective of the topics



- Additional facts related to the topics covered to facilitate curiosity driven learning

Example problems
- To ensure understanding, problems/illustrations are given at every stage before advancing to next level



- Visual representation of concepts with illustrations
- Videos, animations, and tutorials



ICT
- To harness the digital skills to class room learning and experimenting

Summary
- Recap of salient points of the lesson

Concept Map
- Schematic outline of salient learning of the unit

Evaluation
- Evaluate students' understanding and get them acquainted with the application of physical concepts to numerical and conceptual questions

Books for Reference
- List of relevant books for further reading

Practical
- List of practical and the description of each is appended for easy access.

Glossary
- Scientific terms frequently used with their Tamil equivalents

Content Focus
- Sequential understanding of the stationary charges, moving charges, electric current, magnetism and the interlink between electric and magnetic phenomena.

Back Wrapper: NIKOLA TESLA a Serbian-American Engineer (10 July 1856 – 7 January 1943)

Nikola Tesla made breakthroughs in the production, transmission and application of electric power. He invented the first alternating current (AC) motor and developed AC generation and transmission technology. In 1884, he was hired by Edison (discoverer of DC dynamos) later on Tesla became his competitor in this field.

Tesla conducted a range of experiments with mechanical oscillators/generators, electrical discharge tubes, and early X – ray imaging. Tesla in 1890 itself conducted research for wireless lighting and worldwide wireless electric power distribution in his high – voltage, high-frequency power experiments in New York. Unfortunately Tesla could not put his ideas in practical use due to lack of funds.

Scope of Physics - Higher Education



Entrance Examinations After +2

- Physics Olympiad Exam
- NEET-National Eligibility cum Entrance Test
- IIT JEE-Joint Entrance Examination(Mains & Advanced)
- NEST- National Entrance Screening Test
- KVPY-Kishore Vaigyanik Protsahan Yojana
- JEE Mains Paper II for B.Arch
- AIIMS - All Indian Institute of Medical Science's Examination
- Chennai Mathematical Institute Entrance Examination
- BITSAT- Birla Institute of Science And Technology Admission Test
- AIEEE – All India Engineering Entrance Exam
- CUCET – Central Universities Common Entrance Test
- JIPMER - Jawaharlal Institute of Postgraduate Medical Education & Research
- CLAT – Common Law Admission Test
- HSEE- Humanities and Social Sciences Entrance Examination
- AIPVT -All India Pre-Veterinary Test
- NDA – National Defence Academy Examination

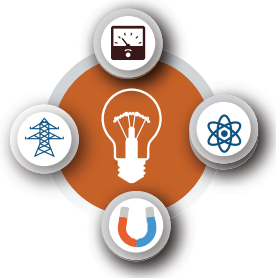
After Graduation

- JAM- Joint Admission Test
- JEST – Joint Entrance Screening Test
- GATE- Graduate Aptitude Test in Engineering
- CAT – Common Admission Test(for MBA)
- Exams conducted by Respective Universities

After Post Graduation



- CSIR - National Eligibility Test for JRF and Lectureship



Education Career

After Completing +2

- Integrated Msc. Physics
- Central Uiversities through CUCET
- Central Research Institutes like IISER using KVPY, JEE Advanced , IISER
  Aptitude Test
- Top 1% students in State board are eligible for IISER Aptitude Test
- Admission in NISER through NEST
- B.Sc Photonics
- B.Sc Hons in Mathematics and Physics in CMI
- B.Sc Hons in Mathematics and Computer Science in CMI
- Five-Year Dual degree In IIST (B.Tech + Master of Science)
- Master of Science (Astronomy and Astrophysics, Solid State Physics)

Note

- Students admitted to IISc, IIT's, NIT's IISER's, IIST, will get a Scholorship equivalent to INSPIRE
- Assured placement in ISRO and other divisions for the students of IIST
- Institutes and their ranking can be found in www.nirfindia.org

After B.Sc Physics

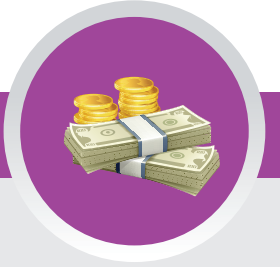
- M.Sc Physics in IIT's and NIT's through JAM
- Integrated Phd in IISER's and IISc through JAM and JEST
- M.Sc Physics in Central Universities throught CUCET
- M.Sc in Energy Physics, Applied Physics in IIT's through JAM
- Integrated Phd in IMSc, TIFR, JNCASR through JEST score
- Integrated Phd in TIFR through JEST and TIFR exam
- M.Sc Photonics, Reactor physics, Nuclear Engineering ,
- M.Sc Medical Physics
- M.Sc Biophyiscs
- Research Institutes in abroad like CERN, NASA, LIGO offer Summer internship programmes for motivated Indian students pursuing Undergraduate course in physics
- Indian Academy of Science & various other research institutes offer paid Summer Internship for science students to get an hands on experience in research.

Opportunities after B.Sc. Physics



Jobs in Government Sector

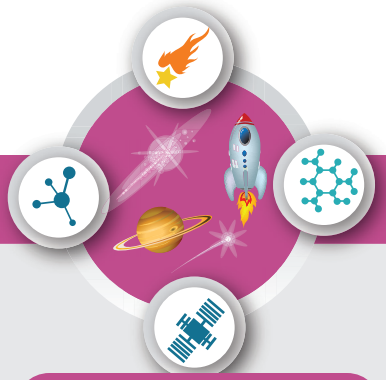
- Scientific Officer and Scientific Assistant Jobs
- CSIR Labs
- DRDO – Defence Research and Development Organisation
- DAE -Department of Atomic Energy
- DoS - Department of Science
- IMD- Indian Meteorological Department
- ONGC -Oil and Natural Gas Corporation
- ATC – Air Traffic Controller
- Teaching faculty in schools and colleges through SET, NET,TET
- Scientist post in various research institutes in India



Scholarships

- INSPIRE Scholarship - Scholarship for Higher Education(SHE) - 80000 per annum, for B.Sc/B.S/Int M.Sc/Int M.S
  Eligibility Criteria:- Top 1% students in their plus 2 board exam
  Top 10000 rank holders in JEE or NEET
- Students studying at NIISER, IISER, Department of Atomic Energy Centre for Basic Science
  NTSE, KVPY, JBNSTS Scholars
- International Olympiad Medalists
- Indira Gandhi Scholarship for single girl child for full time regular Master's Degree
- Post Graduate Merit Scholarship for University rank holders in UG level
- Women Scientist Scheme (WOS -A)
  Eligibility Criteria:- Women who are pursuing M.Sc or Ph.D
- Mathematics Training and Talent Search(MTTS) Programme
  Eligibility Criteria:- Students who studied Maths at UG or PG level
- Dr. K S Krishnan Research Associateship (KSKRA)
  Eligibility Criteria:- Students who posses Master's Degree or Ph.D in science or engineering
- IGCAR JRF
  Eligibility Criteria:- Passing JEST, GATE, NET Exams
- Promotion of Science Education (POSE) Scholarship Scheme
- Dhirubhai Ambani Scholarship Programme
- Foundation for Academic Excellence and Access Scholarship(FAEA)
- Central Sector Scheme of National Fellowship and Scholarship for Higher Education of ST students
- Pre - Matric and Post - Matric Scholarship for students belonging to minority communities to pursue their School and Collegiate education by the Ministry of Minority affairs, Government of India.
- Pre Matric and Post Matric Scholarship for students with Disabilities to pursue their School and Collegiate Education by the Department of Empowerment of Persons with Disabilities, Government of India.

Institutes in india to pursue research in physics



Research Areas

General Relativity and Cosmology
Astronomy and Astrophysics
Quantum Optics and Information theory
Plasma physics
Meteorology and Atmospheric science
String Theory, Quantum Gravity
Optics and Photonics
Condensed Matter Theory, Material Science and Spintronics
Cryptography
Mathematical Physics,Statistical Physics
Crystal Growth and Crystallography
Atomic and Molecular Physics
Biophysics, Medical Physics
Nuclear and High energy Particle Physics
Energy and Environmental Studies
Geophysics
Quantum Biology and Quantum Thermodynamics and Cymatics

Famous Research Institutes for Physics in India

Name of the Institution	Website
Institute of Mathematical Sciences,Chennai(IMSc)	www.imsc.res.in
Saha Institute of Nuclear Physics, Kolkata	www.saha.ac.in
International Centre for Theoretical Sciences, Bangalore	www.icts.res.in
Harish chandra Research Institute,Allahabad	www.hri.res.in
Aryabhatta Research Institute of Observational Sciences, Nainital	www.aries.res.in
Jawaharlal Nehru Centre for Advanced Scientific Research (JNCASR)	www.jncasr.ac.in
Institute of Physics (IOP), Bhubaneshwar	www.iopb.res.in
Indian Association for the Cultivation of Sciences (IACS), Kolkata	www.iacs.res.in
Vikram Sarabhai Space Centre (VSSC), Thiruvananthapuram	www.vssc.gov.in
National Physical Laboratory (NPL),Delhi	www.nplindia.in
National Institute of Science Education and Research (NISER), Bhubaneshwar	www.niser.ac.in
Indian Institute of Science(IISc),Bangalore	www.iisc.ac.in
Raman Research Institute(RRI),Bangalore	www.rri.res.in
Tata Institute of Fundamental Research (TIFR)	www.tifr.res.in
Bhaba Atomic Research Centre(BARC)	www.barc.gov.in
Indira Gandhi Centre for Atomic Research(IGCAR)	www.igcar.gov.in
Inter University Centre for Astronomy and Astrophysics(IUCAA),Pune	www.iucaa.in
Indian Institute of Space Science and Technology(IIST), Trivandrum	www.iist.ac.in
Institute of Plasma Research(IPR),Gujarat	www.ipr.res.in
Physical Research Laboratory(PRL),Ahmedabad	www.prl.res.in
Inter-University Accelerator Center (IUAC)	www.iuac.res.in
Indian Institute of Astrophysics(IIA),Bangalore	www.iiap.res.in
Chennai Mathematical Institute(CMI),Chennai	www.cmi.ac.in
Liquid Propulsion Systems Centre	www.lpsc.gov.in
S.N.Bose Centre for Basic Sciences	www.bose.res.in
CSIR National laboratories	
Indian Institute of Technology(IIT) in various places	
IISER's in various places	
National Institute of Technology(NIT) in various places	
Indian Institute of Information Technology (IIITs) at various places	
Central and State Universities	

اکائی
1

برق سکونیات

برق در حقیقت منظم بجلی ہی ہے
– George Carlin

سیکھنے کے مقاصد

اس اکائی میں طلباء یہ معلوم کر سکیں گے۔

برق اور مقناطیسیت کا تاریخی پس منظر
روز مرہ زندگی میں برق سکونی قوت کا کردار
کولوم کا کلیہ اور اصول انطباق
برقی میدان کا تصور
باروں کی مختلف تشکیلات کے لئے برقی میدان کا محاسبہ
برق سکونی قواہ اور برق سکونی توانائی بالقواہ
برقی قطبین اور قطبینی حرکت
ایک قطبین کے لئے برقی میدان اور برق سکونی قواہ
برقی بہاؤ
گاس کا کلیہ اور اس کے مختلف استعمالات
موصلات اور دوہری برقیتی اشیاء کی برق سکونی خصوصیات
قطبیت
مسلسل اور متوازی ترتیبوں میں مکثفے
ایک مکثفے میں دوہری برقیت کا اثر
موصلوں میں باروں کی تقسیمی، کورونا غیر باربرداری
وین ڈی گراف جنریٹر کی کارکردگی

1.1 تعارف Introduction

برق مقناطیسیت ، طبیعیات کی اہم ترین شاخوں میں سے ایک ہے ۔ 21ویں صدی کی ٹیکنالوجیوں کی جدید ترقیات کی بنیاد، برق مقناطیسیت کو سمجھنے کی وجہ ہی سے ہے۔ روز مرہ زندگی میں ہم جو قوتیں محسوس کرتے ہیں ان میں قوت کشش کے علاوہ بقیہ تمام قوتیں فطری طور پر برق مقناطیسی ہوتی ہیں۔

گیارھویں جماعت میں ہم نے جاذبی قوت، تناؤ، رگڑ کی قوت، عمودی قوت وغیرہ کا مطالعہ کیا تھا۔ نیوٹن کا یہ گمان تھا کہ ان تمام قوتوں کا آپس میں کوئی تعلق نہیں ہے بلکہ یہ سب قدرتی طور پر علاحدہ علاحدہ ہیں مگر یہ تمام قوتیں کہاں سے پیدا ہوتی ہیں؟ اب یہ سمجھا گیاہے کہ ہم اپنی روز مرہ کی زندگی میں جو قوتیں محسوس کرتے ہیں ان میں جاذبی قوت کے علاوہ دیگر تمام قوتیں (کمانی میں موجود تناؤ، زمینی سطح کی عمودی قوت، رگڑ کی قوت وغیرہ) جوہروں کے اندر سے نکلنے والی برق مقناطیسی

قوتوں سے پیدا ہوتی ہیں۔ چند مثالیں یہ ہیں۔

(i) جب کوئی شئے ڈھکیلی جاتی ہے تو اس شئے میں موجود جوہر اور ہتھیلیوں میں موجود جوہر آپس میں تعامل پاتے ہیں۔ یہ تعاملی قوت فطری طور پر برق مقناطیسی ہوتی ہے۔

(ii) جب ہم زمین کی سطح پر کھڑے ہوتے ہیں تو ہم پر نیچے کی جانب جاذبی قوت اثر کر رہی ہوتی ہے اور اوپری جانب اس جاذبی قوت کا رد عمل ظاہر کرتے ہوئے ایک عمودی قوت اثر کر رہی ہوتی ہے اس عمودی قوت کا مبدا کیا ہے؟

یہ عمودی قوت، زمین کی سطح پر موجود جوہر اور ہمارے پیر میں موجود جوہروں کے آپسی برق مقناطیسی تعاملات کی وجہ سے پیدا ہوتی ہے۔

حالانکہ ہم زمین کی جاذبی قوت سے کھنچے جاتے ہیں پھر بھی جوہروں کی برق مقناطیسی قوت ہی کی وجہ سے ہم زمین پر کھڑے ہوتے ہیں۔

(iii) ایک سطح پر جب کوئی شئے ہٹائی جاتی ہے تو ساکن (Static) رگڑ، شئے کی حرکت کو روکتی ہے ۔ یہ ساکن رگڑ سطح پر موجود جوہر اور شئے میں موجود جوہروں کے آپسی برق مقناطیسی تعامل کی وجہ سے پیدا ہوتا ہے ۔ حرکی (Kinetic) رگڑ بھی اسی طرح پیدا ہوتا ہے۔

ان مثالوں سے یہ صاف پتہ چلتا ہے کہ کائنات کے بارے میں کلی طور پر سمجھنے کے لئے برق مقناطیسیت کو سمجھنا بہت ضروری ہے ۔ بارھویں جماعت کے طبیعیات کی اس کتاب میں برق مقناطیسیت کے بنیادی اصولوں پر بحث و مباحثہ کیا گیا ہے۔ اس اکائی میں ہم پر سکون باروں کے برتاؤ اور ان سے متعلق تعاملات معلوم کریں گے۔ برقیات کی وہ شاخ جو ساکن باروں سے متعلق بحث کرتی ہے، برق سکونیات کہلاتی ہے۔

1.1.1 برقی باروں کا تاریخی پس منظر
Historical background of electric charges

تقریباً دو ہزار سال پہلے یونانیوں نے مشاہدہ کیا کہ امبر نامی شئے (ایک نیم شفاف ٹھوس شئے جو کسی حجریہ درخت کے گوند سے بنائی گئی ہے)، جانور کے فر سے رگڑے جانے پر، غبار اور پتوں کے ٹکڑوں کو اپنی طرف کھینچتی ہے۔ اس خصوصیت کی حامل امبر کو " بار بردار" (Charged) قرار دیا گیا۔ شروع میں یہ گمان کیا گیا کہ صرف امبر ہی میں یہ خاص خصوصیت پائی جاتی ہے۔ بعد میں لوگوں نے یہ پتہ لگایا کہ صرف امبر ہی نہیں بلکہ شیشے کی ایک سلاخ بھی ریشمی کپڑے سے گھسے جانے پر کاغذ کے تنکوں کو اپنی طرف کھینچتی ہے۔ لہذا معلوم ہوا کہ شیشے کی سلاخ بھی ایک مناسب شئے سے گھسے جانے پر بار بردار بن جاتی ہے۔

ربڑ کی ایک بار بردار سلاخ کا تصور کریں جو ایک دھاگے کی مدد سے لٹکائی گئی ہے جیسا کہ خاکہ 1.1 میں بتایا گیا ہے ۔فرض کریں کہ ربڑ ہی کی ایک اور بار بردار سلاخ جب اس کے قریب لائی جاتی ہے تو یہ سلاخ دفع ہونے لگتی ہے ۔

اب اگر اس کے قریب شیشے کی ایک بار بردار سلاخ لائی جاتی ہے تو دونوں ایک دوسرے کو کھینچنے لگتی ہیں۔ اس طرح شیشہ کی ایک بار بردار سلاخ کو شیشہ ہی کی ایک اور بار بردار سلاخ کے قریب لے جانے پر وہ ایک دوسرے کو دفع کرتی ہیں۔

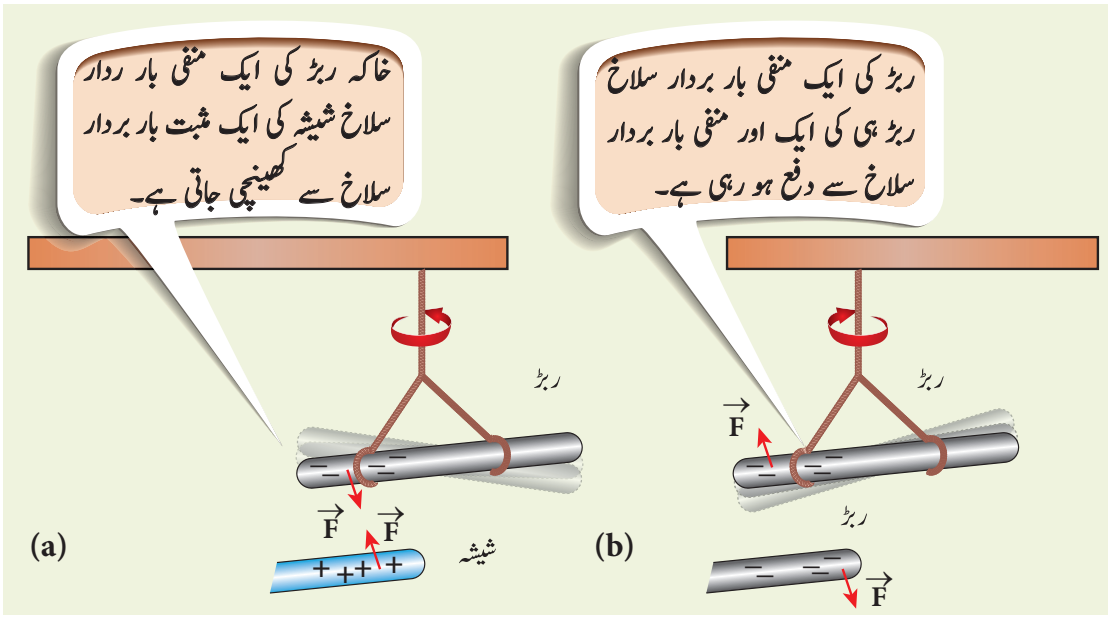
ان مشاہدات سے ذیل کے نتیجے اخذ کئے جاتے ہیں

(i) ربڑ کی سلاخ کی بار برداری شیشہ کے سلاخ کی بار برداری سے مختلف ہے۔

(ii) ربڑ کی ایک بار بردار سلاخ ، ربڑ کی دوسری بار بردار سلاخ کو دفع کرتی ہے۔ اسی طرح شیشہ کی ایک بار بردار سلاخ، شیشہ کی دوسری بار بردا رسلاخ کو دفع کرتی ہے۔ اس سے پتہ چلتا ہے کہ ایک جیسے مساوی بار، ایک دوسرے کو دفع کرتے ہیں۔

(iii) ربڑ کی بار بردار سلاخ، شیشہ کی بار بردار سلاخ کو کھینچتی ہے ۔ اس سے پتہ چلتا ہے کہ ربڑ کی بار برداری شیشہ کی بار برداری سے مختلف ہے۔ لہذا مخالف بار ایک دوسرے کو کھینچتے ہیں۔

چنانچہ کائنات میں دو قسم کے برقی بار پائے جاتے ہیں۔ 18ویں صدی میں بنجمن فرانکلن نے ایک قسم کے باروں کو مثبت (+) اور دوسری قسم کے باروں کو منفی (-) قرار دیا۔ فرانکلن کی روایت کے مطابق ربڑ اور امبر کی سلاخیں منفی بار بردار ہیں جب کہ شیشہ کی سلاخ مثبت باربردار ہے۔ **اگر ایک شئے میں موجود کل برقی بار صفر ہو تو وہ شئے برقی طور پر معتدل کہلاتی ہے۔**



خاکہ 1.1 (a) مخالف بار ایک دوسرے کو کھینچتے ہیں۔ (b) مساوی بار ایک دوسرے کو دفع کرتے ہیں۔

19 ویں صدی کے آخری حصے اور20ویں صدی کے شروع میں جے جے تھامسن اور ای۔ ردھر فورڈ کے عظیم کارنامے کی تائید کرتے ہوئے، آج ہم یہ سمجھ پاتے ہیں کہ جوہر برقی طور پر معتدل ہوتا ہے، جو منفی بار بردار الکٹران، مثبت بار بردار پروٹان اور نیوٹرانوں سے بنا ہوتا ہے، جس کا کل بار صفر ہوتا ہے۔ جوہروں سے بنے ہوئے اشیائی مادے عام طور پر معتدل ہوتے ہیں۔ جب ایک شئے دوسری شئے سے رگڑی جاتی ہے (مثلاً ربڑ کا ریشم کے کپڑے سے گھسنے کا عمل) تو رگڑ کی وجہ سے ایک شئے کے باروں کی کچھ مقدار دوسری شئے میں منتقل ہوجاتی ہے اور پھر وہ شئے برقی طور پر بار بردار کہلاتی ہے۔ **رگڑ کے ذریعہ اشیاء کو بار بردار کرنے کا عمل فر کی برقی triboelectric بار برداری کہلاتا ہے۔**

1.1.2 باروں کی بنیادی خصوصیات (Basic properties of charges)

(i) برقی بار (Electric charge)

کائنات کی اکثر اشیاء جوہروں سے بنی ہوئی ہیں اور جوہر الکٹران، پروٹان اور نیوٹرانوں سے بنے ہوئے ہیں ۔ یہ ذرات کمیت رکھتے ہیں جو ان کی ایک ذاتی خصوصیت ہے۔ اسی طرح ان کی ایک اور اندرونی اور بنیادی خصوصیت یہ ہے کہ وہ برقی بار رکھتے ہیں۔ 19ویں اور 20ویں صدی میں کئے گئے مختلف تجربات کے ذریعہ ان باروں کی فطرت سمجھی جاتی ہے ۔ بار کی ایس آئی اکائی کولوم ہے۔

(ii) باروں کی بقاء (Conservation of charges)

بنجمن فرانکلن نے یہ بحث کیا تھا کہ جب کوئی شئے کسی دوسری شئے سے رگڑی جاتی ہے تو بار ایک دوسرے میں منتقل ہوتے ہیں ۔ رگڑنے سے پہلے دونوں اشیاء برقی طور پر معتدل ہوتے ہیں اور رگڑ ہی باروں کو ایک شئے سے دوسری شئے میں منتقل کرتا ہے۔ مثال کے طور پر جب شیشے کی ایک سلاخ،ریشم کے کپڑے سے گھستی ہے تو چند منفی بار شیشے سے ریشم میں منتقل ہوجاتے ہیں ۔ اس کے نتیجہ میں شیشہ کی سلاخ مثبت بار بردار بن جاتی ہے اور ریشم کا کپڑا منفی بار بردار بن جاتا ہے۔

ان مشاہدات سے انہوں نے یہ نتیجہ ظاہر کیا کہ باروں کو نہ تو پیدا کیا جاسکتا ہے اور نہ ہی ختم کیا جاسکتا ہے بلکہ صرف ایک شئے سے دوسری شئے میں منتقل کیا جاسکتا ہے۔ اسی کو کل باروں کی بقاء کہا جاتا ہے اور یہ طبیعیات میں بنیادی بقائی کلیوں میں سے ایک ہے ۔ مندرجۂ ذیل طریقے سے اس کو اور خصوصیت کے ساتھ بیان کیا جاسکتا ہے۔

کائنات میں کل برقی بار ایک مستقلہ (Constant) ہے اور بار نہ تو پیدا کیا جاسکتا ہے اور نہ ہی ختم کیا جاسکتا ہے۔ کسی بھی طبیعی تعامل میں باروں کی کل تبدیلی صفر ہوتی ہے۔

(iii) باروں کی کوانٹم سازی (Quantisation of Charges)

فطرت میں پائے جانے والے بار کی کم ترین مقدار کیا ہوسکتی ہے؟ تجربات یہ بتاتے ہیں کہ الکٹران کا بار e – ہے جب کہ پروٹان کا بار e + ہے۔ یہاں e – بار کی بنیادی اکائی کو ظاہر کرتا ہے۔ کسی بھی شئے پر موجود بار 'q' بار کی اس بنیادی اکائی 'e' کے ایک احصائی (integral) حاصل ضرب کے برابر ہوتا ہے۔

$$q = ne \qquad (1.1)$$

یہاں 'n' کوئی بھی سالم عدد $(0, \pm1, \pm2, \pm3, \pm4.....)$ ہوسکتا ہے۔ اسے باروں کی کوانٹم سازی کہا جاتا ہے ۔

رابرٹ ملکن (Millikan) نے اپنے مشہور تجربہ میں یہ پتہ لگایا کہ 'e' کی قیمت 1.6×10^{-19} کولوم کے برابر ہے۔ الکٹران کے بار کی قیمت -1.6×10^{-19} C کولوم اور پروٹان کے بار کی قیمت $+1.6 \times 10^{-19}$ C کولوم ہے۔ جب شیشے کی ایک سلاخ، ریشم کے کپڑے سے رگڑی جاتی ہے تو منتقل ہونے والے باروں کی تعداد، عام طور پر زیادہ ہوتی ہے جو کہ 10^{10} کی ترتیب پر ہوتی ہے۔ اس لئے کلاں بینی (macroscopic) سطح پر باروں کی کوانٹم سازی، کوئی اہمیت نہیں رکھتی اور اس لئے یہاں باروں کو لگاتار (غیر مختاط) تسلیم کیا جاتا ہے، مگر خورد بینی سطح پر باروں کی کوانٹم سازی، ایک اہم کردار ادا کرتی ہے ۔

مثال 1.1

منفی بار کے ایک کولوم میں موجود الکٹرانوں کی تعداد معلوم کریں۔

حل

بار کی کوانٹم سازی کے تحت۔

$$q = ne$$

یہاں q = 1 C ہے ۔ اس لئے بار کے ایک کولوم میں موجود الکٹرانوں کی تعداد یہ ہے۔

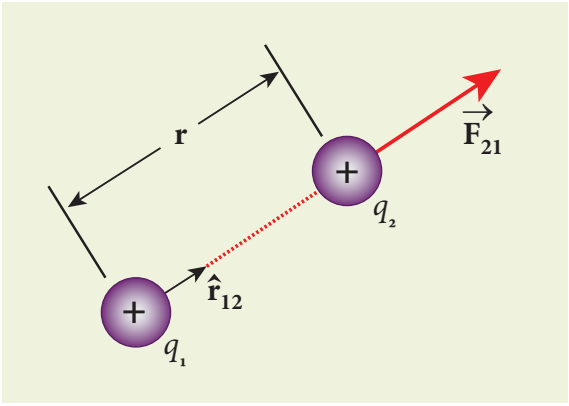
$$\text{الکٹران } n = \frac{q}{e} = \frac{1C}{1.6\times10^{-19}} = 6.25\times10^{18}$$

1.2 COULOMB'S LAW کولوم کا کلیہ

1786 میں کولوم نے خلاء یا آزاد خلاء میں موجود دو ساکن نقطوی باروں کی درمیانی قوت کے لئے ایک مساوات پیش کی۔ فرض کریں کہ q_1 اور q_2 خلاء میں موجود دو ساکن نقطوی بار ہیں جو ایک دوسرے سے r فاصلہ سے جدا ہیں جیسا کہ خاکہ 1.2 میں بتایا گیا ہے۔ کولوم کے مطابق، نقطوی بار q_2 پر دوسرے نقطوی بار q_1 سے عمل پیرا ہونے والی قوت یہ ہے۔

$$\vec{F}_{21} = k\frac{q_1 q_2}{r^2}\hat{r}_{12} \qquad (1.2)$$

جہاں $\hat{r}_{12}$ بار q_1 سے بار q_2 کی طرف رخ کی گئی ، اکائی سمتیہ (Unit vector) ہے اور k تناسبی مستقلہ ہے ۔



خاکہ 1.2 دو مثبت نقطوی باروں کے درمیان کولوم کی قوت

کولوم کے کلیہ کے اہم پہلو

(i) کولوم کا کلیہ یہ بیان کرتا ہے کہ برق سکونی قوت، دو نقطوی باروں کی قدروں کے حاصل ضرب کے راست تناسب میں ہوتی ہے اور ان کے درمیانی فاصلے کے مربع کی بلا راست یا معکوس تناسب میں ہوتی ہے۔

(ii) q_2 بار پر q_1 بار سے عمل پیرا ہونے والی قوت کی سمت، ہمیشہ ان دونوں باروں کو ملانے والی خط کی طرف ہوتی ہے۔ $\hat{r}_{12}$ بار q_1 سے بار q_2 کی طرف رخ کی گئی اکائی سمتیہ ہے۔ اسے خاکہ 1.2 میں بتایا گیا ہے ۔اسی طرح

q_1 بار پر q_2 بار سے عمل پیرا ہونے والی قوت $\hat{r}_{12}$ کی طرف ہوگی (یعنی $\hat{r}_{12}$ کی مخالف سمت میں ہوگی)۔

(iii) SI اکائیوں میں $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_o}$ ہے اور اس کی قیمت $9 \times 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$ ہے۔ یہاں ϵ_o آزاد خلاء کی نفوذ پذیری (Permittivity of free Space) ہے اور اس کی قیمت یہ ہے۔

$$\epsilon_o = \frac{1}{4\pi k} = 8.85 \times 10^{-12} \text{C}^2\text{N}^{-1}\text{m}^{-2}$$

(iv) ایک میٹر فاصلے سے جدا کئے گئے، ایک کولوم کے دو باروں کی درمیانی برق سکونی قوت کی مقدار اس طرح معلوم کی جاتی ہے۔

$$|F| = \frac{9 \times 10^9 \times 1 \times 1}{1^2} = 9 \times 10^9 \text{ N}$$

یہ ایک بہت ہی بڑی مقدار ہے جو تقریباً ایک ملین ٹن وزن کے برابر ہے۔ عملی طور پر ایک کولوم کے برابر کے برقی باروں سے ہم دو چار ہوتے ہی نہیں ۔ روز مرہ زندگی کے اکثر برقی معاملات میں مائکرو کولوم μC یا نینو کولوم nC کی مقدار کے بار ہی حصہ لیتے ہیں۔

(v) SI اکائیوں میں خلاء میں کولوم کے کلیہ کی یہ قسم ہوتی ہے۔ $\vec{F}_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon_\circ}\frac{q_1 q_2}{r^2}\hat{r}_{12}$ نفوذ پذیری ϵ (Permittivity) کے ایک واسطے میں دو نقطوی باروں کی درمیانی قوت یوں پیش کی جاتی ہے، $\vec{F}_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon}\frac{q_1 q_2}{r^2}\hat{r}_{12}$، چونکہ $\epsilon > \epsilon_o$ ہے، خلاء کے علاوہ کسی بھی واسطے میں دو نقطوی باروں کی درمیانی قوت، خلاء میں موجود قوت سے کم ہی ہوتی ہے۔ ایک دئے گئے واسطے کے لئے نسبتی اجازت کا تعین یوں کیا جاتا ہے۔ $\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_\circ}$ خلاء یا ہوا کے لئے $\epsilon_r = 1$ اور دیگر واسطوں کے لئے $\epsilon_r > 1$ ہے۔

(vi) کولوم کے کلیہ کی ساخت، نیوٹن کے جاذبی کلیہ کی ساخت ہی کی طرح ہے ۔ یہ دونوں ذرات کے درمیانی فاصلے کے مربعوں کے بلاراست تناسب ہی میں ہوتے ہیں ۔برق سکونی قوت، دو نقطوی ذرات کی قدر کے حاصل ضرب کے راست تناسب میں ہوتی ہے اور جاذبی قوت دو مادوں کے حاصل ضرب کے راست تناسب میں ہوتی ہے مگر ان دو کلیوں کے درمیان چند خاص فرق پائے جاتے ہیں۔

- دو کمیتی مادوں کے درمیان پائی جانے والی قوت کشش ہمیشہ جاذبی ہی ہوتی ہے، جب کہ دو باروں کے درمیان پائی جانے والی کولوم کی قوت باروں کی فطرت کے لحاظ سے کبھی جاذبی ہوتی ہے اور کبھی دفاعی ہوتی ہے ۔
- جاذبی مستقلہ 'G' کی قیمت $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{kg}^{-2}$ ہے۔ کولوم کے کلیہ میں مستقلہ 'k' کی قیمت $k = 9 \times 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$ ہے۔ چونکہ k کی قیمت G سے بہت ہی زیادہ ہے، قدری مقدار میں، چھوٹی جسامت کے اجسام کے لئے، برق سکونی قوت، جاذبی قوت سے ہمیشہ زیادہ ہی ہوتی ہے۔
- دو مادوں کے درمیان موجود قوت جاذبہ ،واسطے پر منحصر نہیں ہوتی۔ مثال کے طور پر، اگر ایک کلوگرام کے دو مادے ہوا میں یا پانی کے اندر رکھے جاتے ہیں تو دونوں واسطوں میں ان دو مادوں کی درمیانی قوت جاذبہ، یکساں ہوگی۔مگر دو باروں کے درمیان موجود برق سکونی قوت، اس واسطے کی فطرت پر منحصر ہوتی ہے جس میں وہ دو بار حالت سکون میں رکھے گئے ہیں۔

(vii) نقطوی بار q_1 پر، نقطوی بار q_2 سے عمل پیرا ہونے والی قوت یہ ہے ۔

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_\circ}\frac{q_1 q_2}{r^2}\hat{r}_{21}$$

یہاں $\hat{r}_{21}$، بار q_2 سے q_1 کی طرف رخ کی گئی اکائی سمتیہ ہے۔ مگر $\hat{r}_{21} = -\hat{r}_{12}$ ہے۔

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_\circ}\frac{q_1 q_2}{r^2}(-\hat{r}_{12}) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_\circ}\frac{q_1 q_2}{r^2}(\hat{r}_{12})$$

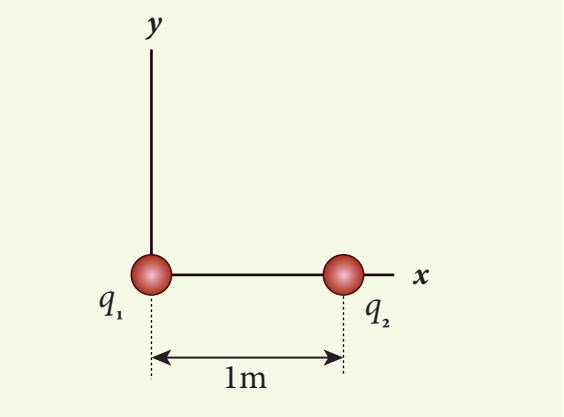
$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \quad \text{(یا)}$$

چنانچہ برق سکونی قوت نیوٹن کے تیسرے کلیے کی اتباع کرتی ہے۔

(viii) کولوم کی قوت کے لئے بنائی گئی مساوات، صرف نقطوی باروں کے لئے مناسب ہوتی ہے مگر نقطوی بار، ایک مثالی تصور ہی ہے۔ بہرحال ہم دو، بار بردار اجسام کے لئے، جن کی جسامت ان کے درمیانی فاصلے سے کئی گنا چھوٹی ہے، کولوم کے کلیے کا استعمال کرسکتے ہیں درحقیقت کولوم نے بھی تناؤ کے ترازو میں رکھے گئے دو بار بردار کروں ہی کو نقطوی بار تسلیم کرتے ہوئے اپنے کلیے کا انکشاف کیا تھا۔ دو بار بردار کروں کا درمیانی فاصلہ ان کی نصف قطروں سے کئی گنا زیادہ ہے۔

مثال 1.2

دو نقطوی بار q_1 اور q_2 کا تصور کریں جو حالت سکون میں رکھے گئے ہوں جیسا کہ خاکہ میں بتایا گیا ہے۔



ان کو ایک میٹر کے فاصلے سے جدا کیا گیا ہے۔ مندرجۂ ذیل معاملات کے لئے دو باروں سے محسوس کی جانے والی قوت معلوم کریں۔

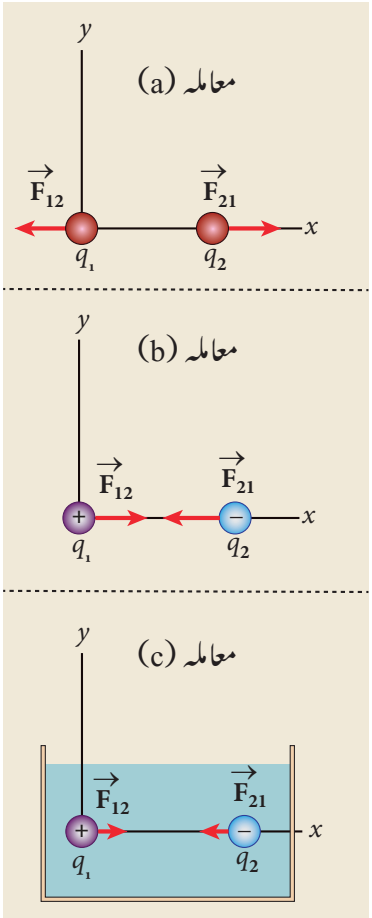
(a) $q_1 = +2\ \mu C$ اور $q_2 = +3\ \mu C$

(b) $q_1 = +2\ \mu C$ اور $q_2 = -3\ \mu C$

(c) $q_1 = +2\ \mu C$ اور $q_2 = -3\ \mu C$

جو پانی ($\epsilon_r = 80$) میں رکھے گئے ہیں۔

حل



(a) $q_1 = +2\ \mu C$، $q_2 = +3\ \mu C$ اور $r = 1m$

دونوں بار مثبت ہیں ۔ لہذا قوت دفاعی ہوگی۔

بار q_1 کی سطح سے بار q_2 سے محسوس کی جانے والی قوت یہ ہوتی ہے۔

$$\vec{F}_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon_\circ}\frac{q_1 q_2}{r^2}\hat{r}_{12}$$

یہاں $\hat{r}_{12}$، q_1 سے q_2 کی طرف رخ کی گئی اکائی سمتیہ ہے۔ چونکہ q_1، q_2 کی دائیں طرف موجود ہے ۔ ہمیں حاصل ہوتا ہے،

$\hat{r}_{12} = \hat{i}$ اور $\frac{1}{4\pi\epsilon_\circ} = 9\times10^9$ یہاں تک کہ

$$\vec{F}_{21} = \frac{9\times10^9 \times 2\times10^{-6}\times3\times10^{-6}}{1^2}\hat{i}$$
$$= 54\times10^{-3}\,\hat{i}\ \text{N}$$

نیوٹن کے تیسرے کلیہ کے تحت، بار q_2 کی وجہ سے بار q_1 سے محسوس کی جانے والی قوت $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$ ہے۔ چنانچہ

$$\vec{F}_{12} = -54\times10^{-3}\,\hat{i}\ \text{N}.$$

$\vec{F}_{21}$ اور $\vec{F}_{12}$ کی سمتیں معاملہ (a) کے خاکہ میں بتائی گئی ہیں۔

(b) $q_1 = +2\ \mu\text{C}$، $q_2 = -3\ \mu\text{C}$ اور $r = 1\text{m}$

دونوں مخالف بار ہیں۔ لہٰذا قوت کشش ہوگی۔

بار q_1 کی وجہ سے، بار q_2 سے محسوس کی جانے والی قوت یہ ہوتی ہے۔

$$\vec{F}_{21} = \frac{9\times10^{9}\times\left(2\times10^{-6}\right)\times\left(-3\times1\ 0^{-6}\right)}{1^2}\hat{r}_{12}$$
$$= -\ 54\times10^{-3}\text{N}\hat{i}\quad (\hat{r}_{12} = \hat{i}\ \text{کی مدد سے})$$

بار q_2، بار q_1 ، کی طرف ایک کشش قوت محسوس کرتا ہے، جو منفی x سمت میں ہوتی ہے۔

نیوٹن کے تیسرے کلیہ کے تحت، بار q_2 کی وجہ سے بار q_1 سے محسوس کی جانے والی قوت، $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$ ہے ۔ چنانچہ

$$\vec{F}_{12} = 54\times10^{-3}\,\hat{i}\ \text{N}$$

$\vec{F}_{21}$ اور $\vec{F}_{12}$ کی سمتیں، معاملہ (b) کے خاکہ میں بتائی گئی ہیں۔

(c) اگر ان باروں کو پانی کے اندر رکھا جائے تو q_1 کی وجہ سے q_2 سے محسوس کی جانے والی قوت یہ ہے،

$$\vec{F}_{21}^{W} = \frac{1}{4\pi\epsilon}\frac{q_1q_2}{r^2}\hat{r}_{12}$$

چونکہ $\epsilon = \epsilon_r\epsilon_o$ ہے ۔

ہم رکھتے ہیں، $\vec{F}_{21}^{W} = \frac{1}{4\pi\epsilon_r\epsilon_o}\frac{q_1q_2}{r^2}\hat{r}_{12} = \frac{\vec{F}_{21}}{\epsilon_r}$

چنانچہ

$$\vec{F}_{21}^{W} = -\frac{54\times10^{-3}\text{N}}{80}\hat{i} = -0.675\times10^{-3}\text{N}\hat{i}$$

نوٹ

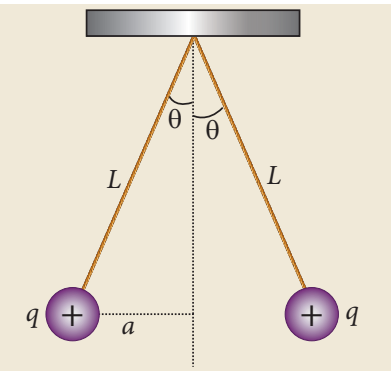
نوٹ کریں کہ پانی میں رکھے گئے دو باروں کی درمیانی قوت کی طاقت، خلاء میں رکھے گئے وہی دو باروں کی درمیانی قوت کے مقابلے میں، 80 گنا کم ہوجاتی ہے۔

جب عام نمک (NaCl) کو پانی میں ملایا جاتا ہے تو Na اور Cl روانوں کی، درمیانی برق سکونی قوت، پانی کی اعلیٰ نسبتی اجازت high relative Permittivity کی وجہ سے کم ہوجاتی ہے ($\varepsilon_r = 80$) ۔ اسی سبب کی وجہ سے پانی ایک اچھے محلل کی طرح برتاؤ کرتا ہے۔

مثال 1.3

ایک ایک گرام کمیت والے دو ہم شکل ،مساوی طور پر بار بردار چھوٹے کرے، متوازن طور پر لٹکائے گئے ہیں جیسا کہ خاکہ میں بتایا گیا ہے۔ ہر دھاگے کی لمبائی 10 سم ہے اور عمود کے ساتھ ان کا زاویہ $30°$ ہے۔ ہر کرہ میں بار کی مقدار کا محاسبہ کریں۔ ($g = 10\ \text{ms}^{-2}$ لیں)

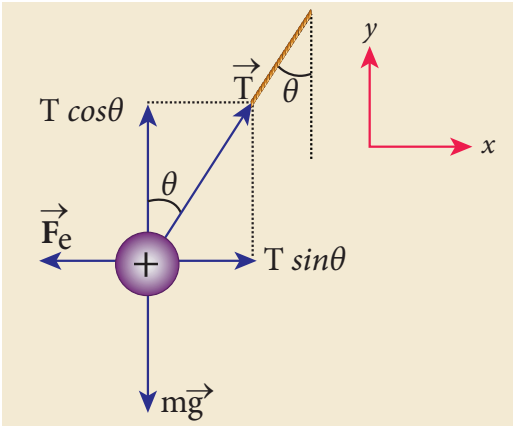
حل



اگر دونوں کرے معادل ہوں تو ان کا درمیانی زاویہ $0°$ ہوگا، جب کہ وہ عمودی طور پر لٹکادئے جائیں۔چونکہ وہ مثبت بار بردار کرے ہیں ان کے درمیان ایک دفاعی قوت پائی جائے گی

اور وہ عمود سے 30° زاویہ ہی پر ایک دوسرے کے ساتھ متوازن ہوں گے توازن پر ہر ایک بار، دونوں سمت میں کل قوت صفر محسوس کریں گے۔ ہم کسی ایک بار بردار کرہ کے لئے آزاد جسم کا خاکہ کھینچ کر، عمودی اور افقی دونوں سمتوں کے لئے نیوٹن کے دوسرے کلیہ کا استعمال کرسکتے ہیں۔

آزاد جسم کا کھینچا گیا خاکہ نیچے بتایا گیا ہے۔



x - سمت میں بار بردار کرہ کا اسراع صفر ہے۔

نیوٹن کے دوسرے کلیے $\left(\vec{F}_{tot} = m\vec{a}\right)$ کا استعمال کرتے ہوئے ہم حاصل کرتے ہیں ۔

$$T\sin\theta\hat{i} - F_e\hat{i} = 0$$
$$T\sin\theta = F_e \qquad (1)$$

یہاں T ، دھاگے کی وجہ سے بار پر عمل پیرا ہونے والا تناؤ ہے اور F_e، دو باروں کی درمیانی برق سکونی قوت ہے۔

Y - سمت میں بھی بار سے محسوس کی جانے والی کل قوت صفر ہی ہے ۔

$$T\cos\theta\hat{j} - mg\hat{j} = 0$$
$$T\cos\theta = mg \qquad (2)$$

مساوات (1) کو مساوات (2) سے تقسیم کرنے پر ہم حاصل کرتے ہیں ۔

$$\tan\theta = \frac{F_e}{mg} \qquad (3)$$

چونکہ وہ مساوی طور پر بار بردار ہیں برق سکونی قوت کی قدری مقدار یہ ہے

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \quad \text{جہاں} \quad F_e = k\frac{q^2}{r^2}$$

یہاں $r = 2a = 2L\sin\theta$ ہے۔ ان قیمتوں کو مساوات (3) میں حل کرنے پر ہمیں حاصل ہوتا ہے۔

$$\tan\theta = k\frac{q^2}{mg\left(2L\sin\theta\right)^2} \qquad (4)$$

q کو حاصل کرنے کے لئے مساوات (4) کی ترتیب کو بدلتے ہیں

$$q = 2L\sin\theta\sqrt{\frac{mg\tan\theta}{k}}$$
$$= 2\times0.1\times\sin30^\circ\times\sqrt{\frac{10^{-3}\times10\times\tan30^\circ}{9\times10^9}}$$
$$q = 8.01\times10^{-8}\ \text{C} = 80.1\ \text{nC}$$

مثال 1.4

ہائیڈروجن کے ایک جوہر میں پروٹان اور الکٹران کے درمیان موجود برق سکونی قوت اور جاذبی قوت کو محسوب کریں۔ وہ دونوں ایک دوسرے سے 5.3×10^{-11} m کے فاصلے سے جدا کئے گئے ہیں۔ پروٹان اور الکٹران کے درمیان بار کی قدر 1.6×10^{-19} C ہے۔ الکٹران کی کمیت $m_e = 9.1\times10^{-31}$ kg ہے اور پروٹان کی کمیت $m_p = 1.6\times10^{-27}$ kg ہے۔

حل

پروٹان اور الکٹران دونوں ایک دوسرے کو کھینچتے ہیں۔ دونوں ذرات کے درمیان برق سکونی قوت کی قدری مقدار یہ ہے

$$F_e = \frac{ke^2}{r^2} = \frac{9\times10^9\times\left(1.6\times10^{-19}\right)^2}{\left(5.3\times10^{-11}\right)^2}$$
$$= \frac{9\times2.56}{28.09}\times10^{-7} = 8.2\times10^{-8}\ \text{N}$$

پروٹان اور الکٹران کے درمیان تجاذبی قوت، کشش والی ہے۔ دونوں ذرات کے درمیان تجاذبی قوت کی قدری مقدار

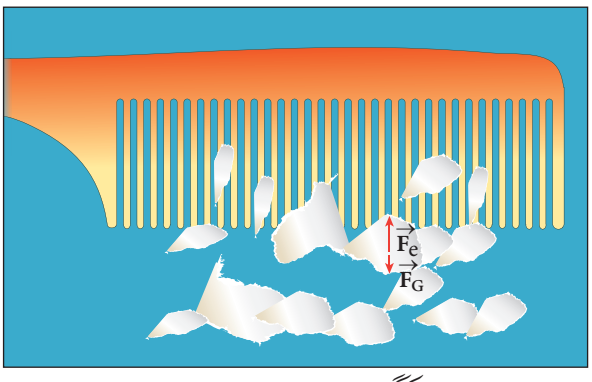
$$F_G = \frac{Gm_e m_p}{r^2}$$
$$= \frac{6.67\times10^{-11}\times9.1\times10^{-31}\times1.6\times10^{-27}}{\left(5.3\times10^{-11}\right)^2}$$
$$= \frac{97.11}{28.09}\times10^{-47} = 3.4\times10^{-47}\ \text{N}$$

دونوں قوتوں کی درمیانی نسبت

$$\frac{F_e}{F_G} = \frac{8.2\times10^{-8}}{3.4\times10^{-47}} = 2.41\times10^{39}$$

غور کریں کہ $F_e \approx 10^{39} F_G$

ایک پروٹان اور الکٹران کے درمیان موجود برق سکونی قوت، ان کے درمیان موجود جاذبی قوت سے بے انتہا زیادہ ہوتی ہے۔ لہذا جوہری خطوں میں اور چھوٹی جسامت والی اشیاء کی طرح کئی حالات میں برق سکونی قوت کے مقابلے میں جاذبی قوت کو نظر انداز کردیا جاتا ہے۔ یہی وجہ ہے کہ غیر بار بردار کاغذ کے پرزے زمینی جاذبی قوت سے نیچے کی جانب کھینچے جانے کے باوجود ایک بار بردار کنگی سے اوپر کی جانب کھینچے جاتے ہیں۔ اسے خاکہ 1.3 میں بتایا گیا ہے۔



خاکہ 1.3 ایک کنگھی اور کاغذ کے پرزوں کے درمیان برق سکونی کشش

1.2.1 اصول انطباق Super Position Principle

کولوم کا کلیہ دو، نقطوی باروں کی باہمی تعاملات کی وضاحت کرتا ہے۔ اگر وہاں دو سے زیادہ بار موجود ہوں تو ایک بار پر بقیہ تمام باروں سے پہنچائی جانے والی قوتوں کا محاسبہ کرنا پڑے گا۔ اس کے لئے صرف کولوم کے کلیہ سے کام نہیں چلے گا۔ لہذا کثیر باروں کی باہمی تعاملات کی وضاحت، اصول انطباق کرتا ہے۔

اس اصول انطباق کے مطابق، ایک دئے گئے بار پر عمل کرنے والی تمام قوتیں، دیگر تمام باروں کے ذریعہ عمل کرنے والی قوتوں سمتی کے حاصل جمع کے برابر ہوگی۔

$q_1, q_2, q_3 \ldots\ldots q_n$ نامی 'n' باروں کے ایک نظام کا تصور کریں۔ q_1 پر q_2 سے پڑنے والی قوت یہ ہے

$$\vec{F}_{12} = k\frac{q_1 q_2}{r_{21}^2}\hat{r}_{21}$$

جہاں $\hat{r}_{21}$، q_2 سے q_1 تک، دو باروں کو ملانے والے خط کے رخ میں اکائی سمتیہ ہے اور $\hat{r}_{21}$، q_1 اور q_2 باروں کا درمیانی فاصلہ ہے۔ ان دو باروں کے درمیان موجود برق سکونی قوت، ان کے آس پاس موجود دیگر باروں کی وجہ سے متاثر نہیں ہوتی۔

q_1 پر q_3 بار سے پڑنے والی قوت یہ ہے۔

$$\vec{F}_{13} = k\frac{q_1 q_3}{r_{31}^2}\hat{r}_{31}$$

اگر ہم، اس سلسلہ کو اسی طرح آگے بڑھاتے جائیں تو بار q_1 پر، دیگر تمام باروں سے پڑنے والی کل قوت اس طرح پیش کی جاتی ہے۔

$$\vec{F}_1^{tot} = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + \vec{F}_{14} + \ldots\ldots\ldots \vec{F}_{1n}$$

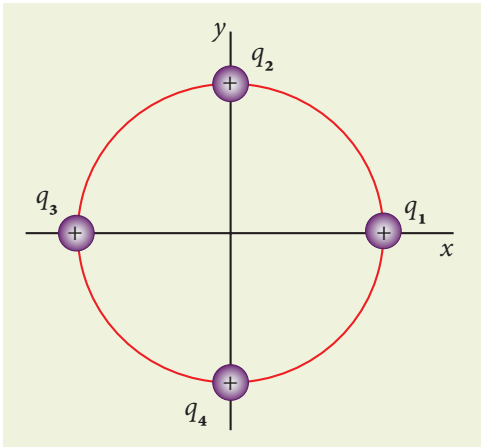
$$\vec{F}_1^{tot} = k\left\{\frac{q_1 q_2}{r_{21}^2}\hat{r}_{21} + \frac{q_1 q_3}{r_{31}^2}\hat{r}_{31} + \frac{q_1 q_4}{r_{41}^2}\hat{r}_{41} + \ldots \right.$$
$$\left. \ldots + \frac{q_1 q_n}{r_{n1}^2}\hat{r}_{n1}\right\} \qquad (1.3)$$

نوٹ

اصول انطباق کے بغیر، دو سے زیادہ باروں کے لئے کولوم کے کلیے کا استعمال ادھورا رہ جاتا ہے۔ اصول انطباق اور کولوم کا کلیہ، دونوں مل کر برق سکونیات کے بنیادی اصول بناتے ہیں اور برق سکونیات میں ہونے والے عملوں کی وضاحت کرتے ہیں مگر وہ ایک دوسرے سے اخذ نہیں کئے جاسکتے۔

مثال 1.5

چار مساوی بار q_1، q_2، q_3 اور q_4 تصور کیجیے جن کی مقدار $q = +1\ \mu C$ ہے، جو ایک میٹر نصف قطر والے ایک دائرے کے چار مقامات پر موجود ہوں جیسا کہ خاکہ میں بتایا گیا ہے۔ بار q_1 پر دیگر تمام باروں کی وجہ سے پڑنے والی قوت کا محاسبہ کریں۔

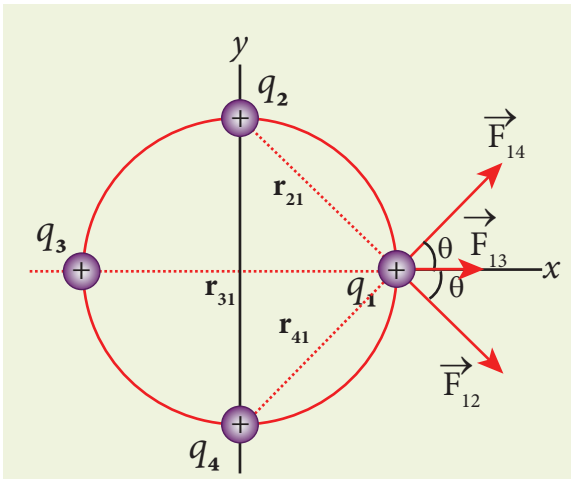


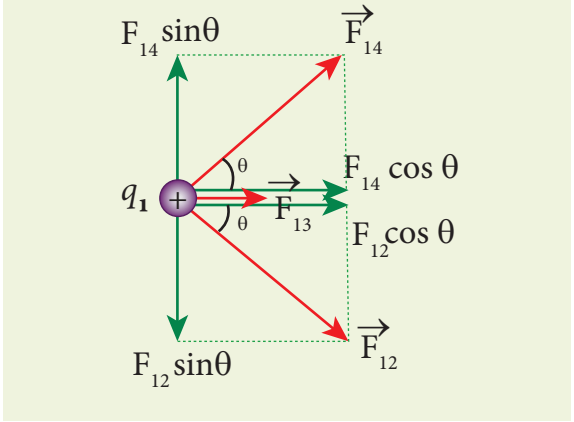
حل

اصول انطباق کے تحت، q_1 بار پر عمل پیرا ہونے والی کل قوت، دیگر تمام باروں سے اس پر پڑنے والی قوتوں کے سمتی مجموعے کے برابر ہوتی ہے۔

$$\vec{F}_1^{\text{کل}} = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + \vec{F}_{14}$$

مندرجۂ ذیل خاکہ، بار q_1 پر پڑنے والی ہر ایک قوت کی سمت کو ظاہر کرتا ہے۔





q_2 اور q_4 بار q_1 سے ایک مساوی فاصلے پر موجود ہیں۔ نتیجتاً $\vec{F}_{12}$ اور $\vec{F}_{14}$ قوتوں کی سمتیں مختلف ہونے کے باوجود ان کی قدری مقداریں مساوی ہوتی ہیں۔ چنانچہ ان دو قوتوں کی نمائندگی کرنے والی سمتیوں کو مساوی لمبائیوں کے ساتھ بتایا گیا ہے۔ مگر بار q_3، بار q_2 اور q_4 کے مقابلے میں کچھ زیادہ دوری پر موجود ہے۔ چونکہ فاصلے کے بڑھنے سے برق سکونی قوت کی طاقت (مقدار) کم ہوتی ہے۔ $\vec{F}_{13}$ قوت کی مقدار $\vec{F}_{12}$ اور $\vec{F}_{14}$ کی قوتوں سے کم ہوتی ہے۔ اس لئے $\vec{F}_{13}$ قوت کی نمائندگی کرنے والی سمتیہ کی لمبائی چھوٹی کرکے دکھائی گئی ہے جب کہ $\vec{F}_{12}$ اور $\vec{F}_{14}$ قوتوں کے سمتیے لمبے بتائے گئے ہیں۔

خاکہ کی مدد سے، $r_{21} = \sqrt{2}\,\text{m} = r_{41}$ اور $r_{31} = 2\,\text{m}$ ہیں۔ قوتوں کی قدری مقداریں یوں پیش کی جاتی ہیں۔

$$F_{13} = \frac{kq^2}{r_{31}^2} = \frac{9\times10^9\times10^{-12}}{4}$$

$$F_{13} = 2.25 \times 10^{-3}\ \text{N}$$

$$F_{12} = \frac{kq^2}{r_{21}^2} = F_{14} = \frac{9\times10^{9}\times10^{-12}}{2}$$

$$= 4.5 \times 10^{-3}\ \text{N}$$

خاکہ کی مدد سے زاویہ $\theta = 45^{o}$ ہے۔ا جزاء کے لحاظ سے ہمارے پاس موجود ہے،

$$\vec{F}_{12} = F_{12}\cos\theta\hat{i} - F_{12}\sin\theta\,\hat{j}$$

$$= 4.5\times10^{-3}\times\frac{1}{\sqrt{2}}\hat{i} - 4.5\times10^{-3}\times\frac{1}{\sqrt{2}}\hat{j}$$

$$\vec{F}_{13} = F_{13}\hat{i} = 2.25\times10^{-3}\,\text{N}\hat{i}$$

$$\vec{F}_{14} = F_{14}\cos\theta\hat{i} + F_{14}\sin\theta\,\hat{j}$$

$$= 4.5\times10^{-3}\times\frac{1}{\sqrt{2}}\hat{i} + 4.5\times10^{-3}\times\frac{1}{\sqrt{2}}\hat{j}$$

پھر q_1 پر کل قوت یہ ہے

$$\vec{F}_1^{\text{کل}} = \left(F_{12}\cos\theta\hat{i} - F_{12}\sin\theta\,\hat{j}\right) + F_{13}\hat{i} + \left(F_{14}\cos\theta\hat{i} + F_{14}\sin\theta\,\hat{j}\right)$$

$$\vec{F}_1^{\text{کل}} = \left(F_{12}\cos\theta + F_{13} + F_{14}\cos\theta\right)\hat{i} + \left(-F_{12}\sin\theta + F_{14}\sin\theta\right)\hat{j}$$

چونکہ $F_{12}=F_{14}$ ، ہے۔ 'j' واں جزء صفر ہے۔ اس لئے ہمیں حاصل ہوتا ہے ۔

$$\vec{F}_1^{\text{کل}} = \left(F_{12}\cos\theta + F_{13} + F_{14}\cos\theta\right)\hat{i}$$

ان قیمتوں کو اوپر کی مساوات میں حل کرنے پر ہم حاصل کرتے ہیں۔

$$= \left(\frac{4.5}{\sqrt{2}} + 2.25 + \frac{4.5}{\sqrt{2}}\right)\times10^{-3}\,\hat{i}$$

$$= \left(4.5\sqrt{2} + 2.25\right)\times10^{-3}\,\hat{i}$$

$$\vec{F}_1^{\text{کل}} = 8.61\times10^{-3}\,\hat{i}\ \text{N}$$

مجموعی قوت مثبت x محور کی سمت میں ہوتی ہے۔

1.3 برقی میدان اور برقی میدانی خطوط
(Electric field and electric field lines)

1.3.1 برقی میدان

کولوم کے کلیہ، سے دوباروں کے درمیان موجود تعاملات کی وضاحت کی جاتی ہے۔ یہ تعاملات خود بخود کس طرح ہونے لگتے ہیں؟ خلاء میں کسی نقطہ پر رکھے گئے ایک نقطوی بار کا تصور کریں۔ اگر اس سے کچھ فاصلے پر ایک اور نقطوی بار رکھا جائے تو وہ ایک جاذبی قوت یا ایک دفاعی قوت محسوس کرنے لگتا ہے۔ اسے action at a distance یعنی "ایک فاصلے پر ہونے والا عمل" کہا جاتا ہے۔ مگر دوسرے بار کو پہلے بار کی موجودگی کا پتہ کس طرح چلتا ہے جو اس سے کچھ دوری پر موجود ہے؟ اس سوال کا جواب دینے کے لئے مائیکل فیرڈے نے میدان کے تصور کا تعارف کروایا۔

فیرڈے کے مطابق، کائنات میں موجود ہر ایک بار، اس کے اطراف کے خلاء میں، ایک برقی میدان پیدا کرتا ہے اور اگر اس میدان میں ایک اور بار لایا جاتا ہے تو لایا گیا بار، برقی میدان سے متاثر ہوتا ہے اور اس میدان کے کسی بھی نقطہ پر ایک قوت محسوس کرتا ہے۔ آپ کو یاد ہوگا کہ یہ اسی طرح ہے جس طرح جاذبی میدان کے تصور کی مدد سے دو مادوں کی تعاملات کی وضاحت کی گئی ہے (ملاحظہ ہو گیارھویں جماعت طبیعیات، حجم 2 ، اکائی 6)۔ دونوں برقی اور جاذبی قوتیں غیر تماسی قوتیں ہے۔ اس لئے کسی فاصلے پر ہونے والے عمل کی و ضاحت کرنے کے لئے میدان کے تصور کی ضرورت پڑتی ہے۔

خلاء میں ایک نقطہ پر رکھے گئے نقطوی بار q کا ایک ذریعہ تصور کریں۔ ایک اور نقطوی بار q_0 (امتحانی بار) q_1 بار سے r فاصلہ پر کوئی نقطہ P پر رکھا جاتا ہے۔ کولوم کے کلیہ کی مدد سے q بار کی وجہ سے q_0 بار پر محسوس کی جانے والی قوت یوں پیش کی جاتی ہے۔

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \quad \text{جہاں} \quad \vec{F} = \frac{kqq_0}{r^2}\hat{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qq_0}{r^2}\hat{r}$$

بار q اپنے اطراف کی خلاء میں ایک برقی میدان پیدا کرتا ہے جس کے اندر کوئی بھی دوسرا بار اس میدانی اثر کو محسوس کرتا ہے۔ اس کی پیمائش برقی میدانی شدت یا برقی میدان $\vec{E}$ کہلاتے

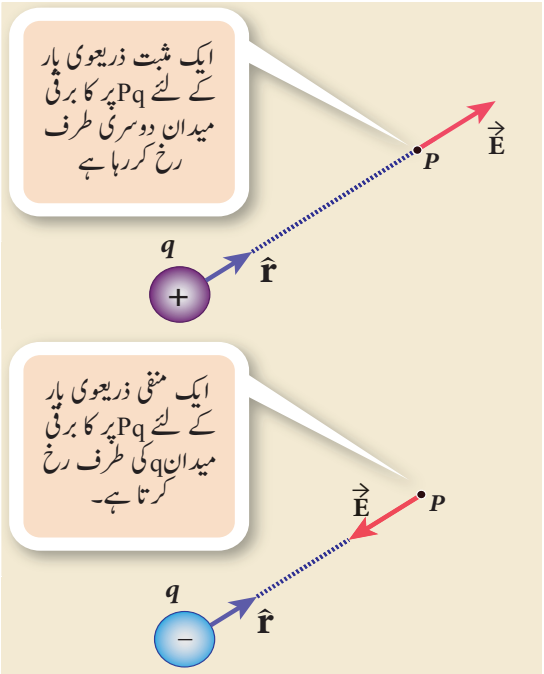
والی مقدار سے کی جاتی ہے ۔ q نقطوی بار سے r فاصلے پر موجود P نقطہ کے برقی میدان کی تعریف یوں کی جاتی ہے کہ یہ، اس P نقطہ پر رکھے گئے ایک اکائی مثبت بار سے محسوس کی جانے والی قوت ہے اور وہ یوں پیش کی جاتی ہے۔

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = \frac{kq}{r^2}\hat{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{r} \qquad (1.4)$$

یہاں r، q سے P نقطہ کی طرف رخ کردہ اکائی سمتیہ ہے۔ برقی میدان ایک سمتی مقدار ہے اور اس کی ایس آئی اکائی نیوٹن فی کولوم (NC^{-1}) ہے۔

برقی میدان کے اہم پہلو

(i) اگر بار q مثبت ہو تو پھر برقی میدان اس ذریعوی بار کی دوسری طرف رخ کرتا ہے اور اگر بار q منفی ہو تو برقی میدان اس ذریعوی بار q کی طرف رخ کرتا ہے۔ اس کو خاکہ 1.4 میں بتایا گیا ہے۔

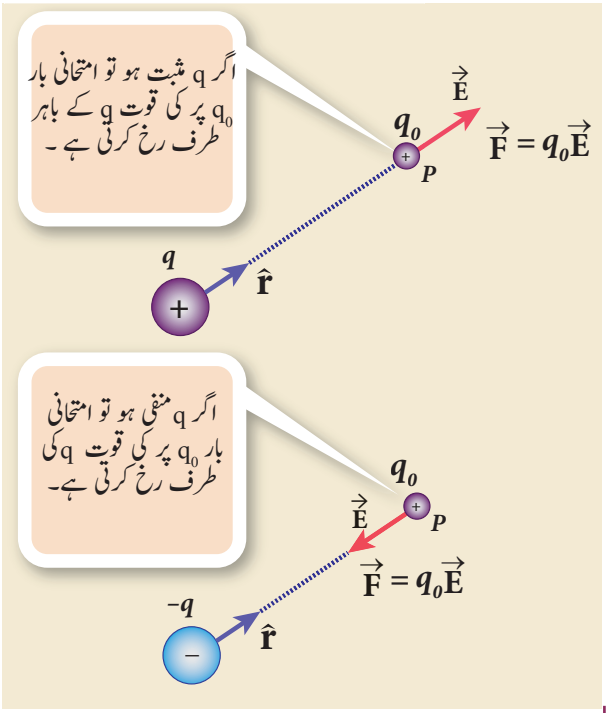


خاکہ 1.4 مثبت اور منفی باروں کا برقی میدان

(ii) اگر P نقطہ پر موجود برقی میدان، $\vec{E}$ ہے تو پھر P نقطہ پر رکھا گیا ایک امتحانی بار q_0 سے محسوس کی جانے والی قوت یہ ہے۔

$$\vec{F} = q_0\vec{E} \qquad (1.5)$$

یہ برقی میدان کے لحاظ سے کولوم کا کلیہ ہے۔ اسے خاکہ 1.5 میں بتایا گیا ہے۔

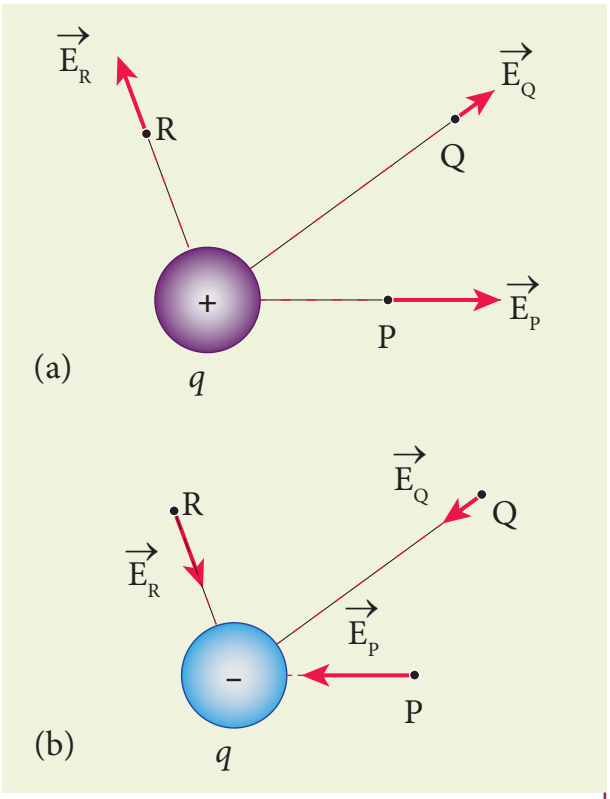


خاکہ 1.5 برقی میدان کے لحاظ سے کولوم کا کلیہ

(iii) مساوات 1.4 سے ہمیں یہ پتہ چلتا ہے کہ برقی میدان امتحانی بار q_0 سے آزاد یعنی غیر منحصر ہوتا ہے اور وہ صرف ذریعوی بار q پر منحصر ہوتا ہے۔

(iv) چونکہ برقی میدان ایک سمتی مقدار ہے، اس میدان سے گھیرے گئے خلاء کے ہر نقطہ پر، اس کی ایک خاص سمت اور مقدار ہوتی ہے، جیسا کہ خاکہ 1.6 (a) اور (b) میں بتایا گیا ہے۔ مساوات (1.4) سے ہم یہ سمجھ سکتے ہیں کہ فاصلے کے بڑھنے پر، برقی میدان کی مقدار کم ہوتی جاتی ہے۔

نوٹ کریں کہ خاکہ 1.6 (a) اور (b) میں برقی میدانی سمتیہ کو تین مختلف نقاط کے لئے بتایا گیا ہے۔ P نقطہ پر موجود برقی میدان کی مقدار یا طاقت، Q اور R نقطوں پر موجود طاقت سے کم ہے کیونکہ نقطہ P، ذریعوی بار کے قریب ہے۔

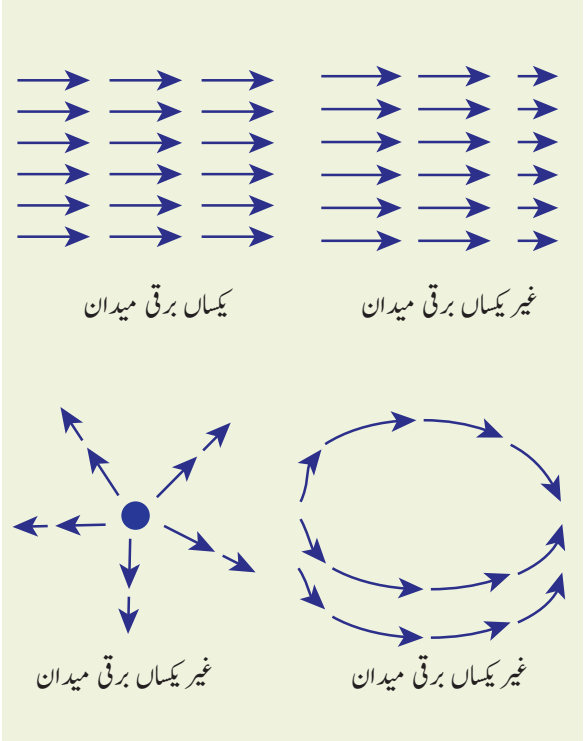


خاکہ 1.6 (a) مثبت بار کی وجہ سے برقی میدان
(b) منفی بار کی وجہ سے برقی میدان

(v) برقی میدان کی تعریف میں، یہ فرض کیا گیا ہے کہ امتحانی بار q_0 بہت ہی چھوٹا ہے یہاں تک کہ اس کے لائے جانے سے ذریعوی بار اپنی جگہ ٹھہرے رہتا ہے۔ بالفاظ دیگر امتحانی بار کو اتنا چھوٹا بنایا جاتا ہے کہ وہ ذریعوی بار کے برقی میدان میں فرق پیدا نہ کرسکے۔

(vi) مساوات (1.4)، صرف نقطوی باروں کے لئے درست ہے۔ مسلسل اور متعین جسامت والے باروں کی تقسیمی کے لئے احصائی (integral) طریقہ کار کا اپنانا ضروری ہے (ملاحظہ ہو Appendix (A1.1)) بہرحال اس مساوات کو ایک متعین جسامت والے بار کے لئے اندازے کے طور پر استعمال کیا جاسکتا ہے، بشرطیکہ وہ امتحانی نقطہ، متعین جسامت والے ذریعوی بار سے بہت زیادہ دور ہو۔ نوٹ کریں کہ ہم زمین کو اسی طرح نقطوی کمیت کے طور پر تصور کرتے ہیں، جب ہم زمین پر سورج کے جاذبی میدان کا محاسبہ کرتے ہیں، (ملاحظہ ہو۔ گیارھویں جماعت۔ طبیعیات حجم 2- اکائی 6)۔

(viii) برقی میدان کے دو اقسام پائے جاتے ہیں، یکساں (مستقل) برقی میدان اور غیر یکساں برقی میدان۔ یکساں برقی میدان کے خلاء میں موجود ہر نقطہ، ایک ہی سمت اور مستقل قدری مقدار لئے ہوئے ہوتا ہے۔ غیر یکساں برقی میدان کے خلاء کے مختلف نقطوں میں مختلف سمت یا مختلف قدر یا سمت وقدر دونوں بھی مختلف ہوتی ہیں۔ ایک نقطوی بار سے پیدا ہونے والا برقی میدان، بنیادی طور پر غیر یکساں برقی میدان ہوتا ہے۔ یہ غیر یکسانیت، سمت اور قدر دونوں میں پیدا ہوتی ہے۔ ان کی سمت شعاعی طور پر بیرونی یا اندرونی جانب ہوگی اور قدر کی تبدیلی فاصلے کی تبدیلی سے ہوتی ہے۔ ان کو خاکہ 1.7 میں بتایا گیا ہے۔



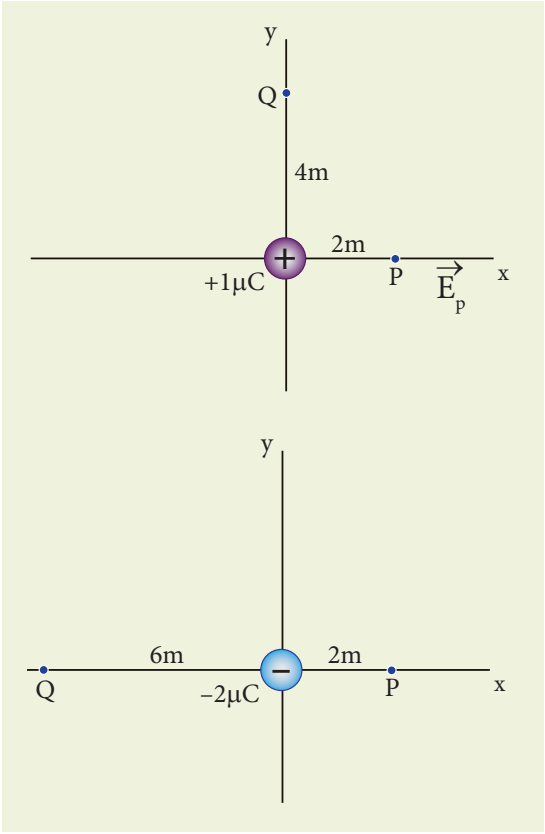
خاکہ 1.7 یکساں اور غیر یکساں برقی میدان

مثال 1.6

خاکہ میں بتائے گئے طریقہ کے مطابق، مندرجۂ ذیل دو معاملات میں P، Q مقامات پر برقی میدان کا محاسبہ کریں۔

(a) مبدا (orgin) پر $+1\ \mu C$ کا ایک مثبت نقطوی بار رکھا گیا ہے۔

(b) مبداپر $-2\ \mu C$ کا ایک منفی نقطوی بار رکھا گیاہے۔



حل

معاملہ (a)

Pمقام پر برقی میدان کی قدری مقدار یہ ہے ۔

$$E_P = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2} = \frac{9\times10^9\times1\times10^{-6}}{4}$$
$$= 2.25\times10^3\,NC^{-1}$$

چونکہ ذریعوی بار مثبت ہے، برقی میدان کی نشاندہی بار سے دور یا باہر کی طرف ہوتی ہے۔ اس لئے Pمقام پر موجود برقی میدان یوں پیش کیا جاتا ہے۔

$$\vec{E}_P = 2.25\times10^3\,\hat{i}\ NC^{-1}$$

Q نقطہ کے لئے

$$|\vec{E}_Q| = \frac{9\times10^9\times1\times10^{-6}}{16} = 0.56\times10^3\ NC^{-1}$$

لہذا $\vec{E}_Q = 0.56\times10^3\,\hat{j}\ NC^{-1}$

معاملہ (b)

P مقام پر برقی میدان کی قدری مقدار یہ ہے۔

$$|\vec{E}_P| = \frac{kq}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2} = \frac{9\times10^9\times2\times10^{-6}}{4}$$
$$= 4.5\times10^3\,NC^{-1}$$

چونکہ ذریعوی بار منفی ہے، برقی میدان کا اشارہ بار کی جانب ہوتا ہے۔ اس لئے P پر موجود برقی میدان یوں پیش کیا جاتا ہے۔

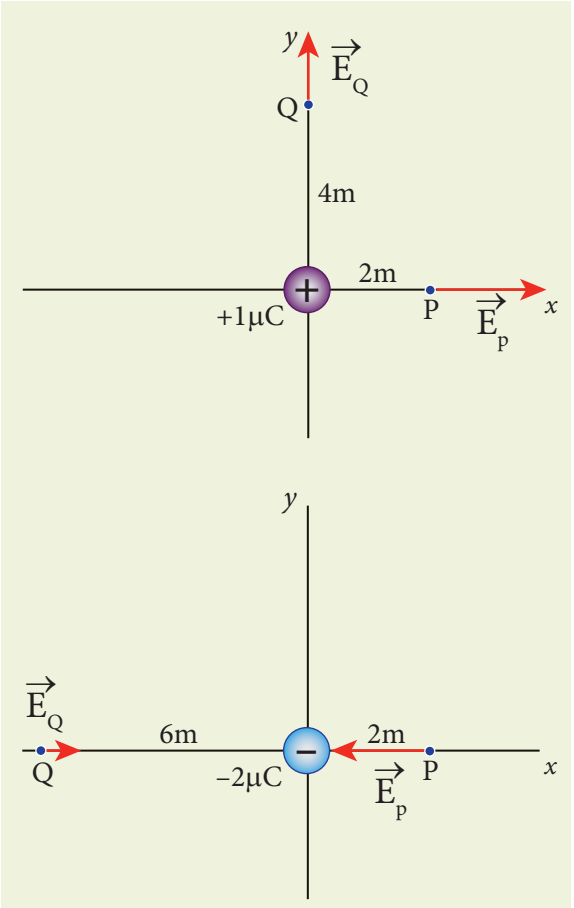
$$\vec{E}_P = -4.5\times10^3\,\hat{i}\ NC^{-1}$$

q نقطہ کے لئے

$$|\vec{E}_Q| = \frac{9\times10^9\times2\times10^{-6}}{36}$$
$$= 0.5\times10^3\ NC^{-1}$$

$$\vec{E}_Q = 0.5\times10^3\,\hat{i}\ NC^{-1}$$

Q نقطہ پر برقی میدان کی سمت مثبت x محور پر ہوتی ہے۔



1.3.2 نقطوی باروں کے نظام کی وجہ سے پیدا ہونے والا برقی میدان
(Electric field due to the system of point charges)

فرض کریں کہ خلاء میں ایک کثیر تعداد کے نقطوی بار پھیلے ہوئے ہیں۔ نقطوی باروں کے اس مجموعے کی وجہ سے کسی مقام P پر پیدا ہونے و الے برقی میدان کا محاسبہ کرنے کے لئے اصول انطباق (Superposition principle) کا استعمال کیا جاتا ہے۔ نقطوی باروں کے ایک مجموعے کی وجہ سے ایک بے قاعدہ arbitrary نقطہ پر بننے والا برقی میدان، انفرادی نقطوی باروں سے پیدا ہونے والے برقی میدانوں کے سمتی مجموعے (Vector sum) یا سمتی حاصل جمع کے برابر ہوتا ہے۔

فرض کریں کہ خلاء میں مختلف مقامات پر بکھرے ہوئے نقطوی بار $q_1, q_2, q_3 \ldots\ldots q_n$ ہیں۔ ان تمام n باروں کی وجہ سے کسی نقطہ P پر موجود کل برقی میدان یوں پیش کیا جاتا ہے۔

$$\vec{E}_{tot} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \ldots\ldots + \vec{E}_n \quad (1.6)$$

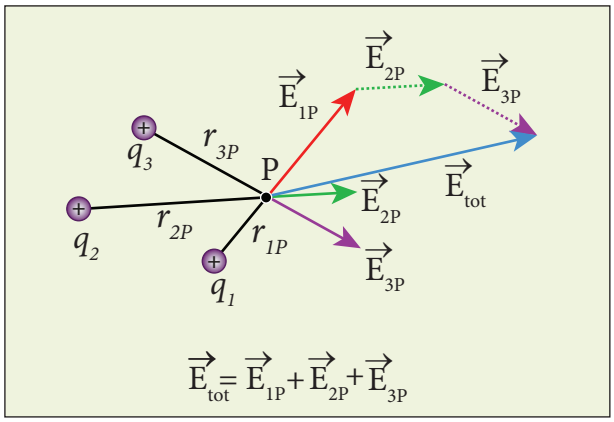
$$\vec{E}_{tot} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left\{\frac{q_1}{r_{1P}^2}\hat{r}_{1P} + \frac{q_2}{r_{2P}^2}\hat{r}_{2P} + \frac{q_3}{r_{3P}^2}\hat{r}_{3P} + \ldots \right.$$
$$\left. \ldots + \frac{q_n}{r_{nP}^2}\hat{r}_{nP}\right\} \quad (1.7)$$

جہاں $q_1, q_2, q_3 \ldots\ldots q_n$ سے P، $\hat{r}_{1P}, \hat{r}_{2P}, \hat{r}_{3P} \ldots\ldots \hat{r}_{nP}$ باروں تک کے بالترتیب فاصلے ہیں۔ اسی طرح $q_1, q_2, q_3 \ldots\ldots q_n$ ، $r_{1P}, r_{2P}, r_{3P} \ldots\ldots r_{nP}$ سے P کی طرف رخ کرنے والی متعلقہ اکائی سمتیے ہیں۔ مساوات 1.7 کو دوبارہ اس طرح لکھا جاسکتا ہے۔

$$\vec{E}_{tot} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{q_i}{r_{iP}^2}\hat{r}_{iP}\right) \quad (1.8)$$

مثال کے طور پر خاکہ 1.8 میں تین نقطوی بار q_1، q_2 اور q_3 کی وجہ سے P نقطہ پر پیدا ہونے والا مجموعی برقی میدان بتایا گیا ہے۔

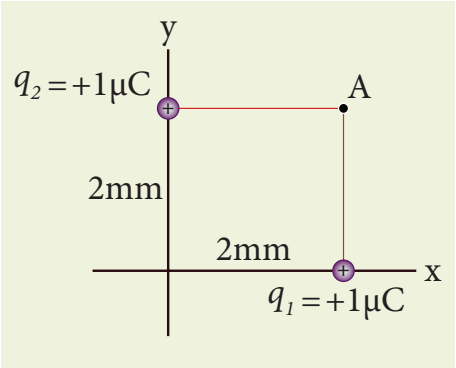
نوٹ کریں کہ باروں کے لئے برقی میدان کی سمتیوں کی متعلقہ لمبائیاں باروں سے نقطہ Pتک کے متعلقہ فاصلوں پر منحصر ہوتی ہیں۔



خاکہ 1.8 برقی میدان کا انطباق

مثال 1.7

باروں کی ایک ترتیب کا تصور کریں جیساکہ خاکہ میں بتایا گیا ہے۔ نقطہ A پر بننے والا برقی میدان معلوم کریں۔ اگرAنقطہ پر ایک الکٹران رکھا جائے تو اس الکٹران سے محسوس کیا جانے والا اسراع کیا ہے؟ (الکٹران کی کمیت $= 9.1 \times 10^{-31}$ kg اور الکٹران کا بار $= -1.6 \times 10^{-19}$ C)



حل

اصول انطباق کی مدد سے، A نقطہ پر بننے والا کل برقی میدان یہ ہے

$$\vec{E}_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_\circ}\frac{q_1}{r_{1A}^2}\hat{r}_{1A} + \frac{1}{4\pi\epsilon_\circ}\frac{q_2}{r_{2A}^2}\hat{r}_{2A}$$

جہاں، r_{1A} اور r_{2A} دو باروں سے نقطہ A تک کے بالترتیب فاصلے ہیں۔

$$\vec{E}_A = \frac{9\times10^9\times1\times10^{-6}}{\left(2\times10^{-3}\right)^2}\left(\hat{j}\right) + \frac{9\times10^9\times1\times10^{-6}}{\left(2\times10^{-3}\right)^2}\left(\hat{i}\right)$$

$$= 2.25\times10^{9}\ \hat{j} + 2.25\times10^{9}\hat{i} = 2.25\times10^{9}\left(\hat{i}+\hat{j}\right)$$

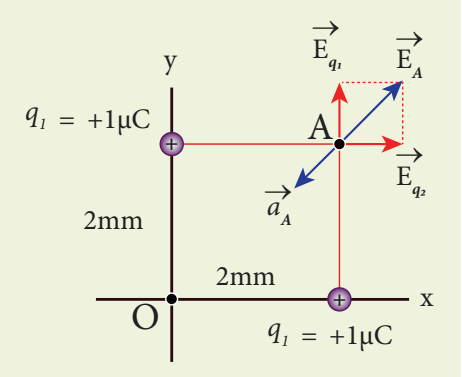
برقی میدان کی مقدار یہ ہے

$$\left|\vec{E}_A\right| = \sqrt{\left(2.25\times10^{9}\right)^2 + \left(2.25\times10^{9}\right)^2}$$
$$= 2.25\times\sqrt{2}\times10^{9}\ \mathrm{NC}^{-1}$$

$\vec{E}_A$ کی سمت یہ ہوگی

$$\frac{\vec{E}_A}{\left|\vec{E}_A\right|} = \frac{2.25\times10^{9}\left(\hat{i}+\hat{j}\right)}{2.25\times\sqrt{2}\times10^{9}} = \frac{\left(\hat{i}+\hat{j}\right)}{\sqrt{2}}$$

جو کہ OA کے ساتھ ایک اکائی سمتیہ ہے جیسا کہ خاکہ میں بتائی گئی ہے۔



نقطہ A پر رکھے گئے ایک الکٹران سے محسوس کی جانے والی اسراع یہ ہے۔

$$\vec{a}_A = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{q\vec{E}_A}{m}$$
$$= \frac{\left(-1.6\times10^{-19}\right)\times\left(2.25\times10^{9}\right)\left(\hat{i}+\hat{j}\right)}{9.1\times10^{-31}}$$
$$= -3.95\times10^{20}\left(\hat{i}+\hat{j}\right)\mathrm{N\ kg}^{-1}$$

الکٹران $\vec{E}_A$ کی عین مخالف سمت میں اسراع پاتا ہے۔

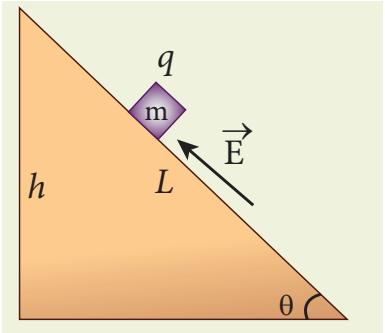
1.3.3 باروں کے مسلسل پھیلاؤ کی وجہ سے پیدا ہونے والا برقی میدان

(Electric field due to continuous charge distribution)

برقی بار کی کو انٹم سازی خورد بینی طور پر کی جاتی ہے۔ مساوات (1.2)، (1.3) اور (1.4) صرف نقطوی باروں کی حد تک ہی درست ہیں۔ ایک بار بردار کرہ یا ایک بار بردار تار کے معاملے میں، ان سے پیدا ہونے والے برقی میدان سے دو چار ہوتے وقت، ان اجسام میں موجود انفرادی باروں پر غور کرنا بہت ہی مشکل ہے۔ چنانچہ ایسے بار بردار اجسام کے لئے یہ تصور کرلیا جاتا ہے کہ ان میں باروں کی مسلسل اور لگاتار تقسیمی یا پھیلاؤ ہوتے رہتا ہے اور اس معاملے میں باروں کی انفرادی فطرت نہیں دیکھی جاتی۔ باروں کی ایسی لگاتار تقسیمی / پھیلاؤ کی وجہ سے پیدا ہونے والے برقی میدان کو معلوم کرنے کے لئے احصاء calculus کا طریقہ لاگو کیا جاتا ہے (مزید مطالعہ کے لئے Appedix A.1 ملاحظہ کریں)۔

مثال 1.8

m کمیت والا ایک بلاک، q مثبت بار رکھتا ہے۔ اسے ایک بے رگڑ اور مجوز کردہ ڈھلوان سطح پر رکھا جاتا ہے جیسا کہ خاکہ میں بتایا گیا ہے۔ ڈھلوان سطح کے متوازی طور پر ایک یکساں برقی میدان E بھیجا جاتا ہے۔ اس طرح سے کہ وہ بلاک حالت سکون اختیار کرلے۔ برقی میدان E کی مقدار معلوم کریں۔



حل

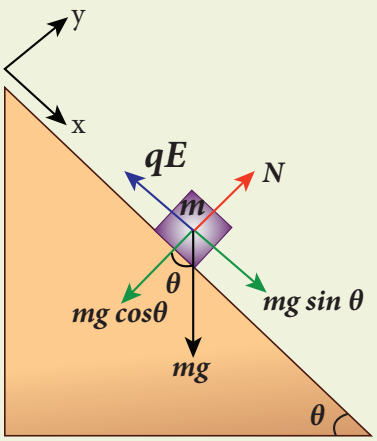
نوٹ: اس قسم کے ایک مسئلے کو ہم نے گیارھویں جماعت کے طبیعیات کے حجم I، اکائی 3 حصہ 3.3.2 میں بھی حل کیا ہے۔ یہاں تین قوتیں m کمیت پر عمل پیرا ہوتی ہیں۔

(i) نیچے کی جانب زمین سے عمل پیرا ہونے والی جاذبی قوت (mg)

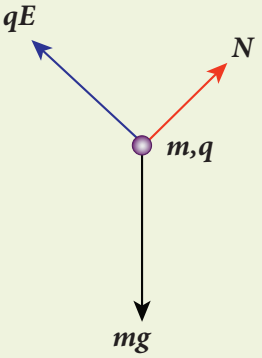
(ii) ڈھلوان سطح سے عمودی طور پر عمل پیرا ہونے والی عمودی قوت (N) اور

(iii) یکساں برقی میدان سے دی جانے والی کولوم کی قوت (qE)۔

m کمیت کے لئے آزاد جسمانی خاکہ یہاں کھینچا گیا ہے۔



m کمیت پر عمل پیرا ہونے والی قوتیں



آزاد جسم کا خاکہ

ڈھلوان سطح میں ایک معتدل جمودی مجموعی نظام پایا جاتا ہے جیسا کہ خاکہ میں بتایا گیا ہے۔ x اور y دونوں جانب کمیت m کا کل اسراع صفر ہوتا ہے۔

x، سمت میں، نیوٹن کے دوسرے کلیے کا استعمال کرنے سے ہم حاصل کرتے ہیں۔

$$mg\sin\theta\hat{i} - qE\hat{i} = 0$$

$$mg\sin\theta - qE = 0$$

$$E = \frac{mg\sin\theta}{q}$$

نوٹ کریں کہ برقی میدان کی مقدار، کمیت m کے راست تناسب میں ہوتی ہے، جب کہ برقی بار q کے معکوس تناسب میں ہوتی ہے۔ اس سے معلوم ہوتا ہے کہ اگر برقی بار q کو مستقل کرکے کمیت کو بڑھایا جائے تو شئے کو پھسلنے سے روکے رکھنے کے لئے ایک مضبوط برقی میدان کی ضرورت پڑتی ہے۔

اگر کمیت m کو مستقل کرکے برقی بار q کو بڑھایا جائے تو کمیت کو ڈھلاؤ سے پھسلنے سے روکے رکھنے کے لئے ایک کمزور برقی میدان بھی کافی ہوتا ہے۔

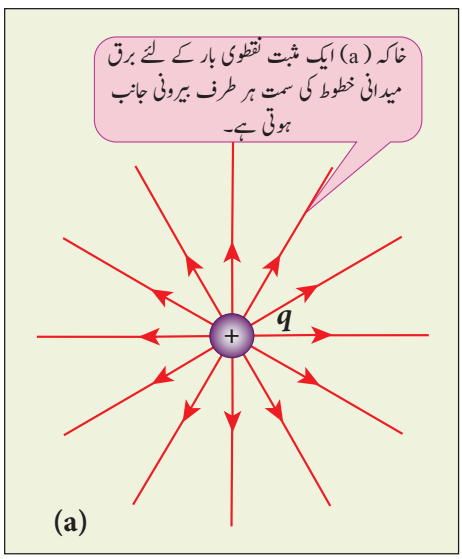
برقی میدان کو ڈھلوان سطح کے ڈھلاؤ کی لمبائی اور اونچائی کے لحاظ سے بھی ظاہر کیا جاسکتا ہے۔

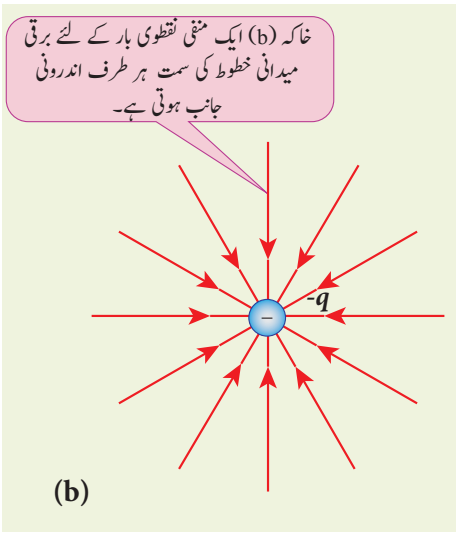
$$E = \frac{mg\,h}{qL}$$

1.3.4 برقی میدانی خطوط (Electric field lines)

برقی میدانی سمتیے، برقی میدانی خطوط کے لحاظ سے دیکھے جاسکتے ہیں۔ وہ مسلسل خطوط کا ایک سیٹ(Set) بناتے ہیں جو خلاء کے کسی علاقے میں برقی میدان کے بصری نمائندے ہوتے ہیں۔ برقی باروں کے لئے برقی میدانی خطوط کا خاکہ کھینچنے کے لئے مندرجۂ ذیل قوانین کو اپنایا جاتا ہے۔

- برقی میدانی خطوط مثبت بار سے شروع ہو کر منفی بار پر یا لامحدود دوری پر ختم ہوتے ہیں۔ ایک مثبت نقطوی بار کے لئے برقی میدانی خطوط کی سمت ہر طرف اشعاعی طور پر (radially) بیرونی (باہر کی طرف) ہوتی ہے اور ایک منفی نقطوی بار کے لئے برقی میدانی خطوط کی سمت ہر طرف اندرونی جانب ہوتی ہے۔ ان کو خاکہ 1.9، (a) اور (b) میں بتایا گیا ہے۔

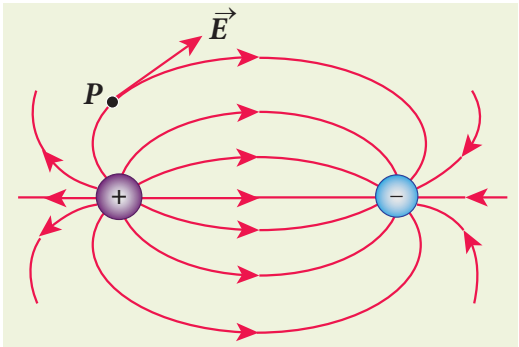




خاکہ 1.9 الگ تھلگ مثبت اور منفی باروں کے لئے برق میدانی خطوط

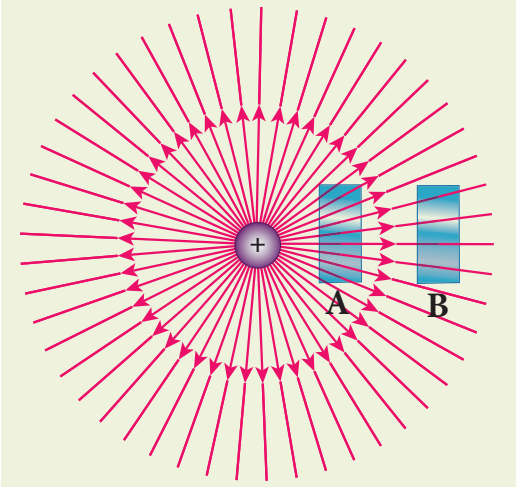
نوٹ کریں کہ ایک اکیلے نقطوی مثبت بار کے لئے برق میدانی خطوط، بار سے شروع ہو کر لامحدود دوری ہی پر ختم ہوتے ہیں۔ ایک الگ تھلگ منفی نقطوی بار کے لئے برق میدانی خطوط، لامحدود دوری پر شروع ہو کر منفی بار پر ختم ہوتے ہیں۔

- خلاء میں کسی نقطے پر موجود برق میدانی سمتیہ، اس نقطہ پر برق میدانی خط کے مماسی (tangential) ہوتی ہے۔ اسے خاکہ 1.10 میں بتایا گیا ہے۔



خاکہ 1.10 Pنقطہ پر برقی میدان

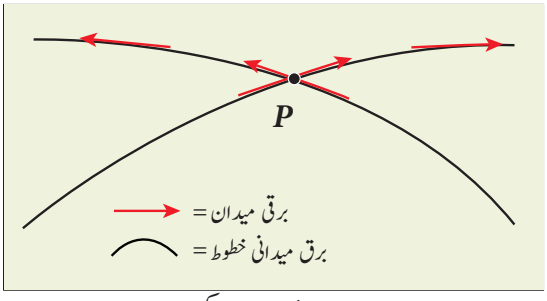
- جس علاقہ میں برقی میدان کی مقدار زیادہ ہوتی ہے وہاں برق میدانی خطوط زیادہ کثیف (بہت قریب) ہوتے ہیں اور جس علاقے میں برقی میدان کی مقدار کم ہوتی ہے، اس علاقے میں برق میدانی خطوط کم کثیف (دور دور) ہوتے ہیں۔ بالفاظ دیگر، خطوط کے عمودی طور پر ایک دئے گئے سطحی رقبے کے ذریعہ گذرنے والے خطوط کی تعداد، اس علاقے میں موجود برقی میدان کی مقدار کی تناسب میں ہوتی ہے۔ اسے خاکہ 1.11 میں ظاہر کیا گیا ہے۔



خاکہ 1.11 سطح A میں موجود برقی میدان کی مقدار سطح Bسے زیادہ ہے۔

خاکہ 1.11ایک مثبت نقطوی بار سے آنے والے برق میدانی خطوط کو ظاہر کرتا ہے۔ جیسے جیسے فاصلہ بڑھتا جاتا ہے، ایک نقطوی بار کے لئے برقی میدان کی مقدار گھٹتی جاتی ہے، $\left(|\vec{E}| \propto \frac{1}{r^2}\right)$۔ اس لئے سطح A میں موجود برقی میدان کی مقدار سطح B سے زیادہ ہے چنانچہ سطح A سے گزرنے والے خطوط کی تعداد سطح B سے گزرنے والے خطوط کی تعداد سے زیادہ ہوتی ہے۔ نوٹ کریں کہ سطح B پر موجود برق میدانی خطوط، سطح A پر موجود برق میدانی خطوط کے مقابلے میں ایک دوسرے سے دور ہیں۔

- دو برق میدانی خطوط ایک دوسرے سے قطاع نہیں کرتے۔ اگر کسی نقطہ پر دو خطوط آپس میں قطاع کرتے ہیں تو وہاں ایک ہی نقطہ پر دو مختلف برق میدانی سمتیے موجود ہوں گے جیسا کہ خاکہ 1.12 میں بتایا گیا ہے۔

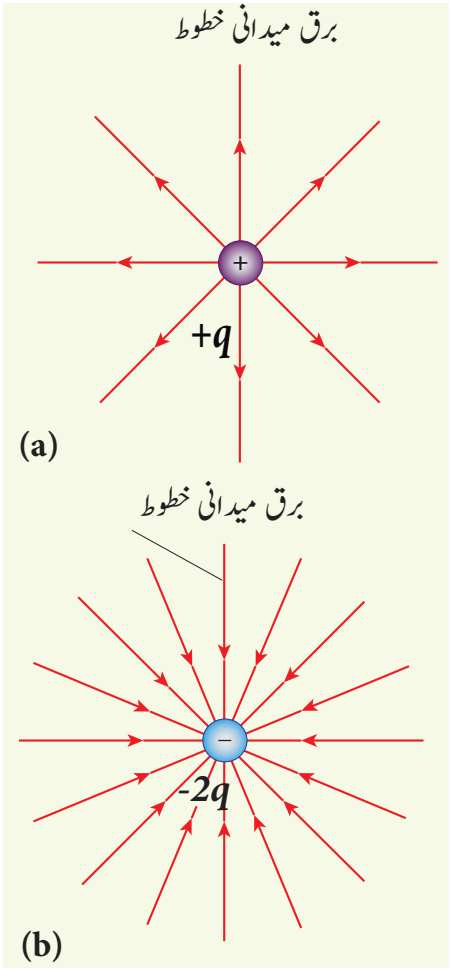


خاکہ 1.12 دو برق میدانی خطوط کبھی بھی آپس میں ایک دوسرے سے قطاع نہیں کرتے۔

بالفرض اگر کسی بار کو ایک قطاعی نقطہ پر رکھ دیا جائے تو اسے چاہئے کہ بیک وقت دو مختلف سمتوں میں حرکت کرے جو کہ طبیعی طور پر ناممکن ہے۔ لہذا برق میدانی خطوط ایک دوسرے سے قطاع نہیں کرتے۔

- ایک مثبت بار سے نکلنے والے یا ایک منفی بار پر ختم ہونے والے برق میدانی خطوط کی تعداد باروں کی قدری مقدار کے براہ راست تناسب میں ہوتی ہے۔

مثال کے طور پر خاکہ 1.13 میں q+، اور 2q- باروں کے لئے برق میدانی خطوط کھینچے گئے ہیں۔ نوٹ کریں کہ q + سے نکلنے والے میدانی خطوط کی تعداد 8 ہے جب کہ 2q- بار پر ختم

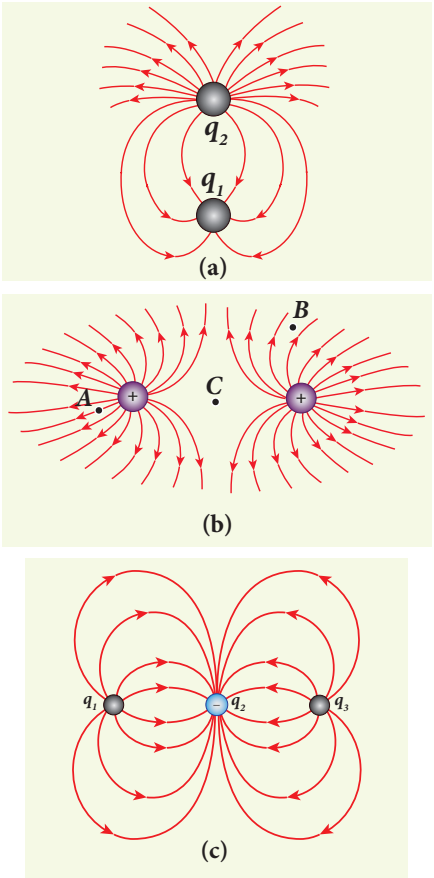


خاکہ 1.13 برق میدانی خطوط اور بار کی قدری مقدار

ہونے والی میدانی خطوط کی تعداد 16 ہے۔ چونکہ دوسرے بار کی قدری مقدار پہلے والے سے دگنی ہے، 2q- بار کے لئے کھینچے گئے میدانی خطوط کی تعداد q + بار کے لئے ک کھینچے گئے میدانی خطوط کی تعداد سے دگنی ہے۔

مثال 1.9

مندرجۂ ذیل خاکے باروں کی مختلف تشکیلات کے لئے بننے والے برق میدانی خطوط کو ظاہر کرتے ہیں۔



(i) خاکہ (a) میں دو باروں کی علامات کی شناخت کریں اور $\left|\frac{q_1}{q_2}\right|$ کی نسبت معلوم کریں۔

(ii) خاکہ (b) میں دو مثبت باروں کی نسبت معلوم کریں اور A، B اور C، ان تین مقامات پر برقی میدان کی طاقت کا اندازہ لگائیے۔

(iii) خاکہ(c) تین باروں کے لئے بننے والے میدانی خطوط کا اظہار کرتا ہے۔ اگر $q_2 = -20$ nC، ہو تو پھر q_1 اور q_3 کی قیمتیں معلوم کریں

حل

(i) خاکہ (a) میں برق میدانی خطوط q_2 میں شروع ہو کر q_1 پر ختم ہوتے ہیں۔ اس لئے q_2 مثبت بار ہے اور q_1 منفی بار ہے۔ q_2 سے نکلنے والے خطوط کی تعداد 18 ہے اور q_1 پر ختم ہونے والے خطوط کی تعداد 6 ہے۔ اس لئے q_2 کی قدر زیادہ ہے۔ میدانی خطوط کی تعداد کی نسبت $\left|\frac{q_1}{q_2}\right| = \frac{N_1}{N_2} = \frac{6}{18} = \frac{1}{3}$ ہے۔ اس سے معلوم ہوتا ہے کہ $|q_2| = 3|q_1|$ ہے۔

(ii) خاکہ (b) میں دونوں مثبت باروں سے نکلنے والی میدانی خطوط کی تعداد یکساں (N=18) ہے۔ اس لئے دونوں بار مساوی ہیں۔ نقطہ A پر موجود میدانی خطوط نقطہ B کے مقابلے میں زیادہ کثیف ہیں۔ لہذا نقطہ A پر موجود برقی میدان کی قدری مقدار نقطہ B پر موجود برقی میدان کی قدری مقدار سے زیادہ ہے۔ اس کے علاوہ کوئی بھی برقی میدانی خط C کے ذریعہ سے نہیں گذرتی جس سے معلوم ہوتا ہے کہ C پر ان دو باروں کی وجہ سے بننے والا مجموعی برقی میدان صفر ہے۔

(iii) خاکہ (c) میں، برق میدانی خطوط q_1 اور q_3 سے نکل کر q_2 پر ختم ہوتے ہیں۔ اس سے پتہ چلتا ہے کہ q_1 اور q_3 مثبت بار ہیں۔ میدانی خطوط کی تعداد کی نسبت $\left|\frac{q_1}{q_2}\right| = \frac{8}{16} = \left|\frac{q_3}{q_2}\right| = \frac{1}{2}$ ہے جو یہ ظاہر کرتی ہے کہ جس سے پتہ چلتا ہے کہ q_1 اور q_3 کی دریں q_2 کے مقابلے میں نصف ہوتی ہیں اس لئے $q_1 = q_3 = +10\ \text{nC}$ ہے۔

1.4 برقی قطبین اور اس کی خصوصیات
(Electric dipole and its properties)

1.4.1 برقی قطبین

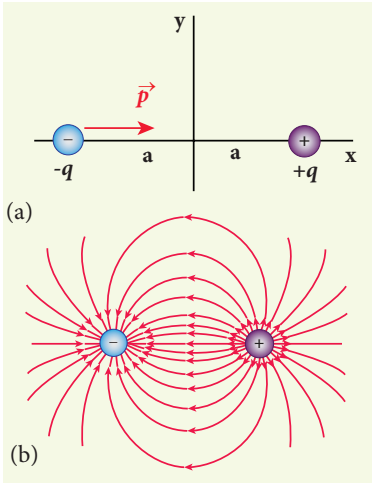
ایک چھوٹے سے فاصلے سے جدا کئے گئے دو مساوی اور مخالف بار ایک برقی قطبین کی تعمیر کرتے ہیں۔ کئی سالموں میں مثبت اور منفی باروں کے مرکزے ایک دوسرے سے قطاع نہیں کرتے۔ ایسے سالمے مستقل قطبین کی طرح برتاؤ کرتے ہیں۔

مثالیں: CO، یعنی کاربن مونا کسائیڈ، پانی، امونیا، HCl یعنی ہائیڈرو کلورک ترشہ وغیرہ۔

2a کے فاصلے سے جدا کئے گئے دو مساوی اور مخالف بار (+q,-q) کا تصور کریں جیسا کہ خاکہ 1.14(a) میں بتایا گیا ہے۔ برقی قطبینی حرکت (electric dipole moment) کی تعریف یوں کی جاتی ہے،

$$\vec{p} = q\vec{r}_+ + (-q)\vec{r}_- \qquad (1.9)$$

جہاں $\vec{r}_+$ مبدا سے q+ کی مقامی سمتیہ (Position vector) ہے اور $\vec{r}_-$ مبدا سے q– کی مقامی سمتیہ ہے۔ لہذا، خاکہ 1.14(a) کی مدد سے



خاکہ 1.14 (a) برقی قطبین
(b) برقی قطبین کے لئے برق میدانی خطوط

$$\vec{p} = qa\hat{i} - qa(-\hat{i}) = 2qa\hat{i} \qquad (1.10)$$

برقی قطبینی حرکت کی سمتیہ دونوں باروں کو ملانے والے خط کی جانب ہوتی ہے اور وہ q– سے q+ کی طرف ہوتی ہے۔ قطبینی حرکت کی SI اکائی کولوم میٹر (Cm) ہے۔ خاکہ 1.14(b) میں برقی قطبین کے لئے برق میدانی خطوط کا اظہار کیا گیا ہے۔

- آسانی سے سمجھنے کے لئے دونوں باروں کو x– محور کے تحت لیا گیا ہے۔ البتہ اگر دونوں باروں کو y یا z محور کے تحت لے لیں تو بھی قطبینی حرکت کی سمت q– سے q+ کی جانب ہی ہوگی۔
- برقی قطبینی حرکت کی قدری مقدار، کسی ایک بار کی قدری مقدار اور ان کے درمیانی فاصلے کے حاصل ضرب کے برابر ہوتی ہے۔

$$|\vec{p}| = 2qa \qquad (1.11)$$

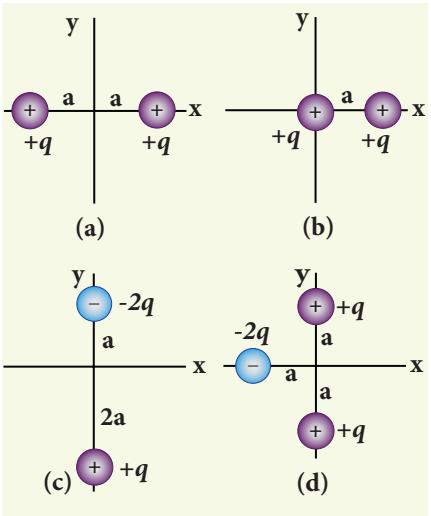
- جس طرح دو مساوی اور مخالف باروں کے لئے برقی قطبینی حرکت کا تعین کرنا ممکن ہے، اسی طرح نقطوی باروں کے ایک مجموعے کے لئے بھی برقی قطبینی حرکت کی تعریف اور تعین بھی ممکن ہے۔ n نقطوں کے ایک مجموعے کے لئے برقی قطبینی حرکت یوں پیش کی جاتی ہے ۔

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^{n} q_i \vec{r}_i \qquad (1.12)$$

جہاں $\vec{r}_i$ مبدا سے q_i بار کی مقامی سمتیہ ہے ۔

مثال 1.10

باروں کی مندرجۂ ذیل تشکیلات کے لئے برقی قطبینی حرکت معلوم کریں۔



حل

معاملہ (a) مثبت x محور پر q+ بار کے لئے مقامی سمتیہ $a\hat{i}$ ہے اور منفی x محور پر q+ بار کے لئے مقامی سمتیہ $-a\hat{i}$ ہے۔ اس لئے قطبینی حرکت یہ ہے۔

$$\vec{p} = (+q)(a\hat{i}) + (+q)(-a\hat{i}) = 0$$

معاملہ (b) اس معاملہ میں ایک بار کو مبدا کے مقام پر رکھا گیا ہے۔ اس لئے اس بار کی مقامی سمتیہ صفر ہوگی۔ لہذا $a\hat{i}$ مقامی سمتیہ رکھنے والا دوسرا بار q+ ہی قطبینی حرکت سر انجام دیتا ہے جس کی مقدار $\vec{p} = qa\hat{i}$ ہے۔

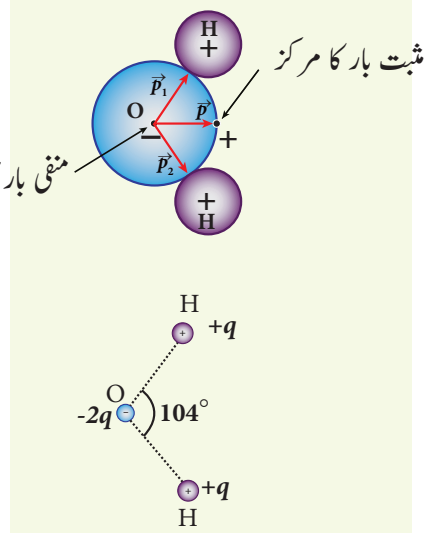
(a) اور (b) دونوں معاملات سے، ہم اس نتیجہ پر پہنچ سکتے ہیں کہ عموماً برقی قطبینی حرکت، مبدا کے انتخاب اور بار کی تشکیل پر منحصر ہوتی ہے، مگر ایک مخصوص معاملہ ایسا ہے جس میں برقی قطبینی حرکت، مبدا پر منحصر نہیں ہوتی۔ یعنی اگر کل بار کی مقدار صفر ہو تو پھر برقی قطبینی حرکت مبدا کے انتخاب کا لحاظ کئے بغیر، اپنی مقدار کو یوں ہی باقی رکھے گی۔ اس کی وجہ یہ ہے کہ ایک برقی قطبین (کل بار صفر ہو) کی برقی قطبینی حرکت کی سمت، ہمیشہ q- سے q+ ہی کی جانب ہوا کرتی ہے، جو کہ مبدا کے انتخاب پر منحصر نہیں ہوا کرتی۔

معاملہ (c) $\vec{p} = (-2q)a\hat{j} + q(2a)(-\hat{j}) = -4qa\hat{j}$

نوٹ کریں کہ اس معاملہ میں P کی سمت 2q- سے q+ کی جانب ہے۔

معاملہ (d) $\vec{p} = -2qa(-\hat{i}) + qa\hat{j} + qa(-\hat{j})$
$= 2qa\hat{i}$

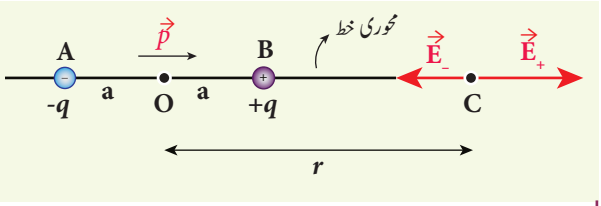
پانی کا سالمہ H_2O، باروں کی ایسی ہی تشکیل رکھتا ہے۔ پانی کے ایک سالمے میں تین جوہر ہوتے ہیں، (ہائیڈروجن H کے دو جوہر اور آکسیجن O کا ایک جوہر)۔ پانی کے ایک سالمے کے مثبت (H) اور منفی (O) باروں کے مرکزے مختلف مقامات پر موجود ہوتے ہیں، اس لئے وہ ایک مستقل قطبینی حرکت رکھتے ہیں۔ برقی قطبینی حرکت P، منفی بار کے مرکز سے مثبت بار کے مرکز کی طرف رخ کرتی ہے جیسا کہ خاکہ میں بتایا گیا ہے۔



1.4.2 ایک قطبین کی وجہ سے پیدا ہونے والا برقی میدان
Electric field due to a dipole

معاملہ (i) محوری خط پر موجود نقاط پر ایک برقی قطبین کی وجہ سے پیدا ہونے والا برقی میدان

x، محور پر رکھے گئے ایک برقی قطبین کا تصور کریں جیسا کہ خاکہ 1.15 میں بتایا گیا ہے۔ قطبین کے مرکزی نقطہ O سے r فاصلے پر ایک نقطہ C ہے جو محوری خط پر ہے۔



خاکہ 1.15 ایک قطبین کی وجہ سے پیدا ہونے والا برقی میدان

+q کی وجہ سے C نقطہ پر پیدا ہونے والا برقی میدان یہ ہے $\vec{E}_+ = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{(r-a)^2}$ جو BC کے ساتھ ہے۔

چونکہ برقی قطبینی حرکت $\vec{p}$ کی سمت -q سے +q کی طرف ہوتی ہے اور وہ BC کی جانب رخ کرتی ہے، اوپر کی مساوات کو دوبارہ اس طرح لکھ سکتے ہیں۔

$$\vec{E}_+ = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{(r-a)^2}\hat{p} \qquad (1.13)$$

جہاں $\hat{p}$ برقی قطبینی حرکت کی، -q سے +q تک کی اکائی سمتیہ ہے۔

-q کی وجہ سے C نقطہ پر پیدا ہونے والا برقی میدان یہ ہے۔

$$\vec{E}_- = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{(r+a)^2}\hat{p} \qquad (1.14)$$

چونکہ +q، -q کے مقابلے میں نقطہ C کے قریب موجود ہوتا ہے، $\vec{E}_+$، $\vec{E}_-$ سے طاقتور ہوتا ہے، چنانچہ $\vec{E}_+$ سمتیہ کی لمبائی $\vec{E}_-$ سمتیہ کی لمبائی سے زیادہ کھینچی جاتی ہے۔

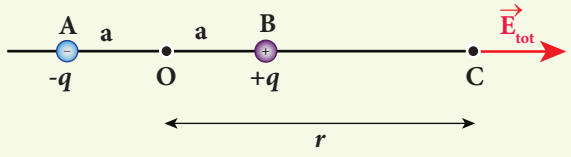
C نقطہ پر پیدا ہونے والا کل برقی میدان، برقی میدان کے اصول انطباق کی مدد سے معلوم کیا جاتا ہے۔

$$\vec{E}_{tot} = \vec{E}_+ + \vec{E}_-$$
$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{(r-a)^2}\hat{p} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{(r+a)^2}\hat{p}$$

$$\vec{E}_{tot} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{1}{(r-a)^2} - \frac{1}{(r+a)^2}\right]\hat{p} \qquad (1.15)$$

$$\vec{E}_{tot} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}q\left[\frac{4ra}{(r^2-a^2)^2}\right]\hat{p} \qquad (1.16)$$

نوٹ کریں کہ چونکہ -q سے بھی زیادہ +q ہی C کے قریب ہے، کل برقی میدان $\vec{E}_+$ کی جانب ہوتا ہے۔ $\vec{E}_{tot}$ کی سمت کو خاکہ 1.16 میں بتایا گیا ہے۔



خاکہ 1.16 محوری خط پر قطبین کا کل برقی میدان

اگر نقطہ C قطبین سے بہت ہی دور ہو (r>>a) تو پھر اس حد کے لحاظ سے یہ اصطلاح $(r^2-a^2)^2 \approx r^4$ ہے۔

اس کو مساوات (1.16) میں حل کرنے پر ہم حاصل کرتے ہیں۔

$$\vec{E}_{tot} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{4aq}{r^3}\right)\hat{p} \quad (r>>a)$$

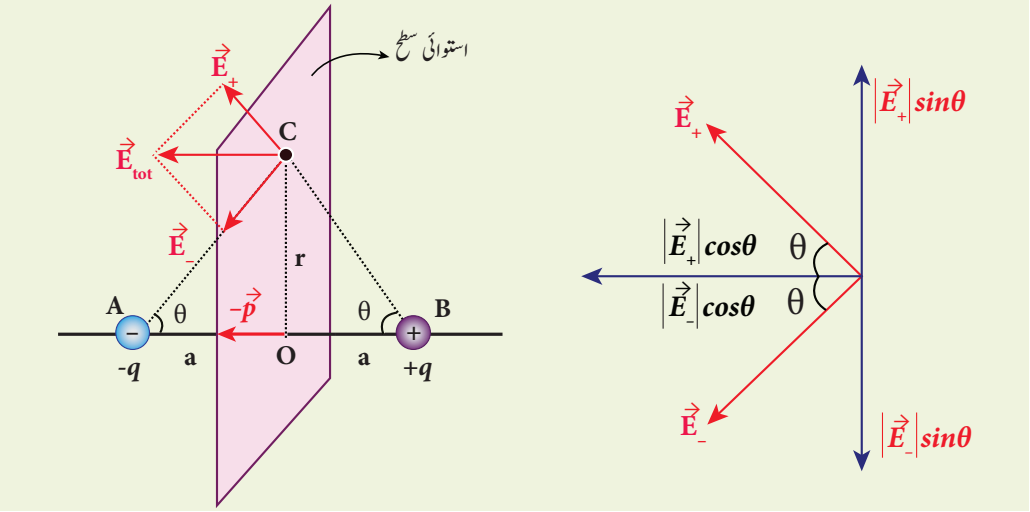
چونکہ $2aq\,\hat{p} = \vec{p}$

$$\vec{E}_{tot} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{2\vec{p}}{r^3} \quad (r>>a) \qquad (1.17)$$

اگر نقطہ C کو قطبین کے بائیں جانب منتخب کریں تو اب بھی کل برقی میدان P کی جانب ہی ہوگا۔ خاکہ 1.14(b) میں بتائے گئے قطبین کی برقی میدانی خطوط کو جانچنے سے ہم یہ نتیجہ اخذ کرسکتے ہیں۔

معاملہ (ii) استوائی سطح پر موجود ایک نقطہ پر ایک برقی قطبین کی وجہ سے پیدا ہونے والا برقی میدان

قطبین کے مرکز 'O' سے اس کے استوائی سطح پر r فاصلے پر موجود ایک نقطہ 'C' کا تصور کریں جیسا کہ خاکہ 1.17 میں بتایا گیا ہے۔ چونکہ نقطہ 'C'، +q اور -q سے مساوی فاصلے پر ہے، +q اور -q کی وجہ سے C پر پیدا ہونے والے برقی میدانوں کی قدری مقدار مساوی ہوتی ہے۔



خاکہ 1.17 استوائی سطح پر موجود ایک نقطہ پر ایک برقی قطبین کی وجہ سے پیدا ہونے والا برقی میدان

$\vec{E}_+$ کی سمت BC کی جانب ہوتی ہے اور $\vec{E}_-$ کی سمت CA کی جانب ہوتی ہے اور $\vec{E}_-$ کو دو اجزاء کی مدد سے حل کیا جاتا ہے۔ ایک قطبینی محور کا متوازی جزء اور دوسرا اس کا عمودی جزء۔ چونکہ عمودی اجزاء $|\vec{E}_+|\sin\theta$ اور قدری مقدار $|\vec{E}_-|\sin\theta$ میں مساوی اور سمتی طور پر مخالف ہوتے ہیں، وہ ایک دوسرے کو منقطع کردیتے ہیں، چنانچہ C مقام پر پیدا ہونے والے کل برقی میدان کی قدری مقدار $\vec{E}_+$ اور $\vec{E}_-$ کے متوازی اجزاء ہی کا مجموعہ ہوتی ہے اور اس کی سمت $-\hat{p}$ کی جانب ہوتی ہے جیسا کہ خاکہ 1.17 میں بتایا گیا ہے۔

$$\vec{E}_{tot} = -|\vec{E}_+|\cos\theta\,\hat{p} - |\vec{E}_-|\cos\theta\,\hat{p} \qquad (1.18)$$

$\vec{E}_+$ اور $\vec{E}_-$ کی قدری مقدار مساوی ہے جو یہ ہے

$$|\vec{E}_+| = |\vec{E}_-| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{(r^2+a^2)} \qquad (1.19)$$

مساوات (1.19) کو مساوات (1.18) میں حل کرنے پر ہم حاصل کرتے ہیں۔

$$\vec{E}_{tot} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{2q\cos\theta}{(r^2+a^2)}\hat{p}$$

$$= -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{2qa}{(r^2+a^2)^{\frac{3}{2}}}\hat{p}$$

چونکہ $\cos\theta = \dfrac{a}{\sqrt{r^2+a^2}}$

$$\vec{E}_{tot} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\vec{p}}{(r^2+a^2)^{\frac{3}{2}}}$$

چونکہ $\vec{p} = 2qa\hat{p}$ (1.20)

بہت زیادہ فاصلوں پر (r >>a) مساوات (1.20) اس طرح ہوجاتی ہے۔

$$\vec{E}_{tot} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\vec{p}}{r^3} \qquad (r >> a) \quad (1.21)$$

اہم مؤاخذے (اہم نتائج) (Important inferences)

(i) مساوات (1.17) اور (1.21) کی مدد سے یہ نتیجہ اخذ کیا جاتا ہے کہ بہت طویل فاصلوں کے لئے قطبینی محور کے ایک نقطہ پر موجود برقی میدان کی قدری مقدار استوائی سطح کے اسی فاصلے پر کے ایک نقطہ پر موجود برقی میدان کی قدری مقدار سے دوگنی ہوتی ہے۔ قطبینی محور کے نقطوں پر موجود برقی میدان کی سمت قطبینی حرکت کی سمتیہ $\vec{p}$ کی جانب ہوتی ہے مگر استوائی سطح پر کے نقطوں پر موجود برقی میدان کی سمت قطبینی حرکت کی سمتیہ کے مخالف سمت یعنی $-\vec{p}$ کی جانب ہوتی ہے۔

(ii) بہت ہی طویل فاصلوں پر ایک قطبین کی وجہ سے بننے والا برقی میدان $\frac{1}{r^3}$ کے طور پر تغیر پاتا ہے۔ نوٹ کریں کہ ایک نقطوی بار کے لئے برقی میدان $\frac{1}{r^2}$ کے طور پر متغیر

ہوتا ہے۔ اس سے پتہ چلتا ہے کہ بہت طویل فاصلوں پر ایک قطبین کی وجہ سے پیدا ہونے والا برقی میدان، ایک نقطوی بار سے پیدا ہونے و الے برقی میدان سے بھی تیزی کے ساتھ صفر کو پہنچ جاتا ہے۔ اس برتاؤ کی وجہ یہ ہے کہ بہت طویل فاصلے پر دو بار ایک دوسرے کے قریب محسوس ہوتے ہیں اور وہ ایک دوسرے کو معادل کر دیتے ہیں۔

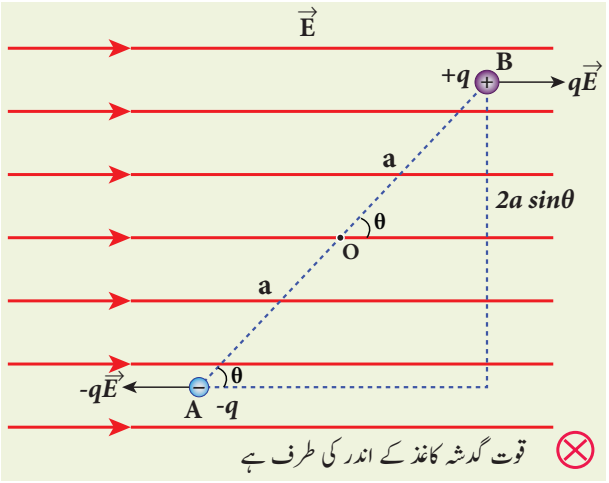
(iii) مساوات (1.17)اور(1.21)صرف بہت طویل فاصلوں (r >>a) ہی کے لئے درست ہیں، فرض کریں کہ فاصلہ 2a، صفر کی طرف جارہا ہو اور q کی قیمت لامحدود ہوتی جارہی ہو یہاں تک کہ $2aq = p$ کا حاصل ضرب متعین ہو، تو پھر وہ قطبین ایک نقطوی قطبین (Point dipole) کہلائے گا۔ اس قسم کے نقطوی قطبینوں کے لئے مساوات (1.17) اور (1.21) کی r کی کسی بھی مقدار کے لئے ٹھیک اور بالکل درست ہوتے ہیں ۔

1.4.3 یکساں برقی میدان میں رکھے گئے ایک برقی قطبین سے محسوس کی جانے و الی قوت گدشہ

Torque experienced by an electric dipole in the uniform electric field

تصور کریں کہ $\vec{p}$ قطبینی حرکت والا ایک برقی قطبین، ایک ایسے یکساں برقی میدان $\vec{E}$ میں رکھا گیا ہے جس کے میدانی خطوط مساوی طور پر پھیلے ہوئے ہیں اور وہ سب ایک ہی سمت میں رخ کئے ہوئے ہیں۔ بار q+ میدان کی سمت میں ایک قوت $q\vec{E}$ سے دوچار ہوگا جب کہ بار q- میدان کی مخالف سمت میں ایک قوت $-q\vec{E}$ محسوس کرے گا۔ چونکہ بیرونی میدان $\vec{E}$ مساوی ہے، قطبین پر عمل پیرا ہونے والی کل قوت صفر ہوتی ہے مختلف نقاط پر عمل پیرا ہونے والی یہ دو قوتیں ایک جوڑا (Couple) بناتے ہیں اور وہ قطبین ایک قوت گدشہ (torque) محسوس کرتا ہے جیسا کہ خاکہ 1.18 میں بتایا گیا ہے۔ یہ قوت گدشہ قطبین کو گھمانے کی کوشش کرتی ہے (نوٹ کریں کہ ایک مساوی میدان کی برق میدانی خطوط مساوی طور پر پھیلے ہوتے ہیں اور ان سب کی سمت ایک ہی جانب ہے)۔

نقطہ O کے تحت، قطبین پر عمل پیرا ہونے والی کل قوت گدشہ یہ ہے۔



خاکہ 1.18 قطبین پر قوت گدشہ

$$\vec{\tau} = \overrightarrow{OA} \times \left(-q\vec{E}\right) + \overrightarrow{OB} \times q\vec{E} \qquad (1.22)$$

دائیں ہاتھ کے کارک پیچ کے کلیے کی مدد سے (ملاحظہ ہو گیارھویں جماعت کی طبیعیات، حجم1، اکائی 2) یہ دیکھا گیا ہے کہ کل قوت گدشہ کاغذ کی سطح کے عمودی ہوتی ہے اور وہ اندر کی جانب رخ کرتی ہے۔

کل قوت گدشہ کی قدری مقدار یہ ہے

$$\tau = \left|\overrightarrow{OA}\right|\left|\left(-q\vec{E}\right)\right|\sin\theta + \left|\overrightarrow{OB}\right|\left|q\vec{E}\right|\sin\theta$$

$$\tau = qE \cdot 2a\sin\theta \qquad (1.23)$$

جہاں θ، $\vec{p}$ سے $\vec{E}$ کے ساتھ بننے والا درمیانی زاویہ ہے، چونکہ p=2aq ہے، قوت گدشہ کو سمتی حاصل ضرب کے لحاظ سے یوں لکھا جاتا ہے۔

$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E} \qquad (1.24)$$

اس قوت گدشہ کی قدری مقدار $\tau = pE\sin\theta$ ہے، اور وہ $\theta = 90^\circ$ کے ہونے پر سب سے زیادہ ہوتی ہے۔

یہ قوت گدشہ قطبین کو گھمانے کی کوشش کرتی ہے اور اسے برقی میدان $\vec{E}$ کی سمت میں جوڑے رکھنے کی کوشش کرتی ہے۔ جب $\vec{E}$ ، $\vec{P}$ کے ساتھ جڑ جاتی ہے تو قطبین پر عمل کرنے والی کل قوت گدشہ صفر ہوجاتی ہے۔

اگر برقی میدان یکساں نہ ہو تو q+ سے محسوس کی جانے والی قوت q- سے محسوس کی جانے والی قوت سے مختلف ہوتی ہے۔ علاوہ ازیں، قوت گدشہ کے ساتھ ساتھ اس قطبین پر کل قوت بھی عمل کررہی ہوتی ہے اسے خاکہ 1.19 میں بتایا گیا ہے۔

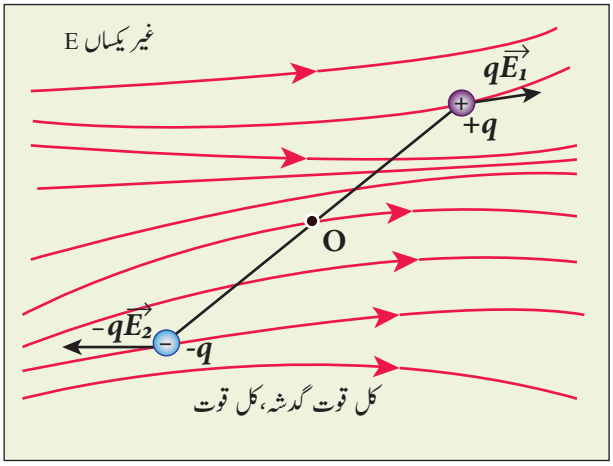
1.5 برق سکونی قواہ اور توانائی بالقواہ
(Electrostatic potential and Potential Energy)

تعارف

میکانیات میں بقائی قوتوں کے لئے توانائی بالقواہ کی تعریف کی جاتی ہے، چونکہ قوت کشش ایک بقائی قوت ہے، اس کی کششی توانائی بالقواہ کی تعریف، گیارھویں جماعت کی طبیعیات (اکائی 6) میں کی گئی ہے۔ چونکہ کولوم کی قوت بھی ایک معکوس مربع کلیہ کی قوت ہے، وہ بھی ایک بقائی قوت ہے، چنانچہ ہم باروں کی تشکیلات کے لئے توانائی بالقواہ کا تعین کرسکتے ہیں۔

1.5.1 برق سکونی توانائی بالقواہ اور برق سکونی قواہ
Electrostatic Potential energy and Electrostatic potential

مبدا پر ثبت کیا گیا ایک مثبت بار q کا تصور کریں جو اپنے اطراف ایک برقی میدان $\vec{E}$ پیدا کرتا ہے۔ نقطہ R سے نقطہ P پر ایک امتحانی مثبت بار q کو q اور q' کے درمیان موجود دفاعی قوت کی مخالفت کرتے ہوئے لایا جاتا ہے جیسا کہ خاکہ 1.20 میں بتایا گیا ہے۔ باروں کے درمیان موجود قوت دفاع کو سنبھالنے کے لئے کچھ کام ضرور کیا جاتا ہے۔ یہی کیا گیا کام، اس نظام کی توانائی بالقواہ کے طور پر ذخیرہ اندوز ہوتا ہے۔



خاکہ 1.19 غیر یکساں برقی میدان میں موجود قطبین

مثال 1.11

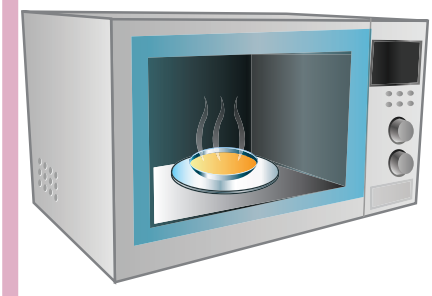
$3x10^4 NC^{-1}$ قدری مقدار والے ایک یکساں برقی میدان میں HCl گیس کا ایک نمونہ رکھا گیا ہے ۔ HCl کے ہر سالمے کی قطبینی حرکت $3.4X10^{-30}$ سم ہے۔ HCl کے ہر سالمے سے محسوس کی جانے والی سب سے زیادہ قوت گدشہ معلوم کریں۔

حل

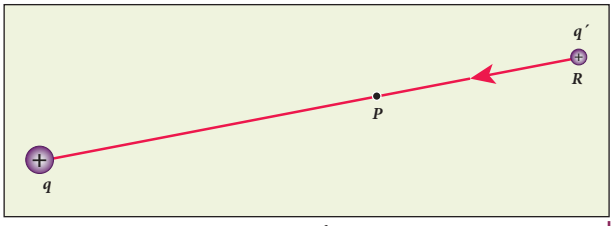
قطبین سے محسوس کی جانے والی قوت گدشہ کی مقدار سب سے زیادہ اس وقت ہوتی ہے جب وہ بھیجے گئے میدان کے عمودی ہوتا ہے۔

$$\tau_{max} = pE\sin 90^\circ = 3.4\times10^{-30}\times3\times10^4$$
$$\tau_{max} = 10.2\times10^{-26}\,\text{N m}$$

کیا آپ جانتے ہیں ؟



مائیکرو ویو اون، ایک برقی قطبین پر عمل پیرا ہونے والی قوت گدشہ کے اصولوں ہی پر کام کرتا ہے۔ جو غذا ہم استعمال کرتے ہیں اس میں آبی سالمے ہوتے ہیں جو مستقل برقی قطبین ہوتے ہیں۔ اون مائیکرو موجیں پیدا کرتا ہے جو کہ اہتزاز کرنے والے برق مقناطیسی میدانات ہوتے ہیں اور وہ آبی سالموں پر قوت گدشہ پیدا کرتے ہیں۔ ہر آبی سالمے پر اس قوت گدشہ کی وجہ سے سالمے، تیزی کے ساتھ گردش کرنے لگتے ہیں اور حرارتی توانائی پیدا کرتے ہیں لہذا پیدا شدہ حرارت، غذا کے گرم کرنے میں استعمال ہوجاتی ہے۔



خاکہ 1.20 کیا گیا کام توانائی بالقواہ کے برابر ہے۔

امتحانی بار q' کو R سے P تک ایک مستقل سمتی رفتار کے ساتھ لایا جاتا ہے۔ اس کا مطلب یہ ہے کہ اس امتحانی بار q' کو R سے P تک لانے کے لئے کیا گیا کام کولوم کی قوت $\left(\vec{F}_{ext} = -\vec{F}_{coulomb}\right)$ کے مساوی اور مخالف ہوتا ہے۔ کیا گیا کام یہ ہے۔

$$W = \int_R^P \vec{F}_{ext} \cdot d\vec{r} \qquad (1.25)$$

چونکہ کولوم کی قوت بقائی ہوتی ہے، کیا گیا کام راستہ پر منحصر نہیں ہوتا اور وہ صرف امتحانی بار کے ابتدائی اور انتہائی مقامات پر منحصر ہوتا ہے۔ اگر P پر q' سے منسلک توانائی بالقواہ U_P ہے اور R پر U_R ہے تو پھر توانائی بالقواہ میں ہونے والے فرق کی تعریف یوں کرسکتے ہیں کہ یہ ایک امتحانی بار q' کو R نقطہ سے P نقطہ تک لانے کے لئے کیا گیا کام ہے اور وہ یوں پیش کیا جاتا ہے۔

$$U_P - U_R = W = \Delta U$$

$$\Delta U = \int_R^P \vec{F}_{ext} \cdot d\vec{r} \qquad (1.26)$$

$$\vec{F}_{ext} = -\vec{F}_{coulomb} = -q'\vec{E} \qquad (1.27)$$

$$\Delta U = \int_R^P -\left(q'\vec{E}\right) \cdot d\vec{r} = q' \int_R^P \left(-\vec{E}\right) \cdot d\vec{r} \qquad (1.28)$$

فی اکائی بار کے لئے توانائی بالقواہ کا فرق یہ ہے

$$\frac{\Delta U}{q'} = \frac{q' \int_R^P \left(-\vec{E}\right) \cdot d\vec{r}}{q'} = -\int_R^P \vec{E} \cdot d\vec{r} \qquad (1.29)$$

اوپر کی مساوات (1.29) q' پر منحصر نہیں ہوتی ۔ مقدار $\frac{\Delta U}{q'} = -\int_R^P \vec{E} \cdot d\vec{r}$ P اور R، کی درمیانی برقی توانائی بالقواہ کا فرق یا برقی تفاوت بالقواہ کہلاتی ہے اور وہ $V_P - V_R = \Delta V$ سے ظاہر کی جاتی ہے۔

بالفاظ دیگر برقی تفاوت بالقواہ کی تعریف یوں کی جاتی ہے کہ یہ ایک اکائی مثبت بار کو نقطہ R سے نقطہ P تک لانے کے لئے ایک بیرونی قوت سے کیا گیا کام ہے۔

$$V_P - V_R = \Delta V = \int_R^P -\vec{E} \cdot d\vec{r} \qquad (1.30)$$

برقی توانائی بالقواہ کے فرق کو اس طرح لکھا جاسکتا ہے، $\Delta U = q' \Delta V$ طبیعی طور پر دو نقاط کے درمیان پائی جانے والی تفاوت بالقواہ (قواہی فرق) ایک معنی خیز مقدار ہے۔ کسی ایک ہی نقطہ پر قواہ کی مقدار کوئی معنی خیز شئے نہیں ہے۔ چنانچہ نقطہ R کو لامحدود دوری کے طور پر لے لیا جاتا ہے اور لامحدود دوری پر موجود قواہ کو صفر تصور کرلیا جاتا ہے ($V_\infty=0$)

تو پھر، **ایک نقطہ P پر موجود برقی قواہ، بیرونی برقی میدان $\vec{E}$ کے علاقے میں، ایک اکائی مثبت بار کو، ایک مستقل سمتی رفتار کے ساتھ، لامحدود دوری سے، P نقطہ تک لانے کے لئے، ایک بیرونی قوت سے، کئے گئے کام کی مقدار کے برابر ہوتی ہے۔**

$$V_P = -\int_\infty^P \vec{E} \cdot d\vec{r} \qquad (1.31)$$

اہم نکات

1. نقطہ P پر موجود برقی قواہ، ذریعوی بار q کی وجہ سے پیدا ہونے والے برقی میدان پر منحصر ہوتی ہے اور q' امتحانی بار پر منحصر نہیں ہوتی۔ اکائی مثبت بار کو لامحدود دوری سے نقطہ P تک، ایک مستقل سمتی رفتار کے ساتھ ہی لایا جاتا ہے، کیونکہ بیرونی ذریعہ امتحانی بار پر کسی توانائی بالفعل سے متاثر نہ کرسکے۔

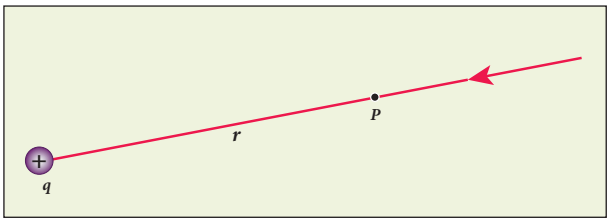
2. مساوات (1.29) کی مدد سے، برقی قواہ کی اکائی، جول فی کولوم ہے، مگر اس کی اکائی وولٹ (V)ہے، جو Alessandro Volta(1745-1827) کے نام سے منسوب ہے، انہوں نے ہی برقی بیٹری کا ایجاد کیا تھا۔ دونقطوں کے درمیان کے قواہی فرق یا تفاوت بالقواہ کو وولٹ کے لحاظ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

نوٹ

قواہ یا توانائی بالقواہ کے تصور کی مدد سے اشیاء کی حرکت کی وضاحت کرنا، میدان کے تصور کا استعمال کرکے وضاحت کرنے سے بھی سادہ تر ہے۔

1.5.2 ایک نقطوی بار کی وجہ سے بننے والی برقی قواہ
Electric potential due to a point charge

مبدا پر ثبت شدہ ایک مثبت بار q کا تصور کریں۔ فرض کریں کہ q بار سے r فاصلے پر، ایک نقطہ P ہے۔ اسے خاکہ 1.21 میں بتایا گیا ہے۔



خاکہ 1.21 ایک نقطہ P پر برق سکونی قواہ

P نقطہ پر موجود برقی قواہ یہ ہے

$$V = \int_{\infty}^{r} (-\vec{E}) \cdot d\vec{r} = -\int_{\infty}^{r} \vec{E} \cdot d\vec{r} \qquad (1.32)$$

مثبت نقطوی بار q کی وجہ سے پیدا ہونے والا برقی میدان یہ ہے

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{r}$$

$$V = \frac{-1}{4\pi\epsilon_0}\int_{\infty}^{r} \frac{q}{r^2}\hat{r}.d\vec{r}$$

ہٹاؤ کی نہایت چھوٹی سمتیہ infinitesimal displacement vector $d\vec{r} = dr\hat{r}$ اور $\hat{r}.\hat{r} = 1$ کی مدد سے ہم حاصل کرتے ہیں۔

$$V = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int_{\infty}^{r} \frac{q}{r^2}\hat{r}.dr\hat{r} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int_{\infty}^{r} \frac{q}{r^2}dr$$

احصائیت (Integration) کے بعد ہمیں حاصل ہوتا ہے

$$V = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}q\left\{-\frac{1}{r}\right\}_{\infty}^{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r}$$

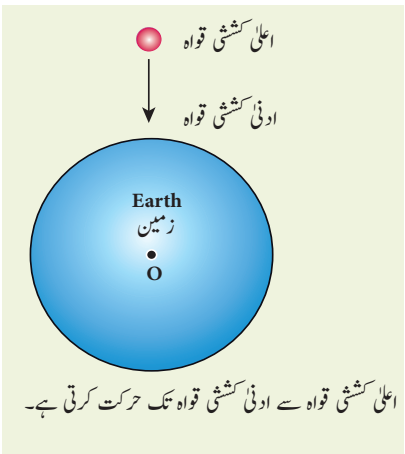
لہذا r فاصلے پر ایک نقطوی بار q کی وجہ سے پیدا ہونے والی برقی قواہ یہ ہے

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r} \qquad (1.33)$$

اہم نکات

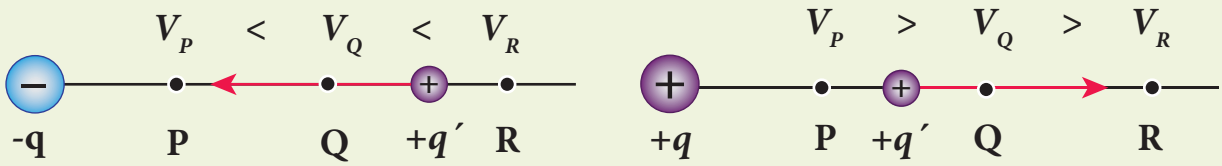
(i) اگر ذریعوی بار q مثبت ہو تو V>0 ہے۔ اگر q منفی ہو تو پھر V بھی منفی ہوگا اور وہ $V = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r}$ کے برابر ہوگا۔

(ii) مساوات 1.33 کی مدد سے یہ بات صاف طور پر معلوم ہوتی ہے کہ فاصلے کے بڑھنے پر مثبت بار کی وجہ سے پیدا ہونے والی قواہ کی مقدار گھٹتی جاتی ہے، مگر ایک منفی بار کے لئے فاصلے کے بڑھنے پر قواہ بھی بڑھتی ہے۔ لامحدود فاصلے پر (r = ∞) پر برق سکونی قواہ صفر ہوجاتی ہے (V=0)۔

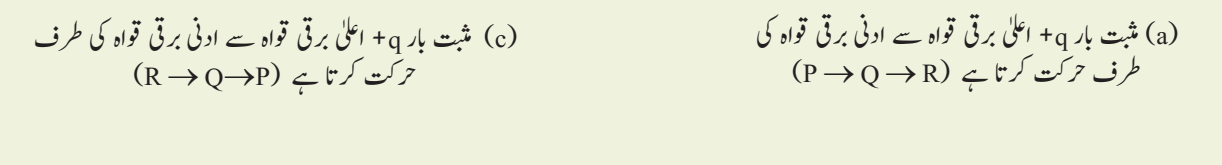


اعلیٰ کششی قواہ سے ادنیٰ کششی قواہ تک حرکت کرتی ہے۔

خاکہ 1.22 کششی قواہ کے لحاظ سے باروں کی حرکت

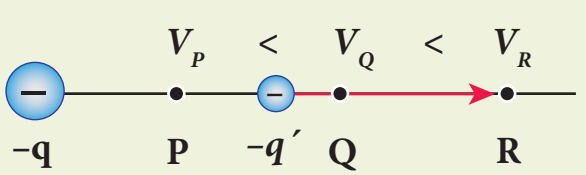


(a) مثبت بار q+ اعلیٰ برقی قواہ سے ادنی برقی قواہ کی طرف حرکت کرتا ہے (P → Q → R)



(b) منفی بار q− ادنی برقی قواہ سے اعلیٰ برقی قواہ کی طرف حرکت کرتا ہے (R → Q → P)

(c) مثبت بار q+ اعلیٰ برقی قواہ سے ادنی برقی قواہ کی طرف حرکت کرتا ہے (R → Q → P)



(d) منفی بار q− ادنی برقی قواہ سے اعلیٰ برقی قواہ کی طرف حرکت کرتا ہے (P → Q → R)

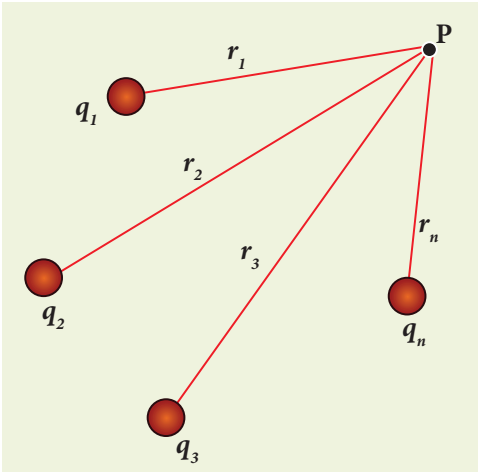
خاکہ 1.23 برقی قواہ کے لحاظ سے باروں کی حرکت

قوت جاذبہ / قوت کشش کے معاملہ میں ایک کمیتی جسم ایک اعلیٰ کششی / جاذبی قواہ کے نقطے سے ایک ادنی کششی نقطہ کی طرف حرکت کرتا ہے (خاکہ 1.22)۔ اسی طرح ایک مثبت بار اعلی برق سکونی قواہ کے ایک نقطہ سے ادنیٰ برق سکونی قواہ کے ایک نقطہ کی طرف حرکت کرتا ہے۔ بہرحال ایک منفی بار ادنیٰ برق سکونی قواہ سے اعلیٰ برق سکونی قواہ کی طرف حرکت کرتا ہے۔ خاکہ 1.23 میں اس موازنہ کا اظہار کیا گیا ہے۔

(iii) باروں کا ایک مجموعہ، $q_1, q_2, q_3 \ldots q_n$ کی وجہ سے Pمقام پر پیدا ہونے والی برقی قواہوں کے مجموعے کے برابر ہوتا ہے۔

$$V_{tot} = \frac{kq_1}{r_1} + \frac{kq_2}{r_2} + \frac{kq_3}{r_3} + \ldots$$
$$\ldots + \frac{kq_n}{r_n} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{r_i} \qquad (1.34)$$

جہاں $q_1, q_2, q_3 \ldots q_n$ سے $r_1, r_2, r_3 \ldots\ldots r_n$ تک کے بالترتیب فاصلے ہیں۔ (خاکہ 1.24)

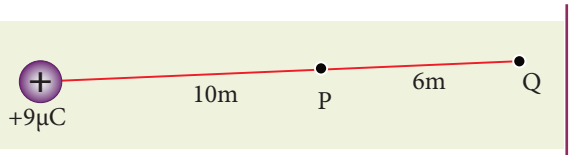


خاکہ 1.24 باروں کے مجموعے کی وجہ سے برق سکونی قواہ

مثال 1.12

(a) جیسا کہ نیچے دئے گئے خاکہ میں بتایا گیا ہے، P اور Q مقامات پر بننے والی برقی قواہ کا محاسبہ کریں۔

(b) فرض کریں کہ اگر 9+ μC بار کو 9− μC سے تبدیل کردیا جائے تو P اور Q مقامات پر برق سکونی قواہ معلوم کریں۔



(c) $+2\ \mu C$ کے ایک امتحانی بار کو لامحدود دوری سے Q نقطہ پر لانے کے لئے کئے گئے کام کا محاسبہ کریں۔ تصور کرلیں کہ $+9\ \mu C$ کو مبدا پر ثبت کردیا گیا ہے اور $+2\ \mu C$ بار کو لامحدود دوری سے P نقطہ پر لایا گیا ہے۔

حل

(a) نقطہ P پر موجود برقی قواہ یہ ہوگی۔

$$V_P = \frac{1}{4\pi\epsilon_\circ}\frac{q}{r_P} = \frac{9\times10^9\times9\times10^{-6}}{10} = 8.1\times10^3\ \text{V}$$

نقطہ Q پر موجود برقی قواہ یہ ہوگی۔

$$V_Q = \frac{1}{4\pi\epsilon_\circ}\frac{q}{r_Q} = \frac{9\times10^9\times9\times10^{-6}}{16} = 5.06\times10^3\ \text{V}$$

نوٹ کریں کہ P نقطہ پر موجودبرقی قواہ کی مقدار کے مقابلہ میں، Q نقطہ پر موجود برقی قواہ کی مقدار کم ہوتی ہے۔ اگر ہم ایک ثبت بار کو P پر رکھیں تو وہ P سے Q کی طرف حرکت کرتا ہے۔ بہر حال اگر ہم P نقطہ پر ایک منفی بار رکھ دیں تو وہ $+9\ \mu C$ کے بار کی طرف حرکت کرے گا۔

P اور Q کے مقامات کے درمیان موجود تفاوت بالقواہ یا قواہی فرق کو یوں پیش کیا جاتا ہے۔

$$\Delta = V_P - V_Q = +3.04\times10^3\ \text{V}$$

(b) فرض کریں کہ اگر ہم $+9\ \mu C$ بار کو $-9\ \mu C$ بار سے تبدیل کردیتے ہیں تو پھر P اور Q پر متعلقہ قواہ یہ ہوگی۔

$$V_P = -8.1\times10^3\ \text{V},\ V_Q = -5.06\times10^3\ \text{V}$$

نوٹ کریں کہ اس معاملہ میں Q مقام پر موجود برقی قواہ P پر کے قواہ سے زیادہ ہے۔

P اور Q نقطوں کے درمیان موجود تفاوت بالقواہ یہ ہے۔

$$\Delta V = V_P - V_Q = -3.04\times10^3\ \text{V}$$

(c) چند باروں کی وجہ سے Q نقطہ پر بننے والی برقی قواہ کی تعریف یوں کی جاتی ہے کہ یہ ایک اکائی مثبت بار کو لامحدود دوری سے Q تک لانے کے لئے ایک بیرونی قوت سے کئے جانے والے کام کی مقدار ہے۔ اس لئے q مقدار کے بار کو لامحدود دوری سے Q نقطہ تک لانے کے لئے کئے گئے کام کی مقدار کچھ اس طرح ہوتی ہے۔

$$W = qV$$

$$W_Q = 2\times10^{-6}\times5.06\times10^3 = 10.12\times10^{-3}\ \text{J}$$

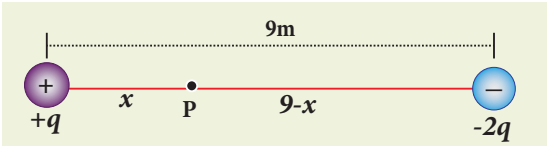
مثال 1.13

مبدا پر رکھے گئے ایک نقطوی بار $+q$ کا تصور کریں وہاں سے 9 میٹر کی دوری پر رکھے گئے، ایک اور نقطوی بار $-2q$ کا تصور کریں۔ ان دو باروں کا وہ درمیانی نقطہ معلوم کریں جس پر برقی قواہ کی مقدار صفر ہوتی ہے۔

حل

اصول انطباق کے تحت ایک نقطہ پر موجود کل برقی قواہ، ہر ایک بار کی وجہ سے اس نقطہ پر بننے والی قواہوں کے مجموعے کے برابر ہوتی ہے۔

فرض کریں کہ باروں کا وہ درمیانی نقطہ جس پر برقی قواہ کی مقدار صفر ہوتی ہے، وہ $+q$ بار سے X فاصلے پر موجود ہے جیسا کہ خاکہ میں بتایا گیا ہے۔



چونکہ P پر، کل برقی قواہ کی مقدار صفر ہے۔

$$V_{tot} = \frac{1}{4\pi\epsilon_\circ}\left(\frac{q}{x} - \frac{2q}{(9-x)}\right) = 0 \quad \text{(یا)}$$

$$\frac{q}{x} = \frac{2q}{(9-x)} \quad \text{(یا)}$$

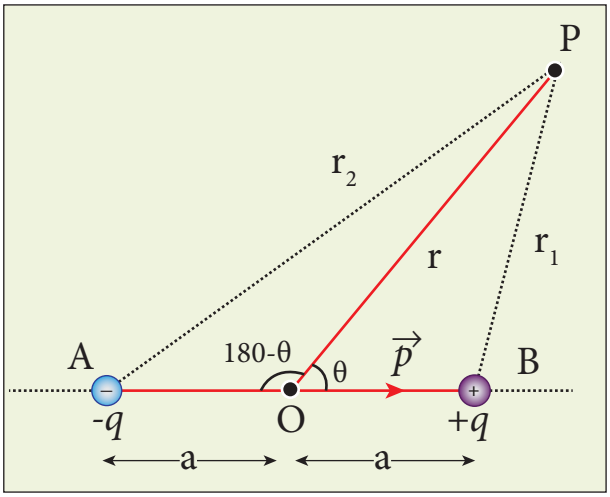
$$\frac{1}{x} = \frac{2}{(9-x)}$$

$$x = 3\ \text{m} \quad \text{چنانچہ}$$

1.5.3 ایک برقی قطبین کی وجہ سے کسی نقطہ پر بننے والی برق سکونی قواہ

Electrostatic potential at a point due to an electric dipole

2a کے چھوٹے سے فاصلے سے جدا کئے گئے دو مساوی اور مخالف باروں کا تصور کریں جیسا کہ خاکہ 1.25 میں بتایا گیا ہے۔ نقطہ P قطبین کے مرکز سے r فاصلہ پر موجود ہے۔ فرض کریں کہ خط OP اور قطبینی محور AB کا درمیانی زاویہ Q ہے۔



خاکہ 1.25 برقی قطبین کی وجہ سے بننے والی قواہ

فرض کریں کہ +q بار سے P نقطہ تک کا فاصلہ r_1 ہے اور -q سے P نقطہ تک کا فاصلہ r_2 ہے۔

+q کی وجہ سے P پر بننے والی قواہ $= \frac{1}{4\pi\epsilon_\circ}\frac{q}{r_1}$

-q کی وجہ سے P پر بننے والی قواہ $= -\frac{1}{4\pi\epsilon_\circ}\frac{q}{r_2}$

P نقطہ پر بننے والی کل قواہ

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_\circ} q\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) \qquad (1.35)$$

بالفرض اگر P نقطہ، قطبین سے بالکل ہی دور ہو یہاں تک کہ r >>a ہو تو پھر مساوات (1.35) کو r کے لحاظ سے اس طرح ظاہر کرسکتے ہیں۔

مثلث BOP کے لئے Cosine کے کلیے کو استعمال کرنے سے

$$r_1^2 = r^2 + a^2 - 2ra\cos\theta$$

$$r_1^2 = r^2\left(1 + \frac{a^2}{r^2} - \frac{2a}{r}\cos\theta\right)$$

چونکہ P نقطہ قطبین سے بہت دور ہے (r >>a) اس کے نتیجے میں اصطلاح $\frac{a^2}{r^2}$ کی قیمت بہت ہی چھوٹی ہوجاتی ہے اور وہ نظر انداز کردی جاتی ہے۔

لہذا

$$r_1^2 = r^2\left(1 - 2a\frac{\cos\theta}{r}\right)$$

$$r_1 = r\left(1 - \frac{2a}{r}\cos\theta\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{1}{r_1} = \frac{1}{r}\left(1 - \frac{2a}{r}\cos\theta\right)^{-\frac{1}{2}}$$

چونکہ $\frac{a}{r} << 1$ ہے،

ہم دو عددی ر دو رقمی نظریہ binomial theorem کا استعمال کرسکتے ہیں۔ اور ان اصطلاحات کو پہلے درجے (First order) تک حل کرسکتے ہیں

$$\frac{1}{r_1} = \frac{1}{r}\left(1 + \frac{a}{r}\cos\theta\right) \qquad (1.36)$$

اسی طرح مثلث AOP کے لئے Cosine کے کلیے کو استعمال کرنے سے

$$r_2^2 = r^2 + a^2 - 2ra\cos(180 - \theta)$$

چونکہ $\cos(180 - \theta) = -\cos\theta$

$$r_2^2 = r^2 + a^2 + 2ra\cos\theta$$

$\frac{a^2}{r^2}$ کی قیمت کو نظر انداز کرسکتے ہیں (کیونکہ r>>a) ہے۔

$$r_2^2 = r^2\left(1 + \frac{2a\cos\theta}{r}\right)$$

$$r_2 = r\left(1+\frac{2a\cos\theta}{r}\right)^{\frac{1}{2}}$$

دو رقمی / دو عددی نظریے کا استعمال کرتے ہوئے

$$\frac{1}{r_2} = \frac{1}{r}\left(1-a\frac{\cos\theta}{r}\right) \qquad (1.37)$$

مساوات (1.37)اور(1.36)کو مساوات 1.35 میں حل کرنے پر ہمیں حاصل ہوتا ہے۔

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_\circ} q\left(\frac{1}{r}\left(1+a\frac{\cos\theta}{r}\right)-\frac{1}{r}\left(1-a\frac{\cos\theta}{r}\right)\right)$$

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_\circ}\left(\frac{1}{r}\left(1+a\frac{\cos\theta}{r}-1+a\frac{\cos\theta}{r}\right)\right)$$

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_\circ}\frac{2aq}{r^2}\cos\theta$$

مگر برقی قطبینی حرکت P=2qa ہے اور اس لئے

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{p\cos\theta}{r^2}\right)$$

اب ہم p cosθ کو $\vec{p}\cdot\hat{r}$ کے طور پر لکھ سکتے ہیں جہاں $\hat{r}$ نقطہ O سے P تک کی اکائی سمتیہ ہے۔ لہذا ایک برقی قطبین کی وجہ سے P نقطہ پر بننے والی برقی قواہ کو یوں پیش کیاجاتا ہے۔

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_\circ}\frac{\vec{p}\cdot\hat{r}}{r^2} \qquad (r>>a) \qquad (1.38)$$

مساوات 1.38 قطبین کے مقابلہ میں بہت طویل فاصلوں ہی کے لئے مناسب اور درست ہوتی ہے مگر ایک نقطوی قطبین کے لئے یہ مساوات کسی بھی فاصلے کے لئے درست ہوتی ہے۔

خصوصی معاملات

معاملہ (i) اگر نقطہ P، +q کی طرف قطبین کے محوری خط پر موجود ہو تو θ = 0 ہے۔ پھر برقی قواہ اس طرح ہوگی۔

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_\circ}\frac{p}{r^2} \qquad (1.39)$$

معاملہ (ii) اگر نقطہ P، -q کی طرف قطبین کے محوری خط پر موجود ہو تو θ = 180° ہے پھر برقی قواہ یہ ہوگی۔

$$V = -\frac{1}{4\pi\epsilon_\circ}\frac{p}{r^2} \qquad (1.40)$$

معاملہ (iii) اگر نقطہ P، قطبین کے استوائی خط پر ہو تو θ=90° ہے۔

$$V = 0 \qquad (1.41)$$

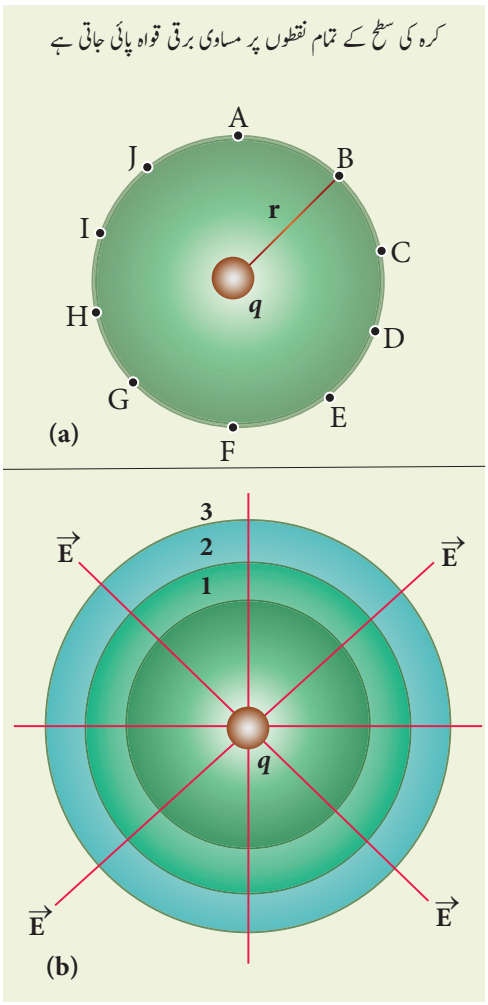
نوٹ

برقی قطبین کی وجہ سے پیدا ہونے والی قواہ $\frac{1}{r^2}$ کے طور پر ہوتی ہے جب کہ ایک اکیلے نقطوی بار کی وجہ سے پیدا ہونے والی قواہ $\frac{1}{r}$ کے طور پر ہوتی ہے۔ لہذا نقطوی بار سے بننے والی قواہ کے مقابلے میں قطبین سے بننے والی یہ قواہ بہت جلد گرجاتی ہے۔ جوں جوں برقی قطبین سے فاصلہ بڑھتا ہے، مثبت اور منفی بار ایک دوسرے کو منقطع کردیتے ہیں۔

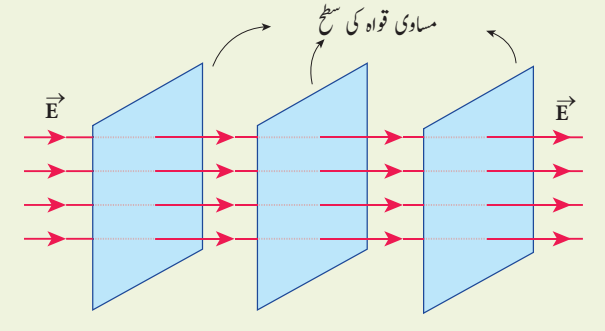
1.5.4 مساوی- قواہ کی سطح (Equi-Potential surface)

خلاء میں موجود کسی نقطہ پر ایک نقطوی بار کا تصور کریں جس کو مرکز بنا کر، r نصف قطر والا ایک تصوری کرہ کا انتخاب کیا گیا ہو، جیساکہ خاکہ 1.26(a) میں بتایا گیا ہے۔ دئے گئے کرہ کی سطح پر موجود تمام نقطوں پر، برقی قواہ یکساں ہوگی۔ اس قسم کی سطح کو مساوی- قواہ کی سطح کہا جاتا ہے۔

مساوی قواہ کی سطح، وہ سطح ہے جس کے تمام نقاط پر مساوی برقی قواہ پائی جاتی ہے۔ ایک نقطوی بار کے لئے مساوی قواہ کی سطحیں، ہم مرکزی کروی سطحیں ہوتی ہیں جیساکہ



خاکہ 1.26 نقطوی بار کی مساوی قواہ کی سطح



خاکہ 1.27 مساوی برقی میدان کے لئے مساوی قواہ کی سطح

خاکہ 1.26(b) میں بتایا گیا ہے۔ ہر کروی سطح مساوی قواہ کی ایک سطح ہے مگر قواہ کی قیمت مختلف کروی سطح کے لئے مختلف ہوتی ہے۔

ایک مساوی برقی میدان کے لئے، مساوی قواہ کی سطحیں، برقی میدان $\vec{E}$ کے عمودی طور پر اپنی ایک سیٹ (Set) بناتی ہیں۔ اسے خاکہ 1.27 میں ظاہر کیا گیا ہے۔

مساوی قواہ کی سطحوں کی خصوصیات

(i) کسی بھی دو نقاط A اور B کے درمیان ایک بار q کو ہٹانے کے لئے کیا گیا کام، $W = q\,(V_B - V_A)$ ہے۔ اگر نقاط A اور B ایک ہی مساوی قواہ کی سطح پر ہو تو پھر کیا گیا کام صفر ہے کیونکہ $V_A = V_B$ ہے۔

(ii) برقی میدان، مساوی قواہ کی سطح کے عمودی ہوتا ہے۔ اگر وہ عمودی نہ ہو تو پھر سطح کے متوازی طور پر وہاں میدان کا ایک جزو پایا جاتا ہے۔ پھر اسی سطح پر دو نقطوں کے درمیان ایک بار کو ہٹانے کے لئے کام کا کیا جانا ضروری ہے تو یہ معاملہ تضاد معلوم ہوتا ہے۔ چنانچہ برقی میدان ہمیشہ مساوی قواہ کی سطح کے عمودی ہی ہوتا ہے۔

1.5.5 برقی میدان اور قواہ کا درمیانی تعلق

Relation between electric field and potential

مبدا پر ثبت کیا گیا ایک مثبت بار q کا تصور کریں۔ برقی میدان E میں q کی طرف ایک چھوٹے سے فاصلے dx کے ساتھ ایک اکائی مثبت بار کو ہٹانے کے لئے کیا جانے والا کام $dW = -E\,dx$ ہے۔ منفی علامت اس بات کو ظاہر کرتی ہے کہ برقی میدان کے مخالف سمت میں، کام کیا گیا ہے۔ کیا گیا یہ کام برقی قواہی فرق / تفاوت بالقواہ کے برابر ہوتا ہے۔ چنانچہ

$$dW = dV.$$

$$dV = -E\,dx \quad \text{(یا)} \qquad (1.42)$$

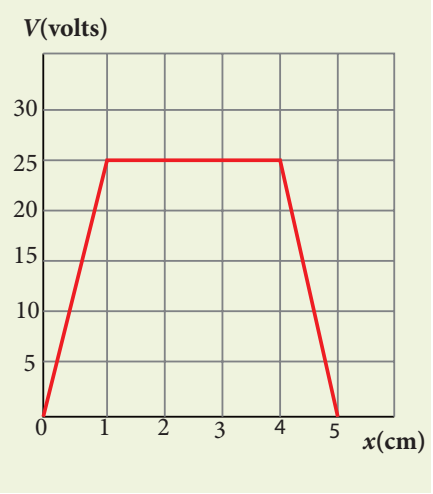
$$E = -\frac{dV}{dx} \quad \text{لہذا} \qquad (1.43)$$

برقی میدان برقی قواہ کا منفی میلان (Nagative gradient) ہوتا ہے۔ سمتی طریقے پر،

$$\vec{E} = -\left(\frac{\partial V}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial V}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial V}{\partial z}\hat{k}\right) \qquad (1.44)$$

مثال 1.14

مندرجۂ ذیل خاکہ برقی قواہ کو x-محددات (Co - ordinate) کے ایک تفاعل (Function) کے طور پر ظاہر کرتا ہے۔ x کے تفاعل کے طور پر متعلقہ برقی میدان کی ترسیم کھینچئے۔



حل

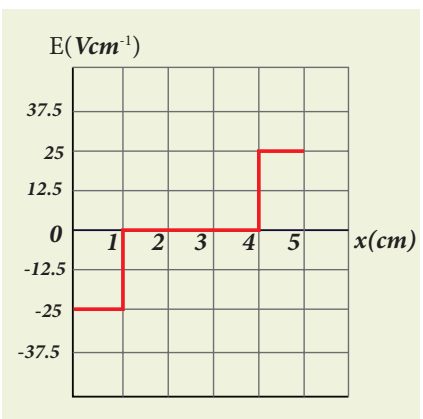
دیے گئے مسئلے میں چونکہ قواہ صرف x پر منحصر ہوتی ہے ہم $\vec{E} = -\frac{dV}{dx}\hat{i}$ کا استعمال کرسکتے ہیں (دیگر دو اصطلاحات $\frac{\partial V}{\partial y}$ اور $\frac{\partial V}{\partial z}$ صفر ہیں)۔

0 سے 1 سم تک، میلان مستقل ہے اور اس لئے $\frac{dV}{dx} = 25\,\mathrm{V\,cm^{-1}}$ ہے۔ لہٰذا $\vec{E} = -25\,\mathrm{V\,cm^{-1}}\,\hat{i}$ ہے۔

1 سے 4 سم تک، قواہ مستقل ہے یعنی V=25V ہے۔ اس کا مطلب یہ ہے کہ $\frac{dV}{dx} = 0$، اس لئے $\vec{E} = 0$،

4 سے 5 سم تک ڈھلاؤ $\frac{dV}{dx} = -25\,\mathrm{V\,cm^{-1}}$ ہے۔ اس لئے $\vec{E} = +25\,\mathrm{V\,cm^{-1}}\,\hat{i}$ ہے۔

x محور کے تحت مختلف نقاط کے لئے برقی میدان کی ترسیم یوں کھینچی جاتی ہے۔



1.5.6 نقطوی باروں کے مجموعے کے لئے برق سکونی توانائی بالقواہ

Electrostatic potential energy for collection of point charges

q_1 نقطوی بار سے r فاصلے کے ایک نقطہ پر موجود برقی قواہ کو یوں پیش کیا جاتا ہے۔

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_\circ}\frac{q_1}{r}$$

یہ قواہ V، ایک اکائی مثبت بار کو لامحدود دوری سے اس نقطہ تک لانے کے لئے کئے گئے کام ہی کی مقدار ہے۔ اب اگر q_2 بار کو لامحدود دوری سے، q_1 سے r فاصلے کے اس نقطہ پر لایا جائے تو، کیا گیا کام q_2 اور اس نقطہ پر موجود برقی قواہ کے حاصل ضرب کے برابر ہوگا۔ لہٰذا ہم رکھتے ہیں۔

$$W = q_2 V$$

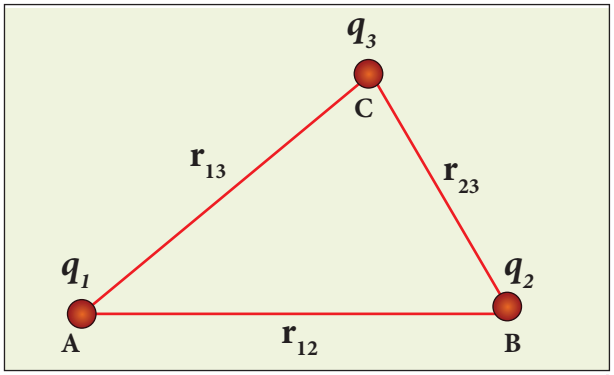
یہی کیا گیا کام، r فاصلے سے جدا کئے گئے q_1 اور q_2 باروں کے ایک نظام کی برق سکونی توانائی بالقواہ U کے طور پر ذخیرہ اندوز ہوتا ہے۔ لہٰذا ہمارے پاس موجود ہے۔

$$U = q_2 V = \frac{1}{4\pi\epsilon_\circ}\frac{q_1 q_2}{r} \qquad (1.45)$$

یہ برق سکونی توانائی بالقواہ دو نقطوی باروں کے درمیانی فاصلے ہی پر منحصر ہوتی ہے۔ درحقیقت، مساوات (1.45) یہ تصور کرکے اخذ کی گئی ہے کہ q_1 ثبت شدہ ہے اور q_2 کو لامحدود دوری سے لایا گیا ہے۔ یہ مساوات (1.45) اس وقت بھی درست ہی ہوتی ہے جب q_2 کو ثبت شدہ رکھ کر q_1 کو لامحدود دوری سے لایا جائے یا دونوں q_1 اور q_2 کو بیک وقت لامحدود دوری سے ان کے درمیان کے r فاصلے تک لایا جائے۔

تین باریں مندرجۂ ذیل تشکیل پر ترتیب پاتے ہیں جیسا کہ خاکہ 1.28 میں بتایا گیا ہے۔

کل برق سکونی توانائی بالقواہ کا محاسبہ کرنے کے لئے ہم مندرجۂ ذیل طریقہ کو اپناتے ہیں۔ ہم یکے بعد دیگر تمام باروں کو لاکر خاکہ 1.28 میں بتائے گئے تشکیل کے لحاظ سے ترتیب دیتے ہیں۔



خاکہ 1.28 نقطوی باروں کے مجموعے کے لئے برق سکونی توانائی بالقواہ

(i) بار q_1 کو لامحدود دوری سے نقطہ A تک لانے کے لئے کسی کام کے کئے جانے کی ضرورت نہیں پڑتی کیوں کہ q_1 بار کے آس پاس میں کوئی اور بار پہلے سے موجود نہیں ہوتا۔

(ii) دوسرے بار q_2 کو نقطہ B پر لانے کے لئے q_1 سے پیدا ہونے والے برقی میدان کے خلاف کام کا کیا جانا ضروری ہے۔ اس لئے q_2 بار پر کیا گیا کام $W = q_2$ ہے۔ یہاں V_{IB}، B مقام پر q_1 بار کی وجہ سے بننے والی برق سکونی قواہ ہے۔

$$U_I = \frac{1}{4\pi\epsilon_\circ}\frac{q_1 q_2}{r_{12}} \qquad (1.46)$$

نوٹ کریں کہ q_2 کو q_1 سے پہلے لے آنے پر بھی یہ مساوات ایسی ہی رہتی ہے۔

(iii) اسی طرح C مقام پر q_3 بار کو لانے کے لئے، q_1 اور q_2 دونوں باروں سے پیدا ہونے والے کل برقی میدان کے خلاف میں کام کیا جانا چاہئے۔ اس لئے q_3 بار کو لانے کے لئے کیا گیا کام $W = q_3\,(V_{1C} + V_{2C})$ ہے۔ یہاں V_{1C}، C مقام پر q_1 بار کی وجہ سے بننے والی برق سکونی قواہ ہے اور V_{2C}، C مقام پر q_2 بار کی وجہ سے بننے والی برق سکونی قواہ ہے۔

برق سکونی توانائی بالقواہ یہ ہوگی۔

$$U_{II} = \frac{1}{4\pi\epsilon_\circ}\left(\frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{q_2 q_3}{r_{23}}\right) \qquad (1.47)$$

(iv) مساوات 1.46 اور 1.47 کو جمع کرنے پر q_1، q_2 اور q_3 نامی تین باروں کے نظام کے لئے بننے والی کل برق سکونی توانائی بالقواہ $U = U_I + U_{II}$ ہے۔

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_\circ}\left(\frac{q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{q_2 q_3}{r_{23}}\right) \qquad (1.48)$$

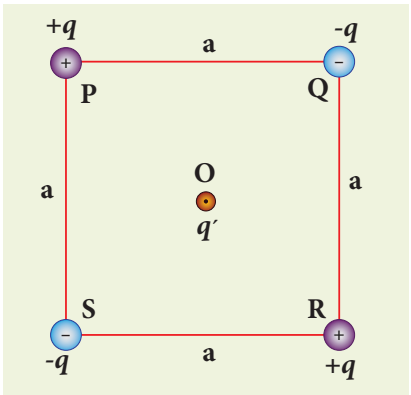
نوٹ کریں کہ یہ ذخیرہ اندوز توانائی بالقواہ U، دئے گئے مقامات پر تینوں باروں کو جمع کرنے کے لئے کئے گئے، کل بیرونی کام کے برابر ہوتی ہے۔ باروں کو ان کے مقام پر کسی بھی ترتیب میں لانے پر بھی مساوات 1.48، یوں ہی برقرار رہتی ہے۔ چونکہ کولوم کی قوت ایک بقائی قوت ہے، برق سکونی توانائی بالقواہ، باروں کے جمع کرنے کی تشکیل کے طریقے پر منحصر نہیں ہوتی۔

مثال 1.15

ضلع a رکھنے والے PQRS مربع کے چار کناروں پر، چار بار ترتیب پائے ہوئے ہیں جیسا کہ خاکہ میں بتایا گیا ہے۔

(a) دی گئی ترتیب میں ان باروں کو جمع کرنے کے لئے درکار کام کا محاسبہ کریں۔

(b) فرض کریں کہ ان چاروں باروں کو چاروں کناروں پر ثبت کرکے ایک اور بار q' کو ان کے مرکز میں لایا جائے تو اس کے لئے مزید کتنا کام درکار ہے؟



حل

(a) مربع کے کناروں میں باروں کو ترتیب دینے کے لئے کیا جانے والا کام، اس کی ترتیبی پر منحصر نہیں ہوتا۔ ہم کوئی بھی ترتیب اختیار کرسکتے ہیں۔

(i) سب سے پہلے +q کو P کنارے پر لایا جاتا ہے۔ اس کو لانے کے لئے کوئی کام نہیں کیا جاتا کیونکہ وہاں پہلے سے کوئی بھی بار موجود نہیں ہے۔ $W_P = 0$

(ii) -q بار کو Q کنارے پر لانے کے لئے درکار کام $P \times (-q)$ ہے۔ P مقام پر موجود +q کی وجہ سے Q پر بننے والی قواہ

$$W_Q = -q \times \frac{1}{4\pi\epsilon_\circ}\frac{q}{a} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_\circ}\frac{q^2}{a}$$

(iii) +q بار کو R کنارے پر لانے کے لئے درکار کام = q × "P اور Q مقامات پر موجود باروں کی وجہ سے R پر بننے والی قواہ" کا حاصل ضرب ہے۔

$$W_R = q \times \frac{1}{4\pi\epsilon_\circ}\left(-\frac{q}{a}+\frac{q}{\sqrt{2}a}\right)$$
$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_\circ}\frac{q^2}{a}\left(-1+\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

(iv) -q بار کو S کنارے پر لانے کے لئے درکار کام = -q × P، Q اور R مقامات پر موجود باروں کی وجہ سے S پر بننے والی قواہ ہے۔

$$W_S = -q \times \frac{1}{4\pi\epsilon_\circ}\left(\frac{q}{a}+\frac{q}{a}-\frac{q}{\sqrt{2}a}\right)$$
$$W_S = -\frac{1}{4\pi\epsilon_\circ}\frac{q^2}{a}\left(2-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

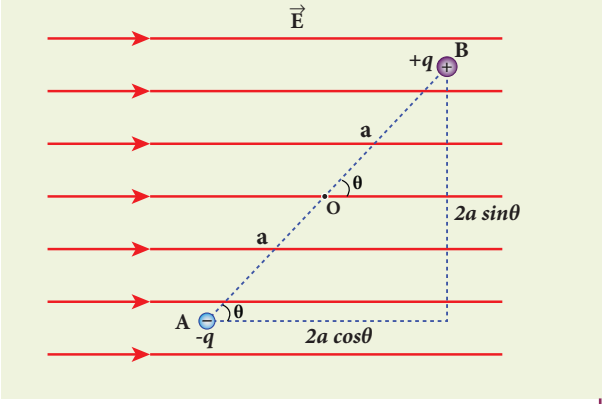
(b) q' بار کو مربع کے مرکز پر لانے کے لئے درکار کام = q' × تمام چار باروں کی وجہ سے مرکز 'O' پر بننے والی قواہ ہے۔

دو +q باروں سے بننے والی قواہ، مخالف کناروں پر موجود دو -q باروں سے بننے والی قواہ کو منقطع کردیتی ہے۔ لہذا مرکز 'O' پر تمام باروں کی وجہ سے بننے والی کل برقی قواہ صفر ہوگی۔ لہذا، کسی بار کو مرکز 'O' پر لانے کے لئے کسی کام کی ضرورت نہیں ہوتی۔ طبیعی طور پر اس سے یہ معلوم ہوتا ہے کہ اگر کسی بار q' کو مرکز O کے قریب لایا جائے تو وہ بغیر کسی بیرونی قوت کے خود بخود 'O' کے مقام پر پہنچ جاتا ہے۔

1.5.7 ایک یکساں برقی میدان میں ایک قطبین کی برق سکونی توانائی بالقواہ

Electrostatic potential energy of a dipole in a uniform electric field

ایک یکساں برقی میدان میں رکھے گئے ایک قطبین کا تصور کریں جیسا کہ خاکہ 1.29 میں بتایا گیا ہے۔ جب ایک قطبین کسی یکساں برقی میدان $\vec{E}$ میں رکھا جاتا ہے تو وہ ایک قوت گدشہ سے دو چار ہوتا ہے۔ یہ قوت گدشہ قطبین کو برقی میدان کی سمت میں رکھنے کی کوشش کرتی ہے۔ قطبین کو (مستقل زاویائی سمتی رفتار کے ساتھ) اس کے ابتدائی زاویہ θ' سے ایک اور زاویہ θ تک برقی میدان سے برآمد ہونے والی قوت گدشہ کے خلاف گھمانے کے لئے قطبین پر ایک مساوی اور مخالف بیرونی قوت گدشہ بھیجی جانی چاہئے۔



خاکہ 1.29 ایک یکساں برقی میدان میں موجود قطبین

قطبین کو ایک مستقل زاویائی سمتی رفتار کے ساتھ θ' سے θ کے زاویہ تک گھمانے کے لئے بیرونی قوت گدشہ سے کیا گیا کام یہ ہے ۔

$$W = \int_{\theta'}^{\theta} \tau_{ext}\, d\theta \qquad (1.49)$$

چونکہ $\vec{\tau}_{ext}$ ، $\vec{\tau}_E = \vec{p} \times \vec{E}$ کے مساوی اور مخالف ہے، ہم حاصل کرتے ہیں۔

$$|\vec{\tau}_{ext}| = |\vec{\tau}_E| = |\vec{p} \times \vec{E}| \qquad (1.50)$$

مساوات (1.50)کو مساوات (1.49) میں حل کرنے پر ہم حاصل کرتے ہیں۔

$$W = \int_{\theta'}^{\theta} pE \sin\theta \, d\theta$$
$$W = pE(\cos\theta' - \cos\theta)$$

کیا گیا کام، زاویائی مقامات θ اور θ' کے درمیان موجود توانائی بالقواہ کے فرق کے برابر ہوتا ہے۔

$$U(\theta) - U(\theta') = \Delta U = -pE\cos\theta + pE\cos\theta'$$

اگر ابتدائی زاویہ θ'=90 ہے اور اسے حوالہ کے نقطے کے طور پر لے لیا جائے تو پھر $U(\theta') = pE\cos 90^\circ = 0$

یکساں برقی میدان میں رکھے گئے قطبین کے نظام میں ذخیرہ اندوز توانائی کو یوں پیش کیاجاتا ہے۔

$$U = -pE\cos\theta = -\vec{p}\cdot\vec{E} \qquad (1.51)$$

P اور E کے علاوہ توانائی بالقواہ، بیرونی برقی میدان کے لحاظ سے برقی قطبین کی سمت بندی θ پر بھی منحصر ہوتی ہے۔

بیرونی برقی میدان کے ساتھ جب قطبین کی سمت بندی غیر متوازی ہوتی ہے، $(\theta = \pi)$ تو، توانائی بالقواہ سب سے زیادہ ہوتی ہے اور جب قطبین کی سمت بندی بیرونی برقی میدان کے ساتھ متوازی ہوتی ہے، $(\theta = 0^0)$ تو توانائی بالقواہ سب سے کم ہوتی ہے۔

مثال 1.16

ایک آبی سالمہ $6.3\text{x}10^{-30}$ سم کی برقی قطبینی حرکت رکھتا ہے۔ ایک نمونے میں 10^{22} آبی سالمے ہیں جس میں تمام قطبینی حرکتیں $3\text{x}10^5 \text{NC}^{-1}$ مقدار کے بیرونی برقی مقدار کے متوازی طور پر سمت بند ہوئی ہیں۔ تمام آبی سالموں کو $\theta = 0^0$ سے 90^0 تک گھمانے کے لئے درکار کام کی مقدار کیا ہوگی؟

حل

جب تمام آبی سالمے برقی میدان کی سمت میں سمت بند ہوتے ہیں تو ان میں سب سے کم توانائی بالقواہ پائی جاتی ہے۔ قطبین کو $\theta = 0^0$ سے 90^0 تک گھمانے کے لئے کیاجانے والا کام، ان دو سمت بندیوں کے درمیان موجود توانائی بالقواہ کے فرق کے برابر ہوتا ہے۔

$$W = \Delta U = U(90^\circ) - U(0^\circ)$$

مساوات (1.51) کی مدد سے ہم یہ لکھتے ہیں، $U = -pE\cos\theta$, اس کے بعد ہم ایک آبی سالمے کو $\theta = 0^0$ سے 90^0 تک گھمانے کے لئے درکار کام کی مقدار کو دریافت کرتے ہیں۔

ایک آبی سالمے کے لئے

$$W = -pE\cos 90^\circ + pE\cos 0^\circ = pE$$
$$W = 6.3\times10^{-30}\times3\times10^5 = 18.9\times10^{-25}\text{J}$$

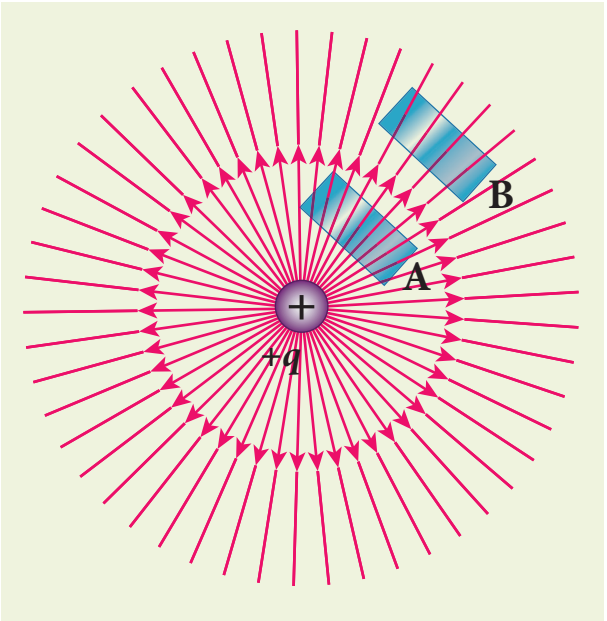
10^{22} آبی سالموں کے لئے کل کیا گیا کام یہ ہے،

$$W_{tot} = 18.9\times10^{-25}\times10^{22} = 18.9\times10^{-3}\text{J}$$

1.6 گاس کا کلیہ اور اس کے استعمالات
Gauss law and its Applicatons

1.6.1 برقی بہاؤ Electric Flux

برقی میدان کے عمود میں رکھے گئے ایک دئے گئے رقبے کے ذریعہ گذرنے والے برقی میدانی خطوط کی تعداد برقی بہاؤ کہلاتی ہے۔ یہ عام طور پر یونانی حرف Φ_E سے ظاہر کی جاتی ہے اور اس کی اکائی Nm^2C^{-1} ہے۔ برقی بہاؤ ایک عددی مقدار ہے اور یہ مثبت یا منفی بھی ہوسکتی ہے۔ برقی بہاؤ کو آسانی سے سمجھنے کے لئے مندرجۂ ذیل خاکہ 1.30 مفید ثابت ہوتا ہے ۔



خاکہ 1.30 برقی بہاؤ

اس خاکہ میں ایک نقطوی بار کا برقی میدان بتایا گیا ہے۔ A اور B علاقوں پر میدان کے عمودی طور پر رکھے گئے مستطیلی رقبے والے دو چھوٹے خطوں کا تصور کریں۔ ان خطوں کا رقبہ مساوی رہنے کے باوجود علاقہ A میں، خطے کے آر پار گزرنے والی برقی میدانی خطوط کی تعداد علاقہ B میں خطے کے آر پار گذرنے والی برقی میدانی خطوط سے زیادہ ہوتی ہے۔ لہذا خطہ A میں موجود برقی بہاؤ خطہ B میں موجود برقی بہاؤ سے زیادہ ہے۔ چونکہ فاصلے کے بڑھنے سے ایک نقطوی بار کے لئے برقی میدانی طاقت گھٹتی جاتی ہے چونکہ فاصلے کے بڑھنے سے برقی بہاؤ بھی گھٹتا ہے۔ اوپر بتائی گئی باتیں برقی بہاؤ سے متعلق سمجھنے کے لئے کافی ہیں۔ بہر حال برقی بہاؤ کی ایک بالکل ٹھیک تعریف کی ضرورت ہے۔

یکساں برقی میدان کے لئے برقی بہاؤ

خلاء کے ایک علاقے میں ایک یکساں برقی میدان کا تصور کریں۔ آیئے ہم برقی میدانی خطوط کے عمود میں ایک رقبہ A کا انتخاب کریں جیسا کہ خاکہ 1.31(a) میں بتایا گیا ہے۔ اس معاملے کے لئے برقی بہاؤ یہ ہے ۔

$$\Phi_E = EA \qquad (1.52)$$

فرض کریں کہ اگر اسی رقبہ کو برقی میدان کے متوازی طور پر رکھا جائے تو اس رقبہ A کے ذریعہ کوئی بھی برقی میدانی خط نہیں گزرتا جیسا کہ خاکہ 1.31(b) میں بتایا گیا ہے۔ اس معاملے کے لئے برقی بہاؤ صفر ہے۔

$$\Phi_E = 0 \qquad (1.53)$$

اگر اسی رقبہ کو برقی میدان کے ساتھ کے ایک زاویے پر رکھا جائے تو اس رقبہ کے عمود میں موجود برقی میدان کا جزء ہی اس برقی بہاؤ میں حصہ لیتا ہے۔ اس رقبہ کے متوازی طور پر موجود برقی میدان کا جزء برقی بہاؤ میں حصہ نہیں لیتا ہے۔ اس کو خاکہ 1.31(C) میں بتایا گیا ہے۔ اس معاملے کے لئے برقی بہاؤ یہ ہے،

$$\Phi_E = (E\cos\theta)\, A \qquad (1.54)$$

اس کے علاوہ برقی میدان اور رقبہ کی عمودی سمت کا درمیانی زاویہ بھی θ ہے۔ لہذا عام طور پر، یکساں برقی میدان کے لئے برقی بہاؤ کی تعریف یوں کی جاتی ہے۔

$$\Phi_E = \vec{E}\cdot\vec{A} = EA\cos\theta \qquad (1.55)$$

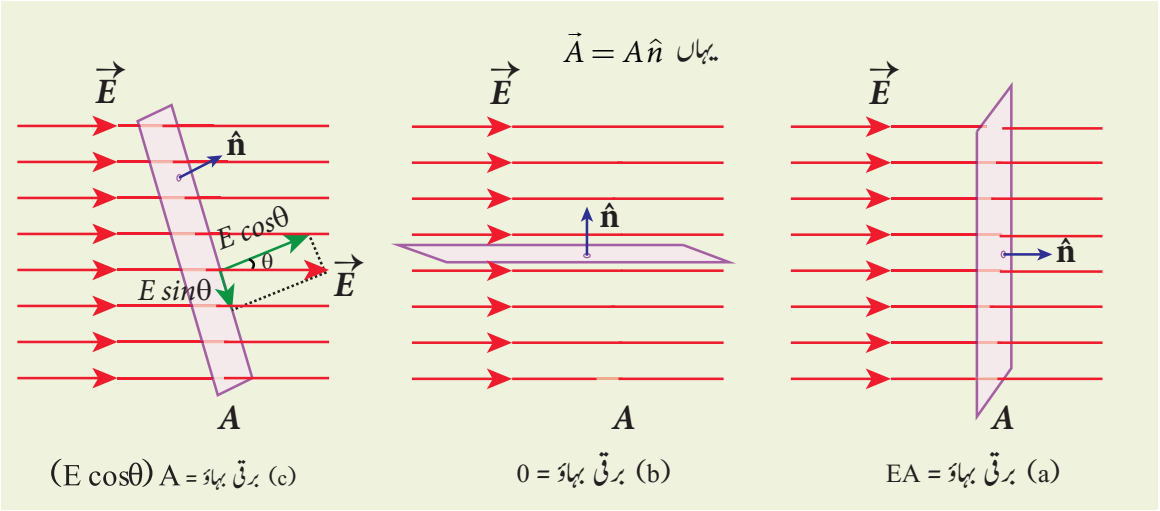
یہاں نوٹ کریں کہ $\vec{A}$ رقبہ کی سمتیہ $\vec{A} = A\hat{n}$ ہے۔ اس کی قدری مقدار رقبہ ہی ہے اور اس کی سمت رقبہ کے عمودی پائی جانے والی اکائی سمتیہ $\hat{n}$ کے تحت ہوتی ہے جیسا کہ خاکہ 1.31 میں بتایا گیا ہے۔ بہاؤ کے اس تعارف، $\Phi_E = \vec{E}\cdot\vec{A}$ کی مدد سے مساوات 1.53 اور 1.54 کو خصوصی معاملات کے طور پر ماخوذ کیا جاسکتا ہے۔

خاکہ 1.31(a) میں $\theta = 0^\circ$ ہے۔ چنانچہ

$$\Phi_E = \vec{E}\cdot\vec{A} = EA$$

خاکہ 1.31(b) میں $\theta = 90^\circ$ ہے۔ چنانچہ

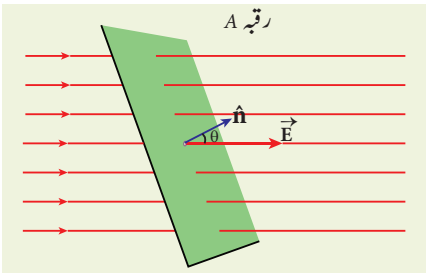
$$\Phi_E = \vec{E}\cdot\vec{A} = 0$$



خاکہ 1.31 یکساں برقی میدان کے لئے برقی بہاؤ۔

مثال 1.17

100NC^{-1} کے ایک یکساں برقی میدان کے خطے میں رکھے گئے 5 سم اور 10 سم ضلع والے مستطیلی رقبے کے ذریعہ گزرنے والی برقی بہاؤ کا محاسبہ کریں۔ زاویہ $\theta=60°$ ہے۔ اگر θ صفر ہو جائے تو برقی بہاؤ کیا ہو گا؟



حل

مستطیلی رقبے کے ذریعہ برقی بہاؤ یہ ہے۔

$$\Phi_E = \vec{E}\cdot\vec{A} = EA\cos\theta$$
$$= 100\times5\times10\times10^{-4}\times\cos60°$$
$$\Phi_E = 0.25\,\text{Nm}^2\text{C}^{-1}$$

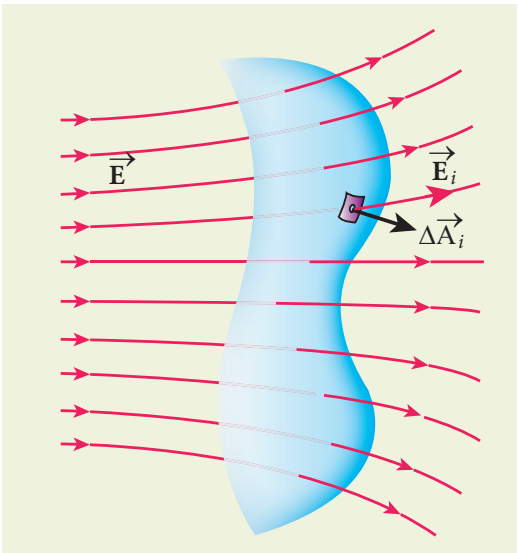
$\theta=0^0$ کے لئے

$$\Phi_E = \vec{E}\cdot\vec{A} = EA$$
$$= 100\times5\times10\times10^{-4}$$
$$= 0.5\,\text{Nm}^2\text{C}^{-1}$$

ایک غیر یکساں برقی میدان میں رکھے گئے ایک بے قاعدہ رقبہ سے گزرنے والا برقی بہاؤ

فرض کریں کہ برقی میدان مساوی نہیں ہے اور رقبہ بھی ایک مسطح سطح نہیں رکھتا ہو۔ تو پھر کل رقبے کو $\Delta\vec{A}_1, \Delta\vec{A}_2, \Delta\vec{A}_3 ..... \Delta\vec{A}_n$ کے چھوٹے چھوٹے n تعداد کے خطوں میں تقسیم کیا جاسکتا ہے، یہاں تک کہ ہر چھوٹا خطہ ایک باقاعدہ شکل رکھتا ہو اور ہر خطے پر گزرنے والا برقی میدان اس خطے کے حد تک مساوی معلوم ہوتا ہو۔

کل رقبہ A کے لئے برقی بہاؤ اندازاً اس طرح لکھا جاتا ہے۔



خاکہ 1.32 غیر یکساں برقی میدان کے لئے برقی بہاؤ

$$\Phi_E = \vec{E}_1 \cdot \Delta\vec{A}_1 + \vec{E}_2 \cdot \Delta\vec{A}_2 + \vec{E}_3 \cdot \Delta\vec{A}_3 ..... \vec{E}_n \cdot \Delta\vec{A}_n$$
$$= \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i \cdot \Delta\vec{A}_i \qquad (1.56)$$

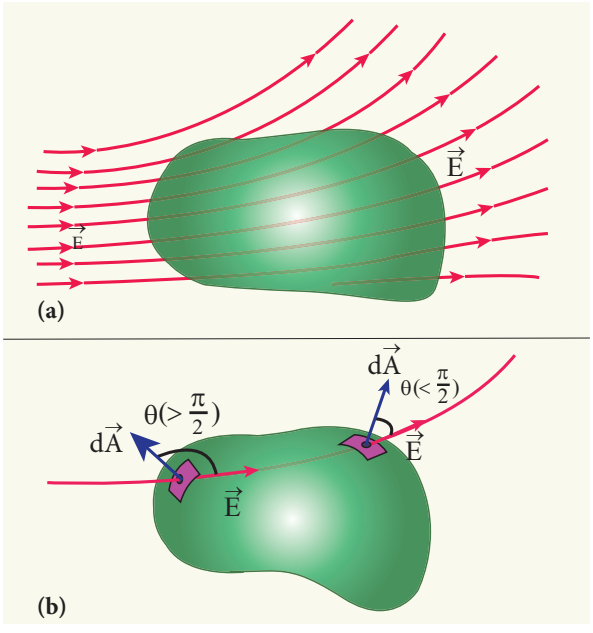
تمام 'i' کے لئے $\Delta\vec{A}_i \to 0$ کی حد کو لے کر مساوات 1.56 کا مجموعہ مربوطیہ (integration) بنتا ہے۔ لہذا کل رقبہ کے لئے برقی بہاؤ یوں پیش کیا جاتا ہے۔

$$\Phi_E = \int \vec{E} \cdot d\vec{A} \qquad (1.57)$$

مساوات (1.57) سے یہ واضح ہوتا ہے کہ ایک دی گئی سطح کے لئے، برقی بہاؤ، سطحی رقبہ پر برقی میدان کی ترتیب اور برقی میدان کے لحاظ سے سطح کی سمت بندی ان دونوں پر منحصر ہوتا ہے۔

1.6.2 بند سطحوں کے لئے برقی بہاؤ
Electric flux for closed surfaces

پچھلے حصہ میں ایک بے قاعدہ منحنی سطح کے لئے برقی بہاؤ کے بارے میں بحث ہوئی۔ فرض کریں کہ اگر غیر یکساں برقی میدان کے علاقے میں ایک بند سطح موجود ہے جیسا کہ خاکہ 1.33(a) میں بتایا گیا ہے۔



خاکہ 1.33 ایک بند سطح میں ہونے والا برقی بہاؤ

اس بند سطح کے ذریعہ ہونے والا کل بہاؤ اس طرح لکھا جاتا ہے۔

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} \qquad (1.58)$$

مساوات (1.57) اور (1.58) کے درمیان موجود فرق کو نوٹ کریں۔ مساوات 1.58 میں موجود مربوطیہ (انٹیگریشن) ایک بند سطحی انٹیگریشن ہے اور ہر چھوٹے خطے کے لئے $d\vec{A}$ کی سمت بیرونی عمود ہی ہے جیسا کہ خاکہ 1.33(b) میں بتایا گیا ہے۔

ایک بند سطح کے اوپر موجود کل برقی بہاؤ کی قیمت مثبت یا منفی یا صفر بھی ہوسکتی ہے۔ خاکہ 1.33(b) میں یہ بتایا گیا ہے کہ پہلے چھوٹے سے خطے میں $d\vec{A}$ اور $\vec{E}$ کا درمیانی زاویہ $90°$ سے کم ہے، تو پھر وہاں پر برقی بہاؤ کی قیمت مثبت ہوگی اور دوسرے چھوٹے سے خطے میں $d\vec{A}$ اور $\vec{E}$ کا درمیانی زاویہ $90°$ سے زیادہ ہے اور اس لئے وہاں برقی بہاؤ منفی ہوگا۔

عام طور پر جہاں برقی میدانی خطوط بند سطح کے اندر جاتے ہیں، وہاں برقی بہاؤ منفی ہوتا ہے اور جہاں برقی میدانی خطوط بند سطح سے باہر نکلتے ہیں۔ وہاں برقی بہاؤ مثبت ہوتا ہے۔

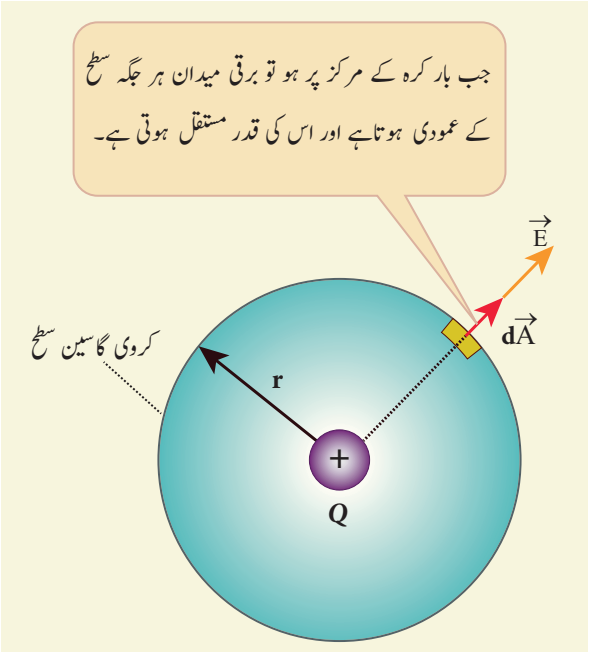
1.6.3 گاس کا کلیہ Gauss law

ایک مثبت نقطوی بار Q، r نصف قطر والے ایک مجازی کرہ سے گھرا ہوا ہے جیسا کہ خاکہ 1.34 میں بتایا گیا ہے۔ ہم مساوات 1.58 کی مدد سے کرہ کی بند سطح کے ذریعہ ہونے والے کل برقی بہاؤ کا محاسبہ کرسکتے ہیں۔

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \oint E\, dA \cos\theta$$

نقطوی بار کے برقی میدان کی سمت کرہ کی سطح کے تمام نقطوں پر اشعاعی طور پر بیرونی جانب ہوتی ہے۔ چنانچہ چھوٹا خطہ $d\vec{A}$ کی سمت برقی میدان $\vec{E}$ کے ساتھ ہوتی ہے اور $\theta = 0°$ ہے۔

$$\Phi_E = \oint E\, dA \qquad \text{چونکہ } \cos 0^0 = 1 \text{ ہے،} \qquad (1.59)$$



خاکہ 1.34 نقطوی بار کا کل برقی بہاؤ

کرہ کی سطح پر برقی میدان E مساوی ہوتا ہے

$$\Phi_E = E\oint dA \qquad (1.60)$$

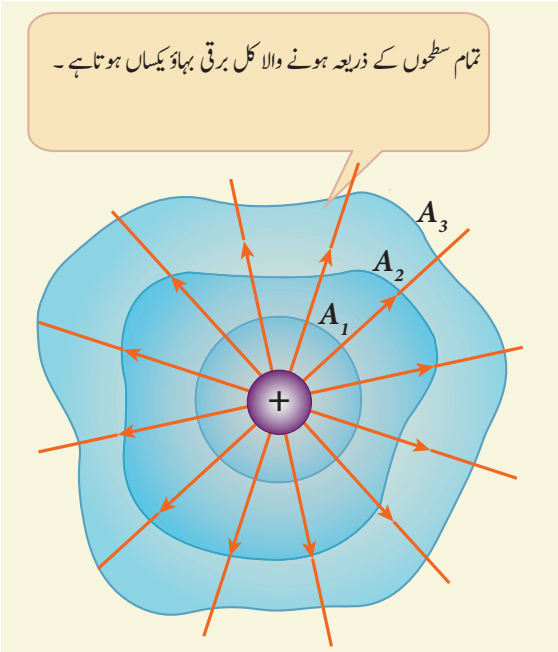
مساوات (1.60) میں $\oint dA = 4\pi r^2$ اور $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r^2}$ کی قیمتیں حل کرنے پر ہم حاصل کرتے ہیں

$$\Phi_E = \frac{1}{4\pi\epsilon_\circ}\frac{Q}{r^2}\times 4\pi r^2 = 4\pi\frac{1}{4\pi\epsilon_\circ}Q$$

$$\Phi_E = \frac{Q}{\epsilon_\circ} \qquad (1.61)$$

مساوات 1.61 گاس کا کلیہ کہلاتی ہے۔

اس نتیجہ کا سب سے اہم ترین نکتہ یہ ہے کہ مساوات (1.61) Q بار کو گھیرنے والی کسی بھی شکل کی سطح کے لئے درست ثابت ہوتی ہے جیسا کہ خاکہ 1.35 میں بتایا گیا ہے۔ یہ بھی دیکھا گیا کہ A_1، A_2 اور A_3 تمام بند سطحوں کے لئے برقی بہاؤ یکساں پایا جاتا ہے جیسا کہ خاکہ 1.35 میں بتایا گیا ہے۔



خاکہ 1.35 بے قاعدہ شکل والی سطح کے لئے گاس کا کلیہ

گاس کا کلیہ یہ بیان کرتا ہے کہ اگر Q بار کسی بھی شکل کی سطح سے گھرا ہوا ہو تو پھر اس بند سطح کے ذریعہ ہونے والا کل برقی بہاؤ Φ_E یہ ہے۔

$$\Phi_E = \oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{Q_{encl}}{\epsilon_\circ} \qquad (1.62)$$

جہاں Q_{encl} بند سطح کے اندر موجود باروں کو ظاہر کرتا ہے۔

گاس کے کلیے کی وضاحت

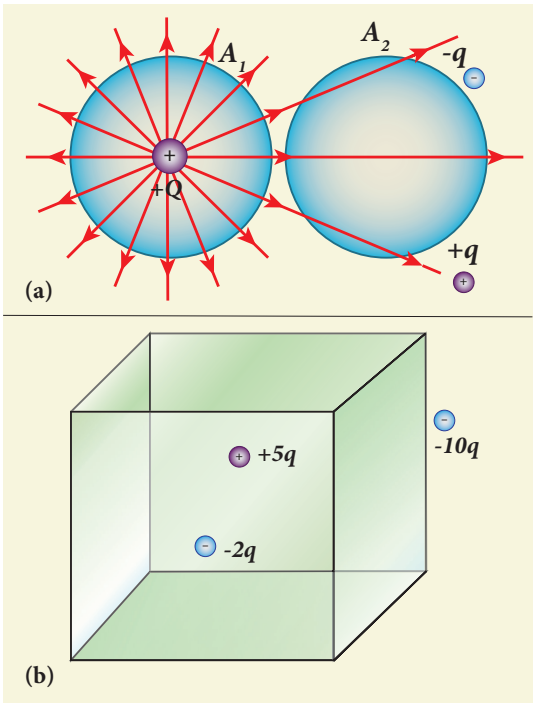
(i) بند سطح کے ذریعہ ہونے والا برقی بہاؤ سطح سے گھرے ہوئے باروں ہی پر منحصر ہوتا ہے جب کہ سطح کے باہر موجود باروں پر منحصر نہیں ہوتا اور نہ ہی بند سطح کی شکل پر منحصر ہوتا ہے۔ اس کی کوئی بھی شکل منتخب کی جاسکتی ہے۔

(ii) کل برقی بہاؤ بند سطح کے اندر موجود باروں کے مقام پر بھی منحصر نہیں ہوتا۔

(iii) مساوات (1.62) کو حاصل کرنے کے لئے ہم نے ایک مجازی کروی سطح کا انتخاب کیا۔ یہ تصوری کروی سطح Gaussian گاسین سطح کہلاتی ہے۔ انتخاب کی جانے والی گاسین سطح کی شکل باروں کی تشکیل کی قسم اور باروں کی اس تشکیلی میں موجود ہم آہنگی کی قسم پر منحصر ہوتی ہے۔ مثلاً ایک نقطوی بار کے لئے برقی میدان کروی طور پر ہم آہنگی رکھتا ہے چنانچہ کروی شکل کی گاسین سطح کا انتخاب کیا جائے گا۔ باروں کی تشکیلی کے دوسرے اقسام کے لئے استوانہ نما یا سطحی نما (Planar) گاسی سطحوں کا انتخاب کیا جاسکتا ہے۔

(iv) مساوات 1.61 کے LHS میں، برقی میدان $\vec{E}$ گاسین سطح کے اندر اور باہر موجود باروں کی وجہ سے ہوتا ہے مگر بار Q_{encl} صرف ان باروں کی نشاندہی کرتا ہے جو گاسین سطح کے اندر ہی پائے جاتے ہیں۔

مثال 1.18



(i) خاکہ (a) میں A_1 اور A_2 بند علاقوں کے ذریعہ برقی بہاؤ کی دریافت کریں۔

(ii) خاکہ (b) میں مکعب کے ذریعہ بہنے والے برقی بہاؤ کا محاسبہ کریں۔

حل

(i) خاکہ (a) میں A_1 کا علاقہ Q بار کو گھیرے ہوئے ہے۔ لہذا اس بند سطح A_1 کے ذریعہ ہونے والا برقی بہاؤ $\frac{Q}{\epsilon_0}$ ہے۔ مگر بند سطح A_2 کے اندر کوئی بھی بار موجود نہیں ہے۔ لہذا A_2 کے ذریعہ ہونے والا برقی بہاؤ صفر ہے۔

(ii) خاکہ (b) میں مکعب کے اندر موجود کل بار 3q ہے اور اس لئے مکعب کے اندر ہونے والا کل برقی بہاؤ $\Phi_E = \frac{3q}{\epsilon_0}$ ہے۔ نوٹ کریں کہ -10q والا بار مکعب کے باہر موجود ہے اور وہ مکعب کی سطح کے ذریعہ ہونے والے کل بہاؤ میں کوئی حصہ نہیں لیتا۔

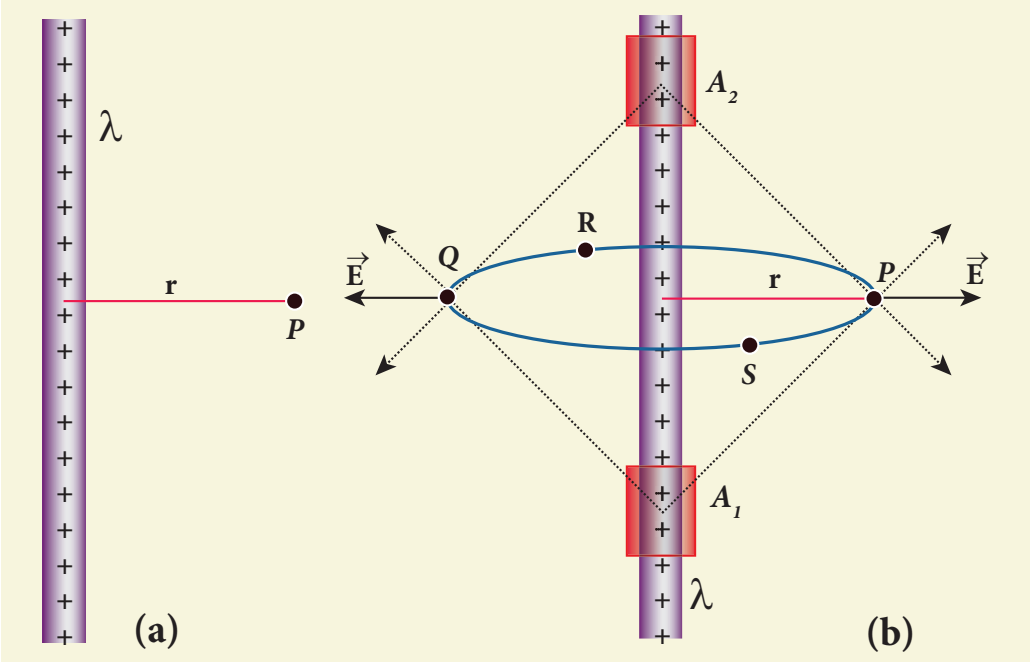
1.6.4 گاس کے کلیے کے استعمالات
Applications of Gauss Law

باروں کی کسی بھی بے قاعدہ تشکیل کی وجہ سے پیدا ہونے والے برقی میدان کو کولوم یا گاس کے کلیے کی مدد سے معلوم کرلیا جاسکتا ہے۔ باروں کی تشکیلی اگر کسی قسم کی ہم آہنگی رکھتی ہے تو اس میں موجود برقی میدان کی دریافت کرنے کے لئے گاس کا کلیہ بہت ہی مناسب معلوم ہوتا ہے۔ اس کو مندرجۂ ذیل معاملات میں سمجھایا گیا ہے۔

(i) لامحدود لمبائی والی ایک بار بردار تار کی وجہ سے پیدا ہونے والا برقی میدان

یکساں خطی باروں کی کثافت (بار فی اکائی لمبائی) λ رکھنے والی ایک لامحدود لمبائی والی ایک بار بردار تار کا تصور کریں۔ فرض کریں کہ تار سے r عمودی فاصلے پر ایک نقطہ P موجود ہے (خاکہ 1.36(a))۔ گاس کے کلیہ کی مدد سے P نقطہ پر موجود برقی میدان معلوم کیا جاسکتا ہے۔

ہم تار پر موجود دو چھوٹے خطوں A_1 اور A_2 کا انتخاب کرتے ہیں جو P نقطہ سے مساوی دوری پر پائے جاتے ہیں۔ بار کے ان دو چھوٹے حصوں کی وجہ سے پیدا ہونے والا برقی میدان اشعاعی طور پر بار بردار تار کے بیرونی طرف سمت بند ہوتا ہے اور اس برقی میدان کی مقدار r نصف قطر کے دائرے پر موجود تمام نقطوں کے لئے مساوی ہوتا ہے۔ اسے خاکہ 1.36(b) میں بتایا



خاکہ 1.36 لامحدود لمبائی والی ایک بار بردار تار کی وجہ سے پیدا ہونے والا برقی میدان

گیا ہے۔ چونکہ بار بردار تار ایک استوانہ نما ہم آہنگی رکھتی ہے۔ آیئے ہم ایک استوانہ نما گاسین سطح کا انتخاب کرلیں جس کا نصف قطر r اور لمبائی L ہے۔ جیسا کہ خاکہ 1.37 میں بتایا گیا ہے۔

اس بند سطح کے ذریعہ ہونے والا برقی بہاؤ اس طرح معلوم کیا جاتا ہے۔

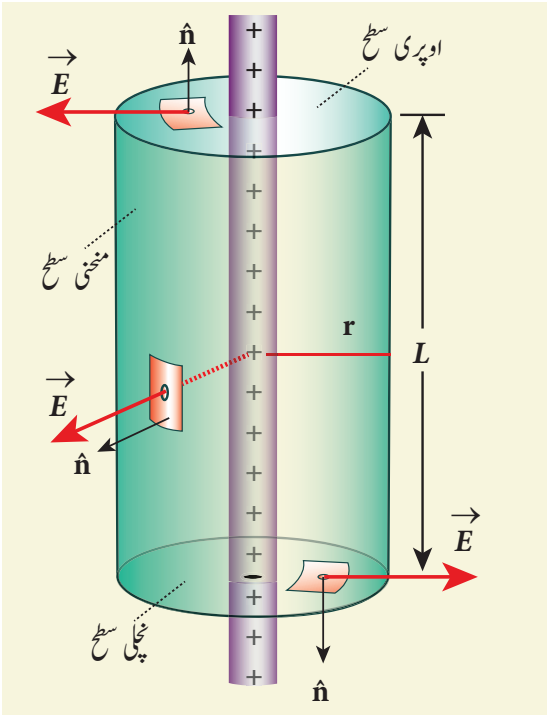
$$\Phi_E = \oint \vec{E}\cdot d\vec{A}$$
$$= \int_{\text{منحنی سطح}} \vec{E}\cdot d\vec{A} + \int_{\text{اوپری سطح}} \vec{E}\cdot d\vec{A} + \int_{\text{نچلی سطح}} \vec{E}\cdot d\vec{A} \qquad (1.63)$$

خاکہ 1.37 کی مدد سے یہ دیکھا گیا ہے کہ منحنی سطح کے لئے $\vec{E}$ ، $\vec{A}$ کے متوازی ہوتا ہے اور $\vec{E}\cdot d\vec{A} = E\,dA$ کے برابر ہوتا ہے اوپر اور نیچے کی سطحوں کے لئے $\vec{E}$ ، $\vec{A}$ عمودی ہوتا ہے اور $\vec{E}\cdot d\vec{A} = 0$ ہے۔

ان قیمتوں کو مساوات (1.63) میں حل کرنے پر اور استوانہ نما سطح کے لئے گاس کے کلیے کا استعمال کرنے پر ہم حاصل کرتے ہیں ۔

$$\Phi_E = \int_{\text{منحنی سطح}} E\,dA = \frac{Q_{encl}}{\epsilon_\circ} \qquad (1.64)$$

چونکہ کل منحنی سطح کے لئے برقی میدان کی قدری مقدار مستقل ہوا کرتی ہے، E کو مربوطیہ (integration) سے باہر نکال



خاکہ 1.37 استوانہ نما گاسین سطح

لیا جاتا ہے اور $Q_{encl} = \lambda L$ کو Q_{encl} کے طور پر پیش کیا جاتا ہے جس میں λ باروں کی خطی کثافت (فی اکائی لمبائی موجود بار) ہے۔

$$E\int_{\text{منحنی سطح}} dA = \frac{\lambda L}{\epsilon_\circ} \qquad (1.65)$$

یہاں $2\pi rL$ = منحنی سطح کا کل رقبہ $= \int_{\text{منحنی سطح}} dA$ ہے۔

اسے مساوات (1.65) میں حل کرنے پر، ہم حاصل کرتے ہیں۔

$$E \cdot 2\pi rL = \frac{\lambda L}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0}\frac{\lambda}{r} \qquad (1.66)$$

سمتیہ طریقے پر،

$$\vec{E} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0}\frac{\lambda}{r}\hat{r} \qquad (1.67)$$

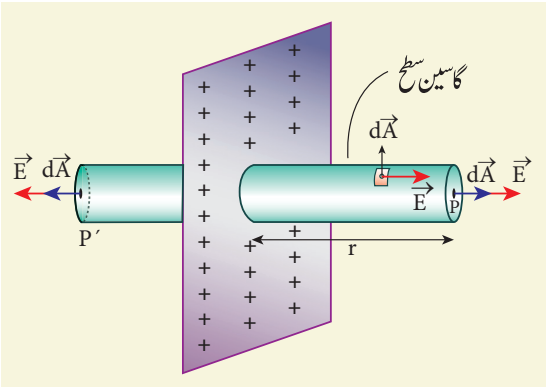
لامحدود لمبائی والی بار بردار تار کی وجہ سے پیدا ہونے والا برقی میدان، $\frac{1}{r^2}$ سے زیادہ $\frac{1}{r}$ پر منحصر ہوتا ہے جو کہ ایک نقطوی بار کے لئے ہے۔

مساوات (1.67) یہ نشاندہی کرتی ہے کہ برقی میدان ہمیشہ تار کے عمودی ($\hat{r}$) سمت میں ہوتا ہے۔ درحقیقت، اگر $\lambda > 0$ ہوتو $\vec{E}$ کی سمت عمودی طور پر ($\hat{r}$) تار سے بیرونی ہوگی اور اگر $\lambda < 0$ ہوتو $\vec{E}$ کی سمت عمودی طور پر ($-\hat{r}$) تار کی اندرونی جانب ہوگی۔

مساوات (1.67) ایک لامحدود لمبائی والی بار بردار تار کے لئے ہی درست ہوتی ہے۔ معلوم شدہ لمبائی والی بار بردار تار کے لئے تمام نقطوں پر برقی میدان کا اشعاعی ہونا ضروری نہیں ہے۔ بہر حال اس قسم کی تار کے لئے مساوات (1.67) تار کے درمیانی نقطہ کے اطراف اور دونوں کناروں سے بہت دور پر ایک حد تک درست معلوم ہوتی ہے۔

(ii) لا محدود بار بردار سطحی ورق (infinite plane sheet) کی وجہ سے بننے والا برقی میدان

باروں کی یکساں سطحی کثافت σ (فی اکائی رقبہ موجود بار) رکھنے والے ایک بار بردار لامحدود سطحی ورق کا تصور کریں۔ فرض کریں کہ P ایک نقطہ ہے جو ورق سے r فاصلے کے دوری پر ہے جیسا کہ خاکہ 1.38 میں بتایا گیا ہے۔



خاکہ 1.38 بار بردار لامحدود سطحی ورق کی وجہ سے بننے والا برقی میدان

چونکہ سطح لامحدود طور پر بڑی ہے تمام نقطوں پر موجود برقی میدان ایک دوسرے سے سطح کے یکساں فاصلے پر یکساں ہوگا اور اس کی سمت اشعاعی طور پر بیرونی جانب ہوگی۔ اب ایک استوانہ نما گاسین سطح کا انتخاب کرلیا جاتا ہے۔ اس کی لمبائی 2r اور اس کا رقبہ A ہوتا ہے، اس طرح کہ منتخب کی گئی گاسین سطح، لامحدود سطحی ورق کے درمیانی حصہ کے ذریعے عمودی طور پر گزر رہی ہوتی ہے۔

استوانہ نما سطح سے منسلک کل برقی بہاؤ

$$\Phi_E = \oint \vec{E}.d\vec{A}$$

$$= \int_{\text{منحنی سطح}} \vec{E}.d\vec{A} + \int_P \vec{E}.d\vec{A} + \int_{P'} \vec{E}.d\vec{A} = \frac{Q_{encl}}{\epsilon_0} \qquad (1.68)$$

برقی میدان منحنی سطح کے تمام نقاط پر چھوٹے خطوں کے عمودی ہوتا ہے اور وہ P اور P' سطحی رقبوں کے متوازی ہوتا ہے (خاکہ 1.38) پھر گاس کے کلیہ کی مدد سے

$$\Phi_E = \int_P E\,dA + \int_{P'} E\,dA = \frac{Q_{encl}}{\epsilon_0} \qquad (1.69)$$

چونکہ ان دو مساوی اور مسطح سطحوں پر موجود برقی میدان کی مقدار یکساں ہوتی ہے۔ E کو انٹگریشن کے باہر نکال لیا جاتا ہے اور Q_{encl} کو $Q_{encl} = \sigma A$ کے طور پر پیش کیا جاتا ہے۔ ہم حاصل کرتے ہیں

$$2E\int_P dA = \frac{\sigma A}{\epsilon_0}$$

P یا P′ پر، سطح کا کل رقبہ

$$\int_P dA = A$$

$$2EA = \frac{\sigma A}{\epsilon_0} \quad \text{یا} \quad E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \quad \text{لہٰذا} \qquad (1.70)$$

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\hat{n} \quad \text{سمتیہ کی شکل میں} \qquad (1.71)$$

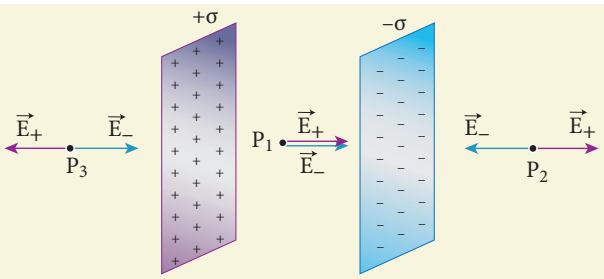
یہاں $\hat{n}$ سطح کے عمودی طور پر بیرونی جانب اکائی سمتیہ ہے۔ نوٹ کریں کہ لامحدود بار بردار سطحی ورق سے پیدا ہونے والا برقی میدان r فاصلے پر منحصر نہیں ہوتا بلکہ باروں کی سطحی کثافت پر منحصر ہوتا ہے۔

بار بردار سطح سے مزید دوری پر کسی نقطہ پر برقی میدان یکساں ہی ہوگا۔ مساوات (1.71) یہ بتاتی ہے کہ اگر $\sigma > 0$ ہو تو کسی نقطہ P پر موجود برقی میدان، سطح کے عمودی طور پر کھینچے گئے $\hat{n}$ سمت میں بیرونی جانب ہوگا۔ اور اگر $\sigma < 0$ ہو تو کسی نقطہ P پر موجود برقی میدان سطح کے عمودی طور پر اندرونی جانب $(-\hat{n})$ ہوگا۔

بار بردار معلوم شدہ سطحی ورق کے لئے مساوات (1.71) ورق کے درمیانی نقطہ کے اطراف اور دونوں کناروں سے بہت دور تک لگ بھگ درست رہتی ہے۔

(iii) دو متوازی بار بردار لامحدود ورقوں کی وجہ سے پیدا ہونے والا برقی میدان

ایک دوسرے سے متوازی طور پر رکھے گئے $+\sigma$ اور $-\sigma$ بار کی $\hat{n}$ کثافت رکھنے والے دو بار بردار لامحدود ورقوں کا تصور کریں جیسا کہ خاکہ 1.39 میں بتایا گیا ہے۔



خاکہ 1.39 دو متوازی بار بردار ورقوں کی وجہ سے پیدا ہونے والا برقی میدان

گاس کے کلیے کی مدد سے اوراق کے باہری حصہ اور درمیان میں موجود برقی میدان کو معلوم کیا جاتا ہے۔ ایک بار بردار لامحدود سطحی ورق کی وجہ سے پیدا ہونے والا برقی میدان $\frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ ہے، اور وہ عمودی طور پر بیرونی ہوتا ہے جب $\sigma > 0$ ہو اور $\sigma < 0$ ہو تو وہ عمودی طور پر اندرونی جانب ہوتا ہے۔

مقامات P_2 اور P_3 پر، دونوں تختیوں کی وجہ سے بننے والا برقی میدان مقدار میں مساوی اور سمت میں مخالف ہوتا ہے (خاکہ 1.41) اس کے نتیجہ میں تختیوں کے باہر کے کسی نقطہ پر برقی میدان کی مقدار صفر ہوتی ہے مگر تختیوں کے درمیان برقی میدانات ایک ہی سمت میں ہوتے ہیں یعنی دائیں جانب اور P_1 مقام پر کل برقی میدان یہ ہوتا ہے۔

$$E_{\text{اندر}} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} + \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \qquad (1.72)$$

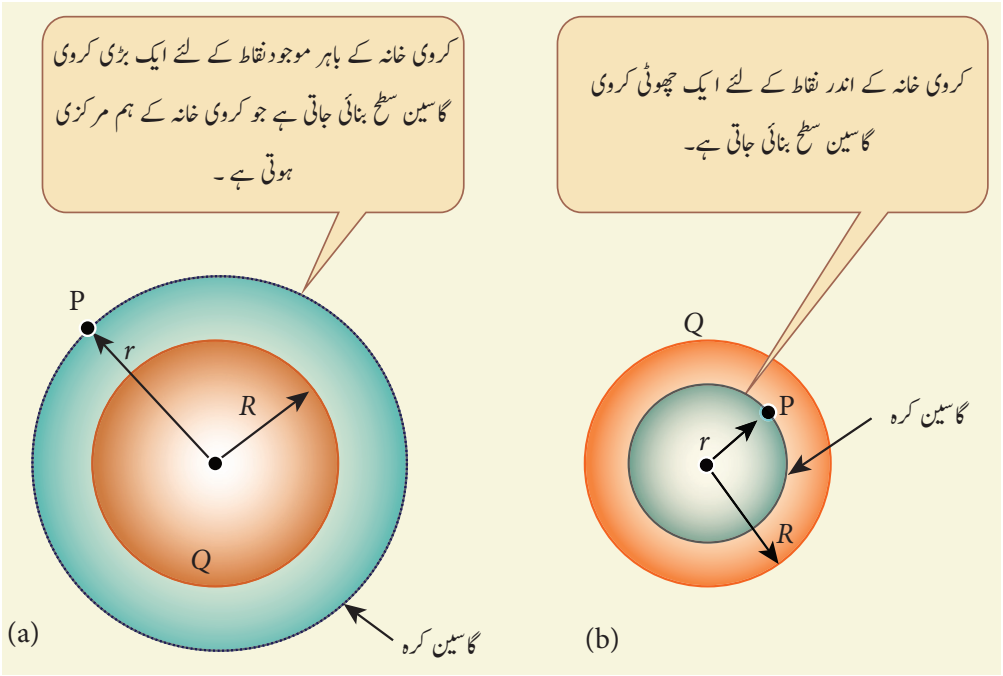
تختیوں کے درمیان بننے والے برقی میدان کی سمت مثبت بار بردار تختی سے منفی بار بردار تختی کی طرف ہوتی ہے اور وہ تختیوں کے درمیان ہر جگہ مساوی ہوتی ہے۔

(iv) مساوی طور پر بار بردار کروی خانہ کی وجہ سے بننے والا برقی میدان

کل بار Q رکھنے والے R نصف قطر والے مساوی طور پر بار بردار ایک کرہ کا تصور کریں جیسا کہ خاکہ 1.40 میں بتایا گیا ہے۔ گاس کے کلیے کی مدد سے کرہ کے اندر اور باہر موجود نقطوں پر برقی میدان معلوم کرسکتے ہیں۔

معاملہ (a) خانہ کے باہر ایک نقطہ پر (r>R)

مرکز سے r فاصلے پر خانہ کے باہر ایک نقطہ P کا انتخاب کریں جیسا کہ خاکہ 1.40(a) میں بتایا گیا ہے۔ کرہ کی سطح پر باروں کی تقسیم مساوی ہوتی ہے (کروی ہم آہنگی) لہٰذا اگر $Q>0$ ہو تو برقی میدان کی سمت اشعاعی طور پر بیرونی ہوگی اور اگر $Q<0$ ہو تو برقی میدان کی سمت اشعاعی طور پر اندرونی ہوگی۔ اس لئے r نصف قطر والی ایک کروی گاسین سطح کا انتخاب کیا جاتا ہے



خاکہ 1.40 ایک بار بردار کروی خانہ کی وجہ سے پیدا ہونے والا برقی میدان

اور اس گاسین سطح سے گھیرے جانے والا کل بار، Q ہے۔ گاس کے کلیہ کی مدد سے

$$\oint_{\text{گاسین سطح}} \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0} \qquad (1.73)$$

گاسین سطح کے تمام نقاط پر برقی میدان $\vec{E}$ اور $d\vec{A}$ کی سمت (بیرونی عمودی) ایک جیسی ہوتی ہے۔ باروں کی تقسیمی کی کروی ہم آہنگی کی وجہ سے، $\vec{E}$ کی قدری مقدار بھی تمام نقطوں پر مساوی ہوتی ہے۔

$$E\oint_{\text{گاسین سطح}} dA = \frac{Q}{\epsilon_0} \qquad \text{لہذا} \qquad (1.74)$$

مگر $\oint_{\text{گاسین سطح}} dA$ = گاسین سطح کا کل رقبہ = $4\pi r^2$ اس قیمت کو مساوات (1.74) میں حل کرنے سے ہمیں حاصل ہوتا ہے۔

$$E.4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$E.4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0} \qquad \text{یا} \qquad E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r^2}$$

سمتیہ طور پر

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r^2}\hat{r} \qquad (1.75)$$

Q>0 ہو تو برقی میدان شعاعی طور پر بیرونی ہوتا ہے اور اگر Q<0 ہو تو برقی میدان شعاعی طور پر اندرونی ہوتا ہے۔ مساوات (1.75) کی مدد سے ہمیں پتہ چلتا ہے کہ کروی خانہ کے باہر کسی نقطہ پر موجود برقی میدان اس طرح مساوی ہوگا گویا کہ کل بار Q کروی خانہ کے مرکز میں مرکوز ہوگیا ہے۔ (اسی قسم کا ایک نتیجہ M کمیت والے ایک کروی خانہ کی وجہ سے پیدا ہونے والی قوت کشش کے لئے بھی کشش ثقل میں بھی دیکھا گیا ہے)

معاملہ (b) کروی خانہ کی سطح پر موجود کسی نقطہ پر (r=R)

کروی خانہ کی سطح پر موجود نقطوں پر بننے والے برقی میدان کو یوں پیش کیا جاتا ہے۔

$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2}\hat{r} \qquad (1.76)$$

معاملہ (c) کروی خانہ کے اندر کسی نقطہ پر (r<R)

مرکز سے r فاصلے پر خانہ کے اندر موجود P نقطہ کا تصور کریں۔ r نصف قطر والی ایک گاسین سطح بنائی جاتی ہے جیسا کہ خاکہ

1.40(b)میں بتایاگیا ہے۔ گاس کے کلیہ کی مدد سے (1.77)۔

$$\oint_{\text{گاسین سطح}} \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_\circ}$$

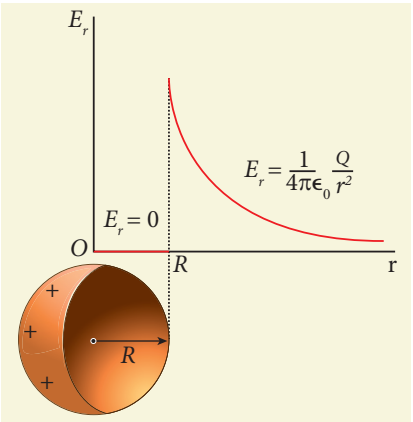
$$E.4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_\circ} \qquad (1.77)$$

چونکہ گاسین سطح کسی بھی بار کو گھیری ہوئی نہیں ہے، Q=0 ہے۔ مساوات 1.77 یوں ہوجاتی ہے۔

$$E = 0 \quad (r < R) \qquad (1.78)$$

مساوی طور پر بار بردار کروی خانہ کی وجہ سے پیدا ہونے والا برقی میدان خانہ کے اندر موجود تمام نقطوں پر صفر ہوتا ہے۔

برقی میدان اور اشعاعی فاصلہ کے درمیان ایک ترسیم کھینچی جاتی ہے جسے خاکہ 1.41 میں بتایا گیا ہے۔



خاکہ 1.41 برقی میدان ۔فاصلہ، Rنصف قطر والے ایک کروی خانہ کے لئے

نوٹ

گاس کا کلیہ ایک طاقت ور طریقۂ کار ہے۔ جب بھی ایک دی گئی باروں کی تشکیل کروی، استوانہ نما یا سطحی ہم آہنگی لئے ہوئے ہوتی ہے تو اس قسم کی تشکیل سے بننے والے برقی میدان کو گاس کے کلیے کی مدد سے بآسانی معلوم کرلیا جاتا ہے۔ اگر کسی قسم کی ہم آہنگی نہ پائی جائے تو کولوم کے کلیے یا Calculus کے طریقے سے برقی میدان کا محاسبہ براہِ راست معلوم کرلیا جاسکتا ہے۔ مثال کے طور پر ایک قطبین کے لئے گاس کے کلیے کی مدد سے، برقی میدان کا پتہ لگانا مشکل ہے کیونکہ اس میں کروی، استوانہ نما یا سطحی کسی بھی طریقے کی ہم آہنگی نہیں ہوتی۔

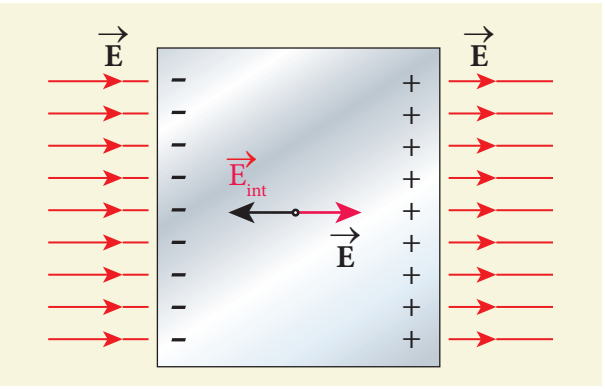
1.7 موصلات اور دوہری برقیت کی برق سکونیت
Electrostatics of Conductors and Dielectrics

1.7.1 برق سکونی توازنت پر موصلیں
Conductors at electrostatic equilibrium

ایک برقی موصل میں بے شمار حرکت پذیربار موجود ہوتے ہیں جو آزادی کے ساتھ شئے کے اندر حرکت کرتے ہیں۔ ایک دھاتی موصل میں یہ حرکت پذیر باریں، آزاد الکٹران ہیں جو کسی جوہر سے جڑے ہوئے نہیں ہوتے اور اس لئے وہ موصل کی سطح پر آزادی سے حرکت کرنے کے لائق ہوتے ہیں۔ جب وہاں کوئی بیرونی برقی میدان نہ ہو تو وہ آزاد الکٹران تمام سمتوں میں بے قاعدہ حرکت کرتے رہتے ہیں۔ اس کے نتیجے میں کسی بھی مخصوص سمت میں الکٹرانوں کی کوئی بھی حرکت موجود نہیں ہوتی۔ اس سے معلوم ہوتاہے کہ وہ موصل برق سکونی توازنت اختیار کئے ہوئے ہے۔ اسی لئے برق سکونی توازنت پر موصل میں کوئی کل برقی رو موجودنہیں ہوتی۔ برق سکونی توازنت پر ایک موصل کی یہ خصوصیات ہوتی ہیں۔

(i) موصل کے اندر ہر جگہ برقی میدان صفر ہوتا ہے چاہے وہ موصل ٹھوس ہو یا کھوکھلا ہو، اندر موجود برقی میدان صفر ہی ہوتا ہے۔

یہ ایک تجرباتی حقیقت ہے۔ فرض کریں کہ دھات کے اندر موجود برقی میدان کی مقدار صفر نہیں ہے تو پھر وہاں اس برقی میدان کی وجہ سے حرکت پذیر باروں پر ایک قوت کا اثر پڑے گا۔ اس کے نتیجہ میں وہاں حرکت پذیر باروں کی ایک کلی حرکت ہوگی جو موصل کو برق سکونی توازنت پر رکھنے کے تضاد ثابت ہوگی۔ لہٰذا موصل کے اندر ہر جگہ برقی میدان صفر ہی ہوتا ہے۔ ہم موصل پر ایک بیرونی یکساں برقی میدان بھیج کر بھی اس حقیقت کو سمجھ سکتے ہیں۔ اسے خاکہ 1.42 میں بتایا گیا ہے۔



خاکہ 1.42 موصلوں کا برقی میدان

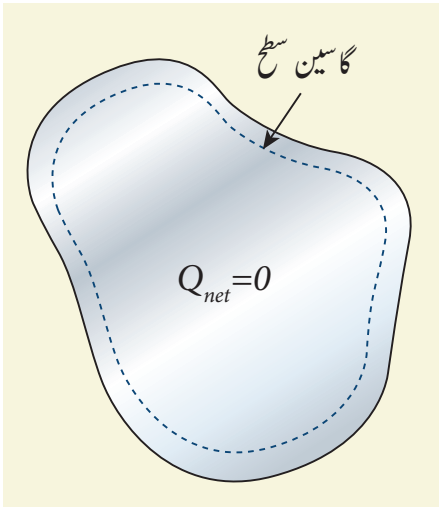
بیرونی برقی میدان کے بھیجنے سے پہلے، موصل میں موجود آزاد الکٹران موصل میں مساوی طور پر پھیلے ہوئے ہوتے ہیں جیسے ہی بیرونی برقی میدان کا استعمال کیا جاتا ہے، آزاد الکٹران اسراع پا کر بائیں طرف جمع ہوجاتے ہیں جس سے بائیں طرف کی تختی منفی بار بردار ہوجاتی ہے اور دائیں طرف کی تختی مثبت بار بردار بن جاتی ہے جیسا کہ خاکہ 1.42 میں بتایا گیا ہے۔

آزاد الکٹرانوں کی اس از سرنوترتیبی سے موصل کے اندر ایک اندرونی برقی میدان پیدا ہوتا ہے جو مسلسل اس وقت تک بڑھتا ہے جب تک کہ وہ بیرونی برقی میدان کے برابر نہ ہوجائے اور وہ بیرونی برقی میدان کو منقطع (nullified) نہ کردے۔ جب ایک موصل بیرونی برقی میدان کو منقطع کردیتا ہے تو کہا جائے گا کہ موصل اب برقی سکونی توازنت میں ہے۔ برق سکونی توازنت اختیار کرنے کے لئے ایک موصل سے لیا جانے والا وقت تقریباً 10^{-16} سکنڈ کی حد میں ہوتا ہے جس کو کہ بروقتہ بھی سمجھا جاسکتا ہے۔

(ii) موصلوں کے اندر کوئی کل بار موجود نہیں ہوتا۔ باریں موصلوں کی سطحوں ہی پر اپنا ٹھکانہ بناتے ہیں۔

گاس کے کلیہ کی مدد سے ہم اس خصوصیت کو ثابت کرسکتے ہیں۔ ایک باقاعدہ شکل کے موصل کا تصور کریں جیسا کہ خاکہ 1.43 میں بتایا گیا ہے۔

موصل کے اندر ایک گاسین سطح بنائی جاتی ہے جو کہ موصل کی سطح کے بہت قریب ہوتی ہے۔ چونکہ موصل کے اندر ہر جگہ برقی میدان کی مقدار صفر ہوتی ہے، اس گاسین سطح پر کل

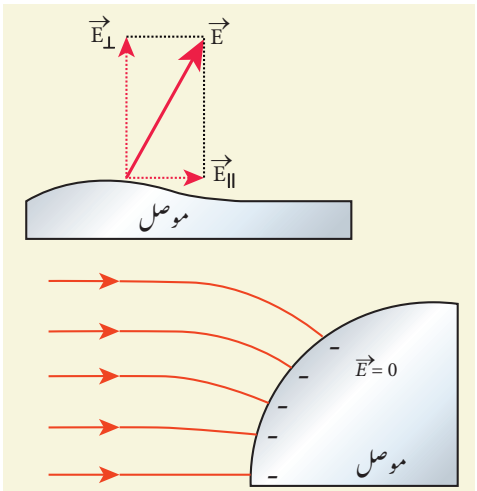


خاکہ 1.43 موصل کے اندر کوئی کل بار نہیں ہے

برقی بہاؤ بھی صفر ہی ہوتا ہے۔ گاس کے کلیہ کی مدد سے، یہ پتہ چلتا ہے کہ موصل کے اندر کوئی کل بار موجود نہیں ہے۔ یہاں تک کہ اگر کسی طریقے سے چند بار کو موصل کے اندر جمع بھی کردیا جائے تو وہ فوراً موصل کی سطح پر پہنچ جائیں گے۔

(iii) موصل کے باہر موجود برقی میدان موصل کی سطح کے عمودی ہوتا ہے اور اس کی قدر $\frac{\sigma}{\epsilon_0}$ ہوتی ہے جہاں σ اس نقطہ پر باروں کی سطحی کثافت ہے۔

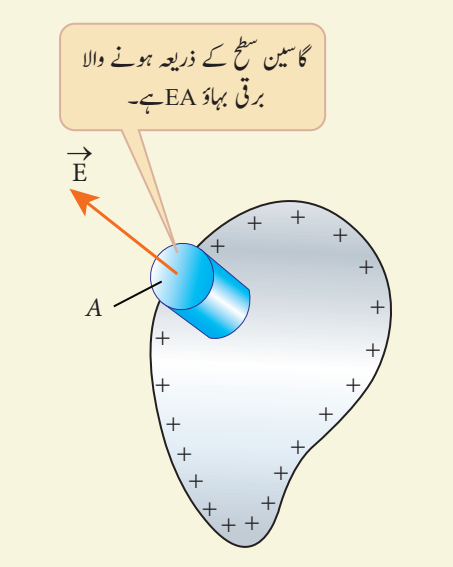
اگر برقی میدان، موصل کی سطح کے متوازی اجزاء رکھتا ہے تو پھر موصل کی سطح پر موجود آزاد الکٹران اسراع سے دو چار ہونے لگتے ہیں۔ اس کا مطلب یہ ہے کہ موصل توازنت پر نہیں



خاکہ 1.44 (a) برقی میدان سطح کے تحت ہے۔
(b) برقی میدان موصل کی سطح کے عمودی ہے۔

ہے چنانچہ برق سکونی توازنت پر، برقی میدان، موصل کی سطح کی عمودی ہی ہونا چاہئے۔ اسے خاکہ 1.44(b) میں بتایا گیا ہے۔

اب ہمیں یہ ثابت کرنا ہے کہ موصل کے باہری حصے پر برقی میدان کی مقدار $\frac{\sigma}{\epsilon_0}$ ہے۔ ایک چھوٹی سی استوانہ نما گاسین سطح کا تصور کریں جیسا کہ خاکہ 1.45 میں بتایا گیا ہے۔ اس استوانہ کا نصف حصہ موصل کے اندر چھپا ہوا ہے۔



خاکہ 1.45 موصل کی سطح پر موجود برقی میدان

چونکہ برقی میدان موصل کی سطح کے عمودی ہوتا ہے، استوانے کے منحنی حصے میں صفر برقی بہاؤ ہوتا ہے اور موصل کے اندر بھی برقی میدان صفر ہی ہوتا ہے۔ لہٰذا گاسین سطح کا نچلا چپٹا حصہ بھی برقی بہاؤ نہیں رکھتا۔

چنانچہ صرف اوپر موجود چپٹی سطح ہی برقی بہاؤ میں حصہ لیتی ہے۔ برقی میدان، چھوٹے خطے کے متوازی ہوتا ہے اور سطح کے اندر موجود کل بار σA ہے۔ گاس کے کلیے کے استعمال سے،

$$EA = \frac{\sigma A}{\epsilon_0}$$

سمتیہ طور پر

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}\hat{n} \qquad (1.79)$$

جہاں $\hat{n}$ موصل کی سطح کے عمود میں بیرونی جانب اکائی سمتیہ کو ظاہر کرتا ہے۔ اگر $\sigma > 0$ ہو تو برقی میدان سطح کے عمود میں اندرونی جانب رخ کرے گا۔

(iv) موصل کے اندر اور موصل کی سطح پر برق سکونی قواہ کی ایک ہی قیمت ہوتی ہے۔

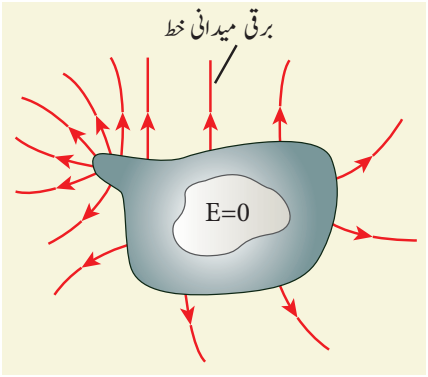
ہم جانتے ہیں کہ موصل کی سطح پر کوئی متوازی برقی جزو نہیں پایا جاتا۔ اس کا مطلب یہ ہے کہ کسی کام کے انجام دئے بغیر سطح پر باروں کو حرکت دے سکتے ہیں۔ یہ اسی وقت ممکن ہے جب سطح کے تمام نقطوں پر برق سکونی قواہ مستقل ہو اور وہاں سطح کے کسی بھی دو نقطوں کے درمیان قواہی فرق / تفاوت بالقواہ نہ ہو۔

چونکہ موصل کے اندر برقی میدان صفر ہے، موصل کی سطح پر موجود قواہ ہی اندرونی قواہ ہوگی۔ اسی لئے برق سکونی توازنت پر موصل ہمیشہ ہم قواہی ہوتا ہے۔

1.7.2 برق سکونی ڈھال
Electrostatic shielding

گاس کے کلیہ کی مدد سے ہم یہ ثابت کرسکتے ہیں کہ بار بردار کروی خانہ کے اندر موجود برقی میدان کی مقدار صفر ہوتی ہے، علاوہ ازیں ہم یہ بھی بتاسکتے ہیں کہ کھوکھلے اور ٹھوس دونوں موصلوں کے اندر برقی میدان صفر ہی ہوتا ہے۔ یہ ایک دلچسپ خصوصیت ہے جس کا ایک اہم نتیجہ پایا جاتا ہے۔

موصل کے اندر ایک سوراخ کا تصور کریں جیسا کہ خاکہ 1.46(a) میں بتایا گیا ہے۔ سطحوں پر موجود باریں کیسے ہی کیوں نہ ہو اور باہر کی طرف برقی خللیں کیوں نہ ہوں، سوراخ کے اندر برقی میدان صفر ہی ہوگا۔ اس سوراخ کے اندر بیرونی برقی خلل سے بچائے رکھنے والا ایک حساس برقی آلہ رکھا جاسکتا ہے۔ اسے برق سکونی ڈھال کہا جاتا ہے۔





خاکہ 1.46 (a) سوراخ کے اندر برقی میدان
(b) فیرڈے کا پنجرہ

فیرڈے کا پنجرہ ایک آلہ ہے جو اس اثر کا عملی نمونہ پیش کرتا ہے۔ یہ دھاتی سلاخوں سے بنا ہوا ہے جیسا کہ خاکہ 1.46 (b) میں بتایا گیا ہے۔ اگر باہر مصنوعی بجلی کا ایک جھٹکا پیدا کیا جائے تو اس آلہ کے اندر موجود شخص بجلی کے جھٹکے سے متاثر نہیں ہوتا۔

طوفان کے دوران بجلی کے کڑکوں سے بچنے کے لئے بس کے اندر بیٹھے رہنا کسی درخت کے نیچے کھڑے ہونے یا کھلے میدان میں رہنے سے بہتر ہے۔ بس کا دھاتی جسم برق سکونی ڈھال فراہم کرتا ہے چونکہ اندرونی برقی میدان صفر ہوتا ہے، بجلی کے کڑکنے کے دوران باریں موصل کے جسم کے ذریعہ، بس میں بیٹھے شخص کو متاثر کئے بغیر زمین میں بہہ جاتے ہیں۔

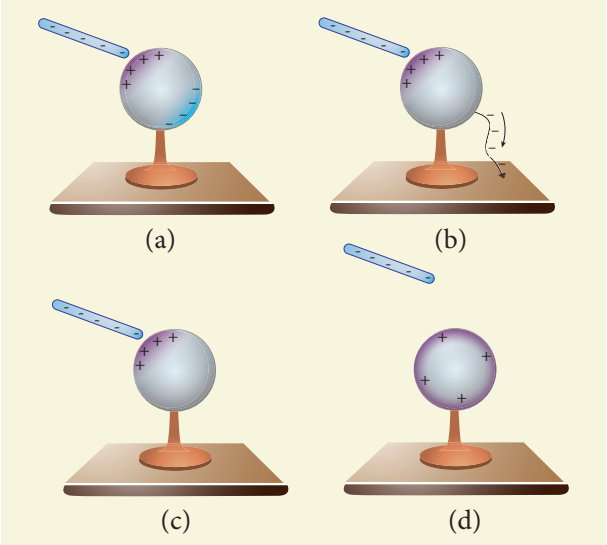
1.7.3 برق سکونی امالیت
Electrostatic induction

حصہ 1.1 میں ہم نے سیکھا کہ مناسب اشیاء کی مدد سے شئے کو رگڑنے سے وہ بار بردار بن جاتی ہے، جب بھی ایک بار بردار سلاخ کو ایک اور موصل سے لگایا جاتا ہے تو باریں بار بردار سلاخ سے موصل میں بہنا شروع ہوجاتے ہیں۔ کیا یہ ممکن ہے کہ ایک موصل کو کسی بھی طریقے سے چھوئے بغیر بار بردار کرسکے؟ اس کا جواب ہے 'ہاں'۔ **کسی موصل کو کسی بھی طریقہ سے چھوئے بغیر بار بردار کرنے کا عمل برق سکونی امالیت کہلاتا ہے۔**

(i) ایک مجوز ایستادہ پر رکھے گئے ایک غیر باردار (معادل) موصلی کرہ کا تصور کریں۔ فرض کریں کہ منفی طور پر بار بردار ایک سلاخ کو موصلی کرہ کے قریب لایا جائے اس طرح سے کہ اسے لگنے نہ پائے جیسا کہ خاکہ 1.47(a) میں بتایا گیا ہے۔

سلاخ کے منفی بار موصل کے الکٹرانوں کو دفاع کرتے ہیں۔ اس کے نتیجہ میں سلاخ کے قریبی حصے میں مثبت باروں کی امالیت ہوتی ہے جب کہ منفی بار دوسری طرف جمع ہوجاتے ہیں۔

بار بردار سلاخ کے لانے سے پہلے آزاد الکٹران موصل کی سطح پر یکساں طور پر پھیلے ہوئے تھے اور کل بار صفر تھا۔ سلاخ کو موصل کے قریب لے آنے پر الکٹرانوں کی تقسیمی یکساں نہ رہی کہ الکٹران سلاخ سے دور چلے گئے اور مثبت بار سلاخ کے قریب جمع ہوگئے مگر اب بھی کل بار صفر ہی رہا۔



خاکہ 1.47 برق سکونی امالیت میں مختلف مرحلے

(ii) اب موصلی کرہ کو ایک موصلی تار کے ذریعہ زمین سے جوڑ دیا جاتا ہے۔ اسے ارضاؤ یا گراؤنڈ نگ کہتے ہیں۔ چونکہ زمین ہمیشہ کسی بھی مقدار کے الکٹرانوں کو جمع کرسکتی ہے۔ ارضائی کے عمل سے موصلی کرہ کے تمام الکٹران خارج ہوجاتے ہیں۔ نوٹ کریں کہ مثبت بار زمین کی طرف نہیں بہتے کیونکہ وہ سلاخ کی منفی باروں سے کھنچے ہوتے ہیں۔ (خاکہ 1.47(b))

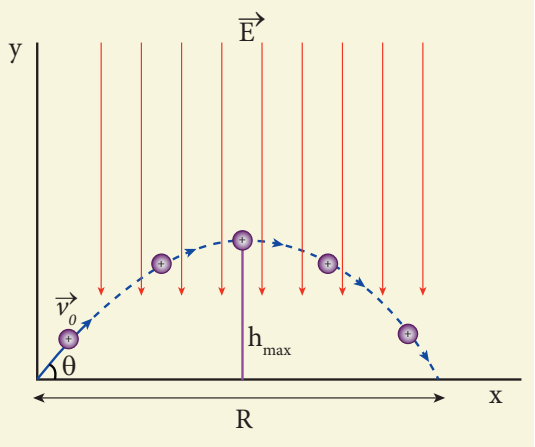
(iii) جب موصل سے ارضاؤ کی تار ہٹالی جاتی ہے تب بھی مثبت باریں، بار بردار سلاخ کے قریب ہی جمع رہتے ہیں۔ (خاکہ 1.47 (c))

(iv) اب بار بردار سلاخ کو موصل سے دور کر دیا جاتا ہے جیسے ہی سلاخ دور کردی جاتی ہے، مثبت بار موصلی کرہ کی سطح پر مساوی طور پر پھیل جاتے ہیں۔ (خاکہ 1.47 (d))۔ اس طریقے سے ایک معادل موصلی کرہ، مثبت بار بردار بن جاتاہے۔

ایک بے قاعدہ شکل کے موصل کے لئے سوائے آخری مرحلے کے تمام مرحلے ایسے ہی ہیں۔ بے قاعدہ ساخت والے موصلوں کے لئے مثبت باروں کی تقسیمی مساوی نہیں ہوتی۔ یہ مساوی کیوں نہیں ہوتی؟ اس کی بحث حصہ 1.9 میں کی گئی ہے۔

مثال 1.19

m کمیت والی اور q+ بار رکھنے والی شئے سے بنی ایک چھوٹی سی گیند کو v_0 ابتدائی رفتار کے ساتھ افقی سطح سے θ کے زاویئے پر اوپر اچھالی جاتی ہے جیسا کہ خاکہ میں بتایا گیا ہے۔ وہاں قوت کشش g کے علاوہ نچلی جانب ایک یکساں برقی میدان E بھی موجود ہوتا ہے۔ اس بار بردار گیند کی حد (range)، سب سے زیادہ اونچائی اور حرکت کے دوران اڑان کا وقفہ دریافت کریں۔ ہوا کے اثر کو نظر انداز کرد یجئے اور گیند کو ایک نقطوی کمیت کے طور پر تصور کرلیں۔



حل

اگر موصل میں کوئی کل بار نہ ہوتا تو اس کی حرکت وہی ہوتی جو m کمیت کی عام نصف دائری (Projectile) حرکت ہوتی جسے آپ نے حرکیات کے سبق میں پڑھا تھا (اکائی 2۔ جلد I۔ گیارھویں جماعت)۔ مگر یہاں اس مسئلے میں نچلی جانبی کشش ثقل کے علاوہ، یہ بار بردار گیند ایک نچلی جانبی یکساں برقی سکونی قوت سے بھی دو چار ہوتی ہے۔

کشش ثقل کی وجہ سے بار بردار گیند کی اسراع $= -g\,\hat{j}$

یکساں برقی میدان کی وجہ سے بار بردار گیند کی اسراع $= -\frac{qE}{m}\hat{j}$

نچلی سمت میں بار بردار گیند کی کل اسراع $\vec{a} = -\left(g + \frac{qE}{m}\right)\hat{j}$

یہاں یہ نوٹ کرنا ضروری ہے کہ اسراع، شئے کی کمیت پر منحصر ہوتی ہے۔ گلیلیو کا جو کہنا ہے کہ زمین کی طرف تمام اشیاء ایک ہی شرح سے گرتی ہیں، صرف ایک یکساں جاذبی میدان کے لئے ہی درست ہے۔ جب ایک یکساں برقی میدان شامل ہوجاتا ہے تو ایک بار بردار شئے کی اسراع، کمیت اور بار دونوں پر منحصر ہوتی ہے۔

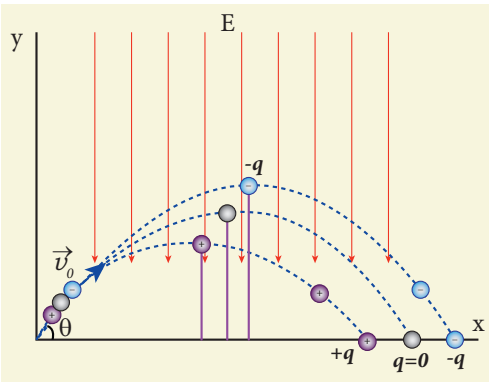
مگر پھر بھی کل حرکت کے دوران اسراع $a = \left(g + \frac{qE}{m}\right)$ ایک مستقلہ ہی ہے۔ لہذا ہم حد، سب سے زیادہ اونچائی اور

حرکت کے دوران اڑان کا وقفہ معلوم کرنے کے لئے حرکیات کی مساوات ہی کا استعمال کرتے ہیں۔ درحقیقت ہم حد، سب سے زیادہ اونچائی اور دوران حرکت اڑان کا وقفہ کی عام مساوات میں موجود g کے بدلے میں $g+\frac{qE}{m}$ کا استعمال کریں گے۔

	بار کے بغیر	بار کے ساتھ +q
اڑان کا وقفہ T	$\frac{2v_0 \sin\theta}{g}$	$\frac{2v_0 \sin\theta}{\left(g+\frac{qE}{m}\right)}$
سب سے زیادہ اونچائی h_{max}	$\frac{v_0^2 \sin^2\theta}{2g}$	$\frac{v_0^2 \sin^2\theta}{2\left(g+\frac{qE}{m}\right)}$
حد R	$\frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g}$	$\frac{v_0^2 \sin 2\theta}{\left(g+\frac{qE}{m}\right)}$

نوٹ کریں کہ اڑان کا وقفہ، سب سے زیادہ اونچائی اور حد یہ تمام کے تمام، شئے کی اسراع کے بلاراست تناسب میں ہیں۔ چونکہ +q بار کے لئے $\left(g+\frac{qE}{m}\right)>g$ ہے۔ T، h_{max} اور R کی مقداریں، m کمیت اور صفر کل بار والی ایک شئے کی حرکت کے مقابلے میں کم معلوم ہوں گی۔

فرض کریں کہ اگر بار -q ہو تو پھر $\left(g-\frac{qE}{m}\right)<g$ ہوگا اور T، h_{max} اور R کی مقداریں بڑھ جائیں گی۔ دلچسپی کی بات تو یہ ہے کہ اب بھی شئے کا راستہ منحنی شکل (Parabolic) (غلیلیہ) کا ہی ہوتا ہے جیسا کہ خاکہ میں بتایا گیا ہے۔



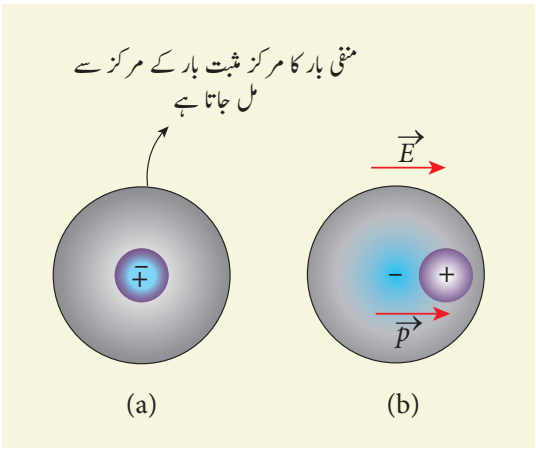
1.7.4 دوہری برقیت یا حاجزیں
Dielectrics or insulators

Dietectric ایک غیر موصلی شئے ہے اور اس میں آزاد الکٹران نہیں ہوتے۔ ایک Dielectric میں موجود الکٹران جوہروں کے اندر ہی بندھے ہوتے ہیں۔ Ebonite، شیشہ اور Mica وغیرہ Dielectric کی چند مثالیں ہیں۔ جب ایک بیرونی برقی میدان بھیجا جاتا ہے تو الکٹران آزاد نہیں ہوتے کہ کہیں حرکت کر سکیں مگر وہ ایک مخصوص طریقے سے دوبارہ ترتیب پالیتے ہیں۔ ایک حاجز یا تو قطبی سالموں سے بنا ہوتا ہے یا غیر قطبی سالموں سے بنا ہوتا ہے۔

غیر قطبی سالمے

ایک غیر قطبی سالمہ وہ ہے جس میں مثبت اور منفی باروں کے مرکزے ایک دوسرے سے جڑے رہتے ہیں اس کے نتیجہ میں، اس میں کوئی مستقل قطبینی حرکت نہیں رہتی۔ ہائیڈروجن H_2، آکسیجن O_2 اور کاربن ڈائی آکسائیڈ CO_2 وغیرہ غیر قطبی سالموں کی مثالیں ہیں۔

جب ایک بیرونی برقی میدان بھیجا جاتا ہے تو مثبت اور منفی باروں کے مرکزے ایک چھوٹے سے فاصلے کے ساتھ ایک دوسرے سے جدا ہوجاتے ہیں جس سے بیرونی برقی میدان کی سمت میں قطبینی حرکت کی امالیت ہوتی ہے۔ پھر کہا جائے گا کہ حاجز ایک بیرونی برقی میدان سے قطبایا گیا ہے۔ اسے خاکہ 1.48 میں بتایا گیا ہے۔



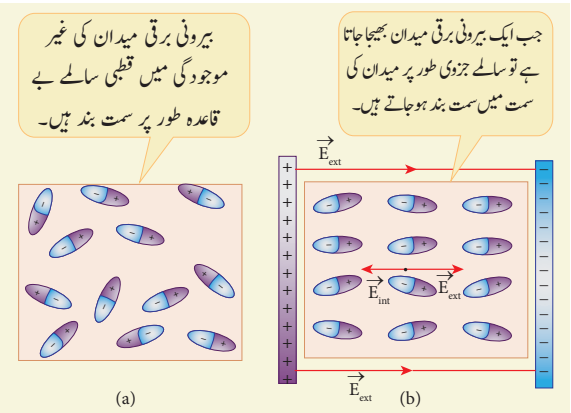
خاکہ 1.48 غیر قطبی سالمے (a) بیرونی میدان کے بغیر (b) بیرونی میدان کے ساتھ

قطبی سالمے

قطبی سالموں میں ایک بیرونی برقی میدان کی غیر موجودگی میں بھی مثبت اور منفی باروں کے مرکزے جدا ہوجاتے ہیں۔ وہ ایک مستقل قطبینی حرکت رکھتے ہیں۔ حرارتی حرکت کی وجہ سے ہر قطبینی حرکت کی سمت بے قاعدہ طور پر سمت بند ہوتی ہے۔ (خاکہ 1.49(a))

لہذا ایک بیرونی برقی میدان کی غیر موجودگی میں کل قطبینی حرکت صفر ہی ہوتی ہے۔ H_2O، N_2O، HCl اور NH_3 وغیرہ قطبی سالموں کی مثالیں ہیں۔

جب ایک بیرونی برقی میدان بھیجا جاتا ہے تو شئے کے اندر موجود تمام قطبین، برقی میدان کی سمت میں سمت بند ہوجاتے ہیں، لہذا اس میں ایک کل قطبینی حرکت کی امالیت ہوجاتی ہے۔ پھر حاجز، یہ کہلایا جاتا ہے کہ وہ ایک بیرونی برقی میدان سے قطبایا گیا ہے۔ (خاکہ 1.49(b))



خاکہ 1.49 (a) بے قاعدہ طور پر سمت بند قطبی سالمے
(b) بیرونی برقی میدان سے سالمے سمت بند ہو جاتے ہیں۔

قطبیت (Polarisation)

بیرونی برقی میدان کی موجودگی میں ایک دوہری برقیتی شئے میں قطبینی حرکت کی امالیت ہوتی ہے۔ **قطبیت $\vec{P}$ کی تعریف یوں کی جاتی ہے کہ یہ حاجز کے فی اکائی حجم میں ہونے والی کل قطبینی حرکت ہے۔** اکثر حاجزوں کے لئے خطی ہم جائی (linear isotropic) قطبیت، بیرونی برقی میدان کی طاقت کے راست تناسب میں ہوتی ہے۔ جہاں χ_e ایک مستقلہ ہے جسے

$$\vec{P} = \chi_e \vec{E}_{ext} \qquad (1.80)$$

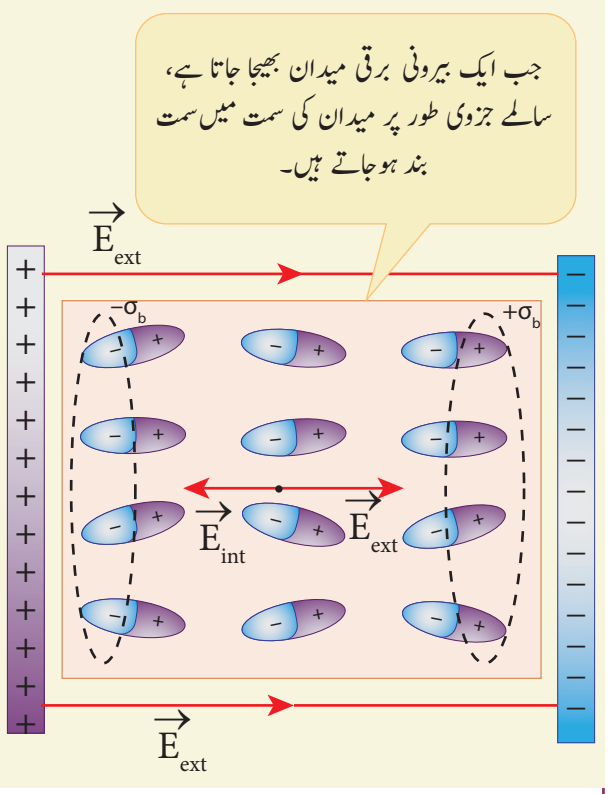
برقی اثر پذیری کہتے ہیں جو کہ ہر دوہری برقیت (حاجز) کی ایک خصوصیت ہے۔

1.7.5 دوہری برقیت کے اندر پیدا ہونے والا امالی برقی میدان
Induced Electric field inside the dielectric

جب ایک موصل پر کوئی بیرونی برقی رو بھیجی جاتی ہے تو باریں اس طرح ترتیب پاتے ہیں کہ ایک اندرونی برقی میدان پیدا ہوتا ہے جو بیرونی میدان کو رد کرنے کی کوشش کرتا ہے مگر ایک دوہری برقیت کے معاملے میں، جس میں کوئی آزاد الکٹران نہیں پایا جاتا، بیرونی برقی میدان باروں کو نئی ترتیب دے کر ایک برقی میدان پیدا کرتا ہے۔ اس اندرونی برقی میدان کی مقدار بیرونی برقی میدان کی مقدار سے کم ہوتی ہے چنانچہ اس اندرونی کل برقی میدان کی مقدار صفر نہیں ہوتی مگر وہ بیرونی برقی میدان کے متوازی ہوتی ہے۔ مثال کے طور پر آیئے ہم دو مخالف بار بردار تختیوں (کثفہ) کے درمیان رکھے گئے ایک دوہری برقیتی مستطیلی تختے (Slab) کا تصور کریں جیسا کہ خاکہ 1.50 میں بتایا گیا ہے۔

تختیوں کے درمیان موجود یکساں برقی میدان بیرونی برقی میدان $\vec{E}_{ext}$ کی طرح برتاؤ کرتا ہے جس سے ان تختیوں کے درمیان رکھی گئی دوہری برقیتی شئے قطبائی جاتی ہے۔ سطح کے ایک طرف مثبت بار جمع ہوجاتے ہیں اور دوسری طرف منفی بار جمع ہوجاتے ہیں۔

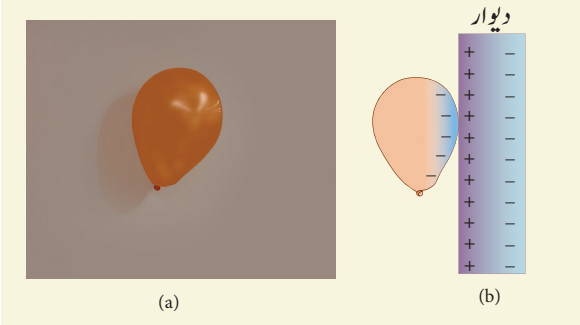
مگر ایک دوہری برقیت کے اندر، ایک چھوٹے سے حجم کے لئے بھی، کل بار صفر ہی ہوتا ہے۔ اس لئے بیرونی برقی میدان میں موجود دوہری برقیتی شئے، $+\sigma_b$ اور $-\sigma_b$ باروں کی سطحی کثافتوں والی دو مخالف بار بردار تختیوں کے متوازن ہوتی ہے۔ یہ باریں بندھے ہوئے باریں (bound charge) کہلاتے ہیں۔ وہ موصلوں میں موجود آزاد الکٹرانوں کی طرح آزادی سے حرکت



خاکہ 1.50 دوہری برقیتی شئے کے اندر امالی برقی میدانی خطوط

نہیں کرسکتے۔ اسے خاکہ 1.50 میں بتایا گیا ہے۔

مثال کے طور پر گھسے جانے کے بعد ایک بار بردار غبارہ دیوار سے چپک جاتاہے۔ اس کی وجہ یہ ہے کہ جب منفی بار بردار غبارہ دیوار کے قریب لایا جاتا ہے تو وہ دیوار کی سطح پر موجود مخالف باروں کو قطبانے لگتا ہے جو غبارہ کو کھینچنے لگتے ہیں۔ اسے خاکہ 1.51 میں بتایا گیا ہے۔



خاکہ 1.51 (a) غبارہ دیوار سے چپک جاتاہے
(b) غبارہ سے پیدا ہونے والے برقی میدان کی وجہ سے دیوار کی قطبیت

1.7.6 دوہری برقیتی طاقت Dielectric Strength

ایک دوہری برقیتی شئے پر بھیجے جانے والا بیرونی برقی میدان اگر بہت ہی زیادہ ہوتو وہ جوہروں کو ایک دوسرے سے توڑ دیتا ہے یہاں تک کہ بندھے ہوئے بارآزاد بار بن جاتے ہیں تو پھر دوہری برقیتی شئے بھی برقی رو کا ایصال کرنے لگتی ہے۔ یہ عمل دوہری برقیتی بریک ڈاؤن کہلاتاہے۔ دوہری برقیت کے ٹوٹنے break down سے پہلے اس سے برداشت کیا جانے والا انتہائی برقی میدان، دوہری برقیتی طاقت کہلاتا ہے۔ مثال کے طور پر ہوا کی دوہری برقیتی طاقت 3×10^6 V m^{-1} ہے۔ اگر بھیجا گیا برقی میدان اس مقدار سے بڑھ جائے تو ہوا میں ایک چنگاری پیدا ہوتی ہے۔ چند دوہری برقیتی اشیاء کی دوہری برقیتی طاقتوں کو جدول 1.1 میں پیش کیا گیا ہے۔

جدول 1.1 دوہری برقیتی طاقت

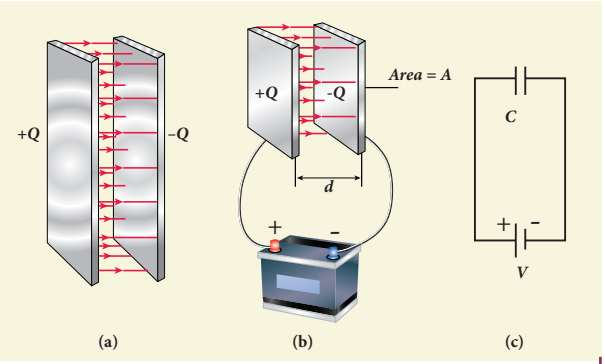
شئے	دوہری برقیتی طاقت (Vm^{-1})
ابرق	100×10^6
ٹفلان	60×10^6
کاغذ	16×10^6
ہوا	3×10^6
Pyrex glass	14×10^6

1.8 مکثفے اور ان کی برقی گنجائش
Capacitors and capacitance

1.8.1 مکثفے Capacitors

مکثفہ ایک آلہ ہے جو برقی بار اور برقی توانائی کی ذخیرہ اندوزی کے لئے استعمال کیا جاتا ہے، اس میں دو موصلی اشیاء ہوتی ہیں (عام طور پر تختیاں یا ورق) جو کچھ فاصلے سے جدا رہتے ہیں۔ بہت سے الکٹرانک دوروں میں مکثفوں کا استعمال کیا جاتا ہے اور سائنس اور ٹیکنالوجی کے بہت سے میدانوں میں ان کے استعمالات ہیں۔

ایک سادہ مکثفہ میں ایک چھوٹے سے فاصلے سے جدا کی گئی دو متوازی دھاتی تختیاں ہوتی ہیں جیسا کہ خاکہ 1.52 (a) میں بتایا گیا ہے۔



خاکہ 1.52 (a) متوازی تختیوں والا مکثفہ
(b) بیٹری سے جڑا ہو امکثفہ
(c) مکثفہ کی علامتی نمائندگی

جب ایک مکثفہ کو V تفاوت بالقواہ کی ایک بیٹری سے جوڑ دیا جاتا ہے تو بیٹری کے ذریعہ الکٹران ایک تختی سے دوسری تختی میں منتقل ہوجاتے ہیں۔ یہاں تک کہ ایک تختی Q– باروں کے ساتھ منفی بار بردار بن جاتی ہے اور دوسری تختی Q+ باروں کے ساتھ مثبت بار بردار بن جاتی ہے۔ تختیوں کے درمیان موجود تفاوت بالقواہ بیٹری کے سروں کی وولٹیج کے برابر ہوتی ہے۔ **اسے خاکہ 1.52(b) میں بتایا گیا ہے۔** اگر بیٹری کے وولٹیج کو بڑھایا جائے تو تختیوں میں ذخیرہ اندوز ہونے والے باروں کی تعداد میں بھی اضافہ ہوتا ہے۔ عام طور پر مکثفہ میں ذخیرہ اندوز ہونے والے بار تختیوں کے درمیان موجود تفاوت بالقواہ کے تناسب میں ہوتے ہیں

$$Q \propto V$$

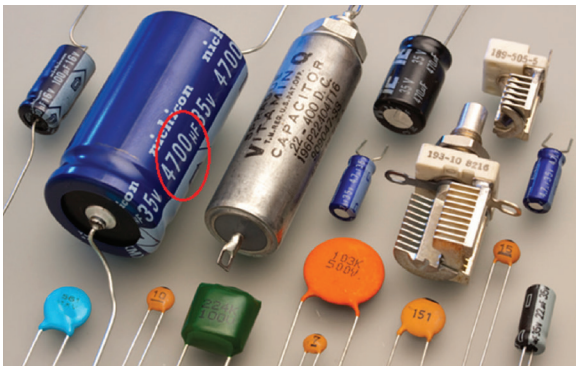
یہاں تک کہ $Q = CV$

جہاں C تناسبی مستقلہ ہے جسے برقی گنجائش Capacitance کہتے ہیں۔ ایک مکثفہ کی برقی گنجائش C کی تعریف یوں کی جاتی ہے کہ یہ موصلی تختیوں کے درمیان موجود تفاوت بالقواہ سے تختیوں کے دونوں طرف موجود باروں کی مقدار کی نسبت ہے

$$C = \frac{Q}{V} \qquad (1.81)$$

برقی گنجائش کی SI اکائی کولوم فی وولٹ یا فیریڈ (farad F) ہے، جو مئیکل فیرڈے کے نام سے منسوب ہے۔ فیریڈ برقی گنجائش کی ایک بہت بڑی اکائی ہے، عملی طور پر مکثفے مائکرو فیریڈ ($1\mu F = 10^{-6}$ F) سے لے کر پکو (Pico) فیریڈ ($1pF = 10^{-12}$ F) کی حد تک پائے جاتے ہیں۔ ایک مکثفہ ⊣⊢ یا ⊣⊢ کی علامت سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ نوٹ کریں کہ ا یک مکثفہ میں ذخیرہ ہونے والا کل بار صفر ($Q - Q = 0$) ہے۔ اگر ہم کہتے ہیں کہ مکثفہ باروں کی ذخیرہ اندوزی کرتا ہے تو اس کا مطلب کسی ایک تختی میں ذخیرہ اندوز ہونے والے باروں کی مقدار ہو سکتا ہے۔

آج کل مکثفے مختلف شکلوں (استوانہ نما، ڈسک نما) میں اور مختلف قسموں (tantalum، Ceramic اور electrolytic) میں پائے جاتے ہیں جیسا کہ خاکہ 1.53 میں بتایا گیا ہے۔ مختلف الکٹرانک دوروں میں ان مکثفوں کا برملا استعمال کیا جاتا ہے۔

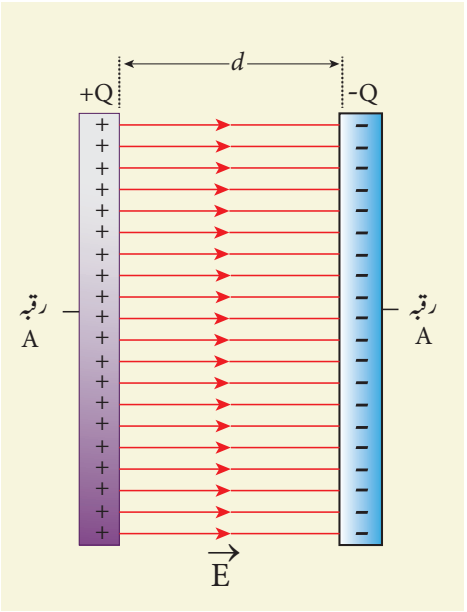


خاکہ 1.53 مختلف قسم کے مکثفے

متوازی تختیوں والے مکثفے کی برقی گنجائش

دو متوازی تختیوں والے ایک برقی مکثفے کا تصور کریں جس کی تختیوں کا ترچھی سطحی رقبہ A ہے اور وہ ایک چھوٹے سے فاصلے d سے جدا کئے گئے ہیں جیسا کہ خاکہ 1.54 میں بتایا گیا ہے۔

دو لا محدود متوازی تختیوں کے درمیان موجود برقی میدان یکساں ہوتا ہے اور وہ یوں پیش کیا جاتا ہے۔ $E = \frac{\sigma}{\epsilon_\circ}$، جہاں، σ دونوں تختیوں پر موجود باروں کی سطحی کثافت $\left(\sigma = \frac{Q}{A}\right)$ ہے۔ اگر جدائی کا فاصلہ 'd' تختی کی لمبائی سے بہت چھوٹا ہو $d^2 << A$ تو پھر اوپر کی مساوات معلوم شدہ جسامت والے متوازی تختیوں کے مکثفے کے لئے استعمال کی جاسکتی ہے۔



خاکہ 1.54 متوازی تختیوں والے مکثفے کی گنجائش

تختیوں کے درمیان موجود برقی میدان یہ ہے۔

$$E = \frac{Q}{A\epsilon_{\circ}} \qquad (1.82)$$

چونکہ برقی میدان یکساں ہے 'd' فاصلے سے جدا ہوئے دو تختیوں کی درمیانی تفاوت بالقواہ کو یوں پیش کی جاتی ہے۔

$$V = Ed = \frac{Qd}{A\epsilon_0} \qquad (1.83)$$

چنانچہ مکثفہ کی گنجائش یوں پیش کی جاتی ہے

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{\left(\frac{Qd}{A\epsilon_0}\right)} = \frac{\epsilon_0 A}{d} \qquad (1.84)$$

مساوات(1.84) کی مدد سے یہ واضح ہوتا ہے کہ برقی گنجائش ترچھی سطح رقبہ کے راست تناسب میں ہے اور تختیوں کے درمیانی فاصلے کے بلاراست تناسب میں ہے۔ مندرجۂ ذیل طریقے سے اسے اچھی طرح سمجھا جاسکتا ہے۔

(i) اگر مکثفہ کی تختیوں کا ترچھی سطحی رقبہ بڑھایا جاتا ہے تو اسی تفاوت بالقواہ کے لئے زیادہ مقدار کے بار تقسیم پا سکیں گے۔ نتیجتاً برقی گنجائش بڑھ جاتی ہے۔

(ii) اگر دو تختیوں کا درمیانی فاصلہ گھٹا دیا جائے تو دو تختیوں کی درمیانی تفاوت بالقواہ ($V = Ed$) گھٹتی ہے اور E مستقل رہتا ہے۔ نتیجتاً بیٹری کے سروں کے درمیان تفاوت بالقواہ بڑھتی ہے جس کی وجہ سے بیٹری سے تختیوں میں اضافی بار بہنے لگتے ہیں یہاں تک کہ مکثفہ کا وولٹیج بیٹری کے وولٹیج کے برابر ہوجاتاہے۔ فرض کریں کہ اگر فاصلہ بڑھادیا جاتا ہے تو مکثفہ کا وولٹیج بڑھ جاتا ہے اور بیٹری کے وولٹیج سے بڑھ جاتا ہے۔ پھر باریں مکثفہ سے بیٹری کی طرف بہنے لگتے ہیں یہاں تک کہ دونوں وولٹیج مساوی ہوجاتے ہیں۔

مثال 1.20

متوازی تختیوں والے ایک مکثفہ میں 5 سم ضلع والی مربع نما تختیاں ہیں جو 1 ملی میٹر کے فاصلے سے جدا کئے گئے ہیں۔ (a) مکثفہ کی برقی گنجائش معلوم کریں۔ (b) اگر 10V کی ایک بیٹری کو مکثفہ سے جوڑ دیا جائے تو کسی ایک تختی میں ذخیرہ اندوز ہونے والے بار کی مقدار کیا ہوگی؟

($\epsilon_{\circ} = 8.85 \times 10^{-12}\ N^{-1}m^{-2}\ C^2$ دیا گیا ہے کہ)

حل

(a) مکثفہ کی گنجائش یہ ہے۔

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d} = \frac{8.85\times10^{-12}\times25\times10^{-4}}{1\times10^{-3}}$$
$$= 221.2\times10^{-13}\,F$$
$$C = 22.12\times10^{-12}\,F = 22.12\,pF$$

(b) کسی ایک تختی میں ذخیرہ اندوز ہونے والے بار کی مقدار $Q = CV$ ہے۔

پھر

$$Q = 22.12\times10^{-12}\times10 = 221.2\times10^{-12}C = 221.2\,pC$$



کبھی آپ نے یہ غور کیا ہوگا سوئچ آن کرنے پر بھی سیلنگ فین گھومنا شروع نہیں کرتا مگر جب ہم اس کے پتوں کو گھماتے ہیں تو وہ حسب معمول گھومنے لگتا ہے۔ ایسا کیوں ہوتا ہے؟ ہم جانتے ہیں کہ کسی شئے کو گھمانے کے لئے اس شئے پر قوت گردشہ کا عمل کرنا ضروری ہے۔ افقی پنکھے کے لئے ابتدائی قوت گردشہ ایک مکثفہ ہی سے دی جاتی ہے جسے عام طور پر Condenser کہا جاتا ہے۔ اگر کنڈنسر میں کوئی کمی لاحق ہوجائے تو وہ فین کے سوئچ آن کرنے پر بھی فین کو گھمانے کے لئے مطلوبہ ابتدائی قوت گردشہ فراہم نہیں کرتا۔

1.8.2 ایک مکثفہ میں ذخیرہ اندوز ہونے والی توانائی
Energy stored in the capacitor

مکثفہ نہ صرف باروں کی ذخیرہ اندوزی کرتا ہے بلکہ وہ توانائی کی بھی ذخیرہ اندوزی کرتا ہے۔ جب ایک بیٹری کو مکثفہ سے جوڑ دیا جاتا ہے تو کل بار Q مقدار کے الکٹران ایک تختی سے دوسری تختی میں منتقل ہوجاتے ہیں۔ باروں کو منتقل کرنے کے لئے بیٹری ہی سے کام کیا گیا ہے۔ کیا گیا یہ کام برق سکونی توانائی بالقواہ کے طور پر مکثفہ میں ذخیرہ اندوز ہوجاتا ہے۔

ایک تفاوت بالقواہ V کے لئے ایک لامتناہی (infinitesimal) بار dQ کی منتقلی کے لئے، کیا گیا کام یوں پیش کیا جاتا ہے۔

$$dW = V\,dQ \qquad (1.85)$$

جہاں $V = \frac{Q}{C}$

ایک مکثفہ کو بار بردار بنانے کے لئے کیا گیا کل کام

$$W = \int_0^Q \frac{Q}{C}dQ = \frac{Q^2}{2C} \qquad (1.86)$$

کیا گیا یہ کام مکثفہ میں برق سکونی توانائی بالقواہ (U_E) کے طور پر ذخیرہ اندوز ہوتا ہے،

$$U_E = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}CV^2 \quad (\because Q = CV) \qquad (1.87)$$

جہاں Q=CV کا استعمال کیا جاتا ہے لہذا یہ ذخیرہ اندوز توانائی مکثفہ کی گنجائش اور مکثفہ کی تختیوں کے درمیانی وولٹیج کے مربع کی راست تناسب میں ہوتی ہے۔

مگر یہ توانائی مکثفہ میں کہاں ذخیرہ اندوز ہوتی ہے، اس سوال کے جواب کو سمجھنے کے لئے $C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$ اور V=Ed، ان نتائج کو استعمال کرکے مساوات (1.87) دوبارہ اس طرح لکھا جاتا ہے۔

$$U_E = \frac{1}{2}\left(\frac{\epsilon_0 A}{d}\right)(Ed)^2 = \frac{1}{2}\epsilon_0 (Ad)E^2 \qquad (1.88)$$

جہاں Ad = مکثفہ کی تختیوں کی درمیانی خلاء / جگہ کا حجم ہے، **خلاء کے فی اکائی حجم میں ذخیرہ اندوز ہونے والی توانائی، توانائی کی کثافت $u_E = \frac{U}{\text{حجم}}$ کہلاتی ہے۔** مساوات (1.88) کی مدد سے

$$u_E = \frac{1}{2}\epsilon_\circ E^2 \qquad (1.89)$$

مساوات (1.89) کی مدد سے یہ واضح ہوتا ہے کہ توانائی مکثفہ کی تختیوں کے درمیان موجود برقی میدان میں ذخیرہ اندوز ہوتی ہے۔ ایک مرتبہ اگر مکثفہ کو غیر بار بردار کردیا جائے تو وہ توانائی زائل ہوجاتی ہے۔

یہ نوٹ کرنا ضروری ہے کہ کثافت صرف برقی میدان پر منحصر ہوتی ہے اور مکثفہ کی تختیوں کی جسامت پر منحصر نہیں ہوتی۔ درحقیقت، مساوات (1.89) باروں کی کسی بھی قسم کی تشکیلی کی وجہ سے پیدا ہونے والے برقی میدان کے لئے درست ہی ثابت ہوتی ہے۔

1.8.3 کثفوں کے استعمالات
Applications of capacitors

مختلف الکٹرانک دوروں میں کثفوں کا استعمال کیا جاتا ہے۔ ان میں سے چند مندرجۂ ذیل ہیں۔

(a) فوٹو گرافس حاصل کرنے کے لئے ڈیجیٹل کیمراؤں میں فلاش کثفوں کا استعمال کیاجاتا ہے۔ جب ہم فوٹو گراف کھینچتے ہیں تو "فلاش کثفہ" کہلانے والے ایک کثفہ سے توانائی کے آزاد ہونے کی وجہ ہی سے کیمرے سے فلاش نکلتا ہے۔ (خاکہ 1.55(a))

(b) صدمۂ قلب (Heart attack) کے دوران، دل کی عام کارگردگی کو بحال کرنے کے لئے مریض کے سینے میں برقی توانائی کا ایک بہت بڑا جھٹکا دینے کے لئے heart defibrillator کہلانے والے آلہ کا استعمال کیا جاتاہے۔ اسے خاکہ 1.55(b)میں بتایا گیا ہے۔

(c) آٹو موبائیل انجنوں کے Ignition systems میں چنگاری پیدا کرنے کے لئے کثفوں کا استعمال کیا جاتا ہے۔

(d) پاور سپلائی میں برقی طاقت کے اتار چڑھاؤ کو گھٹانے اور برقی طاقت کی منتقلی کی کارکردگی کو بڑھانے کے لئے کثفوں کا استعمال کیا جاتا ہے۔

بہر حال کثفوں میں ایک کمی پائی جاتی ہے۔ بیٹری پاور سپلائی کو نکال دینے کے بعد بھی کچھ دیر تک کے لئے کثفے باروں اور توانائی کا ذخیرہ رکھتے ہیں جس سے جھٹکا لگنے کا اندیشہ ہوتا ہے۔ مثال کے طور پر، اگر ٹی وی کو سوئچ آف کرتے ہیں تو ہمیشہ یہ ایک نصیحت ہے کہ TV Panel کے پچھلے حصے کو نہ چھوا جائے۔



(b)

خاکہ 1.55 (b) دل کا defibrillator

1.8.4 کثفہ میں دوہری برقیوں کا اثر
Effect of dielectrics in capacitors

پچھلے مطالعوں میں ہم نے یہ تصور کیا تھا کہ کثفہ کی متوازی تختیوں کی درمیانی جگہ یا تو خالی ہوتی ہے یا ہوا سے بھری ہوئی ہوتی ہے۔ فرض کریں کہ اگر ان تختیوں کے درمیان مٹیکا، شیشہ یا کاغذ جیسی دوہری برقیتی اشیاء رکھ دی جاتی ہیں تو کثفہ کی برقی گنجائش تبدیل ہوجاتی ہے۔ دوہری برقیتی شئے کو دو مختلف طریقوں سے تختیوں کے درمیان رکھا جاتا ہے. (i) جب کثفہ کو بیٹری سے منقطع کردیا جاتا ہے (ii) جب کثفہ کو بیٹری سے جوڑا جاتا ہے۔

(i) جب کثفہ کو بیٹری سے منقطع کیاجاتا ہے

دو متوازی تختیوں والے ایک کثفے کا تصور کریں جن کا ترچھی تراشی رقبہ A ہے اور ان کو d فاصلے سے جدا کیا گیا ہے۔ اس کثفہ کو V_0 وولٹیج کی ایک بیٹری سے بار بردار کیا جاتا ہے اور ذخیرہ اندوز ہونے والا بار A_0 ہے۔ دوہری برقیتی شئے کے بغیر کثفہ کی گنجائش یہ ہے۔

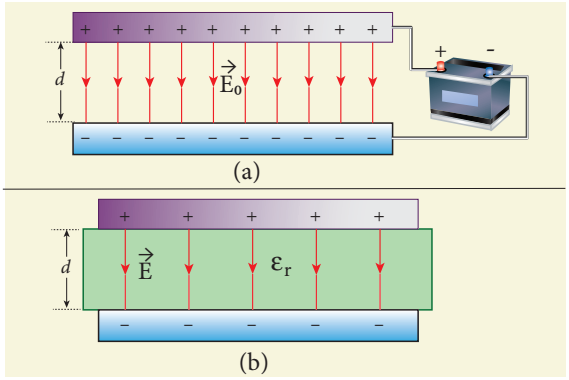
$$C_0 = \frac{Q_0}{V_0} \qquad (1.90)$$

اس کے بعد کثفہ کو بیٹری سے جدا کردیا جاتا ہے اور تختیوں کے درمیان دوہری برقیتی شئے کو رکھا جاتا ہے۔ اسے خاکہ 1.56 میں بتایا گیا ہے۔



(a)

(a) کیمرے میں فلیش کثفہ



خاکہ 1.56 (a) مکثفہ بیٹری سے بار بردار ہوتا ہے

(b) بیٹری کو جدا کرنے کے بعد ایک دوہری برقیتی شئے رکھی جاتی ہے۔

تختیوں کے درمیان دوہری برقیتی شئے کے رکھنے سے برقی میدان کم ہوجاتا ہے۔ تجرباتی طور پر دیکھا گیا تجدیدی برقی میدان یوں پیش کیا جاتا ہے۔

$$E = \frac{E_0}{\epsilon_r} \qquad (1.91)$$

جہاں E_0 دوہری برقیتی شئے کی غیر موجودگی میں مکثفوں کے اندر موجود برقی میدان ہے اور ϵ_r کو دوہری برقیتی مستقلہ کہا جاتا ہے جو کہ دوہری برقیتی شئے کی نسبتی انجذابیت ہے۔ چونکہ $\epsilon_r > 1$ ہے، برقی میدان $E < E_0$ ہے۔

اس کے نتیجہ میں، تختیوں کے درمیان موجود برق سکونی تفاوت بالقواہ (V=Ed) بھی کم ہوجاتی ہے مگر اس دوران کل بار Q_0، بیٹری کے جدا کردئے جانے پر بھی مستقل رہتا ہے۔

لہذا نئی تفاوت بالقواہ یہ ہے

$$V = Ed = \frac{E_0}{\epsilon_r} d = \frac{V_0}{\epsilon_r} \qquad (1.92)$$

ہم جانتے ہیں کہ برقی گنجائش، تفاوت بالقواہ کے بلا راست تناسب میں ہوتی ہے، چنانچہ V کے کم ہونے پر C بڑھتی ہے۔

لہذا دوہری برقیت کی موجودگی میں نئی برقی گنجائش یہ ہے۔

$$C = \frac{Q_0}{V} = \epsilon_r \frac{Q_0}{V_0} = \epsilon_r C_0 \qquad (1.93)$$

چونکہ $\epsilon_r > 1$، ہے، ہم رکھتے ہیں، $C > C_0$ ہے۔ لہذا دوہری برقیتی شئے کی مداخلت گنجائش میں اضافہ پیدا کرتی ہے۔

مساوات 1.84 کی مدد سے

$$C = \frac{\epsilon_r \epsilon_0 A}{d} = \frac{\epsilon A}{d} \qquad (1.94)$$

جہاں $\epsilon = \epsilon_r \epsilon_o$ دوہری برقیتی واسطے کی نسبتی نفوذ پذیری یا انجذابیت ہے۔

دوہری برقیتی شئے کی شمولیت سے پہلے مکثفہ میں ذخیرہ اندوز توانائی یوں پیش کی جاتی ہے۔

$$U_0 = \frac{1}{2}\frac{Q_0^2}{C_0} \qquad (1.95)$$

دوہری برقیتی شئے کی مداخلت کے بعد Q_0 مستقل ہی رہتا ہے مگر گنجائش بڑھ جاتی ہے۔ اس کے نتیجے میں ذخیرہ اندوز توانائی میں کمی واقع ہوتی ہے۔

$$U = \frac{1}{2}\frac{Q_0^2}{C} = \frac{1}{2}\frac{Q_0^2}{\epsilon_r C_0} = \frac{U_0}{\epsilon_r} \qquad (1.95)$$

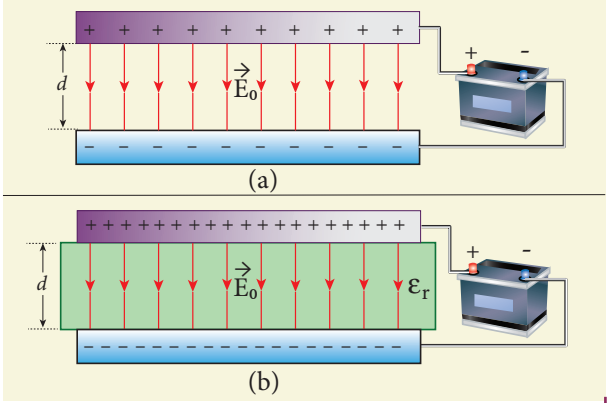
چونکہ $\epsilon_r > 1$ ہے، ہمیں $U < U_o$ حاصل ہوتا ہے۔

یہاں توانائی کی کمی واقع ہوتی ہے کیونکہ جب دوہری برقیتی شئے کو داخل کیا جاتا ہے، دوہری برقیتی شئے کو اندر کھینچنے میں مکثفہ کچھ توانائی صرف کرتا ہے۔

(ii) جب بیٹری مکثفہ سے جڑی رہتی ہے

اب آئیے ہم یہ معلوم کریں کہ دوہری برقیتی شئے کو مکثفہ میں داخل کرتے وقت V_0 وولٹیج کی بیٹری مکثفہ سے جڑی ہوتی ہے تو کیا ہوتا ہے۔ اسے خاکہ 1.57 میں بتایا گیا ہے۔

تختیوں کے آرپار کی تفاوت بالقواہ V_0 مستقل رہتی ہے مگر تجرباتی طور پر (پہلے پہل فیرڈے نے بتایا تھا) یہ دیکھا گیا کہ جب دوہری برقیتی شئے داخل کی جاتی ہے تو مکثفہ میں ذخیرہ اندوز ہونے والا بار ϵ_r کی ایک عوامل سے اضافہ ہوجاتا ہے۔



خاکہ 1.57 (a) مکثفہ ایک بیٹری کے ذریعہ بار بردار ہوتا ہے
(b) بیٹری جڑی رہنے پر دوہری برقیت داخل کی جاتی ہے

$$Q = \epsilon_r Q_o \qquad (1.97)$$

اس بڑھے ہوئے بار کی وجہ سے گنجائش بھی بڑھ جاتی ہے۔ نئی گنجائش یہ ہے۔

$$C = \frac{Q}{V_0} = \epsilon_r \frac{Q_0}{V_0} = \epsilon_r C_0 \qquad (1.98)$$

بہر حال، جب بیٹری جڑی ہوئی ہوتی ہے تو اس معاملے میں گنجائش کے بڑھ جانے کی وجہ اور دوہری برقیتی شئے کی مداخلت سے پہلے ہی بیٹری کو جدا کرنے کے معاملے میں گنجائش کے بڑھ جانے کی وجہ سے دونوں وجوہات مختلف ہیں۔

$$C_0 = \frac{\epsilon_0 A}{d} \quad \text{اب} \qquad (1.99)$$

$$C = \frac{\epsilon A}{d} \quad \text{اور}$$

ایک دوہری برقیتی شئے کو داخل کرنے سے پہلے مکثفہ میں ذخیرہ اندوز توانائی یوں پیش کی جاتی ہے۔

$$U_0 = \frac{1}{2} C_0 V_0^2 \qquad (1.100)$$

نوٹ کریں کہ ہم نے $U_0 = \frac{1}{2}\frac{Q_0^2}{C_0}$ کی مساوات کا استعمال نہیں کیا، کیونکہ یہاں بار اور گنجائش دونوں ہی تبدیل ہوگئے ہیں جب کہ مساوات (1.100) میں V_0 مستقل رہتی ہے۔

دوہری برقیتی شئے کو داخل کرنے کے بعد، گنجائش بڑھ جاتی ہے۔ لہذا ذخیرہ اندوز توانائی بھی بڑھ جاتی ہے۔

$$U = \frac{1}{2} C V_0^2 = \frac{1}{2} \epsilon_r C_0 V_0^2 = \epsilon_r U_0 \qquad (1.101)$$

چونکہ $\epsilon_r > 1$ ہے، ہمیں حاصل ہوتا ہے، $U > U_o$

یہاں یہ نوٹ کیا جاسکتا ہے کہ چونکہ مکثفہ کے درمیان V_o مستقل ہے، تختیوں کے درمیان موجود برقی میدان بھی مستقل ہی رہتا ہے۔

توانائی کی کثافت یوں پیش کی جاتی ہے۔

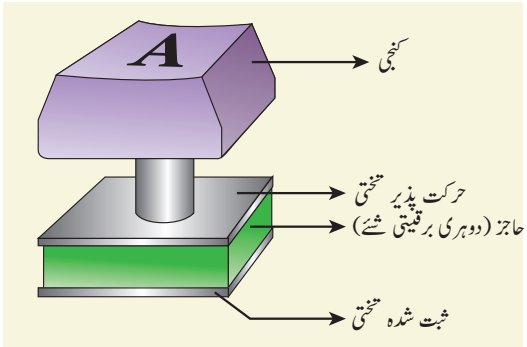
$$u = \frac{1}{2} \epsilon E_0^2 \qquad (1.102)$$

جہاں ϵ دی گئی دوہری برقیتی شئے کی انجذابیت ہے۔

مندرجۂ ذیل جدول 1.2 میں اوپر کی گئی بحثوں کا خلاصہ پیش کیا گیا ہے۔

کیا آپ جانتے ہیں؟

کمپیوٹر کے Keyboard کی کنجیاں، دوہری برقیتی شئے والے مکثفوں کے استعمال سے بنائی جاتی ہیں جیسا کہ خاکہ میں بتایا گیا ہے۔



جب کنجی دابی جاتی ہے، تختیوں کے درمیان موجود جدائی کا فاصلہ کم ہوجاتا ہے جس سے گنجائش بڑھ جاتی ہے، اس وجہ سے کمپیوٹر میں موجود برقی دوروں میں ایک سگنل پہنچتا ہے اور کمپیوٹر کو پتہ چل جاتا ہے کہ کون سی چابی دبائی گئی۔

جدول 1.2۔ کثفوں میں دوہری برقیت کے اثرات

نمبر شمارہ	دوہری برقیت کی مداخلت	بار Q	وولٹیج V	برقی میدان E	گنجائش C	توانائی U
1	جب بیٹری جدا کردی جاتی ہے	مستقل	گھٹتا ہے / گھٹتی ہے۔	گھٹتا ہے / گھٹتی ہے۔	بڑھتا ہے / بڑھتی ہے	گھٹتا ہے / گھٹتی ہے۔
2	جب بیٹری لگی ہوئی ہوتی ہے	بڑھتا ہے / بڑھتی ہے	مستقل	مستقل	بڑھتا ہے / بڑھتی ہے	بڑھتا ہے / بڑھتی ہے

مثال 1.21

$\epsilon_r = 5$ کی قیمت رکھنے والا Mica سے بھرا ہوا، متوازی تختیوں والا ایک کثفہ، 10V کی بیٹری سے جوڑ دیا گیا ہے۔ ہر متوازی تختی کا رقبہ 6 مربع سم ہے اور جدائی کا فاصلہ 6 ملی میٹر ہے۔

(a) گنجائش اور ذخیرہ اندوز بار معلوم کریں۔

(b) کثفہ کے مکمل بار بردار ہونے کے بعد بیٹری کو نکال لیا جاتا ہے اور دوہری برقیت کو بھی بااحتیاط نکال لیا جاتا ہے۔ گنجائش، ذخیرہ اندوز توانائی اور بار کی نئی قیمتیں دریافت کریں۔

حل

(a) دوہری برقیت کی موجودگی میں کثفہ کی گنجائش یہ ہے۔

$$C = \frac{\epsilon_r \epsilon_0 A}{d} = \frac{5 \times 8.85 \times 10^{-12} \times 6 \times 10^{-4}}{6 \times 10^{-3}}$$
$$= 44.25 \times 10^{-13}\,\text{F} = 4.425\ \text{pF}$$

ذخیرہ اندوز بار یہ ہے۔

$$Q = CV = 44.25 \times 10^{-13} \times 10$$
$$= 442.5 \times 10^{-13}\,\text{C} = 44.25\,\text{pC}$$

ذخیرہ اندوز توانائی یہ ہے۔

$$U = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2} \times 44.25\text{C} \times 10^{-13} \times 100$$
$$= 2.21 \times 10^{-10}\,\text{J}$$

(b) دوہری برقیت کو نکالنے کے بعد، چونکہ بیٹری کو پہلے ہی سے نکال لیا گیا ہے، کل بار تبدیل نہیں ہوتا۔ مگر تختیوں کے درمیان تفاوت بالقواہ میں اضافہ ہوجاتا ہے۔ اس کے نتیجہ میں گنجائش بڑھ جاتی ہے۔

نئی گنجائش یہ ہے۔

$$C_0 = \frac{C}{\epsilon_r} = \frac{4.425 \times 10^{-12}}{5}$$
$$= 0.885 \times 10^{-12}\,\text{F} = 0.885\,\text{pF}$$

ذخیرہ اندوز بار مستقل ہی رہتا ہے یعنی 44.25pC۔ لہذا نئی ذخیرہ اندوز توانائی

$$U_0 = \frac{Q^2}{2C_0} = \frac{Q^2\epsilon_r}{2C} = \epsilon_r U$$
$$= 5 \times 2.21 \times 10^{-10}\,\text{J} = 11.05 \times 10^{-10}\,\text{J}$$

اضافہ شدہ توانائی یہ ہے

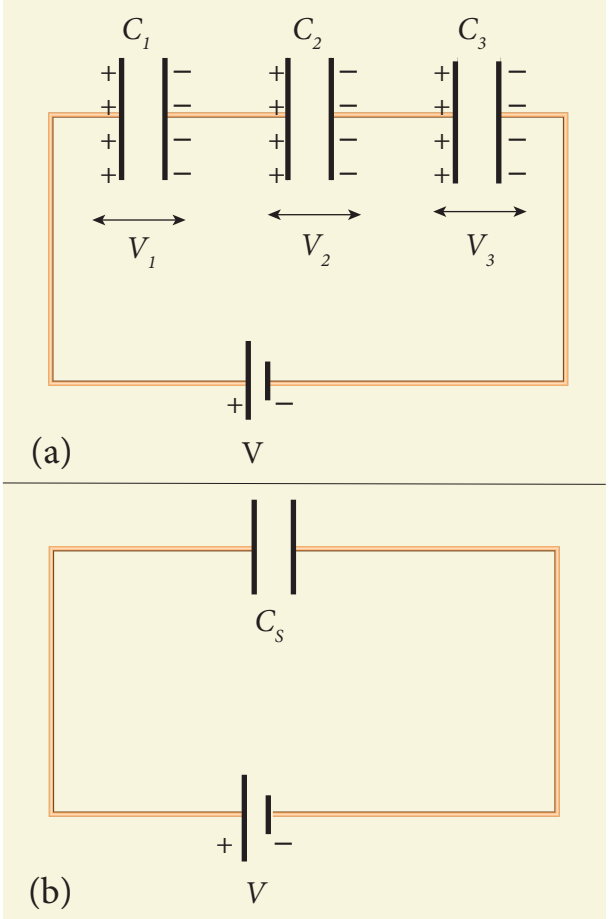
$$\Delta U = (11.05 - 2.21) \times 10^{-10}\,\text{J} = 8.84 \times 10^{-10}\,\text{J}$$

جب دوہری برقیت خارج کی جاتی ہے تو وہ تختیوں کی وجہ سے اندرونی جانب کھنچے جانے کی قوت محسوس کرتی ہے۔ دوہری برقیت کو نکالنے کے لئے دوہری برقیت پر بیرونی ذریعہ سے کام کے کئے جانے کی ضرورت پڑتی ہے جو اضافہ شدہ توانائی کے طور پر ذخیرہ اندوز ہوتی ہے۔ یہ ذریعہ یعنی $8.84 \times 10^{-10}\,\text{J}$ ہی اضافہ شدہ توانائی کا ذریعہ ہے۔

1.8.5 سلسلہ وار اور متوازی طور پر کثفہ
Capacitor in series and parallel

(i) سلسلہ وار کثفے

C_1، C_2 اور C_3 نامی گنجائشوں والے تین کثفوں کا تصور کریں جو V_0 وولٹیج کی ایک بیٹری سلسلہ وار جڑے ہوئے ہیں جیسا کہ خاکہ 1.58(a) میں بتایا گیا ہے۔



خاکہ 1.58 (a) سلسلہ وار جڑے ہوئے مکثفے
(b) مساوی مکثفہ C_s

جیسے ہی سلسلہ وار جڑے ہوئے مکثفوں سے بیٹری جوڑ دی جاتی ہے، Q بار کے الکٹران، بائیں سرے سے C_3 کے دائیں تختی میں منتقل ہوتے ہیں جو برق سکونی امالیت کی وجہ سے وہی مقدار کے Q- بار کو C_3 کے بائیں تختی سے C_2 کے دائیں تختی میں ڈھکیلتے ہیں۔ اسی طرح C_2 کی بائیں تختی Q مقدار کے باروں کو C_1 کی دائیں تختی میں ڈھکیلتی ہے۔ عین اسی وقت C_1 کی بائیں تختی Q- بار کے الکٹرانوں کو بیٹری کے مثبت سرے میں منتقل کرتی ہے۔

ان طریقوں سے، ہر مکثفہ ایک ہی مقدار کے بار Q کی ذخیرہ اندوزی کرتا ہے۔ عام طور پر مکثفوں کی گنجائشیں مختلف ہوا کرتی ہیں، یہاں تک کہ ہر مکثفے کے آر پار کے وولٹیج بھی مختلف ہوتے ہیں اور وہ بالترتیب V_1، V_2 اور V_3 سے ظاہر کئے جاتے ہیں۔

مکثفوں کے آر پار موجود وولٹیجوں کا مجموعہ بیٹری کے وولٹیج کے برابر ہونا چاہئے۔

$$V = V_1 + V_2 + V_3 \qquad (1.103)$$

چونکہ، $Q = CV$ ہے، ہم رکھتے ہیں،

$$V = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3}$$

$$= Q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}\right) \qquad (1.104)$$

اگر یہ تصور کرلیا جائے کہ سلسلہ وار جڑے ہوئے تین مکثفوں کے برابر ایک اکیلا مکثفہ C_s بنالیا جائے جیسا کہ خاکہ 1.58(b) میں بتایا گیا ہے تو ہمیں $V = \frac{Q}{C_S}$ حاصل ہوتا ہے۔ اس مساوات $V = \frac{Q}{C_S}$ کو مساوات (1.104) میں حل کرنے سے ہم حاصل کرتے ہیں۔

$$\frac{Q}{C_S} = Q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}\right)$$

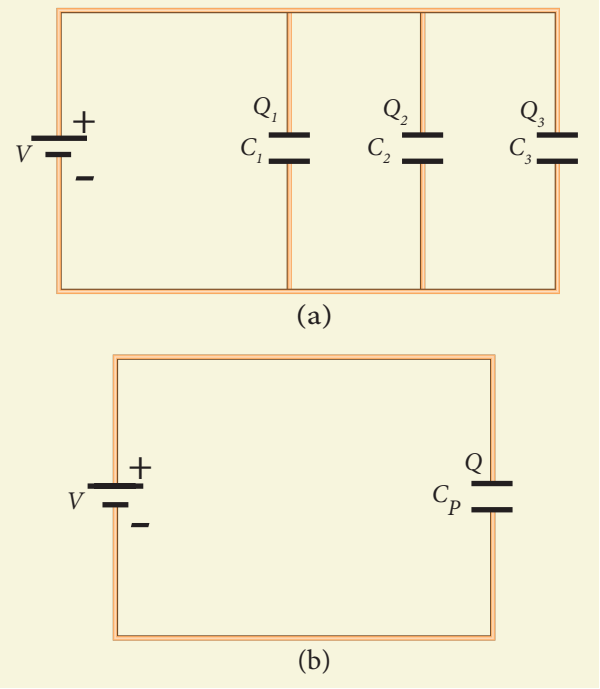
$$\frac{1}{C_S} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \qquad (1.105)$$

لہذا، سلسلہ وار جڑے ہوئے تین مکثفوں کی مساوی گنجائش C_s کا معکوس ہر گنجائش کے معکوس کے مجموعے کے برابر ہوگا۔ یہ مساوی گنجائش C_s، سلسلہ میں موجود سب سے چھوٹی انفرادی گنجائش سے بھی کم ہوتی ہے۔

(ii) متوازی طور پر گنجائش

C_1، C_2 اور C_3 نامی گنجائشیں والے تین مکثفوں کا تصور کریں جو V وولٹیج کی ایک بیٹری سے متوازی طور پر جڑے ہوئے ہیں جیسا کہ خاکہ 1.59(a) میں بتایا گیا ہے۔

چونکہ مکثفوں کے متعلقہ کنارے بیٹری کے ایک ہی مثبت اور منفی سروں سے جڑے ہوئے ہیں، ہر مکثفے کے آر پار کا وولٹیج بیٹری کے وولٹیج کے برابر ہوتا ہے۔ چونکہ مکثفوں کی گنجائشیں مختلف ہوتی ہیں، ہر مکثفے میں ذخیرہ اندوز ہونے والا بار یکساں نہیں



خاکہ 1.59 (a) متوازی طور پر جڑے ہوئے مکثفے
(b) مساوی گنجائش اسی کل بار کے ساتھ

ہوتا۔فرض کریں کہ تینوں مکثفوں میں ذخیرہ اندوز ہونے والے بار بالترتیب Q_1، Q_2 اور Q_3 ہیں۔ کل باروں کی بقاء کے کلیے کے تحت، ان تینوں باروں کا مجموعہ بیٹری سے منتقل ہونے والے بار Q کے مساوی ہوتا ہے۔

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 \qquad (1.106)$$

چونکہ Q= CV ہے، ہم رکھتے ہیں

$$Q = C_1V + C_2V + C_3V \qquad (1.107)$$

اگر یہ تصور کرلیا جائے کہ یہ تینوں مکثفے مل کر ایک اکیلی مساوی گنجائش C_P بناتے ہیں جو مکمل بار Q کی ذخیرہ اندوزی کرتی ہے جیسا کہ خاکہ 1.59(b)میں بتایا گیا ہے تو ہم $Q=C_PV$ لکھ سکتے ہیں۔ اس کو مساوات (1.107)میں حل کرنے پر ہم حاصل کرتے ہیں۔

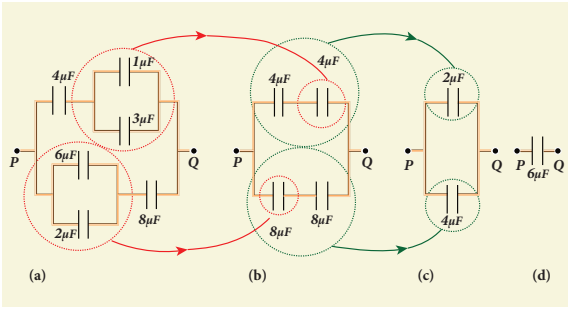
$$C_PV = C_1V + C_2V + C_3V$$

$$C_P = C_1 + C_2 + C_3 \qquad (1.108)$$

لہذا متوازی طور پر جوڑے گئے مکثفوں کی مساوی گنجائش انفردی گنجائشوں کے مجموعے کے برابر ہوتی ہے۔ متوازی جوڑ میں موجود مساوی گنجائش C_P ہمیشہ سب سے بڑی انفرادی گنجائش سے بھی زیادہ ہی ہوتی ہے۔ متوازی دور میں، ہر گنجائش کا مساوی رقبہ آپس میں جڑ کر ایک موثر رقبہ بناتا ہے یہاں تک کہ کل گنجائش میں اضافہ ہوجاتا ہے۔

مثال 1.22

خاکہ (a) میں بتائی گئی تشکیل کے لئے 8 اور Q کے درمیان موجود مساوی گنجائش معلوم کریں۔



حل

1 μF اور 3 μF والے مکثفے متوازی طور پر جوڑے گئے ہیں اور 6 μF اور 2 μF والے مکثفے بھی الگ سے متوازی طور پر جوڑے گئے ہیں۔ اس لئے ان متوازی جوڑوں کو ان کے ہی مقام پر مختص کرکے مساوی واحد گنجائشوں میں تبدیل کیا گیا ہے جیسا کہ خاکہ (b)میں ظاہر کیا گیا ہے۔

$$C_{eq} = 1 + 3 = 4\ \mu F$$

$$C_{eq} = 6 + 2 = 8\ \mu F$$

خاکہ (b)سے یہ واضح ہوتا ہے کہ 4 μF کے دومکثفے سلسلہ وار جوڑے گئے ہیں اور 8 μF کے دومکثفے بھی سلسلہ وار الگ سے جوڑے گئے ہیں۔ مسلسل دور کے ضابطہ کااستعمال کرتے ہوئے، ہم ان کی مساوی گنجائشوں کو مختص کرسکتے ہیں جیسا کہ خاکہ (c) میں بتایا گیا ہے۔

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \qquad \Rightarrow C_{eq} = 2\ \mu F$$

اور

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{4} \qquad \Rightarrow C_{eq} = 4\ \mu F$$

خاکہ (c) سے ہمیں یہ پتہ چلتا ہے کہ 2 μF اور 4 μF کے مکثفے متوازی طور پر جڑے ہوئے ہیں۔ لہذا خاکہ (d) میں ان کی مساوی گنجائش کو پیش کیا گیا ہے۔

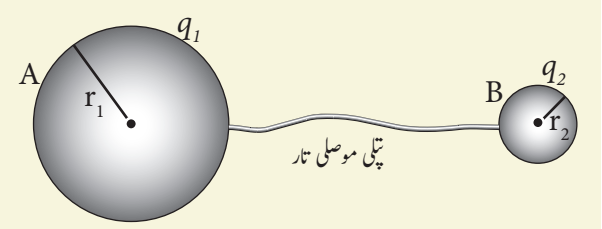
$$C_{eq} = 2 + 4 = 6\ \mu F$$

لہذا خاکہ (a) میں موجود گنجائشوں کے مجموعے کو 6 μF کی اکیلی گنجائش سے تبدیل کیا جاسکتا ہے۔

1.9 ایک موصل میں باروں کی تقسیمی اور مختلف نقاط پر اس کا عمل
Distribution of charges in a conductor and action at points

1.9.1 ایک موصل میں باروں کی تقسیمی
Distribution of charges in a conductor

ایک باریک موصلی تار سے جڑے ہوئے دو موصلی کروں A اور B کا تصور کریں جن کے نصف قطر بالترتیب r_1 اور r_2 ہیں، جیسا کہ خاکہ 1.60 میں بتایا گیا ہے۔ ان کروں کا درمیانی فاصلہ دونوں کروں کے نصف قطروں سے کہیں زیادہ ہے۔



خاکہ 1.60 موصلی تار کے ذریعہ دو موصلوں کو جوڑا گیا ہے

اگر کروں میں سے کسی ایک میں ایک بار 'Q' کا تعارف کروایا جائے تو یہ بار 'Q' دونوں کروں میں دوبارہ تقسیم پاتا ہے یہاں تک کہ دونوں کروں میں برق سکونی قواہ مساوی ہوجاتی ہے۔ اب وہ مساوی طور پر بار بردار بن جاتے ہیں اور برق سکونی توازنت اختیار کرلیتے ہیں۔ موصل کی سطح ہی پر باروں کی تقسیمی ہوتی ہے اور موصل کے اندر کوئی کل بار موجود نہیں ہوتا۔ فرض کریں کہ کرہ A کی سطح پر موجود بار q_1 ہے اور کرہ B کی سطح پر موجود بار q_2 ہے۔ اس طرح سے کہ $Q=q_2+q_1$ ہے۔

کرہ A کی سطح پر موجود برق سکونی قواہ کو یوں پیش کیا جاتا ہے۔

$$V_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_\circ}\frac{q_1}{r_1} \qquad (1.109)$$

کرہ B کی سطح پر موجود برق سکونی قواہ کو یوں پیش کیا جاتا ہے۔

$$V_B = \frac{1}{4\pi\epsilon_\circ}\frac{q_2}{r_2} \qquad (1.110)$$

موصل کی سطح ایک ہم قواہ an equipotential ہوتی ہے۔ چونکہ کرے موصلی تار سے جڑے ہوتے ہیں۔ دونوں کروں کی سطحیں مل کر ایک ہم قواہی سطح بناتے ہیں۔ اس سے پتہ چلتا ہے کہ

$$V_A = V_B \quad \text{یا} \quad \frac{q_1}{r_1} = \frac{q_2}{r_2} \qquad (1.111)$$

فرض کریں کہ کرہ A کی سطح پر موجود باروں کی کثافت σ_1 ہے۔ اور کرہ B کی سطح پر موجود باروں کی کثافت σ_2 ہے تو پھر $q_1 = 4\pi r_1^2\sigma_1$ اور $q_2 = 4\pi r_2^2\sigma_2$ ہوگا۔

ان قیمتوں کو مساوات 1.111 میں حل کرنے سے ہم حاصل کرتے ہیں۔

$$\sigma_1 r_1 = \sigma_2 r_2 \qquad (1.112)$$

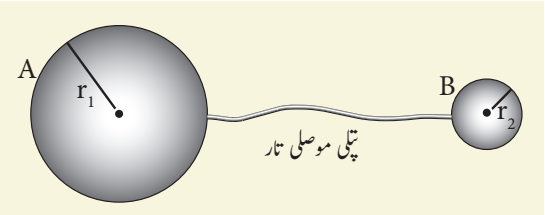
اس کا ماحصل یہ ہے.

$$\sigma r = \text{مستقلہ} \qquad (1.113)$$

لہذا باروں کی سطحی کثافت σ کرہ کے نصف قطر کی معکوس تناسب میں ہوتی ہے۔ نصف قطر چھوٹا ہو تو باروں کی کثافت زیادہ ہوگی اور عین اس کے برعکس بھی ہوگی۔

مثال 1.23

دو موصلی کرے جن کے نصف قطر سم8=r_1 اور سم3=r_2 ہیں، 8cm سے کہیں زیادہ کے فاصلے سے جدا کئے گئے ہیں اور ایک پتلی موصلی تار سے جڑے ہوئے ہیں جیسا کہ خاکہ میں بتایا گیا ہے۔ کسی ایک کرہ پر $Q = +100$ nC مقدار کا کل بار رکھا جاتا ہے۔ ایک سکنڈ کے ایک چھوٹے سے کسر کے بعد Q بار دوبارہ تقسیم پاتا ہے اور دونوں کرے برق سکونی توازنت اختیار کر لیتے ہیں۔



(a) ہر کرہ پر موجود بار اور باروں کی سطحی کثافت معلوم کریں

(b) ہر کرہ کی سطح پر موجود قواہ دریافت کریں

حل

(a) کرہ A کی سطح پر موجود برق سکونی قواہ $V_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_\circ}\frac{q_1}{r_1}$ ہے۔

کرہ B کی سطح پر موجود برق سکونی قواہ $V_B = \frac{1}{4\pi\epsilon_\circ}\frac{q_2}{r_2}$ ہے۔ چونکہ $V_A = V_B$ ہے۔

$$\frac{q_1}{r_1} = \frac{q_2}{r_2} \Rightarrow q_1 = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)q_2$$

مگر کل باروں کی بقاء کے کلیے $Q = q_1 + q_2$ سے ہم حاصل کرتے ہیں، $q_1 = Q - q_2$ ان قیمتوں کو اوپر کی مساوات میں حل کرنے پر

$$Q - q_2 = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)q_2$$

یہاں تک کہ $q_2 = Q\left(\frac{r_2}{r_1 + r_2}\right)$

چنانچہ

$$q_2 = 100\times10^{-9}\times\left(\frac{2}{10}\right) = 20\text{ nC}$$

اور $q_1 = Q - q_2 = 80\text{nC}$

کرہ A پر برقی باروں کی کثافت $\sigma_1 = \frac{q_1}{4\pi r_1^2}$

کرہ B پر برقی باروں کی کثافت $\sigma_2 = \frac{q_2}{4\pi r_2^2}$

چنانچہ

$$\sigma_1 = \frac{80\times10^{-9}}{4\pi\times64\times10^{-4}} = 0.99\times10^{-6}\,\text{C m}^{-2}$$

اور

$$\sigma_2 = \frac{20\times10^{-9}}{4\pi\times4\times10^{-4}} = 3.9\times10^{-6}\,\text{C m}^{-2}$$

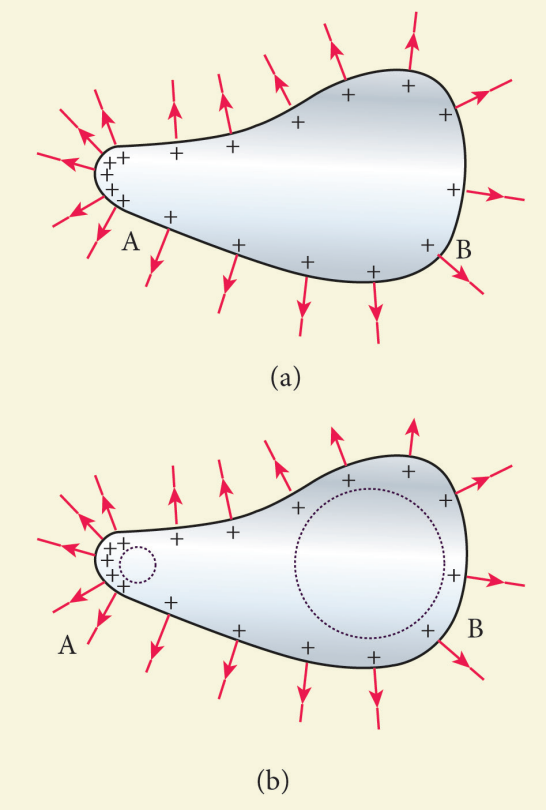
نوٹ کریں کہ بڑے کرے کے مقابلے میں چھوٹے کرہ کے باروں کی سطحی کثافت ($\sigma_2 \approx 4\sigma_1$) زیادہ ہے۔ جس سے یہ نتیجہ $\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{r_2}{r_1}$ سچ ثابت ہوتا ہے۔

دونوں کروں میں موجود قواہ یکساں ہے۔ اس لئے ہم کسی ایک کرہ پر موجود قواہ کی دریافت کرسکتے ہیں۔

$$V_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_\circ}\frac{q_1}{r_1} = \frac{9\times10^9\times80\times10^{-9}}{8\times10^{-2}} = 9\text{kV}$$

1.9.2 نقاط کا عمل یا کورونا غیر بار برداری
Action of points or Corona discharge

بے قاعدہ شکل کے ایک بار بردار موصل کا تصور کریں جیسا کہ خاکہ 1.61(a) میں بتایا گیا ہے۔



خاکہ 1.61 کورونا غیر بار برداری یا نقاط کا عمل

ہم جانتے ہیں کہ انخا کا نصف قطر جتنا چھوٹا ہوتا ہے، باروں کی کثافت اتنی زیادہ ہوتی ہے۔ موصل کا وہ کنارا جس کا انخا زیادہ (نصف قطر چھوٹا) ہوتا ہے، زیادہ بار گھیرتا ہے، جیسا کہ خاکہ 1.61(b)میں بتایا گیا ہے۔

اس کے نتیجے میں اس کنارے کے قریب موجود برقی میدان بہت زیادہ ہوتا ہے اور وہ اطراف کی ہوا کو رواں بنانا شروع کردیتا ہے۔ نوکیلے یا باریک کنارے پر مثبت رواں ڈھکیلے جاتے ہیں اور منفی رواں کھنچے جاتے ہیں۔ اس کی وجہ سے باریک کنارے کے قریب موجود موصل کا کل بار کم ہوجاتا ہے۔ اسی کو نقطوں کا عمل یا کورونا غیر باربرداری کہا جاتا ہے۔

1.9.3 بجلی کو قید کرنے کا آلہ یا بجلی کا موصل
Lightning arrester or lightning conductor

یہ ایک آلہ ہے جو تمام عمارتوں کو بجلی کی کڑکوں سے حفاظت کرتا ہے۔ یہ نقطوں کے عمل یاکورونا غیر بار برداری کے اصول پر کام کرتا ہے۔

اس آلہ میں تانبے کی ایک لمبی اور موٹی سلاخ ہوتی ہے جو عمارت کے اوپر سے زمین تک گزاری ہوئی ہوتی ہے۔ سلاخ کا اوپری کنارا سوئی کی مانند بہت ہی تیز یا نوکیلا ہوتا ہے، جیسا کہ خاکہ 1.62(a)اور(b)میں بتایا گیا ہے۔





خاکہ 1.62 (a) بجلی کو قید کرنے والے آلہ کا ساختی خاکہ
(b) بجلی کا موصل رکھا گیا ایک گھر

سلاخ کے نچلے کنارے کو تانبے سے بنی ایک تختی سے جوڑدیا جاتا ہے جو زمین میں گہری طور پر گھڑی ہوئی (دفن شدہ) ہوتی ہے۔ جب ایک منفی بار بردار بادل عمارت کے اوپر سے گزرتا ہے تو وہ نوکیلے کنارے پر ایک مثبت بار کی امالیت کرتا ہے۔ چونکہ سلاخ کی نوک پر امالی بار کی کثافت زیادہ ہوتی ہے۔ یہ کورونا غیر باربرداری کا سبب بنتی ہے۔ یہ مثبت بار اطراف کی ہوا کو رواں ساز بناتی ہے جس کی وجہ سے بادل میں موجود منفی بار معادل بن جاتے ہیں۔ نوکیلے کنارے پر ڈھکیلے جانے والے منفی بار، تانبے کی

سلاخ سے گذر کر حفاظت سے زمین تک پہنچ جاتے ہیں۔ بجلی کا موصل بجلی کی کڑک کو روکتا نہیں ہے بلکہ بجلی کو حفاظت کے ساتھ زمین تک پہنچا دیتا ہے۔

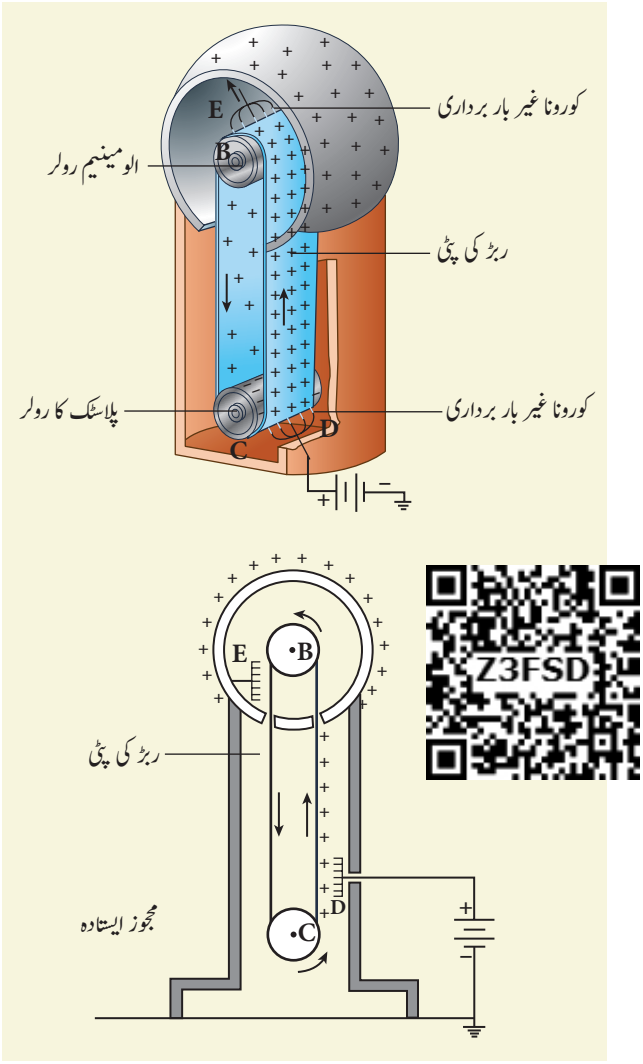
1.9.4 وین ڈی گراف جنریٹر
Van de Graaff Generator

1929 میں Robert Van de Graaff نے ایک مشین کا ایجاد کیا جو کئی ملین وولٹ تک (10^7V) کی برق سکونی تفاوت بالقواہ کی ایک بڑی مقدار فراہم کرتی ہے، جسے Van de Graff جنریٹر کہا جاتا ہے۔ یہ آلہ برق سکونی امالیت اور نقطوں کے عمل کے اصول پر کام کرتا ہے۔

مجوز ایستادہ Insulated stand پر ایک بہت بڑا کھوکھلا کروی موصل ثبت کردیاجاتا ہے جیسا کہ خاکہ 1.63 میں بتایا گیا ہے۔ کھوکھلے کرہ کے مرکز پر ایک چرخہ B چڑھا دیا جاتا ہے اور ایک اور چرخہ C نیچے ثبت کردیا جاتا ہے۔ ان دونوں چرخوں پر ریشم یا ربڑ جیسی مجوز اشیاء سے بنی ہوئی ایک موٹی سی پٹی گھومتی ہے۔ C چرخے کو ایک برقی موٹار کے ذریعہ لگاتار گھمایا جاتا ہے۔ E اورD نامی دو کنگھی نما دھاتی موصلوں کو چرخیوں کے قریب ثبت کردیا جاتا ہے۔

10^4V کی ایک پاور سپلائی کے ذریعہ کنگھی D کو ایک مثبت قواہ پر برقرار رکھا جاتا ہے۔ اوپری کنگھی E کو کھوکھلے دھاتی کرہ کے اندرونی حصے سے جوڑ دیا جاتا ہے۔

کنگھی D کے قریب، اعلیٰ برقی میدان رہنے کی وجہ سے نقطوں کے عمل کے ذریعہ پٹی اور کنگھی D کی درمیانی ہوا رواں ساز بننے لگتی ہے۔ مثبت باریں پٹی کی طرف ڈھکیل دئے جاتے ہیں اور منفی باریں کنگھی D سے کھنچے جاتے ہیں۔ مثبت باریں پٹی سے چمٹ جاتے ہیں اور اوپر جاتے ہیں۔ جب پٹی پر موجود مثبت باریں کنگھی E کے قریبی نقطہ پر پہنچتے ہیں تو برق سکونی امالیت کی وجہ سے کنگھی E، منفی بار اختیار کرلیتی ہے اور کرہ مثبت بار اختیار کرلیتاہے۔ اس کے نتیجہ میں مثبت باریں کنگھی E سے ڈھکیلے



خاکہ 1.63 وین ڈی گراف جنریٹر

جاتے ہیں اور وہ کرہ کے باہری سطح پر پہنچ جاتے ہیں۔ چونکہ وہ کرہ خود ایک موصل ہے، مثبت باریں اس کھوکھلے کرہ کی باہری سطح پر مساوی طور پر تقسیم ہوجاتے ہیں۔ اسی دوران منفی باریں، پٹی میں موجود مثبت باروں کو چرخہ پر پہنچنے سے پہلے، کورونا غیر برداری کی وجہ سے تعدیل کردیتے ہیں۔

جب پٹی نیچے اترتی ہے تو وہ کوئی کل بار نہیں رکھتی۔ نچلے حصے پر وہ دوبارہ ایک بڑی مقدار کے مثبت بار جمع کرتی ہے۔ پٹی اوپر جاتی ہے اور مثبت باروں کو کرہ کی بیرونی سطح پر پہنچادیتی ہے۔ یہ سلسلہ جاری رہتا ہے یہاں تک کہ بیرونی سطح 10^7V کی حد تک تفاوت بالقواہ پیدا کرتی ہے جو کہ اس کی حد درجہ کی قیمت ہے۔ ہم اس حد سے زیادہ باروں کی ذخیرہ اندوزی نہیں کرسکتے

کیونکہ ہوا کی رواں سازی کی وجہ سے اضافی بار، اطراف واکناف میں رسنا شروع ہوجاتے ہیں۔ باروں کی اس رسائی کو کم کرنے کے لئے، مشین کو بہت اعلیٰ دباؤ پر، گیس سے بھرے ہوئے اسٹیل کے Chamber یعنی خانہ میں رکھا جاتا ہے۔

اس وین ڈی گراف جنریٹر میں پیدا ہونے والا اعلیٰ وولٹیج نیوکلیائی تحلیل (Nuclear disintegration) کے لئے مثبت روانوں (پروٹانوں اور ڈیوٹرانوں) میں اسراع پیدا کرنے کے لئے اور دیگر معاملات میں استعمال ہوتا ہے۔

مثال 1.24

ہوا کی دوہری برقیتی طاقت 3×10^6 V m^{-1} ہے۔ فرض کریں کہ وین ڈی گراف جنریٹر میں موجود کھوکھلے کرہ کا نصف قطر R = 0.5 m ہے، اس جنریٹر سے پیدا ہونے والی انتہائی تفاوت بالقواہ کی دریافت کریں

حل

(گاس کے کلیے کی مدد سے) کرہ کی سطح پر موجود برقی میدان یوں پیش کیاجاتا ہے۔

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_\circ}\frac{Q}{R^2}$$

کھوکھلے دھاتی کرہ کی سطح پر موجود قواہ یہ ہے

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_\circ}\frac{Q}{R} = ER$$

چونکہ $V_{max} = E_{max}R$ ہے۔

یہاں $E_{max} = 3\times10^6$ Vm^{-1} ہے۔ اس لئے جنریٹر سے پیدا ہونے والی انتہائی تفاوت بالقواہ یوں پیش کی جاتی ہے۔

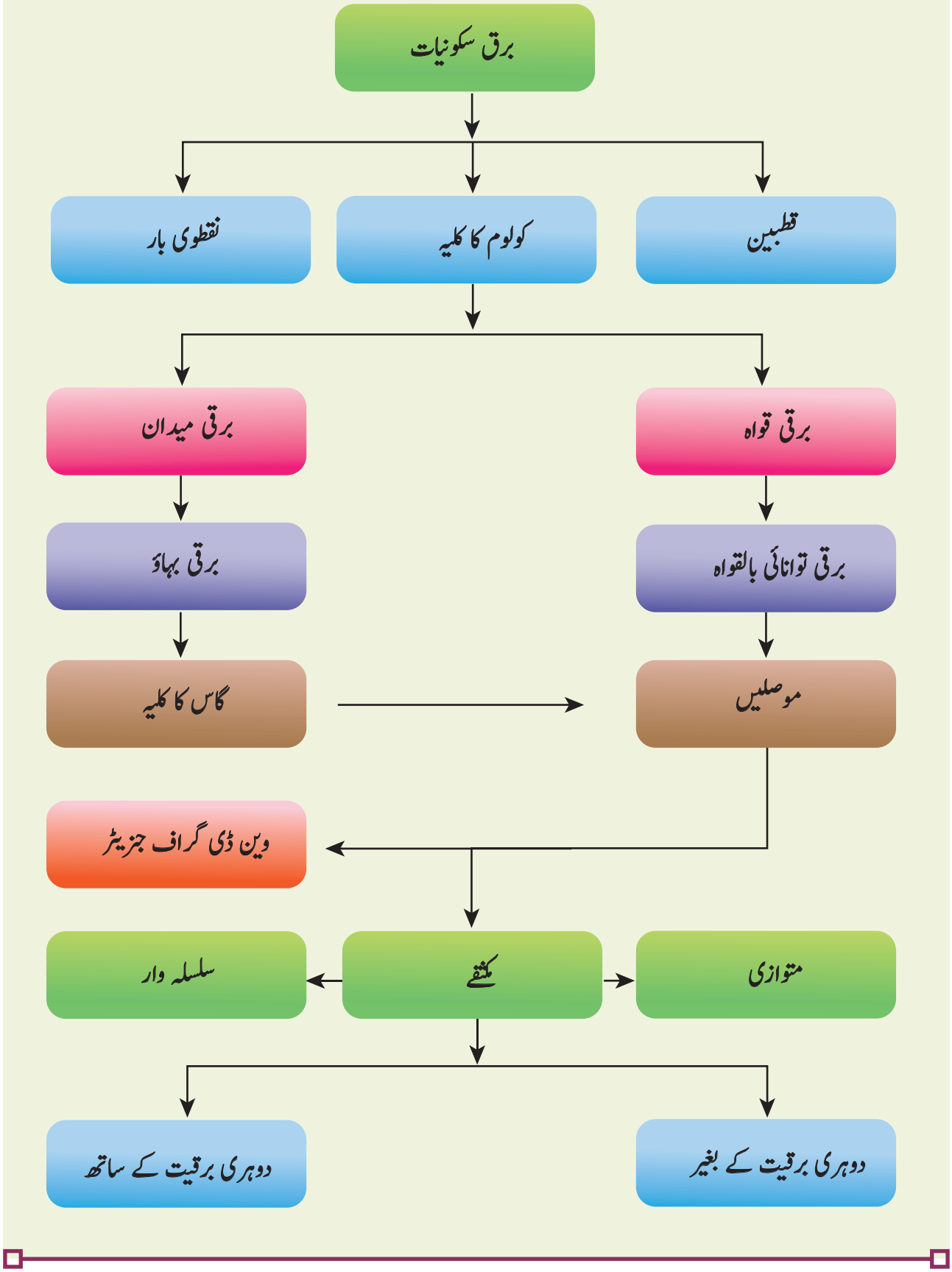
$$V_{max} = 3 \times 10^6 \times 0.5$$
$$= 1.5 \times 10^6 \text{ V (or) } 1.5 \text{ ملین وولٹ}$$

خلاصہ

- مساوی بار ایک دوسرے کو دفع کرتے ہیں اور مخالف بار ایک دوسرے کو کھینچتے ہیں۔
- کائنات میں موجود کل بار بقائی ہیں۔
- بار کوانٹم ساز ہوتا ہے۔ ایک شئے میں موجود کل بار q=ne ہے جہاں $n = 0,1,2,3\ldots$ ہے اور e الکٹران کا بار ہے
- سمتیہ طریقے میں کولوم کا کلیہ یہ ہے۔ $\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_\circ}\frac{q_1 q_2}{r^2}\hat{r}$ ($\hat{r}$ q_1 اور q_2 کو ملانے کی سمت میں اکائی سمتیہ ہے)
- برق سکونی قوت اصول انطباق کی اتباع کرتی ہے۔
- ایک نقطوی بار سے r فاصلے پر موجود برقی میدان $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_\circ}\frac{q}{r^2}\hat{r}$ ہے۔
- برق میدانی خطوط مثبت بار سے شروع ہو کر منفی بار یا لامحدود دوری پر ختم ہوتے ہیں۔
- محوری خط کے نقطے پر برقی قطبین کی وجہ سے بننے والا برقی میدان: $\vec{E}_{tot} = \frac{1}{4\pi\epsilon_\circ}\left(\frac{2\vec{p}}{r^3}\right)$
- استوائی خط کے نقطے پر برقی قطبین کی وجہ سے بننے والا برقی میدان: $\vec{E}_{tot} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_\circ}\left(\frac{\vec{p}}{r^3}\right)$
- ایک یکساں برقی میدان میں ایک قطبین سے محسوس کی جانے والی قوت گردشہ: $\vec{\tau} = \vec{p}\times\vec{E}$
- ایک نقطوی بار سے r فاصلے پر موجود برق سکونی قواہ: $V = \frac{1}{4\pi\epsilon_\circ}\frac{q}{r}$
- ایک برقی قطبین کی وجہ سے بننے والی برق سکونی قواہ: $V = \frac{1}{4\pi\epsilon_\circ}\frac{\vec{p}.\hat{r}}{r^2}$
- ایک یکساں قواہی سطح کے تمام نقاط پر برق سکونی قواہ یکساں ہوتی ہے۔
- برقی میدان اور برق سکونی قواہ کا درمیانی تعلق یہ ہے $\vec{E} = -\left(\frac{\partial V}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial V}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial V}{\partial z}\hat{k}\right)$
- باروں کے نظام کے لئے برق سکونی توانائی بالقواہ دی گئی تشکیل میں باروں کی ترتیبی کے لئے کئے جانے والے کام کے برابر ہوتی ہے۔
- ایک یکساں برقی میدان میں موجود ایک قطبینی نظام کی برق سکونی توانائی بالقواہ: $U = -\vec{p}\cdot\vec{E}$
- ایک بند سطح کے ذریعہ ہونے والا کل برقی بہاؤ $\Phi_E = \frac{Q}{\epsilon_\circ}$ ہے، جہاں Q، سطح سے گھرا ہوا کل بار ہے۔
- ایک بار بردار لامحدود تار کی وجہ سے پیدا ہونے والا برقی میدان: $\vec{E} = \frac{1}{2\pi\epsilon_\circ}\frac{\lambda}{r}\hat{r}$
- ایک بار بردار لامحدود سطح کی وجہ سے پیدا ہونے والا برقی میدان: $\vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_\circ}\hat{n}$ ($\hat{n}$ سطح کے عمودی ہے)
- بار بردار کروی خانہ کے اندر برقی میدان صفر ہوتا ہے۔ بیرونی نقاط کے لئے: $\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_\circ r^2}\hat{r}$

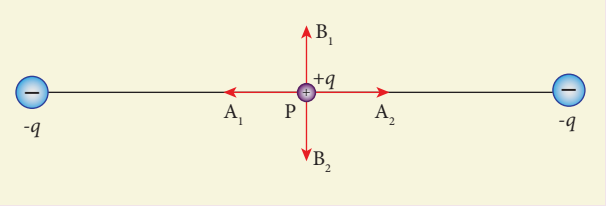
- موصل کے اندر برقی میدان صفر ہوتا ہے۔ موصل کی سطح پر موجود برقی میدان سطح کے عمودی ہوتا ہے اور اس کی قدری مقدار $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$ ہے۔
- موصل کی سطح، سطح کے تمام نقطوں پر مساوی قواہ رکھتی ہے۔
- موصل کو امالیت کے عمل سے بار بردار کیا جاسکتا ہے۔
- ایک دوہری برقیتی شئے یا حاجز میں آزاد الکٹران نہیں ہوتے۔ جب ایک برقی میدان بھیجا جاتا ہے تو دوہری برقیتی شئے قطبائی جاتی ہے ۔
- ایک موصل کی گنجائش یوں پیش کی جاتی ہے۔ $C = \frac{Q}{V}$
- متوازی تختیوں والے مکثفہ کی گنجائش: $C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$
- مکثفہ میں ذخیرہ اندوز ہونے والی برق سکونی توانائی: $U = \frac{1}{2}CV^2$
- ایک متوازی مجموعہ کی مساوی گنجائش، مکثفوں کی انفرادی گنجائشوں کے مجموعے کے برابر ہوتی ہے۔
- ایک سلسلہ وار مجموعے کے لئے مساوی گنجائش کا معکوس، مکثفوں کی انفردی گنجائشوں کے معکوس کے مجموعے کے برابر ہوتا ہے۔
- موصلوں میں باروں کی تقسیمی، موصل کی شکل پر منحصر ہوتی ہے۔ نوکیلے کناروں پر باروں کی سطحی کثافت زیادہ ہوتی ہے۔ یہ اصول بجلی کے موصلوں میں استعمال کیا جاتا ہے۔
- بڑی مقدار کی تفاوت بالقواہ ($\sim 10^7$V) پیدا کرنے کے لئے وین ڈی گراف جنریٹر کا استعمال کیا جاتا ہے۔

CONCEPT MAP تصوری نقشہ



I۔ کثیر انتخابی سولات

1. دو ہم نما نقطوی باریں جن کی قدریں q- ہیں۔ ثبت کئے گئے ہیں جیسا کہ خاکہ میں بتایاگیا ہے۔ ان دو باروں کے درمیان P مقام پر ایک تیسرا بار q+ رکھا جاتا ہے۔ فرض کریں کہ اگر اس q+ بار کو تیر کے بتائے گئے سمتوں میں Pمقام سے ایک چھوٹے سے فاصلے تک ہٹانا ہو تو کس ر کن سمت ر سمتوں میں q+ بار ہٹاؤ کے لحاظ سے برقرار رہے گا۔



(a) A_1 اور A_2 (b) B_1 اور B_2

(c) دونوں سمتوں میں (d) برقرار نہیں رہ سکتا۔

2. باروں کی کون سی تشکیلی ایک یکساں برقی میدان پیدا کرتی ہے

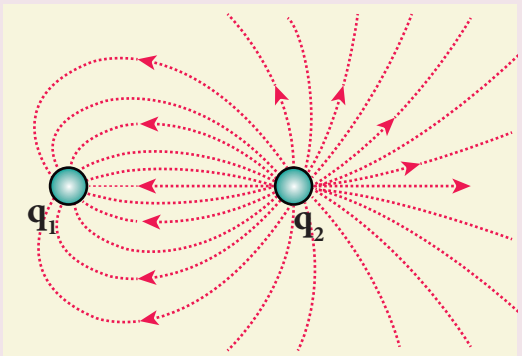
(a) نقطوی بار

(b) یکساں بار بردار لامحدود خط

(c) یکساں بار بردار لامحدود سطح

(d) یکساں بار بردار کروی خانہ

3. مندرجۂ ذیل برقی میدانی خط کے نمونے کو پانے کے لئے باروں کی نسبت $\left|\frac{q_1}{q_2}\right|$ کیا ہوگی؟



(a) $\frac{1}{5}$ (b) $\frac{25}{11}$

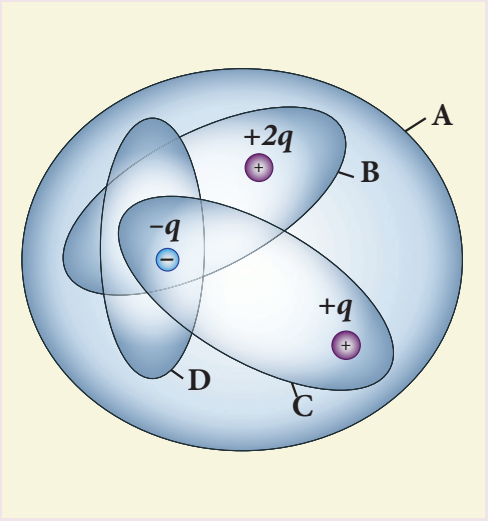
(c) 5 (d) $\frac{11}{25}$

4. ایک برقی قطبین، $2 \times 10^5\ N\ C^{-1}$ کے ایک برقی میدان کے ساتھ $30°$ کے زاویہ پر سمت بند ہے۔ وہ8Nmمقدار کی ایک قوت گدشہ سے دو چار ہوتاہے۔ اگر قطبین کی لمبائی ایک سمر ہو تو قطبین پر موجود بار کی مقدار یہ ہے۔

(a) 4 mC (b) 8 mC

(c) 5 mC (d) 7 mC

5. نیچے چار گاسین سطحیں دی گئی ہیں اور ہر گاسین سطح کے اندرونی بار بتائے گئے ہیں۔ بڑھتی ہوئی ترتیب میں ہر گاسین سطح کے ذریعہ ہونے والے برقی بہاؤ کی ترتیب بتائیے۔



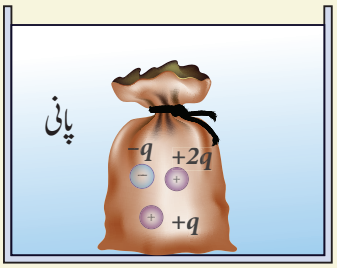
(a) $D < C < B < A$

(b) $A < B = C < D$

(c) $C < A = B < D$

(d) $D > C > B > A$

6. پانی کے اندر رکھی گئی مندرجۂ ذیل بند سطح کے لئے کل برقی بہاؤ یہ ہے۔



(a) $\frac{80q}{\epsilon_0}$ (b) $\frac{q}{40\epsilon_0}$

(c) $\frac{q}{80\epsilon_0}$ (d) $\frac{q}{160\epsilon_0}$

7. q_1 اور q_2 مثبت باریں رکھنے والی دو ہم شکل موصلی گیندیں، مرکز سے مرکز تک r فاصلے سے جدا کی گئی ہیں۔ اگر انہیں مس ہو کر دو بارہ اسی فاصلے سے جدا ہونے کے لئے چھوڑا جائے تو ان کی درمیانی قوت یہ ہوگی۔ (NSEP 04-05)

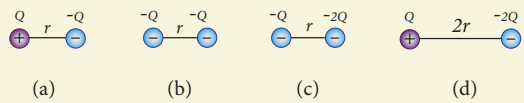
(a) پہلے سے کم

(b) پہلے کے مساوی

(c) پہلے سے زیادہ

(d) صفر

8. باروں کے دئے گئے نظام کے لئے بڑھتی ہوئی ترتیب میں برق سکونی توانائی بالقواہ کو جوڑیئے۔



(a) $1 = 4 < 2 < 3$ (b) $2 = 4 < 3 < 1$

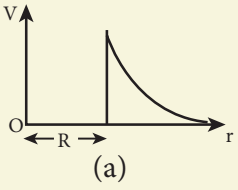
(c) $2 = 3 < 1 < 4$ (d) $3 < 1 < 2 < 4$

9. خلاء کے ایک مخصوص علاقے میں $\vec{E} = 10x\hat{i}$ کا ایک برقی میدان موجود ہے۔ پھر اگر تفاوت بالقواہ $V = V_0 - V_A$ ہوتو جس میں V_o مبدا پر موجود قواہ ہے اور V_A، سمر $x = 2$ پر موجود قواہ ہے تو کل تفاوت بالقواہ یہ ہے۔

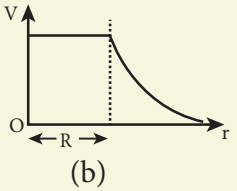
(a) 10 V (b) −20 V

(c) +20 V (d) −10 V

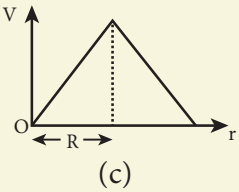
10. R نصف قطر والا ایک باریک موصلی کروی خانہ Q بار رکھتا ہے جو اس کی سطح پر مساوی طور پر پھیلا ہوا ہے۔ اس کروی خانہ کی وجہ سے بننے والی برق سکونی قواہ کے لئے کھینچی گئی درست ترسیم یہ ہے۔



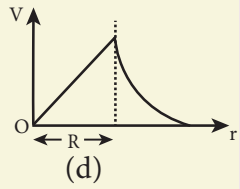
(a)



(b)



(c)



(d)

11. A اور B دو نقاط بالترتیب 7V اور −4V کی قواہ پر برقرار ہیں۔ A سے B پر 50 الکٹرانوں کو منتقل کرنے کے لئے کئے گئے کام کی مقدار یہ ہے۔

(a) 8.80×10^{-17} J

(b) -8.80×10^{-17} J

(c) 4.40×10^{-17} J

(d) 5.80×10^{-17} J

12. اگر ایک مکثفے میں بھیجے گئے وولٹیج کو 1V سے 2V میں بڑھا دیا جائے تو درست نتیجہ کا انتخاب کریں۔

(a) Q برقرار رہتا ہے 'C' دگنا ہوجاتی ہے۔

(b) Q دگنا ہوجاتا ہے، C بھی دگنی ہوجاتی ہے۔

(c) Cبرقرار رہتی ہے اور Q بھی برقرار رہتا ہے۔

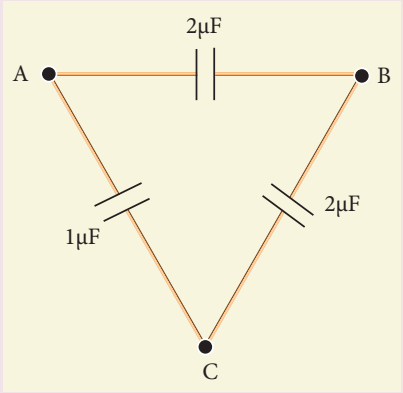
(d) دونوں Q اور C یوں ہی برقرار رہتے ہیں۔

13. متوازی تختیوں والا یک مکثفہ ایک وولٹیج V پر Q بار کی ذخیرہ اندوزی کرتا ہے۔ فرض کریں کہ اگر متوازی تختیوں والے مکثفے کے رقبے اور تختیوں کے درمیانی فاصلے کو دوگنا کردیا جائے تو وہ کون سی مقدار ہے جو تبدیل ہوگی؟

(a) گنجائش۔ (b) بار

(c) وولٹیج (d) توانائی کی کثافت

14. خاکہ میں بتائے گئے طریقے کے مطابق تین مکثفوں کو مثلث کی شکل میں جوڑ دیا جاتا ہے۔ A اور C نقاط کے درمیان موجود مکثفوں کی مساوی گنجائش یہ ہے۔



1μF (a) 2 μF (b)

3 μF (c) $\frac{1}{4}$ μF (d)

15. 1 سم اور 3 سم نصف قطروں والے دو دھاتی کروں کو بالترتیب -1×10^{-2} C اور 5×10^{-2} C مقدار کے بار دئے جاتے ہیں۔ اگر ان کو ایک موصلی تار سے جوڑ دیا جائے تو بڑے کرہ پر موجود حتمی (Final) بار کی مقدار یہ ہے۔(AIIPMT-2012)۔

(a) 3×10^{-2} C

(b) 4×10^{-2} C

(c) 1×10^{-2} C

(d) 2×10^{-2} C

جوابات

1) b	2) c	3) d	4) b	5) a
6) b	7) c	8) a	9) c	10) b
11) a	12) c	13) d	14) b	15) a

II۔ مختصر جوابات کے سوالات

1. باروں کی کوانٹم سازی سے کیا مراد ہے؟
2. کولوم کے کلیہ کو سمتیہ طریقے سے تحریر کریں اور بتائیے کہ اس کی اصطلاحات کیا ظاہر کرتے ہیں؟
3. کولوم کی قوت اور جاذبی قوت کے درمیان کیا کیا فرق پائے جاتے ہیں؟
4. اصول انطباق پر ایک مختصر نوٹ لکھئے۔
5. برقی میدان کی تعریف کریں۔
6. برقی میدانی خطوط سے کیا مراد ہے؟
7. برقی میدانی خطوط ایک دوسرے کو قطاع نہیں کرتے۔ جواز پیش کریں۔
8. برقی قطبین کی تعریف کریں۔ اس کی برقی قطبینی حرکت کی سمت اور مقدار کے لئے مساوات پیش کریں۔
9. نقطوی بار کے ایک مجموعے کے لئے برقی قطبینی حرکت کی عمومی تعریف تحریر کریں۔
10. برق سکونی قواہ کی تعریف کریں۔
11. ایک مساوی قواہی سطح کسے کہتے ہیں؟
12. ایک مساوی قواہی سطح کی خصوصیات کیا ہیں؟
13. برقی میدان اور برقی قواہ کا درمیانی تعلق بتائیے۔
14. برق سکونی توانائی بالقواہ کی تعریف کریں۔
15. برقی بہاؤ کی تعریف کریں۔
16. برق سکونی توانائی کی کثافت سے کیا مراد ہے؟

17. برق سکونی ڈھال پر ایک مختصر نوٹ لکھئے۔
18. قطبیت (Polarisation) سے کیا مراد ہے؟
19. دوہری برقیتی طاقت کسے کہتے ہیں؟
20. گنجائش کی تعریف کریں۔ اس کی اکائی بتائیے۔
21. کورونا غیر بارداری کسے کہتے ہیں؟

III۔ تفصیلی جوابات کے سوالات

1. برقی باروں کی بنیادی خصوصیات پر بحث کریں۔
2. کولوم کا کلیہ اور اس کے مختلف گوشوں کی تفصیلی وضاحت کریں۔
3. برقی میدان کی تعریف کریں اور اس کے مختلف گوشوں پر بحث کریں۔
4. ایک قطبین کی وجہ سے اس کی محوری خط اور استوائی سطح پر پیدا ہونے والے برقی میدان کا محاسبہ کریں۔
5. ایک یکساں برقی میدان کی وجہ سے ایک قطبین سے محسوس کی جانے والی قوت گدشہ کے لئے مساوات اخذ کریں۔
6. ایک نقطوی بار کی وجہ سے پیدا ہونے والی برق سکونی قواہ کے لئے مساوات اخذ کریں۔
7. ایک برقی قطبین کی وجہ سے پیدا ہونے والی برق سکونی قواہ کے لئے مساوات اخذ کریں۔
8. معلوم شدہ فاصلوں سے جدا کئے گئے تین نقطوی باروں کے مجموعے کی وجہ سے پیدا ہونے والی توانائی بالقواہ کے لئے مساوات حاصل کریں۔
9. ایک یکساں برقی میدان میں قطبین کی برق سکونی توانائی بالقواہ کے لئے ایک مساوات اخذ کریں۔
10. کولوم کے کلیہ کی مدد سے گاس کا کلیہ حاصل کریں۔
11. ایک لامحدود لمبائی والی بار بردار تار کی وجہ سے پیدا ہونے والے برقی میدان کے لئے مساوات حاصل کریں۔
12. ایک بار بردار لامحدود سطحی ورق کی وجہ سے پیدا ہونے والے برقی میدان کے لئے مساوات حاصل کریں۔
13. ایک یکساں بار بردار کروی خانہ کی وجہ سے پیدا ہونے والے برقی میدان کے لئے مساوات حاصل کریں۔
14. برق سکونی توازنت میں موجود موصلوں کی مختلف خصوصیات پر بحث کریں۔
15. برق سکونی امالیت کے عمل کی وضاحت کریں۔
16. دوہری برقیت پر تفصیلی گفتگو کریں اور بتائیے کہ ایک دوہری برقیتی شئے کے اندر برقی میدان کی امالیت کس طرح ہوتی ہے؟
17. متوازی تختیوں والے ایک مکثفے کی گنجائش کے لئے مساوات حاصل کریں۔
18. متوازی تختیوں والے ایک مکثفے میں ذخیرہ اندوز ہونے والی توانائی کے لئے مساوات حاصل کریں۔
19. متوازی تختیوں والے ایک مکثفے میں رکھی گئی ایک دوہری برقیتی شئے کے اثر کی تفصیلی وضاحت کریں۔
20. مکثفوں کے سلسلہ وار اور متوازی طور پر جوڑے جانے پر ان کی مجموعی گنجائش کے لئے مساوات اخذ کریں۔
21. تفصیلی گفتگو کرتے ہوئے واضح کریں کہ کس طرح ایک موصل میں بار تقسیم ہوتے ہیں اور بجلی کو گرفت کرنے والے آلے کا کیا اصول ہے؟
22. ایک وین ڈی گراف جنریٹر کی تعمیر اور کارکردگی کی تفصیلی وضاحت کریں۔

IV۔ مشق

1. جب دو اشیاء آپس میں رگڑی جاتی ہیں تو ہر شئے میں تقریباً 50nC کا بار پیدا ہوسکتا ہے۔ اس مقدار کے بار کو پیدا کرنے کے لئے جتنے الکٹرانوں کو منتقل کرنے کی ضرورت ہے، اس عدد کا محاسبہ کریں۔

جواب: الکٹران 31.25×10^{10}

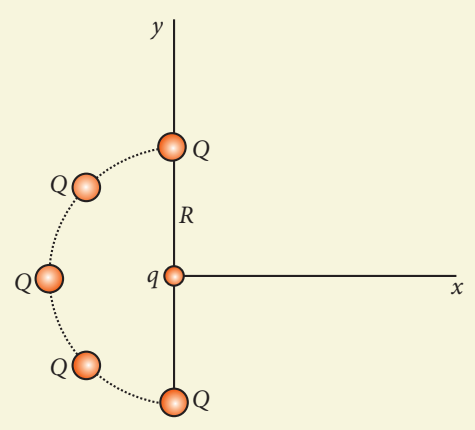
2. انسانی جسم میں کل الکٹرانوں کی تعداد لگ بھگ 10^{28} کی حد میں ہوتی ہے۔ فرض کریں کہ کسی وجہ سے، آپ اور آپ

کے دوست نے الکٹرانوں کی اسی تعداد کا ایک فیصد حصہ کھودیا ہے۔ آپ اور آپ کے دوست کے درمیان جدا کئے گئے ایک میٹر کے فاصلے پر برق سکونی قوت معلوم کریں، اپنے وزن کے ساتھ اس قیمت کا موازنہ کریں۔ تصور کریں کہ ہر شخص کی کمیت 60 کلوگرام ہے۔ اور نقطوی بار کا اندازہ استعمال کریں۔

جواب: $F_e = 23 \times 10^{23}\ \text{N}, W = 588\ \text{N},$

$$\frac{F_e}{W} = 3.9 \times 10^{21}$$

3. پانچ ہم شکل والے Q بار مساوی دوری کے ساتھ ایک نصف دائرے پر رکھے گئے ہیں جیسا کہ خاکہ میں بتایا گیا ہے۔ R نصف قطر والے دائرے کے مرکز پر ایک اور نقطوی بار q رکھا گیا ہے۔ q بار سے محسوس کی جانے والی برق سکونی قوت کی دریافت کریں؟



جواب: $\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_\circ}\frac{qQ}{R^2}\left(1+\sqrt{2}\right)\hat{i}\ \text{N}$

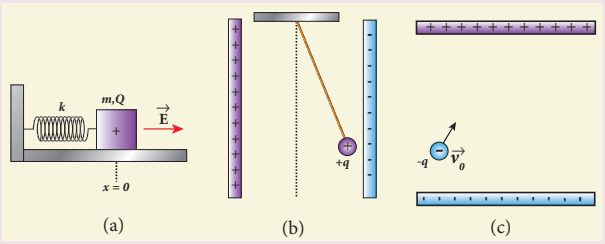
4. فرض کریں کہ ایک بار q+ زمین کی سطح پر رکھا گیا ہے اور ایک اور بار q+ چاند کی سطح پر رکھا گیا ہے۔ (a) زمین اور چاند کے درمیان قوت جاذبہ کو متوازن بنانے کے لئے درکار q کی قیمت دریافت کریں۔ (b) اگر زمین اور چاند کے درمیانی فاصلے کو نصف کردیا جائے تو کیا 'q' کی قیمت تبدیل ہوجائے گی؟ (فرض کرلیں $m_E = 5.9 \times 10^{24}\ \text{kg}, m_M = 7.9 \times 10^{22}\ \text{kg}$)

جواب:

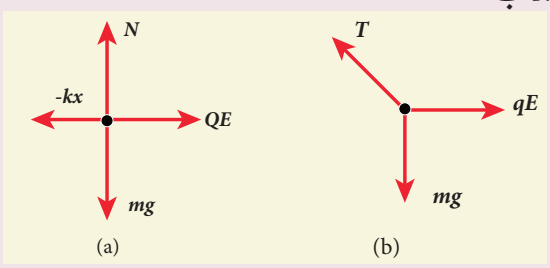
$q \approx +5.87 \times 10^{13}\ \text{C}$ (a)

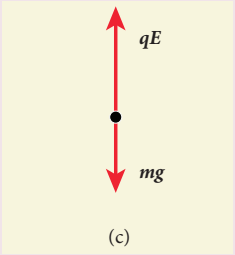
(b) تبدیل نہیں ہوگی

5. خاکہ (a)، (b) اور (c) میں بتائے گئے خاکہ کے مطابق مندرجۂ ذیل باروں کے لئے آزاد جسمانی خاکہ (Free body diagram) کھینچئے۔

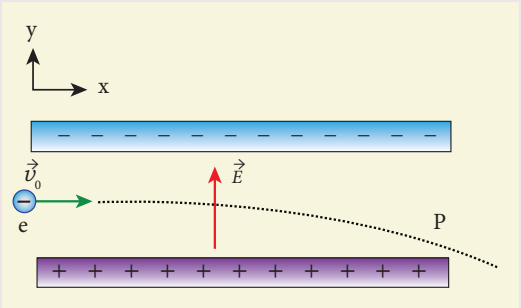


جواب:





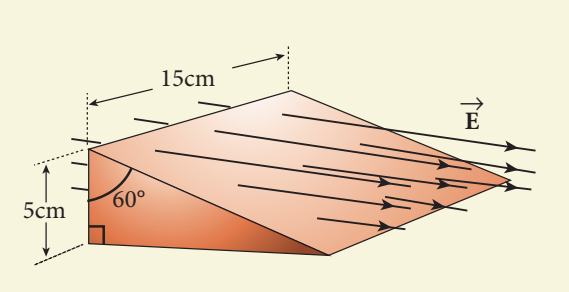
6. ایک الکٹران کا تصور کریں جو $v_\circ$ رفتار کے ساتھ ایک یکساں برقی میدان $\vec{E}$ میں داخل ہورہا ہو جو کہ $\vec{v}_\circ$ کے عمودی ہو جیسا کہ خاکہ میں بتایا گیا ہے۔ جاذبہ کو نظر انداز کرتے ہوئے الکٹران کی اسراع، سمتی رفتار اور وقت کے اجزاء کے طور پر اس کے مقام کی مساوات حاصل کریں۔



جواب:

$$\vec{a} = -\frac{eE}{m}\hat{j}, \vec{v} = v_\circ\hat{i} - \frac{eE}{m}t\hat{j}, \vec{r} = v_\circ t\hat{i} - \frac{1}{2}\frac{eE}{m}t^2\hat{j}$$

7. $E = 2 \times 10^3 \, N C^{-1}$ مقدار کے برقی میدان میں مثلث نما ایک بند ڈبہ رکھا گیا ہے جیسا کہ خاکہ میں بتایا گیا ہے۔

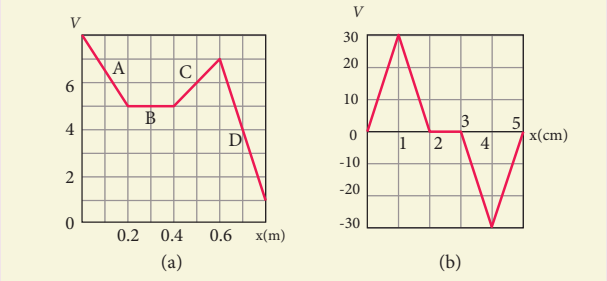


(a) عمودی مستطیلی سطح (b) ڈھلوان سطح (c) کل سطح کے ذریعہ ہونے والے برقی بہاؤ کا محاسبہ کریں۔

جواب:

(a) $15 \, Nm^2 \, C^{-1}$ (b) $15 \, Nm^2 \, C^{-1}$ (c) صفر

8. خاکہ (a) اور (b) میں x کے عوامل کے طور پر برق سکونی قواہ دی گئی ہے۔ A، B، C اور D علاقوں میں متعلقہ برقی میدان معلوم کریں۔ خاکہ (b) کے لئے x کے عوامل کے طور پر برقی میدان کی ترسیم کھینچئے

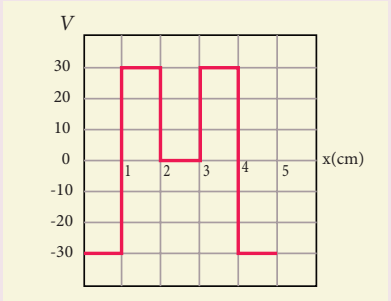


جواب:

(a)

$E_X = 15 \, Vm^{-1}$ (علاقہ A), $E_X = -10 \, Vm^{-1}$ (علاقہ C)
$E_X = 0$ (علاقہ B), $E_X = 30 \, Vm^{-1}$ (علاقہ D)

(b)



9. ایک موٹر گاڑی یا کار کے انجن میں، ہوا اور ایندھن کے آمیزے کو جلانے کے لئے ایک چنگاری کے پلگ (Spark Plug) کا استعمال کیا جاتا ہے۔ اس میں تقریباً 0.6mm کے گیپ سے جدا کئے گئے دو برقیرے ہوتے ہیں جیسا کہ خاکہ میں بتایا گیا ہے۔

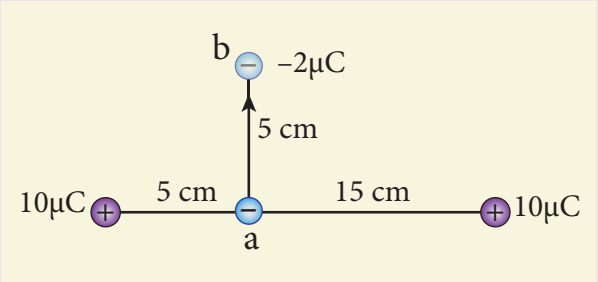


چنگاری پیدا کرنے کے لئے $3 \times 10^6 \, Vm^{-1}$ مقدار کے برقی میدان کی ضرورت پڑتی ہے (a) چنگاری پیدا کرنے کے لئے درکار تفاوت بالقواہ کیا ہوگی (b) اگر گیپ کو بڑھادیا جائے تو کیا تفاوت بالقواہ بڑھتی ہے گھٹتی ہے یا تبدیل ہی نہیں ہوتی۔ (c) اگر گیپ 1mm ہو تو تفاوت بالقواہ معلوم کریں۔

جواب:

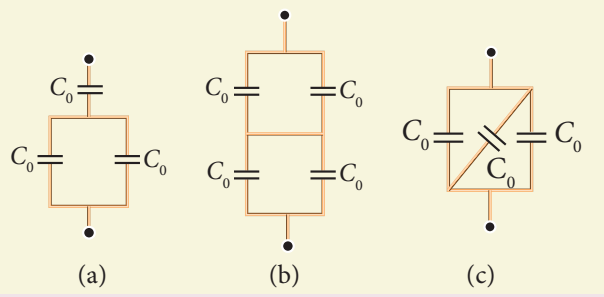
(a) 1800 V (b) بڑھتی ہے (c) 3000 V

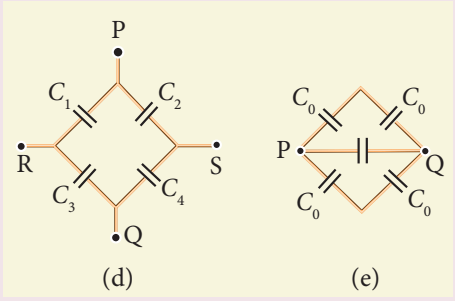
10. $+10 \, \mu C$ کا ایک نقطوی بار $+10 \, \mu C$ کے ایک اور ہم شکل بار سے 20 سم کے فاصلے پر رکھا گیا ہے۔ نقطہ a سے b تک $-2 \, \mu C$ کے ایک نقطوی بار کو ہٹایا جاتا ہے جیسا کہ خاکہ میں بتایا گیا ہے۔ نظام کی توانائی بالقواہ میں ہونے والی تبدیلی معلوم کریں۔ آپ کے نتیجہ کی تشریح کریں۔



جواب: $\Delta U = +1.12\,J$ مثبت علامت یہ ظاہر کرتی ہے کہ $-2\mu C$ کے بار کو ہٹانے کے لئے ایک بیرونی کام کیا جانا چاہئے۔

11. مندرجہ ذیل مکثفوں کے ہر جوڑوں کے لئے مجموعی گنجائشوں کا محاسبہ کریں۔





جواب:

(a) $\frac{2}{3}C_0$ (b) C_0 (c) $3C_0$

(d) PQ کے آر پار:

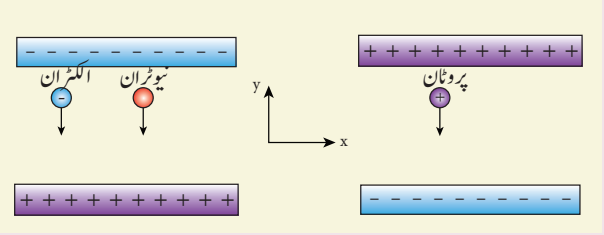
$$\frac{C_1C_2C_3 + C_2C_3C_4 + C_1C_2C_4 + C_1C_3C_4}{(C_1 + C_3)(C_2 + C_4)}$$

RS کے آر پار:

$$\frac{C_1C_2C_3 + C_2C_3C_4 + C_1C_2C_4 + C_1C_3C_4}{(C_1 + C_2)(C_3 + C_4)}$$

(e) PQ کے آر پار : $2\,C_o$

12. 5V کی وولٹیج کے ایک متوازی تختیوں والے مکثفے کی تختیوں کے درمیان $h = 1mm$ مقدار کی جدائی کا فاصلہ ہے۔ جدائی کے اس فاصلے کے ذریعہ ایک الکٹران اور پروٹان کو گرنے کے لئے چھوڑدیا جاتا ہے جیسا کہ خاکہ میں بتایا گیا ہے۔



(a) دونوں الکٹران اور پروٹان کی اڑان کا وقفہ معلوم کریں۔

(b) فرض کریں کہ اگر ایک نیوٹران کو گرنے کے لئے چھوڑا جائے تو اس کی اڑان کا وقفہ کیا ہوگا

(c) ان تینوں میں سب سے پہلے نیچے آنے والا کون ہوگا؟ (فرض کرلیں، $m_p = 1.6 \times 10^{-27}\ kg$، $g = 10\ m\ s^{-2}$ اور $m_e = 9.1 \times 10^{-31}\ kg$)

جواب:

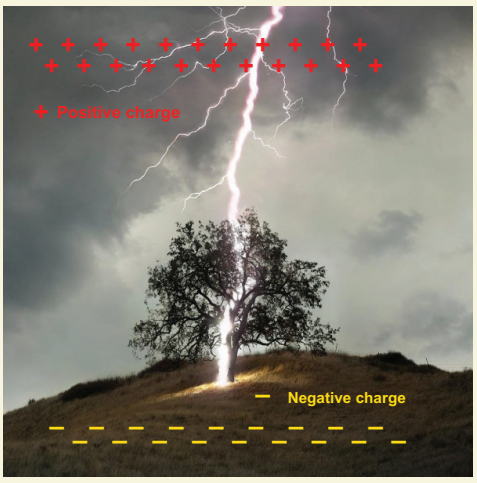
(a) $t_e = \sqrt{\frac{2hm_e}{eE}} \approx 1.5ns$ (جاذبہ کو نظر انداز کردیا جاتا ہے)

$t_p = \sqrt{\frac{2hm_p}{eE}} \approx 63ns$ (جاذبہ کو نظر انداز کردیا جاتا ہے)

(b) $t_n = \sqrt{\frac{2h}{g}} \approx 14.1ms$

(c) الکٹران سب سے پہلے نیچے پہنچے گا۔

13. طوفانی بجلیوں کے دوران، بادلوں کے اندر موجود آبی سالموں کی حرکت رگڑ پیدا کرتی ہے، جس کی وجہ سے بادلوں کا نچلا حصہ اور زمین ایک متوازی تختیوں والے مکثفے کی طرح برتاؤ کرتے ہیں۔ اگر بادل اور زمین کا درمیانی برقی میدان، ہوا کی دوہری برقیتی بریک ڈاؤن کی قیمت $(3 \times 10^6\ Vm^{-1})$ سے پار کرجاتا ہے تو بجلی کی کڑک پیدا ہوتی ہے۔



(a) اگر بادل کا نچلا حصہ زمین سے 1000m کے اوپر ہے تو بادل اور زمین کے درمیان پائی جانے والی برقی تفاوت بالقواہ کا تعین کریں۔

(b) بجلی کے ایک عملی نمونے میں، بادل سے زمین تک 25C کی مقدار کے الکٹران منتقل ہوتے ہیں۔ زمین پر برق سکونی توانائی بالقواہ کی کتنی مقدار منتقل ہوتی ہے؟

جواب:

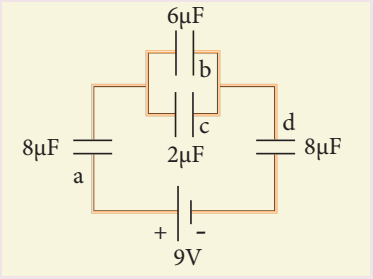
$V = 3 \times 10^9$ V (a)، $U = 75 \times 10^9$ J (b)

14. مکثفہ کی دی گئی تشکیل کے لئے

(a) ہر مکثفہ پر موجود باروں کو معلوم کریں۔

(b) ان کے آر پار کی تفاوت بالقواہ معلوم کریں اور

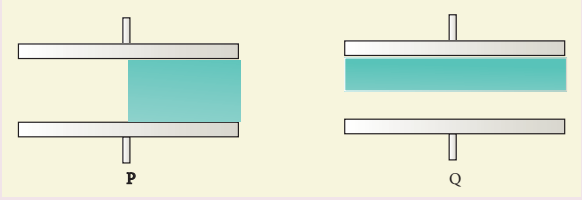
(c) ہر مکثفہ میں ذخیرہ اندوز ہونے و الی توانائی معلوم کریں؟



جواب:

$Q_a = 24\ \mu C$, $Q_b = 18\ \mu C$,
$Q_c = 6\ \mu C$, $Q_d = 24\ \mu C$
$V_a = 3V$, $V_b = 3V$,
$V_c = 3V$, $V_d = 3V$,
$U_a = 36\ \mu J$, $U_b = 27\ \mu J$,
$U_c = 9\ \mu J$, $U_d = 36\ \mu J$

15. P اور Q مکثفوں میں ہم نما ترچھی سطح رقبہ A، اور d جدائی پائی جاتی ہے۔ مکثفوں کی درمیانی جگہ دوہری برقیتی شئے سے جس کی دوہری برقیتی مستقلہ ϵ_r ہے بھر دی جاتی ہے۔ P اور Q مکثفوں کی گنجائش معلوم کریں۔



جواب:

$$C_P = \frac{\epsilon_\circ A}{2d}(1+\epsilon_r),\ C_Q = \frac{2\epsilon_\circ A}{d}\left(\frac{\epsilon_r}{1+\epsilon_r}\right)$$

BOOKS FOR REFERENCE: کتب حوالہ

1. Douglas C.Giancoli, , "*Physics for Scientist & Engineers with Modern Physics*", Pearson Prentice Hall, Fourth edition.
2. James Walker, "*Physics*", Pearson- Addison Wesley Publishers, Fourth Edition.
3. Purcell, Morin, "*Electricity and Magnetism*", "Cambridge University Press, Third Edition.
4. Serway and Jewett, "*Physics for Scientist and Engineers with Modern Physics*", Brook/ Coole Publishers, Eighth Edition.
5. Tipler, Mosca, "*Physics for scientist and Engineers with Modern Physics*", Freeman and Company, Sixth Edition.
6. Tarasov and Tarasova, "*Questions and problems in School Physics*", Mir Publishers.
7. H.C.Verma, "*Concepts of Physics: Vol 2*, Bharthi Bhawan Publishers.
8. Eric Roger, *Physics for the Inquiring Mind,* Princeton University Press.

برق سکونیات

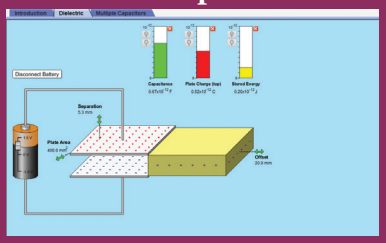
عنوان: مکثفہ کی تجربہ گاہ

اس کارروائی میں آپ مکثفہ کے بارے میں اور گنجائش کو متاثر کرنے والے عوامل کے بارے میں معلومات حاصل کر سکیں گے۔

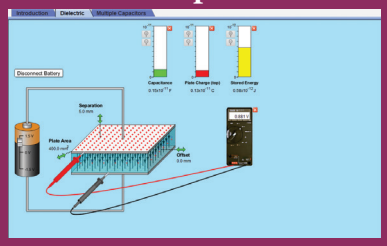
مرحلے:

- براؤزر اوپن کرکے اڈرس بار میں "phet.colorado.edu/en/simulation/legacy/capacitor-lab" ٹائپ کریں۔ Dielectric کا انتخاب کریں۔
- تختی کا رقبہ ،ا ن کا درمیانی فاصلہ اور دوہری برقیتی شئے کو تبدیل کریں۔ جانچئے کہ ایک مکثفہ میں سب سے زیادہ گنجائش پیدا کرنے کے لئے کس کس کو کم یا زیادہ کیا جاسکتا ہے۔
- ایک مکثفہ کے لئے بار، وولٹیج اور ذخیرہ اندوز توانائی کی درمیانی تعلقات کا معائنہ کریں۔ سب سے زیادہ توانائی کی ذخیرہ اندوزی کرنے کے لئے ایک مکثفہ کی ساخت کی ترتیب دیجئے۔
- بیٹری کی مدد سے مکثفہ کو بار بردار کریں۔ بیٹری کو جدا کر دیجئے۔ اب تختیوں کے درمیان دوہری برقیت شامل کریں۔ دوہری برقیت کو شامل کرنے پر تختیوں کے درمیان برقی میدان کی ہونے والی تبدیلیوں پر بحث ومباحثہ کریں ۔
- تختیوں کے درمیان دوہری برقیتی اشیاء کو شامل کرنے کا کیا اثر ہوتا ہے۔ (مختلف دوہری برقیتی اشیاء)

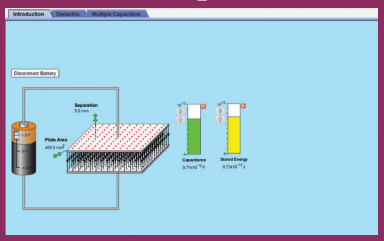
Step1



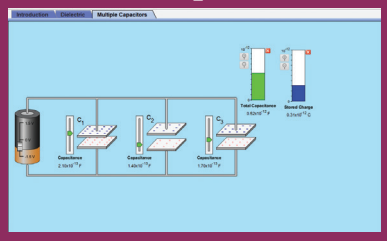
Step2



Step3



Step4



Connect capacitors parallel and series combination and find the effective capacitance.

Note: غور کریں

(1) مجازی تجربہ کرنے کے لئے ایک مرتبہ SIGN UP کرنا ضروری ہے۔ پھر آپ کے PASSWORD اور USERNAME کے ذریعہ LOGIN کریں. https://phet.colorado.edu/en/offline-access

(2) متعلقہ ٹیب پر کلک کرکے مطلوبہ نظریہ، طریقہ اور ANIMATION (تصوری خاکوں) کا مطالعہ کریں۔

URL: https://phet.colorado.edu/en/simulation/legacy/capacitor-lab

- خاکے صرف نشاندہی کے لئے دئے جاتے ہیں۔
- صفحے کو لوڈ کرنے کے لئے براؤز کو اگر فلاش پلئیر یا جاوا اسکرپٹ کی ضرورت پڑے تو اس کی اجازت دیجئے۔

اکائی
2

برقی رو

ہم بجلی کو اتنی سستی بنائیں گے کہ صرف مالدار لوگ ہی موم بتی جلاپائیں گے۔
– تھامس اے۔ ایڈسن

سیکھنے کے مقاصد:

اس اکائی میں طلباء یہ سیکھ سکیں گے

- ایک دھاتی موصل میں باروں کا بہاؤ
- اوم کا کلیہ، برقی مزاحمت
- V-I۔ خصوصیات
- کاربن کے مزاحم اور مزاحموں کا مجموعہ
- کرچوف کے کلیے۔ ویٹ سٹون کی برڈج اور اس کے استعمالات
- برقی طاقت اور برقی توانائی
- حرارت کا اثر جول کا کلیہ استعمالات
- حرارت کے برقی اثرات – Seebeck اثر، Peltier اثر اور تھامسن اثر

تعارف

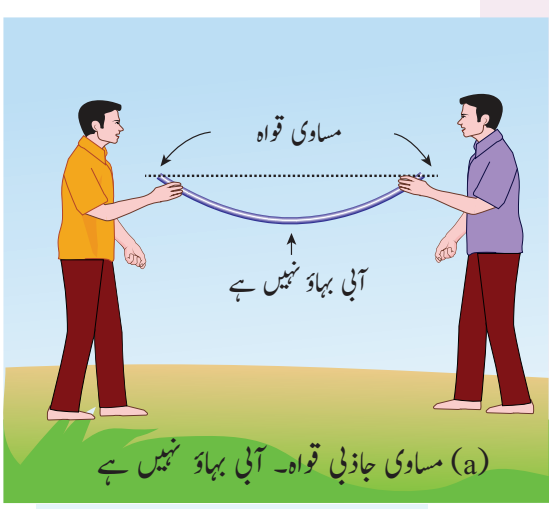


اکائی -1 میں ہم نے حالت سکون کے برقی باروں کی خصوصیات کا مطالعہ کیا تھا۔ حقیقت میں بار ہمیشہ اشیاء کے اندر ہی اندر حرکت کرتے رہتے ہیں۔ مثال کے طور پر تانبے کی ایک تار میں موجود الکٹران کبھی بھی ساکن نہیں ہوتے اور وہ لگاتار بے ترتیب حرکت میں ہوتے ہیں۔ چنانچہ یہ جانچنا ضروری ہے کہ حرکت پذیر باروں کا برتاؤ کیسے ہوتا ہے؟ باروں کی حرکت برقی رو پیدا کرتی ہے۔ بجلی یا برقی رو، برقی باروں کے بہاؤ کا مطالعہ ہے۔ اس کی انکشافیت۔ کا سحرا Alessandro Volta (1745۔ 1827تک) کے سر جاتا ہے، جنھوں نے برقی رو کی مسلسل بہاؤ والی پہلی بیٹری ایجاد کی تھی۔ جدید دنیا بجلی کے استعمال پر بہت ہی زیادہ منحصر ہے۔ مشینوں کو چلانے، میں مواصلاتی نظام میں، الکٹرانک آلات میں اور گھریلو برقی آلات وغیرہ میں بجلی کا برتلا استعمال کیا جاتا ہے۔ اس اکائی میں ہم برقی رو، مزاحمت اور اشیاء میں ان کی دیگر کاروائیوں کا مطالعہ کریں گے۔

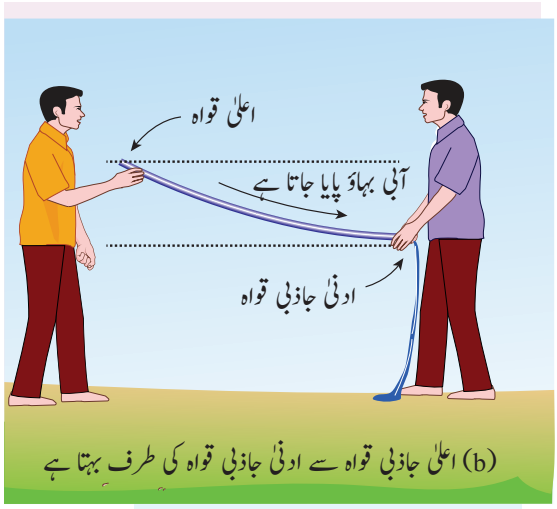
2.1 برقی رو (Current electricity)

مادہ جوہروں سے بنا ہوتا ہے۔ ہر جوہر میں ایک مثبت بار بردار مرکزہ ہوتا ہے جس کے اطراف منفی باربردار الکٹران چکر لگاتے ہیں۔ دھاتوں کے جوہروں میں، مرکزوں سے ڈھیلے طور پر بندھے ہوئے ایک یا ایک سے زیادہ الکٹران پائے جاتے ہیں۔ ان الکٹرانوں کو آزاد الکٹران کہا جاتا ہے اور وہ جوہروں سے بآسانی خارج کئے جاسکتے ہیں۔ وہ اشیاء جن میں اس طرح کے آزاد الکٹرانوں کی فراوانی ہوتی ہے، موصل کہلاتے ہیں۔ ایک دی گئی تپش پر، موصل کے کل حصے میں یہ آزاد الکٹران بے قاعدہ حرکت کرتے رہتے ہیں۔ عام طور پر اس بے قاعدہ حرکت کی وجہ سے موصل کے ایک کنارے سے دوسرے کنارے تک باروں کی منتقلی نہیں ہو پاتی اور اس لئے موصل میں برقی رو نہیں رہتی۔ جب ایک بیٹری کے ذریعہ موصل کے آر پار ایک تفاوت بالقواہ بھیجی جاتی ہے تو آزاد الکٹران بیٹری کے مثبت سرے کی طرف بہنا شروع کردیتے ہیں جس سے ایک کل برقی رو پیدا ہوتی ہے۔ خاکہ 2.1 میں پیش کی گئی مثالوں کے ذریعہ ہم اسے بآسانی سمجھ سکتے ہیں۔

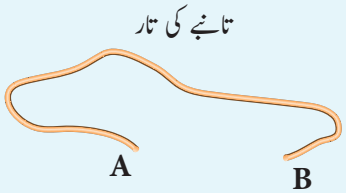
گیارھویں جماعت، طبیعیات، حجم 2، اکائی 6 میں پڑھ چکے ہیں کہ کمیت، اعلیٰ جاذبی قواہ سے ادنیٰ جاذبی قواہ کی طرف حرکت کرتی ہے۔ اسی طرح، مثبت بار بھی اعلیٰ برقی قواہ والے خطے سے ادنیٰ برقی قواہ والے خطے کی طرف حرکت کرتے ہیں اور منفی بار ادنیٰ برقی قواہ والے خطے سے اعلیٰ برقی قواہ والے خطے کی طرف حرکت کرتے ہیں۔ اس لئے بیٹری یا برقی قواہ، موصل کے آر پار تفاوت بالقواہ پیدا کرتی ہے۔



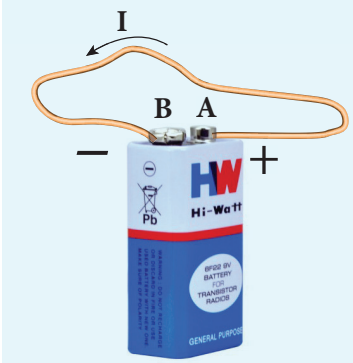
(a) مساوی جاذبی قواہ۔ آبی بہاؤ نہیں ہے



(b) اعلیٰ جاذبی قواہ سے ادنیٰ جاذبی قواہ کی طرف بہتا ہے



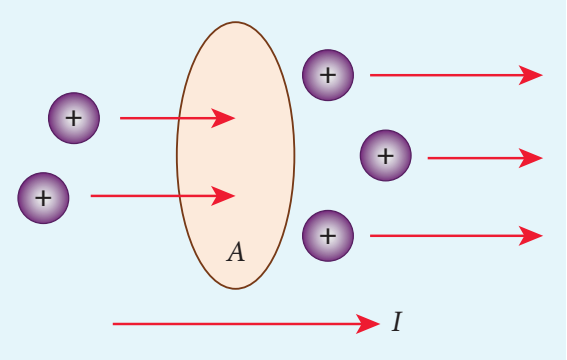
(c) دونوں aاورb مساوی برقی رو پر ہیں ۔ لہذا کوئی برقی رو نہیں ہے



(d) Bکے مقابلے میں A اعلیٰ برقی قواہ پر ہے۔ اس لئے Aسے Bکی طرف برقی رو بہتی ہے

خاکہ 2.1 آبی رو اور برقی رو

موصل میں موجود برقی رو کی تعریف یوں کی جاتی ہے کہ یہ ایک دئے گئے ترچھی سطحی رقبہ A کے ذریعہ بہنے والے باروں کے بہاؤ کی شرح ہے۔ اسے خاکہ 2.2 میں بتایا گیا ہے۔



خاکہ 2.2 باریں رقبہ A کے آر پار بہتے ہیں

اگر t وقت میں ایک موصل کی کسی ترچھی سطح کے ذریعہ ایک کل بار Q گزرتا ہے تو برقی رو کی تعریف $I = \frac{Q}{t}$ سے کی جاتی ہے۔ مگر باروں کا بہاؤ ہمیشہ مستقل نہیں ہوتا۔ اس لئے برقی رو کی تعریف ایک عمومی طریقے سے کی جاتی ہے۔

$$I_{avg} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \qquad (2.1)$$

جہاں ΔQ بار کی مقدار ہے جو Δt وقت کے وقفہ کے دوران موصل کی کسی بھی ترچھی سطح کے ذریعہ گذرتی ہے۔ اگر وقت کے لحاظ سے باروں کے بہاؤ کی شرح تبدیل ہوتی ہے تو برقی رو بھی تبدیل ہوتی ہے۔ بر وقتہ برقی رو کی تعریف یوں کی جاتی ہے کہ یہ $\Delta t \longrightarrow 0$ کی طرح، اوسط برقی رو کی حد ہے۔

$$I = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{dQ}{dt} \qquad (2.2)$$

برقی رو کی SI اکائی ایمپیر (A) ہے۔

$$1A = \frac{1C}{1s}$$

یعنی 1A کی برقی رو ایک سکنڈ میں ایک موصل کے عمودی ترچھی سطح کے ذریعہ گذرنے والے بار کے 1 کولوم کے برابر ہوتی ہے۔ برقی رو ایک عددی / قدری مقدار ہے۔

مثال 2.1

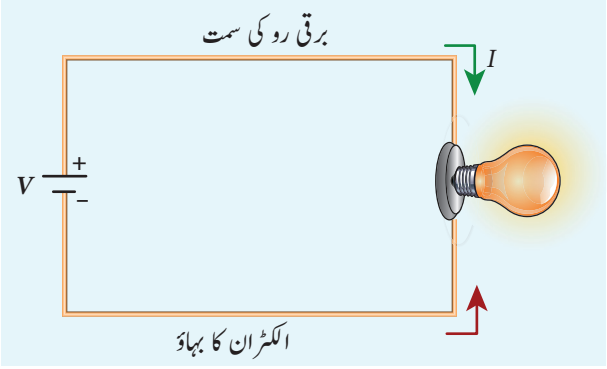
اگر ایک منٹ میں ایک تانبے کی تار کے ذریعہ 120C مقدار کا بار بہتا ہے تو تار میں موجود برقی رو دریافت کریں۔

حل

تار میں بہنے والی برقی رو (باروں کے بہاؤ کی شرح) یہ ہے

$$I = \frac{Q}{t} = \frac{120}{60} = 2A$$

2.1.1 روایتی برقی رو
Conventional Current



خاکہ 2.3 روایتی برقی رو کی سمت اور الکٹران کا بہاؤ

ایک برقی دور میں، برقی رو کے بہاؤ کی نشاندہی کرنے کے لئے تیر کے نشان (arrow heads) کا استعمال کیا جاتا ہے۔ استعمال کے لحاظ سے برقی دور میں ہونے والا یہ بہاؤ بیٹری کے مثبت سرے سے منفی سرے کی طرف ہونا چاہئے۔ اسی برقی رو کو روایتی برقی رو یا سادہ طور پر برقی رو بھی کہا جاتا ہے اور اس کی سمت اس جانب ہوتی ہے جس میں کہ ایک مثبت بار حرکت کرسکتا ہو۔ مگر برقی دوروں کے حقیقی نمونوں میں جو بار بہتے ہیں، وہ در حقیقت الکٹران ہیں جو بیٹری کے منفی سرے سے مثبت سرے کی طرف بہتے ہیں۔ اس کے نتیجہ میں الکٹرانوں کے بہاؤ کی سمت، روایتی برقی رو کی سمت کے مخالف ہوتی ہے جیسا کہ خاکہ 2.3 میں بتایا گیا

ہے۔ حسابی طور پر اگر دیکھا جائے تو مثبت بار کی ایک جانب کی منتقلی، منفی بار کی مخالف جانب کی منتقلی کے برابر سرابر ہے۔

کیا آپ جانتے ہیں ؟



برقی رو صرف بیٹریوں ہی سے پیدا نہیں ہوتی۔ فطرت میں بجلی کی کڑک ایک چھوٹے سے وقفہ میں بہت زیادہ برقی رو پیدا کرتی ہے۔ بجلی کے چمکنے کے دوران بادلوں اور زمین کے درمیان بہت ہی اعلیٰ تفاوت بالقواہ پائی جاتی ہے اور اس لئے بادلوں اور زمین کے درمیان باروں کا بہاؤ، عمل میں آتا ہے۔

2.1.2 بہاؤ کی سمتی رفتار Drift velocity

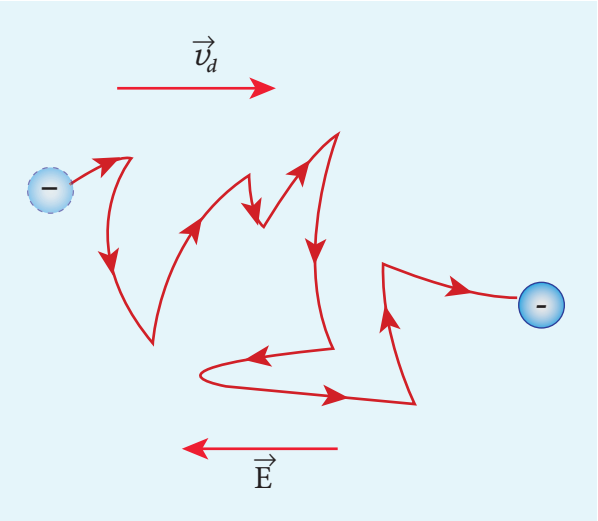
ایک موصل میں آزاد الکٹران ہی باروں کے حاملین ہیں۔ یہ الکٹران موصل کے ذریعہ آزادی سے حرکت کرتے ہیں اور مثبت روانوں سے بار بار ٹکراتے ہیں۔ برقی میدان کی غیر موجودگی میں یہ الکٹران بے قاعدہ سمتوں میں حرکت کرتے رہتے ہیں اور اسی لئے ان کی سمتی رفتاریں بھی بے قاعدہ سمتوں ہی پر سمت بند ہوجاتی ہیں۔ اوسطاً اگر جانچا جائے تو کسی بھی سمت میں حرکت کرنے والے الکٹرانوں کی تعداد اس سمت کی مخالف سمت میں حرکت کرنے والے الکٹرانوں کی تعداد کے برابر ہوتی ہے۔ اس کے نتیجہ میں کسی بھی سمت میں الکٹرانوں کا کوئی کل بہاؤ عمل میں نہیں آتا اور اسی لئے اس میں کوئی برقی رو نہیں ہوتی۔

فرض کریں کہ موصل کے آر پار، ایک بیٹری کو جوڑ کر ایک تفاوت بالقواہ / قواہی فرق یعنی وولٹیج بھیجا جائے تو موصل میں ایک برقی میدان $\vec{E}$ پیدا ہوتا ہے۔ یہ برقی میدان الکٹرانوں پر ایک قوت درآمد کرتا ہے جس سے برقی رو پیدا ہوتی ہے۔ برقی میدان الکٹرانوں میں اسراع پیدا کرتا ہے جب کہ روانیں (Ions) الکٹرانوں کو منتشر کرتے ہیں اور ان کی حرکت کی سمت تبدیل کرتے رہتے ہیں۔ لہذا ہم الکٹرانوں کی ٹیڑھی میڑھی (Zig Zag) حرکت دیکھ پاتے ہیں۔ ٹکراؤ کی وجہ سے اس ٹیڑھی میڑھی حرکت کے علاوہ، یہ الکٹران موصل کے ساتھ آہستہ آہستہ برقی میدان $\vec{E}$ کی مخالف سمت میں بھی سفر کرنے لگتے ہیں جیسا کہ خاکہ 2.4 میں بتایا گیا ہے۔

Ions روان

کوئی بھی شئے معادل جوہروں سے بنی ہوتی ہے جن میں مساوی تعداد کے الکٹران اور پروٹان ہوتے ہیں۔

اگر بیرون ترین الکٹران جوہر کو چھوڑ دیتے ہیں تو وہ آزاد الکٹران بن جاتے ہیں اور یہی آزاد الکٹران برقی رو کے ذمہ دار ہیں۔ جن جوہروں کے بیرون ترین الکٹران خارج ہوگئے ہوں ان میں مثبت باروں کی تعداد زیادہ ہوتی ہے اور اس لئے وہ مثبت روان کہلاتے ہیں۔ یہ مثبت روان آزاد الکٹرانوں کی طرح شئے کے اندر ہی اندر آزادی سے حرکت نہیں کرسکتے۔ لہذا مثبت روان برقی رو پیدا نہیں کرتے۔



خاکہ 2.4 ٹیڑھی میڑھی حرکت اور بہاؤ کی سمتی رفتار

یہ سمتی رفتار بہاؤ کی سمتی رفتار $\vec{v}_d$ کہلاتی ہے۔ موصل کو برقی میدان میں رکھے جانے پر، اس کے اندر، الکٹرانوں سے اختیار کی جانے والی اوسط سمتی رفتار بہاؤ کی سمتی رفتار (Drift velocity) کہلاتی ہے۔ یکے بعد دیگرے ہونے والے دو ٹکراوں کا اوسط درمیانی وقفہ اوسط آزاد وقفہ

(MEAN FREE TIME) کہلاتا ہے اسے τ کی علامت سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ برقی میدان $\vec{E}$ میں ایک الکٹران کے ذریعہ محسوس کی جانے والی اسراع $\vec{a}$ یوں پیش کی جاتی ہے۔

$$\vec{a} = \frac{-e\vec{E}}{m} \qquad \left(\vec{F} = -e\vec{E} \text{ چونکہ}\right) \qquad (2.3)$$

بہاؤ کی سمتی رفتار $\vec{v}_d$ کو یوں پیش کیا جاتا ہے

$$\vec{v}_d = \vec{a}\tau$$

$$\vec{v}_d = -\frac{e\tau}{m}\vec{E} \qquad (2.4)$$

$$\vec{v}_d = -\infty\vec{E} \qquad (2.5)$$

یہاں $\mu = \frac{e\tau}{m}$ الکٹران کی حرکت پذیری (MOBILITY) ہے جس کی تعریف یوں کی جاتی ہے۔ یہ ایک اکائی برقی میدان میں موجود بہاؤ کی سمتی رفتار کی قدری مقدار ہے

$$\mu = \frac{|\vec{v}_d|}{|\vec{E}|} \qquad (2.6)$$

حرکت پذیری (MOBILITY) کی SI اکائی $m^2V^{-1}s^{-1}$ ہے۔

نوٹ

تاروں میں الکٹرانوں کے بہاؤ کی سمتی رفتار عام طور پر $10^{-4}\ m\ s^{-1}$ ہوتی ہے۔ اگر ایک الکٹران اس رفتار کے ساتھ بہنے لگے تو اسے روشنی کے بلب تک پہنچنے کے لئے کئی گھنٹے لگ جائیں گے تو پھر سوئچ کے آن ہوتے ہی بلب کا روشن ہوجانا کیسے ممکن ہوسکتا ہے؟ در حقیقت جب ہم بیٹری کو آن کرتے ہیں تو الکٹران بیٹری کے منفی سرے سے دور جانے لگتے ہیں اور وہ اپنے قریبی الکٹرانوں پر ایک قوت در آمد کرتے ہیں اور یہ سلسلہ مسلسل جاری رہتا ہے۔ یہاں تک کہ تار میں روشنی کی رفتار کے ساتھ سفر کرنے والی توانائی (برقی میدان) پیدا ہوجاتی ہے۔ بالفاظ دیگر روشنی کی رفتار کے ساتھ پھیلنے والے اثر (برقی میدان) کے ذریعہ بیٹری سے بلب تک توانائی کی منتقلی ہوتی ہے۔ اسی وجہ سے سوئچ کے آن ہوتے ہی بلب روشن ہوجاتا ہے۔

مثال 2.2

اگر $570\ N\ C^{-1}$ مقدار کے ایک برقی میدان کو تانبے کی تار میں بھیجا جائے تو الکٹران کے ذریعہ پانے والی اسراع دریافت کریں۔

حل

$E = 570\ N\ C^{-1}$, $e = 1.6 \times 10^{-19}\ C$,
$m = 9.11 \times 10^{-31}\ kg$ اور $a = ?$

$$F = ma = eE$$

$$a = \frac{eE}{m} = \frac{570 \times 1.6 \times 10^{-19}}{9.11 \times 10^{-31}}$$
$$= \frac{912 \times 10^{-19} \times 10^{31}}{9.11}$$
$$= 1.001 \times 10^{14}\ m\ s^{-2}$$

غلط فہمی

(i) ایک عام غلط فہمی یہ ہے کہ بیٹری کو الکٹرانوں کا ذریعہ سمجھا جاتا ہے۔ یہ بالکل غلط ہے۔ جب ایک بیٹری کو تار کے آر پار جوڑا جاتا ہے تو بند دور میں موجود الکٹران برقی رو کا ذریعہ بنتے ہیں۔ بیٹری ایک تفاوت بالقواہ (برقی توانائی) فراہم کرتی ہے جس کی وجہ سے موصلی تار میں موجود آزاد الکٹران ایک مخصوص سمت میں بہنے لگتے ہیں اس کے نتیجہ میں حاصل ہونے والی برقی توانائی، برقی بلب، برقی پنکھا وغیرہ میں استعمال کرلی جاتی ہے۔ اسی طرح ELECTRICITY BOARD بھی ہمارے گھروں کے لئے برقی توانائی ہی فراہم کرتی ہے۔

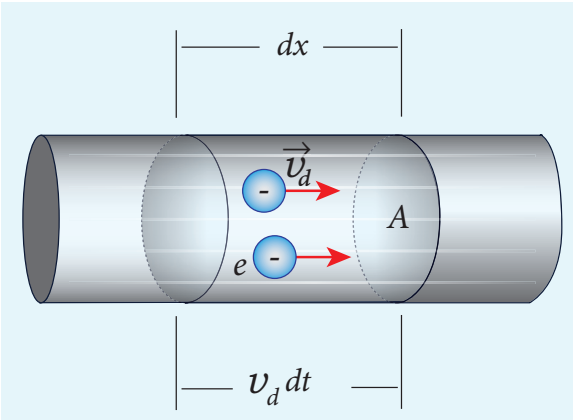
(ii) ہم اکثر اس قسم کے جملے دہراتے ہیں "میرے موبائیل کی بیٹری چارج ہورہی ہے" یا میرے موبائیل کی بیٹری میں چارج ختم ہوگیاہے۔ یہ جملے صحیح نہیں ہیں۔ "بیٹری میں چارج ہوگیا ہے" ہمارے اس کہنے کا مطلب یہ ہے کہ فون کے دوروں میں موجود الکٹرانوں کو اس بیٹری کی طرف



سے توانائی / تفاوت بالقواہ فراہم کرنے کی قابلیت ختم ہوچکی ہے۔ جب ہم یہ کہتے ہیں "فون چارج ہورہا ہے" اس کا مطلب ہے کہ بیٹری AC سپلائی سے توانائی حاصل کررہی ہے اور الکٹران حاصل نہیں کررہی ہے۔

2.1.3 برقی رو کا خوردبینی نمونہ
Microscopic model of current

A ترچھی سطحی رقبہ رکھنے والے ایک موصل کا تصور کریں۔ فرض کریں کہ اس میں دائیں سے بائیں طرف ایک برقی میدان $\vec{E}$ بھیجا جارہا ہے۔ فرض کریں کہ موصل کے ایک اکائی حجم میں n الکٹران ہیں اور ہر الکٹران بہاؤ کی ایک ہی سمتی رفتار $\vec{v}_d$ سے حرکت کررہے ہیں جیسا کہ خاکہ 2.5 میں بتایا گیا ہے۔



خاکہ 2.5 برقی رو کا خوردبینی نمونہ

الکٹرانوں کے بہاؤ کی سمتی رفتار = $\vec{v}_d$ ہے۔

اگر الکٹران کے چھوٹے سے وقفہ dt میں dx کا ایک فاصلہ طے کرتے ہوں تو

$$v_d = \frac{dx}{dt}\ ; \quad dx = v_d\, dt \qquad (2.7)$$

چونکہ 'A' موصل کا ترچھی سطحی رقبہ ہے، dx لمبائی کے حجم میں موجود الکٹران یہ ہیں

= حجم × فی اکائی حجم الکٹرانوں کی تعداد

$$= A\,dx \times n \qquad (2.8)$$

مساوات (2.7) سے dx کی قیمت کو مساوات 2.8 میں حل کرنے سے

$$= (A\ v_d\ dt\ )\ n$$

حجمی خطہ میں موجود کل بار = (بار) × (حجمی خطہ میں dQ موجود الکٹرانوں کی تعداد)

$$dQ = (e)(A v_d dt)n$$

چنانچہ برقی رو، $I = \frac{dQ}{dt}$

$$I = ne\,A v_d \qquad (2.9)$$

برقی رو کی کثافت (J)

برقی رو کی کثافت (J) کی تعریف یوں کی جاتی ہے کہ یہ موصل کے فی اکائی ترچھی سطحی رقبہ میں بہنے والی برقی رو ہے۔

$$J = \frac{I}{A}$$

برقی رو کی کثافت کی SI اکائی $\frac{A}{m^2}$ (یا) $A\ m^{-2}$ ہے۔

مساوات 2.9 کی مدد سے $J = \frac{neAv_d}{A}$

$$J = nev_d \qquad (2.10)$$

اوپر کی مساوات صرف اس وقت درست ہے، جب برقی رو کی سمت A رقبہ کے عمودی ہو۔ عام طور پر برقی رو کی کثافت ایک سمتی مقدار ہے اور وہ یوں پیش کی جاتی ہے۔

$$\vec{J} = ne\vec{v}_d$$

مساوات (2.4) کی مدد سے $\vec{v}_d$ کی قیمت کو حل کرنے سے

$$\vec{J} = -\frac{n \cdot e^2 \tau}{m}\vec{E} \qquad (2.11)$$

$$\vec{J} = -\sigma\vec{E}$$

مگر روایتی طور پر ہم (روایتی) برقی رو کی سمت کو برقی میدان کی سمت کے طور پر لے لیتے ہیں۔ اس لئے اوپر کی مساوات اس طرح ہوجاتی ہے۔

$$\vec{J} = \sigma\vec{E} \qquad (2.12)$$

جہاں $\sigma = \frac{ne^2\tau}{m}$ کو موصلیت (Conductivity) کہتے ہیں۔ مساوات (2.12)، اوم کے کلیہ کی خوردبینی شکل کہلاتی ہے۔

موصلیت (Conductivity) کا معکوس مزاحمت کہلاتا ہے۔ (ملاحظہ ہو، حصہ 2.21)

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{m}{ne^2\tau} \qquad (2.13)$$

مثال 2.3

ترچھی سطحی رقبہ $0.5\,mm^2$ رکھنے والی تانبے کی ایک تار A 0.2 کی برقی رو رکھتی ہے۔ اگر تانبے کے آزاد الکٹرانوں کی کثافت $8.4 \times 10^{28}\ m^{-3}$ ہو تو پھر آزاد الکٹرانوں کے بہاؤ کی سمتی رفتار معلوم کریں۔

حل

A ترچھی سطحی رقبہ والی ایک تار میں الکٹرانوں کے بہاؤ کی سمتی رفتار اور برقی رو کے درمیان یہ تعلق پایا جاتا ہے۔

$$v_d = \frac{I}{neA} = \frac{0.2}{8.4\times10^{28}\times1.6\times10^{-19}\times0.5\times10^{-6}}$$

$$v_d = 0.03 \times 10^{-3}\ m\ s^{-1}$$

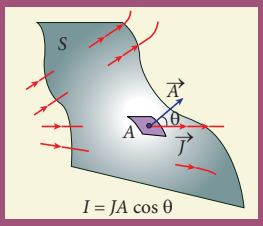
نوٹ

کیوں برقی رو کی کثافت ایک سمتی مقدار ہے جب کہ برقی رو ایک عددی / قدری مقدار ہے؟

عام طور پر برقی رو کی تعریف یوں کی جاتی ہے کہ یہ برقی رو I کی کثافت اور جس رقبہ سے بار گزرتے ہیں اس رقبہ کی سمتیہ کا حاصل ضرب ہے۔

$$I = \vec{J}\cdot\vec{A}$$

برقی رو I، سطحی رقبہ A کے عمود میں پائی جانے والی اکائی سمتیہ کے انتخاب کے لحاظ سے مثبت یا منفی ہو سکتی ہے



خاکہ 2.6 برقی رو ایک عددی مقدار ہے

مثال 2.4

اگر ایک موصل میں 32 A کی برقی رو بہہ رہی ہے تو موصل کے ذریعہ ایک سکنڈ میں بہنے والے الکٹرانوں کی تعداد معلوم کریں۔

حل

$$I = 32\ A,\ t = 1\ s$$

الکٹران کا بار، $e = 1.6 \times 10^{-19}\ C$

فی اکائی سکنڈ بہنے والے الکٹرانوں کی تعداد $n = ?$

$$I = \frac{q}{t} = \frac{ne}{t}$$

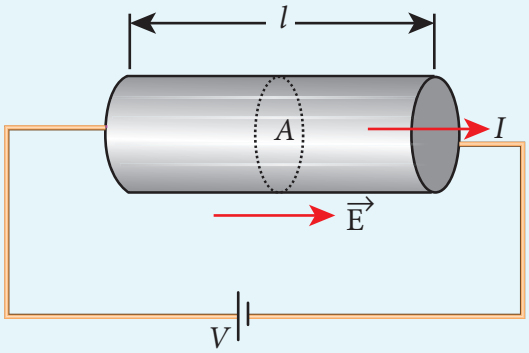
$$n = \frac{It}{e}$$

$$n = \frac{32\times1}{1.6\times10^{-19}\,C}$$

$$n = 20 \times 10^{19} = 2 \times 10^{20}\ \text{الکٹران}$$

2.2 اوم کا کلیہ (Ohm's Law)

مساوات $J = \sigma E$ کے ذریعہ اوم کا کلیہ اخذ کیا جاسکتا ہے۔ تار کے ایک حصے کا تصور کریں جس کی لمبائی l اور ترچھی سطحی رقبہ A ہو جیسا کہ خاکہ 2.7 میں بتایا گیا ہے۔



خاکہ 2.7 موصل کے ذریعہ برقی رو

تار کے آر پار جب ایک تفاوت بالقواہ V بھیجی جاتی ہے تو تار میں ایک کل برقی میدان پیدا ہوتا ہے جو تار میں برقی رو پیدا کرتا ہے۔ آسانی کے لئے ہم یہ تصور کرلیں کہ تار کی کل لمبائی میں برقی میدان مساوی ہے، تو پھر (وولٹیج V) تفاوت بالقواہ کو اس طرح لکھا جاسکتا ہے۔

$$V = El$$

جیساکہ ہم جانتے ہیں برقی رو کی کثافت کی مقدار یہ ہے

$$J = \sigma E = \sigma \frac{V}{l} \qquad (2.14)$$

مگر $J = \frac{I}{A}$ ہے۔ اس لئے ہم مساوات 2.14 کو اس طرح لکھتے ہیں۔

$$\frac{I}{A} = \sigma \frac{V}{l}$$

اوپر کی مساوات کو دوبارہ ترتیب دینے سے

$$V = I\left(\frac{l}{\sigma A}\right) \qquad (2.15)$$

مقدار $\frac{l}{\sigma A}$ موصل کی مزاحمت (resistance) کہلاتی ہے اور اسے R سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ نوٹ کریں کہ مزاحمت موصل کی لمبائی کے راست تناسب میں ہے اور ترچھی تراش کے رقبے کے معکوس تناسب میں ہے۔

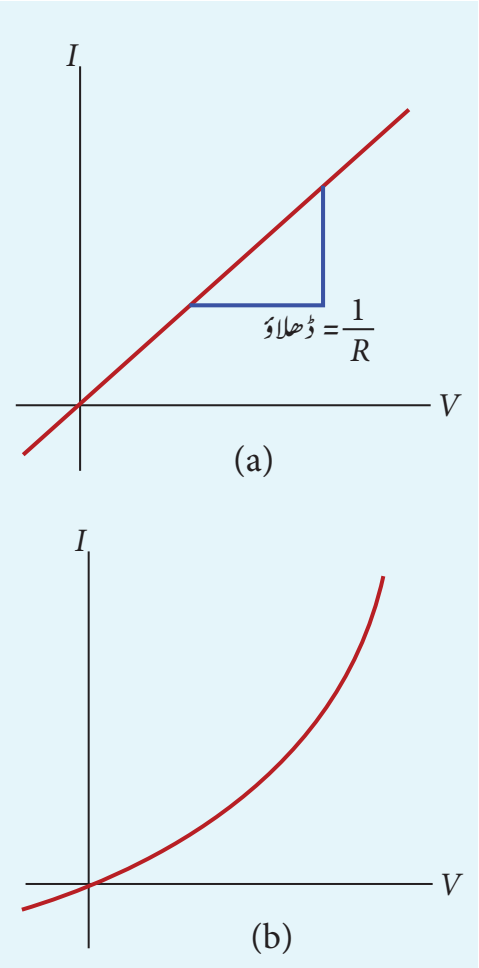
چنانچہ اوم کے کلیہ کی کلاں بینی (Macroscopic) قسم یوں بیان کی جاسکتی ہے

$$V = IR \qquad (2.16)$$

اوپر کی مساوات کی مدد سے **مزاحمت، دئے گئے موصل کے آر پار کی تفاوت بالقواہ کے ساتھ اس سے گذرنے والی برقی رو کی نسبت ہے۔**

$$R = \frac{V}{I} \qquad (2.17)$$

مزاحمت کی ایس آئی اکائی اوم(Ω) ہے۔ مساوات (2.16) کی مدد سے، ہم یہ اخذ کرسکتے ہیں کہ برقی رو کے بالمقابل وولٹیج کی ترسیم ایک سیدھی خط ہے جس کا میلان موصل کی مزاحمت R کے معکوس کے برابر ہے۔ اسے خاکہ 2.8 (a) میں بتایا گیا ہے۔



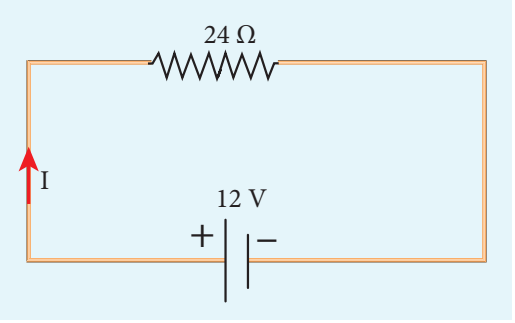
خاکہ 2.8 برقی رو کے بالمقابل وولٹیج (a) ایک موصل کے لئے جو اوم کے کلیہ کے ماتحت ہے (b) غیر اومی آلہ کے لئے (XII طبیعیات، اکائی 9 میں بتایا گیا ڈیوڈ، غیر اومی آلہ کی ایک مثال ہے)۔

وہ اشیاء جن کی برقی رو اور وولٹیج کے درمیان کھینچی گئی ترسیم ایک سیدھی خط ہوتی ہے، اوم کے کلیہ کی اتباع کرنے والی اشیاء کہلاتی ہیں اور ان کا برتاؤ اومی (Ohmic) کہلاتا ہے۔ اشیاء جو اوم کے کلیے کی اتباع نہیں کرتیں وہ غیر اومی (non-ohmic) اشیاء کہلاتی ہیں۔ ان اشیاء میں وولٹیج اور برقی رو کے درمیان مزید پیچیدے تعلقات پائے جاتے ہیں۔ غیر اومی اشیاء کے لئے وولٹیج اور برقی رو کے درمیان کھینچی گئی ترسیم غیر خطی ہوتی ہے اور ان کی مزاحمت مستقل نہیں ہوتی۔ (خاکہ (2.8 (b)

مثال 2.5

ایک مزاحم کے آر پار کی تفاوت بالقواہ 12 V ہے۔ 24 Ω والے مزاحم کے ذریعہ بہنے والی برقی رو کی مقدار معلوم کریں۔

حل



$R = 24\ \Omega$ اور $V = 12\ V$

برقی رو، I = ؟

اوم کے کلیہ کی مدد سے $I = \frac{V}{R} = \frac{12}{24} = 0.5 A$

2.2.1 مزاحمیت (Resistivity)

پچھلے حصہ میں ہم نے دیکھا کہ کسی موصل کی مزاحمت 'R' یوں پیش کی جاتی ہے۔

$$R = \frac{l}{\sigma A} \qquad (2.18)$$

جہاں σ شئے کی موصلیت کہلاتی ہے اور وہ صرف شئے کی قسم پر منحصر ہوتی ہے اور اس کے ابعاد پر منحصر نہیں ہوتی۔

شئے کی مزاحمت اس کی موصلیت کے معکوس کے برابر ہوتی ہے۔

$$\rho = \frac{1}{\sigma} \qquad (2.19)$$

اب ہم (2.18) کو (2.19) کی مدد سے دوبارہ یوں لکھ سکتے ہیں

$$R = \rho \frac{l}{A} \qquad (2.20)$$

ایک شئے کی مزاحمت موصل کی لمبائی کے راست تناسب میں اور موصل کے ترچھی تراشی رقبہ کے معکوس تناسب میں ہوتی ہے۔ تناسبی مستقلہ ρ کو شئے کی مزاحمیت کہتے ہیں۔

اگر $l = 1m$ اور $A = 1m^2$ ہو تو شئے کی مزاحمت $R = \rho$ ہے۔ بالفاظ دیگر ایک شئے کی برقی مزاحمیت کی تعریف یوں کی جاسکتی ہے کہ یہ اکائی ترچھی تراشی رقبہ رکھنے والے موصل کی ایک اکائی لمبائی کے ذریعہ برقی بہاؤ کو دی جانے والی مزاحمت ہے۔ مزاحمیت ρ کی ایس آئی اکائی اوم میٹر (Ω m) ہے۔ مزاحمیت کی بنیاد پر اشیاء کو موصل حاجز اور نیم موصل میں تقسیم کیا جاتا ہے۔ موصل کی مزاحمیت سب سے کم ہوتی ہے۔ حاجز کی مزاحمیت سب سے زیادہ ہوتی ہے اور نیم موصل کی مزاحمیت موصل سے زیادہ مگر حاجز سے کم ہوتی ہے۔ چند موصل، حاجز اور نیم موصلوں کی مزاحمیتوں کے نمونوں کی مقداریں جدول 2.1 میں پیش کی گئی ہیں۔

جدول 2.1۔ مختلف اشیاء کے لئے مزاحمیت

شئے	20°C پر مزاحمیت ρ (Ωm)
حاجز:	
خالص پانی	2.5×10^{5}
شیشہ	$10^{10} - 10^{14}$
سخت ربڑ	$10^{13} - 10^{16}$
NaCl	10^{14}
Fused Quartz	10^{16}
نیم موصل:	
جرمینیم	0.46
سلیکان	640
موصل:	
چاندی	1.6×10^{-8}
تانبا	1.7×10^{-8}
الومینیم	2.7×10^{-8}
ٹنگسٹن	5.6×10^{-8}
لوہا	10×10^{-8}

مثال 2.6

ایک تار کی مزاحمت 20 Ω ہے۔اگر اس تار کو اس طرح کھینچ کر مساوی تار پر لمبی کردی جائے کہ اس کی لمبائی 8 گنا زیادہ ہوجائے تو نئی مزاحمت کیا ہوگی؟

حل

$$R_1 = 20\ \Omega,\ R_2 = ?$$

فرض کریں کہ تار کی حقیقی لمبائی $l = l_1$ ہو

نئی لمبائی، $l_2 = 8l_1$ یعنی $l_2 = 8l$

حقیقی مزاحمت $R_1 = \rho\frac{l_1}{A_1}$

نئی مزاحمت $R_2 = \rho\frac{l_2}{A_2} = \frac{\rho(8l)}{A_2}$

تار کے کھینچے جانے کے باوجود اس کے حجم میں کوئی تبدیلی نہیں آتی۔

حتمی حجم = ابتدائی حجم

$$A_1 l = A_2(8l) \qquad A_1 l_1 = A_2 l_2,$$

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{8l}{l} = 8$$

R_1 کی مساوات کو R_2 کی مساوات سے تقسیم کرنے پر ہم حاصل کرتے ہیں

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{\rho(8l)}{A_2} \times \frac{A_1}{\rho l}$$

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{A_1}{A_2} \times 8$$

$\frac{A_1}{A_2}$ کی قیمتوں کو حل کرنے سے ہمیں حاصل ہوتا ہے۔

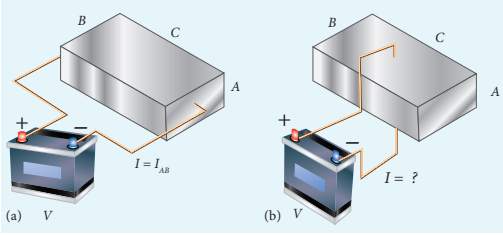
$$\frac{R_2}{R_1} = 8 \times 8 = 64$$

$$R_2 = 64 \times 20 = 1280\ \Omega$$

لہذا تار کی لمبائی میں اضافہ پیدا ہونے کی وجہ سے اس کی مزاحمت بھی بڑھ جاتی ہے۔

مثال 2.7

دھات کے ایک مستطیلی بلاک کا تصور کریں جس کی اونچائی A، چوڑائی B اور لمبائی C ہو جیسا کہ خاکہ میں بتایا گیا ہے۔



اگر بلاک کے A اور B سطحوں کے درمیان V مقدار کی تفاوت بالقواہ بھیجی جائے (خاکہa) تو برقی رو I_{AB} کا مشاہدہ ہوتا ہے۔ اگر اسی مقدار کی تفاوت بالقواہ V کو بلاک کے B اور C سطحوں کے درمیان بھیجی جائے تو برقی رو کی مقدار معلوم کریں (خاکہ (b)) I_{AB} کے لحاظ سے آپ کا جواب پیش کریں۔

حل

پہلے معاملہ میں بلاک کی مزاحمت

$$R_{AB} = \rho\frac{\text{لمبائی}}{\text{رقبہ}} = \rho\frac{C}{AB}$$

برقی رو $I_{AB} = \frac{V}{R_{AB}} = \frac{V}{\rho}\cdot\frac{AB}{C}$ (1)

دوسرے مرحلے میں، بلاک کی مزاحمت $R_{BC} = \rho\frac{A}{BC}$

برقی رو I_{BX} $I_{BC} = \frac{V}{R_{BC}} = \frac{V}{\rho}\cdot\frac{BC}{A}$ (2)

I_{BC} کے لحاظ سے I_{AB} کو ظاہر کرنے کے لئے ہم مساوات (2) کو AC سے ضرب کرکے تقسیم کرتے ہیں اور ہم حاصل کرتے ہیں

$$I_{BC} = \frac{V}{\rho}\cdot\frac{BC}{A}\frac{AC}{AC} = \left(\frac{V}{\rho}\cdot\frac{AB}{C}\right)\cdot\frac{C^2}{A^2} = \frac{C^2}{A^2}\cdot I_{AB}$$

چونکہ C>A ہے برقی رو $I_{BC} > I_{AB}$ ہے

کیا آپ جانتے ہیں؟

انسانی جسم میں کثیر مقدار کا پانی پایا جاتا ہے جس کی مزاحمت کم ہوتی ہے اور وہ تقریباً 200 Ω اوم تک ہوتی ہے اور سوکھی کھال (جلد) میں تقریباً 500 kΩ کی اعلیٰ مزاحمت پائی جاتی ہے مگر جب جلد گیلی ہوتی ہے تو اس کی مزاحمت کم ہو کر 1000 Ω تک ہوجاتی ہے۔ اسی وجہ سے گیلے ہاتھوں سے برقی دوروں پر کام کرنا بہت ہی خطرناک ہے۔

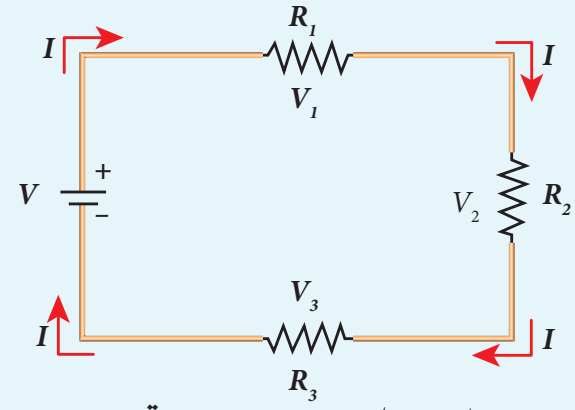
2.2.2 سلسلہ وار اور متوازی دور میں مزاحم

ایک برقی دور میں کئی مزاحم ہوسکتے ہیں جن کو مختلف طریقوں سے جوڑ اجاسکتا ہے۔ دور کی ہر قسم کے لئے انفرادی مزاحموں کے ایک مجموعے سے پیدا ہونے والی مساوی مزاحمت کا محاسبہ کرسکتے ہیں۔

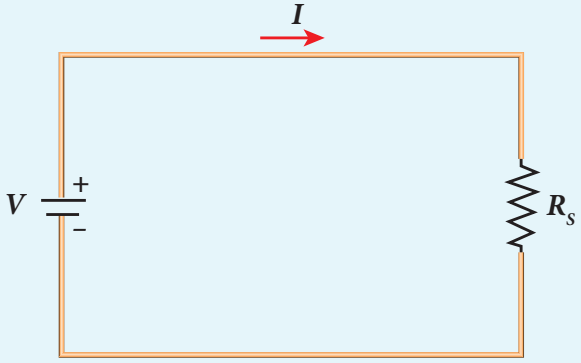
سلسلہ وار مزاحم

جب دو یا دو سے زیادہ مزاحم کو ایک دوسرے کے سروں سے جوڑا جاتا ہے تو کہا جائے گا کہ مزاحم سلسلہ وار جڑے ہوئے ہیں۔ یہ مزاحم، سادہ مزاحم، یا بلب یا گرمالے یا دیگر آلات بھی ہوسکتے ہیں۔ خاکہ 2.9 (a) میں سلسلہ وار جوڑے گئے تین مزاحم R_1، R_2 اور R_3 بتائے گئے ہیں۔

مزاحم R_1 کے ذریعہ گزرنے والے باروں کی مقدار کو R_2 اور R_3 مزاحموں کے ذریعہ سے بھی گزرنا ضروری ہے۔ چونکہ دور کے کسی بھی حصے میں بار جمع نہیں ہوسکتے۔ اسی وجہ سے تینوں مزاحموں کے ذریعہ گزرنے والی برقی رو مساوی ہوتی ہے۔ اوم کے کلیے کے تحت، اگر ایک ہی مقدار کی برقی رو مختلف قیمتوں



(a) سلسلہ وار طریقے سے جڑے ہوئے تین مزاحم



(b) مجموعی مزاحمت (Rs) میں وہی برقی رو ہے

خاکہ 2.9 سلسلہ وار مزاحم

والے مختلف مزاحموں سے گزرتی ہے تو ہر مزاحم کے آر پار کی تفاوت بالقواہ مختلف ہونا چاہئے۔ اگر R_1، R_2 اور R_3 مزاحموں کے آر پار موجود تفاوت بالقواہ بالترتیب V_1، V_2 اور V_3 ہوں تو پھر ہم اس طرح لکھ سکتے ہیں "$V_1 = IR_1$ ، $V_2 = IR_2$ اور $V_3 = IR_3$" مگر بھیجے جانے والے وولٹیج کی مقدار ہر مزاحم کے آر پار موجود وولٹیجوں (تفاوت بالقواہ) کے مجموعے کی مقدار کے برابر ہونا چاہئے ۔

$$V = V_1 + V_2 + V_3 = IR_1 + IR_2 + IR_3 \quad (2.21)$$

$$V = I(R_1 + R_2 + R_3)$$

$$V = IR_S \quad (2.22)$$

جہاں Rs مساوی مزاحمت ہے

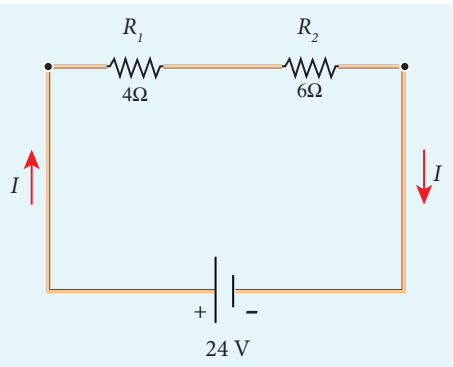
$$R_S = R_1 + R_2 + R_3 \quad (2.23)$$

جب کئی مزاحموں کو سلسلہ وار جوڑا جاتا ہے تو مجموعی یا مساوی مزاحمت، انفرادی مزاحمتوں کے مجموعے کے برابر ہوتی ہے جیسا کہ خاکہ 2.9.(b) میں بتایا گیا ہے۔

نوٹ: سلسلہ وار جوڑ میں مساوی مزاحمت کی قیمت، ہر انفرادی مزاحمت کی قیمت سے زیادہ ہی ہوگی۔

مثال 2.8

24V کی بیٹری سے جوڑے گئے دور کے لئے مساوی مزاحمت معلوم کریں اور دور میں موجود ہر مزاحم کے آر پار کی تفات بالقواہ معلوم کریں۔



حل

چونکہ مزاحمتیں سلسلہ وار جڑے ہوئے ہیں، دور میں موجود مؤثر مزاحمت یہ ہے۔

$$= 4\ \Omega + 6\ \Omega = 10\ \Omega$$

دور میں موجود برقی رو $I = \frac{V}{R_{eq}} = \frac{24}{10} = 2.4\ A$

$4\ \Omega$ کے مزاحم کے آر پار کی تفاوت بالقواہ

$$V_1 = IR_1 = 2.4\,A \times 4 \Big| = 9.6\,V$$

$6\ \Omega$ کے مزاحم کے آر پار کی تفاوت بالقواہ

$$V_2 = IR_2 = 2.4\,A \times 6 \Big| = 14.4\,V$$

متوازی طور پر جوڑے جانے والے مزاحم

ایک ہی تفاوت بالقواہ کے آر پار لگائے جانے والے مزاحم، متوازی طور پر جوڑے گئے مزاحم کہلاتے ہیں جیسا کہ خاکہ 2.10(a) میں بتایا گیا ہے۔

اس معاملہ میں بیٹری کو چھوڑنے والی کل برقی رو I، تین مختلف اجزاء میں بٹ جاتی ہے۔ فرض کریں کہ R_1، R_2 اور R_3 مزاحموں کے ذریعہ گذرنے والی برقی رو بالترتیب I_1، I_2 اور I_3 ہیں۔ باروں کی بقاء کی وجہ سے دور میں موجود کل برقی رو I، ہر ایک مزاحم کے ذریعہ گذرنے والی انفرادی برقی روؤں کے مجموعے کے برابر ہے۔

$$I = I_1 + I_2 + I_3 \qquad (2.24)$$

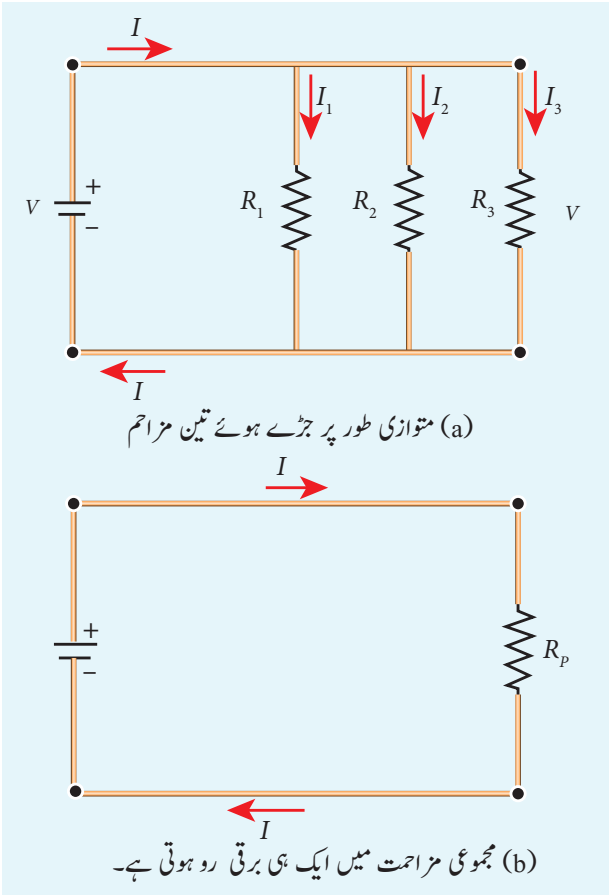
چونکہ ہر مزاحم کے آر پار کا وولٹیج مساوی ہوتا ہے، ہر مزاحم کے لئے اوم کے کلیہ کے استعمال سے ہمیں حاصل ہوتا ہے۔

$$I_1 = \frac{V}{R_1}, I_2 = \frac{V}{R_2}, I_3 = \frac{V}{R_3} \qquad (2.25)$$

ان قیمتوں کو مساوات (2.24) میں حل کرنے پر ہم حاصل کرتے ہیں ۔

$$I = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} + \frac{V}{R_3} = V\left[\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right]$$

$$I = \frac{V}{R_P}$$



خاکہ 2.10 مزاحموں کا متوازی جوڑ

$$\frac{1}{R_P} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \qquad (2.26)$$

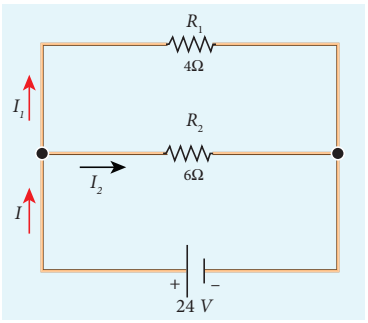
یہاں R_P مزاحمتوں کے متوازی مجموعے کی مجموعی مزاحمت ہے۔ لہٰذا، جب متوازی طور پر کئی مزاحموں کو جوڑا جاتا ہے تو ہر انفرادی مزاحموں کی مزاحمت کی معکوسوں کا حاصل جمع مجموعے کی مؤثر مزاحمت R_P کے معکوس کے برابر ہوتی ہے جیسا کہ خاکہ 2.10 (b) میں بتایا گیا ہے۔

نوٹ: متوازی جوڑ میں مؤثر مزاحمت کی قیمت ہر انفرادی مزاحمت سے کم ہوتی ہے۔

گھریلو آلات ہمیشہ متوازی طور ہی پر جوڑے جاتے ہیں کیونکہ اگر کسی ایک کو سوئچ آف بھی کردیاجائے تو دوسرا آلہ اپنا کام انجام دیتا رہے۔

مثال 2.9

مندرجۂ ذیل دور میں مساوی مزاحمت معلوم کریں اور دئے گئے برقی دور میں برقی رو I، I_1 اور I_2 کی قیمتیں دریافت کریں۔



حل

چونکہ مزاحموں کو متوازی طور پر جوڑا گیا ہے، دور میں موجود مساوی مزاحمت یہ ہے۔

$$\frac{1}{R_P}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}=\frac{1}{4}+\frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{R_P}=\frac{5}{12}\Omega \quad \text{or } R_P=\frac{12}{5}\Omega$$

چونکہ مزاحموں کو متوازی طور پر جوڑ اگیا ہے اس کے لئے ان کے آر پار کی تفاوت بالقواہ (وولٹیج) مساوی ہے۔

$$I_1=\frac{V}{R_1}=\frac{24\text{V}}{4\Omega}=6\text{A}$$

$$I_2=\frac{V}{R_2}=\frac{24}{6}=4\text{A}$$

برقی رو I دو شاخوں میں موجود برقی روؤں کا مجموعہ ہے۔ لہذا

$$I=I_1+I_2=6\text{ A}+4\text{ A}=10\text{ A}$$

مثال 2.10

دو مزاحموں کو سلسلہ وار اور متوازی طور پر جوڑے جانے پر ان کی ساری مزاحمتیں بالترتیب 15 Ω اور $\frac{56}{15}\Omega$ ہیں۔ ان کے مزاحموں کی قیمتیں معلوم کریں۔

حل

$$R_s=R_1+R_2=15\ \Omega \qquad (1)$$

$$R_P=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}=\frac{56}{15}\Omega \qquad (2)$$

مساوات (1) کی مدد سے مساوات (2) میں (R_1+R_2) کی قیمت کو حل کرنے سے

$$\frac{R_1R_2}{15}=\frac{56}{15}\Omega$$

$$\therefore R_1R_2=56$$

$$R_2=\frac{56}{R_1}\Omega \qquad (3)$$

مساوات (3) کی مدد سے R_2 کی قیمت کو مساوات (1) میں حل کرنے پر

$$R_1+\frac{56}{R_1}=15$$

پھر، $\frac{R_1^2+56}{R_1}=15$

$$R_1{}^2+56=15\,R_1$$

$$R_1{}^2-15\,R_1+56=0$$

اوپر کی مساوات کو اجزائے ضربی کے ذریعہ حل کیا جاسکتا ہے۔

$$R_1=8\ \Omega \text{ (یا) } R_1=7\ \Omega$$

اگر $R_1=8\ \Omega$ ہوتو

مساوات (1) میں حل کرنے پر

$$8+R_2=15$$

$$R_2=15-8=7\ \Omega,$$

(جب $R_1=8\ \Omega; R_2=7\ \Omega$ ہو) یعنی، $R_2=7\ \Omega$

اگر $R_1=7\ \Omega$ ہوتو

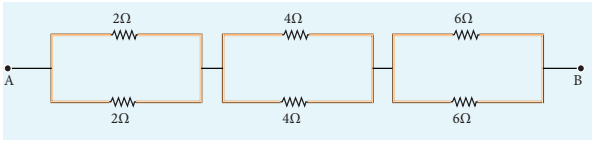
مساوات (1) میں حل کرنے پر

$$7+R_2=15$$

(جب $R_1=7\ \Omega; R_2=8\ \Omega$ ہو) یعنی، $R_2=8\ \Omega$

مثال 2.11

دئے گئے برقی دور میں A اور B کے درمیان مساوی مزاحمت معلوم کریں۔



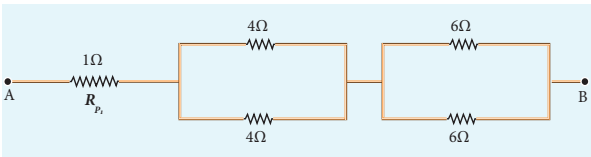
حل

ان تمام حصوں میں مزاحموں کو متوازی طور پر جوڑا گیا ہے۔

حصہ (i)

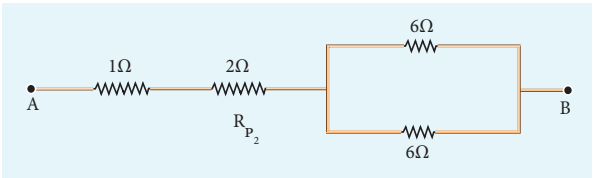
$$\frac{1}{R_{p_1}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$\frac{1}{R_{p_1}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{2}{2} \quad R_{p_1} = 1\Omega$$



حصہ (ii)

$$\frac{1}{R_{p_2}} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4}, \quad \frac{1}{R_{p_2}} = \frac{1}{2}, \quad R_{p_2} = 2\,\Omega$$



حصہ (iii)

$$\frac{1}{R_{p_3}} = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6}$$

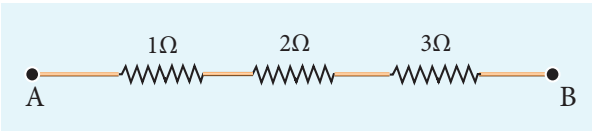
$$\frac{1}{R_{p_3}} = \frac{1}{3}, \quad R_{p_3} = 3\,\Omega$$

مساوی مزاحمت یوں پیش کی جاتی ہے۔

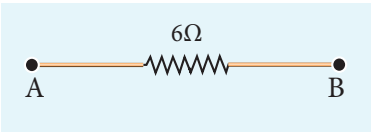
$$R = R_{p_1} + R_{p_2} + R_{p_3}$$

$$R = 1\,\Omega + 2\,\Omega + 3\,\Omega = 6\,\Omega$$

برقی دور یوں ہو جاتا ہے۔

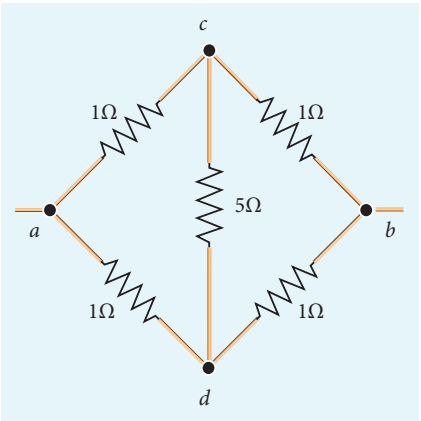


A اور B کے درمیان مساوی مزاحمت یہ ہے۔



مثال 2.12

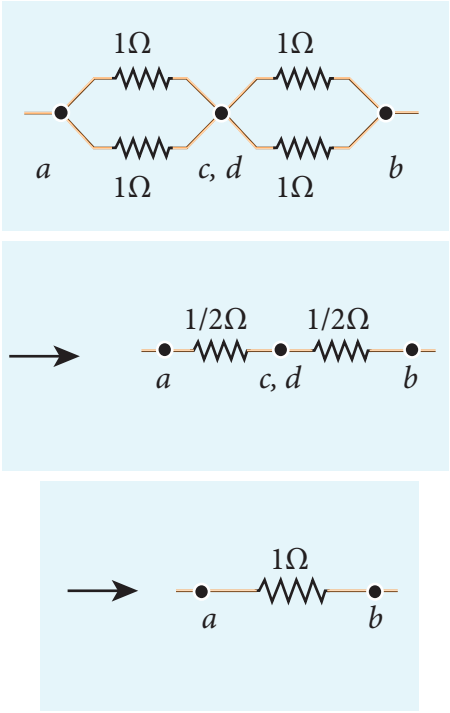
خاکہ میں بتائی گئی تشکیل کے مطابق پانچ مزاحم جوڑے جاتے ہیں۔ نقاط a اور b کے درمیان موجود مساوی مزاحمت معلوم کریں۔



حل

معاملہ (a)

a اور b نقاط کے درمیان موجود مساوی مزاحمت معلوم کرنے کے لئے ہم یہ تصور کرتے ہیں کہ برقی رو جوڑ a پر داخل ہو رہی ہے۔ چونکہ بیرونی لوپ میں موجود تمام مزاحمتیں یکساں ہیں (1Ω) ac اور ad شاخوں میں موجود برقی رو مساوی ہونا چاہئے۔ لہذا نقاط C اور D ایک ہی قواہ پر ہیں اور 5 Ω کے مزاحم کے ذریعہ برقی رو نہیں بہتی۔ اس سے معلوم ہوتا ہے کہ مساوی مزاحمت کی قیمت میں 5 Ω کے مزاحم کا کوئی رول نہیں ہے اور اسے خارج کر دیا جاسکتا ہے۔ اس لئے کہ اس دور کو خاکہ کے مطابق سادہ تر بنالیا جاتا ہے۔



برقی دور میں a اور b کے درمیان مساوی مزاحمت $R_{eq}=1\Omega$ ہے۔

2.2.3 کاربن مزاحموں کے لئے رنگین کوڈ
Colour code for Carbon resistors



خاکہ 2.11 تجربہ خانوں میں استعمال ہونے والے مزاحمیں

کاربن کے مزاحموں میں ایک Ceramic قشرہ ہوتا ہے جس پر قلمی کاربن کی ایک پتلی پرت جمع کی گئی ہوتی ہے جیسا کہ خاکہ 2.11 میں بتایا گیا ہے۔ یہ مزاحم، سستے، مستحکم اور جسامت میں بہت چھوٹے ہوتے ہیں۔ جدول 2.2 میں دئے گئے قوانین کے مطابق مزاحمت کی قیمتوں کی نشاندہی کرنے کے لئے رنگین حلقوں کا استعمال کیا جاتا ہے۔

ایک مزاحم کی قیمتوں کو بتانے کے لئے تین رنگین حلقے استعمال کئے جاتے ہیں، پہلے دو حلقے مزاحم کے اہم عدد کا اظہار کرتے ہیں جب کہ تیسرا حلقہ ان کے بعد کئے جانے والے دسویں ضارب کا اشارہ کرتا ہے۔ چوتھا رنگ، چاندی یا سنہرا رنگ 10% یا

جدول 2.2 مزاحموں کے لئے رنگوں کے کوڈ

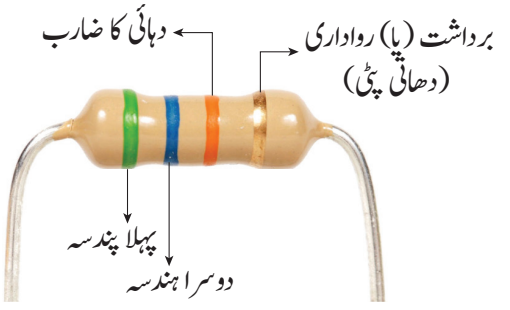
رنگ	عدد	ضارب	قوت برداشت
سیاہ	0	1	
بھورا	1	10^1	
سرخ	2	10^2	
نارنجی	3	10^3	
زرد	4	10^4	
سبز	5	10^5	
نیلا	6	10^6	
بنفشی	7	10^7	
سرمائی	8	10^8	
سفید	9	10^9	
سنہرا		10^{-1}	5%
چاندی		10^{-2}	10%
بے رنگ			20%

5% پر مزاحم کی رواداری یا قوت برداشت کو ظاہر کرتا ہے جیسا کہ خاکہ 2.12 میں بتایا گیا ہے۔ اگر مزاحم میں چوتھا رنگ موجود نہ ہو تو اس میں 20% رواداری پائی جاتی ہے۔

خاکہ 2.12۔ میں بتائے گئے مزاحم کے لئے پہلا ہندسہ = 5 (سبز) ہے، دوسرا ہندسہ = 6(نیلا)، دہائی کا ضارب = 10^3(نارنجی) اور قوت برداشت = 5%(سنہرا) ہے۔ مزاحمت کی قیمت = $56 \times 10^3\ \Omega$ یا 56 kΩ ہے جس کی قوت برداشت 5% ہے۔

نوٹ

رنگین کوڈ کے مطالعہ کے دوران مزاحم کو اس طرح تھامئے کہ رنگوں کے حلقے آپ کے بائیں جانب ہوں۔ مزاحم بائیں جانب موجود یک دھاتی پٹی سے کبھی بھی شروع نہیں ہوگا۔



خاکہ 2.12 مزاحم کے رنگوں کی کوڈنگ

2.2.4 تپش پر مزاحمیت (resistivity) کا انحصار

Temperature dependence of resistivity

ایک شئے کی مزاحمیت تپش پر منحصر ہوتی ہے اس مساوات کے تحت تجرباتی طور پر یہ دیکھا گیا ہے کہ تپشوں کی ایک وسیع حد تک کے لئے، تپش کے بڑھنے پر موصل کی مزاحمیت بھی بڑھتی ہے۔

$$\rho_T = \rho_0\left[1+\alpha\left(T-T_0\right)\right] \qquad (2.27)$$

جہاں ρ_T، $T°C$ پر ایک موصل کی مزاحمیت ہے، ρ_0، تپش T_0 (حوالہ کی تپش عام طور پر $20°C$) پر موصل کی مزاحمیت ہے اور α، مزاحمیت کی تپش کا تعاونی عدد ہے۔ اس کی تعریف یوں کی جاتی ہے کہ یہ تپش کے $1°C$ کے اضافہ پر مزاحمیت کے ہونے والے اضافے کے ساتھ T_0 تپش پر پائی جانے والی مزاحمیت کی نسبت ہے۔

مساوات 2.27 کی مدد سے ہم لکھ سکتے ہیں

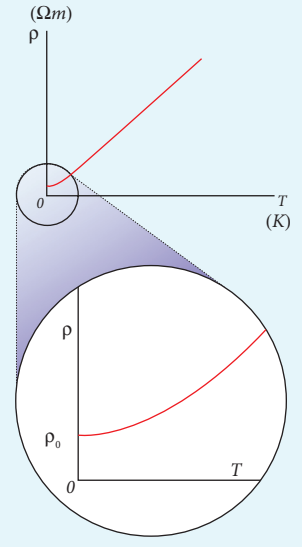
$$\rho_T - \rho_0 = \alpha\rho_0\left(T-T_0\right)$$
$$\therefore \alpha = \frac{\rho_T-\rho_0}{\rho_0\left(T-T_0\right)} = \frac{\Delta\rho}{\rho_0\Delta T}$$

جہاں $\Delta\rho = \rho_T - \rho_0$ تپش کی تبدیلی $\Delta T = T - T_0$ سے ہونے والی مزاحمیت کی تبدیلی ہے۔ اس کی اکائی فی درجہ سینٹگریڈ (Centigrade) ہے۔

موصلوں کے لئے α کی قیمت (α of conductors)

موصلوں کے لئے α کی قیمت مثبت ہوتی ہے۔ اگر ایک موصل کی تپش بڑھتی ہے تو موصل میں موجود الکٹرانوں کی اوسط توانائی بالفعل بھی بڑھتی ہے۔ اس کی وجہ سے ان کے درمیان ہونے والے ٹکراؤ میں اضافہ ہوجاتاہے۔ لہذا مزاحمیت بڑھ جاتی ہے۔ خاکہ 2.13 میں مساوات 2.27 کی ترسیم بتائی گئی ہے۔

حالانکہ دھات جیسی موصلوں کی مزاحمیت، تپش کے ایک وسیع حد تک کے لئے خطی طور پر متغیر ہوتی ہے، وہاں، بہت ہی چھوٹی تپشوں پر ایک غیر خطی علاقہ بھی پایا جاتا ہے۔ جیسے جیسے تپش گھٹ کر مطلق صفر پر پہنچتی ہے، تو مزاحمیت بھی ایک مخصوص قیمت کی طرف بڑھنے لگتی ہے جیساکہ خاکہ 2.13(b) میں بتایا گیا ہے۔



خاکہ 2.13 (a) ایک موصل کے لئے تپش پر مزاحمیت کی انحصاری
(b) کم تپش پر غیر خطی علاقے

مساوات 2.27 میں مساوات $\rho = R\frac{A}{l}$ کا استعمال کرنے سے ہم $T°C$ پر ایک موصل کی مزاحمیت کے لئے اس طرح کی مساوات حاصل کرتے ہیں ۔

$$R_T = R_0\left[1+\alpha\left(T-T_0\right)\right] \qquad (2.28)$$

مساوات 2.28 کی مدد سے مزاحمیت کی تپش کا تعاونی عدد (temperature coefficient) بھی حاصل کیا جاسکتا ہے۔

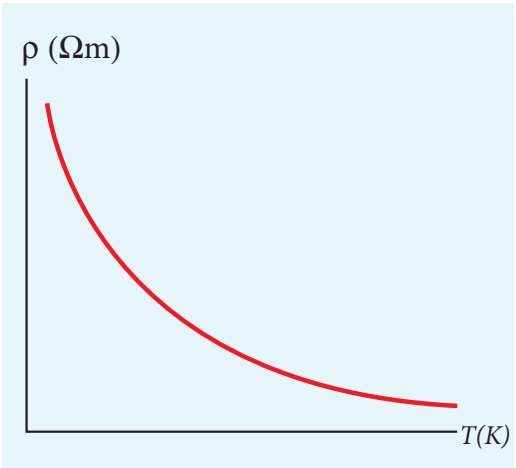
$$R_T - R_0 = \alpha R_0\left(T-T_0\right)$$
$$\therefore \alpha = \frac{R_T-R_0}{R_0\left(T-T_0\right)} = \frac{1}{R_0}\frac{\Delta R}{\Delta T}$$
$$\alpha = \frac{1}{R_0}\frac{\Delta R}{\Delta T} \qquad (2.29)$$

جہاں $\Delta R = R_r - R_0$ تپش کی تبدیلی $\Delta T = T - T_0$ کے دوران ہونے والی مزاحمیت کی تبدیلی ہے

نیم موصلوں کے لئے α کی قیمت

نیم موصلوں کے لئے تپش کے بڑھنے پر مزاحمیت کم ہوتی ہے۔ جیسے جیسے تپش بڑھنے لگتی ہے، جوہروں سے زیادہ سے زیادہ الکٹران آزاد ہونے لگتے ہیں۔

(ملاحظہ کریں اکائی 9، نیم موصلوں میں موصلیت)



خاکہ 2.14 ایک نیم موصل کے لئے تپش پر مزاحمیت کی انحصاری

اسی لئے برقی رو بڑھتی ہے اور چنانچہ مزاحمیت گھٹتی ہے جیسا کہ خاکہ 2.14 میں بتایا گیا ہے۔ مزاحمیت کی تپش کا منفی تعاونی عدد (Negative temperature coefficient) رکھنے والا ایک نیم موصل تھرمسٹر (Thermister) کہلاتا ہے۔

مختلف اشیاء کے لئے تپشی تعاونی عدد کی عام قیمتیں جدول 2.3 میں پیش کی گئی ہیں۔

جدول 2.3

شئے	مزاحمیت کی تپش کا تعاونی عدد $\alpha\ [(°C)^{-1}]$
چاندی	3.8×10^{-3}
تانبا	3.9×10^{-3}
سونا	3.4×10^{-3}
الومینیم	3.9×10^{-3}
ٹنگسٹن	4.5×10^{-3}
لوہا	5.0×10^{-3}
پلاٹینم	3.92×10^{-3}
سیسہ	3.9×10^{-3}
نیکروم	0.4×10^{-3}
کاربن	-0.5×10^{-3}
جرمینیم	-48×10^{-3}
سلیکان	-75×10^{-3}

ہم مندرجۂ ذیل طریقے سے تپش پر مزاحمیت کی انحصاری کو سمجھ سکتے ہیں۔ حصہ 2.1.3 میں ہم نے بتایا تھا کہ برقی موصلیت $\sigma = \frac{ne^2\tau}{m}$ ہے۔ چونکہ مزاحمیت، موصلیت σ کی معکوس ہوتی ہے، اسے اس طرح لکھا جاسکتا ہے۔

$$\rho = \frac{m}{ne^2\tau} \qquad (2.30)$$

شئے کی مزاحمیت

(i) الکٹرانوں کے کثافتی عدد (n) کے معکوس تناسب میں ہوتی ہے

(ii) ٹکراؤ کے درمیان کے اوسط وقفہ (τ) کے معکوس تناسب میں ہوتی ہے۔

دھاتوں میں تپش کے بڑھنے پر، ٹکراؤ کے درمیان کا اوسط وقفہ (τ) کم ہوجاتا ہے اور n تپش پر غیر منحصر ہے۔ نیم موصلوں میں جب تپش بڑھتی ہے تو n بھی بڑھتا ہے اور τ کم ہوتا ہے مگر n میں ہونے والے اضافے کا اثر، τ میں ہونے والی کمی کے اثر سے زیادہ ہوتا ہے یہاں تک کہ کل مزاحمیت کم ہونے لگتی ہے۔

کیا آپ جانتے ہیں؟

کچھ تپش T_c کے نیچے چند اشیاء کی مزاحمیت صفر ہوجاتی ہے۔ اس تپش کو Critical تپش یا transition تپش کہتے ہیں۔ اشیاء جن میں یہ خصوصیت پائی جاتی ہے۔ اعلیٰ موصلات Super Conductors کہلاتی ہیں۔ kammerlingh Onnes نے 1911 میں پہلے پہل اس عمل کا مشاہدہ کیا - انہوں نے غور کیا کہ پارہ (Mercury)، 4.2K تپش پر اعلیٰ موصلیت کا اظہار کرتا ہے۔ چونکہ R=0 ہے، ایک اعلیٰ موصل میں امالیت پانے والی برقی رو، بغیر کسی تفاوت بالقواہ کے، جاری رہتی ہے۔

مثال 2.13

اگر 20°C پر ایک لچھے کی مزاحمت 3Ω ہو اور $\alpha = 0.004/°C$ ہوتو 100°C پر اس کی مزاحمت معلوم کریں۔

حل

$R_0 = 3\ \Omega, \quad T = 100^0C, \quad T_0 = 20^0C$

$\alpha = 0.004/^0C, \quad R_T = ?$

$R_T = R_0(1 + \alpha(T-T_0))$

$R_{100} = 3(1 + 0.004 \times 80)$

$R_{100} = 3.96\ \Omega$

مثال 2.14

$20°C$ اور $40°C$ پر ایک شئے کی مزاحمت بالترتیب $45\ \Omega$ اور $85\ \Omega$ ہے۔ اس شئے کی تپش کا تعاونی عدد معلوم کریں۔

حل

$T_0 = 20\ ^0C, T = 40\ ^0C, R_0 = 45\ \Omega, R = 85\ \Omega$

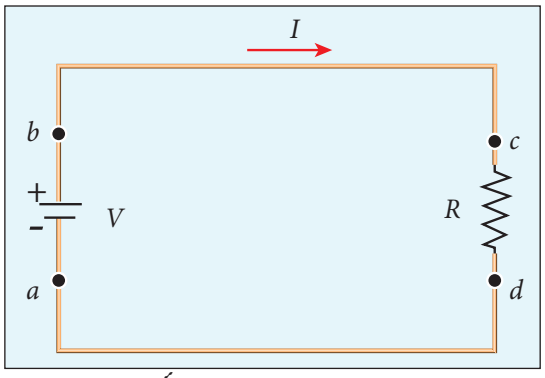
$$\alpha = \frac{1}{R_0}\frac{\Delta R}{\Delta T}$$

$$\alpha = \frac{1}{45}\left(\frac{85-45}{40-20}\right) = \frac{1}{45}(2)$$

$$\alpha = 0.044\ \text{per}^\circ C$$

2.3 برقی دوروں میں توانائی اور طاقت
Energy and Power in Electrical Circuits

جب ایک موصل کے سروں کے درمیان، ایک بیٹری جوڑی جاتی ہے تو اس میں برقی رو پیدا ہوتی ہے۔ دور میں جوڑے گئے آلہ کے لئے بیٹری ہی توانائی فراہم کرتی ہے۔ ایک برقی دور کا تصور کریں جس میں ایک مزاحم کے ساتھ V وولٹیج کی ایک بیٹری جوڑی گئی ہے جیسا کہ خاکہ 2.15 میں بتایا گیا ہے۔



خاکہ 2.15 بیٹری سے دی جانے والی توانائی

فرض کریں کہ dQ کا ایک مثبت بار، بیٹری کے ذریعہ، a سے b تک گذرتا ہے اور مزاحم کے ذریعہ نقطہ c سے d تک گذر کر واپس a پر پہنچتا ہے۔ جب وہ بار، نقطہ a سے b کو حرکت کرتا ہے تو وہ $dU=V.dQ$ مقدار کی توانائی بالقواہ حاصل کرتا ہے اور بیٹری میں اسی مقدار کی کیمیائی توانائی بالقواہ گھٹنے لگتی ہے۔ جب وہ dQ بار مزاحم کے ذریعہ گذرتا ہے، تو وہ مزاحم میں موجود جوہروں کے ٹکراؤ کی وجہ سے $dU=V.dQ$ کی توانائی بالقواہ کو کھودیتا ہے اور دوبارہ نقطہ 'a' پر پہنچ جاتا ہے۔ جب تک بیٹری دور سے جڑی رہتی ہے، یہ عمل مسلسل چلتے رہتا ہے۔ جس شرح کے ساتھ یہ بار مزاحم میں برقی توانائی بالقواہ کھوتا ہے، اس شرح کا محاسبہ کیا جاسکتا ہے۔

برقی طاقت P ہی وہ شرح ہے جس پر برقی توانائی بالقواہ پہنچائی جاتی ہے۔

$$P = \frac{dU}{dt} = \frac{(V.dQ)}{dt} = V\frac{dQ}{dt} \qquad (2.31)$$

(2.31) چونکہ برقی رو $I = \frac{dQ}{dt}$ ہے، مساوات (2.31) کو دوبارہ یوں لکھا جاسکتا ہے۔

$$P = VI \qquad (2.32)$$

یہ مساوات، کسی بھی برقی نظام میں بیٹری سے پہنچائی جانے والی طاقت کا اظہار کرتی ہے جس میں I، اس سے گزرنے والی برقی رو ہے اور V اس کے آر پار کی تفاوت بالقواہ ہے۔ برقی طاقت کی ایس آئی اکائی واٹ $(1W = 1\ J\ s^{-1})$ ہے۔ تجارتی طور پر گھروں میں استعمال ہونے والی برقی بلبوں کی برقی طاقت اور وولٹیج کی ریٹنگ (Rating) 5W-220V، 30W-220V، 60W-220V وغیرہ ہوتی ہے۔ (خاکہ 2.16)



خاکہ 2.16 طاقت کی ریٹنگ کے ساتھ برقی بلب

عموماً وولٹیجوں کی یہ ریٹنگس AC کے RMS وولٹیجوں کا حوالہ دیتے ہیں۔ اگر ایک دئے گئے بلب کے لئے بلب کے آر پار ہونے والے وولٹیج کا گراؤ وولٹیج کی ریٹنگ سے زیادہ ہو، تو بلب کی بتی خراب ہوجائے گی۔

اوم کے کلیے کی مدد سے، مزاحمت R کو پہنچائی جانے والی طاقت کا اظہار دوسرے طریقوں سے کیا جاتا ہے۔

$$P = IV = I\,(IR) = I^2R \qquad (2.33)$$

$$P = IV = \frac{V}{R}V = \frac{V^2}{R} \qquad (2.34)$$

کیا آپ جانتے ہیں ؟

ایک مزاحم سے پیدا (منتشر) کی جانے والی برقی طاقت IR^2 ہے۔ یہ برقی رو کے مربع پر منحصر ہوتی ہے۔ لہذا اگر برقی رو کو دگنی کردی جائے تو طاقت چار گنا زیادہ ہوجاتی ہے۔ اس طرح کی وضاحت وولٹیج کے لئے بھی درست ثابت ہوتی ہے۔

کسی آلے سے استعمال کی جانے والی کل برقی توانائی کا محاسبہ، اس کے آن رہتے وقت کی طاقت اور وقفے کو ضرب کرکے کیا جاتا ہے۔ اگر طاقت واٹ میں ہوتی ہے تو وقت سکنڈ میں ہوتا ہے اور توانائی جول میں ہوتی ہے۔ عموماً، برقی توانائی، کلوواٹ گھنٹہ کی اکائی سے ناپی جاتی ہے۔ برقی توانائی کی ایک اکائی کو 1kWh کہا جاتا ہے۔

(1 kWh = 1000 Wh = (1000 W) (3600 s) = 3.6×10^6 J)

کیا آپ جانتے ہیں ؟

تمل ناڈو الکٹرسٹی بورڈ، آپ سے استعمال کی جانے والی توانائی کی مقدار ہی کے لئے، رقم وصول کرتاہے، نہ کہ برقی طاقت کے لئے رقم وصول کرتا ہے۔ 1V کی تفاوت بالقواہ کے ذریعہ گزرنے والی 1A کی برقی رو 1W کی برقی طاقت پیدا کرتی ہے۔

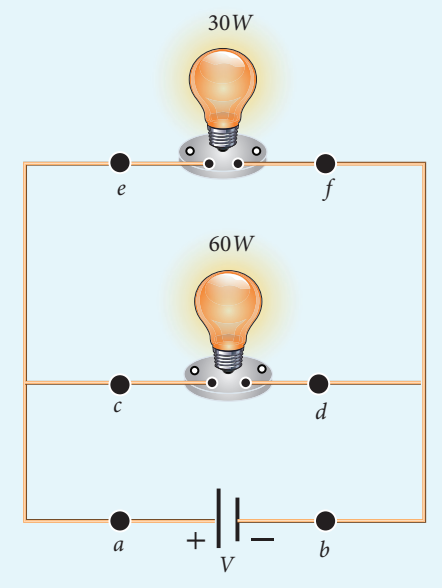
مثال 2.15

V وولٹیج کی ایک بیٹری کو 30W اور 60W کے دو بلبوں سے جوڑ دیا جاتا ہے، جیساکہ خاکہ میں بتایا گیا ہے۔

(a) سب سے زیادہ روشن بلب کی شناخت کریں۔

(b) کون سے بلب میں زیادہ مزاحمت ہے؟

(c) اگر ان بلبوں کو سلسلہ وار جوڑ دیا جائے تو کون سا بلب زیادہ روشن ہوگا۔



حل

(a) بیٹری سے پہنچائی جانے والی طاقت P=VI ہے۔ چونکہ بلبیں متوازی طور پر جڑے ہوئے ہیں۔ دونوں بلب کے آر پار وولٹیج کا گراؤ یکساں ہوتا ہے۔ اگر وولٹیج کو متعین رکھا جائے تو طاقت برقی رو کے راست تناسب میں ہوتی ہے ($P \propto I$)۔ اس لئے 60W کی بلب 30W کی بلب سے دگنی برقی رو حاصل کرتی ہے اور وہ 30W کی بلب سے بھی زیادہ روشن ہوتی ہے۔

(b) بلبوں کی مزاحمت معلوم کرنے کے لئے ہم مساوات $P=\frac{V^2}{R}$ کا استعمال کرتے ہیں۔ دونوں بلبوں میں وولٹیج کا گراؤ یکساں ہوتا ہے۔ اس لئے طاقت مزاحمت کے معکوس تناسب میں ہوتی ہے $\left(R \propto \frac{1}{P}\right)$۔ اس سے معلوم ہوتا ہے کہ 30W کے بلب کی مزاحمت 60W کے بلب کی مزاحمت سے دگنی ہے۔

(c) جب بلبیں سلسلہ وار جوڑے جاتے ہیں تو ہر بلب کے ذریعہ بہنے والی برقی رو یکساں ہوتی ہے۔ یہ سلسلہ وار جڑے ہوئے دو مزاحم کے برابر ہوتی ہے۔ وہ بلب جس کی مزاحمت زیادہ ہے، اس میں وولٹیج کا گراؤ زیادہ ہوتا ہے۔ اس لئے 30W کی 60W بلب سے زیادہ روشن ہوگی۔ لہذا، اعلیٰ طاقتی ریٹنگس ہمیشہ بلب کی روشنی کو ظاہر نہیں کرتیں بلکہ وہ بلبوں کے سلسلہ وار یا متوازی طور پر جڑے رہنے پر منحصر ہوتی ہیں۔

مثال 2.16

20W–220V اور 100W–220V کی نشاندہی کئے گئے دو برقی بلب 440V کے سپلائی سے سلسلہ وار جڑے ہوئے ہیں۔ کس بلب کی بتی خراب ہوجائے گی؟

حل

یہ دیکھنے کے لئے کہ کس بلب کی بتی خراب ہوجائے گی، ہمیں ہر بلب کے آر پار کی وولٹیج کے گراؤ کا محاسبہ کرنا ہوگا۔

بلب کی مزاحمت

$$R=\frac{V^2}{P}=\frac{(\text{ریٹنگ کی گئی وولٹیج})^2}{\text{ریٹنگ کی گئی طاقت}}$$

20W–220V بلب کے لئے،

$$R_1=\frac{(220)^2}{20}\Omega=2420\Omega$$

100W–220V بلب کے لئے

$$R_2=\frac{(220)^2}{100}\Omega=484\Omega$$

دونوں بلب سلسلہ وار جڑے ہوئے ہیں۔ اس لئے دونوں بلبوں کے ذریعہ مساوی برقی رو گزرے گی۔ برقی دور کے ذریعہ بہنے والی برقی رو $I=\frac{V}{R_{tot}}$ ہے۔

$$R_{tot}=(R_1+R_2)$$

$$R_{tot}=(484+2420)\Omega=2904\Omega$$

$$I=\frac{440V}{2904\Omega}\approx 0.151\text{A}$$

20W بلب کے آر پار ہونے والا وولٹیج کا گراؤ (drop) یہ ہے

$$V_1=IR_1=\frac{440}{2904}\times 2420\approx 366.6\text{ V}$$

100W بلب کے آر پار ہونے والا وولٹیج کا گراؤ یہ ہے

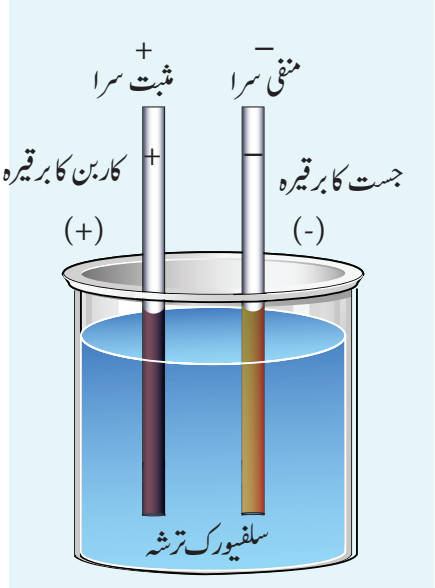
$$V_2=IR_2=\frac{440}{2904}\times 484\approx 73.3\text{ V}$$

چونکہ 20W کے آر پار کا وولٹیج وولٹیج، ریٹنگ سے زیادہ ہے، 20W کے بلب کی بتی جل جائے گی۔

2.4 برقی خانے اور بیٹریاں
Electric Cells and Batteries

ایک برقی خانہ برق کو پیدا کرنے کے لئے کیمیائی توانائی کو برقی توانائی میں تبدیل کرتا ہے۔ اس میں دو برقیرے (کاربن اور جست) ہوتے ہیں جو ایک برق پاش (سلفیورک ترشہ) میں ڈوبے ہوئے ہوتے ہیں جیسا کہ خاکہ 2.17 میں بتایا گیا ہے۔

ایک دوسرے سے جڑے ہوئے کئی برقی خانے ایک بیٹری کی تعمیر کرتے ہیں۔ جب کسی برقی خانہ یا بیٹری کو ایک برقی دور سے جوڑا جاتا ہے تو الکٹران، برقی دور کے ذریعہ، منفی سرے سے



خاکہ 2.17 سادہ برقی خانہ

مثبت سرے کی طرف بہنے لگتے ہیں۔ کیمیائی تعاملات کی مدد سے، ایک بیٹری اس کے سروں کے آر پار تفاوت بالقواہ پیدا کرتی ہے۔ یہ تفاوت بالقواہ، برقی دور میں الکٹرانوں کو حرکت کرنے کے لئے توانائی فراہم کرتی ہے۔ خاکہ 2.18 میں تجارتی طور پر فراہم ہونے والے برقی خانے بتائے گئے ہیں۔



خاکہ 2.18 برقی خانے اور بیٹریاں

2.4.1 برق محرکی قوت (محرکۂ برق) اور اندرونی مزاحمت
Electro motive Force and Internal Resistance

ایک بیٹری یا برقی خانہ، محرکۂ برق یا emf کا ایک ذریعہ کہلاتا ہے۔ اصطلاح برق محرکی قوت (emf) ایک غلط نام ہے چونکہ حقیقی طور پر وہ کسی قوت کو ظاہر نہیں کرتی بلکہ وہ وولٹ کی مقدار میں تفاوت بالقواہ کی وضاحت کرتی ہے۔ بیرونی برقی دور میں برقی رو کی غیر موجودگی میں ایک بیٹری یا برقی خانہ سے فراہم کی جانے والی وولٹیج ہی ایک بیٹری یا برقی خانہ کی محرکہ برق ہے۔ اسے خاکہ 2.19 میں بتایا گیا ہے۔



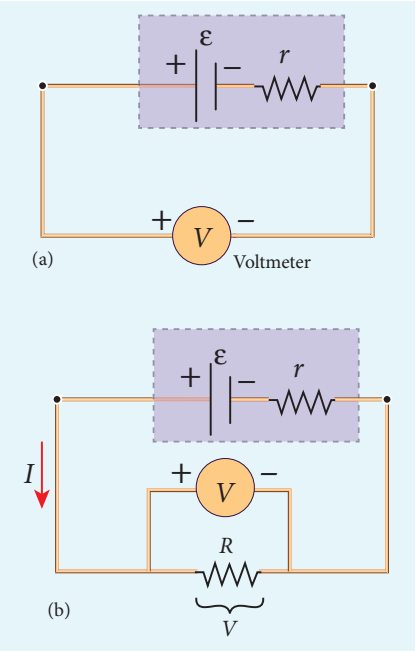
خاکہ 2.19 ایک برقی خانہ کی محرکہ برق کی پیمائش

ایک بیٹری یا برقی خانہ سے برقی دور کے اطراف ایک متعین مقدار کے بار کو حرکت کروانے کے لئے، کئے جانے والے کام کا تعین محرکۂ برق ہی سے کیا جاتا ہے۔ اسے ε کی علامت سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ ایک مثالی بیٹری کی اندرونی مزاحمت صفر ہوتی ہے۔ اور بیٹری کے آر پار کی تفاوت بالقواہ (سروں کی وولٹیج) اس کے emf کے برابر ہوتی ہے، حقیقت میں، بیٹری برقیروں اور برق پاشوں سے بنی ہوتی ہے۔ وہاں بیٹری کے اندر ہونے والے باروں کے بہاؤ کے لئے مزاحمت ہوتی ہے۔ یہ مزاحمت اندرونی مزاحمت 'r' کہلاتی ہے۔ ایک حقیقی بیٹری کے لئے اس کے سروں کی درمیانی وولٹیج بیٹری کی emf کے برابر نہیں ہوتی۔ تازہ طور پر بنائے گئے برقی خانہ میں کم اندرونی مزاحمت پائی جاتی ہے اور عمر کے اضافہ کے ساتھ یہ بڑھنے لگتی ہے۔

2.4.2 اندرونی مزاحمت کا تعین
Determination of internal resistance

خاکہ 2.20 میں بتائے گئے طریقے کے مطابق برقی دور کے جوڑ بنادئے جاتے ہیں۔

ایک برقی خانہ کے آر پار بیرونی مزاحمت R کو جوڑے بغیر، ایک اعلیٰ مزاحمت والے وولٹ میٹر کو جوڑ کر، اس کی محرکہ برق ε معلوم کرلی جاتی ہے جیسا کہ خاکہ 2.20(a) میں بتایا گیا ہے۔ وولٹ میٹر، اپنے اندر انحراف پیدا کرنے کے لئے، چونکہ بہت تھوڑی سی برقی رو ہی لیتا ہے، اس برقی دور کو کھلے برقی دور کے طور پر تسلیم کیا جاتا ہے۔ چنانچہ وولٹ میٹر سے بتائی جانے والی پیمائش، برقی خانہ کی محرکہ برق emf کو ظاہر کرتی ہے۔ اس کے بعد بیرونی مزاحمت R کو برقی دور میں داخل کرلیا جاتا ہے اور



خاکہ 2.20 برقی خانہ کی اندرونی مزاحمت

برقی رو I، دور میں بہنے لگتی ہے۔ R کے آر پار کی تفاوت بالقواہ، برقی خانہ کی تفاوت بالقواہ (V) کے برابر ہوتی ہے جیسا کہ خاکہ 2.20(b) میں بتایا گیا ہے۔

مزاحم R کے آر پار کا قواہی گراؤ (Potential drop) V= IR ہے۔

$$V = IR \qquad 2.35$$

برقی خانہ کی اندرونی مزاحمت r کی وجہ سے وولٹ میٹر ایک V قیمت ظاہر کرتا ہے جو برقی خانہ کی محرکۂ برق (emf) ε سے بھی کم ہوتی ہے۔ اس کی وجہ یہ ہے کہ اندرونی مزاحمت r کے آر پار کچھ مقدار کی وولٹیج (Ir) گر گئی ہے۔

پھر، V=ε-Ir

$$Ir = \varepsilon - V \qquad 2.36$$

مساوات (2.36) کو مساوات (2.35) سے تقسیم کرنے پر ہم حاصل کرتے ہیں۔

$$\frac{Ir}{IR} = \frac{\varepsilon - V}{V}$$

$$r = \left[\frac{\varepsilon - V}{V}\right] R \qquad 2.37$$

چونکہ ε، V اور Rمعلوم شدہ ہیں، اندرونی مزاحمت r، کا تعین کیاجاسکتاہے۔ ہم برقی دور میں بہنے والی کل برقی رو بھی معلوم کرسکتے ہیں۔

اس اندرونی مزاحمت کی وجہ سے دور کو پہنچائی جانے والی طاقت، بیٹری میں بتائی گئی برقی طاقت کی ریٹنگ کے برابر نہیں ہوتی۔ ε محرکہ برق اور اندرونی مزاحمت r رکھنے والی ایک بیٹری کے لئے، R مزاحمت والے برقی دور کو پہنچائی جانے والی برقی طاقت کو یوں پیش کیاجاتا ہے۔

$P = I\varepsilon = I\,(V + Ir)$ (مساوات 2.36 کی مدد سے)

یہاں V، مزاحمت R کے آر پار ہونے والا وولٹیج گراؤ ہے جو کہ IR کے برابر ہے۔

چنانچہ، $P = I\,(IR + Ir)$

$$P = I^2 R + I^2 r \qquad 2.38$$

یہاں I^2r، اندرونی مزاحمت کو پہنچائی گئی برقی طاقت ہے اور I^2R برقی آلہ (یہاں مزاحمت R) کو پہنچائی گئی برقی طاقت ہے۔ ایک اچھی بیٹری کے لئے اندرونی مزاحمت بہت ہی کم ہوتی ہے، تو پھر $I^2r << I^2R$ ہے اور تقریباً کل برقی طاقت بیرونی آلہ کو پہنچادی جاتی ہے۔

مثال 2.17

12V محرکہ برق رکھنے والی ایک بیٹری 3 Ω کے ایک مزاحم سے جوڑ دی جاتی ہے۔ برقی دور میں موجود برقی رو 3.93A ہے۔ معلوم کریں:

(a) سروں کی وولٹیج اور بیٹری کی اندرونی مزاحمت

(b) بیٹری سے دی گئی برقی طاقت اور مزاحم کو پہنچائی گئی برقی طاقت

حل

دی گئی قیمتیں یہ ہیں $I = 3.93$ A، $\varepsilon = 12$ V، $R = 3\ \Omega$

(a) بیٹری کے سروں کا وولٹیج، مزاحم کے آر پار کے وولٹیج گراؤ کے برابر ہوتی ہے۔

$$V = IR = 3.93 \times 3 = 11.79 \text{ V}$$

بیٹری کی اندرونی مزاحمت

$$r = \left[\frac{\varepsilon - V}{V}\right] R = \left[\frac{12 - 11.79}{11.79}\right] \times 3 = 0.05\ \Omega$$

(b) بیٹری کو دی جانے والی برقی طاقت =

$$P = I\varepsilon = 3.93 \times 12 = 47.1\ \text{W}$$

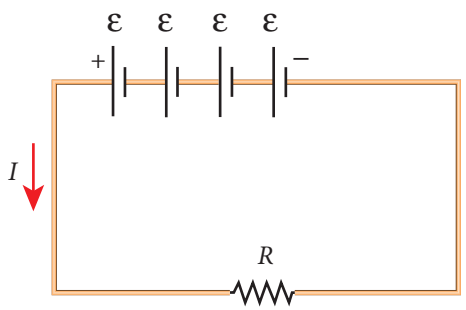
مزاحم کو پہنچائی گئی برقی طاقت $= I^2R = 46.3\ \text{W}$

بقیہ طاقت $P = (47.1 - 46.3) = 0.8\ \text{W}$ اندرونی مزاحمت کو پہنچادی گئی ہے (جو کہ I^2r کے برابر ہے) اور اسے دیگر مفید کاموں میں استعمال نہیں کیا جاسکتا۔

2.4.3 سلسلہ وار برقی خانے Cells in series

کئی برقی خانوں کو جوڑ کر ایک بیٹری بنائی جاتی ہے۔ سلسلہ وار جوڑ میں ایک خانے کے منفی سرے کو دوسرے خانے کے مثبت سرے سے جوڑ اجاتا ہے اور دوسرے خانے کے منفی سرے کو تیسرے خانے کے مثبت سرے سے جوڑا جاتا ہے اور اسی طرح جوڑتے جوڑتے آخری خانے کے مثبت سرے کو پہلے خانے کے منفی سرے سے جوڑ دیا جاتا ہے۔

فرض کریں کہ ε وولٹ کی محرکہ برق اور r اندرونی مزاحمت رکھنے والے، n تعداد کے برقی خانے، ایک بیرونی مزاحمت R کے ساتھ سلسلہ وار جوڑ دئے گئے ہیں جیسا کہ خاکہ 2.21 میں بتایا گیا ہے۔



خاکہ 2.21 سلسلہ وار برقی خانے

بیٹری کی کل emf (محرکہ برق) = $n\varepsilon$

دور میں موجود کل مزاحمت = $nr + R$

اوم کے کلیے کے تحت، برقی دور میں موجود برقی رو یہ ہے

$$I = \frac{\text{کل محرکہ برق}}{\text{کل مزاحمت}} = \frac{n\varepsilon}{nr + R} \qquad 2.39$$

معاملہ (a) اگر $r << R$ ہو تو

$$I = \frac{n\varepsilon}{R} \approx nI_1 \qquad 2.40$$

جہاں I_1 ایک انفرادی خانے سے پیدا ہونے والی برقی رو ہے۔

$$\left(I_1 = \frac{\varepsilon}{R}\right)$$

لہذا اگر R کے مقابلے میں r کو نظر انداز کردیا جائے تو بیٹری سے پہنچائی جانے والی برقی رو، انفرادی خانے سے پہنچائی جانے والی برقی رو کے n گنا ہوتی ہے۔

معاملہ (b) اگر $r >> R$ ،

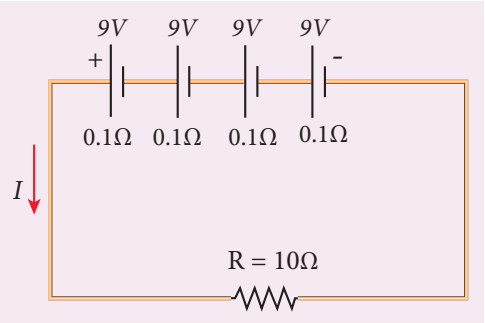
$$I = \frac{n\varepsilon}{nr} \approx \frac{\varepsilon}{r} \qquad 2.41$$

یہ ایک انفرادی خانے سے پیدا ہونے والی برقی رو ہے۔ یعنی کل بیٹری سے بننے والی برقی رو ایک انفرادی خانے کی برقی رو کے برابر ہوتی ہے اور اس لئے ایک سے زیادہ برقی خانوں کو جوڑنے کا کوئی خاص فائدہ نہیں ہے۔

لہذا برقی خانوں کا مسلسل جوڑ اسی وقت فائدہ مند ہے جب ان خانوں کی مساوی اور اندرونی مزاحمت، R کے مقابلے میں نظر انداز کرنے کے قابل ہو۔

مثال 2.18

دئے گئے برقی دور کی مدد سے،



معلوم کریں

(i) مجموعے کی مساوی emf (محرکہ برق)

(ii) مساوی اندرونی مزاحمت

(iii) کل برقی رو

(iv) بیرونی مزاحمت کے آر پار کی تفاوت بالقواہ

(v) برقی خانے کے آر پار موجود تفاوت بالقواہ

حل

(i) مجموعے کی مساوی محرکہ برق

$$\varepsilon_{eq} = n\varepsilon = 4 \times 9 = 36 \text{ V}$$

(ii) مساوی اندرونی مزاحمت

$$r_{eq} = nr = 4 \times 0.1 = 0.4\ \Omega$$

(iii) کل برقی رو

$$I = \frac{n\varepsilon}{R + nr}$$

$$= \frac{4 \times 9}{10 + (4 \times 0.1)}$$

$$= \frac{4 \times 9}{10 + 0.4} = \frac{36}{10.4}$$

$$I = 3.46 \text{ A}$$

(iv) بیرونی مزاحمت کے آر پار کی تفاوت بالقواہ ہے

$$V = IR = 3.46 \times 10 = 34.6 \text{ V}.$$

بقیہ 1.4V، برقی خانوں کی اندرونی مزاحمتوں کے آر پار کا وولٹیج گراؤ ہے۔

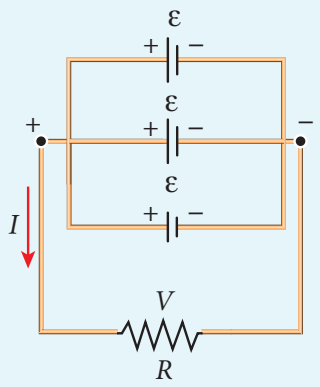
(v) ہر برقی خانہ کے آر پار موجود تفاوت بالقواہ یہ ہے

$$\frac{V}{n} = \frac{34.6}{4} = 8.65 \text{ V}$$

2.4.4 متوازی طور پر برقی خانے
Cells in parallel

متوازی جوڑ میں برقی خانوں کے تمام مثبت سروں کو ایک نقطے سے جوڑ دیاجاتا ہے اور تمام منفی سروں کو دوسرے نقطے پر جوڑ دیا جاتا ہے۔ یہی دو نقطے بیٹری کے مثبت اور منفی سرے بنتے ہیں۔

فرض کریں کہ نقاط A اور B کے درمیان 'n' تعداد کے برقی خانے جڑے ہوئے ہیں اور نقاط A اور B کے درمیان ایک مزاحمت R جوڑی گئی ہے جیساکہ خاکہ 2.22 میں بتایا گیا ہے۔ فرض کریں کہ ہر خانے کی محرکہ برق ε اور اندرونی مزاحمت r ہے۔



متوازی طور پر برقی خانے (دوری خاکہ)

خاکہ 2.22 متوازی طور پر برقی خانے

بیٹری کی مساوی اندرونی مزاحمت یہ ہے

$$\frac{1}{r_{eq}} = \frac{1}{r} + \frac{1}{r} + \ldots \frac{1}{r} \text{ (n اصطلاحات)} = \frac{n}{r}$$

اس لئے $r_{eq} = \frac{r}{n}$ اور دور میں موجود کل مزاحمت $= R + \frac{r}{n}$ ہے۔ نقاط A اور B کے درمیان موجود تفاوت بالقواہ ہی کل محرکہ برق ہے جو ε کے برابر ہے۔ دور میں موجود برقی رو یوں پیش کی جاتی ہے۔

$$I = \frac{\varepsilon}{\frac{r}{n} + R}$$

$$I = \frac{n\varepsilon}{r + nR} \qquad (2.42)$$

معاملہ (a) اگر $r >> R$، ہوتو $I = \frac{n\varepsilon}{r} = nI_1$ (2.43)

جہاں I_1 ایک اکیلے برقی خانے $\left(\frac{\varepsilon}{r}\right)$ سے پیدا ہونے والی برقی رو ہے جب کہ R نظر انداز کے قابل ہے۔ لہذا، کل بیٹری کی وجہ سے بیرونی مزاحمت کے ذریعہ بہنے والی برقی رو کی مقدار ایک انفرادی خانے کی وجہ سے پیدا ہونے والی برقی رو کے n گنا ہوتی ہے۔

معاملہ (b) اگر $r >> R$، ہوتو $I = \frac{\varepsilon}{R}$ (2.44)

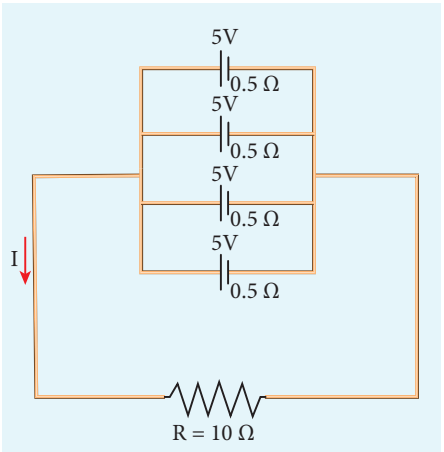
اوپر کی مساوات یہ ظاہر کرتی ہے کہ بیٹری سے پیدا ہونے والی برقی رو، ایک انفرادی برقی خانے سے بننے والی برقی رو کے برابر ہے۔ لہٰذا، جب بیرونی مزاحمت، خانوں کی اندرونی مزاحمتوں کے مقابلے میں، بہت چھوٹی ہو تو، ان برقی خانوں کو، متوازی طور پر جوڑ نا ہی فائدہ مند ہے۔

کیا آپ جانتے ہیں؟

کار کے ہیڈ لائٹ کو آن رکھ کر، کار کی انجن کو آن کیا جاتا ہے تو کبھی کبھی وہ دھندلے ہوجاتے ہیں۔ یہ کار کی بیٹری کی اندرونی مزاحمت کی وجہ سے ہوتا ہے۔

مثال 2.19

دئے گئے برقی دور کے لئے



معلوم کریں

(i) مساوی محرکہ برق

(ii) مساوی اندرونی مزاحمت

(iii) کل برقی رو I

(iv) ہر برقی خانے کے آر پار کی تفاوت بالقواہ

(v) ہر برقی خانے سے آنے والی برقی رو

حل

(i) مساوی محرکہ برق $\varepsilon_{eq} = 5\ V$

(ii) مساوی اندرونی مزاحمت

$$R_{eq} = \frac{r}{n} = \frac{0.5}{4} = 0.125\Omega$$

(iii) کل برقی رو I $I = \dfrac{\varepsilon}{R + \frac{r}{n}}$

$$I = \frac{5}{10 + 0.125} = \frac{5}{10.125}$$
$$I \approx 0.5\ A$$

(iv) ہر برقی خانے کے آر پار کی تفاوت بالقواہ

$$V = IR = 0.5 \times 10 = 5\ V$$

(v) ہر برقی خانے سے آنے والی برقی رو $I' = \dfrac{I}{n}$

$$I' = \frac{0.5}{4} = 0.125 A$$

2.5 کرچوف کے قوانین
Kirchhoff's rules

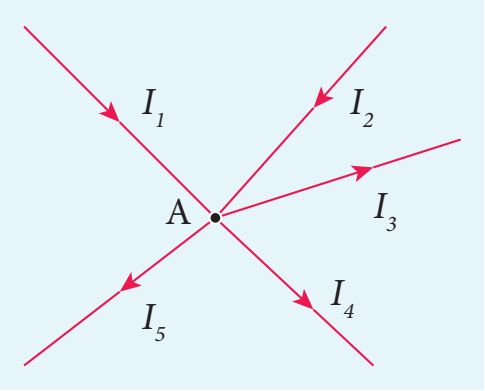
اوم کا کلیہ صرف سادہ برقی دوروں ہی کے لئے مفید ہے۔ مزید پیچیدہ برقی دوروں کے برقی رو اور وولٹیج معلوم کرنے کے لئے کرچوف کے قوانین کا استعمال کیا جاتا ہے۔ اس کے دو عمومی قوانین ہیں۔

(i) کرچوف کے برقی رو کا قانون

(ii) کرچوف کے وولٹیج کا قانون

2.5.1 کرچوف کا پہلا قانون (برقی رو کا قانون یا جوڑ / جنکشن کا قانون)
Kirchhoff's first rule (Current rule or junction rule)

اس کا یہ بیان ہے کہ ایک برقی دور کے کسی جوڑ پر موجود برقی رووں کا الجبرائی حاصل جمع صفر ہے۔ یہ کلیہ بقائے برقی بار کے بیان کے مطابق ہے۔ ایک برقی دور میں، ایک دئے گئے جوڑ میں داخل ہونے والے بار کو، اس جوڑ کو چھوڑ کر جانا ہی پڑے گا۔ کیونکہ بار کسی جوڑ پر نہ تو جمع ہوسکتے ہیں اور نہ ہی غائب ہوسکتے ہیں۔ روایتی طور پر، جوڑ میں داخل ہونے والی برقی رو کو، مثبت تسلیم کیا جاتا ہے اور جوڑ کو چھوڑ کر جانے والی برقی رو کو، منفی تسلیم کیا جاتا ہے۔



خاکہ 2.23 کرچوف کے برقی رو کا قانون

خاکہ 2.23 کے جوڑ A میں اس کلیہ کا استعمال کرتے ہوئے ہم حاصل کرتے ہیں

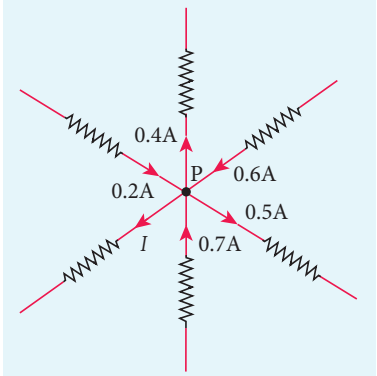
$$I_1 + I_2 - I_3 - I_4 - I_5 = 0$$

یا

$$I_1 + I_2 = I_3 + I_4 + I_5$$

مثال 2.20

دئے گئے برقی دور کے لئے I کی قیمت دریافت کریں۔



حل

برقی دور کے P نقطہ پر کرچوف کے کلیہ کا استعمال کرتے ہوئے

P کی طرف نشاندہی کرنے والے تیر کے نشان مثبت ہیں اور P سے باہر کے نشان منفی ہیں

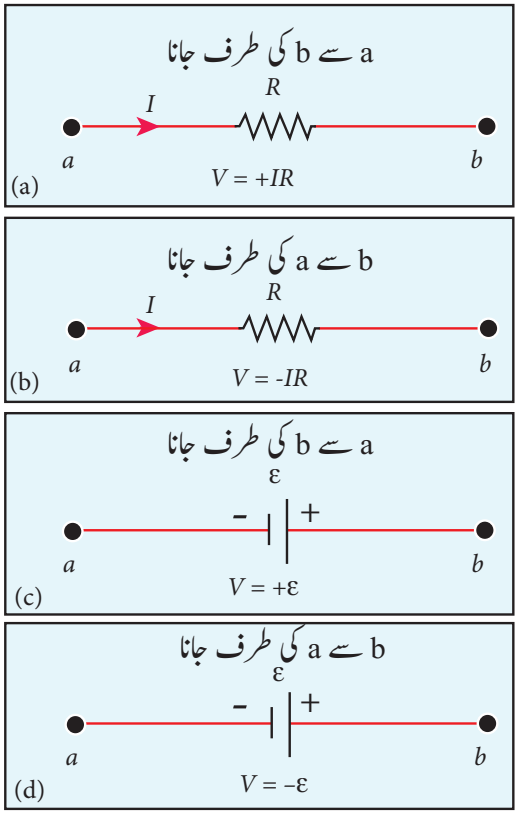
چنانچہ،

$$0.2\text{A} - 0.4\text{A} + 0.6\text{A} - 0.5\text{A} + 0.7\text{A} - I = 0$$
$$1.5\text{A} - 0.9\text{A} - I = 0$$
$$0.6\text{A} - I = 0$$
$$I = 0.6\ \text{A}$$

2.5.2 کرچوف کا دوسرا قانون (وولٹیج کا قانون یا لوپ کا قانون)

Kirchhoff's Second rule
(Voltage rule or Loop rule)

یہ قانون یہ بیان کرتا ہے کہ ایک بند دور میں، برقی رو اور دور کے ہر حصے کی مزاحمت کے حاصل ضربوں کا الجبرائی مجموعہ برقی دور سے جڑی ہوئی کل محرکۂ برق کے برابر ہوتا ہے۔ یہ قانون ایک الگ تھلگ Isolated نظام کے لئے پائے جانے والے، کلیہ بقائے توانائی کی اتباع کرتا ہے (محرکۂ برق کے ذرائع سے فراہم کی جانے والی توانائی، تمام مزاحموں کو پہنچائی گئی توانائیوں کے مجموعے کے برابر ہوتی ہے)۔ جب برقی رو کی سمت لوپ کی سمت کے مطابق ہوتی ہے تو برقی رو اور مزاحمت کے حاصل ضرب کو مثبت قرار دیا جاتا ہے اور اگر برقی رو کی سمت لوپ کی سمت کے مخالف ہوتی ہے تو برقی رو اور مزاحم کے آر پار کی وولٹیج کے حاصل ضرب کو منفی قرار دیا جاتا ہے۔ اسے خاکہ 2.24 (a) اور (b) میں بتایا گیا ہے۔ اگر محرکۂ برق، برقی خانہ کے مثبت سرے سے منفی سرے کی طرف بڑھتی ہے تو اسے مثبت قرار دیا جاتا ہے۔ اسے خاکہ 2.24 (c) اور (d) میں بتایا گیا ہے۔



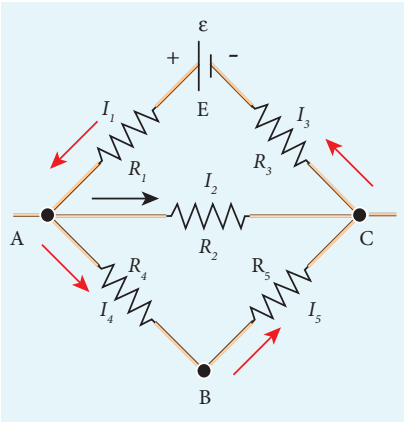
خاکہ 2.24 کرچوف کے وولٹیج کا کلیہ

کرچوف کے وولٹیج کا قانون اسی وقت استعمال کیاجاتا ہے جب برقی دور میں موجود تمام برقی روئیں ایک مستقل حالت اختیار کرچکی ہوں (مختلف شاخوں میں موجود برقی رو مستقل ہوجائے)۔

مثال 2.21

مندرجۂ ذیل خاکہ موصلوں کی ایک پیچیدہ نیٹ ورکوں کو ظاہر کرتا ہے جسے EACE اور ABCA نامی دو بند لوپوں میں تقسیم کیاجاسکتا ہے۔

اس نیٹ ورک کے لئے کرچوف کے وولٹیج کے قانون (KVR) کا استعمال کریں



حل

بند لوپ EACE پر کرچوف کے وولٹیج کا قانون استعمال کرنے پر

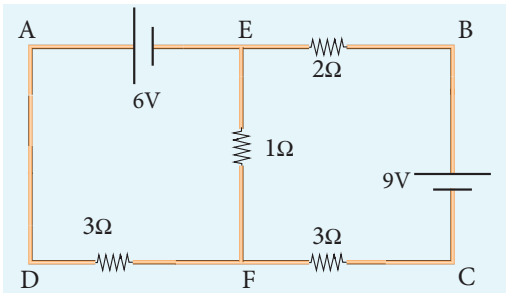
$$I_1R_1 + I_2R_2 + I_3R_3 = \varepsilon$$

اور بند لوپ ABCA پر کرچوف کے وولٹیج کا قانون استعمال کرنے پر

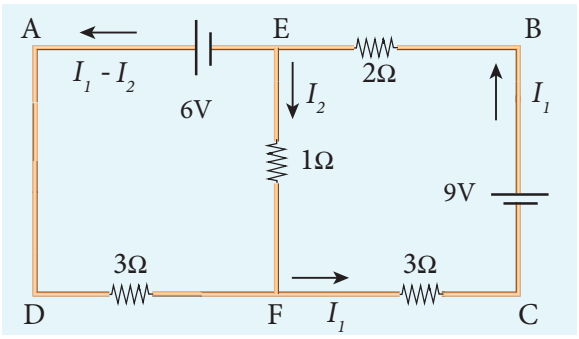
$$I_4R_4 + I_5R_5 - I_2R_2 = 0$$

مثال 2.22

مندرجۂ ذیل برقی دور میں 1 Ω کے مزاحم میں بہنے والی برقی رو کی مقدار معلوم کریں۔



حل



9V کی بیٹری سے بہنے والی برقی رو کو ہم I_1 سے نشاند ہی کرسکتے ہیں اور وہ E جوڑ پر کرچوف کے برقی قانون (KCR) کے تحت، I_2 اور $(I_1 - I_2)$ میں تقسیم پاتی ہے۔

اب EFCBE کے لوپ پر غور کریں اور KVR کو اس پر استعمال کریں۔ ہم حاصل کرتے ہیں

$$1I_2 + 3I_1 + 2I_1 = 9$$

$$5I_1 + I_2 = 9 \qquad (1)$$

لوپ EADFE پر KVR کے استعمال سے ہمیں حاصل ہوتا ہے

$$3(I_1 - I_2) - 1I_2 = 6$$

$$3I_1 - 4I_2 = 6 \qquad (2)$$

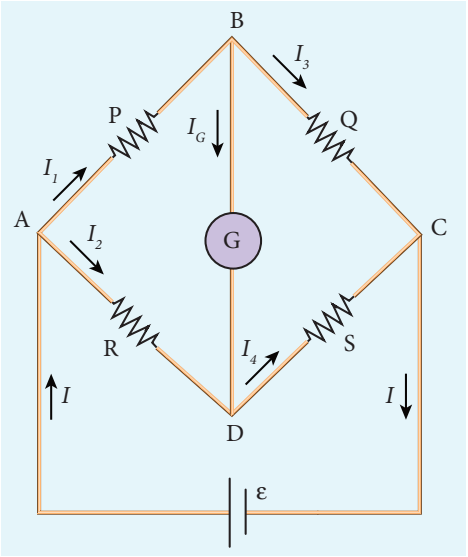
مساوات (1) اور (2) کو حل کرنے پر ہم حاصل کرتے ہیں ۔

$$I_1 = 1.83 \text{ A} \quad \text{اور} \quad I_2 = -0.13 \text{ A}$$

اس سے معلوم ہوتا ہے کہ ایک اوم کے مزاحم میں موجود برقی رو F سے E کی طرف بہتی ہے۔

2.5.3 وِیٹ اسٹون کی برڈج
Wheatstone's bridge

کرچوف کے قانون کا ایک اہم استعمال Wheatstone کی برڈج ہے۔ اسے برقی نیٹ ورکوں (جالوں) میں مزاحمتوں کا موازنہ کرنے اور نامعلوم مزاحمت کا تعین کرنے کے لئے استعمال کیا جاتا ہے۔ اس برڈج میں P، Q، R اور S نامی چار مزاحم ہوتے ہیں جو خاکہ 2.25 میں بتائے گئے طریقے سے جڑے ہوتے ہیں۔ نقاط B اور D کے درمیان ایک گیلوانومیٹر جوڑ دیا جاتا ہے۔ نقاط A اور



خاکہ 2.25 Wheatstone کی برڈج

C کے درمیان ایک بیٹری جوڑ دی جاتی ہے۔ گیلوانومیٹر کے ذریعہ بہنے والی برقی رو I_g ہے اور اس کی مزاحمت G ہے۔

جوڑ B اور D پر، کرچوف کے برقی قانون کے بالترتیب استعمال سے ہم حاصل کرتے ہیں۔

$$I_1 - I_G - I_3 = 0 \qquad (2.45)$$

$$I_2 + I_G - I_4 = 0 \qquad (2.46)$$

لوپ ABDA پر کرچوف کے وولٹیج قانون کا استعمال کرنے سے ہمیں حاصل ہوتا ہے

$$I_1P + I_GG - I_2R = 0 \qquad (2.47)$$

لوپ ABCDA پر کرچوف کے وولٹیج قانون کے استعمال سے ہمیں حاصل ہوتا ہے

$$I_1P + I_3Q - I_4S - I_2R = 0 \qquad (2.48)$$

جب نقاط B اور D ایک ہی قواہ پر ہوتے ہیں تو یہ برڈج متوازن کہلائے گی۔ چونکہ B اور D کے درمیان کوئی قواہی فرق (تفاوت بالقواہ) نہیں ہے، گیلوانومیٹر کے ذریعہ کوئی برقی رو نہیں بہتی (I_G=0)، مساوات (2.45) (2.46) اور (2.47) میں I_G=0 کو حل کرنے پر ہم حاصل کرسکتے ہیں

$$I_1 = I_3 \qquad (2.49)$$

$$I_2 = I_4 \qquad (2.50)$$

$$I_1P = I_2R \qquad (2.51)$$

مساوات 2.51 کو مساوات 2.48 میں استعمال کرتے ہوئے

$$I_3Q = I_4S \qquad (2.52)$$

مساوات 2.52 کو مساوات 2.51 سے تقسیم کرنے پر ہم حاصل کرتے ہیں

$$\frac{P}{Q} = \frac{R}{S} \qquad (2.53)$$

یہ برڈج کے توازنت کی شرط ہے۔ اسی شرط کے تحت گیلوانومیٹر صفری انحراف بتاسکتا ہے۔ فرض کریں کہ اگر ہمیں دو متصل مزاحمتوں کی قیمت معلوم ہے تو بقیہ دو مزاحمتوں کا موازنہ کیا جاسکتا ہے اگر تین مزاحمتوں کی قیمت معلوم ہوجائے تو نامعلوم مزاحمت (چوتھی مزاحمت) کا تعین بھی کیا جاسکتا ہے۔

کیا آپ جانتے ہیں ؟



گیلوانومیٹر ایک آلہ ہے جو بہت ہی چھوٹی مقدار کی برقی رو کی پیمائش اور موجود گی کا پتہ لگانے کے لئے استعمال کیا جاتا ہے۔ یہ برقی دور کے مختلف حصوں کے درمیان موجود تفاوت بالقواہ کا موازنہ کرنے میں بہت ہی مفید ثابت ہوتا ہے۔

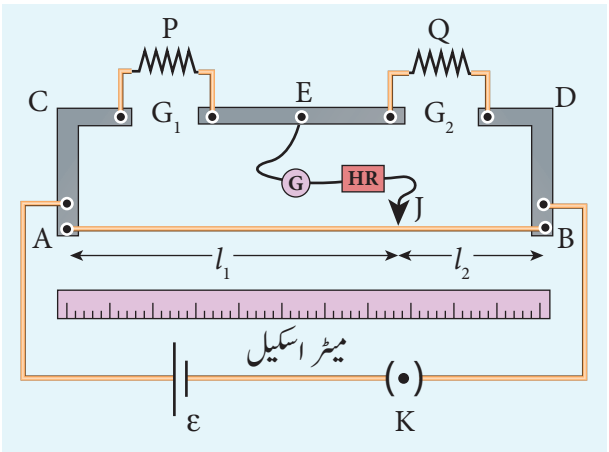
مثال 2.23

Wheatstone کی ایک برڈج میں $P = 100\ \Omega$، $Q = 1000\ \Omega$ اور $R = 40\ \Omega$ ہے۔ اگر گیلوانومیٹر صفری انحراف بتاتا ہے تو S کی قیمت معلوم کریں۔

2.5.4 میٹر برڈج Meter bridge

میٹر برڈج، Wheatstone برڈج ہی کی ایک اور قسم ہے۔ اس میں manganin سے بنی ایک میٹر لمبی ایک مساوی تار ہوتی ہے۔ یہ تار تانبے سے بنی دو پٹیاں C اور D کے درمیان تنی ہوئی ہوتی ہے۔ تانبے کی ان دو پٹیوں کے درمیان، ایک اور تانبے کی پٹی E چڑھی ہوئی ہوتی ہے جو G_1 اور G_2 جگہوں کا احاطہ کرتی ہے جیسا کہ خاکہ 2.26 میں بتایا گیا ہے۔

G_1 میں ایک نامعلوم مزاحمت P جڑی ہوتی ہے اور G_2 میں ایک معیاری مزاحمت Q جڑی ہوتی ہے۔ تانبے کی درمیانی پٹی کے E سرے پر ایک گیلوانومیٹر (G) اور ایک اعلیٰ مزاحمت (HR) کے ذریعہ ایک جاکی (مس کرنے والی۔ موصلی تار) جڑی ہوئی ہوتی ہے۔ اس میں لگی ہوئی میٹر اسکیل کے ذریعہ تار پر جاکی کے ٹھیک مقام کی پیمائش کی جاسکتی ہے۔ میٹر برڈج کے کناروں کے درمیان ایک Lechlanche برقی خانہ اور ایک کنجی (K) جڑی ہوتی ہے۔



خاکہ 2.26 میٹر برڈج

تار پر جاکی کے مقام کو اس طرح درست کیا جاتا ہے کہ گیلوانومیٹر صفری انحراف بتاتا ہے۔ فرض کریں کہ تار پر جاکی کا مقام J پر ہے۔ برڈج کی تار کے AJ اور JB کی متعلقہ مزاحمتیں Wheatstone کی برڈج کی R اور S مزاحمتیں بناتی ہیں تو پھر برڈج کی توازنت کے لئے

$$\frac{P}{Q}=\frac{R}{S}=\frac{r.\mathrm{AJ}}{r.\mathrm{JB}} \qquad (2.54)$$

حل

$$\frac{P}{Q}=\frac{R}{S}$$

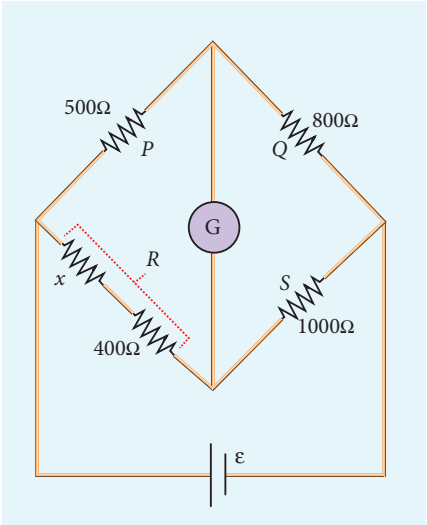
$$S=\frac{Q}{P}\times R$$

$$S=\frac{1000}{100}\times 40 \quad S = 400\ \Omega$$

مثال 2.24

اگر Wheatstone کا نیٹ ورک متوازن ہے تو x کی قیمت کیا ہوگی؟

$P = 500\ \Omega,\ Q = 800\ \Omega,\ R = x + 400,$
$S = 1000\ \Omega$



حل

جب نیٹ ورک متوازن ہوتا ہے تو $\frac{P}{Q}=\frac{R}{S}$

$$\frac{500}{800}=\frac{x+400}{1000}$$

$$x+400=\frac{5}{8}\times 1000$$

$$x + 400 = 625$$

$$x = 625 - 400$$

$$x = 225\ \Omega$$

جہاں r تار کی فی اکائی لمبائی کی مزاحمت ہے

$$\frac{P}{Q}=\frac{AJ}{JB}=\frac{l_1}{l_2} \qquad (2.55)$$

$$P=Q\frac{l_1}{l_2} \qquad (2.56)$$

برڈج کی تار تانبے کی پٹیوں کے سروں پر Soldering کی ہوئی ہوتی ہے۔ غیر درست مس (Contact) کی وجہ سے مس ہونے والے علاقے پر کچھ مزاحمت پیدا ہوسکتی ہے۔ اس قسم کی مزاحمتیں کناروں کی مزاحمتیں end resistances کہلاتی ہیں۔ اس غلطی کو دور کرنے کے لئے P اور Q کو ادل بدل کرکے ایک اور ریڈنگ لی جاسکتی ہے اور P کی اوسط قیمت حاصل کی جاتی ہے۔

P لچھے پر موجود تار کی شئے کی نوعی مزاحمت معلوم کرنے کے لئے تار کا نصف قطر r اور لمبائی l معلوم کرلئے جاتے ہیں۔ نوعی مزاحمت یا مزاحمیت ρ کا محاسبہ اس مساوات کی مدد سے کیا جاسکتا ہے۔

$$\text{مزاحمت}=\rho\frac{l}{A}$$

اوپر کی مساوات کو دوبارہ ترتیب دینے پر ہم حاصل کرتے ہیں۔

$$\rho=\text{مزاحمت}\times\frac{A}{l} \qquad (2.57)$$

اگر P نامعلوم مزاحمت ہے تو مساوات (2.57) یوں ہوجاتی ہے ۔

$$\rho=P\frac{\pi a^2}{l}$$

مثال 2.25

میٹر برڈج کے ایک تجربہ میں دائیں گیپ میں 15 Ω کی ایک معیاری مزاحمت ہے اور توازنی لمبائی کی نسبت 3:2 ہے۔ دوسری مزاحمت کی قیمت معلوم کریں

حل

$Q = 15\ \Omega, \quad l_1:l_2 = 3:2$

$$\frac{l_1}{l_2}=\frac{3}{2}$$

$$\frac{P}{Q}=\frac{l_1}{l_2}$$

$$P=Q\frac{l_1}{l_2}$$

$$P=15\times\frac{3}{2}=22.5\ \Omega$$

مثال 2.26

ایک تجربہ میں دائیں گیپ میں لگے ہوئے مزاحمت کے ڈبے میں مزاحمت کی قیمت 10 Ω اوم ہے۔ توازنی لمبائی سم $l_1 = 55$ ہے۔ نامعلوم مزاحمت معلوم کریں

حل

$Q = 10\ \Omega$

$$\frac{P}{Q}=\frac{l_1}{100-l_1}=\frac{l_1}{l_2}$$

$$P=Q\times\frac{l_1}{100-l_1}$$

$$P=\frac{10\times55}{100-55}$$

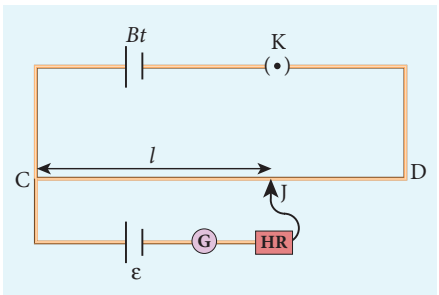
$$P=\frac{550}{45}=12.2\ \Omega$$

2.5.5 قواہی میٹر (Potentiometer)

قواہی میٹر، تفاوت بالقواہ ، برقی رو اور مزاحمتوں کی درست پیمائش کرنے کے لئے استعمال کیا جاتا ہے۔ اس میں manganin یا constantan سے بنی دس میٹر لمبی تار ہوتی ہے جو ایک لکڑے کے بورڈ پر ایک میٹر لمبائی والی دس متوازی صفوں میں تنی ہوئی ہوتی ہے۔ دو آزاد کناروں A اور B کو ایک طرف لایا جاتا ہے اور پیچوں کے ذریعہ تانبے کی پٹی پر ثبت کردیاجاتا ہے۔ تار کے متوازی طور پر ایک میٹر اسکیل لگی ہوتی ہے۔ تار سے مس کرنے کے لئے ایک جاکی فراہم کی گئی ہوتی ہے۔

قواہی میٹر کے اصول کو خاکہ 2.27 میں پیش کیا گیا ہے۔ ایک بیٹری Bt کے ذریعہ تار کے آر پار CD میں ایک مستقل

برقی رو برقرار رکھی جاتی ہے۔ سلسلہ وار جڑے ہوئے بیٹری، کنجی اور قواہی میٹر کی تار، مل کر بنیادی دور بناتے ہیں۔ ε محرکہ برق والے ایک ابتدائی برقی خانے کے مثبت سرے کو نقطہ C سے جوڑ دیا جاتا ہے اور منفی سرے کو ایک گیلوانومیٹر G اور ایک اعلیٰ مزاحمت HR کے ذریعہ جاکی سے جوڑ دیاجاتا ہے۔ یہ ثانوی برقی دور بناتا ہے۔



خاکہ 2.27 قواہی میٹر

فرض کریں کہ تار کے کسی نقطہ J پر جاکی کو مس کیا جارہا ہے۔ اگر CJ کے آر پار کی تفاوت بالقواہ، برقی خانہ کی محرکہ برق ε سے مساوی ہوتی ہے تو گیلوانومیٹر کے ذریعہ کوئی برقی رو نہیں بہتی اور وہ صفری انحراف بتاتا ہے۔ CJ ہی توازنی لمبائی l ہے۔ CJ کے آر پار کی تفاوت بالقوہ Irl کے برابر ہوتی ہے جہاں I تار کے ذریعہ بہنے والی برقی رو ہے اور r فی اکائی لمبائی تار کی مزاحمت ہے۔

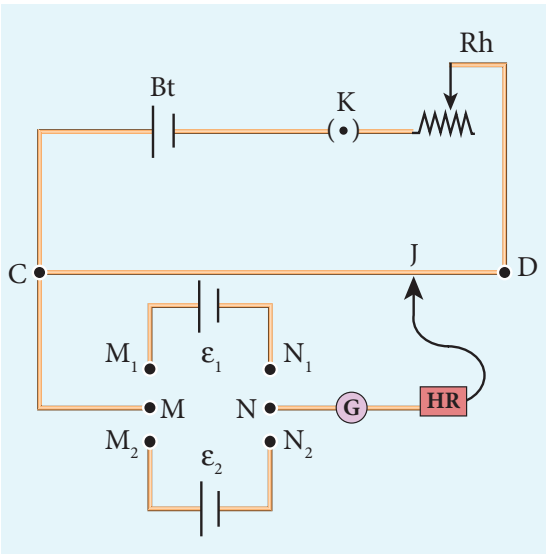
$$\varepsilon = Irl \text{، چنانچہ} \qquad (2.58)$$

چونکہ I اور r دونوں مستقل ہیں برقی خانہ کی محرکہ برق توازنی لمبائی کے راست تناسب میں ہوتی ہے $\varepsilon \propto l$۔

2.5.6 قواہی میٹر کی مدد سے دو برقی خانوں کی محرکہ برقوں کا موازنہ

Comparison of emf of two cells with a potentiometer

دو برقی خانوں کی محرکہ برق کا موازنہ کرنے کے لئے، خاکہ 2.28 میں بتائے گئے طریقے سے برقی دور بنائے جاتے ہیں۔ قواہی میٹر کے تار CD کو ایک بیٹری Bt اور ایک کنجی K کی مدد سے سلسلہ وار جوڑ دیا جاتا ہے۔ یہ ابتدائی دور ہے۔ تار کے ایک کنارے کو DPDT (Double Pole Double Throw) سوئچ کے M سرے سے جوڑ دیا جاتا ہے اور دوسرے کنارے N کو ایک گیلوانومیٹر اور ایک اعلیٰ مزاحمت HR کے ذریعہ ایک جاکی سے جوڑ دیا جاتا ہے۔ وہ برقی خانے جن کی محرکہ برقوں کا موازنہ کیاجاتا ہے، ان کو DPDT سوئچ کے N_1، M_1 اور M_2، N_2 سروں سے جوڑ دیا جاتا ہے۔ Bt، ε_1 اور ε_2 کے مثبت سروں کو ایک ہی کنارے C سے جوڑ دینا چاہئے۔



خاکہ 2.28 دو برقی خانوں کی emf کا موازنہ

DPDT سوئچ کو N_1، M_1 کی طرف دبادیا جاتا ہے تاکہ برقی خانہ ε_1 ثانوی دور میں شامل ہوسکے اور صفری انحراف حاصل کرنے کے لئے جاکی کو درست کرکے توازنی لمبائی l_1 معلوم کرلی جاتی ہے۔ اس کے بعد برقی خانہ ε_2 کو ثانوی دور میں شامل کیا جاتا ہے اور توازنی لمبائی l_2 معلوم کی جاتی ہے۔ فرض کریں کہ r فی اکائی لمبائی، قواہی میٹر کے تار کی مزاحمت ہے اور I تار کے ذریعہ بہنے والی برقی رو ہے۔

ہمارے پاس موجود ہے

$$\varepsilon_1 = Irl_1 \qquad (2.59)$$

$$\varepsilon_2 = Irl_2 \qquad (2.60)$$

مساوات 2.59 کو مساوات 2.60 سے تقسیم کرنے سے

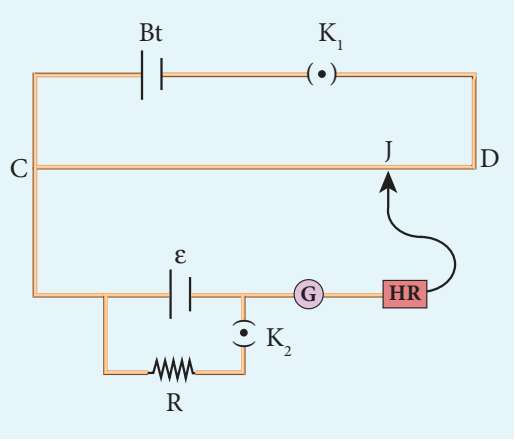
$$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{l_1}{l_2} \qquad (2.61)$$

ابتدائی دور میں رھیوسٹاٹ (Rh) Rheostat کو شامل کرکے اس کے ذریعہ سے بہنے والی برقی رو کو تبدیل کرکے یہ تجربہ کئی مرتبہ دہرایا جاسکتا ہے۔

2.5.7 قواہی میٹر کے ذریعہ ایک برقی خانہ کی اندرونی مزاحمت کی پیمائش

Measurement of internal resistance of a cell by potentiometer

ایک برقی خانہ کی اندرونی مزاحمت کی پیمائش کرنے کے لئے خاکہ 2.29 کے مطابق برقی دور کے جوڑ بنائے جاتے ہیں۔ قواہی میٹر کے تار کے C کنارے کو بیٹری کے مثبت سرے سے جوڑا جاتا ہے اور بیٹری کے منفی سرے کو ایک کنجی K_1 کے ذریعہ D کنارے سے جوڑا جاتا ہے۔ یہ ابتدائی دور بناتا ہے۔



خاکہ 2.29 اندرونی مزاحمت کی پیمائش

ε محرکہ برق والا برقی خانہ جس کی اندرونی مزاحمت معلوم کرنی ہے، اس کے مثبت سرے کو تار کے C کنارے ہی سے جوڑ دیا جاتا ہے۔ برقی خانہ ε کے منفی سرے کو ایک گیلوانومیٹر G اورایک اعلیٰ مزاحمت HR کی مدد سے ایک جاکی سے جوڑ دیا جاتا ہے۔ برقی خانہ ε کے آر پار ایک مزاحمتی ڈبہ R اور کنجی K_2 کو جوڑ دیا جاتا ہے۔ K_2 کو کھلا رکھ کر توازنی نقطہ J حاصل کیا جاتا ہے اور توازنی لمبائی $CJ = l_1$ معلوم کی جاتی ہے۔ چونکہ برقی خانہ ایک کھلے برقی دور میں ہے اس کی محرکہ برق (emf) یہ ہے۔

$$\varepsilon \propto l_1 \qquad (2.62)$$

ایک مناسب مزاحمت (فرض کریں 10 Ω) مزاحمتی ڈبہ میں لگائی جاتی ہے اور کنجی K_2 کو بند کردیا جاتا ہے۔ فرض کریں کہ برقی خانہ کی اندرونی مزاحمت 'r' ہے۔ برقی خانہ کے ذریعہ بہنے والی برقی رو اور مزاحمت R کو یوں پیش کیا جاتا ہے۔

$$I = \frac{\varepsilon}{R+r}$$

Rکے آر پار کی تفاوت بالقواہ یہ ہے۔

$$V = \frac{\varepsilon R}{R+r}$$

جب اس تفاوت بالقواہ کو قواہی میٹر کے تار پر توازن کیا جاتا ہے تو حاصل کی جانے والی توازنی لمبائی l_2 ہے

$$\frac{\varepsilon R}{R+r} \propto l_2 \quad \text{پھر} \qquad (2.63)$$

مساوات (2.62) اور مساوات (2.63) کی مدد سے

$$\frac{R+r}{R} = \frac{l_1}{l_2} \qquad (2.64)$$

$$1+\frac{r}{R} = \frac{l_1}{l_2};$$

$$r = R\left[\frac{l_1}{l_2} - 1\right]$$

$$\therefore r = R\left(\frac{l_1 - l_2}{l_2}\right) \qquad (2.65)$$

R، l_1 اور l_2 کی قیمتوں کو حل کرکے برقی خانہ کی اندرونی مزاحمت کا تعین کیا جاسکتا ہے۔ R کی مختلف قیمتوں کے لئے یہ تجربہ دہرایا جاسکتا ہے۔ یہ دیکھا گیا ہے کہ برقی خانہ کی اندرونی مزاحمت، مستقل نہیں ہے بلکہ اس کے سروں کے آر پار لگائی گئی بیرونی مزاحمت کے بڑھنے سے، بڑھتی ہے۔

2.6 برقی رو کا حرارتی اثر

Heating Effect of Electric Current

جب ایک مزاحم کے ذریعہ برقی رو بہتی ہے تو مزاحم کو پہنچائی گئی کچھ برقی توانائی، حرارتی توانائی میں تبدیل ہوتی ہے اور وہ منتشر ہو کر زائل ہوجاتی ہے۔ برقی رو کا یہ حرارتی اثر، جول کا حرارتی اثر کہلاتا ہے۔ جس طرح برقی رو حرارتی توانائی پیدا

کرتی ہے اسی طرح حرارتی توانائی کے مناسب استعمال سے ایک محرکۂ برق بھی پیدا کی جاسکتی ہے۔ اس اثر کو حرارتی برقی اثر (Thermo electric effect) کہتے ہیں۔

2.6.1 جول کا کلیہ Joule's law

اگر t وقفہ کے لئے، V تفاوت بالقواہ کے آر پار رکھے گئے ایک موصل کے ذریعہ I برقی رو بہتی ہے تو کیا گیا یہ کام یا خرچ کی گئی برقی توانائی بالقواہ یہ ہے۔

$$W = VIt \qquad (2.66)$$

کسی دوسرے بیرونی اثر کی غیر موجودگی میں، یہ توانائی موصل کو گرم کرنے میں صرف کی گئی ہے۔ پیدا شدہ حرارت (H) کی مقدار یہ ہے

$$H = VIt \qquad (2.67)$$

ایک مزاحمت R کے لئے

$$H = I^2Rt \qquad (2.68)$$

جول نے اس مساوات کا تجرباتی ثبوت پیش کیا تھا اور یہ جول کا حرارتی کلیہ کہلاتا ہے۔ کلیہ یہ بیان کرتا ہے کہ **ایک برقی دور میں برقی رو کے بہاؤ کی وجہ سے پیدا ہونے والی حرارت**

(i) **برقی رو کے مربع**

(ii) **برقی دور کی مزاحمت**

(iii) **بہاؤ کے وقفہ کے طور پر براہِ راست تغیر پاتی ہے۔**

مثال 2.27

اگر 10 اوم کے ایک مزاحم میں 5 منٹ کے لئے 5A کی برقی رو بہتی ہے تو اس مزاحم میں پیدا ہونے والی حرارتی توانائی کی مقدار معلوم کریں

حل

$R = 10\ \Omega,\ I = 5\ \text{A},\ t = 5\ \text{منٹ} = 5 \times 60\ \text{s}$

$H = I^2Rt$

$= 5^2 \times 10 \times 5 \times 60$

$= 25 \times 10 \times 300$

$= 25 \times 3000$

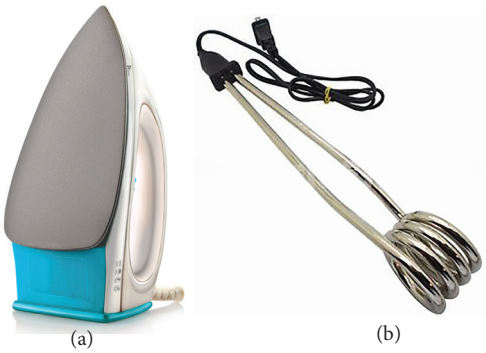
$= 75000\ \text{J}$ یا $75\ \text{kJ}$

2.6.2 جول کے حرارتی اثر کے استعمالات

Application of Joule's heating effect

(a) برقی گرمالے

خاکہ 2.30 میں بتائے گئے، آلات برقی استری، برقی گرمالہ، برقی ٹوسٹر، یہ تمام برقی رو کے حرارتی اثر کو استعمال کرنے والے چند گھریلو آلات ہیں۔ ان آلات میں نکروم (نکل اور کرومیم سے بنی بھرت) سے بنے ہوئے حرارتی حصے ہوتے ہیں۔ نکروم میں ایک اعلیٰ نوعی مزاحمت پائی جاتی ہے اور اسے عمل تکسید کے بغیر، بہت اعلیٰ تپش تک گرم کیا جاسکتا ہے۔



(a) (b)



(c)

خاکہ 2.30 (a) برقی استری (b) برقی گرمالہ (c) برقی ٹوسٹر

مثال 2.28

220V کے پاور سپلائی سے جڑا ہوا 10 Ω کی مزاحمت والا ایک برقی گرمالہ ایک کلوگرام پانی میں غرق ہے۔ پانی کی تپش کو 30°C سے 60°C تک بڑھانے کے لئے اس آلے کو کتنی دیر تک آن رکھنا پڑے گا۔ (پانی کی حرارتی نوعی گنجائش ہے $s=4200 Jkg^{-1}K^{-1}$)

حل

جول کے حرارتی کلیے کے تحت $H = I^2Rt$ ہے۔

برقی گرمالے کے ذریعہ گذاری جانے والی برقی رو $= \frac{220\text{V}}{10\Omega} = 22\text{A}$

ایک سکنڈ میں برقی گرمالے سے پیدا ہونے والی حرارت $H = I^2R$ ہے۔

ایک سکنڈ میں پیدا ہونے والے حرارت

$$H = (22)^2 \times 10 = 4840\text{ J} = 4.84\text{ k J}$$

درحقیقت اس برقی گرمالے کی پاور ریٹنگ 4.84kW ہے۔

ایک کلوگرام پانی کی تپش کو 30°C سے 60°C تک اضافہ کرنے کے لئے درکار حرارتی توانائی کی مقدار یہ ہے۔

$Q = ms\,\Delta T$ (ملاحظہ ہو طبیعیات، جلد- II اکائی 8 XI)

یہاں، $m = 1\text{ kg}$

$s = 4200\text{ J kg}^{-1}\text{ K}^{-1}$,

$\Delta T = 30\text{ K}$,

اس لئے $Q = 1 \times 4200 \times 30 = 126\text{ kJ}$

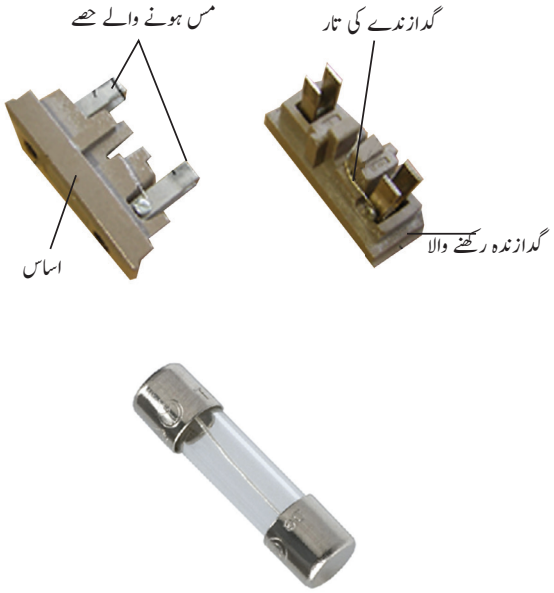
اس مقدار کی حرارتی توانائی کو پیدا کرنے کے لئے درکار وقت

$$t = \frac{Q}{I^2R} = \frac{126 \times 10^3}{4840} \approx 26.03\text{ s}$$

(2) برقی گدازندے (Electric Fuses)

خاکہ 2.31 میں چند گدازندے بتائے گئے ہیں۔ یہ ایک برقی دور میں سلسلہ وار جوڑے جاتے ہیں تاکہ اضافی برقی رو کے گزرنے کی وجہ سے پیدا ہونے والی حرارت سے برقی آلات کی حفاظت کرسکے۔ گدازندہ مختصر لمبائی والی ایک تار ہوتی ہے جو کم پگھلاؤ کا نقطہ رکھنے والی ایک شئے سے بنی ہوئی ہے۔ اگر برقی رو ایک متعین مقدار سے بڑھ جاتی ہے تو یہ تار پگھل کر دور کو توڑ دیتی ہے۔ جب برقی رو کی ریٹنگ 15A سے کم ہوتی ہے تو گدازندہ کے لئے سیسہ اور ٹن سے بنی بھرت کا استعمال کیاجاتاہے اور 15A سے زیادہ کی برقی ریٹنگ کے لئے تانبے سے بنی تاروں کا استعمال کیاجاتا ہے۔

اوپر کے گدازندوں کی ایک ہی خامی یہ ہے کہ اگر اضافہ برقی رو کی وجہ سے گدا زندہ جل جاتاہے تو اسے بدلانا پڑتا ہے۔ آج کل گھروں میں گدازندہ کے بدل دور کو تورنے والے ٹرپروں



خاکہ 2.31 برقی گدازندہ

کا استعمال کیا جاتا ہے۔ جب بھی تاروں کے غلط سلط جوڑوں کی وجہ سے دور میں اضافی برقی رو پیدا ہوتی ہے، برقی دور توڑنے والا ٹرپر کھل جاتا ہے۔ دور کی غلطی کو درست کرنے کے بعد ہم ٹرپر کے سوئچ کو بند (آن) کرسکتے ہیں۔ اسے خاکہ 2.32 میں بتایاگیاہے۔



خاکہ 2.32 برقی دور توڑنے والے ٹرپر سوئچ

(3) برقی بھٹی

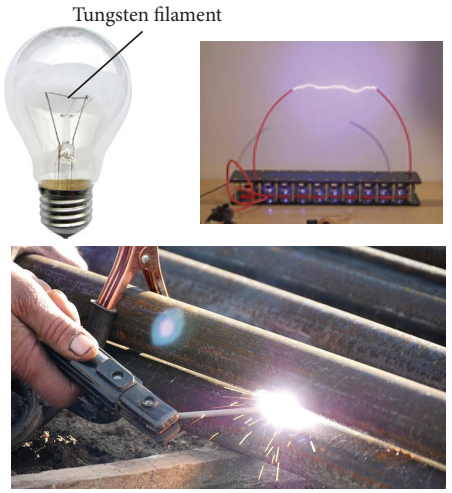
خاکہ 2.33 میں برقی بھٹی کا ایک نمونہ پیش کیا گیا ہے۔ یہ بھٹیاں، اسٹیل، سلیکان کاربائیڈ، کوارٹز، گیلیم آرسینائیڈ وغیرہ جیسی ٹیکنالوجی کے طور پر اہمیت رکھنے والی اشیاء کو بڑی مقدار میں تیارکرنے کے لئے استعمال کی جاتی ہیں۔ ان میں 1500°C تک کی تپش پیدا کرنے کے لئے سلیکا کی ایک نالی پر لپیٹی گئی، Molybdenum Nichrome کی تار کا استعمال کیاجاتا ہے۔ کاربن منحنی (Carbon arc) والی بھٹیاں 3000°C تک کی تپش پیدا کرتی ہیں۔



خاکہ 2.33 برقی بھٹی

(4) برقی لیمپ

اس میں ایک شیشہ کے بلب کے اندر ٹنگسٹن (جس کا نقطۂ پگھلاؤ 3380°C ہے) سے بنی ایک بتی ہوتی ہے جو برقی رو کے ذریعہ گرم ہونے پر روشن ہوجاتی ہے۔ نوری برقی بلبوں میں برقی توانائی کا صرف 5% حصہ ہی روشنی میں تبدیل ہوتا ہے اور بقیہ حصہ حرارت کے طور پر زائل ہوجاتا ہے۔ برقی غیر باربرداری کی بلبیں، برقی ویلڈنگ اور برقی چنگاری (arc) بھی برقی رو کے حرارتی اثر کا استعمال کرتے ہیں، جیسا کہ خاکہ 2.34 میں بتایا گیا ہے۔



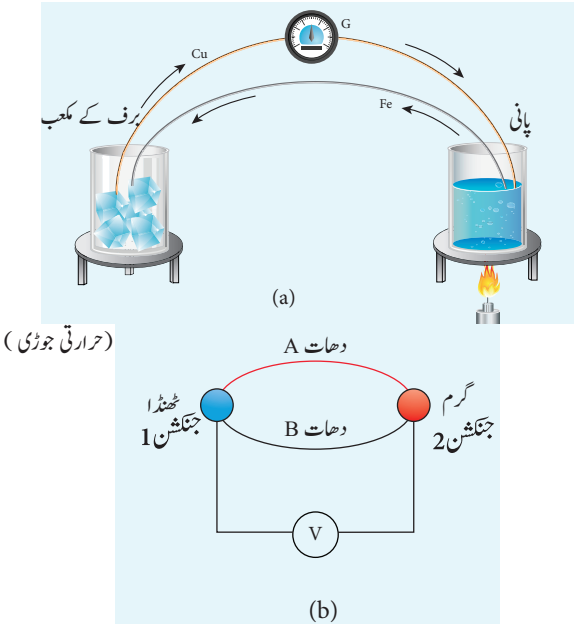
خاکہ 2.34 برقی بلب، برقی منحنی اور برقی ویلڈنگ

2.7 حرارت کا برقی اثر
Thermoelectric effect

تپش کی تبدیلیوں کو برقی وولٹیج میں تبدیل کرنا یا عین اس کے برعکس (vise versa) کرنا حرارت کا برقی اثر کہلاتا ہے۔ ایک حرارتی برقی آلہ (Thermoelectric device) وولٹیج پیدا کرتا ہے جب اس کے دونوں طرف تپش کا فرق پایا جاتا ہے۔ اسی طرح اگر اس میں ایک وولٹیج بھیجی جاتی ہے تو وہ تپش میں فرق پیدا کرتا ہے۔

2.7.1 Seebeck کا اثر Seebeck effect

seebeck نے یہ دریافت کیا کہ دو غیر مساوی دھات رکھنے والے ایک بند برقی دور میں موجود جوڑوں (جنکشنوں) کو مختلف تپشوں پر برقرار رکھا جاتا ہے تو ایک محرکہ برق emf (تفاوت بالقواہ) پیدا ہوتا ہے۔ اس محرکہ برق کی وجہ سے بہنے والی برقی رو، حرارتی برقی رو (Thermoelectric Current) کہلاتی ہے۔ دو جنکشن کے بنانے میں استعمال ہونے والی دو غیر مساوی دھاتیں حرارتی جوڑی (Thermocouple) کہلاتی ہیں۔ (خاکہ 2.35)



خاکہ 2.35 Seebeck کا اثر

اگر گرم اور ٹھنڈے جنکشنوں کو تبدیل کردیاجائے تو برقی رو کی سمت بھی بدل جاتی ہے۔ لہذا یہ اثر رجعی ہوتا ہے۔

پید اہونے والی emf کی مقدار (i) جوڑی بنانے والی دھاتوں کی فطرت اور (ii) جنکشنوں کے درمیان موجود تپش کے فرق پر منحصر ہوتی ہے۔

seebeck اثر کے استعمالات

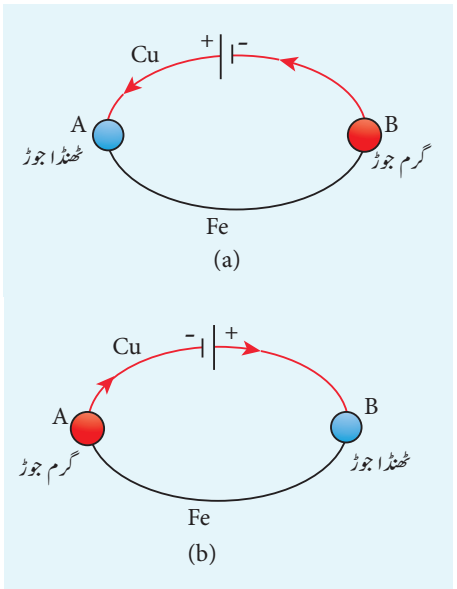
1. Seebeck کے اثر کو حرارتی برقی جنریٹروں (Seebeck جنریٹروں) میں استعمال کیاجاتا ہے۔ برقی طاقت گھروں میں یہ حرارتی برقی جنریٹر، ناکارہ حرارت کو برق میں تبدیل کرتے ہیں۔

2. یہ اثر موٹر گاڑیوں میں automotive حرارتی برقی جنریٹروں کے طور پر ایندھن کی کارکردگی کو بڑھانے کے لئے استعمال ہوتا ہے۔

3. Seebeck کے اثر کو حرارتی جوڑیوں اور حرارتی انباروں (themopiles) میں دو اشیاء کے درمیان موجود تپش کے فرق کی پیمائش کے لئے استعمال کیاجاتا ہے۔

2.7.2 Peltier کا اثر Peltier effect

1934 میں Peltier نے یہ دریافت کیا کہ جب ایک حرارتی جوڑی کے برقی دور کے ذریعہ ایک برقی رو بھیجی جاتی ہے تو ایک جوڑ پر حرارت آزاد ہوتی ہے اور دوسرے جوڑ پر حرارت جذب ہوتی ہے۔ یہ اثر peltier کہلاتا ہے۔

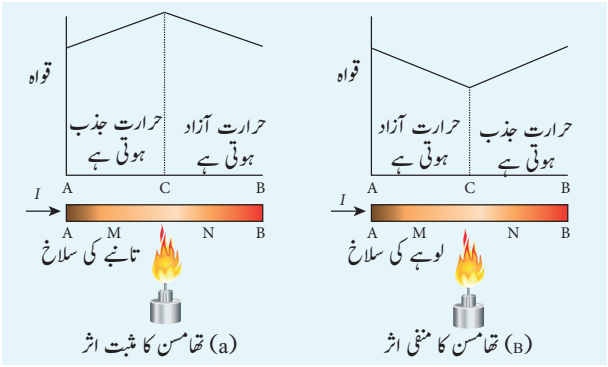


خاکہ 2.36 Peltier کا اثر: تانبا، لوہا (Cu - Fe) حرارتی جوڑی۔

Cu-Fe حرارتی جوڑی کے جوڑ A اور B پر یکساں تپش برقرار رکھی جاتی ہے۔ فرض کریں کہ حرارتی جوڑی کی بیٹری کے ذریعہ برقی رو بہتی ہے، خاکہ 2.36(a)۔ جوڑ A پر جہاں برقی رو تانبے سے لوہے کی طرف بہتی ہے، حرارت جذب ہوتی ہے اور جوڑ A ٹھنڈا ہونے لگتا ہے، جوڑ B پر جہاں برقی رو لوہے سے تانبے کی طرف بہتی ہے، حرارت آزاد ہوتی ہے اور جوڑ B گرم ہونے لگتا ہے۔ جب برقی رو کی سمت بدل دی جاتی ہے تو جوڑ A گرم ہونے لگتا ہے اور جوڑ B ٹھنڈا ہونے لگتا ہے جیسا کہ خاکہ 2.36(b) میں بتایا گیا ہے۔ لہذا Peltier کا اثر بھی رجعی ہے۔

2.7.3 تھامسن کا اثر Thomson effect

تھامسن نے یہ بتایا تھا کہ اگر ایک موصل کے دو نقاط مختلف تپشوں پر ہوں تو ان مقامات پر موجود الکٹرانوں کی کثافت بھی مختلف ہوتی ہے اور اس کے نتیجہ میں ان نقاط کے درمیان تفاوت بالقواہ پیدا ہوتی ہے۔ تھامسن کا اثر بھی رجعی ہوتا ہے۔



خاکہ 2.37 (a) تھامسن کا مثبت اثر (b) تھامسن کا منفی اثر

اگر ایک تانبے کی سلاخ AB کے ذریعہ برقی رو گذاری جاتی ہے جس کے درمیانی نقطہ C کو گرم کیا جا رہا ہو تو نقطہ C اعلیٰ قواہ پر ہوتا ہے۔ اس سے پتہ چلتا ہے کہ موصل کے AC کی طرف حرارت جذب ہوتی ہے اور CB کی طرف حرارت آزاد ہوتی ہے جیسا کہ خاکہ 2.37 (a) میں بتایا گیا ہے۔ لہذا، برقی بہاؤ کی وجہ سے برقی رو کی سمت میں حرارت منتقل ہوتی ہے۔ یہ تھامسن کا مثبت اثر کہلاتا ہے۔ چاندی، جست اور کیڈمیم جیسی دھاتوں میں بھی اسی طرح کا اثر دیکھا جاتا ہے۔

جب تانبے کی سلاخ کو لوہے کی سلاخ سے تبدیل کردیا جاتا ہے تو CA کی طرف حرارت آزاد ہوتی ہے اور BC کی طرف حرارت جذب ہوتی ہے۔ لہذا برقی بہاؤ کی وجہ سے برقی رو کی مخالف سمت میں حرارت منتقل ہوتی ہے۔ یہ تھامسن کا منفی اثر کہلاتا ہے، جیسا کہ خاکہ 2.37(b) میں بتایا گیا ہے۔ پلاٹنم، نکل، کوبالٹ اور پارہ جیسی دھاتوں میں بھی اسی طرح کا اثر دیکھا جاتا ہے۔

خلاصہ

ایک موصل میں بہنے والی برقی رو یہ ہے $I = \frac{dQ}{dt}$ جہاں dQ dt وقفہ میں ترچھی سطح کے ذریعہ بہنے والا بار ہے۔ برقی رو کی ایس آئی SI اکائی ایمپیر (A) ہے $1A = 1\ C\ s^{-1}$

ایک موصل میں فی اکائی رقبہ بہنے والی برقی رو ہی برقی کثافت J ہے۔ $\left(J = \frac{I}{A}\right)$

برقی رو عددی مقدار ہے اور برقی رو کی کثافت سمتی مقدار ہے۔

اوم کے کلیہ کی عمومی شکل $\vec{J} = \sigma\vec{E}$ ہے

اوم کا کلیہ تجرباتی طور پر یہ بیان کرتا ہے کہ $V \propto I$ ہے۔ یا $V=IR$ ہے ۔ جہاں I، برقی رو اور R مزاحمت ہے اور V موصل کے کناروں کے درمیان موجود تفاوت بالقواہ ہے۔

ایک موصل کی مزاحمت $R = \frac{V}{I}$ ہے۔ مزاحمت کی یس ائی اکائی اوم ohm (Ω) ہے اور $1\ \Omega = \frac{1V}{1A}$

ایک موصل کی مزاحمت $R = \rho\frac{l}{A}$ ہے، جہاں l موصل کی لمبائی ہے اور A اس کا ترچھی سطحی رقبہ ہے۔

ایک شئے کی مزاحمیت یہ تعین کرتی ہے کہ وہ برقی رو کے بہاؤ کو کتنی مزاحمت فراہم کرے۔

سلسلہ وار (R_S) جڑی ہوئی کئی مزاحمتوں $(R_1, R_2, R_3 \ldots\ldots)$ کی مساوی مزاحمت $R_S = (R_1 + R_2 + R_3 \ldots\ldots)$ ہے۔

متوازی طور (R_P) پر جڑی ہوئی کئی مزاحمتوں $(R_1, R_2, R_3 \ldots\ldots)$ کی مساوی مزاحمت $\frac{1}{R_P} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \ldots\ldots$ ہے۔

کرچوف کا پہلا قانون (برقی رو کا قانون یا جنکشن کا قانون): کسی جوڑ پر برقی رووں کا الجبریائی حاصل جمع صفر ہوتا ہے۔

کرچوف کا دوسرا قانون (وولٹیج کا قانون یا لوپ کا قانون): ایک بند دور میں، برقی رو اور دور کے ہر حصے کی مزاحمت کے حاصل ضربوں کا الجبرائی مجموعہ، برقی دور سے جڑی ہوئی کل محرکہ برق کے برابر ہوتا ہے۔

برقی طاقت ایک شرح ہے، جس پر برقی توانائی پہنچائی جاتی ہے۔

اگر V تفاوت بالقواہ کے آر پار ایک برقی رو بہتی ہے تو برقی دور کو پہنچائی جانے والی برقی طاقت $P = IV$ ہے۔

ایک مزاحم R میں حرارت میں تبدیل کی جانے والی برقی طاقت $P = I^2R = \frac{V^2}{R}$ ہے۔

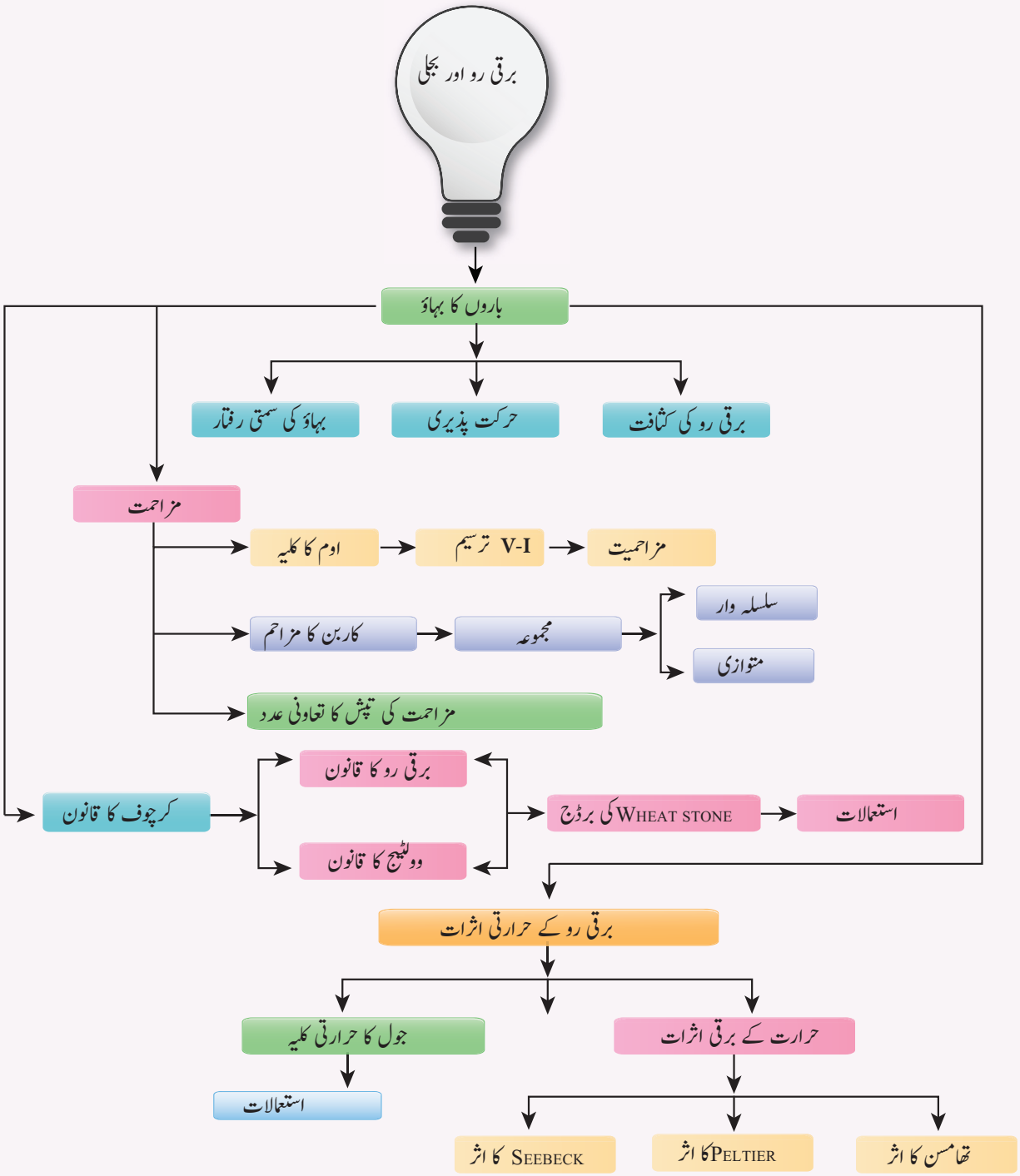
ایک کلو واٹ گھنٹہ (kWh) کی مساوی توانائی $1kWh = 3.6\ X\ 10^6\ J$ ہے۔

میٹر برڈج، Wheatstone کے نیٹ ورک کی ایک قسم ہے

برقی خانوں کی emf کا موازنہ کرنے کے لئے قواہی میٹر کا استعمال کیا جاتا ہے۔

جول کا حرارتی کلیہ $H=VIt$ یا $H=I^2Rt$ ہے۔

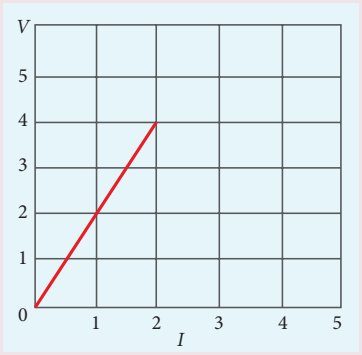
CONCEPT MAP تصوری نقشہ



I۔ کثیر انتخابی سولات

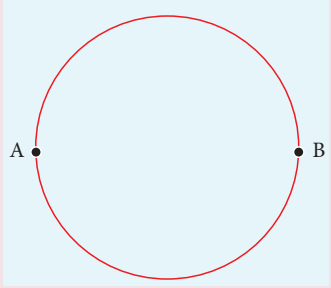
1. مندرجۂ ذیل ترسیم کچھ نامعلوم موصل کی برقی رو بمقابل وولٹیج کی قیمتیں ظاہر کرتی ہے۔ اس موصل کی مزاحمت کیا ہے؟





2 ohm (a) 4 ohm (b)
8 ohm (c) 1 ohm (d)

2. فی میٹر 2 اوم مزاحمت والی ایک تار کو مروڑ کر 1 میٹر نصف قطر والا دائرہ بنایا گیا ہے اس کے قطری طور پر موجود مخالف نقاط A اور B خاکہ میں بتائے گئے ہیں ان کے درمیان مساوی مزاحمت یہ ہے۔



$\pi\ \Omega$ (a) $\frac{\pi}{2}\ \Omega$ (b)
$2\pi\ \Omega$ (c) $\frac{\pi}{4}\ \Omega$ (d)

3. 240 V پر کام کرنے والے ایک ٹوسٹر کی مزاحمت 120 Ω ہے۔ اس کی برقی طاقت یہ ہے

400 W (a) 2 W (b)
480 W (c) 240 W (d)

4. $(47 \pm 4.7)\ k\Omega$ کے ایک کاربن کے مزاحم پر اس کی شناخت کے لئے رنگین نشانات کے حلقے بنانا ہے۔ رنگوں کے کوڈ کی ترتیب یہ ہوگی۔

(a) زرد۔سبز۔ بنفشی ۔سنہرا
(b) زرد۔ بنفشی۔ نارنجی۔ چاندی
(c) بنفشی۔زرد۔ نارنجی۔ چاندی
(d) سبز۔ نارنجی۔ بنفشی۔ سنہرا

5. مندرجۂ ذیل مزاحم کی مزاحمتی قیمت بتائیے۔



100 k Ω (a) 10 k Ω (b)
1k Ω (c) 1000 k Ω (d)

6. دائری ترچھی سطح والے دو تار A اور B کو مساوی لمبائی کے ساتھ ایک ہی شئے سے بنایا گیا ہے۔ فرض کریں کہ اگر $R_A = 3\ R_B$ ہو تو تار A کے نصف قطر کی نسبت B کے ساتھ کیا ہوگی؟

3 (a) $\sqrt{3}$ (b)
$\frac{1}{\sqrt{3}}$ (c) $\frac{1}{3}$ (d)

7. 230V کی پاور سپلائی سے جوڑی گئی ایک تار میں طاقت کا زوال P_1 پایا جاتا ہے۔ فرض کریں کہ اگر تار کو دو مساوی ٹکڑوں میں توڑ کر اسی مقدار کی پاور سپلائی سے متوازی طور پر جوڑ دیا جائے تو اس معاملے میں طاقت کا زوال P_2 ہوتا ہے۔ $\frac{P_2}{P_1}$ کی نسبت یہ ہے۔

1 (a) 2 (b)
3 (c) 4 (d)

8. ہندوستان میں گھریلو استعمال کے لئے 220V کی بجلی بھیجی جاتی ہے جب کہ USA میں یہ 110V پر بھیجی جاتی ہے۔ اگر ہندوستان میں استعمال ہونے کے لئے ایک 60W کی بلب کی مزاحمت R ہو تو USA میں استعمال ہونے کے لئے 60W کی بلب کی مزاحمت یہ ہوگی؟

(a) R (b) $2R$

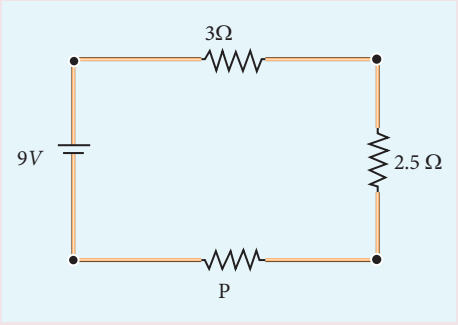
(c) $\frac{R}{4}$ (d) $\frac{R}{2}$

9. ایک بڑی عمارت میں 40W کے 15 بلب، 100W کے 5 بلب، 80W کے 5 پنکھے اور 1kW کا ایک گرمالہ لگایا گیا ہے۔ برقی mains کی وولٹیج 220V ہے۔ اس عمارت کے اہم ترین گدازندہ کی سب سے زیادہ گنجائش یہ ہوگی۔ (ITI- JEE-2014)

(a) 14 A (b) 8 A

(c) 10 A (d) 12 A

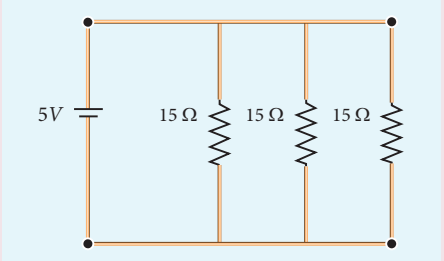
10. نیچے بتائے گئے برقی دور میں 10A کی برقی رو ہے۔ P کی مزاحمت کیا ہوگی؟



(a) 1.5 Ω (b) 2.5 Ω

(c) 3.5 Ω (d) 4.5 Ω

11. بیٹری سے کھینچی جانے والی برقی رو کی مقدار کیا ہوگی؟



(a) 1A (b) 2A

(c) 3A (d) 4A

12. ایک تار کی مزاحمت کی تپش کا تعاونی عدد 0.00125 فی C° ہے۔ 20°C پر اس کی مزاحمت 1 Ω ہے۔ اس تپش پر اس کی مزاحمت 2 Ω ہوگی۔

(a) 800 °C (b) 700 °C

(c) 850 °C (d) 820 °C

13. 10 Ω کی مزاحمت کے ذریعہ 0.2A مقدار کی برقی رو فراہم کرنے والے 2.1V کے ایک برقی خانہ کی اندرونی مزاحمت یہ ہے۔

(a) 0.2 Ω (b) 0.5 Ω

(c) 0.8 Ω (d) 1.0 Ω

14. اگر تانبے کا ایک ٹکڑا اور جرمینیم کے ایک ٹکڑے کو کمرے کی تپش سے 80K تک ٹھنڈا کیا جاتا ہے تو مزاحمت،

(a) دونوں کی بڑھتی ہے
(b) دونوں کی کم ہوتی ہے
(c) تانبے کی بڑھتی ہے اور جرمینیم کی گھٹتی ہے
(d) تانبے کی گھٹتی ہے اور جرمینیم کی بڑھتی ہے۔

15. جول کے حرارتی کلیے میں، جب R اور T مستقل ہوتے ہیں اور اگر H کو Y محور پر اور I^2 کو X محور پر لیا جائے تو ترسیم ہوگی۔

(a) سیدھا خط (b) parabola

(c) دائری (d) ellipse (بیضوی)

جوابات

1) a	**2)** a	**3)** c	**4)** b	**5)** a
6) c	**7)** d	**8)** c	**9)** d	**10)** c
11) a	**12)** d	**13)** b	**14)** d	**15)** a

II۔ مختصر جوابات کے سوالات

1. برقی رو کیوں عددی مقدار ہے؟
2. برقی رو کے کثافت کی تعریف کریں۔
3. بہاؤ کی سمتی رفتار اور حرکت پذیری میں تفریق کریں۔

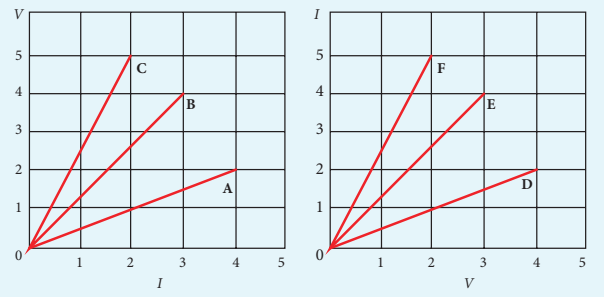
4. اوم کے کلیے کی خورد بینی شکل (microscopic form) بیان کریں۔
5. اوم کے کلیے کی کلاں بینی (macroscopic form)شکل بیان کریں۔
6. اومی اور غیر اومی آلات سے کیا مراد ہے؟
7. برقی مزاحمیت کی تعریف کریں۔
8. مزاحمت کے تپش کے تعاونی عدد کی تعریف کریں۔
9. اعلیٰ موصلات پر ایک مختصر نوٹ لکھئے۔
10. برقی طاقت اور برقی توانائی کسے کہتے ہیں؟
11. برقی دور میں برقی طاقت $P = VI$ کے لئے مساوات اخذ کریں۔
12. برقی دور میں برقی طاقت کے لئے مختلف طریقوں کی مساوات تحریر کریں۔
13. کرچوف کے برقی رو کا قانون بتائیے۔
14. کرچوف کے وولٹیج کا قانون بیان کریں۔
15. قواہی میٹر (potentiometer) کا اصول بیان کریں۔
16. ایک برقی خانہ کی اندرونی مزاحمت سے کیا مراد ہے؟
17. جول کا حرارتی کلیہ بیان کریں۔
18. Seebeck کا اثر کیا ہے؟
19. تھامسن کا اثر کسے کہتے ہیں؟
20. Peltier کا اثر کسے کہتے ہیں؟
21. Seebeck کے اثر کے استعمالات بیان کریں۔

III۔ تفصیلی جوابات لکھئے۔

1. برقی رو کے خورد بینی نمونے کی وضاحت کریں اور اوم کے کلیے کی عمومی قسم اخذ کریں۔
2. اوم کے کلیے کی خورد بینی قسم کی مدد سے اس کی کلاں بینی قسم حاصل کریں اور اس کے حدود پر بحث کریں۔
3. سلسلہ وار اور متوازی مزاحموں کے نٹ ورک (جال) کی مساوی مزاحمت کی وضاحت کریں۔
4. وولٹ میٹر کی مدد سے ایک برقی خانہ کی اندرونی مزاحمت کے تعین کی وضاحت کریں۔
5. وضاحت کے ساتھ کرچوف کے کلیے بیان کریں۔
6. Wheatstone برڈج میں برڈج کی توازنت کی شرط حاصل کریں۔
7. میٹربرڈج کی مدد سے نامعلوم مزاحمت کے تعین کی وضاحت کریں۔
8. قواہی میٹر(Potentiometer) کی مدد سے کس طرح دو برقی خانوں کی محرکۂ برق کا موازنہ کیا جاتا ہے۔

IV۔ حسابی سوالات

1. مندرجۂ ذیل ترسیمات 6 موصلات A، B، C، D، E اور F کے برقی رو بمقابل وولٹیج اور وولٹیج بمقابل برقی رو کی ترسیم ظاہر کرتی ہیں۔ کس موصل میں سب سے کم مزاحمت ہے اور کس میں سب سے زیادہ مزاحمت ہے۔



جواب: سب سے کم $R_F = 0.4\ \Omega$, اور سب سے زیادہ $R_C = 2.5\ \Omega$

2. بجلی کی چمک قدرتی بجلی کی ایک بہترین مثال ہے۔ بجلی کے ایک نمونے میں 0.2 سکنڈ کے وقفہ میں 5×10^7 V کی تفاوت بالقواہ کے آرپار 10^9 J توانائی کی منتقلی ہوتی ہے۔



ان معلومات کی مدد سے، مندرجۂ ذیل مقداریں معلوم کریں

(a) بادل اور زمین کے درمیان منتقل ہونے والے بار کی کل مقدار

(b) بجلی کی کڑک میں موجود برقی رو

(c) 0.2 s میں پہنچائی گئی برقی طاقت

جواب: 20C = بار، I = 100A، P = 5GW

3. $10^6 m^2$ تر چھی سطح کا رقبہ رکھنے والی تانبے کی لمبائی کی ایک تار 2A کی برقی رو رکھتی ہے۔ اگر تار میں موجود فی مکعب میٹر، آزاد الکٹرانوں کی تعداد 8×10^{28} ہے تو برقی رو کی کثافت اور الکٹرانوں کے بہاؤ کی اوسط سمتی رفتار معلوم کریں۔

جواب:

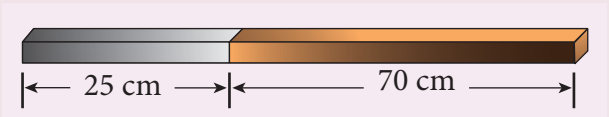
$$J = 2 \times 10^6 \ Am^{-2}$$

$$v_d = 15.6 \times 10^{-5} \ ms^{-1}$$

4. 20° C پر نکروم کی ایک تار کی مزاحمت 10 Ω ہے۔ اگر نکروم کی مزاحمیت کے تپش کے تعاونی عدد کی قیمت $0.004/^0C$ ہو تو پانی کے نقطۂ جوش پر تار کی مزاحمت دریافت کریں۔ نتیجہ پر بحث کریں۔

جواب: $R_T = 13.2 \ \Omega$ تپش کے بڑھنے پر تار کی مزاحمت بھی بڑھتی ہے۔

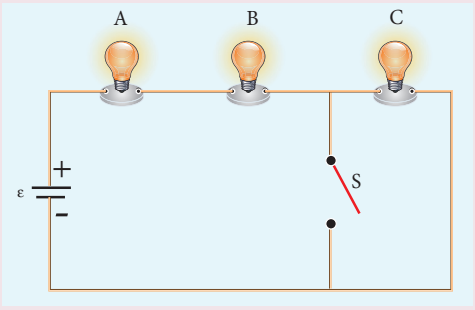
5. خاکہ میں دی گئی سلاخ دو مختلف اشیاء سے بنی ہوئی ہے۔ دونوں کی ترچھی سطحیں مربع نما ہیں جن کے ضلعے 3ملی



میٹر ہیں۔ پہلی شئے کی مزاحمیت $4 \times 10^{-3} \ \Omega m$ ہے اور دوسری کی مزاحمیت $5 \times 10^{-3} \ \Omega m$ ہے۔ سلاخ کے کناروں کے درمیان موجود مزاحمت کیا ہوگی۔

جواب: 500 Ω

6. 3 ہم شکلیں بلبیں جن میں ہر ایک کی مزاحمت R ہے۔ emf ε کی ایک بیٹری سے جوڑ دئے گئے ہیں جیسا کہ خاکہ میں بتایا گیا ہے۔ اچانک سوئچ S کو بند کردیا جاتا ہے۔



(a) S کے کھلے رہنے پر اور بند رہنے پر برقی دور میں بہنے والی برقی رو معلوم کریں؟

(b) A، B اور C بلبوں کی شدتوں کو کیا ہوجاتا ہے۔

(c) S کے کھلے رہنے اور بند رہنے پر تینوں بلب کے آر پار کی وولٹیج معلوم کریں؟

(d) جب S کھلا اور بند رہتا ہے تو برقی دور کو پہنچائی جانے والی برقی طاقت کا محاسبہ کریں۔

(e) کیا برقی دور کو پہنچائی جانے والی برقی طاقت بڑھتی ہے یا گھٹتی ہے یا مساوی ہی رہتی ہے؟

برقی مقداریں	سوئچ S کھلا ہے	سوئچ S بند ہے
(a) برقی رو	$\frac{\varepsilon}{3R}$	$\frac{\varepsilon}{2R}$
(b) وولٹیج	$V_A = \frac{\varepsilon}{3}$ $V_B = \frac{\varepsilon}{3}$ $V_C = \frac{\varepsilon}{3}$	$V_A = \frac{\varepsilon}{2}$ $V_B = \frac{\varepsilon}{2}$ $V_C = 0$
(c) برقی طاقت	$P_A = \frac{\varepsilon^2}{9R}$ $P_B = \frac{\varepsilon^2}{9R}$ $P_C = \frac{\varepsilon^2}{9R}$	$P_A = \frac{\varepsilon^2}{4R}$ $P_B = \frac{\varepsilon^2}{4R}$ $P_C = 0$ کل برقی طاقت بڑھتی ہے۔
(d) شدت	تمام بلب مساوی شدت سے روشن ہوتے ہیں	بلب C روشن نہیں ہوتی کیونکہ اس میں برقی رو کا بہاؤ نہیں ہوتا۔

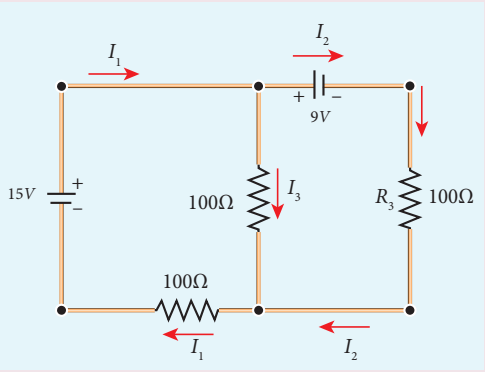
7. الکٹرانکس میں دلچسپی رکھنے والا ایک طالب علم ایک ریڈیو بناتا ہے۔ اس کے برقی دور کو ایک 150Ω اوم مزاحمت ضرورت ہوتی ہے۔ مگر اس کے پاس 220 Ω، 79Ω اور 92Ω اوم کی مزاحمتیں ہی موجود ہیں۔ ایسی حالت میں وہ طالب علم اوپر کی مزاحمتیں جوڑ کر ضرورت کی مقدار کی مزاحمت کس طرح حاصل کرے گا؟

جواب: 79 Ω اور 92 Ω اوم کو مسلسل ترتیب میں جوڑ کر 220 Ω اوم کے مزاحمت کو متوازی ترتیب میں جوڑا جانا چاہئے۔

8. ایک برقی خانہ 2 Ω کی مزاحمت کے ساتھ 0.9 A برقی رو دیتا ہے اور 7 Ω کی مزاحمت کے ساتھ 0.3 A برقی رو دیتا ہے۔ برقی خانہ کی اندرونی مزاحمت محسوب کرو۔

جواب: 0.5 Ω

9. نیچے کے دور میں ہونے والی برقی رووں کو محسوب کرو۔



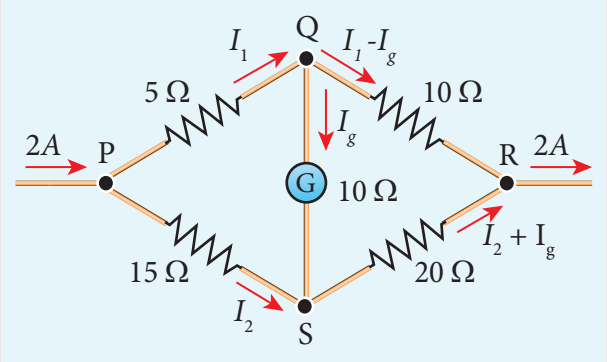
جواب:

$I_1 = 0.070$ A, $I_2 = -0.010$ A and $I_3 = 0.080$ A

10. ایک قوۃ پیما یا قواہی مرکز (potentiometer) میں تار کی لمبائی 4 میٹر ہے۔ تار کی مزاحمت 20Ω اوم ہے۔ اس کو مسلسل دور کے ساتھ 2980Ω اوم کے مزاحم کے ساتھ جوڑا گیا ہے اور 4V کی بیٹری سے جوڑا گیا ہے۔ تار کے ذریعہ potential gradient محسوب کرو۔

جواب: Potential $= 0.65 \times 10^{-2}$ V m^{-1}

11. تصویر میں بتائے ہوئے برقی دور میں گیلوانومیٹر کے ذریعہ گزرنے والی برقی رو کو معلوم کریں۔



جواب: $I_g = \frac{1}{11}$ A

12. 5V محرکۂ برق کے دو برقی خانوں کو سلسلہ وار ترتیب میں جوڑا جاتا ہے۔ جس میں ایک 8 Ω کی مزاحمت اور تین متوازی مزاحمتوں 4 Ω، 6 Ω اور 12 Ω کو جوڑا جاتا ہے۔ اس ترتیب کے لئے برقی دور بنائیے اور درج ذیل کو محسوب کریں۔

(i) برقی خانہ سے حاصل ہونے والی برقی رو اور

(ii) ہر ایک مزاحم کے ذریعہ گزرنے والی برقی رو۔

جواب: (i) 8 Ω کے ذریعہ برقی خانہ سے حاصل ہونے والی برقی رو = 1A

(ii) 4 Ω کے مزاحم کی برقی رو $I = \frac{2}{4} = 0.5$A

6 Ω کے مزاحم کی برقی رو $I = \frac{2}{6} = 0.33$A

12 Ω کے مزاحم کی برقی رو $I = \frac{2}{12} = 0.17$A

13. P,Q,R,S نامی چار برقی بلبیں نامعلوم برقی دور کے نظام میں جوڑے گئے ہیں۔ ہر ایک برقی بلب ایک کے بعد ایک خارج کیا جائے تو ذیل کی حالت کا مشاہدہ کیا گیا ہے۔

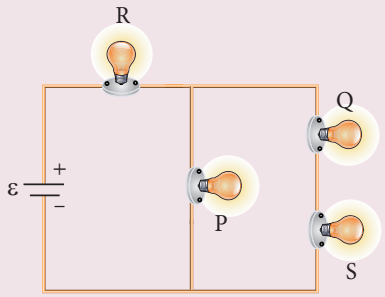
	P	Q	R	S
P کو نکال دینے پر	*	on	on	on
Q کو نکال دینے پر	on	*	on	off
R کو نکال دینے پر	off	off	*	off
S کو نکال دینے پر	on	off	on	*

ان بلبوں کے لئے برقی دور کا خاکہ بنائیے۔

14. ایک قواہی میٹر (یا) قوت پیما (potentiometer) کے نظام میں 1.25V محرکہ برق (emf) کے ایک برقی خانہ سے توازنی نقطہ تار کے 35 سم میں پیدا ہوتا ہے۔ اگر برقی خانہ کو دوسرے برقی خانہ سے تبدیل کیا جائے تو توازنی نقطہ 63 سم پر واقع ہوتا ہے، دوسرے برقی خانہ کا emf معلوم کریں۔

جواب : دوسرے برقی آلہ کی محرکۂ برق 2.25V

جواب:



BOOKS FOR REFERENCE: کتب حوالہ

1. Douglas C.Giancoli, , "*Physics for Scientist &Engineers with Modern Physics*", Pearson Prentice Hall, Fourth edition.
2. James Walker, *Physics*, Pearson- Addison Wesley publishers, Fourth edition.
3. Tipler, Mosca, "*Physics for scientist and Engineers with Modern Physics*", Freeman and Company, sixth edition.
4. Purcell, Morin, *Electricity and magnetism*, Cambridge university press, third edition
5. Serway and Jewett, "*Physics for Scientist and Engineers with Modern Physics*", Brook/Coole publishers, eighth edition.
6. Tarasov and Tarasova, "*Questions and problems in School Physics*", Mir Publishers.
7. H.C.Verma, "*Concepts of Physics Vol 2*, Bharthi Bhawan publishers.
8. Eric Roger, *Physics for the Inquiring Mind*, Princeton University press.

برقی رو

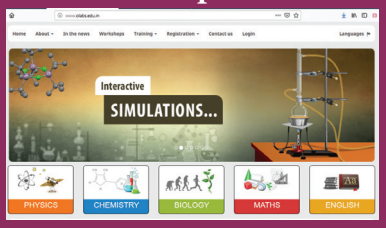
عنوان: قواہی میٹر (یا) قوۃ پیما

اس عمل کے ذریعہ طلباء
(a) برقی آلہ کی تفاوت بالقواہ محسوب کریں گے۔
(b) دئے گئے اولیٰ خانے کی اندرونی مزاحمت دریافت کریں گے۔

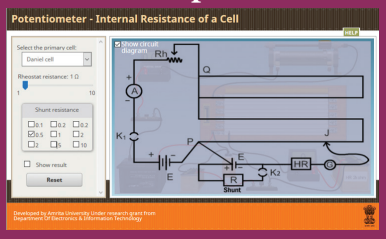
مرحلے :

- براؤزر کھولئے اور olabs.edu.in کو ٹائپ کریں۔ physics tab پر کلک کریں اور Class 12 section میں potentiometer–internal resistance of a cell میں جائیے۔ simulator ٹیب میں جا کر تجربہ کریں۔
- show circuit diagram میں کلک کر کے دوری خاکہ کے حساب سے برقی دور کو ترتیب دیجئے۔ ماؤس سے برقی اجزاء کو ڈراگ کر کے ان کو دور کے مطابق جوڑئیے۔
- برقی دور میں جوڑ ٹھیک ہیں یا نہیں، اس کو جانچنے کے لئے jockey کو تار کے دو کناروں کے درمیان میں کھینچئے۔ اگر گیلوانومیٹر مخالف سمت میں حرکت کرنے لگے تو جوڑ ٹھیک ہیں، (دونوں چابیوں کو آن رکھئے)۔

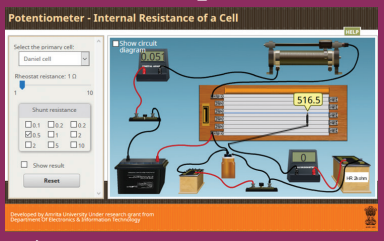
Step1



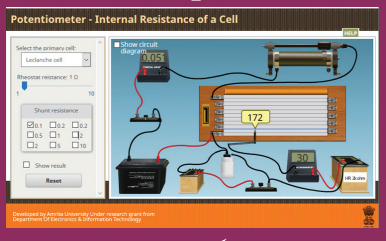
Step2



Step3



Step4



توازنی لمبائی معلوم کریں۔ مشاہدہ کی گئی توازنی لمبائیوں کے لئے اندرونی مزاحمت کا محاسبہ کریں۔ تجربہ کو پانچ مرتبہ دہرائیے اور اوسط معلوم کریں۔

Note: غور کریں

(1) مجازی تجربہ کرنے کے لئے ایک مرتبہ Sign up کرنا ضروری ہے۔ پھر آپ کے username اور Password کے ذریعہ Login کریں.

(2) متعلقہ ٹیب پر کلک کرکے مطلوبہ نظریہ، طریقہ اور animation (تصوری خاکوں) کا مطالعہ کریں۔

URL: http://amrita.olabs.edu.in/?sub=1&brch=6&sim=147&cnt=4

- خاکے صرف نشاندہی کے لئے دئے جاتے ہیں۔
- صفحے کو لوڈ کرنے کے لئے براؤزر کو اگر فلاش پلئیر یا جاوا اسکرپٹ کی ضرورت پڑے تو اس کی اجازت دیجئے۔

EM6U1

اکائی
3

مقناطیسیت اور برقی رو کے مقناطیسی اثرات

مقناطیسی قوت روح کے مانند ہے۔ بسا اوقات انسانی روح سے بھی بڑھ کر ہے جو ایک نامیاتی جسم پر متحدہ طور پر متحرک ہوتی ہے۔
– ولیم گلبرٹ

سیکھنے کے مقاصد:

اس سبق کے ذریعہ طلباء پر یہ باتیں منکشف ہوں گی۔

زمینی مقناطیسی میدان اور مقناطیسی عناصر

مقناطیس کی بنیادی خصوصیات

کولوم کے معکوس کے مربع کا مقناطیسی کلیہ

مقناطیسی قطبین (Magnetic Dipole)

محوری خط اور استوائی خط (equatorial line) کے ساتھ ایک قطبین کی وجہ سے پیدا ہونے والا مقناطیسی میدان

ایک مساوی مقناطیسی میدان میں موجود ایک مقناطیس پر عمل پیرا ہونے والی قوت گدشہ (Torque)

ایک مساوی مقناطیسی میدان میں موجود ایک بار مقناطیس کی توانائی بالقواہ

مقناطیسی خصوصیات۔ انجذاب (Permiability)، اثر پذیری (Susceptibility)

مقناطیسی اشیاء کی درجہ بندی۔ اکہری، دوہری اور فیرو(Ferro)مقناطیسی اشیاء:

Hysterisis کا تصور

برقی رو کے مقناطیسی اثرات: ایک سیدھا طویل موصل اور دائری لچھا (circular Coil)

دائیں ہاتھ کے انگوٹھے کا کلیہ اور Maxwell کے دائیں ہاتھ کے کارک پیچ (Cork Screw) کا کلیہ

Biot– savart کا کلیہ۔ استعمالات

مماس کا کلیہ اور مماسی گیلوانومیٹر

مقناطیسی قطبین جیسا ایک برقی لوپ(Current Loop)

گردش کرنے والے الکٹران کی مقناطیسی قطبینی حرکت Magnetic dipole monent

ایمپیر کا دوری کلیہ۔ استعمالات(Circuital Law)

پیچواں Solenoid اور دائری پیچواں Toroid

لارنز کی قوت (Lorentz Force) ایک برق مقناطیسی میدان میں حرکت کرنے والا بار بردار ذرہ

سائیکلوٹران (Cyclotron)

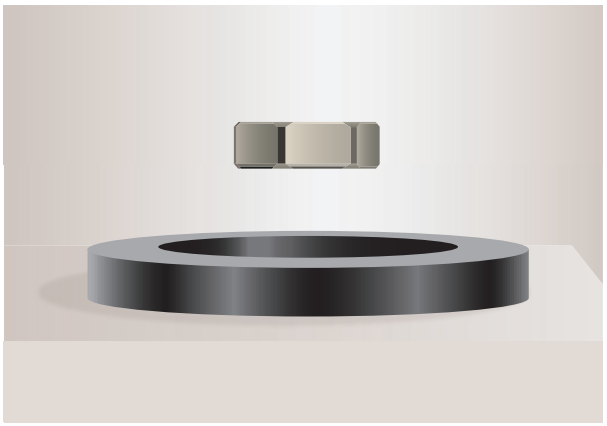
ایک مقناطیسی میدان میں موجود برق بردار موصل پر قوت

دو طویل متوازی برق بردار موصلوں کے درمیان قوت

ایک مقناطیسی میدان میں موجود ایک برقی دور پر قوت گدشہ Torque

حرکت پذیر لچھے والا گیلوانومیٹر

3.1 مقناطیسیت کا تعارف:
Introduction to magnetism



اس میں کوئی شک نہیں کہ مقناطیس سے ہر ایک کو دلچسپی ہے۔ اس کے بے شمار استعمالات کی بناء پر دنیا ایک آرام دہ زندگی گذار رہی ہے۔ پچھلی کئی صدیوں سے ساری زمین کے سائنسدان مقناطیس پر انکشافات کرتے آرہے ہیں اور آج بھی یہ سلسلہ جاری ہے۔

کیا آپ جانتے ہیں؟

کئی پرندوں کی آنکھوں میں مقناطیسی احساس موجود ہوتا ہے۔ وہ اس احساس کی مدد سے زمینی مقناطیسی میدان کو استعمال کرتے ہوئے اپنے مقصود مقام تک پہنچ پاتے ہیں۔ (خاکہ 3.1)



Zebra Finch نامی پرندے کی آنکھوں کے پردہ شبکیہ retina میں cryptochrones Cry4 نامی پروٹین کی وجہ سے، اس کی آنکھ میں مقناطیسی احساس پیدا ہوتا ہے۔ وہ اس احساس کے ذریعہ زمینی مقناطیسی میدان کو استعمال کرکے اپنے مقام تک پہنچ پاتا ہے۔

الکٹران جیسے ایک معمولی تنکے سے لے کر ساری کائنات کے بڑے بڑے اجسام تک مقناطیسی صفت پائی جاتی ہے۔ تاریخی طور پر، لفظ magnetism یعنی مقناطیس کو، لوہے کی کچھ دھات میگنیٹائیٹ (Fe_3O_4) سے اخذ کیا گیا ہے۔ قدیم زمانے میں رہبری کے لئے قطب نما کے طور پر مقناطیس کا استعمال کیا جاتا تھا۔ اس کے ذریعہ سے مقناطیسی تھراپی کے طور پر علاج بھی کیا جاتا تھا اور لوگ اسے جادوئی کرتب دکھانے کے لئے بھی استعمال کرتے تھے۔

جدید دور میں بھی روز مرہ میں استعمال ہونے والی کئی اشیاء میں مقناطیس استعمال ہوتے ہیں۔ (خاکہ 3.2)، موٹر، ڈائینمو، لاؤڈ اسپیکر، آڈیو اور ویڈیو ریکارڈنگ میں استعمال ہونے والے مقناطیسی ٹیپ، موبائل فون، ہیڈ فون، سی ڈی، پین ڈرائی (Pen drive) لیپ ٹاپ کے ہارڈ ڈسک ریفریجریٹر کے دروازے اور جنریٹر وغیرہ اس کی چند مثالیں ہیں۔

پہلے یہ سمجھا جاتا تھا کہ برق اور مقناطیسیت طبیعیات کی دو مختلف شاخیں ہیں۔ 1820 میں H.C. Oersted نے مشاہدہ کیا کہ ایک برق بردار تار کے قریب رکھے گئے ایک قطب نما کی سوئی متحرک ہوگئی ہے۔ اس مشاہدے نے طبیعیات کی دو مختلف شاخوں کو برق مقناطیسیت نامی واحد شاخ کی بنیاد بنا ڈالی۔

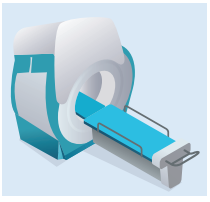
اس سبق کے شروع میں مقناطیس اور ان کی خصوصیات کی بنیادی باتیں بتائی گئی ہیں۔ بعد میں یہ بتایا گیا ہے کہ کس طرح ایک برق باردار موصل ایک مقناطیس کی طرح برتاؤ کرتا ہے (یہاں صرف برقی رو کے یکساں بہاؤ کا تذکرہ کیا جاتا ہے نہ کہ وقت۔ متبادل برقی رو کا)



(a)



(b)



(c)

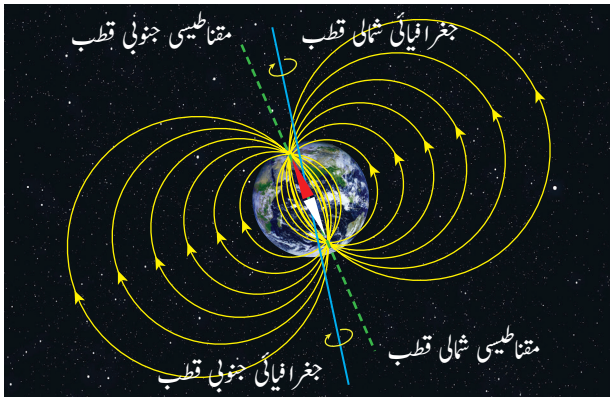


(d)

خاکہ 3.2 جدید دور میں مقناطیس کے استعمالات
(a) اسپیکرس (b) ہیڈ فون
(c) MRI اسکین (d) لیپ ٹاپ کے ہارڈ ڈسک

3.1.1 زمینی مقناطیسی میدان اور مقناطیسی عناصر

Earth's magnetic field and magnetic elements



خاکہ 3.3 زمینی مقناطیسی میدان

چھوٹی جماعتوں کی کارروائیوں سے آپ کو پتہ چل گیا ہوگا کہ ایک قطب نما کی سوئی یا آزادانہ طور پر لٹکایا گیا ایک مقناطیس ہمیشہ جغرافیائی شمال۔ جنوب کی سمت اختیار کرکے رکتا ہے۔

کیا آپ جانتے ہیں؟

1600 میں ولیم گلبرٹ نے یہ نظریہ پیش کیا کہ زمین خود ایک بہت بڑے اور طاقت ور مقناطیس کی طرح برتاؤ کرتی ہے۔ مگر یہ نظریہ اس لئے ناکام ثابت ہوا کہ زمین کے اندر کی تپش بہت ہی زیادہ ہوتی ہے جس کی وجہ سے زمین کو اپنی مناطیسی کیفیت کو برقرار رکھنا ناممکن ہوجائے گا۔

اسی طرح Gover نے یہ رائے دی تھی کہ زمینی مقناطیسی میدان سورج سے آنے والی گرم شعاعوں کی وجہ سے ہوتا ہے۔ یہ شعاعیں خط استوا کے قریبی علاقوں کو گرم کرتی ہیں۔ ہوا گرم ہو کر اوپر چڑھنے لگتی ہے اور شمالی اور جنوبی نصف کروں کی جانب حرکت کرنے لگتی ہے اور باربردار بن جاتی ہے۔ ہوسکتا ہے کہ ہوا کی یہ بار برداری زمینی سطح کے قریب پائی جانے والی ferromagnetic فیرو مقناطیسی اشیاء کو مقنانے کی ذمہ دار ہے۔ آج تک اس قسم کے کئی نظریات پیش کئے گئے ہیں۔ لیکن کوئی بھی نظریہ زمینی مقناطیسیت کے بارے میں مکمل وضاحت نہیں کرسکا۔

قطب نما کی سوئی کا شمالی قطب زمین کے جنوبی مقناطیسی قطب کی جانب کھنچتا ہے جو کہ جغرافیائی شمالی قطب کے قریب ہوتا ہے (خاکہ 3.3)۔ اسی طرح قطب نما کی سوئی کا جنوبی قطب زمین کے شمالی مقناطیسی قطب کی جانب کھنچتا ہے جو کہ جغرفیائی جنوبی قطب کے قریب ہوتا ہے۔

طبعیات کی وہ شاخ جو زمینی مقناطیسی میدان سے بحث کرتی ہے ارض مقناطیسیت (geomagnetism) یا زمینی (Terrestrial) مقناطیسیت کہلاتی ہے۔

زمینی مقناطیسی میدان کا تعین کرنے والی تین مقداریں پائی جاتی ہیں جو زمینی مقناطیسی میدان کے عناصر کہلاتی ہیں۔ وہ یہ ہیں۔

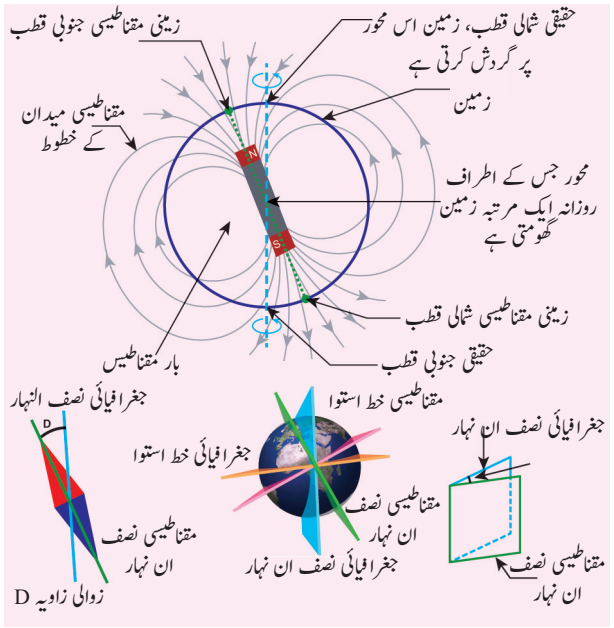
(a) مقناطیسی زوال (نزول) (D) magnetic declination

(b) مقناطیسی جھکاؤ (میلان) یا انحراف

Magnetic dip or inclination (I)

(c) زمینی مقناطیسی میدان کا افقی جزو

The horizontal component of the Earth's magnetic field (B_H)



خاکہ 3.4 زوالی (نزولی) زاویہ

جغرافیائی محور پر زمین کے گھومنے سے رات اور دن بنتے ہیں۔ ایک عمودی خط جو جغرافیائی محور سے گذرتی ہے، جغرافیائی نصف ان نہار کہلاتی ہے اور زمین کے جغرافیائی محور کے عمودی طور پر پایا جانے والا بڑا دائرہ جغرافیائی خط استوا کہلاتا ہے۔

وہ سیدھی خط جو زمین کے مقناطیسی قطبین کو ملاتی ہے مقناطیسی محور کہلاتی ہے۔

مقناطیسی محور کے ذریعہ گذرنے والی عمودی سطح مقناطیسی نصف النہار magnetic meridian کہلاتی ہے اور زمینی مقناطیسی محور کے عمودی طور پر پایا جانے والا بڑا دائرہ مقناطیسی خط استوا کہلاتا ہے۔

جب ایک مقناطیسی سوئی کو آزادانہ طور پر لٹکایا جاتا ہے تو وہ جغرافیائی نصف النہار کے عین مطابق نہیں رکتی بلکہ تھوڑا سا جھکاؤ اختیار کرلیتی ہے جیساکہ خاکہ 3.4 میں بتایا گیا ہے۔ ایک نقطہ پر مقناطیسی نصف ان نہار اور جغرافیائی نصف ان نہار کا درمیانی زاویہ زوال یا مقناطیسی زوال (D) magnetic declination کہلاتا ہے۔ یہ مقناطیسی زوال اعلی ارض البلد پر زیادہ ہوتا ہے جب کہ خط استوا کے قریب کم ہوتا ہے۔ ہندوستان میں چنئی شہر کے لئے مقناطیسی زوال کا زاویہ $-1^{\circ}16'$ ہے (جو کہ منفی (مغرب) ہے۔

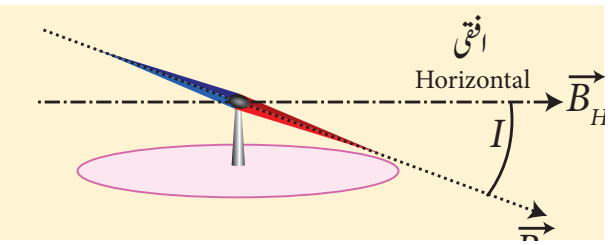
زاویہ جو زمین کے کل مقناطیسی میدان (B) اور مقناطیسی نصف النہار میں افقی سمت کے ساتھ بنتا ہے وہ اس نقطہ پر ڈپ (dip) یا مقناطیسی جھکاؤ (I) کہلاتا ہے (خاکہ 3.5)۔ شہر چنئی کے لئے جھکاؤ کا یہ زاویہ $14^{\circ}28'$ ہے۔ مقناطیسی نصف النہار میں افقی سطح کے موافق پایا جانے والا زمینی مقناطیسی میدان کا جزو زمینی مقناطیسی میدان کا افقی جزو کہلاتا ہے جسے $\boldsymbol{B_H}$ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

فرض کریں زمین کی سطح کے کسی نقطہ پر موجود کل زمینی مقناطیسی میدان B_E ہو۔ B_E کو دو عمودی پہلوؤں سے ظاہر کیا جاسکتا ہے۔

$$B_H = B_E \cos I \quad \text{افقی جزو} \qquad (3.1)$$

$$B_V = B_E \sin I \quad \text{عمودی جزو یا کھڑا جزو} \qquad (3.2)$$

مساوات 3.2 کو 3.1 سے تقسیم کرنے پر ہم یہ حاصل کرتے ہیں۔



خاکہ 3.5 جھکاؤ کا زاویہ

$$\tan I = \frac{B_V}{B_H} \qquad (3.3)$$

(i) مقناطیسی خط استوا پر

زمینی مقناطیسی میدان، زمین کی سطح کے متوازی(افقی) ہوتا ہے۔ اس سے یہ معلوم ہوتا ہے کہ مقناطیسی قطب نما کی سوئی $I = 0^{\circ}$ زاویۂ ڈپ (جھکاؤ کے زاویۂ) Angle of dip پر رکے گی۔

$$B_H = B_E$$
$$B_V = 0$$

اس سے یہ ظاہر ہوتا ہے کہ خط استوا پر افقی جزو بہت زیادہ ہوتا ہے اور عمودی جزو صفر ہوتا ہے۔

(ii) مقناطیسی قطبین پر

زمینی مقناطیسی میدان، زمین کی سطح کے عمودی(Vertical) ہوتا ہے۔ اس سے یہ معلوم ہوتا ہے کہ مقناطیسی قطب نما کی سوئی زاویۂ ڈپ $I = 90^{\circ}$ (جھکاؤ کے زاویہ) پر رکے گی۔ لہٰذا،

$$B_H = 0$$
$$B_V = B_E$$

اس سے یہ ظاہر ہوتاہے کہ خط استوا پر عمودی جزو (Vertical component) بہت زیادہ ہوتا ہے اور افقی جزو صفر ہوتا ہے۔

مثال 3.1

ایک مقام پر زمینی مقناطیسی میدان کے افقی جزو اور عمودی جزو بالترتیب 0.15G اور 0.26G ہیں۔ جھکاؤ کا زاویہ (angle of dip) اور حاصل شدہ مقناطیسی میدان معلوم کریں۔ (جس میں G کا مطلب gauss ہے جو مقناطیسی میدان کی cgs اکائی ہے۔ $1\text{G} = 10^{-4}\ \text{T}$)

$$B_V = 0.26\ \text{G} \text{ اور } B_H = 0.15\ \text{G}$$

$$\tan I = \frac{0.26}{0.15} \Rightarrow I = \tan^{-1}(1.732) = 60^{\circ}$$

حاصل شدہ مقناطیسی میدان

$$B = \sqrt{B_H^2 + B_V^2} = 0.3\ \text{G}$$

کیا آپ جانتے ہیں ؟

آرورا بورئیلس اور آرور ا آسٹریلس Aurora Borealis and Aurora Australis

اعلیٰ ارض البلد والے علاقوں (آرکٹک اور انٹارٹک کے قریب) میں رہنے والے، رات کے وقت، آسمان میں مختلف رنگین نظارے دیکھ پاتے ہیں۔ آسمان میں دکھائی دینے والے یہ رنگین نظارے aurora boreals (شمالی روشنیاں) یا aurora australis (جنوبی روشنیاں) کہلاتی ہیں۔ عام طور پر یہ روشنیاں قطبی روشنیاں کہلاتی ہیں۔ یہ روشنیاں شمالی اور جنوبی نصف کروں کے مقناطیسی قطبوں کے اوپر نظر آتی ہیں۔ شمال میں وہ auroraboreals اور جنوب میں aurora australis کہلاتے ہیں۔

فضا میں موجود گیسی ذرات اور شمسی کوموج (solar wind) کے ذریعہ سورج کی فضا سے آنے والے اعلیٰ بار بردار ذرات کے آپس میں ملنے کی وجہ سے یہ روشنیاں پیدا ہوتی ہیں۔ ان ذرات کے ٹکراؤ کی وجہ سے روشنی بنتی ہے۔ جب کہ مختلف رنگ ٹکراؤ پانے والی مختلف گیسوں پر منحصر ہیں۔ باربردار آکسیجن کے ذرات کے آپسی ٹکراؤ سے ایک ہلکا زرد۔سبز رنگ بنتا ہے اور باربردار نائٹروجن کے سالموں کے ٹکراؤ سے ایک نیلا یا پیازی سرخ آرورا بنتا ہے۔







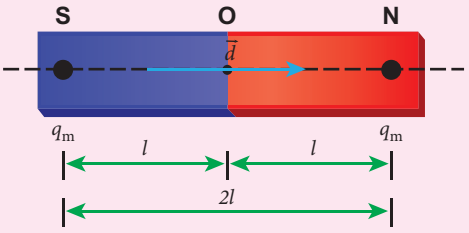


3.1.2 مقناطیس کی بنیادی خصوصیات
Basic properties of magnets

بار مقناطیس کی وضاحت میں استعمال ہونے والے چند اصطلاحات ذیل میں پیش کئے جارہے ہیں

(a) مقناطیسی قطبینی حرکت: Magnetic dipole moment

کسی بار مقناطیس کا ملاحظہ کریں جیساکہ خاکہ 3.6 میں بتایا گیا ہے۔ فرض کریں کہ q_m مقناطیسی قطب کی قطبی طاقت ہے اور 1 بار مقناطیس کے جغرافیائی مرکز 'O' سے قطب کے ایک سرے تک کی لمبائی ہے۔ قطبی طاقت (pole Strength) اور مقناطیسی لمبائی کا حاصل ضرب مقناطیسی قطبینی حرکت کہلاتا ہے۔ یہ ایک سمتی مقدار ہے جو $\vec{p}_m$ سے ظاہر کی جاتی ہے



خاکہ 3.6 ایک بار مقناطیس

$$\vec{p}_m = q_m \vec{d} \qquad (3.4)$$

جہاں $\vec{d}$ ایک سمتیہ (Vector) ہے جو جنوبی قطب سے شمالی قطب تک کھینچی جاتی ہے اور اس کی مقدار $|\vec{d}| = 2l$ ہے۔ مقناطیسی قطبینی حرکت کی مقدار $p_m = 2q_m l$ magnetic moment ہے۔

اس کی SI اکائی ایمپیر مربع میٹر Am^2 ہے اور اس کی سمت جنوبی قطب سے شمالی قطب کی جانب ہوتی ہے

(b) مقناطیسی میدان

مقناطیسی میدان ہر مقناطیس کے اطراف کا وہ علاقہ یا خلا ہے جس کے اندر دوسرا مقناطیس، مقناطیسی اثر محسوس کرتا ہے۔ **اکائی قطبی طاقت کا جو قوتی احساس ایک بار مقناطیس محسوس کرتا ہے وہی اس مقام پر مقناطیسی میدان $\vec{B}$ کہلاتا ہے۔**

$$\vec{B} = \frac{1}{q_m}\vec{F} \qquad (3.5)$$

اس کی اکائی $N\,A^{-1}\,m^{-1}$ (یا ٹیسلا) ہے

(c) مقناطیس کے اقسام: مقناطیس کے دو اہم اقسام ہیں۔

قدرتی مقناطیس اور مصنوعی مقناطیس؛ مثال کے طور پر لوہا، کوبالٹ، نکل (Nickel) وغیرہ قدرتی مقناطیس ہیں۔ یہ اپنے اندر کمزور مقناطیسی طاقت رکھتے ہیں اور ان کی کوئی متعین شکل نہیں ہوتی۔ مطلوبہ طاقت اور شکل حاصل کرنے کے لئے مصنوعی مقناطیس بنائے جاتے ہیں۔ اگر کوئی مقناطیس مستطیل نما یا استوانہ نما ہو تو اسے بار مقناطیس کہتے ہیں۔

مقناطیس کی خصوصیات

مندرجۂ ذیل میں بار مقناطیس کی خصوصیات بیان کی گئی ہیں۔ (خاکہ 3.7)

(1) ایک آزادانہ لٹکایا گیا بار مقناطیس ہمیشہ شمال جنوب کی سمت کے مطابق ہی رکے گا۔

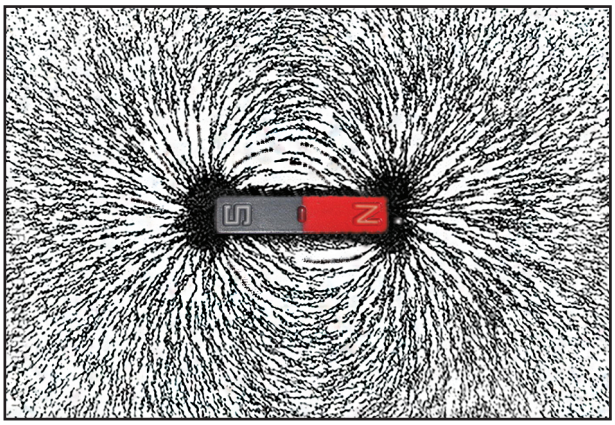
(2) ایک مقناطیس دوسرے مقناطیس یا مقناطیسی اشیاء کو اپنی طرف کھینچتا ہے یا ڈھکیلتا ہے، کھینچنے اور ڈھکیلنے کی قوت بار مقناطیس کے کناروں پر زیادہ ہوتی ہے۔ بار مقناطیس کو لوہے کے برادے میں ڈبوئے جانے پر وہ ذرات اس کے کناروں سے چمٹ جاتے ہیں۔

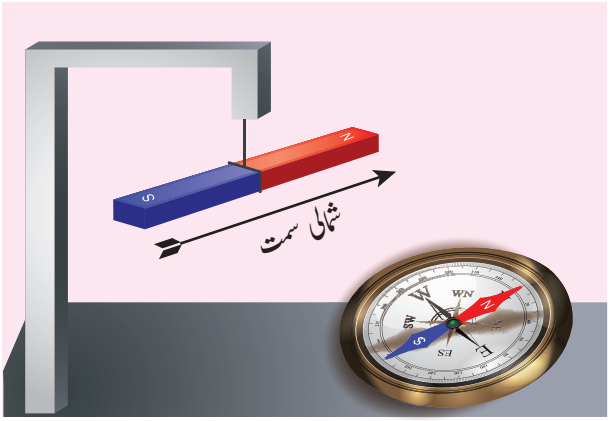
(3) جب ایک مقناطیس کئی ٹکڑوں میں توڑا جاتا ہے تو اس کا ہر ٹکڑا ایک نیا مقناطیس بن جاتا ہے اور ان سب کے سرے قطب بن جاتے ہیں۔

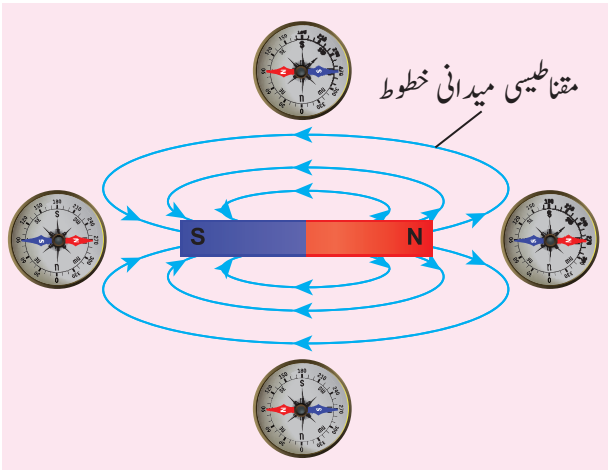
(4) ایک مقناطیس کے دو قطب، ایک دوسرے کے برابر طاقت رکھتے ہیں۔

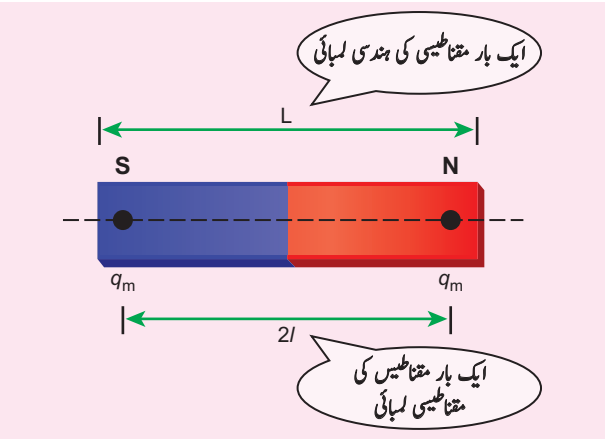
(5) بار مقناطیس کی لمبائی ہندسی (geometrical) فاصلہ کہلاتی ہے۔ ایک مقناطیس میں موجود دو قطبوں کا درمیانی فاصلہ مقناطیسی فاصلہ کہلاتا ہے۔ مقناطیسی فاصلہ ہمیشہ ہندسی فاصلے سے تھوڑا سا کم ہوتا ہے۔ مقناطیسی لمبائی اور ہندسی لمبائی کی نسبت $\frac{5}{6}$ ہے۔

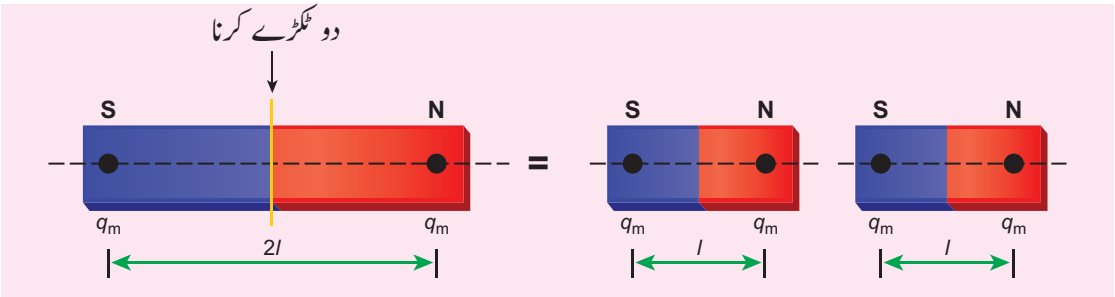
$$\frac{\text{مقناطیسی لمبائی}}{\text{ہندسی لمبائی}} = \frac{5}{6} = 0.833$$











خاکہ 3.7 بار مقناطیس کی خصوصیات

مثال 3.2

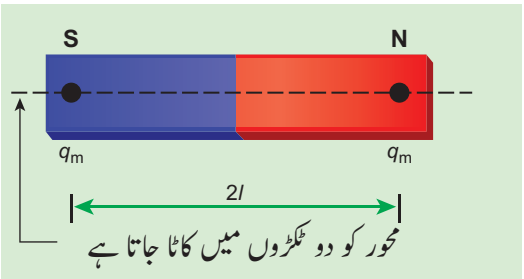
فرض کریں کہ ایک بار مقناطیس کی مقناطیسی لمبائی $d = 2l$ ہے، اس کی مقناطیسی قطبینی حرکت $\vec{P}_m$ ہے اور اس کی قطبی طاقت q_m ہے، اس کو

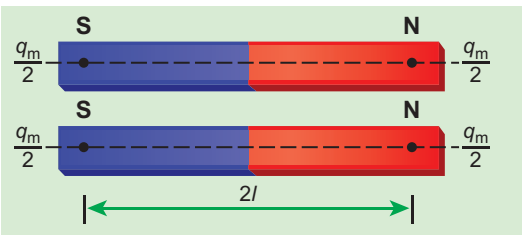
(a) لمبائی کے ساتھ اور

(b) چوڑائی کے ساتھ دو ٹکڑے کرنے پر اس کی مقناطیسی قطبینی حرکت (magnetic moment) حاصل کریں۔

حل

(a) مقناطیس کو اس کی لمبائی کے ساتھ ٹکڑے کیا جاتا ہے۔





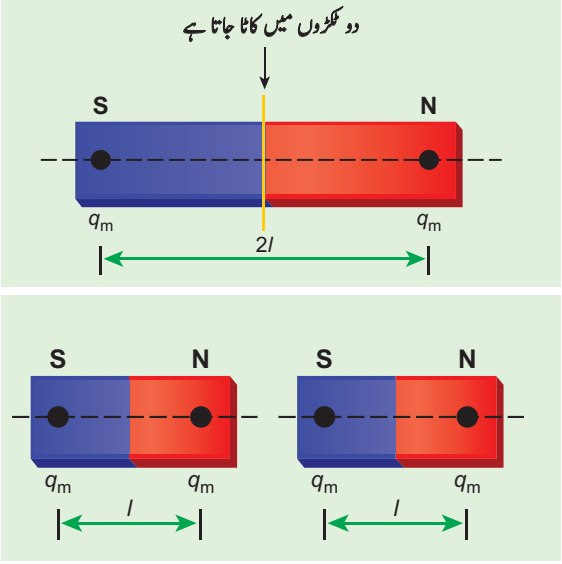
جب بار مقناطیس کو اس کے محور کے تحت دو ٹکڑوں میں کاٹا جاتا ہے تو مقناطیسی لمبائی تبدیل نہیں ہوتی، مگر مقناطیسی قطبی طاقت یوں تبدیل ہوتی ہے $q'_m = \frac{q_m}{2}$۔ لہذا مقناطیسی قطبینی حرکت (magnetic moment) یہ ہے

$$p'_m = q'_m 2l$$

$$p'_m = \frac{q_m}{2} 2l = \frac{1}{2}(q_m 2l) = \frac{1}{2} p_m$$

$$\vec{p}'_m = \frac{1}{2}\vec{p}_m$$ اس کا سمتی اظہار یہ ہے

(b) بار مقناطیس کو اس کی چوڑائی کے ساتھ ٹکڑے کیا جاتا ہے۔



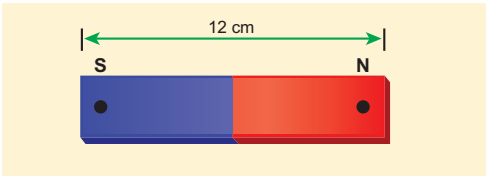
جب بار مقناطیس کو اس کی چوڑائی کے تحت دو ٹکڑوں میں کاٹاجاتا ہے تو مقناطیسی قطبی طاقت تبدیل نہیں ہوتی مگر مقناطیسی لمبائی آدھی ہوجاتی ہے۔ لہذا magnetic moment

$$p'_m = q_m \times \frac{1}{2}(2l) = \frac{1}{2}(q_m \cdot 2l) = \frac{1}{2} p_m$$

$$\vec{p}'_m = \frac{1}{2}\vec{p}_m$$ اس کو سمتی وضاحت میں اس طرح لکھا جائے گا۔

مثال 3.3

اگر ایک مساوی بار مقناطیس کی ہندسی لمبائی 12 سمر ہو تو اس کی مقناطیسی لمبائی دریافت کریں۔ نیز اس کے قطبی نقطوں کی نشاندہی کریں۔



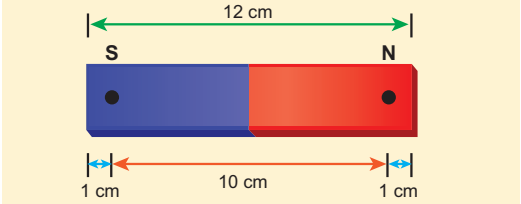
حل

مقناطیس کی ہندسی لمبائی 12 سمر ہے

$$\text{مقناطیسی لمبائی} = \frac{5}{6} \times \text{ہندسی لمبائی}$$

$$= \frac{5}{6} \times 12 = 10\,\text{cm}$$

اس خاکہ کے نقطے قطبی نقطوں کو ظاہر کرتے ہیں



نوٹ

(i) قطبی طاقت ایک قدری یا عددی مقدار ہے اس کی ابعاد M^0LT^0A ہے، اس کی SI اکائی (Newton Per tesla) NT^{-1} یا (ampere- metre) Am ہے۔

(ii) برق سکونیت (Electrostatics) میں مثبت اور منفی بار کی طرح ایک مقناطیس کا شمالی قطب مقناطیسی میدان کی سمت میں ایک قوت محسوس کرتا ہے جب کہ مقناطیس کا جنوبی قطب مقناطیسی میدان کی مخالف سمت میں قوت محسوس کرتا ہے۔

(iii) قطبی طاقت، مقناطیسی مادے کی فطرت، عمودی تراش کا رقبہ اور مقناطے کی حالت پر منحصر ہوتی ہے۔

(iv) اگر ایک مقناطیس کو اس کی لمبائی کے تحت (لمبائی کو برقرار رکھتے ہوئے) ٹھیک نصف ٹکڑوں میں کاٹا جاتا ہے تو قطبی طاقت نصف بن جاتی ہے۔

(v) اگر ایک مقناطیس کو اس کی لمبائی کے عمودی طور پر (لمبائی کو نصف کرکے) دو ٹکڑے بنادیا جاتا ہے تو قطبی طاقت نہیں بدلتی۔

(vi) جب کسی مقناطیس کو کاٹا جاتا ہے تو ہم شمالی قطب اور جنوبی قطب کو علاحدہ علاحدہ حاصل نہیں کرسکتے۔ بلکہ ہمیں دو مقناطیس حاصل ہوتے ہیں۔ بالفاظ دیگر یک قطبی مقناطیس کا پایا جانا فطری طور پر ناممکن ہے۔

مقناطیسی میدانی خطوط (Magnetic field lines)

1۔ مقناطیسی میدانی خطوط مسلسل بند منحنیاں ہیں۔ مقناطیس کے باہر ان خطوط کی سمت شمالی قطب سے جنوبی قطب کی جانب ہوتی ہے جب کہ مقناطیس کے اندر ان خطوط کی سمت جنوبی قطب سے شمالی قطب کی جانب ہوتی ہے۔

2۔ مقناطیسی میدانی خطوط کے کسی بھی نقطہ پر مماس کھینچ کر اس نقطہ پر مقناطیسی میدان کی سمت کا پتہ لگایا جاسکتا ہے۔

3۔ مقناطیسی میدانی خطوط ایک دوسرے کو قطع نہیں کرتے ورنہ مقناطیسی قطب نما کی سوئی دو مختلف سمت ظاہر کرسکتی تھی جو کہ ناممکن ہے۔

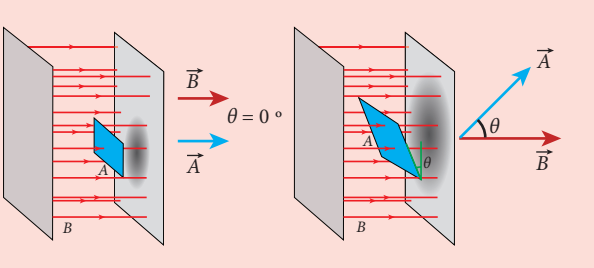
4۔ میدانی خطوط کے قریبی زاویئے (درجے) مقناطیسی میدان کی باہمی قوت کی وضاحت کرتے ہیں۔ یعنی جہاں یہ خطوط زیادہ کثیف ہوتے ہیں، وہاں مقناطیسی میدان بہت مضبوط ہوتا ہے اور جہاں یہ خطوط دور دور ہوتے ہیں وہاں مقناطیسی میدان کمزور ہوتا ہے۔

(d) مقناطیسی نفاذ یا بہاؤ Magnetic Flux

کسی بھی رقبہ کے ذریعہ عمودی طور پر گذرنے والے مقناطیسی خطوط کی تعداد، مقناطیسی نفاذ یا مقناطیسی بہاؤ (Magnetic Flux) Φ_B کہلاتی ہے۔ ایک مساوی مقناطیسی میدان $\vec{A}$ میں، $\vec{B}$ رقبہ والی ایک سطح کے ذریعہ مقناطیسی بہاؤ کو حسابی طور پر یوں بیان کیا جاسکتا ہے۔

$$\Phi_B = \vec{B}.\vec{A} = BA\cos\theta = B_\perp A \qquad (3.6)$$

جہاں θ $\vec{A}$ اور $\vec{B}$ کا درمیانی زاویہ ہے جیسا کہ خاکہ میں بتایا گیا ہے



خاکہ 3.8 مقناطیسی بہاؤ

مخصوص صورت حال

(a) جب سطح $\vec{B}$ کے عمودی ہو یعنی $\theta = 0°$ تو مقناطیسی بہاؤ $\Phi_B = BA$ ہے (انتہا)

(b) جب $\vec{B}$ سطح کے متوازی ہو یعنی $\theta = 90°$ تو مقناطیسی بہاؤ $\Phi_B = 0$ صفر ہوگا۔

اگر سطح پر سے گذرنے والا مقناطیسی میدان مساوی نہ ہو تو مساوات 3.6 کو اس طرح لکھ سکتے ہیں۔

$$\Phi_B = \int \vec{B}.\mathrm{d}\vec{A}$$

مقناطیسی بہاؤ ایک عددی مقدار ہے۔ مقناطیسی بہاؤ کی SI اکائی ویبر (weber) ہے۔ اسے wb سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ مقناطیسی بہاؤ کا ابعادی ضابطہ dimensional formula $\left[ML^2T^{-2}A^{-1}\right]$ مقناطیسی بہاؤ کی CGS اکائی maxwell ہے۔

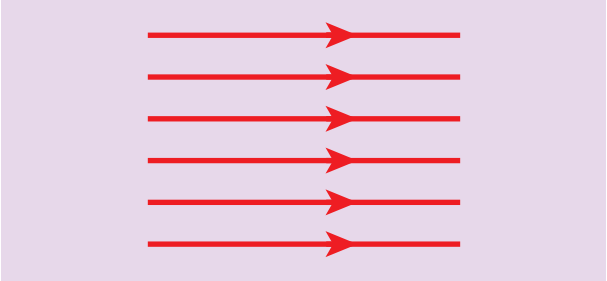
$$1 \text{ weber} = 10^8 \text{ maxwell}$$

مقناطیسی میدانی خطوط کے عمودی سمت میں رکھے گئے فی اکائی رقبہ سے گزرنے والے مقناطیسی خطوط کی تعداد، مقناطیسی بہاؤ کی کثافت کہلاتی ہے۔ اس کی اکائی ویبر فی مربع میٹر $Wb\ m^{-2}$ یا ٹیسلا (tesla) (T) ہے۔

(e) یکساں مقناطیسی میدان اور غیر یکساں مقناطیسی میدان

یکساں مقناطیسی میدان

ایک دئے گئے مقام میں تمام نقاط پر اگر مقناطیسی میدان کی قدر اور سمت یکساں ہو تو اسے یکساں مقناطیسی میدان کہا جائے گا۔ مثال: مقامی طور پر زمینی مقناطیسی میدان یکساں ہوتا ہے۔

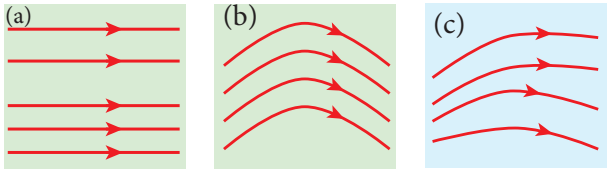


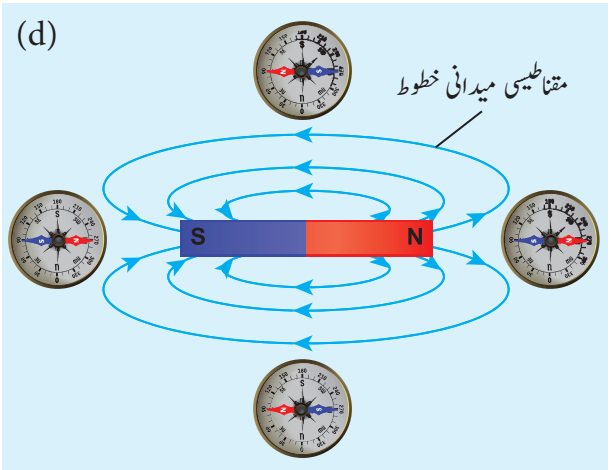
خاکہ 3.9 یکساں مقناطیسی میدان

آپ کی اسکول کے کل رقبہ پر زمینی مقناطیسی میدان کی مقدار (قدر) یکساں ہوتی ہے۔

غیر یکساں مقناطیسی میدان

ایک دئے گئے مقام میں مختلف نقاط پر اگر مقناطیسی میدان کی قدر یا سمت یا دونوں مختلف ہوں تو اسے غیر یکساں مقناطیسی میدان کہا جائے گا۔

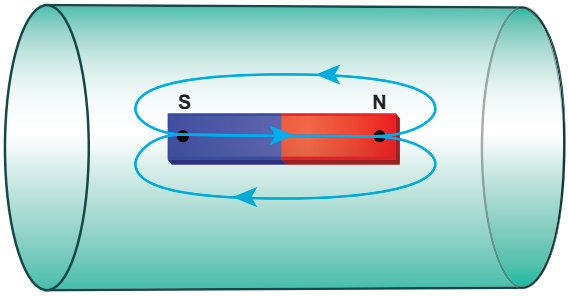




خاکہ 3.10 غیر یکساں مقناطیسی میدان
(a) سمت مستقل ہے (b) سمت غیر مستقل ہے
(c) قدر اور سمت دونوں غیر مستقل ہیں ۔
(d) ایک بار مقناطیس کا مقناطیسی میدان

مثال 3.4

مقناطیسی قطبین (سمجھئے کہ یہ ایک بار مقناطیس ہے) لئے ہوئے ایک بند سطح (جیسا کہ خاکہ میں بتایا گیا ہے) سے آنے ولا مقناطیسی بہاؤ دریافت کریں۔



حل

قطبین کو گھیری ہوئی بند سطح 'S' سے نکلنے والا کل بہاؤ صفر ہے۔ لہذا

$$\Phi_B = \oint \vec{B}.\mathrm{d}\vec{A} = 0$$

یہاں احصاء یعنی انٹگرل (integral) کو بند سطح کے تحت لیا گیا ہے۔ چونکہ کسی بھی تنہا مقناطیسی قطب (جسے مقناطیسی یک قطبی کہتے ہیں) کا وجود ہی نہیں ہے، لہذا یہ انٹیگرل ہمیشہ صفر ہی رہے گا۔

$$\oint \vec{B}.\mathrm{d}\vec{A} = 0$$

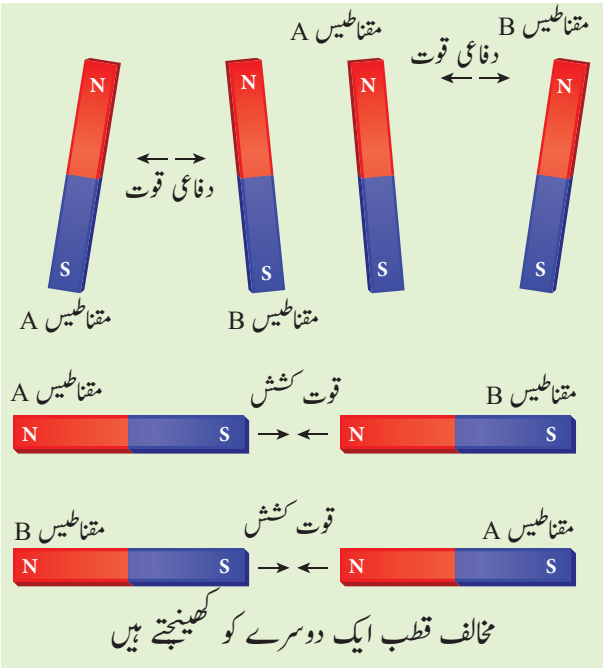
یہ برق سکونیت میں گاس کے کلیہ (Gauss's law) ہی کی طرح ہے۔

3.2 کولوم کے معکوس کے مربع کا مقناطیسی کلیہ
Coulomb's inverse square law of magnetism

خاکہ 3.11 میں بتائے گئے A اور B دو بار مقناطیسوں پر غور کریں۔ جب A اور B کے شمالی قطب اور شمالی قطب، یا جنوبی قطب اور جنوبی قطب کو قریب لایا جائے تو وہ ایک دوسرے کو ڈھکیلتے ہیں۔

دوسری طرف A اور B کے شمالی قطب اور جنوبی قطب یا جنوبی قطب اور شمالی قطب کو قریب لایا جاتا ہے تو وہ ایک دوسرے کو کھینچنے لگتے ہیں۔

یہ کولوم کے پرسکون باروں (static Charges) کے کلیہ ہی کی طرح معلوم ہوتا ہے جسے آپ نے پہلی اکائی میں پڑھا تھا۔ (مخالف بار ایک دوسرے کو کھینچتے ہیں اور مساوی بار ایک دوسرے کو ڈھکیلتے ہیں)۔ ان دونوں کی یکسانیت پر مد نظر رکھتے ہوئے برق سکونیت کے کولوم کے کلیہ کی طرح مقناطیسیت میں بھی ہم کولوم کا کلیہ یوں بیان کرسکتے ہیں (خاکہ 3.12)۔



مخالف قطب ایک دوسرے کو کھینچتے ہیں

خاکہ 3.11 مقناطیسی قطب باروں کی طرح برتاؤ کرتے ہیں۔ یکساں قطب ڈھکیلتے ہیں۔ مخالف قطب کھینچتے ہیں۔

کسی مقناطیس کے قطبین کی درمیانی قوت کشش یا قوت دفاع ان کی قطبی طاقتوں کے حاصل ضرب کے راست تناسب میں اور ان کے درمیانی مربع فاصلہ کے معکوس تناسب میں ہوتی ہے۔

حسابی طور پر ہم یوں لکھ سکتے ہیں

$$\vec{F} \propto \frac{q_{m_A} q_{m_B}}{r^2} \hat{r}$$

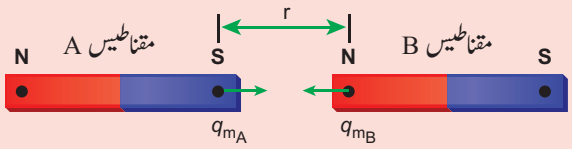
جہاں q_{m_A} اور q_{m_B} دو قطبوں کی قطبی طاقتیں ہیں اور r مقناطیسی قطبوں کا درمیانی فاصلہ ہے۔

$$\vec{F} = k \frac{q_{m_A} q_{m_B}}{r^2} \hat{r} \qquad (3.7)$$

$$F = k \frac{q_{m_A} q_{m_B}}{r^2} \quad \text{عددی مقدار میں} \qquad (3.8)$$

جس میں K ایک تناسبی مستقلہ (Proportionality Constant) ہے جس کی مقدار اطراف کے واسطے پر منحصر ہوتی ہے۔ SI نظام میں آزاد خلا (Free Space) کے لئے K کی قیمت ہے $k = \frac{\mu_\circ}{4\pi} \approx 10^{-7}\,\mathrm{H\,m^{-1}}$

جس میں μ_o آزاد خلاء (ہوا یا خلاء) کی مطلق نفوذ پذیری absoulute permeability ہے اور H ہنری (henry) کے لئے استعمال کیا جاتا ہے۔



خاکہ 3.12 کولوم کا کلیہ۔ دو مقناطیسی قطبوں کی درمیانی قوت

مثال 3.5

ہوا میں دو مقناطیسی قطبوں کی قوت دفاع $9 \times 10^{-3}\,\mathrm{N}$ ہے۔ اگر دونوں طاقت میں برابر ہوں اور ان کو 10 سم کے فاصلے تک جدا کیا جائے تو ہر قطب کی قطبی طاقت معلوم کریں۔

حل

دو قطبوں کی درمیانی قوت کی وضاحت اس طرح کی جاتی ہے

$$F = k \frac{q_{m_A} q_{m_B}}{r^2}$$

دیا گیا ہے کہ $F = 9 \times 10^{-3}\,\mathrm{N}, r = 10\,\mathrm{cm} = 10 \times 10^{-2}\,\mathrm{m}$

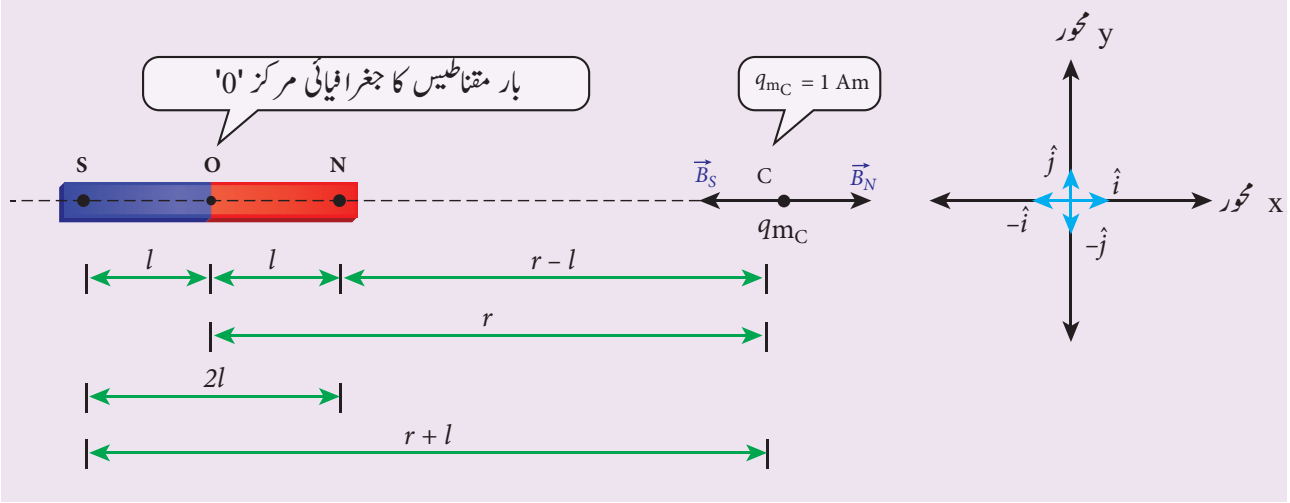
چونکہ، $q_{m_A} = q_{m_B} = q_m$ ہم رکھتے ہیں

$$9 \times 10^{-3} = 10^{-7} \times \frac{q_m^2}{\left(10 \times 10^{-2}\right)^2} \Rightarrow q_m = 30\ \mathrm{NT^{-1}}$$

3.2.1 مقناطیسی قطبین (بار مقناطیس) کی وجہ سے اس کے محور ہی کے ایک نقطہ پر مقناطیسی میدان

Magnetic field at a point along the axial line of the magnetic dipole (bar magnet)

ایک بار مقناطیس NS پر غور کریں (خاکہ 3.13) فرض کریں N شمالی قطب ہے۔ S جنوبی قطب ہے۔ دونوں کی قطبی طاقت q_m ہے اور ان کا درمیانی فاصلہ $2l$ ہے۔ فرض کریں C ایک نقطہ ہے جو قطبین ہی کے محور پر ہے۔ ہندسی مرکز 'O' سے 'C' تک کا فاصلہ 'r' ہے۔ ایک اکائی شمالی قطب



خاکہ 3.13 مقناطیسی قطبین کی وجہ سے اس کے محور کے ایک نقطہ پر مقناطیسی میدان

(q_{m_C} = 1 Am) کو لے کر C پر مقناطیسی میدان یوں معلوم کرسکتے ہیں۔

شمالی قطب کی وجہ سے C پر مقناطیسی میدان یہ ہوگا۔

$$\vec{B}_N = \frac{\mu_\circ}{4\pi}\frac{q_m}{(r-l)^2}\hat{i} \qquad (3.9)$$

جس میں (r–l) بار مقناطیس کے شمالی قطب اور C پر اکائی شمالی قطب کا درمیانی فاصلہ ہے۔

جنوبی قطب کی وجہ سے C پر مقناطیسی میدان یہ ہوگا۔

$$\vec{B}_S = -\frac{\mu_\circ}{4\pi}\frac{q_m}{(r+l)^2}\hat{i} \qquad (3.10)$$

جس میں (r+l) بار مقناطیس کے جنوبی قطب اور C پر اکائی شمالی قطب کا درمیانی فاصلہ ہے۔

'C' مقام پر مقناطیسی قطبین کی وجہ سے حاصل ہونے والا کل مقناطیسی میدان یہ ہے۔

$$\vec{B} = \vec{B}_N + \vec{B}_S$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_\circ}{4\pi}\frac{q_m}{(r-l)^2}\hat{i} + \left(-\frac{\mu_\circ}{4\pi}\frac{q_m}{(r+l)^2}\hat{i}\right)$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_\circ q_m}{4\pi}\left(\frac{1}{(r-l)^2} - \frac{1}{(r+l)^2}\right)\hat{i}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_\circ 2r}{4\pi}\left(\frac{q_m\cdot(2l)}{(r^2-l^2)^2}\right)\hat{i} \qquad (3.11)$$

چونکہ مقناطیسی قطبینی حرکت (dipole moment) کی مقدار $|\vec{p}_m| = p_m = q_m \cdot 2l$ ہے، C پر کے مقناطیسی میدان کو اس طرح لکھا جاسکتا ہے۔

$$\vec{B}_{axial} = \frac{\mu_\circ}{4\pi}\left(\frac{2rp_m}{(r^2-l^2)^2}\right)\hat{i} \qquad (3.12)$$

بار مقناطیس کے ہندسی مرکز 'O' اور نقطہ 'C' کے مقام کے درمیانی فاصلے کے مقابلہ میں اگر بار مقناطیس میں موجود قطبین کا درمیانی فاصلہ کم ہو(جو کہ ایک چھوٹا مقناطیس معلوم ہوتا ہو) تو C $(r >> l)$

$$(r^2-l^2)^2 \approx r^4 \qquad (3.13)$$

لہذا مساوات 3.13 = کو 3.12 میں استعمال کرکے ہم حاصل کرتے ہیں۔

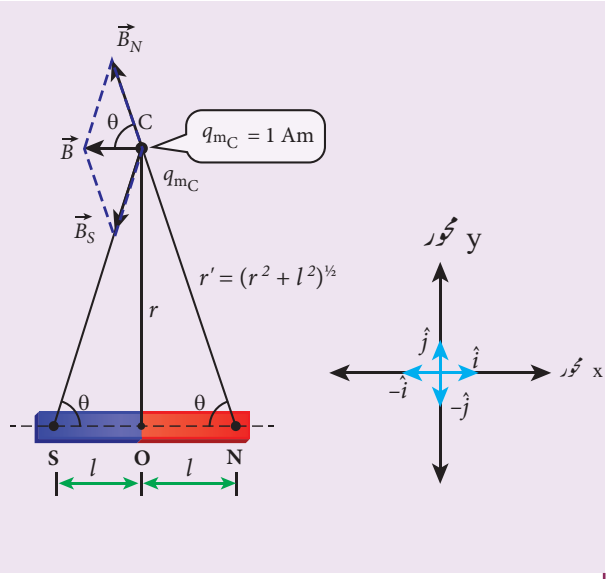
$$\vec{B}_{axial} = \frac{\mu_\circ}{4\pi}\left(\frac{2p_m}{r^3}\right)\hat{i} = \frac{\mu_\circ}{4\pi}\frac{2}{r^3}\vec{p}_m \qquad (3.14)$$

جہاں $\vec{p}_m = p_m\hat{i}$

3.2.2 مقناطیسی قطبین (بار مقناطیس) کی وجہ سے اس کے خط استوا کے ایک نقطہ پر مقناطیسی میدان

Magnetic field at a point along the equatorial line due to a magnetic dipole (bar magnet)

فرض کریں NS ایک بارمقناطیس ہے جیسا کہ خاکہ میں بتایا گیا ہے۔ فرض کریں کہ N اس کا شمالی قطب اور S اس کا جنوبی قطب ہے۔ دونوں کی قطبی طاقت qm ہے اور ان کا درمیانی فاصلہ $2l$ ہے۔ فرض کریں کہ 'C' قطبین کے خط استوائی مقام پر ایک نقطہ ہے۔ ایک اکائی شمالی قطب $(q_{mC} = 1 \text{ A m})$ کو لے کر، C پر مقناطیسی میدان کو یوں معلوم کرسکتے ہیں۔



خاکہ 3.14 مقناطیسی قطبین کی وجہ سے اس کے خط استوا کے ایک نقطہ پر مقناطیسی میدان

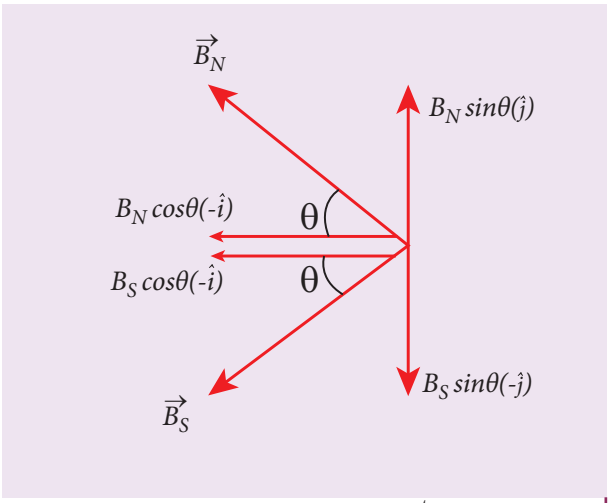
شمالی قطب کی وجہ سے 'C' پر مقناطیسی میدان اس طرح ہوگا۔

$$\vec{B}_N = -B_N \cos\theta \hat{i} + B_N \sin\theta \hat{j} \qquad (3.15)$$

جس میں $B_N = \frac{\mu_\circ}{4\pi} \frac{q_m}{r'^2}$

جہاں $r' = (r^2 + l^2)^{\frac{1}{2}}$

جنوبی قطب کی وجہ سے C پر مقناطیسی میدان کچھ اس طرح ہوگا۔



خاکہ 3.15 مقناطیسی میدان کے اجزاء

$$\vec{B}_S = -B_S \cos\theta \hat{i} - B_S \sin\theta \hat{j} \qquad (3.16)$$

جہاں $B_S = \frac{\mu_\circ}{4\pi} \frac{q_m}{r'^2}$

مساوات 3.15 اور 3.16 کی مدد سے، قطبین کی وجہ سے 'C' پر کل مقناطیسی میدان یہ ہے۔

$$\vec{B} = \vec{B}_N + \vec{B}_S$$

$$\vec{B} = -(B_N + B_S)\cos\theta \hat{i} \qquad B_N = B_S$$

$$\vec{B} = -\frac{2\mu_\circ}{4\pi} \frac{q_m}{r'^2} \cos\theta \hat{i} = -\frac{2\mu_\circ}{4\pi} \frac{q_m}{(r^2 + l^2)} \cos\theta \hat{i} \qquad (3.17)$$

خاکہ 3.14 کے مطابق ایک مثلث قائمۃ الزاویہ NOC میں

$$\cos\theta = \frac{adjacent}{hypotenuse} = \frac{l}{r'} = \frac{l}{(r^2 + l^2)^{\frac{1}{2}}} \qquad (3.18)$$

مساوات 3.18 کو مساوات 3.17 میں حل کرنے پر ہمیں حاصل ہوتا ہے۔

$$\vec{B} = -\frac{\mu_\circ}{4\pi} \frac{q_m \times (2l)}{(r^2 + l^2)^{\frac{3}{2}}} \hat{i} \qquad (3.19)$$

چونکہ مقناطیسی قطبینی حرکت (dipole moment) کی مقدار $|\vec{p}_m| = p_m = q_m \cdot 2l$ ہے، اسے مساوات 3.19 میں حل کرنے پر، C نقطہ پر مقناطیسی میدان یہ ہے۔

$$\vec{B}_{equatorial} = -\frac{\mu_\circ}{4\pi}\frac{p_m}{(r^2+l^2)^{\frac{3}{2}}}\hat{i} \qquad (3.20)$$

مقناطیس کے ہندسی مرکز 'O' اور نقطہ 'C' کے مقام کے درمیانی فاصلے کی بہ نسبت، اگر بار مقناطیس میں موجود قطبین کا درمیانی فاصلہ کم ہو، (چھوٹا مقناطیس معلوم ہوتا ہو) (r>>l) تو

$$(r^2+l^2)^{\frac{3}{2}} \approx r^3 \qquad (3.21)$$

لہٰذا، مساوات 3.21 کو مساوات 3.20 میں استعمال کرکے ہم حاصل کرسکتے ہیں۔

$$\vec{B}_{equatorial} = -\frac{\mu_\circ}{4\pi}\frac{p_m}{r^3}\hat{i}$$

چونکہ $p_m\hat{i} = \vec{p}_m$ ہے، خط استوائی مقام پر موجود مقناطیسی میدان کو اس طرح پیش کیا جائے گا۔

$$\vec{B}_{equatorial} = -\frac{\mu_\circ}{4\pi}\frac{\vec{p}_m}{r^3} \qquad (3.22)$$

نوٹ کریں کہ محور پر B_{axial} کی مقدار خط استوائی کے مقام پر کے $B_{equatorial}$ کی مقدار سے دگنی ہے اور B_{axial} اور $B_{equatorial}$ کی سمت ایک دوسرے کی مخالف ہے۔

مثال 3.6

ایک چھوٹے سے بار مقناطیس کی مقناطیسی حرکت $0.5\ J\ T^{-1}$ ہے۔ اگر بار مقناطیس اس کے مرکز سے (a) مقناطیس کے محوری خط پر (b) بار مقناطیس کے خط استوائی مقام پر، 0.1 میٹر دوری پر رکھا گیا ہو تو اس سے پیدا ہونے والے مقناطیسی میدان کی قدر اور سمت معلوم کریں۔

حل

دیا گیا ہے کہ مقناطیسی حرکت $0.5\ J\ T^{-1}$ (جول فی ٹیسلا ہے) اور فاصلہ r= 0.1m ہے۔

(a) جب نقطہ بار مقناطیس کی محوری خط پر ہو تو، مقناطیس کا مقناطیسی میدان یوں ہوگا۔

$$\vec{B}_{axial} = \frac{\mu_\circ}{4\pi}\left(\frac{2p_m}{r^3}\right)\hat{i}$$

$$\vec{B}_{axial} = 10^{-7}\times\left(\frac{2\times0.5}{(0.1)^3}\right)\hat{i} = 1\times10^{-4}\ \hat{i}\ T$$

چنانچہ محور کے ساتھ مقناطیسی میدان کی مقدار $B_{axial}=1\times10^{-4}T$ ہوگی اور اس کی سمت جنوب سے شمال کی جانب ہوگی۔

(b) جب نقطہ بار مقناطیس کی عمودی قطاع (استوائی خط) پر ہو تو، چھوٹے مقناطیس کا مقناطیسی میدان اس طرح ہوگا۔

$$\vec{B}_{equatorial} = -\frac{\mu_\circ}{4\pi}\frac{p_m}{r^3}\hat{i}$$

$$\vec{B}_{equatorial} = -10^{-7}\left(\frac{0.5}{(0.1)^3}\right)\hat{i} = -0.5\times10^{-4}\ \hat{i}\ T$$

چنانچہ، استوائی خط پر مقناطیسی میدان کی مقدار $B_{equatorial} = 0.5\times10^{-4}\ T$ ہوگی اور اس کی سمت شمال سے جنوب کی جانب ہوگی۔

نوٹ کریں کہ محور پر B_{axial} کی مقدار خط استوا مقام پر کے $B_{equatorial}$ کی مقدار سے دوگنی ہے اور B_{axial} اور $B_{equatorial}$ کی سمت ایک دوسرے کی مخالف ہے۔

3.3

یکساں مقناطیسی میدان میں ایک بار مقناطیس پر عمل پذیر قوت گردشہ (Torque)

(نوٹ: قوت گردشہ۔ وہ قوت جو گردشی حرکت پیدا کرتی ہے)

Torque Acting on a BAR magnet in uniform magnetic field

$2l$ لمبائی اور q_m قطبی طاقت والے ایک مقناطیس کا تصور کریں جو ایک یکساں مقناطیسی میدان میں رکھا گیا ہو جیسا کہ خاکہ 3.16 میں بتایا گیا ہے۔ مقناطیس کے دونوں قطب $q_m B$ مقدار ہی کی ایک قوت، مگر مخالف سمت میں محسوس کرتے ہیں۔ لہٰذا مقناطیس پر عمل پیرا ہونے والی کل قوت صفر ہے اور اسی لئے اس میں کسی قسم کی حرکت دکھائی نہیں دیتی۔ یہ دو مساوی اور مخالف قوتیں (بار مقناطیس کے لگ بھگ درمیانی حصہ پر) قوتوں کی ایک جوڑی (Couple) بناتے ہیں جس سے مقناطیس، مقناطیسی میدان B کی سمت کے ساتھ ہوجاتا ہے۔

شمالی قطب سے محسوس کی جانے والی قوت

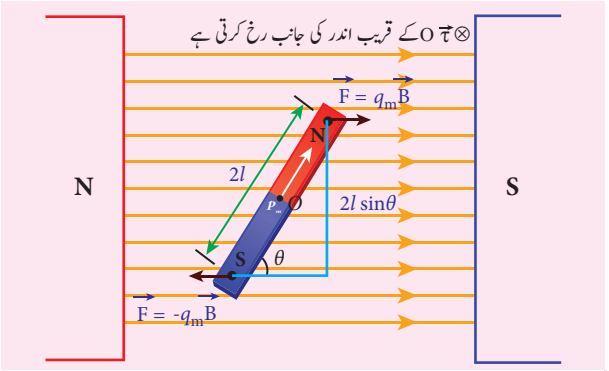
$$\vec{F}_N = q_m \vec{B} \qquad (3.23)$$

جنوبی قطب سے محسوس کی جانے والی قوت

$$\vec{F}_S = -q_m \vec{B} \qquad (3.24)$$

مساوات 3.23 اور مساوات 3.24 کو جمع کرنے پر ہم قطبین پر عمل پیرا ہونے والی کل قوت حاصل کرتے ہیں۔

$$\vec{F} = \vec{F}_N + \vec{F}_S = \vec{0}$$



خاکہ 3.16 یکساں مقناطیسی میدان میں رکھے گئے مقناطیسی قطبین

O نقطہ کے تحت شمالی اور جنوبی قطبین سے محسوس کی جانے والی قوت گردشہ یا قوت کی حرکت یہ ہے۔

$$\vec{\tau} = \overrightarrow{ON} \times \vec{F}_N + \overrightarrow{OS} \times \vec{F}_S$$
$$\vec{\tau} = \overrightarrow{ON} \times q_m \vec{B} + \overrightarrow{OS} \times \left(-q_m \vec{B}\right)$$

دائیں ہاتھ کے کارک کے پیچ کے قانون Right hand corkscrew rule کا استعمال کرتے ہوئے ہم اس نتیجہ پر پہنچتے ہیں کہ کل قوت گردشہ کاغذ کی جانب رخ کرتی ہے۔ چونکہ قدریں $\left|q_m \vec{B}\right| = \left|-q_m \vec{B}\right|$ اور $\left|\overrightarrow{ON}\right| = \left|\overrightarrow{OS}\right| = l$ ہیں، نقطہ 'O' پر کل قوت گردشہ کی مقدار یہ ہے۔

$$\tau = l \times q_m B \sin\theta + l \times q_m B \sin\theta$$
$$= 2l \times q_m B \sin\theta$$
$$\tau = p_m B \sin\theta \qquad \left(\because q_m \times 2l = p_m\right)$$

$$\vec{\tau} = \vec{p}_m \times \vec{B} \quad \text{سمتیہ وضاحت میں} \qquad (3.25)$$

کیا آپ جانتے ہیں؟

(a) آپ کی تجربہ گاہ میں آزادانہ طور پر لٹکایا گیا ایک بار مقناطیس قوت گردشہ (گردشی حرکت) ہی سے کیوں متاثر ہوتا ہے۔ آگے پیچھے، یا دائیں بائیں کی حرکت کیوں نہیں کرتا حالانکہ زمین کا مقناطیسی میدان غیر یکساں ہوتا ہے؟

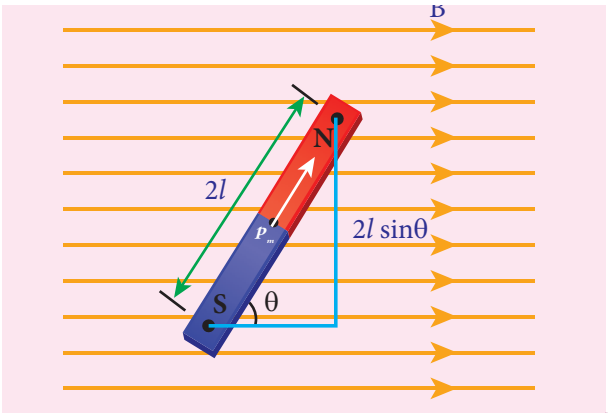
یہ اس لئے کہ مقامی طور پر (پورے لیبورٹیری میں) زمین کا مقناطیسی میدان یکساں ہوتا ہے۔

(b) اگر ہم آزادانہ طور پر لٹکائے گئے ایک بار مقناطیس کو ایک غیر مساوی مقناطیسی میدان میں رکھ دیں تو کیا ہوگا؟

وہ (کل قوت کی وجہ سے) خطی حرکت بھی کرے گا اور (قوت گردشہ کی وجہ سے) گردشی حرکت بھی کرے گا۔

3.3.1 ایک یکساں مقناطیسی میدان میں ایک بار مقناطیس کی توانائی بالقواہ

Potential energy of a bar magnet in a uniform magnetic field



خاکہ 3.17 ایک یکساں مقناطیسی میدان میں ایک بار مقناطیس (مقناطیسی قطبین)

جب قطبینی حرکت $\vec{p}_m$ رکھنے والے ایک بار مقناطیس (مقناطیسی قطبین) کو یکساں مقناطیسی میدان $\vec{B}$ کے ساتھ θ زاویہ پر رکھا جاتا ہے جیسا کہ خاکہ 3.17 میں بتایا گیا ہے، تو قطبین پر عمل پیرا ہونے والی قوت گردشہ (Torque) یہ ہوگی۔

$$\left|\vec{\tau}_B\right| = \left|\vec{p}_m\right|\left|\vec{B}\right|\sin\theta$$

اگر قطبین کو ایک مستقل سمتی رفتار کے ساتھ قوت گردشہ (torque) τ_B کے مخالف سمت میں چھوٹے سے زاویائی ہٹاؤ

$d\theta$ کے ساتھ گھمایا جائے تو اس چھوٹے سے زاویائی ہٹاؤ کے لئے بیرونی قوت گدشہ ($\vec{\tau}_{ext}$) کے ذریعہ کیا گیا کام یہ ہے۔

$$dW = |\vec{\tau}_{ext}|d\theta$$

سلاخی مقناطیس کو مستقل زاویائی ہٹاؤ پر حرکت دیا جائے، جو یہ ظاہر کرتا ہے $|\vec{\tau}_B| = |\vec{\tau}_{ext}|$

$$dW = p_m B \sin\theta \, d\theta$$

قطبین کو θ' سے θ تک گھمانے کے لئے کیا گیا کل کام

$$W = \int_{\theta'}^{\theta} \tau d\theta = \int_{\theta'}^{\theta} p_m B \sin\theta d\theta = p_m B\left[-\cos\theta\right]_{\theta'}^{\theta}$$

$$W = -p_m B(\cos\theta - \cos\theta')$$

یہی کیا گیا کام θ زاویہ پر (جب وہ θ' سے θ تک گھمایا جاتا ہے) بار مقناطیس میں توانائی بالقواہ کے طور پر ذخیرہ اندوز ہوتا ہے اور اسے اس طرح لکھا جاسکتا ہے۔

$$U = -p_m B(\cos\theta - \cos\theta') \qquad (3.26)$$

درحقیقت مساوات (3.26) θ' اور θ کے زاویائی حالتوں کے درمیان موجود توانائی بالقواہ کے فرق کو ظاہر کرتی ہے۔ اگر ہم $\theta' = 90^o$ کو مطالعاتی نقطہ کے طور پر منتخب کرلیں تاکہ مساوات کا دوسرا حصہ صفر ہوجائے تو مساوات 3.26 کو اس طرح لکھا جاسکتا ہے۔

$$U = -p_m B\,(\cos\theta) \qquad (3.27)$$

ایک یکساں مقناطیسی میدان میں موجود ایک بار مقناطیس کی توانائی بالقواہ یہ ہے۔

$$U = -\vec{p}_m \cdot \vec{B} \qquad (3.28)$$

صورت حال I

(i) اگر $\theta = 0^o$ ہو تو

$$U = -p_m B\,(\cos 0^\circ) = -p_m B$$

(ii) اگر $\theta = 180^o$ ہو تو

$$U = -p_m B\,(\cos 180^\circ) = p_m B$$

اوپر کے دو نتیجوں سے ہم یہ اخذ کرسکتے ہیں کہ جب بار مقناطیس بیرونی مقناطیسی میدان کے متوازی ہوتا ہے تو اس کی توانائی بالقواہ کم ہوتی ہے اور جب وہ بیرونی مقناطیسی میدان کے غیر متوازی ہوتا ہے تو اس کی توانائی بالقواہ زیادہ ہوتی ہے۔

مثال 3.7

ایک مقناطیسی قطبین پر قیاس کریں جو بیرونی مقناطیسی میدان کے آن (on) ہونے پر دو ہی ممکن طریقوں پر سمت بندی کرتا ہے یعنی وہ یا تو مقناطیسی میدان کی سمت (میدان کے متوازی) میں ہوتا ہے یا مقناطیسی میدان کی سمت کے غیر متوازی ہوتا ہے۔ ممکنہ سمت بندی کے لئے توانائی دریافت کریں۔

حل

فرض کریں کہ $\vec{p}_m$ قطبین ہو اور بیرونی مقناطیسی میدان آن ہونے سے پہلے، اس میں کسی قسم کی سمت بندی نہ ہو۔ لہذا توانائی U = 0 ہوگی۔

جیسے ہی بیرونی مقناطیسی میدان کو آن کیاجائے گا، مقناطیسی قطبین کی سمت بندی، توانائی کے ساتھ مقناطیسی میدان کے متوازی ($\theta = 0^o$) ہوگی اور توانائی یہ ہوگی۔

$$U_{\text{متوازی}} = U_{\text{کم از کم}} = -p_m B\cos 0$$
$$U_{\text{متوازی}} = -p_m B$$

اس لئے کہ $\cos 0^o = 1$

ورنہ مقناطیسی قطبین کی سمت بندی مقناطیسی میدان کے غیر متوازی ($\theta = 180^o$) ہوگی اور توانائی یہ ہوگی۔

$$U_{\text{ضد متوازی}} = U_{\text{زیادہ سے زیادہ}} = -p_m B\cos 180$$
$$\Rightarrow U_{\text{ضد متوازی}} = p\ B$$

کیونکہ $\cos 180^o = -1$

3.4 مقناطیسی خصوصیات
Magnetic properties

تمام اشیاء فطری طور پر مقناطیسی نہیں ہوتے اور نہ وہ ایک ہی طرح کا برتاؤ کرتے ہیں۔ لہذا مقناطیسی اشیاء کو ایک دوسرے میں تفریق کرنے کے لئے چند پیمانے استعمال کئے جاتے ہیں، وہ یہ ہیں۔

(a) مقناطیسی والا میدان : Magnetising Field

وہ مقناطیسی میدان جو ایک نمونہ یا شئے کو مقناطیسی کے لئے استعمال کیا جاتاہے، مقناطیسی والا میدان کہلاتا ہے۔ یہ ایک سمتی مقدار ہے جسے $\vec{H}$ سے ظاہر کیا جاتا ہے اور اس کی اکائی ایمپیر فی میٹر $A\ m^{-1}$ ہے۔

(b) مقناطیسی انجذاب (نفوذ پذیری):

Magnetic permeability

ایک شئے کی اپنے اندر سے مقناطیسی میدانی خطوط کو گذارنے کی قابلیت یا ایک شئے کی مقناطیسیت جمع کرنے کی قابلیت کی مقدار یا ایک شئے کے ذریعہ مقناطیسی میدان کی دخولیت کا درجہ مقناطیسی انجذاب (نفوذ پذیری) کہلاتا ہے۔

آزاد خلا(Free space) میں یہ نفوذ پذیری (یا مطلق انجذاب) سے ظاہر کیا جاتا ہے اور دوسرے واسطوں کے لئے μ_0 سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ ایک واسطے کے مطلق انجذاب μ اور آزاد خلا کے انجذاب μ_r کی درمیانی نسبت، نسبتی انجذاب (نفوذ پذیری) relative permeability کہلاتا ہے۔

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_\circ} \qquad (3.29)$$

نسبتی انجذاب (نفوذ پذیری) ایک غیر ابعادی عدد ہے۔ اس کی کوئی اکائی نہیں ہوتی۔ آزاد خلاء (ہوا یا خلاء) کے لئے نسبتی نفوذ پذیری Unity ہے یعنی $\mu_r = 1$ ہے۔

(c) مقناطیسی جانے کی شدت

کسی بھی بڑی شئے (مخصوص جسامت کی شئے) میں ایک بڑی تعداد کے جوہر ہوتے ہیں۔ ہر جوہر میں الکٹران ہوتے ہیں جو گردش میں رہتے ہیں۔ گردشی حرکت کی وجہ سے الکٹران میں مقناطیسی حرکت پائی جاتی ہے جو کہ ایک سمتی مقدار ہے۔ عام طور پر یہ مقناطیسی حرکتیں بے ترتیب سمت میں ہوتی ہیں۔ اس لئے شئے کی فی اکائی حجم کی کل مقناطیسی حرکت صفر ہوتی ہے۔

ایسی کسی شئے کو جب بیرونی مقناطیسی میدان میں رکھا جاتا ہے تو اس کے جوہری قطبین امالی (induced) ہوجاتے ہیں چنانچہ وہ جزوی طور پر یا کلی طور پر اپنے آپ کو مقناطیسی میدان کی سمت میں جوڑنے کی کوشش کرتے ہیں۔

ایک شئے کی فی اکائی حجم میں ہونے والی مقناطیسی حرکت مقناطیسی جانے کی شدت intensity of Magnetisation کہلاتی ہے۔ یہ ایک سمتی مقدار ہے۔ حسابی طور پر

$$\vec{M} = \frac{\text{مقناطیسی حرکت}}{\text{حجم}} = \frac{\vec{p}_m}{V} \qquad (3.30)$$

مقناطیسی جانے کی شدت کی SI اکائی ایمپیر فی میٹر (ampere metre^{-1}) ہے۔ $2l$ لمبائی، q_m قطبی طاقت اور A عمودی تراش کا رقبہ رکھنے والے ایک بار مقناطیس کے لئے جس کی مقناطیسی حرکت $\vec{p}_m = q_m 2\vec{l}$ ہوتی ہو اوراس بار مقناطیس کا حجم $V = A|2\vec{l}| = 2lA$ ہوتا ہو اس کے لئے مقناطیسی جانے کی شدت یہ ہوگی۔

$$\vec{M} = \frac{\text{مقناطیسی حرکت}}{\text{حجم}} = \frac{q_m 2\vec{l}}{2lA} \qquad (3.31)$$

قدری طور پر مساوات (3.31) اس طرح ہوگی۔

$$|\vec{M}| = M = \frac{q_m \times 2l}{2l \times A} \Rightarrow M = \frac{q_m}{A}$$

اس کا مطلب یہ ہے کہ ایک بار مقناطیس کے فی اکائی رقبہ (سطحی رقبہ) کی قطبی طاقت ہی اس بار مقناطیس کے مقنائے جانے کی شدت ہے۔

(d) مقناطیسی امالیت magnetic induction یا کل مقناطیسی میدان

جب ایک ملائم لوہے نما شئے کو ایک یکساں مقنانے والے میدان $\vec{H}$ میں رکھا جاتا ہے تو وہ شئے مقنائی جاتی ہے۔ نمونے کی اندرونی مقناطیسی امالیت (کل مقناطیسی میدان) $\vec{B}$ مقنانے والے میدان H کی وجہ سے خلا میں پیدا ہونے والے مقناطیسی میدان $\vec{B}_o$ اور شئے کی امالی مقناطیسیت کی وجہ سے پیدا ہونے والے مقناطیسی میدان $\vec{B}_m$ کے حاصل جمع کے برابر ہوتی ہے۔

$$\vec{B} = \vec{B}_o + \vec{B}_m = \mu_\circ \vec{H} + \mu_\circ \vec{M}$$

$$\Rightarrow \vec{B} = \vec{B}_o + \vec{B}_m = \mu_\circ (\vec{H} + \vec{M}) \qquad (3.32)$$

(e) مقناطیسی اثر پذیری (Magnetic susceptibility)

جب کسی شئے کو مقنانے والے میدان $\vec{H}$ میں رکھا جاتا ہے تو مقناطیسی اثر پذیری بتاتی ہے کہ بیرونی مقناطیسی میدان کے ساتھ وہ کس قسم کا برتاؤ کرتی ہے۔ بالفاظ دیگر، مقناطیسی اثر پذیری اس کی پیمائش کرتی ہے کہ کسی شئے کو بہ آسانی مقنایا جاسکتا ہے یا نہیں۔ اس کی تعریف یوں کی جاتی ہے کہ یہ شئے میں پیدا ہونے والی مقنائے جانے کی شدت $\left(\vec{H}\right)$ کے ساتھ مقنانے والے میدان $\left(\vec{M}\right)$ کی نسبت ہے۔

$$\chi_m = \frac{|\vec{M}|}{|\vec{H}|} \qquad (3.33)$$

یہ ایک غیر ابعادی مقدار ہے۔ چند ہم رخی اشیاء (isotropic) کی مقناطیسی اثر پذیری جدول 3.1 میں دی گئی ہیں۔

جدول 3.1 مختلف اشیاء کے لئے مقناطیسی اثر پذیری

شئے	مقناطیسی اثر پذیری (χ_m)
الومینیم	2.3×10^{-5}
تانبا	-0.98×10^{-5}
ہیرا	-2.2×10^{-5}
سونا	-3.6×10^{-5}
پارہ	-3.2×10^{-5}
چاندی	-2.6×10^{-5}
ٹی ٹینیم	7.06×10^{-5}
ٹنگسٹن	6.8×10^{-5}
کاربن ڈائی آکسائیڈ (1 atm)	-2.3×10^{-9}
آکسیجن (1 atm)	2090×10^{-9}

مثال 3.8

ایک سلاخی مقناطیس کی مقنائے جانے کی شدت کا حساب لگائیے جس کی کمیت، مقناطیسی حرکت اور کثافت بالترتیب 200 گرام، 2 Am^2 اور 8 گرام فی مکعب سمر ہیں۔

حل

$$\text{کثافت} = \frac{\text{کمیت}}{\text{حجم}} \Rightarrow \text{حجم} = \frac{\text{کمیت}}{\text{کثافت}}$$

$$\text{حجم} = \frac{200\times10^{-3}\,\text{kg}}{\left(8\times10^{-3}\,\text{kg}\right)\times10^{6}\,\text{m}^{-3}}$$

$$= 25 \times 10^{-6}\text{m}^3$$

مقناطیسی حرکت کی مقدار $p_m = 2\,\text{A m}^2$

مقنائے جانے کی شدت

$$M = \frac{\text{مقناطیسی حرکت}}{\text{حجم}} = \frac{2}{25\times10^{-6}}$$

$$M = 0.8\times10^{5}\,\text{A m}^{-1}$$

مثال 3.9

اس تعلق کو استعمال کرتے ہوئے $\vec{B} = \mu_{\circ}(\vec{H} + \vec{M})$

ثابت کریں کہ $\chi_m = \mu_r - 1$

حل

$$\vec{B} = \mu_{\circ}(\vec{H} + \vec{M})$$

مگر مساوات 3.36 سے اور سمتی اظہار سے

$$\vec{M} = \chi_m \vec{H}$$

$$\vec{B} = \mu_{\circ}(\chi_m + 1)\vec{H} \Rightarrow \vec{B} = \mu\vec{H} \quad \text{چنانچہ}$$

$$\mu = \mu_{\circ}(\chi_m + 1) \Rightarrow \chi_m + 1 = \frac{\mu}{\mu_{\circ}} = \mu_r \quad \text{جہاں}$$

$$\Rightarrow \chi_m = \mu_r - 1$$

مثال 3.10

X اور Y نامی دو اشیاء مقنائے جاتے ہیں۔ ان کی مقنائے جانے کی شدت بالترتیب 500Am^{-1} اور 2000 A m^{-1} ہیں۔ اگر مقنانے والے مقناطیسی میدان کی مقدار 1000 A m^{-1} ہو تو بتائیے کہ ان میں سے کون سی شئے بآسانی مقنائی جاسکتی ہے۔

حل

X شئے کی اثر پذیری یہ ہے

$$\chi_{m,\text{X}} = \frac{|\vec{M}|}{|\vec{H}|} = \frac{500}{1000} = 0.5$$

Y شئے کی اثر پذیری یہ ہے

$$\chi_{m,\text{Y}} = \frac{|\vec{M}|}{|\vec{H}|} = \frac{2000}{1000} = 2$$

Y شئے کی اثر پذیری X شئے کی اثر پذیری سے زیادہ ہے۔ اس سے پتہ چلتا ہے کہ Y کو آسانی سے مقنا یا جاسکتا ہے۔

3.5 مقناطیسی اشیاء کی درجہ بندی
Classification of magnetic materials

مقنانے والے میدان میں مقناطیسی اشیاء کے برتاؤ کی بنیاد پر انہیں عام طور پر تین قسموں میں درجہ بند کیا جاتا ہے وہ دوہری، اکہری، اور فیرو مقناطیسی اشیاء ہیں۔

(a) دوہری مقناطیسی اشیاء: (Diamagnetic material)

جوہری مرکزہ کے اطراف چکر لگانے والے الکٹرانوں کی گردشی حرکت، محوری راستے کی مسطح کے عمودی طور پر ایک مقناطیسی میدان پیدا کرتی ہے۔ اسی لئے ہر الکٹرانی مدار کی مستقل مداری مقناطیسی قطبینی حرکت ہوتی ہے۔ چونکہ دیگر الکٹرانوں کی مداری سطحیں بے ترتیب طریقے سے سمت بند ہوتی ہیں، کل مقناطیسی حرکتوں کا سمتی حاصل جمع صفر ہوتا ہے اور ہر جوہر کے لئے کوئی مجموعی مقناطیسی حرکت نہیں ہوتی۔

ایک یکساں بیرونی مقناطیسی میدان کی موجودگی میں چند الکٹرانوں کی رفتار تیز ہوجاتی ہے اور چند الکٹرانوں کی رفتار سست ہوجاتی ہے۔ Lenz's law کے تحت وہ الکٹران جن کی حرکتیں غیر متوازی ہوتی ہیں وہ تیز ہوجاتے ہیں اور اس وجہ سے میدان کی مخالف سمت میں ایک امالی مقناطیسی حرکت پیدا ہوتی ہے۔ جیسے ہی بیرونی میدان ہٹا لیا جاتا ہے۔ یہ امالی حرکت غائب ہوجاتی ہے۔

جب انہیں ایک غیر یکساں مقناطیسی میدان میں رکھا جاتا ہے تو امالی مقناطیسی حرکت اور بیرونی مقناطیسی میدان کے آپسی تعامل سے ایک قوت پیدا ہوتی ہے جس سے وہ شئے بیرونی میدان کے مضبوط حصے سے کمزور حصہ کی طرف حرکت کرنے لگتی ہے۔ اس کا مطلب یہ ہے کہ دوہری مقناطیسی شئے میدان سے دفاع کی جاتی ہے۔

یہ عمل دوہرا مقناطیسی عمل (diamagnetic) کہلاتا ہے اور ایسی اشیاء دوہری مقناطیسی اشیاء کہلاتی ہیں۔ مثال؛ بسمت، تانبا اور پانی وغیرہ دوہری مقناطیسی اشیاء کی خصوصیات یہ ہیں۔

(i) مقناطیسی اثر پزیری منفی ہوتی ہے۔

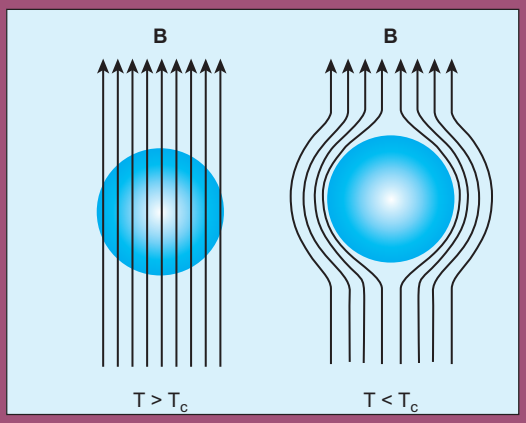
(ii) مقناطیسی نفوذ پذیری، Unity سے تھوڑا کم ہوتی ہے۔

(iii) جب یہ مقناطیسی میدان میں رکھے جاتے ہیں تو ان اشیاء کی وجہ سے مقناطیسی میدانی خطوط دفاع یا خارج کردئے جاتے ہیں۔

(iv) اثر پذیری تپش سے تقریباً غیر متاثر ہے۔

نوٹ

اعلی موصلات (Super Conductors) بہترین دوہری مقناطیسی اشیاء ہیں، ایک اعلیٰ موصل میں اس کی سادہ حالت سے اعلیٰ موصلی حالت پر منتقلی کے دوران مقناطیسی بہاؤ کا اخراج، (Meissner effect) میسنر اثر کہلاتا ہے۔



خاکہ 3.18 میسنر اثر۔ مروری تپش یا منتقلی تپش T_C کے اندر اعلیٰ موصلات بہترین دوہری مقناطیسی اشیاء کی طرح برتاؤ کرتے ہیں

(b) اکہری مقناطیسی اشیاء
(Paramagnetic materials)

چند مقناطیسی اشیاء میں موجود ہر جوہر یا سالموں کے پاس مجموعی مقناطیسی قطبینی حرکت ہوتی ہے۔ حرکت کا وہ مجموعہ، مدار اور الکٹرانوں کی گردشی مقناطیسی حرکت کا سمتی حاصل جمع ہوتاہے۔ چونکہ ان مقناطیسی حرکتوں کی سمت بندی بے ترتیب ہوتی ہے۔ اشیاء کی کل مقناطیسی حرکت صفر ہوتی ہے۔

کیا آپ جانتے ہیں؟

مقناطیسی اڑن ریل
(Magnetic levitated train)

مقناطیسی اڑن ریل کو میگلیو maglev بھی کہا جاتاہے۔ برق مقناطیس کے استعمال کی وجہ سے یہ گاڑی پٹری سے چند سمر اوپر ہی تیرنے لگتی ہے۔ اس میں کسی قسم کے پہیے نہیں ہوتے۔ اس میں ایک طریقہ اپنایا گیا ہے جس میں ایک شئے بغیر کسی سہارے کے ٹھہری رہتی ہے۔ اڑن ریل میں مقناطیس کی دو جوڑیوں کا استعمال کیا جاتا ہے۔ ایک جوڑی ریل کو دفاع کرکے ریل کو اوپر اٹھائے رکھنے کے لئے اور دوسری جوڑی تیرتی ہوئی ریل کو بغیر کسی رگڑ کے، آگے کی جانب تیز دوڑانے کے لئے ہوتی ہے۔ روایتی ریل گاڑیوں کے مقابلہ میں یہ بہت تیز ہیں۔ بغیر رگڑ کے دوڑتی ہیں اور ماحول کی آلودگی سے بھی پاک ہیں۔ ان کے اندر مستقبل میں اور تیزی سے چلنے کی قابلیت اور ٹکنالوجی موجود ہے۔



بیرونی مقناطیسی میدان کی موجودگی میں جوہری قطبوں پر عمل پیرا ہونے والی قوت گدشہ (torque) انہیں مقناطیسی میدان کی سمت میں رکھتی ہے۔ اس کے نتیجہ میں دئے گئے میدان کی سمت میں ایک کل امالی مقناطیسی قطبینی حرکت پیدا ہوتی ہے۔ جب تک بیرونی مقناطیسی میدان کا وجود رہتا ہے یہ امالی قطبینی حرکت برقرار رہتی ہے۔

جب انہیں ایک غیر یکساں مقناطیسی میدان میں رکھا جاتا ہے تو یہ اکہری مقناطیسی اشیاء مقناطیسی میدان کے کمزور حصے سے مضبوط حصے کی طرف حرکت کرنے کی قابلیت رکھتے ہیں۔ اشیاء جو بیرونی میدان کی سمت میں کمزور مقناطیسیت کا اظہار کرتے ہیں۔ اکہری مقناطیسی اشیاء کہلاتی ہیں۔

مثالیں

الومنیم، پلاٹینیم، کرومیم اور آکسیجن وغیرہ

اکہری مقناطیسی اشیاء کی خصوصیات یہ ہیں

(i) مقناطیسی اثر پذیری مثبت اور چھوٹی ہوتی ہے۔

(ii) مقناطیسی انجذاب (Permeability)، Unity سے زیادہ ہوتا ہے۔

(iii) جب یہ مقناطیسی میدان میں رکھے جاتے ہیں تو ان اشیاء کی وجہ سے مقناطیسی میدانی خطوط کھنچے جاتے ہیں۔

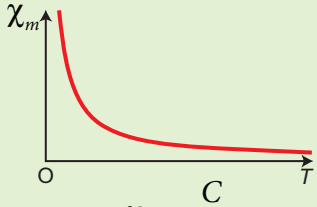
(iv) اثر پذیری تپش کے بلا راست تناسب میں ہوتی ہے۔

کیوری کا کلیہ: (Curie's law)

جب تپش بڑھائی جاتی ہے تو حرارتی ارتعاش، مقناطیسی قطبینی حرکت کی ترتیب، الٹنے لگتی ہے۔ لہذا تپش کے اضافہ کے ساتھ مقناطیسی اثر پذیری کم ہونے لگتی ہے۔ بہت سے معاملات میں شئے کی اثر پذیری یہ ہوتی ہے۔

$$\chi_m \propto \frac{1}{T} \quad \text{یا} \quad \chi_m = \frac{C}{T}$$

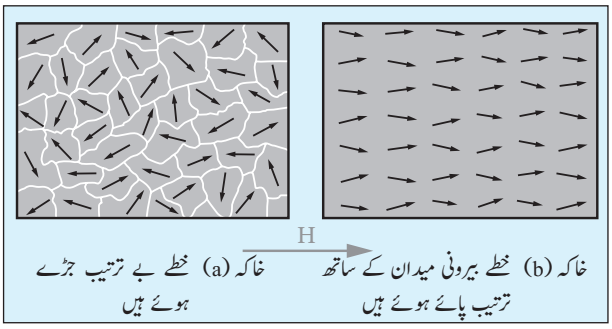
یہ نسبت کیوری کا کلیہ کہلاتی ہے۔ یہاں 'C' کیوری کی مستقلہ کہلاتی ہے اور تپش T کیلون میں ہوتی ہے۔ خاکہ 3.19 میں مقناطیسی اثر پزیری اور تپش کے درمیانی گراف کو ظاہر کیا گیا ہے جو کہ ایک مستطیلی Hyperbola ہے۔



خاکہ 3.19 کیوری کا کلیہ اثر پذیری بالمقابل تپش

(C) فیرو مقناطیسی اشیاء: Ferromagnetic materials

ایک فیرو مقناطیسی شئے میں موجود ایک جوہر یا سالمہ اسی طرح کلی مقناطیسی قطبینی حرکت لئے ہوئے ہوتا ہے جس طرح اکہرے مقناطیسی شئے میں ہوتا ہے۔ ایک فیرو مقناطیسی شئے فیرو مقناطیسی علاقے کہلانے والے چھوٹے چھوٹے خطوں سے بنی ہوتی ہے (خاکہ 3.20)۔ ہر خطے کے اندر مقناطیسی حرکتیں بر وقت کسی بھی سمت میں ترتیب پائے رہتی ہیں۔ یہ ترتیبی الکٹرانی گردش سے پیدا ہونے والی مضبوط آپسی تعامل سے عمل پذیر ہوتی ہے جو اندرونی جوہری فاصلے پر مبنی ہوتی ہے۔ ہر خطے کے پاس ایک مخصوص سمت میں ایک کل مقناطیسیت موجود ہوتی ہے۔ بہرحال ہر خطے کی مقناطیسی سمت مختلف ہی رہتی ہے اور اس لئے اس شئے کی کل مقناطیسیت صفر ہی رہتی ہے۔



خاکہ 3.20 فیرو مقناطیسی اشیاء ۔ مقناطیسی خطے

بیرونی مقناطیسی میدان کی موجودگی میں دو باتیں عمل پذیر ہوتی ہیں

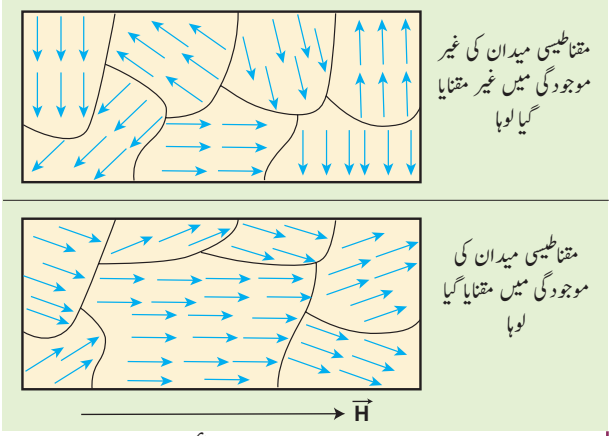
(1) میدانی سمت کے متوازی مقناطیسی حرکت والے خطے بڑے ہونے لگتے ہیں۔

(2) دوسرے خطے جو میدان کے متوازی نہیں ہیں، اپنے آپ کو میدان کی سمت میں ترتیب دینے کے لئے میدان کی جانب پلٹ جاتے ہیں۔

ان کاموں کی وجہ سے شئے کے اندر بیرونی مقناطیسی میدان کی سمت میں ایک مضبوط کلی مقناطیسیت پیدا ہو جاتی ہے (خاکہ 3.21)۔

ایک غیر یکساں مقناطیسی میدان میں رکھے جانے پر یہ فیرو مقناطیسی اشیاء مقناطیسی میدان کے کمزور حصے سے مضبوط حصے کی طرف ایک بڑی قوت کے ساتھ حرکت کرنے کی قابلیت رکھتے ہیں۔ اشیاء جو بیرونی میدان کی سمت میں طاقتور مقناطیسیت کا اظہار کرتی ہیں۔ فیرو مقناطیسی اشیاء کہلاتی ہیں۔ مثالیں لوہا، Nickel اور کوبالٹ۔

فیرو مقناطیسی اشیاء کی خصوصیات یہ ہیں۔



خاکہ 3.21 خطوں میں مقنائے جانے کا عمل

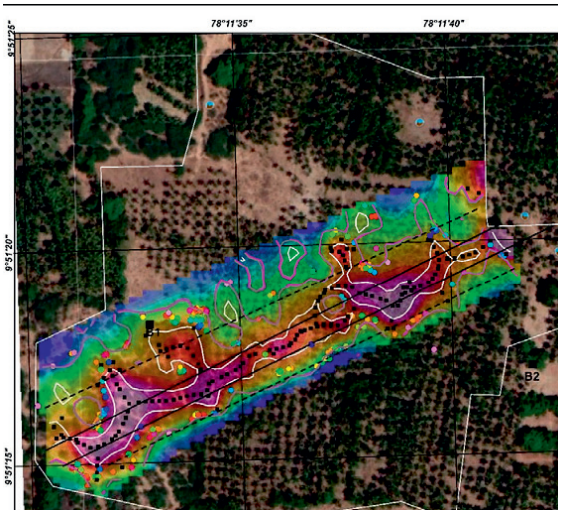
کیا آپ جانتے ہیں؟

زندگی کے مختلف مرحلوں میں مقناطیسیت ایک دلچسپ کردار ادا کرتی ہے۔ Keezhadi ٹمل ناڈو میں آثار قدیمہ رکھنے والا ایک مقام ہے اس کے ساتھ بھی مقناطیسیت کا تعلق ہے۔ اگر یہ جانچنا ہو کہ کسی جگہ کے اندرونی حصہ میں کوئی آثار قدیمہ کا وجود ہے یا نہیں، مقنامیٹر سے معائنہ کرنے کی ایک بہت ہی منظم ٹیکنیک استعمال کی جاتی ہے۔



خاکہ.1

اس طریقۂ کار میں جانچ کئے جانے والے مقام کے ساتھ مقناطیسی میدان کی ہونے والی تبدیلی کا مطالعہ کیا جاتا ہے۔ مقناطیسی معدنیات، میگنیٹائیٹ اور اس سے متعلقہ معدنیات، جو آثار قدیمہ (جیسے دفن شدہ دیواریں، گھڑے، اینٹیں، قبریں، عجائبات اور قدیم آبادی و الے علاقے) میں موجود ہوتی ہیں، ان کی وجہ سے مقنا میٹر میں تغیر پیدا ہوتا ہے۔ وہ معدنیات فطری طور پر اکہری، دوہری، یا فیرو مقناطیسی ہوتی ہیں اور ان تمام اشیاء کی مقناطیسی اثر پذیری کی حدیں مختلف ہوتی ہیں۔



خاکہ.2

ارض مقناطیسیت کا ہندوستانی ادارہ (IIG) ممبئی نے Keezhadi مقام پر مقنا میٹر کے ذریعہ معائنہ کیا اور پتہ لگایا کہ وہاں دیواریں اور گھڑے جیسے آثار قدیمہ موجود ہیں۔ دئے گئے نقشہ (خاکہ) کی ایک مخصوص جگہ سے موصول ہونے والا مقناطیسی میدانی تغیر کی حد 10 سے 100nT تک تھی (رنگین حصہ)۔ درحقیقت مقناطیسیت ہی کے ذریعہ Keezhadi میں موجود کثیر اینٹوں والی ساختوں کی وجود کا پتہ لگایا گیا۔

(i) مقناطیسی اثر پذیری مثبت اور بہت زیادہ ہوتی ہے۔

(ii) نسبتی نفوذ پذیری (Relative Pemiability) بہت زیادہ ہوتی ہے۔

(iii) مقناطیسی میدان میں رکھے جانے پر مقناطیسی میدانی خطوط مضبوطی سے فیرو مقناطیسی اشیاء کی طرف کھنچے جاتے ہیں۔

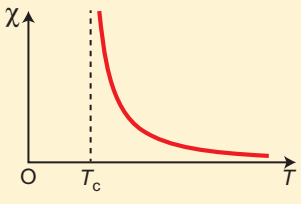
(iv) اثر پذیری تپش کے بلا راست تناسب میں ہوتی ہے۔

کیوری۔ ویس کا کلیہ (Curie – weiss law)

جیسے ہی تپش کااضافہ ہوتا ہے، فیرو مقناطیسیت کم ہوجاتی ہے۔ حرارت کی وجہ سے جوہری قطبوں کی حرکت بہت زیادہ ہونے کی وجہ سے یہ اثر پیدا ہوتا ہے۔ ایک مخصوص تپش پر فیرو مقناطیسی شئے، اکہری مقناطیسی بن جاتی ہے۔ یہ تپش کیوری تپش T_c کہلاتی ہے۔ کیوری تپش سے زیادہ تپش پر شئے کی اثر پذیری اس طرح پیش کی جاتی ہے۔

$$\chi_m = \frac{C}{T - T_C}$$

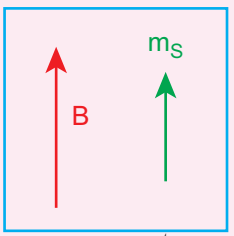
یہ نسبت کیوری ویس کا کلیہ کہلاتی ہے۔ اس میں موجود مستقلہ C کیوری مستقلہ کہلاتی ہے اور تپش C کیلون پیمانے میں ہوتی ہے۔ خاکہ 3.22 میں تپش کے ساتھ مقناطیسی اثر پذیری کے گراف کو ظاہر کیا گیا ہے۔



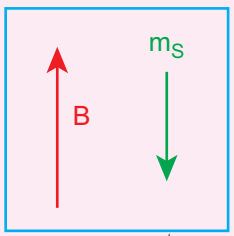
خاکہ 3.22 کیوری۔ ویس کا کلیہ

کیا آپ جانتے ہیں؟

گھماؤ۔ جس طرح ذرات کے لئے کمیت اور بار کی اہمیت ہوتی ہے، اسی طرح گھماؤ کی خصوصیت بھی ایک بنیادی ذرہ کے لئے بہت ہی اہمیت کی حامل ہے۔ گھماؤ ایک کوینٹم (مقدار) میکانیکی عمل ہے، جو کسی شئے کی مقناطیسی خصوصیات کا ذمہ دار ہے۔ ہم کلاسیکل میکانکس (Classical Machanics) میں جو Spin دیکھتے آرہے ہیں، کوانٹم میکانکس کا گھماؤ اس سے بالکل ہی مختلف ہے۔ کوانٹم میکانکس میں گھماؤ کا مطلب گردش نہیں ہوتا بلکہ وہ ایک اندرونی زاویائی معیار حرکت ہے جس کا کوئی مستند مماثل نہیں ہوتا۔ تاریخی وجوہات کی بناء پر گھماؤ کا نام دے دیا گیا ہے، کسی ذرہ کا گھماؤ صرف مثبت مقداریں لئے ہوئے ہوتا ہے مگر اس سمتی گھماؤ کی سمت بندی کی قیمت ایک بیرونی مقناطیسی میدان میں مثبت اور منفی بھی ہوسکتی ہے۔ مثال کے طور پر الکٹران کا گھماؤ $s = \frac{1}{2}$ ہے مقناطیسی میدان کی موجودگی میں گھماؤ (Spin) کی سمت بندی یا تو مقناطیسی میدانی سمت کے متوازی ہوگی یا غیر متوازی ہوگی۔



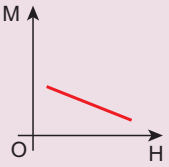
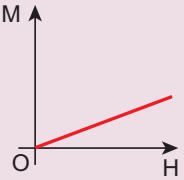
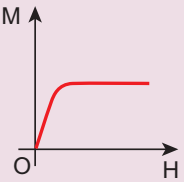
گھماؤ مقناطیسی میدانی سمت کے متوازی ہے (اوپری گھماؤ)



گھماؤ مقناطیسی میدانی سمت کے غیر متوازی ہے (نچلا گھماؤ)

اس سے یہ پتہ چلتا ہے کہ ایک الکٹران کے لئے مقناطیسی گھماؤ m_s کی دو قیمتیں ہوتی ہیں جیسے $m_s = \frac{1}{2}$ (اوپری گھماؤ) اور $m_s = -\frac{1}{2}$ (نچلا گھماؤ) پروٹان اور نیوٹران کا گھماؤ $s = \frac{1}{2}$ ہے۔ فوٹان کے لئے گھماؤ $s = 1$ ہے۔

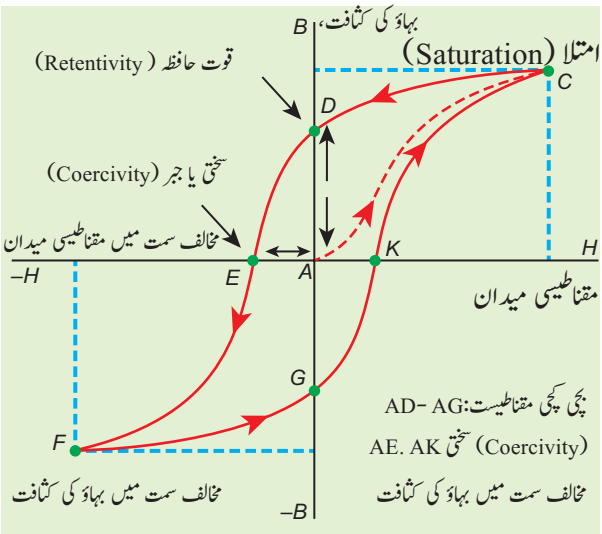
مقناطیسی اقسام کا موازنہ (یہ امتحان کے لئے نہیں ہے)

مقناطیسیت کے اقسام	مقناطیسی میدان غائب ہے $H=0$	مقناطیسی میدان موجود ہے $H \neq 0$	شئے کا مقنایا جانا	اثر پذیری	نسبتی انجذاب
دوہری مقناطیسیت	صفر مقناطیسی حرکت	میدان کی مخالفت میں سمت بند ہیں		منفی	Unity سے کم
اکہری مقناطیسیت	کل مقناطیسی حرکت مگر بے ترتیب سمت بندی	میدانی سمت پر سمت بند ہیں		مثبت اور کم	Unity سے زیادہ
فیرو مقناطیسیت	خطہ اور کل مقناطیسی حرکت مگر بے ترتیب سمت بندی	میدانی سمت پر سمت بند ہیں		مثبت اور زیادہ	بہت زیادہ

3.6 ہسٹریسس (Hysteresis)

جب کسی فیرو مقناطیسی شئے کو مقنانے والے میدان میں رکھا جاتا ہے تو، امالیت کی وجہ سے وہ شئے مقنائی جاتی ہے۔ فیرو مقناطیسی شئے کی اہم خصوصیت یہ ہے کہ مقنانے والے میدان $\vec{H}$ کے ساتھ مقناطیسی امالیت $\vec{B}$ کا تغیر خطی (linear) نہیں ہوتا۔ اس کا مطلب یہ ہے کہ اس میں $\mu = \frac{B}{H}$ ایک مستقلہ نہیں ہوتی۔ آئیے ہم اس خصوصیت کے بارے میں تفصیلی بحث کریں۔

ایک فیرو مقناطیسی شئے (مثلاً لوہا) کو مقنانے والے میدان ($\vec{H}$) کے ذریعہ آہستہ سے مقنایا جاتا ہے۔ شئے کی مقناطیسی امالیت B کی مقدار مقنانے والے میدان کی مقدار کے ساتھ نقطہ A سے بڑھتی جاتی ہے۔ یہاں تک کہ سیر شدہ سطح Saturation level تک پہنچ جاتی ہے۔



خاکہ 3.23 Hysterisis، B کے بالمقابل H کا گراف

شئے کے اس برتاؤ کو خاکہ 3.23 میں AC کے راستے سے ظاہر کیا گیا ہے۔ وہ اعلیٰ ترین نقطہ جہاں تک مقنانے والے میدان کے ذریعہ ایک شئے کو مقنایا جاسکتا ہے، مقنائے جانے کا امتلا (سیر شدہ سطحیت) Saturation Magnetization کہلاتا ہے۔

اگر اب مقناطے والے میدان کو کم کردیا جائے تو مقناطیسی امالیت بھی کم ہوجاتی ہے مگر اپنے اصلی راستے CA سے واپس نہیں ہوتی بلکہ وہ ایک نیا راستہ CD اختیار کرتی ہے۔ جب مقناطے والے میدان کی مقدار صفر ہوجاتی ہے تو مقناطیسی امالیت صفر نہیں ہوتی بلکہ ایک مثبت قیمت ہی رہتی ہے۔ اس سے یہ پتہ چلتاہے کہ H=0 رہنے کے باوجود نمونہ میں کچھ مقناطیسیت باقی رہ جاتی ہے۔ یہ بچی کچی مقناطیسیت AD جو نمونے میں باقی رہ جاتی ہے، بقیہ مقناطیسی امالہ یا مقناطیسی قوت حافظہ (retentiviting) کہلاتی ہے۔ **لہذا بقیہ مقناطیسی امالہ (Remanence) کی تعریف یوں کی جاتی ہے کہ یہ اشیاء کی وہ قابلیت ہے جو مقناطے والے میدان کے غائب ہونے کے بعد بھی اپنے اندر مقناطیسیت کو بچا کر رکھتی ہے۔**

شئے کے اندر سے بچی ہوئی مقناطیسیت کو نکالنے کے لئے مقناطے والے میدان کو مخالف سمت میں آہستہ آہستہ بڑھایا جاتا ہے۔ اب مقناطیسی امالہ DE کے راستے سے کم ہو کر E مقام پر صفر بن جاتی ہے۔ بچی کچی مقناطیسیت کو صفر بنانے کے لئے مخالف سمت میں، AE مقناطیسی میدان کی ضرورت پڑتی ہے۔ **مقناطے والے الٹے میدان کی مقدار جس سے شئے کی بقیہ مقناطیسیت زائل ہوجاتی ہے، سختی یا جبر (Coercivity) کہلاتی ہے۔**

$\vec{H}$ کی واپسی سمت کے مزید اضافے سے EF کے ساتھ مقناطیسی امالیت بڑھتی ہے یہاں تک کہ F پر الٹی سمت میں نقطہ امتلا (Saturation) تک پہنچ جاتی ہے۔ اگر مقناطیسی میدان کو کم کیا جاتا ہے اور پھر مخالف سمت میں بڑھا یاجاتا ہے تو مقناطیسی امالیت FGKC کا راستہ اختیار کرتی ہے۔ ACDEFGKC کی یہ بند منحنی Hysterisis loop کہلاتی ہے اور یہ مقناطے والے مکمل دور سے تعلق رکھتی ہے۔

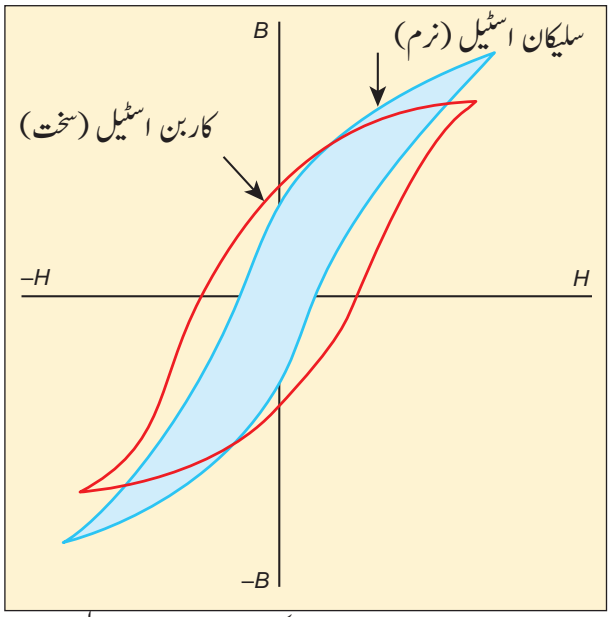
مکمل دور میں مقناطیسی امالیت B مقناطے والے میدان H کے پیچھے پیچھے رہتی ہے۔ **مقناطیسی امالیت کا مقناطے والے میدان کے پیچھے لگے رہنے کا عمل hysterisis کہلاتاہے۔** hysterisis کا مطلب پیچھے لگے رہنا ہے۔

ہسٹریسس کا نقصان Hysterisis loss

ایک دور میں نمونے کے مقناطے جانے کے دوران حرارت کے طور پر توانائی کا نقصان ہوتا ہے۔ مختلف سمتوں میں سالمی مقناطیسوں کی گردش اور سمت بندی کی طرف یہ نقصان منسوب ہوتا ہے۔ یہ دیکھا جاتا ہے کہ مقناطے کے دور میں شئے کے فی اکائی حجم کے لئے توانائی کا جو نقصان یا انتشار ہوتا ہے وہ hysterisis loop کے رقبہ کے برابر ہوتا ہے۔

سخت اور نرم مقناطیسی اشیاء

Hysterisis loop کی شکل اور جسامت کی بنیاد پر فیرو مقناطیسی اشیاء کو چھوٹے رقبہ کے ساتھ نرم مقناطیسی اشیاء کے طور پر اور بڑے رقبہ والے کو سخت مقناطیسی اشیاء کے طور پر درجہ بند کیا جاتا ہے۔ خاکہ 3.24 میں دو مقناطیسی اشیاء کی Hysterisis loop کا موازنہ کیا گیا ہے۔ جدول 3.2 میں نرم اور سخت مقناطیسی اشیاء کی خصوصیت کا موازنہ کیا گیا ہے۔



خاکہ 3.24 hysterisis loop کی بنیاد پر دو فیرو مقناطیسی اشیاء کا موازنہ

جدول 3.2 نرم اور سخت فیرو مقناطیسی اشیاء کے درمیان فرق

نمبر شمارہ	خصوصیات	نرم فیرو مقناطیسی اشیاء	سخت فیرو مقناطیسی اشیاء
1	جب بیرونی میدان ہٹالیاجاتا ہے	مقناطیسیت غائب ہوجاتی ہے	مقناطیسیت باقی رہتی ہے
2	لوپ کا رقبہ	چھوٹا	بڑا
3	مقناطیسی قوت حافظہ	کم	زیادہ
4	سختی	کم	کم
5	اثر پذیری اور مقناطیسی انجذاب	زیادہ	کم
6	پیچھے لگے رہنے کا نقصان	کم	زیادہ
7	استعمالات	پیچواں، مقناطیس کے کلیدی حصے، مبدل اور برق مقناطیس	مستقل مقناطیس
8	مثالیں	نرم لوہا Stalloy Mumetal وغیرہ	کاربن اسٹیل Alnico اور lodestone

Hysterisis loop کے استعمالات

Hysterisis کے دورہ کی خاصیت یہ ہے کہ وہ اپنے ایک دورہ کے دوران فیرو مقناطیسی شئے کے بارے میں اس کا مقناطیسی قوت حافظہ، مقناطیسی جبر، مقناطیسی انجذاب، مقناطیسی اثر پذیری اور مقناطیسی توانائی جیسے تمام معلومات فراہم کرتا ہے۔ لہذا Hysterisis دورہ کا مطالعہ ہمیں کسی مقصد کے تحت صحیح اور مطلوبہ شئے کا ٹھیک انتخاب کرنے میں مدد کرتا ہے۔ چند مثالیں یہاں پیش کی جارہی ہیں۔

(i) مستقل مقناطیسیں (Permanent magnets)

وہ اشیاء جن کا مقناطیسی قوت حافظہ اور جبر زیادہ ہوتا ہے اور مقناطیسی انجذاب کمزور ہوتا ہے، وہ مستقل مقناطیس بنائے جانے کے لائق ہوتے ہیں۔

مثال: کاربن اسٹیل اور Alnico

(ii) برق مقناطیس: Electromagnets

وہ اشیاء جن کی ابتدائی انجذابیت زیادہ ہو، مقناطیسی قوت حافظہ اور مقناطیسی جبر کم ہو اور چھوٹے رقبے والے پتلے Hysterisis کے دورے رکھتی ہوں، برق مقناطیسیں بنائے جانے کے قابل ہوتی ہیں۔

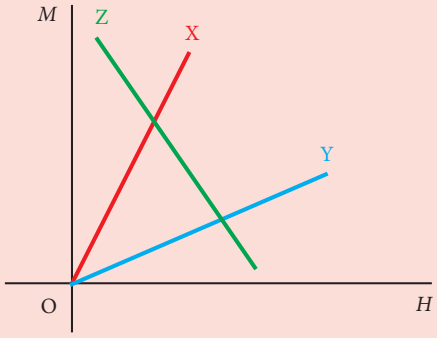
مثال: نرم لوہا اور Mumetal (نکل اورلوہے کی دھونت (alloy))

(iii) مبدل یا ٹرانسفارمر کا کلیدی حصہ Core of the Transformer

اشیاء جو ابتدائی انجذابیت زیادہ رکھتی ہیں، زیادہ مقناطیسی امالیت رکھتی ہیں اور چھوٹے رقبے والے پتلے Hysterisis لوپ رکھتی ہیں، مبدل یا ٹرانسفارمر کے کلیدی حصہ بننے کے موافق ہوتی ہیں۔ مثال: نرم لوہا

مثال 3.11

Y،X اور Z نامی تین مقناطیسی اشیاء پر مقناطیسی میدان کے بہاؤ کے بعد ان میں ہونے والے مقناطیسی شدت کے تغیر کو مندرجۂ ذیل خاکہ میں بتایا گیا ہے۔ Y،X اور Z کی شناخت کریں۔



حل

M.H گراف کا میلان (slope) مقناطیسی اثر پذیری کی پیمائش کو ظاہر کرتا ہے۔

$$\chi_m = \frac{M}{H}$$

شئے X : میلان، مثبت اور بڑی قیمت رکھتا ہے۔ لہذا یہ ایک فیرو مقناطیسی شئے ہے

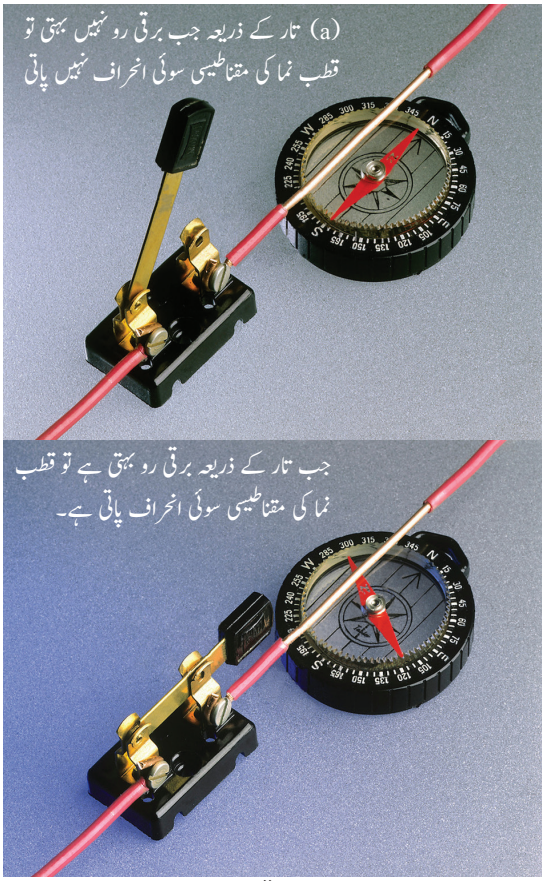
شئے Y : میلان، مثبت ہے مگر X سے کم قیمت رکھتا ہے لہذا یہ ایک اکہری مقناطیسی شئے ہوسکتی ہے۔

شئے Z : میلان منفی ہے اور لہذا یہ ایک دوہری مقناطیسی شئے ہے۔

3.7 برقی رو کے مقناطیسی اثرات
Magnetic effects of current

3.7.1 اورسٹڈ کا تجربہ Oersted Experiment

1820 میں Hans Christian Oersted نے طبیعیات کے ایک لکچر کی تیاری کے دوران یہ مشاہدہ کیا کہ ایک تار سے گزرنے والی برقی رو اپنے پاس موجود قطب نما کی سوئی کو انحراف کررہی ہے۔ بغور مطالعہ کرنے کے بعد وہ اس نتیجہ پر پہنچا کہ سوئی کا یہ انحراف برقی رو کے موصل کے اطراف پیدا ہونے والے مقناطیسی میدان کی تبدیلی کی وجہ سے ہوتاہے (خاکہ 3.25)۔ جب برقی رو کے رخ کو تبدیل کیا جاتا ہے تو سوئی کا انحراف دوسری جانب ہونے لگتا ہے۔ یہی تجربہ برق مقناطیسیت کے نظریہ کا سبب بنا جس کی بنیاد پر طبیعیات کی دو مختلف شاخیں برق اور مقناطیسیت یکجا ہوگئیں۔



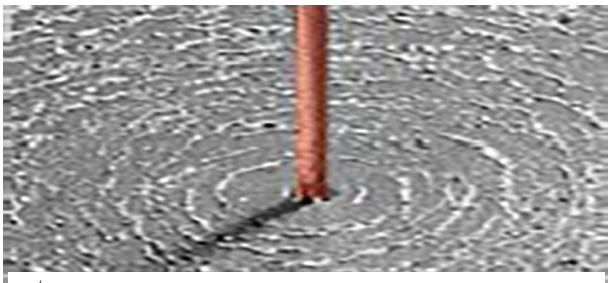
خاکہ 3.25 اورسٹڈ کا تجربہ۔ برقی رو لے جانے والی تار اور مقناطیسی سوئی کا انحراف

3.7.2 ایک سیدھے برق بردار موصل کے اطراف کا مقناطیسی میدان اور دائری لوپ

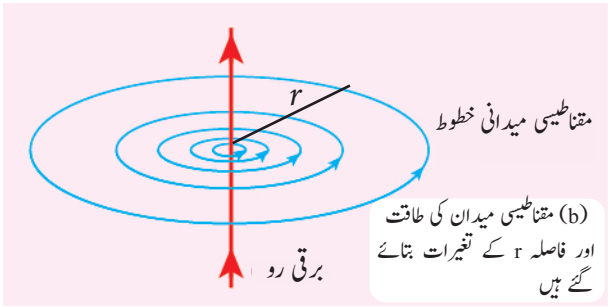
Magnetic field around a straight current-carrying conductor and circular loop

(a) ایک سیدھا برق بردار موصل

فرض کریں کہ ہم ایک برق بردار موصل کے قریب ایک قطب نما کو رکھتے ہیں تو اس قطب نما کی سوئی پر قوت گدشہ کا اثر پڑتا ہے۔ اس کی وجہ سے وہ سوئی اپنے آپ کو مقناطیسی میدان کی سمت میں سمت بند کرلیتی ہے۔ اگر ہم قطب نما کو برقی تار کے اطراف لے جائیں اور سوئی کے رخ پر نشاندہی کرتے جائیں تو ہم ایک فاصلے پر مقناطیسی میدانی خطوط بناسکتے ہیں۔ ایک سیدھے برق بردار موصل کے لئے بنائے جانے والے مقناطیسی میدانی خطوط ہم مرکز دائرے ہوتے ہیں جن کا ایک ہی مرکز ہوتا ہے جو موصل کے محور پر ہوتا ہے جیسا کہ خاکہ 3.26(a) میں بتایاگیا ہے۔



(a) ایک برق بردار موصل کے اطراف بنے ہوئے دائرہ نما مقناطیسی میدانی خطوط کی فوٹو گراف



(b) مقناطیسی میدان کی طاقت اور فاصلہ r کے تغیرات بتائے گئے ہیں

خاکہ 3.26 ایک لمبے اور سیدھے برق بردار موصل کے اطراف کے مقناطیسی میدانی خطوط

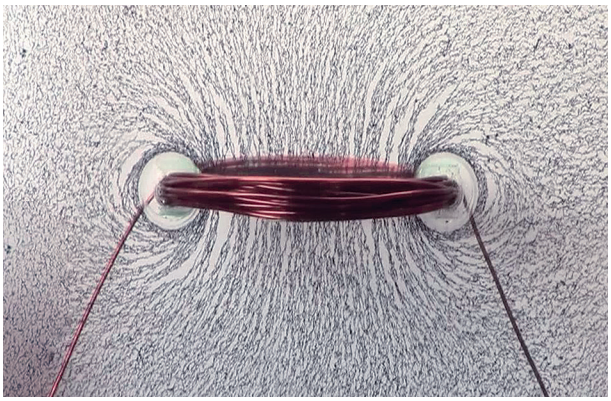
موصل پر بہنے والی برقی رو کی سمت کی بنیاد پر، دائرہ نمامقناطیسی میدانی خطوط کی سمت بندی ساعتی اور غیر ساعتی ہوتی ہے۔ برقی رو کی مقدار کے بڑھنے پر مقناطیسی میدان کی کثافت بھی بڑھتی ہے۔ جیسے جیسے موصل سے دوری (r) بڑھتی ہے۔ مقناطیسی میدان (B) کی طاقت کم ہوتی جاتی ہے خاکہ 3.26(b)۔

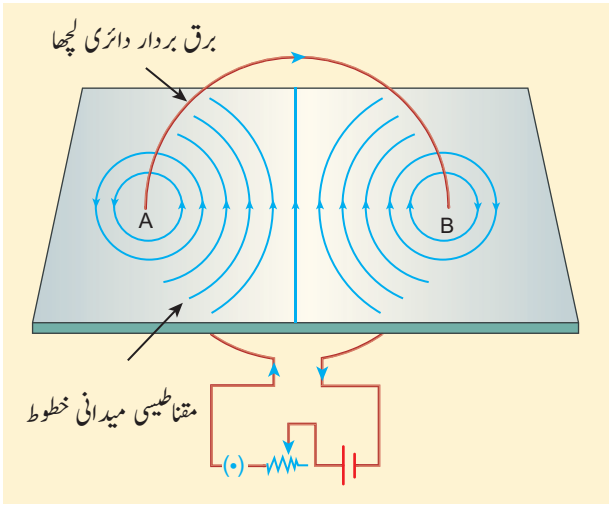
(b) برق بردار دائری لچھا

Circular coil carrying current)

فرض کریں کہ ہم ایک دائری برق بردار موصل کے قریب ایک قطب نما کو رکھتے ہیں تو اس قطب نما کی سوئی پر قوت گدشہ کا اثر پڑتا ہے۔ اس کی وجہ سے سوئی مقناطیسی میدان کی سمت اختیار کرلیتی ہے۔ ہم دیکھ سکتے ہیں کہ لچھے کے قریبی مقامات A اور B پر مقناطیسی میدانی خطوط دائری ہوتے ہیں۔ دائری لچھے کے مرکزی حصہ پر موجودمقناطیسی میدانی خطوط ایک دوسرے کے لگ بھگ متوازی ہوتے ہیں۔ ان کی یہ متوازیت یہ ظاہر کرتی ہے کہ لچھے کے مرکزی حصے میں موجود مقناطیسی میدان لگ بھگ یکساں ہوتاہے (خاکہ 3.27)۔

برقی رو کی مقدار کو بڑھانے سے یا لچھے کی چکروں کے تعداد کو بڑھانے سے یا دونوں کو بڑھانے سے مقناطیسی میدان کی طاقت میں اضافہ ہوتاہے۔ قطبیت یعنی شمالی قطب یا جنوبی قطب کا تعین چکروں میں موجود برقی رو کے رخ سے ہوتا ہے۔





خاکہ 3.27 برق بردار دائری لچھا

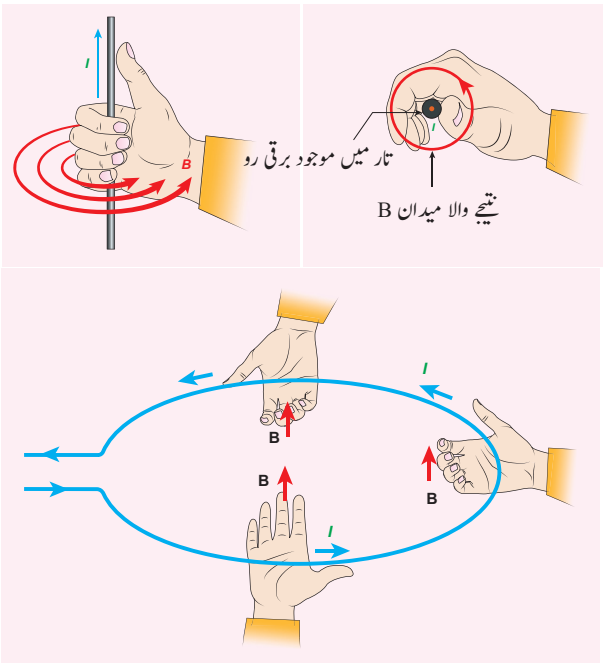
3.7.3 دائیں ہاتھ کے انگوٹھے کا قانون

(Right hand thumb rule)

ایک موصل میں برقی رو کی سمت جب معلوم ہوجائے تو مقناطیسی سمت کومعلوم کرنے کے لئے دائیں ہاتھ کے قانون کا استعمال کیا جاتا ہے۔

فرض کریں کہ ہم ایک برق بردار موصل کو اپنے دائیں ہاتھ سے خاکہ کے مطابق تھامے ہوئے ہیں۔ انگوٹھا برقی رو کی سمت کی طرف اشارہ کرتا ہے تو پھر موصل پر موجود انگلیاں، پیدا ہونے والے مقناطیسی میدانی خطوط کے رخ کی طرف اشارہ کرتی ہیں۔

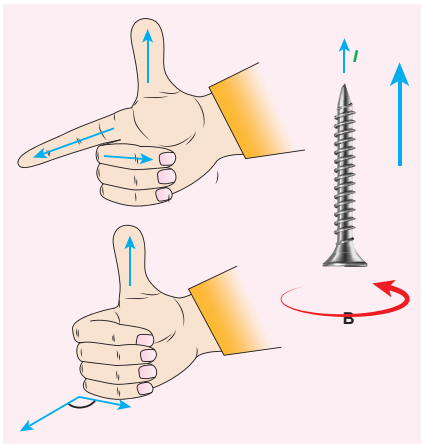
خاکہ 3.28 برق بردار سیدھا موصل اور دائری لچھا کے لئے سیدھے ہاتھ کے قانون کو ظاہر کرتا ہے۔



خاکہ 3.28 دائیں ہاتھ کا قانون، سیدھا موصل اور دائری چکر یا لوپ

3.7.4 میکسویل کے دائیں ہاتھ کے کارک پیچ کا کلیہ (Maxwell's right hand cork screw rule)

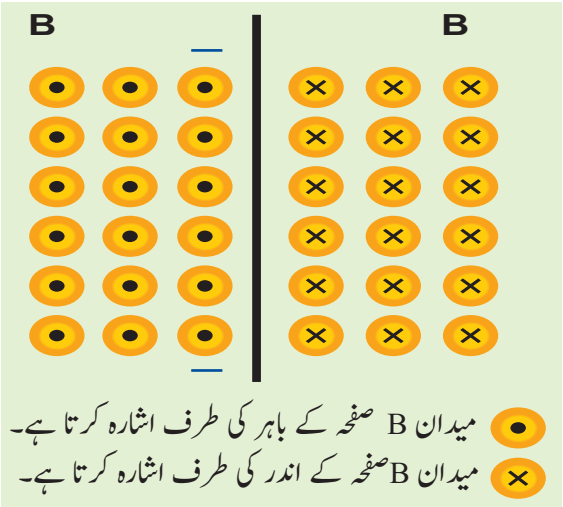
یہ قانون یا کلیہ بھی ایک برق بردار موصل کے اطراف موجود مقناطیسی میدان کی سمت کو ظاہر کرنے میں مدد کرتا ہے۔ اگر ہم Screwdriver کے ذریعہ دائیں طرف مڑنے والے ایک پیچ (Screw) کو گھمائیں تو پیچ جس سمت میں آگے بڑھتا ہے وہی برقی رو کی سمت ہے اور پیچ کی گردش کا رخ ہی مقناطیسی میدان کا رخ ہے (خاکہ 3.29)۔



خاکہ 3.29 میکسویل کے دائیں ہاتھ کے کارک پیچ کا کلیہ

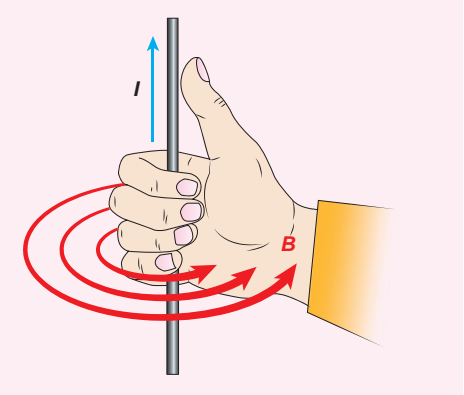
مثال 3.12

ایک برق بردار تار کی وجہ سے پیدا ہونے والا مقناطیسی میدان خاکہ میں ظاہر کیا گیا ہے۔ بتائیے کہ تار میں برقی رو کی سمت کس جانب ہے؟



میدان B صفحہ کے باہر کی طرف اشارہ کرتا ہے۔
میدان B صفحہ کے اندر کی طرف اشارہ کرتا ہے۔

حل



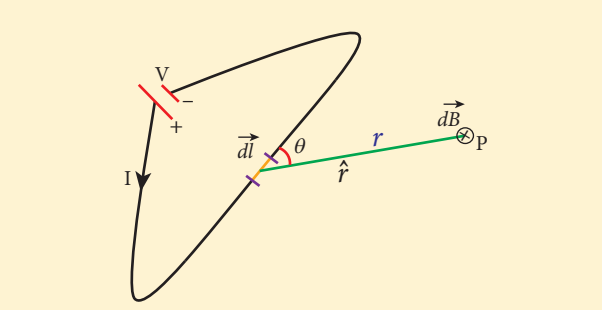
دائیں ہاتھ کے قانون کے تحت برقی رو نیچے سے اوپر کی طرف جارہی ہے۔

3.8 بیاٹ۔ ساوارٹ کا کلیہ Biot Savart law

1819 میں Jean Baptiste Biot اور Felix savart دونوں نے برق بردار تار کے قریب رکھے گئے مقناطیس پر عمل پیرا ہونے والی قوت پر بہت سارے تجربات کئے۔ آخر کار ایک حسابی مساوات پیش کی جو برقی رو کی وجہ سے خلاء کے کسی نقطہ پر پیدا ہونے والے مقناطیسی میدان کی وضاحت کرتی ہے۔ یہ موصل کی کسی بھی شکل کے لئے موافق ہے

3.8.1 بیاٹ ساواٹ کلیہ کا بیان اور اس کی وضاحت

Definition and explanation of Biot-Savart law



خاکہ 3.30 برق بردار موصل کی وجہ سے p نقطہ پر مقناطیسی میدان

بیاٹ اور ساواٹ نے تجرباتی طور پر یہ مشاہدہ کیا کہ ایک برق بردار موصل کے ایک چھوٹے سے حصے سے r فاصلہ پر ایک نقطہ P میں مقناطیسی میدان $d\vec{B}$ کی مقدار

(i) برقی رو I کی طاقت کے مطابق براہ راست تغیر پاتی ہے

(ii) dl حصہ کی لمبائی کی پیمائش کے مطابق براہ راست تغیر پاتی ہے

(iii) $\vec{dl}$ اور $\hat{r}$ کے درمیانی زاویہ θ کے مطابق براہ راست تغیر پاتی ہے

(iv) حصہ $\vec{dl}$ اور P نقطہ کے درمیانی فاصلہ r کے مربع کے مطابق بلا راست تغیر پاتی ہے

اسے اس طرح ظاہر کیا جاتا ہے۔

$$dB \propto \frac{Idl}{r^2}\sin\theta$$

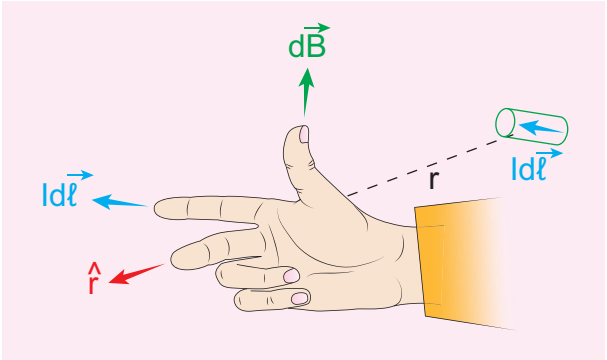
$$dB = k\frac{I\,dl}{r^2}\sin\theta$$

جس میں $k = \frac{\mu_\circ}{4\pi}$ SI اکائیوں میں ہے۔

سمتی وضاحت Vector notation میں

$$d\vec{B} = \frac{\mu_\circ}{4\pi}\frac{I\,d\vec{l}\times\hat{r}}{r^2} \qquad (3.34)$$

یہاں سمتیہ $d\vec{B}$ (برقی بہاؤ کی سمت کی طرف رخ کرنے والے) $Id\vec{l}$ اور ($\vec{dl}$ سے نقطہ P کی جانب رخ کرنے والی) اکائی سمتیہ $\hat{r}$ کے عمودی ہوتی ہے۔



خاکہ 3.31 دائیں ہاتھ کے کلیہ کے تحت مقناطیسی میدان کی سمت

مساوات 3.34 کی مدد سے ہم تار کے ایک چھوٹے سے حصے dl سے پیدا ہونے والے مقناطیسی میدان ہی کا حساب لگاسکتے ہیں۔ مکمل موصل سے Pپر پیدا ہونے والے کل مقناطیسی میدان کو ہم تمام چھوٹے چھوٹے برق بردار حصوں $Id\vec{l}$ کو ملا کر ہی معلوم کرسکتے ہیں۔ لہذامساوات 3.34 کو Integrate (احصاء) کرنے پر (ملانے پر) ہم یہ حاصل کرتے ہیں۔

$$\vec{B} = \int d\vec{B} = \frac{\mu_\circ I}{4\pi} \int \frac{d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2} \qquad (3.35)$$

جہاں موجود احصاء Integral برقی رو رکھنے والے تمام حصوں کی احصائیت (Integrate) کرتا ہے (ملاتا ہے)

صورت حال

(1) اگر نقطہ P موصل پر ہو تو $\theta = 0^\circ$ ہے۔ لہٰذا $|d\vec{B}|$ صفر ہو جاتا ہے۔

(2) اگر نقطہ P موصل کے عمودی ہو تو $\theta = 90^\circ$ ہے۔ لہٰذا $d\vec{B}$ سب سے زیادہ ہوگا اور اسے یوں ظاہر کیا جائے گا۔

$d\vec{B} = \frac{\mu_\circ}{4\pi} \frac{I\,dl}{r^2} \hat{n}$ جہاں $\hat{n}$ اکائی سمتیہ ہے جو $Id\vec{l}$ اور $\hat{r}$ دونوں کے عمودی ہوتی ہے۔

نوٹ

برقی رو ایک سمتی مقدار نہیں ہوتی بلکہ وہ ایک عددی مقدار ہوتی ہے۔ کسی موصل میں بہنے والی برقی رو میں بہاؤ کی سمت ہوتی ہے۔ لہٰذا موصل کے ہر چھوٹے حصہ میں بہنے والی برقی رو کو ایک سمتی مقدار کے طور پر لے لیا جاتا ہے جیسے $Id\vec{l}$

برقی میدان (کولوم کے کلیہ کے تحت) اور مقناطیسی میدان (بیاٹ ساواٹ کے کلیہ کے تحت) کی درمیانی مشابہتیں

برقی اور مقناطیسی میدانات

بلا راست یا معکوس مربع کے کلیہ کے پابند ہیں اس لئے وہ لمبے حدود والے میدانات ہوتے ہیں۔

Super position کے اصول کے پابند ہیں اور وہ ذریعہ کے لحاظ سے خطی (linear) ہوتے ہیں۔ قدری طور میں،

$$E \propto q$$
$$B \propto Idl$$

برقی میدان (کولوم کے کلیہ کے تحت) اور مقناطیسی میدان (بیاٹ ساواٹ کے کلیہ کے تحت) کے درمیان فرق

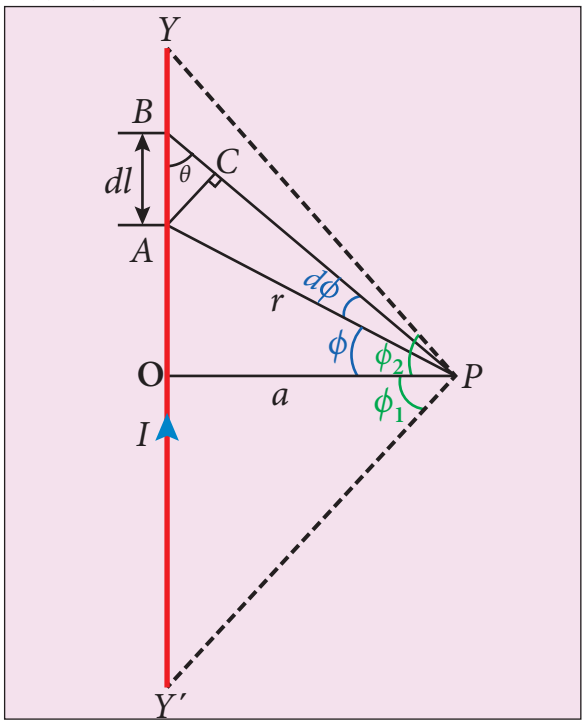
نمبر شمارہ	برقی میدان	مقناطیسی میدان
1	عددی مقدار یعنی ایک برقی بار q سے پیدا ہوتا ہے	سمتی مقدار یعنی برقی حصہ $Id\vec{l}$ کے ذریعہ پیدا ہوتا ہے۔
2	اس کی سمت، ذریعہ سے ملانے والی مقامی سمتیہ (position Vector) اور وہ نقطہ جس پر میدان کا حساب لگایا جاتا ہے، اس کی جانب ہوتی ہے۔	مقامی سمتیہ $\vec{r}$ اور برقی حصہ $Id\vec{l}$ کے عمودی سمت میں ہوتی ہے۔
3	زاویہ پر مبنی ہوتا ہے۔	مقامی سمتیہ $\vec{r}$ اور برقی حصہ $Id\vec{l}$ کے درمیانی زاویہ پر منحصر ہوتا ہے۔ $d\vec{l}$

نوٹ

'q' بار (ذریعہ) کا exponent اور برقی میدان E کا exponent، Unity ہے اسی طرح Idl برقی رو کے ذریعہ (حصہ) کا exponent اور مقناطیسی میدان B کا exponent بھی Unity ہوتا ہے۔ بالفاظ دیگر، برقی رو $\vec{E}$ صرف بار 'q' (ذریعہ) کے تناسب ہوتی ہے اور بار کے اعلیٰ طاقتی درجے (q^2، q^3 وغیرہ) کے تناسب میں نہیں ہوتی۔ اسی طرح مقناطیسی میدان $\vec{B}$ بھی برقی رو کے حصے $Id\vec{l}$ (ذریعہ) کے تناسب ہی میں ہوتا ہے اور برقی حصے کے اعلی طاقتی درجہ کے تناسب میں نہیں ہوتا۔ سبب اور اثر کے درمیان ایک خطی تعلق (linear relationship) قائم ہے۔

3.8.2 ایک لمبے اور سیدھے برق بردار موصل کی وجہ سے بننے والا مقناطیسی میدان

Magnetic Field due to long straight conductor carrying current



خاکہ 3.32 ایک لمبے اور سیدھے برق بردار موصل کی وجہ سے مقناطیسی میدان

فرض کریں کہ YY' لامحدود لمبائی والا ایک سیدھا موصل ہے اور I اس موصل میں بہنے والی برقی رو ہے، جیسا کہ خاکہ 3.32 میں بتایا گیا ہے۔ تار سے A فاصلہ پر موجود نقطہ پر پیدا ہونے والے مقناطیسی میدان کو معلوم کرنے کے لئے آئیے ہم تار کا ایک چھوٹا سا حصہ (AB ٹکڑا) پر غور کریں۔

بیاٹ ساواٹ قانون کے تحت Idl برقی رو والے ٹکڑے کی وجہ سے P نقطہ پر بننے والے مقناطیسی میدان کو معلوم کرسکتے ہیں جو کچھ اس طرح سے ہے۔

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl\sin\theta}{r^2}\hat{n}$$

جہاں $\hat{n}$ ایک اکائی سمتیہ (Unit vector) ہے جو P پر صفحہ کے اندر کی جانب ہے [θ، برقی حصہ Idl اور dl اور P نقطہ کو ملانے والے خط کا درمیانی زاویہ ہے] فرض کریں کہ خطی ٹکڑے کے A سے P تک کا فاصلہ r ہے

علم مثلث Trigonometry کا استعمال کرنے کے لئے، خط BP پر ایک عمود AC کھینچئے جیسا کہ خاکہ 3.32 میں بتایا گیا ہے۔

مثلث ABC میں $\sin\theta = \frac{AC}{AB}$

$$\Rightarrow AC = AB\sin\theta$$

مگر $AB = dl \Rightarrow AC = dl\sin\theta$

فرض کریں $d\phi$، AP اور BP کا درمیانی زاویہ ہے

$$\text{i.e.,}\angle APB = \angle BPA = d\phi$$

مثلث APC میں $\sin(d\phi) = \frac{AC}{AP}$

چونکہ $d\phi$ بہت ہی چھوٹا ہے $\sin(d\phi) \simeq d\phi$

مگر $AP = r \Rightarrow AC = rd\phi$

$$\therefore AC = dl\sin\theta = rd\phi$$

$$\therefore d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{r^2}(rd\phi)\,\hat{n} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\phi}{r}\hat{n}$$

فرض کریں ϕ BP اور OP کا درمیانی زاویہ ہے

مثلث OPA میں $\cos\phi = \frac{OP}{AP} = \frac{a}{r}$

$$\Rightarrow r = \frac{a}{\cos\phi}$$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{a/\cos\phi}d\phi\,\hat{n}$$

$$\Rightarrow d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}\cos\phi d\phi\,\hat{n}$$

YY' موصل کی وجہ سے P پر بننے والا کل مقناطیسی میدان یہ ہے

$$\vec{B} = \int_{-\phi_1}^{\phi_2} d\vec{B} = \int_{-\phi 1}^{\phi_2}\frac{\mu_0 I}{4\pi a}\cos\phi d\phi\,\hat{n}$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi a}\left[\sin\phi\right]_{-\phi_1}^{\phi_2}\hat{n}$$

$$= \vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}\left(\sin\phi_1 + \sin\phi_2\right)\hat{n}$$

ایک لامحدود لمبائی والے موصل کے لئے

$$\phi_1 = \phi_2 = 90°$$

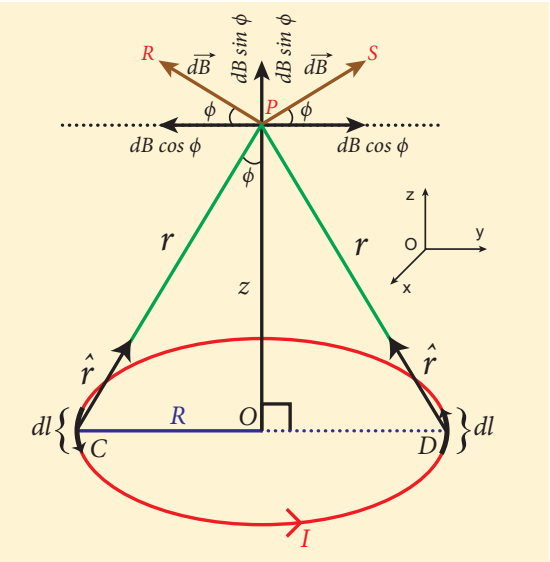
$$\therefore \vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \times 2\,\hat{n} \Rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}\,\hat{n} \qquad (3.36)$$

3.8.3 برق بردار دائری لچھے کے محور پر بننے والا مقناطیسی میدان

Magnetic field produced along the axis of the current-carrying circular coil

R نصف قطر والا ایک برق بردار دائری چکر (loop) فرض کر لیں جس کی تار کے ذریعہ خاکہ 3.33 کے مطابق ایک سمت میں I برقی رو بہہ رہی ہو۔

آئیے ہم لچھے کے مرکز 'O' سے 'z' فاصلہ پر دائری لچھے کے محور پر موجود P نقطہ پر بننے والے مقناطیسی میدان کو معلوم کریں۔ اس کے لئے ہم C اور D پر موجود $d\vec{l}$ لمبائی والے دو مساوی ٹکڑے فرض کریں گے، جو سمتی طور پر ایک دوسرے کے مخالف ہوں۔ فرض کریں کہ C یا D اور P کا درمیانی فاصلہ $\vec{r}$ ہے جو C یا D پر موجود برقی رو کا حصہ $Id\vec{l}$ کو P سے جوڑنے والی ایک سمتیہ ہے۔



خاکہ 3.33 برق بردار دائری چکر سے بننے والا مقناطیسی میدان

بیاٹ ساواٹ (Biot – savart) کے کلیہ کے تحت، C پر موجود برقی ٹکڑے سے P پر پیدا ہونے والا مقناطیسی میدان یہ ہے۔

$$d\vec{B} = \frac{\mu_\circ}{4\pi}\frac{I\,d\vec{l}\times\hat{r}}{r^2}$$

$d\vec{B}$ کی قدر یہ ہے

$$dB = \frac{\mu_\circ}{4\pi}\frac{I\,dl\sin\theta}{r^2} = \frac{\mu_\circ}{4\pi}\frac{I\,dl}{r^2}$$

جس میں θ، $Id\vec{l}$ اور $\vec{r}$ کا درمیانی زاویہ ہے۔ یہاں $\theta = 90°$

$d\vec{B}$ کی سمت برقی رو کا حصہ $Id\vec{l}$ اور CP کے عمودی ہوتی ہے۔ لہذا یہ CP کے عمود پر PR کے موافق ہوتی ہے۔

D پر موجود برقی حصے کی وجہ سے P پر پیدا ہونے والا مقناطیسی میدان بھی C سے بننے والے میدان کے برابر ہوگا کیونکہ لچھے سے ان دونوں کا فاصلہ یکساں ہے مگر ان کی سمت PS کے موافق ہوگی۔

دونوں حصوں سے پیدا ہونے والے مقناطیسی میدان $d\vec{B}$ کو دو اجزاء کے ذریعہ محسوب کیا جاتا ہے۔ Y سمت میں dB sinØ اور Z سمت میں ان میں جو افقی اجزاء ہوتے ہیں وہ منقطع (cancel out) ہوجاتے ہیں اور صرف عمودی اجزاء (dB sinØ $\hat{k}$) ہی P نقطہ پر $\vec{B}$ کے کل مقناطیسی میدان میں حصہ لیتے ہیں

$$\vec{B} = \int d\vec{B} = \int dB\sin\phi\,\hat{k}$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int \frac{dl}{r^2}\sin\phi\,\hat{k}$$

مثلث OCP سے

$$\sin\phi = \frac{R}{\left(R^2+z^2\right)^{1/2}} \qquad r^2 = R^2 + z^2$$

ان کو اوپر کی مساوات میں حل کرنے پر ہم حاصل کرتے ہیں۔

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{R}{\left(R^2+z^2\right)^{3/2}}\hat{k}\left(\int dl\right)$$

اگر ہم خطی حصہ (line element) کو 0 سے $2\pi R$ تک احصاء integrate کریں، تو ہم برق بردار دائری چکر کی وجہ سے P نقطہ پر بننے والا مقناطیسی میدان کو حاصل کرتے ہیں۔

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{\left(R^2 + z^2\right)^{3/2}} \hat{k}$$

اگر دائری لچھے میں N تعداد کے چکر ہوں، تو مقناطیسی میدان یہ ہوگا۔

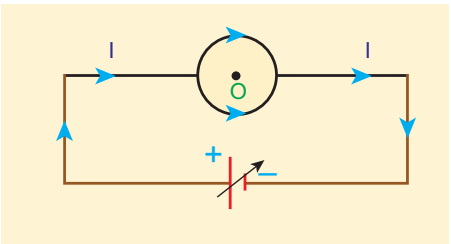
$$\vec{B} = \frac{\mu_0 NI}{2} \frac{R^2}{\left(R^2 + z^2\right)^{3/2}} \hat{k} \qquad (3.37)$$

لچھے کے مرکز پر مقناطیسی میدان یہ ہوگا۔

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 NI}{2R} \hat{k} \quad \text{چونکہ } z = 0 \text{ ہے،} \qquad (3.38)$$

مثال 3.13

خاکہ میں بتائے گئے چکر کے مرکز میں موجود مقناطیسی میدان کیا ہوگا؟



حل

دائری لچھے کے اوپری نصف دائرے اور نچلے نصف دائرے میں برقی رو کی وجہ سے پیدا ہونے والا مقناطیسی میدان، عددی مقدار میں تو ایک دوسرے کے برابر ہوتے ہیں مگر سمت میں ایک دوسرے کے مخالف ہوتے ہیں۔ اس لئے چکر کے مرکز (نقطہ O) پر موجود مقناطیسی میدان صفر ہوگا $\vec{B} = \vec{0}$

3.8.4 مماسی کلیہ اور مماسی گیلوانومیٹر
Tangent law and Tangent galvanometer

مماسی گیلوانو میٹر ایک آلہ ہے جو بہت چھوٹی برقی رو کا پتہ لگانے کے لئے استعمال ہوتا ہے۔ یہ حرکت پذیر مقناطیس جیسا گیلوانومیٹر ہے جو مماسی کلیہ کے تحت کام کرتا ہے (خاکہ 3.34)۔



خاکہ 3.34 مماسی گیلوانومیٹر

مماسی کلیہ

ایک دوسرے کے عمود میں رہنے والے دو یکساں مقناطیسی میدان میں آزادانہ طور پر رکھا گیا مقناطیس یا مقناطیسی سوئی دو میدانوں کی مجموعی سمت میں ٹھہرتا ہے / ٹھہرتی ہے۔

فرض کریں کہ مماسی گیلوانومیٹر کے لچھے کے ذریعہ بہنے والی رو سے پیدا ہونے والا مقناطیسی میدان B ہے۔ B_H زمینی مقناطیسی میدان کا افقی جزو (Horizonatal Component) ہے۔ دو مقناطیسی میدانوں کے مجموعی عمل سے مقناطیسی سوئی، B_H کے ساتھ θ کا زاویہ بنا کر رکتی ہے، اس طرح سے کہ

$$B = B_H \tan\theta \qquad (3.39)$$

بناوٹ

مماسی گیلوانومیٹر میں ایک غیر مقناطیسی دائری سانچہ (Frame) پر کئی چکروں سے لپیٹا گیا تانبے کا ایک لچھا ہوتا ہے۔ یہ فریم Brass یا لکڑے سے بنا ہوتا ہے۔ اسے افقی سطح والے میز یا پھرنے والے میز جس میں تین مسطح کرنے والے پیچ levelling Screws ہوتے ہیں، اس پر اس فریم کو عمودی طور

پر چڑھایا جاتاہے۔ اس میں مختلف تعداد کی چکر رکھنے والے دو یا دو سے زیادہ لچھے ہوتے ہیں۔ عام طور پر ہم جو آلات لیبوریٹری میں استعمال کرتے ہیں ان میں 2 چکر، 5 چکر اور 50 چکروں والے ہی زیادہ پائے جاتے ہیں۔ ان کی الگ الگ موٹائی ہوتی ہے اور وہ مختلف طاقتوں والی برقی رو کی پیمائش کرتے ہیں۔

گھومنے والے میز کے مرکز میں ایک چھوٹا سا اوپری ابھار ہوتا ہے جس پر ایک قطب نما کا ڈبہ رکھا جاتا ہے۔ قطب نما میں ایک چھوٹی سی مقناطیسی سوئی کے عمودی طور پر الومینیم سے بنا ایک باریک پائنٹر لگا ہوتا ہے جو نشان کردہ دائری اسکیل پر حرکت کرتا ہے۔ اس دائری اسکیل کے چار چوتھائی Quadrants ہوتے ہیں۔ ہر چوتھائی حصہ میں 0° سے لے کر 90° تک درجات کی تقسیمی ہوتی ہے۔ پیمائش کے دوران متوازی غلطی (Parallax error) سے بچنے کے لئے الومینیم پائنٹر Pointer کے نیچے ایک آئینہ لگا ہوا ہوتا ہے۔

احتیاطی تدابیر

1۔ دیگر مقناطیس اور مقناطیسی اشیاء کو اس آلہ سے دور رکھا جاتا ہے۔

2۔ Spiritlevel کی مدد سے مسطح کرنے والی پیچوں (levelling screws) کو اس طرح ترتیب دیا جاتا ہے کہ چھوٹی مقناطیسی سوئی بالکل افقی ہوجائے اور (فریم پر چڑھا ہوا) لچھا بالکل عمودی ہوجائے۔

3۔ لچھے کو اس کے عمودی محور پر گھما کر اس کے مسطح (Plane) کو چھوٹی مقناطیسی سوئی کے متوازی کردیا جاتا ہے، یہاں تک کہ لچھا مقناطیسی نصف النہار میں ٹھہرا ہوا ہوتا ہے۔

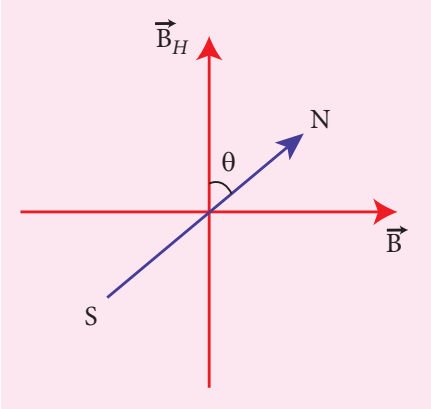
4۔ صرف قطب نما کے ڈبہ کو اس طرح گھمایا جاتا ہے کہ الومینیم پائنٹر $0^o - 0^o$ کی نشاندہی کرتا ہے۔

نظریہ

مماسی گیلوانومیٹر کے تجربہ میں، جب لچھے میں کچھ بھی برقی رو نہیں بہتی تو چھوٹی مقناطیسی سوئی زمینی مقناطیسی میدان کے افقی جزء ہی پر پڑی رہتی ہے۔ جب برقی دور کو بند کیا جاتا ہے تو لچھے میں برقی رو کے بہنے سے لچھے کے مرکز میں مقناطیسی میدان پیدا ہوتا ہے۔ لہذا اس میں اب دو مقناطیسی میدان ہوتے ہیں جو ایک دوسرے کے عمودی ہوتے ہیں۔ وہ یہ ہیں۔

(1) لچھے میں برقی رو کے بہنے سے پیدا ہونے والا مقناطیسی میدان (B) جو لچھے کے مسطح (Plane of the coil) کے عمود میں عمل پیرا ہوتا ہے۔

(2) زمینی مقناطیسی میدان کا افقی جزو B_H



خاکہ 3.35 چڑھائی گئی سوئی کا مجموعی مقام

ان دو قطاع کرنے والے میدانوں کی وجہ سے چڑھی ہوئی مقناطیسی سوئی θ کے ایک زاویہ سے انحراف پاتی ہے۔ مماسی کلیہ (مساوات 3.39) کے ذریعہ

$$B = B_H \tan\theta$$

اگر N تعداد کی چکر اور R نصف قطر رکھنے والے ایک دائری لچھے کے ذریعہ برقی رو بہائی جاتی ہے تو اس کے مرکز میں بننے والے مقناطیسی میدان کی عددی مقدار (مساوات 3.28 سے) یہ ہے۔

$$B = \mu_\circ \frac{NI}{2R} \qquad (3.40)$$

مساوات 3.39 اور مساوات 3.40 کی مدد سے ہم حاصل کرتے ہیں

$$\mu_\circ \frac{NI}{2R} = B_H \tan\theta$$

زمینی مقناطیسی میدان کے افقی جزو کو اس طرح پیش کیا جاتا ہے۔

$$B_H = \frac{\mu_\circ N}{2R}\frac{I}{\tan,} \qquad (3.41)$$

مثال 3.14

ایک مماسی گیلوانومیٹر کے لچھے میں 100 چکر ہیں اور اس کا قطر 0.24m ہے۔ اگر زمینی مقناطیسی میدان کا افقی جزو 25×10^{-6} T ٹیسلا ہو تو 60° کا انحراف پیدا کرنے والی برقی رو کی مقدار معلوم کریں۔

حل

لچھے کا قطر 0.24 میٹر ہے۔ لہذا لچھے کا نصف قطر 0.12 میٹر ہے۔

چکروں کی تعداد 100 ہے

زمینی مقناطیسی میدان $25\text{x}10^{-6}$ T ہے۔

انحراف یہ ہے

$$\theta = 60^\circ \Rightarrow \tan 60^\circ = \sqrt{3} = 1.732$$

$$I = \frac{2RB_H}{\mu_\circ N}\tan\theta$$

$$= \frac{2\times 0.12\times 25\times 10^{-6}}{4\times 10^{-7}\times 3.14\times 100}\times 1.732 = 0.82\times 10^{-1}\text{A}.$$

$$I = 0.082 \text{ A}$$

3.8.5 ایک مقناطیسی قطبین نما برقی لوپ
(Current loop as a magnetic dipole)

R نصف قطر والے برقی بردار دائری لوپ کے محور پر ایک نقطہ جو اس کے مرکز سے Z فاصلہ پر ہو، اس نقطہ پر پیدا ہونے والا مقناطیسی میدان یوں پیش کیا جاتا ہے

$$\vec{B} = \frac{\mu_\circ I}{2}\frac{R^2}{\left(R^2+z^2\right)^{\frac{3}{2}}}\hat{k} \qquad \text{(مساوات 3.37 کی مدد سے)}$$

بہت زیادہ فاصلہ پر $z >> R$ ہوتا ہے، لہذا $R^2 + z^2 \approx z^2$ ہے، لہذا اب ہم رکھتے ہیں

$$\vec{B} = \frac{\mu_\circ I}{2}\frac{R^2}{z^3}\hat{k} \text{ or } \vec{B} = \frac{\mu_\circ I}{2\pi}\frac{\pi R^2}{z^3}\hat{k} \qquad (3.42)$$

اگر دائری لوپ کا رقبہ $A = \pi R^2$ ہو تو، مساوات 3.42 کو لوپ کے رقبہ کے تحت دوبارہ یوں لکھ سکتے ہیں۔

$$\vec{B} = \frac{\mu_\circ I}{2\pi}\frac{A}{z^3}\hat{k}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_\circ}{4\pi}\frac{2IA}{z^3}\hat{k} \qquad (3.43)$$

مساوات 3.43 کو مساوات 3.14 کے ساتھ ابعادی طور پر موازنہ کرنے پر ہم حاصل کرتے ہیں۔

$$p_m = I\,A$$

جہاں P_m مقناطیسی قطبینی حرکت کہلاتا ہے۔ سمتیہ وضاحت (Vector notation) میں،

$$\vec{p}_m = I\,\vec{A} \qquad (3.44)$$

p_m

اس سے پتہ چلتا ہے کہ ایک برق بردار دائری لوپ $\vec{P}_m$ مقناطیسی حرکت رکھنے والا ایک مقناطیسی قطبین کی طرح برتاؤ کرتا ہے۔ اس لئے، **کسی دائری لوپ کی مقناطیسی قطبینی حرکت، لوپ میں بہنے والی برقی رو اور لوپ کے رقبہ کے حاصل ضرب کے برابر ہوتی ہے۔**

دائیں ہاتھ کے انگوٹھے کا قانون یا کلیہ

مقناطیسی حرکت کی سمت کو معلوم کرنے کے لئے ہم دائیں ہاتھ کے انگوٹھے کا کلیہ استعمال کرتے ہیں۔ کلیہ یہ بیان کرتا ہے کہ

اگر ہم دائیں ہاتھ کی انگلی کو لوپ میں موجود برقی رو کے رخ میں مروڑیں تو ہمارا پھولا ہوا انگوٹھا لوپ سے متعلق مقناطیسی حرکت کی سمت کو ظاہر کرتا ہے۔

جدول 3.3 اختتامی قانون (End rule)
دائری لوپ میں برقی رو کی سمت کے ساتھ قطبیت

دائری لوپ میں برقی رو	قطبیت	نقشہ
غیر ساعتی برقی رو	شمالی قطب	 غیر ساعتی برقی رو شمالی قطب
ساعتی برقی رو	جنوبی قطب	 ساعتی برقی رو جنوبی قطب

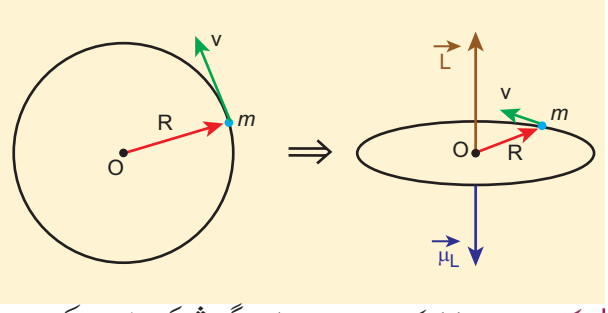
3.8.6 گردش کرنے والے الکٹران کی مقناطیسی قطبینی حرکت
Magnetic dipole moment of revolving electron

فرض کریں ایک الکٹرن مرکز کے اطراف دائری حرکت کرتا ہے جیسا کہ خاکہ (3.36) میں بتایا گیا ہے۔ ایک لوپ میں موجود گردشی الکٹران برقی رو کی طرح ہوتا ہے (چونکہ بار کا بہاؤ برقی رو پیدا کرتا ہے)۔ برق بردار دائری لوپ کی وجہ سے پیدا ہونے والی مقناطیسی قطبینی حرکت یہ ہے۔

$$\vec{\mu}_L = I\,\vec{A} \qquad (3.45)$$

عددی مقدار میں

$$\mu_L = I\,A$$



خاکہ 3.36 (a) ایک دائری مدار میں گردش کرنے والا الکٹران (b) مقناطیسی قطبینی حرکت کی سمت اور مداری زاویائی معیار حرکت کی سمت، دونوں سمتیے (Vectors) ایک دوسرے کے مخالف ہیں۔

اگر ایک الکٹران کا گردشی وقفہ (time period of revolution) T ہو تو الکٹران کی گردشی حرکت سے پیدا ہونے والی برقی رو یہ ہے

$$I = \frac{-e}{T} \qquad (3.46)$$

جہاں e- ایک الکٹران کا برقی بار ہے۔ اگر دائری مدار کا نصف قطر R ہو اور دائری مدار میں الکٹران کی سمتی رفتار (velocity) υ ہو تو

$$T = \frac{2\pi R}{\upsilon} \qquad (3.47)$$

مساوات 3.45 میں مساوات 3.46 اور مساوات 3.47 کا استعمال کرتے ہوئے ہم حاصل کرتے ہیں۔

$$\mu_L = -\frac{e}{\frac{2\pi R}{\upsilon}}\pi R^2 = -\frac{e\upsilon R}{2} \qquad (3.48)$$

جہاں $A = \pi R^2$ دائری لوپ کا رقبہ ہے۔ تعارف کے تحت، O کے ساتھ الکٹران کی زاویائی معیار حرکت (angular momentum) یہ ہے

$$\vec{L} = \vec{R} \times \vec{p}$$

عددی مقدار میں

$$L = Rp = m\upsilon R \qquad (3.49)$$

مساوات 3.48 اور مساوات 3.49 کی مدد سے ہم حاصل کرتے ہیں۔

$$\frac{\mu_L}{L} = -\frac{e\upsilon R/2}{m\upsilon R} = -\frac{e}{2m} \Rightarrow \vec{\mu}_L = -\frac{e}{2m}\vec{L} \qquad (3.50)$$

منفی علامت یہ ظاہر کرتی ہے کہ مقناطیسی حرکت، زاویائی معیار حرکت کی مخالفت سمت میں ہے۔

عددی مقدار میں،

$$\frac{\mu_L}{L} = \frac{e}{2m} = \frac{1.60\times10^{-19}}{2\times9.11\times10^{-31}} = 0.0878\times10^{12}\ \text{C kg}^{-1}$$

$$\frac{\mu_L}{L} = 8.78\times10^{10}\ \text{C kg}^{-1} = \text{مستقلہ}$$

$\frac{\mu_L}{L}$ کی نسبت ایک مستقلہ ہے جسے $\left(\frac{e}{2m}\right)$ gyro-magnetic نسبت کہا جاتا ہے۔ اس پر غور کرنا ضروری ہے کہ یہ gyro-magnetic نسبت ایک تناسبی مستقلہ ہے جو الکٹران کی زاویائی حرکت اور الکٹران کی مقناطیسی حرکت کے درمیان تعلق پیدا کرتی ہے۔

Neil's Bohr کے کوانٹم سازی کے قانون کے تحت، ایک سکون پذیر مدار میں حرکت کرنے والے الکٹران کی زاویائی معیار حرکت Quantized (مسلسل سلسلہ وار) ہوجاتی ہے یعنی

$$L = n\hbar = n\frac{h}{2\pi}$$

جہاں $(h = 6.63 \times 10^{-34}\ J\ s)$ مستقلہ ہے اور n مداری عدد ہے یعنی n= 1,2,3 چنانچہ

$$\mu_L = \frac{e}{2m}L = n\frac{eh}{4\pi m}$$

$$\mu_L = n \times \frac{(1.60\times10^{-19})h}{4\pi m} A\,m^2$$

$$= n \times \frac{(1.60\times10^{-19})(6.63\times10^{-34})}{4\times3.14\times(9.11\times10^{-31})}$$

$$\mu_L = n\times9.27\times10^{-24} A\,m^2$$

اگر n=1 منتخب کریں تو مقناطیسی حرکت کی کم ترین مقدار حاصل کرسکتے ہیں۔

$$\mu_L = 9.27\times10^{-24} A\,m^2 = 9.27\times10^{-24}\ JT^{-1}$$
$$= (\mu_L)_{min} = \mu_B$$

جہاں $\mu_B = \frac{eh}{4\pi m} = 9.27\times10^{-24} A\,m^2$ کو Bohr Magneton کہا جاتا ہے جسے جوہری مقناطیسی حرکتوں کی پیمائش میں استعمال کیا جاتا ہے۔

3.9 ایمپیر کا دوری کلیہ
Ampere's Circuital law

کسی نقطہ پر مقناطیسی میدان کو معلوم کرنے کے مسئلہ میں جب بھی توازن (Symmetry) پیدا ہوتا ہے تو ایمپیر کے دوری کلیہ کا استعمال ہوتا ہے۔

3.9.1 ایمپیر کا دوری کلیہ
Ampère's circuital law

ایمپیر کا کلیہ: ایک بند لوپ پر مقناطیسی میدان کا خطی احصاء (line integral) لوپ میں گھیرے گئے کل برقی رو کے μ_0 گنا کے برابر ہے۔

$$\oint_C \vec{B}.\vec{dl} = \mu_\circ I_{enclosed} \qquad (3.51)$$

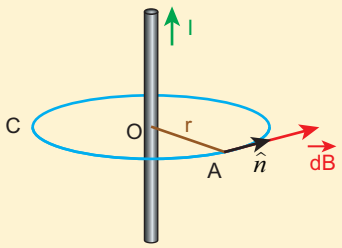
جہاں $I_{enclosed}$ بند لوپ C سے جڑی ہوئی کل برقی رو ہے۔ نوٹ کریں کہ خطی احصاء مقناطیسی میدان کے ساتھ موصل کے راستے یا مقام پر منحصر نہیں ہوتا۔

نوٹ

خطی احصاء (انٹیگرل) (line integral) کا مطلب ایک خط یا ایک منحنی پر کا احصاء ہے۔ اس کے لئے استعمال ہونے والی علامت $\int_c$ ہے۔

بند خطی احصاء (انٹیگرل) Closed line integral کا مطلب ایک بند منحنی (یا خط) پر کا احصاء ہے۔ اس کے لئے استعمال ہونے والی علامت $\oint_c$ یا $\oint$ ہے۔

3.9.2 ایمپیر کے کلیہ کی مدد سے نا معلوم لمبائی والی برقی تار کی وجہ سے پیدا ہونے والے مقناطیسی میدان کو معلوم کرنا
Magnetic field due to the current carrying wire of infinite length using Ampere's law



خاکہ 3.37 برقی بردار سیدھی تار کے لئے ایمپیر کا لوپ

I برقی رو اور لامحدود لمبائی والے ایک برقی بردار موصل اور مقناطیسی میدان کے رخ پر غور کریں جیسا کہ خاکہ 3.37

میں بتایا گیا ہے۔ چونکہ تار ہندسی طور پر (geometrically) استوانہ نما ہے اور اس کے محور پر متناسب (Symmetrical) ہے، ہم موصل کے مرکز سے r فاصلہ پر دائری شکل کا ایک ایمپیری لوپ Amperian loop تعمیر کرتے ہیں جیسا کہ خاکہ 3.37 میں بتایا گیا ہے

$$\oint_C \vec{B}.d\vec{l} = \mu_\circ I$$

جہاں $d\vec{l}$ ایمپیری لوپ (دائری لوپ پر کا مماس) کے ساتھ والا خطی ٹکڑا (line element) ہے۔ چنانچہ مقناطیسی میدانی سمت اور خطی ٹکڑے کا درمیانی زاویہ صفر ہے۔ لہذا

$$\oint_C B\,dl = \mu_\circ I$$

جہاں I ایمپیری لوپ سے گھیری ہوئی برقی رو ہے۔ توازن کی وجہ سے مقناطیسی میدان کی عددی مقدار ایمپیری لوپ پر یکساں ہوتی ہے۔ چنانچہ

$$B\oint_C dl = \mu_\circ I$$

ایک دائری لوپ کے لئے اس کا احاطہ $2\pi r$ ہوتا ہے جس سے معلوم ہوتا ہے کہ

$$B\int_0^{2\pi r} dl = \mu_\circ I$$

$$B\cdot 2\pi r = \mu_\circ I$$

$$B = \frac{\mu_\circ I}{2\pi r}$$

سمتی وضاحت میں، وہ مقناطیسی میدان یہ ہے

$$\vec{B} = \frac{\mu_\circ I}{2\pi r}\hat{n}$$

جہاں $\hat{n}$ ایمپیری لوپ کے لئے مماس کے ساتھ کی ایک اکائی سمتیہ ہے جیسا کہ خاکہ 3.37 میں بتایا گیا ہے۔

مثال 3.15

1A برقی رو رکھنے والی ایک لمبی برق بردار تار کے ایک میٹر دوری پر پیدا ہونے والے مقناطیسی میدان کی مقدار معلوم کریں۔ نیز اسے زمینی مقناطیسی میدان کے ساتھ موازنہ کریں۔

حل

دیا گیا ہے کہ $I = 1$ اور نصف قطر $r = 1$ ہے۔

$$B_{straightwire} = \frac{\mu_\circ I}{2\pi r} = \frac{4\pi\times10^{-7}\times1}{2\pi\times1} = 2\times10^{-7}\ \text{T}$$

مگر زمینی مقناطیسی میدان $B_{Earth} \sim 10^{-5}$ T یہ ہے

اس لئے $B_{straightwire}$، زمینی B_{Earth} سے ایک سوگنا چھوٹی ہے۔

پیچواں یا مرغولہ نما Solenoid

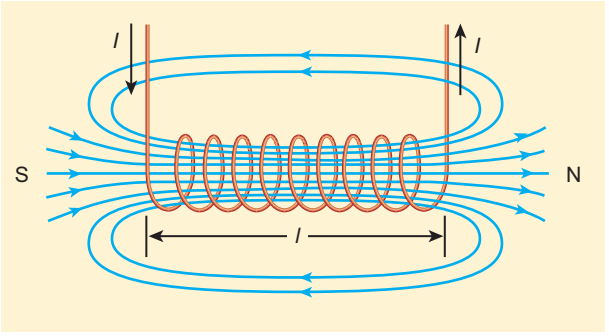
پیچواں یا مرغولہ نما (Solenoid) دھاگے کے گولے کی طرح بہت ہی قریب لپیٹے گئے تار کا ایک لمبا لچھا ہوتا ہے جیسا کہ خاکہ 3.38 میں بتایا گیا ہے۔ جب پیچواں کے ذریعہ برقی رو بہائی جاتی ہے تو اس میں مقناطیسی میدان پیدا ہوتا ہے۔ یہ مقناطیسی میدان ہر چکر سے پیدا ہونے والے مقناطیسی میدانوں کے انطباق کی وجہ سے پیدا ہوتا ہے۔ پیچواں سے بننے والے مقناطیسی میدانی سمت کو دائیں ہاتھ کی ہتھیلی کے کلیہ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

پیچواں کے اندر موجود مقناطیسی میدان اس کے محور کے متوازی اور تقریباً یکساں ہوتا ہے جب کہ پیچواں کے باہر کا مقناطیسی میدان نظر انداز کرنے کے قابل تک بہت چھوٹا ہوتا ہے۔ برقی رو کی سمت کی بنیاد پر پیچواں کا ایک سرا شمالی قطب اور دوسرا سرا جنوبی قطب کی طرح برتاؤ کرتا ہے۔

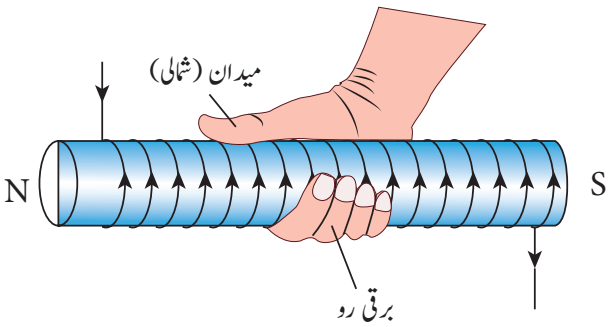
برق بردار پیچواں کو دائیں ہاتھ سے تھاما جاتا ہے۔ اگر انگلیاں برقی سمت کی طرف مروڑی ہوئی ہوں تو کھلا ہوا انگوٹھا برق بردار پیچواں کے مقناطیسی میدان کی سمت کو ظاہر کرتا ہے۔ اسے خاکہ 3.40 میں بتایا گیا ہے۔



خاکہ 3.38 پیچواں (Solenoid)



خاکہ 3.39 ایک بار مقناطیس کی طرح پیچواں



خاکہ 3.40 پیچواں کے مقناطیسی میدان کی سمت

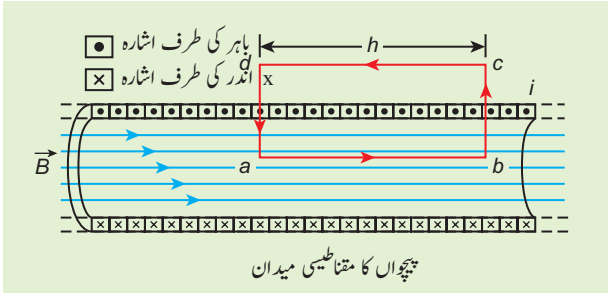
خاکہ 3.39 چنانچہ ایک پیچواں کا مقناطیسی میدان، ایک بار مقناطیس کے مقناطیسی میدان کی طرح معلوم ہوتا ہے۔

پیچواں کو لمبا فرض کرلیا جاتا ہے۔ اس کا مطلب ہے کہ پیچواں کے قطر کے مقابلے میں لمبائی زیادہ ہوتی ہے۔ ضروری نہیں کہ اس میں موجود لپیٹیں بالکل دائری ہوں بلکہ وہ دوسری شکل کی بھی ہوسکتی ہیں۔ یہاں صرف دائری لپیٹوں والے پیچواں ہی کا تذکرہ کیا گیا ہے جیسا کہ خاکہ 3.40 میں بتایا گیا ہے۔

3.9.3 ایک لمبے برق بردار پیچواں کی وجہ سے بننے والا مقناطیسی میدان

Magnetic field due to a long current carrying solenoid

ایک پیچواں فرض کریں جس کی لمبائی L ہو اور اس میں N تعداد کے چکر موجود ہوں۔ فرض کریں کہ اس کی لمبائی اس کے قطر سے بہت زیادہ ہو اور اس کی لپیٹیں بہت ہی قریب ہوں۔



خاکہ 3.41 پیچواں کے لئے ایمپیری لوپ

پیچواں کے اندر کسی نقطہ پر موجود مقناطیسی میدان کو معلوم کرنے کے لئے ہم ایمپیر کے دوری کلیہ کا استعمال کرتے ہیں۔ ایک مستطیلی لوپ abcd فرض کرلیں جیسا کہ خاکہ 3.41 میں بتایا گیا ہے۔ پھر، ایمپیر کے دوری کلیہ کے تحت

$$\oint_C \vec{B}.d\vec{l} = \mu_0 I_{enclosed}$$

$= \mu_0 \times$ (ایمپیری لوپ سے گھری ہوئی کل برقی رو)

مساوات کے بائیں حصہ کو اس طرح بھی لکھ سکتے ہیں

$$\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{l} = \int_a^b \vec{B}.d\vec{l} + \int_b^c \vec{B}.d\vec{l} + \int_c^d \vec{B}.d\vec{l} + \int_d^a \vec{B}.d\vec{l}$$

چونکہ bc اور da کے چھوٹے حصے، پیچواں کے محور کے ساتھ موجود مقناطیسی میدان کے عمودی ہیں۔ یہ انٹیگرل

$$\int_b^c \vec{B}.d\vec{l} = \int_b^c |\vec{B}||d\vec{l}| \cos 90^\circ = 0$$

اور اسی طرح

$$\int_d^a \vec{B}.d\vec{l} = 0$$

چونکہ پیچواں کے باہر کا مقناطیسی میدان صفر ہے، انٹیگرل $\int_c^d \vec{B}.d\vec{l} = 0$

ab کے راستے کے لئے انٹیگرل یہ ہوگا۔

$$\int_a^b \vec{B}.d\vec{l} = B\int_a^b dl\cos 0^\circ = B\int_a^b dl$$

جہاں ab لوپ کی لمبائی، خاکہ 3.41 کے مطابق، h ہوگی مگر لوپ ab مداری رہنے کی وجہ سے ہم اس لوپ کی لمبائی کو بڑی بھی کرسکتے ہیں۔ اس طرح سے کہ وہ پیچواں کی لمبائی L کے برابر ہوجائے۔ لہذا انٹیگرل اس طرح ہوگا۔

$$\int_a^b \vec{B}.d\vec{l} = BL$$

فرض کرو N چکروں والے پیچواں میں I مقدار کی برقی رو بہہ رہی ہو، تو

$$\int_a^b \vec{B}.d\vec{l} = BL = \mu_0 NI \Rightarrow B = \mu_0 \frac{NI}{L}$$

فی اکائی لمبائی کے لئے چکروں کی تعداد $n = \frac{N}{L}$ سے دی جاتی ہے۔ لہذا

$$B = \mu_0 \frac{nLI}{L} = \mu_0 nI \qquad (3.52)$$

چونکہ ایک دئے گئے پیچواں کے لئے n ایک مستقلہ ہے، μ_0 بھی مستقلہ ہوتی ہے۔ ایک متعین برقی رو I کے لئے پیچواں کا اندرونی مقناطیسی میدان بھی مستقل ہی ہوتا ہے۔

نوٹ

پیچواں کو برق مقناطیس کے طور پر استعمال کیا جاسکتا ہے۔ یہ ایک مضبوط مقناطیسی میدان پیدا کرتا ہے جسے آن یا آف بھی کیا جاسکتا ہے۔ یہ عمل مستقل مقناطیس سے سر انجام نہیں دیا جاسکتا۔ اس کے علاوہ پیچواں کے اندر لوہے کے بار کو رکھ کر مقناطیسی میدانی طاقت کو مزید بڑھایا جاسکتا ہے۔ یہ اس طرح ہوتا ہے کہ پیچواں کا مقناطیسی میدان لوہے کے بار کو مقناتا ہے۔ چنانچہ کل مقناطیسی میدان پیچواں کے مقناطیسی میدان اور مقنائے ہوئے لوہے کے مقاطیسی میدان کا مجموعہ ہوتا ہے۔ ان خصوصیات کی وجہ سے بے شمار برقی آلات کے بنانے میں پیچواں کثرت سے استعمال کئے جاتے ہیں۔

مثال 3.16

ایک پیچواں کا اندرونی مقناطیسی میدان معلوم کریں، جب

(a) پیچواں کی لمبائی متعین تعداد کی چکروں سے دگنی ہوجائے۔

(b) چکروں کی تعداد اور پیچواں کی لمبائی کو دگنی کردی جائے۔

(c) پیچواں کی متعین لمبائی سے چکروں کی تعداد دگنی ہوجائے

حل

ایک پیچواں کا (اندرونی) مقناطیسی میدان یہ ہے۔

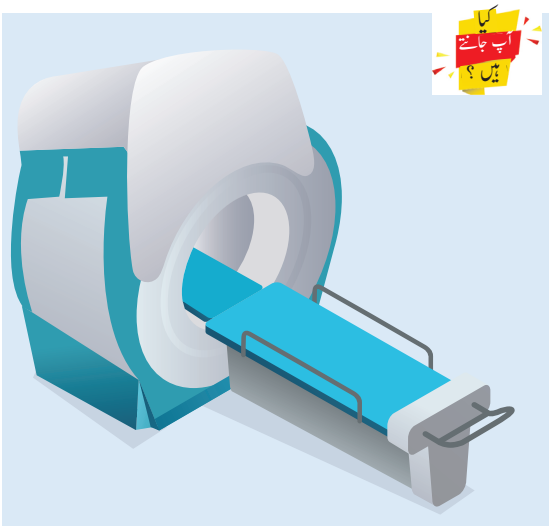
$$B_{L,N} = \mu_0 \frac{NI}{L}$$

(a) پیچواں کی لمبائی چکروں کی متعین تعداد سے دگنی ہوجائے

L→2L (لمبائی دگنی ہوجاتی ہے)

N→N (لپیٹوں کی تعداد مستقل رہتی ہے)

مقناطیسی میدان یہ ہے



ایم۔ آر۔ آئی Magnetic Resonance Imaging نامی آلہ سر، صدر، پیٹ اورپیٹ کے نچلے حصے (Pelvis) کے اندر ہونے والی بے ترتیبی اور کمزوری کی جانچ کرنے اور ان کا علاج کرنے میں طبیبوں کی مدد کرتا ہے۔ یہ ایک غیر جراحی طبی امتحان ہے۔ اس آلے کے دائری کھلے حصہ میں مریض کو رکھا جاتا ہے (درحقیقت یہ پیچواں کا اندرونی حصہ ہے جو اعلی موصلی تار سے بنا ہوتا ہے) اور اس اعلی موصلی تار کے ذریعہ مضبوط مقناطیسی میدان پیدا کرنے کے لئے بڑی مقدار کی رو بہائی جاتی ہے۔ اس لئے اس میں زیادہ طاقت ور مقناطیس radio Freqnency Pulses اور ایک کمپیوٹر کا استعمال ہوتا ہے جس کی مدد سے طبیب مریض کے جسم کے مختلف حصوں کی تشخیص کرپاتے ہیں

$$B_{2L,N} = \mu_0 \frac{NI}{2L} = \frac{1}{2} B_{L,N}$$

(b) چکروں کی تعداد اور پیچواں کی لمبائی کو دگنی کردی جائے۔

L→2L (لمبائی دگنی کردی گئی)

N→2N (چکروں کی تعداد دگنی ہوگئی)

مقناطیسی میدان یہ ہے

$$B_{2L,2N} = \mu_0 \frac{2NI}{2L} = B_{L,N}$$

(c) پیچواں کی متعین لمبائی سے چکروں کی تعداد دگنی ہوجائے

L→L (لمبائی متعین ہے)

N→2N (چکروں کی تعداد دگنی ہوگئی ہے)

مقناطیسی میدان یہ ہے

$$B_{L,2N} = \mu_0 \frac{2NI}{L} = 2B_{L,N}$$

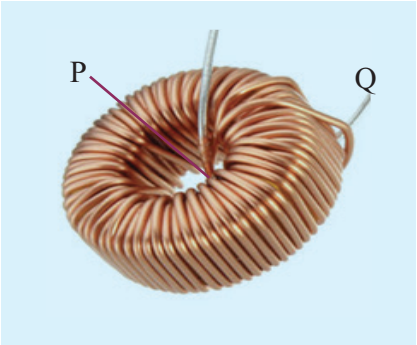
اوپر کے نتائج سے معلوم ہوتا ہے

$$B_{L,2N} > B_{2L,2N} > B_{2L,N}$$

لہذا جب ہم ایک دی گئی برقی رو کے لئے اسی لمبائی میں زیادہ چکر لپیٹتے ہیں تو مقناطیسی میدان کی طاقت بڑھ جاتی ہے۔

3.9.4 ٹورائیڈ (دائری پیچواں) Toroid

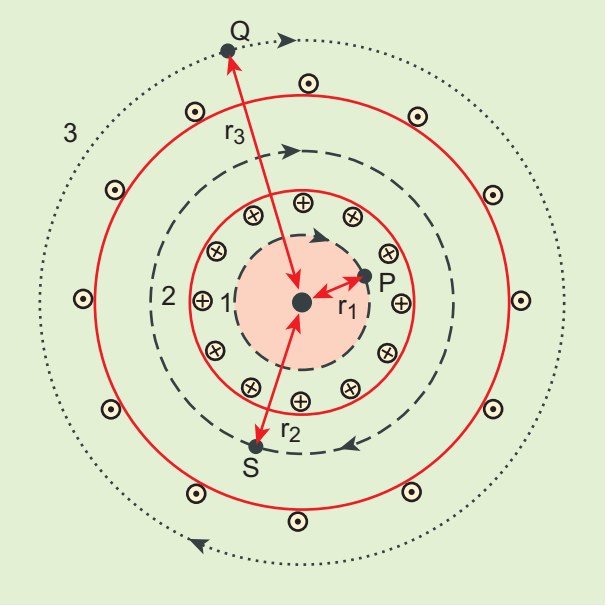
اگر کسی پیچواں (Solenoid) کو اس قدر مروڑیں کہ وہ ایک بند حلقہ کی شکل اختیار کرے اور اس کے دونوں سرے جڑ جائیں تو یہ ٹورائیڈ کہلاتا ہے جسے خاکہ 3.42 میں بتایاگیا ہے۔ ٹورائیڈ کے اندر مستقل مقدار کا مقناطیسی میدان پایا جاتا ہے جب کہ ٹورائیڈ کے اندرونی حصے (فرض کریں نقطہ P) اور بیرونی حصے (فرض کریں نقطہ Q) کا مقناطیسی میدان صفر ہوتا ہے۔



خاکہ 3.42 ٹورائیڈ

(a) ٹورائیڈ کی اندرونی کھلی جگہ

آیئے ہم نقطہ P پر مقناطیسی میدان B_P معلوم کریں خاکہ 3.43 کے مطابق P نقطہ کے اطراف r_1 نصف قطر کا ایک ایمپیرین لوپ L_1 تعمیر کرتے ہیں۔ آسانی کے لئے ہم دائری لوپ



خاکہ 3.43 ٹورائیڈ۔ ایمپیری لوپ

لیتے ہیں تاکہ لوپ کی لمبائی کا اندازہ اس کے احاطے سے کرلیا جائے۔

$$L_1 = 2\pi r_1$$

پہلے لوپ کے لئے ایمپیر کا دوری کلیہ یہ ہوگا۔

$$\oint_{loop1} \vec{B}_P . \vec{dl} = \mu_0 I_{enclosed}$$

چونکہ لوپ 1 کسی بھی برقی رو کو گھیرا ہوا نہیں ہے، $I_{enclosed} = 0$ ہے

$$\oint_{loop1} \vec{B}_P . \vec{dl} = 0$$

یہ اسی وقت ممکن ہے جب P پر کا مقناطیسی میدان زائل ہوجاتا ہو۔

$$\vec{B}_P = 0$$

(b) ٹورائیڈ کی بیرونی کھلی جگہ

آئیے ہم نقطہ Q پر مقناطیسی میدان B_Q معلوم کریں۔ خاکہ 3.43 کے مطابق ہم Q نقطہ کے اطراف r_3 نصف قطر کا ایمپیری لوپ 3 تعمیر کرتے ہیں۔ لوپ کی لمبائی یہ ہے۔

$$L_3 = 2\pi r_3$$

لوپ 3 کے لئے ایمپیر کا دوری کلیہ یہ ہوگا۔

$$\oint_{loop3} \vec{B}_Q . \vec{dl} = \mu_0 I_{enclosed}$$

چونکہ ٹورائیڈ کے لوپ کے ہر چکر میں کاغذ کی مسطح کے باہر آنے والی برقی رو، کاغذ کے اندر کی طرف جانے والی برقی رو کو زائل کردیتی ہے چنانچہ $I_{enclosed} = 0$

$$\oint_{loop3} \vec{B}_Q . \vec{dl} = 0$$

یہ اسی وقت ممکن ہے جب Q پر کا مقناطیسی میدان زائل ہوجاتا ہے یعنی

$$\vec{B}_Q = 0$$

(c) ٹورائیڈ کے اندر (بند حصہ)

آئیے ہم نقطہ S پر مقناطیسی میدان B_S معلوم کریں۔ خاکہ 3.43 کے مطابق ہم S نقطہ کے اطراف r_2 نصف قطر کا ایک ایمپیری لوپ 2 تعمیر کرتے ہیں۔ لوپ کی لمبائی یہ ہے۔

$$L_2 = 2\pi r_2$$

لوپ 2 کے لئے ایمپیر کا دوری کلیہ یہ ہوگا۔

$$\oint_{loop2} \vec{B}_S . \vec{dl} = \mu_0 I_{enclosed}$$

فرض کریں کہ ٹورائیڈ کے ذریعہ بہنے والی برقی رو I ہو اور ٹورائیڈ کے چکروں کی تعداد N ہو تو

$$I_{enclosed} = NI$$

چنانچہ

$$\oint_{loop2} \vec{B}_S . \vec{dl} = \oint_{loop2} B_S \, dl \cos\theta = B_S 2\pi r_2$$

$$\int_{loop2} \vec{B}_S . \vec{dl} = \mu_0 NI$$

$$B_S = \mu_0 \frac{NI}{2\pi r_2}$$

اگر ایک اکائی لمبائی میں موجود چکروں کی تعداد $n = \frac{N}{2\pi r_2}$ ہو تو S پر موجود مقناطیسی میدان یہ ہے

$$B_S = \mu_0 nI \qquad (3.53)$$

3.10 لارنز قوت Lorentz Force

ایک مقناطیسی میدان میں جب ایک برقی بار q کو حالت سکون میں رکھا جاتا ہے تو اس پر کوئی قوت عمل نہیں کرتی، وہیں اگر مقناطیسی میدان میں برقی بار حرکت کرنے لگتا ہے تو وہ ایک قوت محسوس کرتا ہے۔ یہ قوت پہلی اکائی میں پڑھے گئے کولوم کی قوت سے مختلف ہے۔ یہ قوت مقناطیسی قوت کہلاتی ہے۔ اس کو ذیل کے مساوات سے پیش کیا جاتا ہے۔

$$\vec{F} = q\left(\vec{v} \times \vec{B}\right) \qquad (3.54)$$

عام طور پر اگر ایک بار برقی اور مقناطیسی دونوں میدانوں میں حرکت کرتا ہے تو اس سے محسوس کی جانے والی قوت کو اس طرح پیش کیا جاتا ہے $\vec{F} = q\left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}\right)$ یہ لارنز قوت کہلاتی ہے۔

3.10.1 مقناطیسی میدان میں حرکت پذیر برقی بار پر قوت

Force on a moving charge in a magnetic field

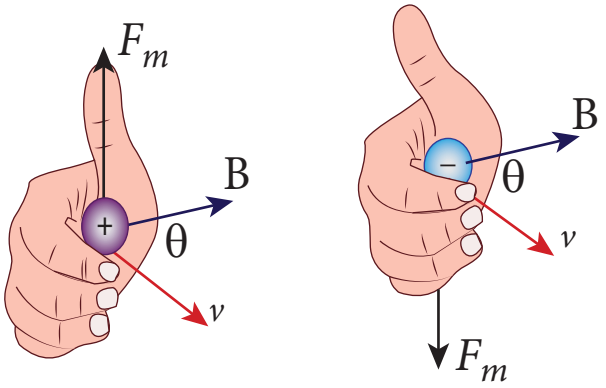
جب q برقی بار، مقناطیسی میدان $\vec{B}$ میں $\vec{v}$ سمتی رفتار کے ساتھ حرکت کرتا ہے تو وہ ایک قوت سے متاثر ہوتا ہے جسے مقناطیسی قوت $\vec{F}_m$ کہتے ہیں۔ بغور مشاہدات کے بعد لارنز (Lorentz) نے مقناطیسی میدان $\vec{B}$ میں ایک باحرکت برقی بار سے محسوس کی جانے والی قوت $\vec{F}_m$ کا پتہ لگایا۔

$$\vec{F}_m = q\left(\vec{v} \times \vec{B}\right) \qquad (3.55)$$

$$F_m = qvB\sin\theta \quad \text{قدری طور پر} \qquad (3.56)$$

مساوات 3.55 اور مساوات 3.56 ہمیں بتاتے ہیں کہ

1. $\vec{F}_m$ مقناطیسی میدان $\vec{B}$ کے براہ راست تناسب میں ہے۔
2. $\vec{F}_m$ باحرکت برقی بار کی سمتی رفتار $\vec{v}$ کے براہ راست تناسب میں ہے۔
3. $\vec{F}_m$، سمتی رفتار اور مقناطیسی میدان کے درمیانی زاویہ کے sine کے براہ راست تناسب میں ہے۔
4. $\vec{F}_m$ برقی بار q کی مقدار کے بھی راست تناسب میں ہے۔
5. $\vec{F}_m$ کی سمت ہمیشہ $\vec{v}$ اور $\vec{B}$ کے عمودی ہوتی ہے کیونکہ قوت $\vec{F}_m$، $\vec{v}$ اور $\vec{B}$ کا ترچھی حاصل ضرب ہے۔



(a) (b)

خاکہ 3.44 (a) مثبت برقی بار پر اور (b) منفی برقی بار پر لارنز قوت کی سمت

6. منفی بار پر $\vec{F}_m$ کی سمت، مثبت بار پر $\vec{F}_m$ کی سمت سے مخالف ہوتی ہے بشرطیکہ دوسرے اجزاء ایک ہی جیسے ہوں جیسا کہ خاکہ 3.44 میں بتایا گیا ہے۔
7. اگر q بار کی سمتی رفتار $\vec{v}$، مقناطیسی میدان $\vec{B}$ کے ساتھ ہو تو $\vec{F}_m$ صفر ہوجائے گی۔

ٹیسلا (Tesla) کی تعریف

جب ایک مقناطیسی میدان میں اکائی سمتی رفتار سے حرکت کرنے والا اکائی بار اکائی قوت محسوس (experience) کرتا ہے تو کہا جائے گا کہ مقناطیسی میدان کی طاقت ایک ٹیسلا (one tesla) ہے۔

$$1\ \mathrm{T} = \frac{1\,\mathrm{N\,s}}{\mathrm{C\,m}} = 1\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{A\,m}} = 1\,\mathrm{N\,A^{-1}m^{-1}}$$

مثال 3.17

ایک مقناطیسی میدان $\vec{B}$ میں مثبت Y سمت کے ساتھ $\vec{v}$ سمتی رفتار کے ساتھ q بار والا ایک ذرہ حرکت کرتا ہے۔ ذرہ سے محسوس کی جانے والی لارنز قوت کا حساب لگائیے۔
(a) جب مقناطیسی میدان مثبت Y-سمت کے ساتھ ہو۔

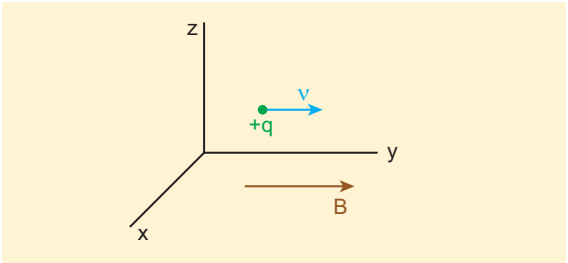
(b) جب مقناطیسی میدان مثبت Z سمت کی طرف ہو۔

(c) مقناطیسی میدان zy مسطح میں ہو اور وہ ذرہ کی سمتی رفتار کے ساتھ θ کا زاویہ بناتا ہو۔ ہر معاملہ میں مقناطیسی قوت کی سمت کی نشاندہی کریں۔

حل

ذرہ کی سمتی رفتار $\vec{v} = v\,\hat{j}$

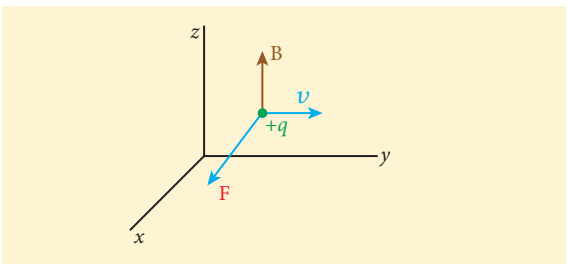
(a) جب مقناطیسی میدان مثبت Y کے ساتھ ہو تو معلوم ہوتا ہے کہ $\vec{B} = B\,\hat{j}$



لارنز قوت کی مدد سے، $\vec{F}_m = q\left(v\,\hat{j} \times B\,\hat{j}\right) = \vec{0}$

لہذا جب ذرہ مقناطیسی میدان کے رخ میں حرکت کرتا ہے تو کوئی قوت اس پر عمل نہیں کرتی۔

(b) جب مقناطیسی میدان مثبت z سمت میں ہوتو معلوم ہوتا ہے کہ $\vec{B} = B\,\hat{k}$

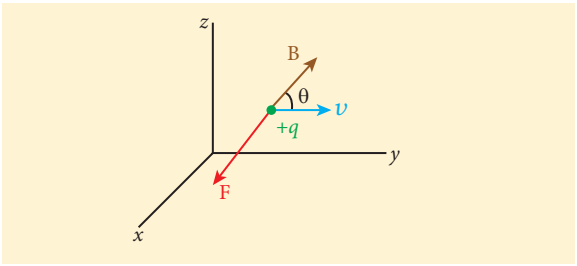


لارنز کی قوت سے، $(v\,\hat{j} \times B\hat{k})\,q = \vec{F}_m$

$= qvB\,\hat{i}$

چنانچہ ، لارنز قوت کی مقدار qvB ہوگی اور اس کی سمت مثبت x سمت کی جانب ہوگی

(c) جب مقناطیسی میدان zy مسطح میں ہو اور وہ ذرہ کی سمتی رفتار کے ساتھ θ کا زاویہ بناتا ہو تو اس سے معلوم ہوتا ہے کہ $\vec{B} = B\cos\theta\,\hat{j} + B\sin\theta\,\hat{k}$



لارنز کی قوت سے

$$\vec{F}_m = q\left(v\hat{j}\right)\times\left(B\cos\theta\hat{j} + B\sin\theta\hat{k}\right)$$
$$= q\,v\,B\sin\theta\;\hat{i}$$

مثال 3.18

$\vec{v}$ سمتی رفتار سے حرکت کرنے والے q بار کے ایک ذرہ پر لارنز کی قوت سے کئے گئے کام اور طاقت کا حساب لگائیے۔ لارنز کی قوت اور بار بردار ذرہ کی سمتی رفتار کا درمیانی زاویہ معلوم کریں اور حاصل کردہ نتیجہ کی تشریح کریں۔

حل

ایک مقناطیسی میدان میں حرکت کرنے والے بار بردار ذرہ کے لئے $\vec{F} = q\left(\vec{v}\times\vec{B}\right)$

مقناطیسی میدان سے کیا گیا کام یہ ہے

$$W = \int \vec{F}.d\vec{r} = \int \vec{F}.\vec{v}\,dt$$

$$W = q\int\left(\vec{v}\times\vec{B}\right).\vec{v}\,dt = 0$$

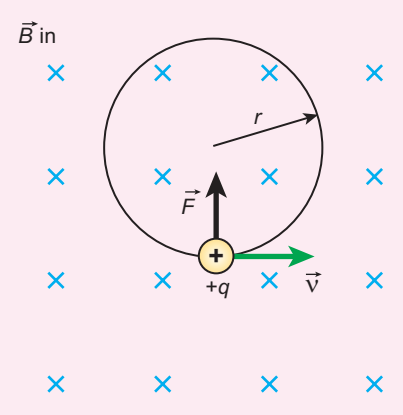
چونکہ $\vec{v}\times\vec{B}$ سمتی رفتار $\vec{v}$ کے عمودی ہوتا ہے، اس لئے $\left(\vec{v}\times\vec{B}\right)\cdot\vec{v} = \vec{0}$ ہے۔ اس کا مطلب یہ ہے کہ لارنز کی قوت سے ذرہ پر کوئی کام نہیں کیا گیا ہے۔ کام-توانائی بالفعل کے نظریئے (ملاحظہ کریں 4.2.6، گیارھویں جماعت، Volume I) کے تحت

$$\frac{dW}{dt} = P = 0$$

چونکہ $\vec{F}.\vec{v} = 0$ ہے۔ اس لئے $\vec{F}$ اور $\vec{v}$ ایک دوسرے کے عمودی ہیں۔ لارنز کی قوت اور بار بردار ذرہ کی سمتی رفتار کا درمیانی زاویہ 90° ہے۔ لہذا لارنز کی قوت سمتی رفتار کی سمت ہی کو بدلتی ہے مگر سمتی رفتار کی مقدار کو نہیں بدلتی۔ چنانچہ لارنز کی قوت سے کیا گیا کام بھی کچھ نہیں ہے اور وہ ذرہ کی توانائی بالفعل کو بھی متاثر نہیں کرتی۔

3.10.2 ایک یکساں مقناطیسی میدان میں باربردار ذرہ کی حرکت

Motion of a charged particle in a uniform magnetic field



خاکہ 3.45 ایک عمودی یکساں مقناطیسی میدان میں ایک بار بردار ذرہ کی دائری حرکت

فرض کریں کہ q بار والے بار بردار ذرہ کی کمیت m ہو اور وہ $\vec{v}$ سمتی رفتار کے ساتھ ایک یکساں مقناطیسی میدان $\vec{B}$ کے خطے میں اس طرح داخل ہوتا ہے کہ سمتی رفتار مقناطیسی میدان کے عمودی ہوتی ہے۔ جوں ہی ذرہ میدان میں داخل ہوتا ہے، لارنز کی قوت اس پر عمل پیرا ہوجاتی ہے اس طرح سے کہ اس کی سمت مقناطیسی میدان $\vec{B}$ اور سمتی رفتار $\vec{v}$ دونوں کے عمودی ہوتی ہے۔

اس کے نتیجہ میں وہ ذرہ ایک دائری مدار میں حرکت کرنے لگتا ہے جیسا کہ خاکہ 3.45 میں بتایا گیا ہے۔ باربردار ذرہ پر لارنز کی قوت کو اس طرح پیش کیا جاتا ہے۔

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$$

چونکہ اس ذرہ پر صرف لارنز کی قوت ہی عمل پیرا ہوتی ہے۔ ذرہ پر کل قوت کی مقدار یہ ہے۔

$$\sum_i F_i = F_m = qvB$$

یہ لارنز کی قوت ذرہ کے لئے مرکز مائل یا مرکز جو (centripital) قوت کی طرح عمل کرتی ہے اور ذرہ کو دائری حرکت پر برقرار رکھتی ہے۔ چنانچہ

$$qvB = m\frac{v^2}{r}$$

دائری راستہ کا نصف قطر یہ ہے

$$r = \frac{mv}{qB} = \frac{p}{qB} \qquad (3.57)$$

جہاں $p = mv$ ذرہ کی خطی معیار حرکت کی عددی مقدار ہے۔ فرض کریں کہ ذرہ سے ایک مکمل چکر لگانے کے لئے درکار وقت T ہے۔ تو پھر

$$T = \frac{2\pi r}{v} \qquad (3.58)$$

اس لئے، مساوات 3.57 کو مساوات 3.58 میں حل کرنے پر

$$T = \frac{2\pi m}{qB} \qquad (3.59)$$

مساوات 3.59 کو **سائیکلوٹران وقفہ** (Cyclotron Period) کہا جاتا ہے۔ وقفہ کی معکوس (reciprocal) تعدد (Frequency) f ہے، جو یہ ہے

$$f = \frac{1}{T}$$

$$f = \frac{qB}{2\pi m} \qquad (3.60)$$

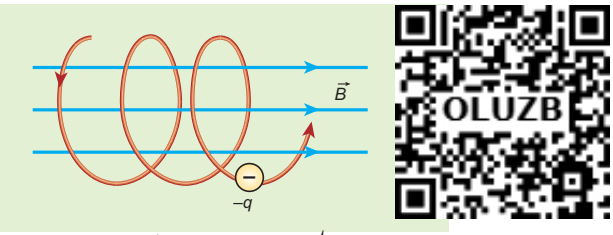
زاویائی تعدد ω کے لحاظ سے

$$\omega = 2\pi f = \frac{q}{m}B \qquad (3.61)$$

مساوات 3.60 اور 3.61 **سائیکلوٹران تعدد یا گیرو تعدد** gyro- frequency تعدد کہلاتے ہیں۔

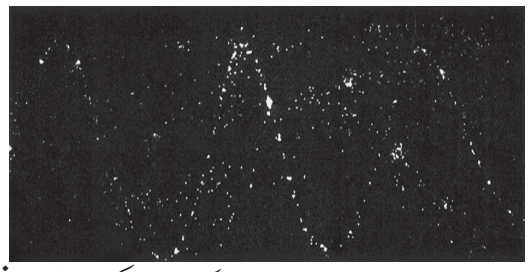
مساوات 3.59، 3.60 اور 3.61 سے ہم یہ اخذ کرتے ہیں کہ وقفہ T اور تعدد F، صرف بار اور کمیت (Charge- to - mass)، کی نسبت (Specific charge) ہی پر منحصر ہوتے ہیں جب کہ سمتی رفتار یا دائری راستہ کے نصف قطر پر منحصر نہیں ہوتے۔

اگر ایک بار بردار ذرہ یکساں مقناطیسی میدان کے خطے میں اس طرح حرکت کررہا ہو کہ اس کی سمتی رفتار مقناطیسی میدان کے عمود میں نہ ہو تو ذرہ کی سمتی رفتار دو اجزاء میں بٹ جاتی ہے۔ پہلا جزء میدان کے متوازی ہے اور دوسرا جزء میدان کے عمودی ہے۔ سمتی رفتار کا وہ جزو جو میدان کے متوازی ہوتا ہے وہ تبدیل نہیں ہوتا اور وہ جزو جو میدان کے عمودی ہوتا ہے، لارنز کی قوت کی وجہ سے لگاتار تبدیل ہوتے رہتا ہے۔ چنانچہ ذرہ کا راستہ دائرہ نہیں ہوتا بلکہ وہ مقناطیسی میدانی خطوط کے اطراف مرغولہ نما ہوتا ہے جیسا کہ خاکہ 3.46 میں بتایا گیا ہے۔



خاکہ 3.46 ایک یکساں مقناطیسی میدان میں الکٹران کا مرغولہ نما راستہ

مثال کے طور پر ایک یکساں مقناطیسی میدان میں حرکت کرنے والے ایک الکٹران کا مرغولہ نما راستہ خاکہ 3.47 میں بتایا گیا ہے۔ Cloudchamber کہلانے والے ذرہ کی کھوج لگانے والے آلہ کے اندر، آبی قطروں کی تکثیف کے ذریعہ، ایسے راستہ کو نظر آنے کے قابل بتایا گیا ہے۔



خاکہ 3.47 Cloud Chamber کے اندر الکٹران کا مرغولہ نما راستہ

مثال 3.19

0.500T مقدار کے ایک یکساں مقناطیسی میدان کے عمود میں حرکت کرنے والا ایک الکٹران 2.50mm نصف قطروالی دائری حرکت کرتا ہے۔ الکٹران کی رفتار کیا ہوگی؟

حل

الکٹران کا بار $q = -1.60 \times 10^{-19}$ C

$$\Rightarrow |q| = 1.60 \times 10^{-19} \text{C}$$

مقناطیسی میدان کی عددی مقدار

B = 0.500T

الکٹران کی کمیت $m = 9.11 \times 10^{-31}$ kg

مدار کا نصف قطر

الکٹران کی رفتار $r = 2.50 \text{ mm} = 2.50 \times 10^{-3} \text{ m}$

$$\upsilon = |q| \frac{rB}{m}$$

$$\upsilon = 1.60 \times 10^{-19} \times \frac{2.50 \times 10^{-3} \times 0.50}{9.11 \times 10^{-31}}$$

$$\upsilon = 2.195 \times 10^{8} \text{ ms}^{-1}$$

مثال 3.20

0.500T کی طاقت کے ایک یکساں مقناطیسی میدان میں ایک پروٹان حرکت کرتا ہے۔ مقناطیسی میدان کی سمت X محور کے ساتھ ہے۔ ابتدائی وقت پر پروٹان کی سمتی رفتار $(\vec{v} = 1.95 \times 10^{5}\,\hat{i} + 2.00 \times 10^{5}\,\hat{k} \text{ ms}^{-1})$ ہوتی ہے۔

معلوم کریں

a) ابتدائی وقت میں پروٹان کا اسراع کیا ہے؟

b) کیا وہ راستہ دائری ہے یا مرغولہ نما ہے؟ اگر مرغولہ نما ہے تو مرغولہ نما راستے کا نصف قطر معلوم کریں اور مرغولہ کی گھائی (Pitch) کو بھی معلوم کریں۔

حل

مقناطیسی میدان $\vec{B} = 0.500\,\hat{i}$ T

ذرہ کی سمتی رفتار

$$\vec{v} = \left(1.95\times10^{5}\,\hat{i} + 2.00\times10^{5}\,\hat{k}\right)\text{ms}^{-1}$$

پروٹان کا برقی بار $q = 1.60\times10^{-19}\,\text{C}$

پروٹان کی کمیت $m = 1.67\times10^{-27}\,\text{kg}$

پروٹان سے محسوس کی جانے والی قوت

$$\vec{F} = q(\vec{v}\times\vec{B})$$
$$= 1.60\times10^{-19}\times\left(\left(1.95\times10^{5}\,\hat{i} + 2.00\times10^{5}\,\hat{k}\right)\times\left(0.500\,\hat{i}\right)\right)$$
$$\vec{F} = 1.60\times10^{-14}\,\hat{j}\ \text{N}$$

لہذا، نیوٹن کے دوسرے کلیے کے تحت

$$\vec{a} = \frac{1}{m}\vec{F} = \frac{1}{1.67\times10^{-27}}\left(1.60\times10^{-14}\right)\hat{j}$$
$$= 9.58\times10^{12}\,\hat{j}\,\text{m s}^{-2}$$

(b) راستہ (trajectory) مرغولہ نما (helical) ہے۔

مرغولہ راستے کا نصف قطر

$$R = \frac{mv_z}{|q|B} = \frac{1.67\times10^{-27}\times2.00\times10^{5}}{1.60\times10^{-19}\times0.500}$$
$$= 4.175\times10^{-3}\,\text{m} = 4.18\,\text{mm}$$

T وقت میں X محور کے ساتھ طے کیا گیا فاصلہ ہی مرغولہ کی گھائی ہے جو $P = v_x\,T$ ہے۔ مگر وقت

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi m}{|q|B} = \frac{2\times3.14\times1.67\times10^{-27}}{1.60\times10^{-19}\times0.500}$$
$$= 13.1\times10^{-8}\,\text{s}$$

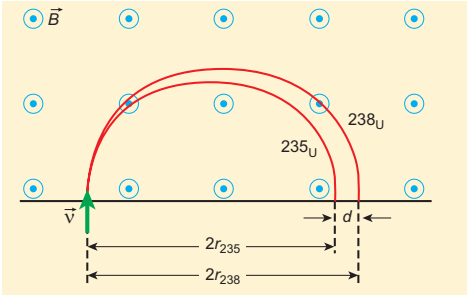
چنانچہ مرغولہ کی گھائی

$$P = v_x T = \left(1.95\times10^{5}\right)\left(13.1\times10^{-8}\right)$$
$$= 25.5\times10^{-3}\,\text{m} = 25.5\ \text{mm}$$

پروٹان، مقناطیسی میدان میں ایک بڑے اسراع سے دوچار ہوتا ہے۔ اسی لئے مرغولہ کی گھائی مرغولہ کے نصف قطر سے تقریباً چھ گنا زیادہ ہے۔

مثال 3.21

دو کیلے طور پر رواں کئے گئے (Singly ionized) یورینیم کے ہم جا $^{235}_{92}U$ اور $^{238}_{92}U$ (ہم جا وہ کہلاتے ہیں جن کا جوہری عدد یکساں ہو، مگر کمیتی عدد مختلف ہو) 0.500T طاقت والے ایک مقناطیسی میدان کے اندر عمودی طور پر $1.00\times10^{5}\,\text{m s}^{-1}$ کی سمتی رفتار کے ساتھ بھیجے جاتے ہیں۔ ان کے نصف دائری راستے طے کرنے کے بعد ان کا درمیانی فاصلہ معلوم کریں۔ نیز یہ بھی دریافت کریں کہ ہر ہم جا کے لئے ایک نصف دائری راستہ مکمل کرنے کے لئے کتنا وقت درکار ہوتا ہے؟ (دیا گیا ہے ہم جا کی کمیتیں $m_{235} = 3.90\times10^{-25}\,\text{kg}$ اور $m_{238} = 3.95\times10^{-25}\,\text{kg}$ ہیں)



حل

چونکہ ہم جا کیلے طور پر روانے گئے ہیں۔ ان کے بار یکساں ہوں گے جو ایک الکٹران $q = -1.6\times10^{-19}\,\text{C}$ کے بار کے مساوی ہوں گے۔ یورینیم $^{235}_{92}U$ اور $^{238}_{92}U$ کی کمیتیں بالترتیب $3.90\times10^{-25}\,\text{kg}$ اور $3.95\times10^{-25}\,\text{kg}$ ہیں۔ دئے گئے مقناطیسی میدان کی مقدار $B = 0.500\,\text{T}$ ہے۔ الکٹران کی سمتی رفتار $1.00\times10^{5}\,\text{ms}^{-1}$ ہے۔ پھر

(a) $^{235}_{92}U$ کے راستے کا نصف قطر r_{235} ہے

$$r_{235} = \frac{m_{235}v}{|q|B} = \frac{3.90\times10^{-25}\times1.00\times10^{5}}{1.6\times10^{-19}\times0.500}$$
$$= 48.8\times10^{-2}\,m$$
$$r_{235} = 48.8\ \text{cm}$$

$^{235}_{92}U$ کی وجہ سے بننے والے نصف دائرہ کا قطر ہے۔

$$d_{235} = 2r_{235} = 97.6\ \text{cm}$$

$^{238}_{92}U$ کے راستے کا نصف قطر r_{238} ہے پھر

$$r_{238} = \frac{m_{238}v}{|q|B} = \frac{3.95\times10^{-25}\times1.00\times10^{5}}{1.6\times10^{-19}\times0.500}$$
$$= 49.4\times10^{-2}\,m$$
$$r_{238} = 49.4\ \text{cm}$$

$^{238}_{92}U$ سے بننے والے نصف دائرہ کا قطر

$$d_{238} = 2r_{238} = 98.8\ \text{cm}$$

چنانچہ ان ہم جا کی درمیانی علاحدگی کا فاصلہ ہے

$$\Delta d = d_{238} - d_{235} = 1.2\,\text{cm}$$

(b) ہر ہم جا کے لئے ایک نصف دائری راستہ مکمل کرنے کے لئے لیا گیا وقت

$$t_{235} = \frac{\text{ہٹاؤ کی مقدار}}{\text{سمتی رفتار}}$$

$$= \frac{97.6\times10^{-2}}{1.00\times10^{5}} = 9.76\times10^{-6}\,\text{s} = 9.76\,.\text{s}$$

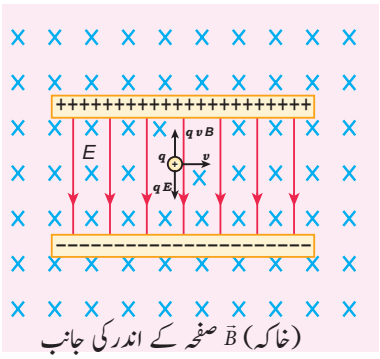
$$t_{238} = \frac{\text{ہٹاؤ کی مقدار}}{\text{سمتی رفتار}}$$

$$= \frac{98.8\times10^{-2}}{1.00\times10^{5}} = 9.88\times10^{-6}\,\text{s} = 9.88\,.\text{s}$$

نوٹ کریں کہ دو ہم جاؤں کی کمیت میں معمولی فرق رہنے کے باوجود ہم اس طریقہ کار کے ذریعہ اس معمولی سے فرق کو بھی بآسانی ناپے جانے والے علاحدگی کے فاصلے میں تبدیل کرسکتے ہیں۔ اس طرح کی ترتیبی کو mass Spectrometer کہا جاتا ہے۔ ایک کمیتی اسپکٹرومیٹر کو سائنس کی کئی شاخوں میں خاص طور پر طب میں، خلائی سائنس میں اور ارضیات (Geology) وغیرہ میں استعمال کیا جاتا ہے۔ مثال کے طور پر طبی میدان میں anaesthesiologists، تنفسی گیسوں کی پیمائش میں اس کا استعمال کرتے ہیں اور ماہر حیاتیات (Biologist)، اسے شعاعی ترکیب میں ہونے والے متعاملی عمل کی جانچ کرنے میں استعمال کرتے ہیں۔

3.10.3 برقی اور مقناطیسی قطاعی میدان میں ایک باربردار ذرہ کی حرکت (سمتی رفتار، منتخب کرنے والا)

Motion of a charged particle under crossed electric and magnetic field (velocity selector)



خاکہ 3.48 سمتی رفتار منتخب کرنے والا

فرض کریں کہ ہم Velocity selector کی کارکردگی کو سمجھنے کے لئے ایک تجرباتی طریقہ کار ترتیب دے رہے ہیں جیسا کہ خاکہ 3.48 میں بتایا گیا ہے۔ یکساں برقی میدان $\vec{E}$ پیدا کرنے والے ایک Capacitor، کی دو تختیوں کے درمیانی خلاء کے خطے میں برقی میدان کی عمودی سمت میں ایک یکساں مقناطیسی میدان $\vec{B}$ برقرار رکھا جاتا ہے۔

فرض کریں کہ بائیں جانب سے اس خلاء میں q بار کا ایک باربردار ذرہ $\vec{v}$ سمتی رفتار کے ساتھ داخل ہورہا ہو، تو ذرہ پر عمل کردہ کل قوت

$$\vec{F} = q\left(\vec{E} + \vec{v}\times\vec{B}\right)$$

ایک مثبت بار کے لئے بار پر عمل کرنے والی برقی قوت نیچے کی طرف عمل پیرا ہوتی ہے جب کہ لارنز کی قوت اوپر کی جانب عمل کررہی ہوتی ہے۔ جب یہ دونوں قوتیں ایک دوسری کو متوازی کرتی ہیں تو

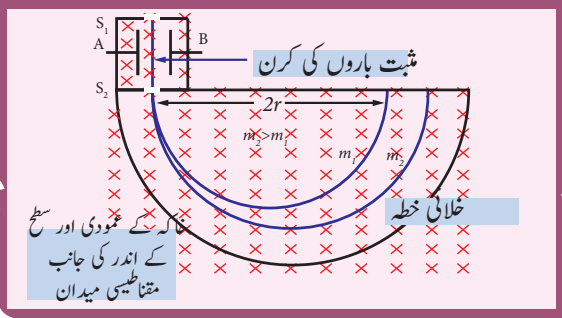
$$qE = qvB$$

$$\Rightarrow v = \frac{E}{B} \qquad (3.62)$$

نوٹ

یہ اصول ہم جاؤں (isotopes) کو جدا کرنے کے لئے Bain bridge mass Spectrograph میں استعمال ہوتا ہے۔ اس کے طریقۂ کار کو مثال 3.21 میں واضح کیا گیا ہے۔

Bain Bridge mass Spectrometer (خاکہ) کا تصوری خاکہ



اس کا مطلب یہ ہے کہ $\vec{E}$ میدان اور $\vec{B}$ میدان کے ایک دی گئی مقدار کے لئے، خاص رفتار $\upsilon = \frac{E}{B}$ کے ساتھ حرکت کرنے والے ذرہ ہی پر یہ قوتیں عمل پیرا ہوتی ہیں۔ یہ رفتار کمیت اور بار پر منحصر نہیں ہوتی۔



برقی اور مقناطیسی میدانوں کے صحیح انتخاب سے خاص رفتار والے ذرہ کو چن سکتے ہیں۔ میدانوں کی یہ ترتیبی Velocity Selector کہلاتی ہے۔

مثال 3.22

فرض کریں E ایک برقی میدان ہے جس کی مقدار $6.0 \times 10^6\ \text{N C}^{-1}$ ہے اور B ایک مقناطیسی میدان ہے جس کی مقدار $0.83\ \text{T}$ ہے۔ اگر ایک الکٹران 200V کی قواہ کے ساتھ اسراع پاتا ہے تو کیا وہ Zero deflection (صفری انحراف) بنا سکتا ہے؟ اگر نہیں تو بتائیے کہ وہ کس قواہ پر صفری انحراف ظاہر کرے گا؟

حل

برقی میدان $E = 6.0 \times 10^6\ \text{N C}^{-1}$ اور $B = 0.83\ \text{T}$ مقناطیسی میدان

پھر

$$\upsilon = \frac{E}{B} = \frac{6.0\times10^6}{0.83}$$
$$= 7.23\times10^6\ \text{ms}^{-1}$$

جب ایک الکٹران اس سمتی رفتار کے ساتھ حرکت کرتا ہے تو وہ صفری انحراف Null deflection بتاتا ہے۔ چونکہ اسراعی قواہ (accelerating Potenital) 200V ہے۔ اس اسراعی قواہ کی وجہ سے وہ الکٹران توانائی بالفعل حاصل کرلیتا ہے۔

$$\frac{1}{2}m\upsilon^2 = eV$$
$$\upsilon = \sqrt{\frac{2eV}{m}}$$

چونکہ الکٹران کی کمیت $m = 9.1\times10^{-31}\ \text{kg}$ اور الکٹران کا بار $|q| = e = 1.6\times10^{-19}\ \text{C}$ ہے $200\ \text{V}$ کی اسراعی قواہ کی وجہ سے وہ الکٹران سے حاصل کردہ سمتی رفتار

$$\upsilon_{200} = \sqrt{\frac{2\left(1.6\times10^{-19}\right)(200)}{\left(9.1\times10^{-31}\right)}} = 8.39\times10^6\ \text{ms}^{-1}$$

چونکہ رفتار $\upsilon > \upsilon_{200}$ ہے، الکٹران لارنز کی قوت کی سمت میں انحراف پاتا ہے، اس لئے صفری انحراف کو حاصل کرنے کے لئے ہمیں جو قواہ لگانا ہے وہ یہ ہے

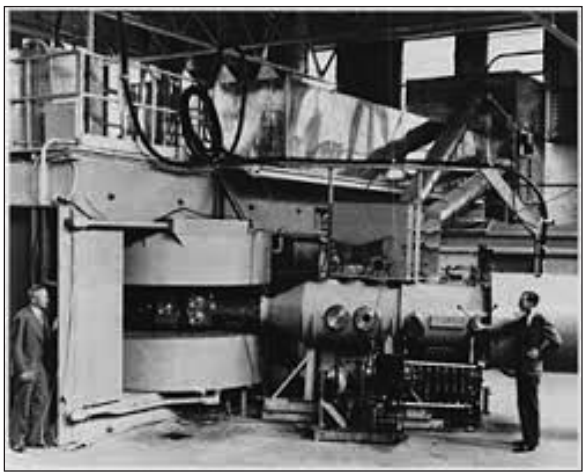
$$V = \frac{1}{2}\frac{m\upsilon^2}{e} = \frac{\left(9.1\times10^{-31}\right)\times\left(7.23\times10^6\right)^2}{2\times\left(1.6\times10^{-19}\right)}$$
$$V = 148.65\ \text{V}$$

3.10.4 سائیکلوٹران Cyclotron

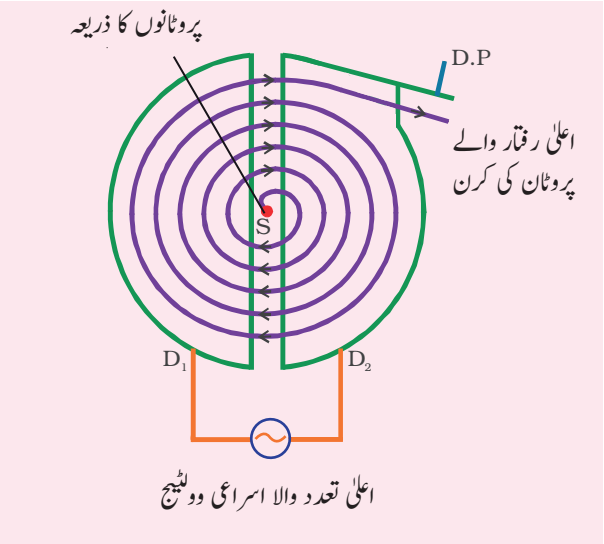
سائیکلوٹران (خاکہ 3.49) ایک آلہ ہے جو زیادہ مقدار کی توانائی بالفعل حاصل کرنے کے لئے، بار بردار ذرات میں اسراع پیدا کرنے میں استعمال ہوتا ہے۔ اسے اسراع پیدا کرنے والی اعلیٰ توانائی بھی کہا جاتا ہے۔ اسے 1934 میں Lawrence اور Livingston نے ایجاد کیا۔

اصول

جب ایک بار بردار ذرہ مقناطیسی میدان کے عمودی طو پر حرکت کرتا ہے، تو وہ مقناطیسی لارنز کی قوت محسوس کرتا ہے۔



خاکہ 3.49 Lawrence اور Livingston سے ایجاد کردہ سائیکلوٹران



خاکہ 3.50 سائیکلوٹران

بناوٹ (construction)

ایک سائیکلوٹران کا تصوری خاکہ، خاکہ 3.50 میں بتایا گیا ہے۔ ڈیس (Dees) کہلائے جانے والے D شکل کے دو نصف دائری کھوکھلے دھاتی برتنوں کے درمیان ذرات بھیجے جاتے ہیں۔ یہ ڈیس ایک خلائی خانہ کے اندر ہوتے ہیں اور اسے برق مقناطیس سے کنٹرول کئے جانے والے ایک یکساں مقناطیسی میدان میں رکھا جاتا ہے۔

مقناطیسی میدان کی سمت ڈیس کی سطحوں کے عمودی ہوتی ہے۔ دونوں ڈیس کے درمیان ایک گیپ ہوتا ہے جس کے بیچ میں S ذریعہ (جو ذرہ کو اسراع پانے کے لئے خارج کرتا ہے) رکھا گیا ہوتا ہے۔ دونوں ڈیس کو اعلیٰ تعددی متبادل وولٹیج سے جوڑ دیا جاتا ہے۔

کام کرنے کا طریقہ

فرض کریں کہ ذریعہ S سے خارج ہونے والا رواں مثبت بار بردار ہے۔ جیسے ہی رواں خارج ہوتا ہے وہ ایک ڈیس (فرض کرو Dee-1) کی طرف اسراع پاتا ہے جس میں اس وقت منفی قواہ پائی جاتی ہے۔ چونکہ مقناطیسی میدان ڈیس کے عمودی ہوتا ہے، وہ رواں ایک دائری راستے میں حرکت کرتا ہے۔ ڈیس-1 کے اندر ایک نصف دائری راستہ طے کرنے کے بعد وہ دونوں ڈیس کے درمیانی گیپ پر پہنچتا ہے۔ اسی وقت ڈیس کی قطبیت بدل دی جاتی ہے تاکہ رواں ڈیس 2 کی طرف اور زیادہ سمتی رفتار کے ساتھ اسراع پاسکے۔ اس دائری حرکت کے لئے، q بار بردار ذرہ پر عمل پیرا ہونے والی مرکز مائل قوت یا مرکز جو قوت Centripetal Force کو لارنز قوت کے ذریعہ یوں پیش کیا جاتا ہے۔

$$\frac{mv^2}{r} = qvB$$

$$\Rightarrow r = \frac{m}{qB}v$$

$$\Rightarrow r \propto v \qquad (3.63)$$

مساوات (3.63) سے معلوم ہوتا ہے کہ سمتی رفتار کے بڑھنے سے دائری راستے کا نصف قطر بھی بڑھتا ہے۔ یہ سلسلہ جاری رہتا ہے یہاں تک کہ وہ ذرہ بڑھتے ہوئے نصف قطر والے ایک مرغولہ نما راستے کو اختیار کرلیتا ہے۔ جیسے ہی وہ کنارے پر پہنچتا ہے، ایک انحرافی تختی کی مدد سے اسے اٹھالیا جاتا ہے اور نشان T (target) پر دے مارا جاتا ہے۔

سائیکلوٹران کے طریقۂ کار کی ایک اہم شرط یہ ہے کہ مقناطیسی میدان میں مثبت رواں کو گھمانے والی تعدد F برقی Oscillator (اہتزازندہ) کی مستقل تعدد f_{osc} کے برابر ہونا چاہئے۔ یہ شرط Resonance Condition یا گونج کی شرط کہلاتی ہے۔

مساوات 3.60 کی مدد سے ہم حاصل کرسکتے ہیں

$$f_{OSC} = \frac{qB}{2\pi m}$$

اہتزاز کا وقفہ یہ ہے

$$T = \frac{2\pi m}{qB}$$

باربردار ذرہ کی توانائی بالفعل یہ ہے

$$KE = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{q^2B^2r^2}{2m} \qquad (3.64)$$

سائیکلوٹران کی خامیاں

(a) الکٹران کی رفتار محدود ہوتی ہے۔

(b) الکٹران اسراع نہیں پاسکتا۔

(c) غیر باربردار ذرات میں اسراع پیدا نہیں کیا جاسکتا۔

نوٹ

ڈیوٹرانس (Deutrons ایک پروٹان اور نیوٹران کا خوشہ) میں بھی اسراع پیدا کیا جاسکتا ہے کیونکہ اس میں موجود بار، پروٹان کے بار کے برابر ہوتا ہے۔ مگر سائیکلوٹران کے ذریعہ نیوٹران (برقی طور پر معادل ذرہ) میں اسراع پیدا نہیں کیا جاسکتا۔ جب ایک ڈیوٹران کو ایک بیریلم (Berilium) نشانہ (target) کے ساتھ بمباری کی جاتی ہے تو اعلیٰ توانائی والے نیوٹران کی ایک کرن پیدا ہوتی ہے۔ اعلیٰ توانائی والے ان نیوٹران کو کینسر کے مریضوں کے مرض کی جگہ بھیجا جاتا ہے جس سے کینسر کے خلیوں کے DNA کی بندھنیں ٹوٹ کر خلیے مرجاتے ہیں۔ یہ طریقہ Fast- neutron cancer therapy میں استعمال کیا جاتا ہے۔

مثال 3.23

فرض کریں 1T مقدار کے مقناطیسی میدان کے ساتھ پروٹانوں میں اسراع پیدا کرنے کے لئے ایک سائیکلوٹران کو چلایا جاتا ہے۔ وہ تعدد دریافت کریں جس میں دو ڈیس کی درمیانی برقی رو الٹائی جاتی ہے۔

حل

مقناطیسی میدان B= 1T

پروٹان کی کمیت $m_p = 1.67\times10^{-27}\,\text{kg}$

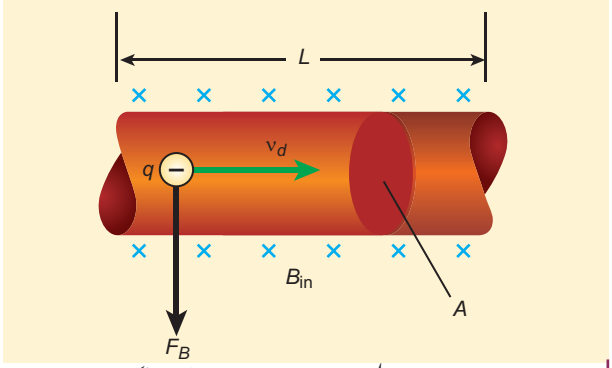
پروٹان کا بار $q = 1.60\times10^{-19}\,\text{C}$

$$f = \frac{qB}{2\pi m_p} = \frac{(1.60\times10^{-19})(1)}{2(3.14)(1.67\times10^{-27})}$$
$$= 15.3\times10^{6}\,\text{Hz} = 15.3\,\text{MHz}$$

3.10.5 ایک مقناطیسی میدان میں رکھے گئے برق بردار موصل پر قوت

Force on a current carrying conductor placed in a magnetic field

جب ایک برق بردار موصل ایک مقناطیسی میدان میں رکھا جاتا ہے تو، موصل سے اثر انداز ہونے والی قوت موصل میں موجود انفرادی بار برداروں پر اثر کرنے والی لارنز کی قوتوں کے



خاکہ 3.51 ایک مقناطیسی میدان میں رکھے گئے برق بردار موصل پر قوت

مجموعے کے برابر ہوتی ہے۔ فرض کرو، dl موصل کے ایک چھوٹے سے حصہ کی لمبائی ہے جس کا عمودی، تراش کار قبہ A ہے اور اس میں I برقی روبہہ رہی ہے جیساکہ خاکہ 3.51 میں بتایاگیاہے۔ آزاد الکٹران برقی رو کی مخالف سمت میں تیزی سے بہنے لگتے ہیں۔ لہذا، برقی رو I اور بہاؤ کی رفتار (drift velocity) υ_d (ملاحظہ ہو اکائی 2) کی مقدار کی درمیانی نسبت یہ ہے۔

$$I = neA\upsilon_d \qquad (3.65)$$

اگر موصل کو مقناطیسی میدان $\vec{B}$ میں رکھا جائے تو پھر موصل میں موجود بار (الکٹران) سے محسوس کی جانے والی اوسط قوت

$$\vec{f} = -e\left(\vec{\upsilon}_d \times \vec{B}\right)$$

اگر فی اکائی حجم میں موجود آزاد الکٹرانوں کی تعداد n ہے تو

$$n = \frac{N}{V}$$

جہاں N حجم $V = Adl$ کے چھوٹے حصے میں موجود آزاد الکٹرانوں کی تعداد ہے۔

چنانچہ dl لمبائی کے بنیادی حصے پر موجود لارنز کی قوت الکٹرانوں کی تعداد $(N = nAdl)$ اور ہر الکٹران پر عمل کردہ قوت کا حاصل ضرب ہے۔

$$\vec{F} = -enAdl\left(\vec{\upsilon}_d \times \vec{B}\right)$$

موصل میں موجود برقی رو کا حصہ $Id\vec{l} = -enA\vec{\upsilon}_d dl$ ہے۔ لہذا موصل کے برق بردار چھوٹے سے بنیادی حصے پر کی قوت یہ ہے

$$d\vec{F} = \left(I\,d\vec{l} \times \vec{B}\right) \qquad (3.66)$$

اس لئے ایک یکساں مقناطیسی میدان میں رکھے گئے l لمبائی والے ایک سیدھے برق بردار موصل پر کی قوت

$$\vec{F}_{\text{total}} = \left(I\vec{l} \times \vec{B}\right) \qquad (3.67)$$

قدری طور پر

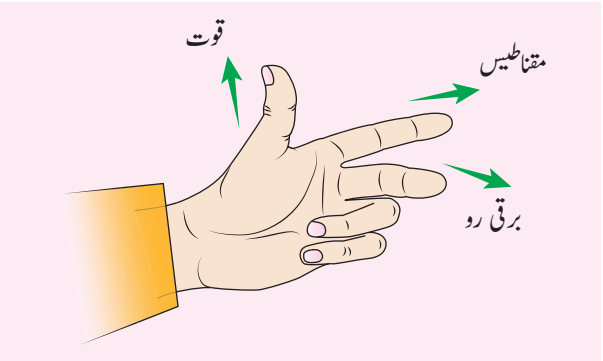
$$F_{\text{total}} = BIl\sin\theta$$

(a) اگر موصل مقناطیسی میدان کے سمت میں رکھا جاتا ہے تو پھر زاویہ $\theta = 0^{\circ}$ لہذا موصل سے اثر اندوز ہونے والی قوت صفر ہے۔

(b) اگر موصل کو مقناطیسی میدان کے عمودی سمت میں رکھا جاتا ہے تو پھر زاویہ $\theta = 90^{\circ}$ ہے۔ لہذا موصل سے محسوس کی جانے والی قوت سب سے زیادہ ہوتی ہے جو، $F_{\text{total}} = BIl$ ہے۔

فلمنگ کے بائیں ہاتھ کا کلیہ

جب ایک برق بردار موصل کو ایک مقناطیسی میدان میں رکھا جاتا ہے تو اس سے محسوس کی جانے والی قوت کی سمت کو فلیمنگ کے بائیں ہاتھ کے کلیے Fleming's left hand rule (FLHR) سے ظاہر کیا جاتا ہے جیسا کہ خاکہ 3.52 میں بتایا گیا ہے۔

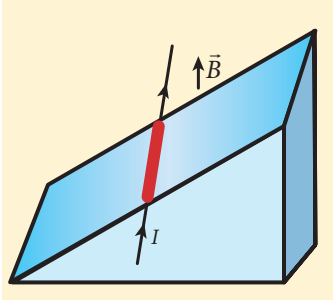


خاکہ 3.52 فلیمنگ کے بائیں ہاتھ کا کلیہ (FLHR)

بائیں ہاتھ کے انگوٹھے، اشارہ کی انگلی اور درمیانی انگلی کو اس طرح کھولئے کہ تینوں ہر ایک کے عمود میں رہیں۔ اگر اشارے کی انگلی مقناطیسی میدان کو ظاہر کرتی ہے اور درمیانی انگلی برقی رو کو ظاہر کرتی ہے تو پھر انگوٹھا موصل سے محسوس کی جانے والی قوت کی سمت کو ظاہر کرتا ہے۔

مثال 3.24

فرض کریں کہ ایک ملائم ڈھلوان سطح ہے، جو افقی سطح سے 45° کا زاویہ بناتی ہے۔ اس پر $0.25\ \text{kg m}^{-1}$ خطی کثافت والی ایک دھاتی سلاخ افقی طور پر پڑی ہے۔ اس سلاخ کو نیچے اترنے نہیں دیا جاتا ہے اس طرح سے کہ اس میں برقی رو بہائی جاتی ہے اور اس کے عمودی سمت میں 0.25T کی طاقت والا ایک مقناطیسی میدان اس پر عمل کررہا ہوتا ہے۔ اس سلاخ کو پرسکون حالت پر برقرار رکھنے کے لئے بہائی جانے والی برقی رو کی مقدار معلوم کریں۔

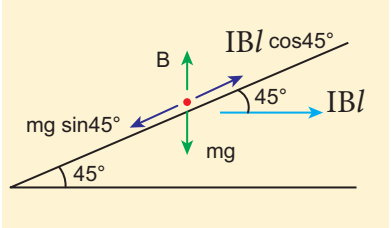


حل

سلاخ کی خطی کثافت یعنی فی اکائی لمبائی سلاخ کی کمیت $0.25\ \text{kg m}^{-1}$ ہے۔

$$\Rightarrow \frac{m}{l} = 0.25\ \text{kg m}^{-1}$$

فرض کریں کہ دھاتی سلاخ میں I مقدار کی برقی رو بہہ رہی ہے۔ برقی رو کی سمت کاغذ کی سطح کے اندر کی جانب ہوتی ہے۔ مقناطیسی قوت IBl کی سمت کو فلیمنگ کے بائیں ہاتھ کے کلیے کے ذریعے پیش کیا جاتا ہے۔



سلاخ کے توازن کے لئے

$$mg\sin 45^\circ = IBl\cos 45^\circ$$
$$\Rightarrow I = \frac{1}{B}\frac{m}{l} g\tan 45^\circ$$
$$= \frac{0.25\,\text{kg m}^{-1}}{0.25T}\times 1\times 9.8\ \text{m s}^{-2}$$
$$\Rightarrow I = 9.8\,\text{A}$$

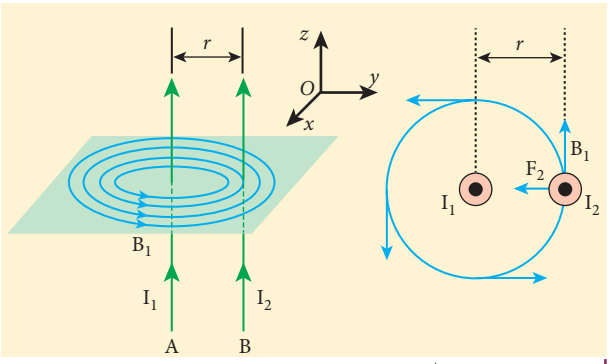
چنانچہ سلاخ کو پرسکون رکھنے کے لئے 9.8A کی برقی رو بہانا ہو گا۔

3.10.6 دو لمبے متوازی برق بردار موصولوں کی درمیانی قوت

Force between two long parallel current carrying conductors

فرض کریں کہ ہوائی واسطے میں A اور B دو لمبے متوازی برق بردار موصل اس طرح رکھے گئے ہوں کہ r ان کا درمیانی فاصلہ ہو جیسا کہ خاکہ 3.53 میں بتایا گیا ہے۔ فرض کریں کہ A اور B کے ذریعہ بالترتیب I_1 اور I_2 برقی رو (z-سمت کے ساتھ) بہہ رہی ہوں۔ موصل A میں I_1 برقی رو کی وجہ سے r فاصلہ پر موجود کل مقناطیسی میدان کی مقدار یہ ہے۔

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_\circ I_1}{2\pi r}(-\hat{i}) = -\frac{\mu_\circ I_1}{2\pi r}\hat{i}$$



خاکہ 3.53 دو لمبی، سیدھی متوازی تاریں

انگوٹھے کے قانون کی مدد سے، مقناطیسی میدان کی سمت کاغذ کی سطح کے عمودی ہے اور اندرونی جانب (⊗ تیر اندر کی جانب ہے) یعنی منفی $\hat{i}$ سمت کے ساتھ ہے۔

آئیے ہم موصل میں B لمبائی کے ایک چھوٹے بنیادی حصے $\vec{B}_1$ پر غور کریں جس پر مقناطیسی میدان موجود ہے۔ مساوات 3.66 کی مدد سے موصل B کے dl حصہ پر لارنز کی قوت یہ ہے۔

$$d\vec{F} = \left(I_2 d\vec{l}\times\vec{B}_1\right) = -I_2 dl\frac{\mu_\circ I_1}{2\pi r}(\hat{k}\times\hat{i})$$
$$= -\frac{\mu_\circ I_1 I_2 dl}{2\pi r}\hat{j}$$

لہذا تار B کے dl پر کی قوت کی سمت موصل A کی جانب ہوتی ہے۔ اس لئے B میں موجود dl کا حصہ موصل A کی طرف کھنچتا ہے۔ چنانچہ موصل A میں موجود برقی رو کی وجہ سے موصل B کے فی اکائی لمبائی پر موجود قوت یہ ہے۔

$$\frac{\vec{F}}{l} = -\frac{\mu_\circ I_1 I_2}{2\pi r}\hat{j}$$

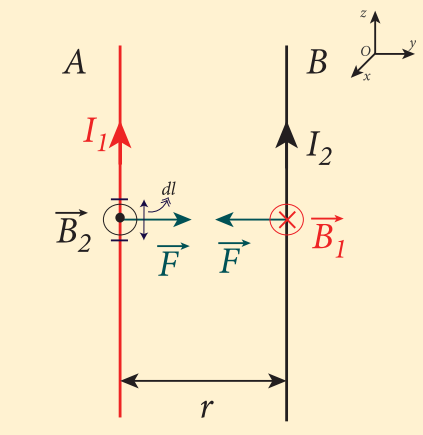
اسی طرح، برقی رو I_2 (موصل B میں) کی وجہ سے، موصل A کے لمبائی dl والے بنیادی حصہ میں، r فاصلہ پر موجود، کل مقناطیسی امالیت

$$\vec{B}_2 = \frac{\mu_\circ I_2}{2\pi r}\hat{i}$$

انگوٹھے کے قانون کی مدد سے مقناطیسی میدان کی سمت کاغذ کی سطح کے عمودی ہوتی ہے اور باہر کی جانب (⊙ تیر باہر کی جانب) یعنی مثبت $\hat{i}$ کی سمت کے ساتھ ہے۔ چنانچہ موصل A کے $\hat{i}$ حصہ پر عمل پیرا ہونے والی مقناطیسی قوت

$$d\vec{F} = \left(I_1 d\vec{l}\times\vec{B}_2\right) = I_1 dl\frac{\mu_\circ I_2}{2\pi r}(\hat{k}\times\hat{i})$$
$$= \frac{\mu_\circ I_1 I_2 dl}{2\pi r}\hat{j} \qquad (3.68)$$

چنانچہ موصل A کے dl حصہ پر موجود قوت کی سمت موصل B کی جانب ہوتی ہے۔ اس لئے موصل A میں موجود dl حصہ موصل B کی طرف کھنچتا ہے جیسا کہ خاکہ (3.54) میں بتایا گیا ہے۔

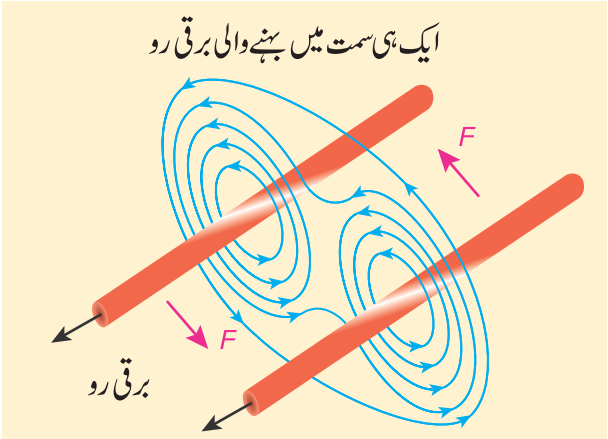


خاکہ 3.54 دونوں موصلوں میں برقی رو کا رخ ایک ہی سمت میں ہے۔ ایک دوسرے کو کھینچتے ہیں۔

موصل B میں موجود برقی رو کی وجہ سے موصل A کی فی اکائی لمبائی پر عمل پیرا ہونے والی قوت

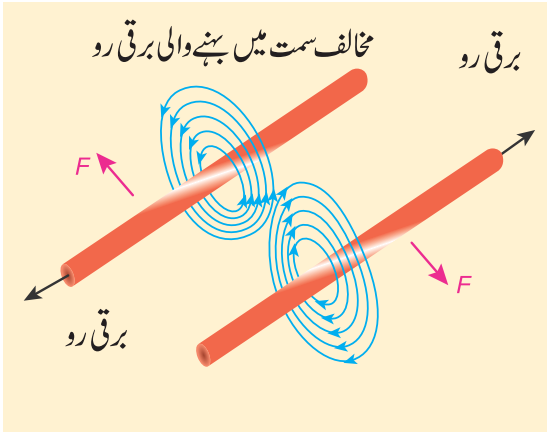
$$\frac{\vec{F}}{l} = \frac{\mu_\circ I_1 I_2}{2\pi r}\hat{j}$$

اس لئے دو متوازی برق بردار موصلوں کی درمیانی قوت کششی (attractive) ہوتی ہے، بشرطیکہ دونوں میں برقی رو کی سمت یکساں ہو۔ (خاکہ 3.55)



خاکہ 3.55 دو متوازی برق بردار موصل جن میں بہنے والی برق رو کی سمت یکساں ہے، قوت کشش سے متاثر ہوتے ہیں۔

اگر دونوں میں بہنے والی برقی رو کی سمت ایک دوسرے کی مخالف سمت میں ہو تو دو متوازی برقی بردار موصل کی درمیانی قوت دفاعی ہو جاتی ہے۔ (خاکہ 3.56)



خاکہ 3.56 دو متوازی برق بردار موصل جن کی برقی رو مخالف سمت میں بہتی ہے، قوت دفاع سے متاثر ہوتے ہیں۔

ایمپیر کا تعارف: (Definition of ampere)

ہوا یا خلاء میں ایک میٹر دوری پر رکھے گئے لامحدود لمبائی والے دو سیدھے متوازی موصلوں کے ذریعہ بہائی جانے والی وہ مستقل برقی رو جو ہر موصل کو فی اکائی لمبائی 2×10^{-7} نیوٹن مقدار کی ایک قوت سے متاثر کرتی ہے، ایک ایمپیر کہلاتی ہے۔



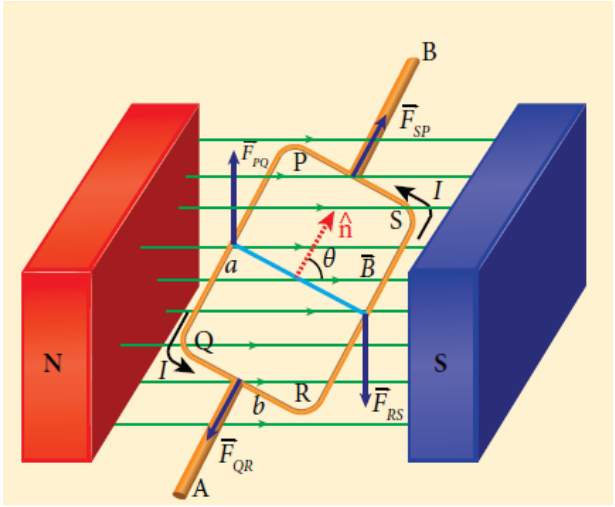
نومبر 2018 میں تین دیگر SI بنیادی اکائیاں، جیسے کلوگرام (کمیت)، کیلون (تپش) اور مول (مادّہ کی مقدار) کے ساتھ ایمپیر کو بھی منظوری دی گئی۔ مئی 20، 2019 میں ایمپیر کی بنیاد طبیعی مستقلہ پر دی گئی، جسے بنیادی بار (e) کہتے ہیں۔ لہٰذا ایک ایمپیر کی تعریف فی سکنڈ میں $1/1.602\ 176\ 634\times10^{-19}$ بہنے والے برقی باروں کی تعداد ہے۔

3.11 برقی رو کے ایک لوپ پر قوت گدشہ
(Torque on a current loop)

ایک موٹر کی کارگردگی کے لئے، مقناطیسی میدان میں موجود برق بردار تار پر موجود قوت ہی ذمہ دار ہے۔

3.11.1 ایک مقناطیسی میدان میں رکھے گئے برقی رو کے لوپ پر قوت گدشہ
(Torque on a current loop placed in a magnetic field)

PQRS نامی ایک مستطیلی لوپ کا تصور کیجئے، جس میں I برقی رو بہہ رہی ہو اور وہ ایک یکساں مقناطیسی میدان $\vec{B}$ میں رکھی گئی ہو۔ فرض کیجئے کہ مستطیلی لوپ کی لمبائی اور چوڑائی بالترتیب a اور b ہے۔ لوپ کی سطح کا عمود Normal، اکائی سمتیہ مقناطیسی میدان کے ساتھ θ کا ایک زاویہ بناتا ہے، جیسا کہ 3.57 میں بتایا گیا ہے۔



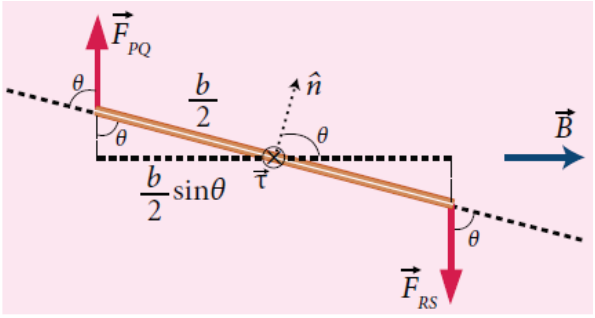
خاکہ 3.57 مقناطیسی میدان میں رکھا گیا مستطیلی لچھا

برق بردار بازو PQ پر عمل پیرا ہونے والی مقناطیسی قوت کی مقدار $F_{PQ} = IaB\sin\left(\pi/2\right) = IaB$ ہے۔ قوت کی سمت کو دائیں ہاتھ کے کارک پیچ کے کلیہ کی مدد سے معلوم کیا جاتا ہے اور وہ سمت اوپر کی جانب ہوتی ہے۔

برق بردار بازو QR پر قوت کی مقدار $F_{QR} = IbB\sin\left(\pi/2 - \theta\right) = IbB\cos\theta$ ہے، اور اس کی سمت خاکہ 3.57 کے مطابق ہوتی ہے۔

برق بردار بازو RS پر قوت کی مقدار $F_{RS} = IaB\sin\left(\pi/2\right) = IaB$ ہے اور اس کی سمت نچلی جانب ہے۔ برق بردار بازو SP پر قوت کی مقدار $F_{SP} = IbB\sin\left(\pi/2 + \theta\right) = IbB\cos\theta$ ہے، اور اس کی سمت خاکہ 3.57 کے مطابق ہوتی ہے۔

چونکہ قوت F_{QR} اور F_{SP} دونوں مساوی، مخالف اور ہم خط (Collinear) ہیں، وہ ایک دوسرے کو منسوخ کر دیتی ہیں۔ اسی طرح F_{PQ} اور F_{RS}، یہ دو قوتیں مقدار میں مساوی ہوتے ہیں اور سمت میں مخالف ہوتی ہیں مگر ایک ہی سیدھی خط پر عمل پیرا نہیں ہوتیں، چنانچہ F_{PQ} اور F_{RS} ایک جفتہ (Couple) بناتے ہیں جو لوپ پر ایک قوت گدشہ برآمد کرتا ہے۔



خاکہ 3.58 برقی لوپ کے کنارے کا نظارہ

AB کی طرف PQ بازو پر عمل پیرا ہونے والی قوت گدشہ کی مقدار $\tau_{RS} = \left(\frac{b}{2}\sin\theta\right)IaB$ ہے۔ اور وہ AB کی سمت میں نشاندہی کرتی ہے۔ AB کی طرف RS بازو پر عمل پیرا ہونے والی قوت گدشہ کی مقدار

$$\tau_{PQ} = \left(\frac{b}{2}\sin\theta\right)IaB$$

ہے اور وہ بھی AB کی سمت میں نشاندہی کرتی ہے، جیسا کہ خاکہ 3.58 میں بتایا گیا ہے۔

AB محور کے ساتھ مکمل لوپ پر عمل پیرا ہونے والی کل قوت گدشہ اس طرح پیش کی جاتی ہے۔

$$\tau = \left(\frac{b}{2}\sin\theta\right)F_{PQ} + \left(\frac{b}{2}\sin\theta\right)F_{RS}$$
$$= Ia(b\sin\theta)B$$

$$\tau = IAB\sin\theta \quad \text{AB کی سمت میں}$$

$$\vec{\tau} = \left(I\vec{A}\right) \times \vec{B} \quad \text{سمتیہ میں}$$

اوپر کی مساوات کو مقناطیسی قطبینی حرکت کے لحاظ سے اس طرح بھی لکھا جا سکتا ہے۔

$$\vec{\tau} = \vec{p}_m \times \vec{B} \text{ where } \vec{p}_m = I\vec{A}$$

قوت گردشہ کا رجحان لوپ کو گھمانے میں ہوتا ہے تا کہ اس کے عمودی سمتیہ (normal vector) کو مقناطیسی میدان کی سمت سے جوڑ دے۔ اگر اس مستطیلی لچھے میں N تعداد کی چکر ہوں تو قوت گردشہ یہ ہوگی۔

$$\tau = NIAB\sin\theta$$

خصوصی معاملات: (a) جب $\theta = 90°$ ہو یا لوپ کی سطح مقناطیسی میدان کے متوازی ہو تو برقی رو کے لوپ پر قوت گردشہ سب سے زیادہ maximum ہوتی ہے۔

$$\tau_{max} = IAB$$

(b) جب $\theta = 90°/180°$ یا لوپ کی سطح مقناطیسی میدان کے عمودی ہو تو برقی رو کے لوپ پر قوت گردشہ صفر ہوتی ہے۔

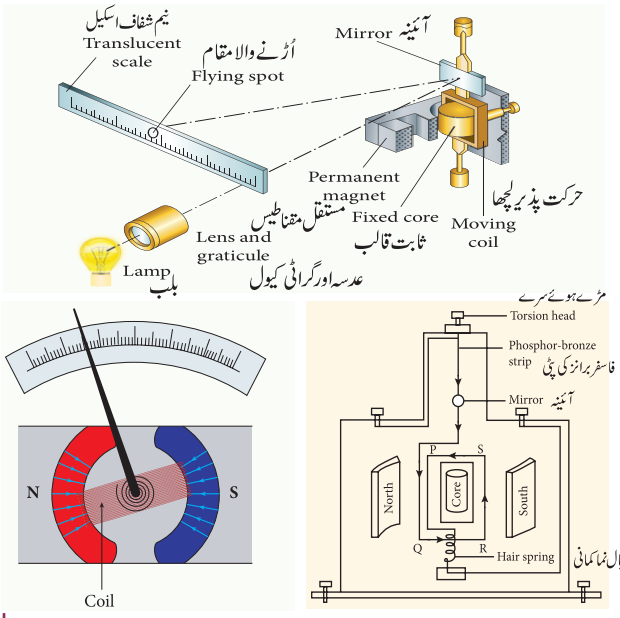
3.11.2 حرکت پذیر لچھے دار گیلوانومیٹر (Moving Coil Galvanometer)

حرکت پذیر لچھے دار گیلوانومیٹر ایک آلہ ہے، جو ایک برقی دور میں برقی رو کے بہاؤ کا پتہ لگانے کے لئے استعمال ہوتا ہے۔

اصول: جب ایک یکساں مقناطیسی میدان میں ایک برق بردار لوپ رکھی جاتی ہے تو وہ قوت گردشہ سے متاثر ہوتی ہے۔

بناوٹ: حرکت پذیر لچھے والے ایک گیلوانومیٹر میں تانبے کی باریک مجوز تار (insulated thin copper wire) سے بنا ایک مستطیلی لچھا PQRS ہوتا ہے۔ لچھے میں تار کے کئی چکر ہوتے ہیں، جو ایک ہلکی دھاتی پٹی میں لپیٹے گئے ہوتے ہیں۔ ایک استوانہ نما نرم، لوہے کا قشرہ لچھے کے اندر متوازی طور پر رکھا جاتا ہے جیسا کہ خاکہ 3.59 میں بتایا گیا ہے۔ مستطیلی لچھے کو ایک گھڑنعل مقناطیس کے دو قطبی ٹکڑوں کے درمیان آزادانہ طور پر چڑھا دیا جاتا ہے۔

مستطیلی لچھے کا اوپری کنارا فاسفر برانز کی ایک باریک پٹی کے ایک سرے سے جڑا ہوتا ہے۔ اور لچھے کا نچلا کنارا ایک بال کمانی (hair Spring) سے جڑا ہوتا ہے اور وہ بھی فاسفر برانز (Phosphor bronze) ہی سے بنا ہوتا ہے۔ چڑھائی گئی باریک پٹی میں ایک چھوٹا



خاکہ 3.59۔ حرکت پذیر لچھے والا گیلوانومیٹر۔ اس کے پرزے

سا آئینہ لگا ہوتا ہے تا کہ بلب اور اسکیل کی مدد سے لچھے کے انحراف کی پیمائش کی جا سکے۔ آئینہ کا دوسرا کنارا مڑے ہوئے سرے (torsion head) سے جوڑ دیا جاتا ہے۔ گیلوانومیٹر کے ذریعہ برقی رو کو بہانے کے لئے چڑھائی گئی پٹی اور کمانی S کو سروں terminals سے جوڑ دیا جاتا ہے۔

عمل (Working)

مستطیلی لچھے PQRS کے ایک چکر پر غور کیجئے جس کی لمبائی l اور چوڑائی b ہے۔ $PQ = RS = l$ اور $QR = SP = b$

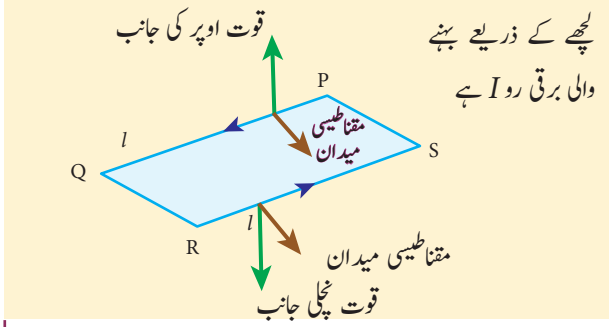
فرض کیجئے کہ PQRS میں بہنے والی برقی رو I ہے جیسا کہ خاکہ 3.60 میں بتایا گیا ہے۔ گھڑنعل مقناطیس میں نصف کروی مقناطیسی قطبین پائے جاتے ہیں، جو شعاعی مقناطیسی میدان پیدا کرتے ہیں۔ اس شعاعی میدان کی وجہ سے، QR اور SP کنارے ہمیشہ مقناطیسی میدان B کے متوازی رہتے ہیں۔ اور کسی قوت سے متاثر نہیں ہوتے۔ PQ اور RS کنارے ہمیشہ مقناطیسی میدان کے عمودی ہوتے ہیں اور مخالف سمتوں میں یکساں قوتوں سے دو چار ہوتے ہیں۔ اسی وجہ سے قوت گردشہ پیدا ہوتی ہے۔

ایک واحد چکر کے لئے انحراف پانے والی قوت گردشہ یہ ہے۔

$$\tau = bF = bBIl = (lb)\,BI = ABI$$

چونکہ لچھے کا رقبہ $A = lb$ ہے۔

N چکروں والے لچھے کے لئے، ہم حاصل کرتے ہیں۔



خاکہ 3.60 برق بردار لچھے پر عمل پیرا ہونے والی قوت

$$\tau = NABI \qquad (3.69)$$

اس انحرافی قوت گدشہ کی وجہ سے لچھا مڑتا ہے اور واپسی قوت گدشہ (restoring torque) جسے (restoring Couple) بھی کہا جاتا ہے، پیدا ہوتی ہے۔ چنانچہ واپسی قوت گدشہ کی حرکت مروڑ کی مقدار θ کے راست تناسب میں ہوتی ہے۔

$$\tau = K\theta \qquad (3.70)$$

جہاں K فی اکائی مروڑ کے لئے restoring Couple ہے۔

توازنی طور پر، انحرافی گدشہ اور واپسی گدشہ دونوں مساوی ہونا چاہئے۔ لہذا ہم حاصل کرتے ہیں۔

$$NABI = K\theta$$

$$\Rightarrow I = \frac{K}{NAB}\theta \qquad (3.71)$$

(or) $I = G\theta$

جہاں $G = \frac{K}{NAB}$ کو گیلوانو میٹر کی مستقلہ کہا جاتا ہے یا گیلوانومیٹر کے برقی رو کی گھٹائی والا عوامل بھی کہاجاتا ہے ۔

چونکہ چڑھایا گیا حرکت پذیر لچھے دار گیلوانومیٹر بہت ہی حساس ہوتا ہے، تجربہ کے دوران ہمیں اس کو بہت ہی احتیاط سے استعمال کرنا پڑتا ہے۔ عام طور پر ہم نقطہ نما (Pointer type) حرکت پذیر لچھے دار گیلوانومیٹر کا استعمال کرتے ہیں۔

ایک گیلوانومیٹر کے کارکردگی کی پیمائش:

Figure of merit of a galvanometer

یہ گیلوانومیٹر میں موجود اسکیل کے ایک درجہ کا انحراف پیدا کرنے کے لئے درکار برقی رو کی مقدار ہے۔

گیلوانومیٹر کی حساسیت : Sensitivity of a galvanometer

اگر گیلوانومیٹر کے ذریعہ ایک بہت ہی چھوٹی مقدار کی برقی رو یا ایک چھوٹے وولٹیج کے بہانے پر بھی وہ اسکیل کے درجوں کا زیادہ انحراف بتائے تو کہا جائے گا کہ گیلوانومیٹر بہت حساس ہے۔

برقی رو کی حساسیت : Current Sensitivity

اس کی تعریف یوں کی جاتی ہے کہ یہ گیلوانومیٹر کے ذریعہ بہنے والی فی اکائی برقی رو سے پیدا ہونے والا انحراف ہے۔

$$I_S = \frac{\theta}{I} = \frac{NAB}{K} \Rightarrow I_S = \frac{1}{G} \qquad (3.72)$$

ایک گیلوا نومیٹر کے برقی رو کی حساسیت کو اس طرح بڑھایا جاسکتا ہے۔

(i) چکروں کے تعداد N بڑھانے سے

(ii) مقناطیسی امالیت B کو بڑھانے سے

(iii) لچھے کے رقبہ A کو بڑھانے سے

(iv) معطلی تار (Suspensor wire) کے فی اکائی مروڑ سے بننے والے جوڑے K (Couple) کو کم کرنے سے

فاسفر برانز تار کو معطلی تار کی طرح استعمال کیا جاتا ہے کیونکہ اس میں فی اکائی مروڑ کا جوڑا (Couple) بہت چھوٹا ہوتا ہے۔

وولٹیج حساسیت:

یہ گیلوانومیٹر کے آر پار لگائے جانے والے فی اکائی وولٹیج سے پیدا ہونے والا انحراف ہے۔

$$V_S = \frac{\theta}{V}$$

$$V_S = \frac{\theta}{IR_g} = \frac{NAB}{KR_g} \quad \text{یا}$$

$$V_S = \frac{1}{GR_g} = \frac{I_S}{R_g} \qquad (3.73)$$

جہاں R_g گیلوانومیٹر کی مزاحمت ہے۔

مثال 3.25

ایک حرکت پذیر لچھے دار گیلوانومیٹر میں 5 چکر ہیں اور ہر چکر کا ایک با اثر رقبہ $2 \times 10^{-2}\ m^2$ ہے۔ اسے $4 \times 10^{-2}\ Wb\ m^{-2}$ مقدار کے ایک مقناطیسی میدان میں چڑھایا گیا ہے۔ اگر معطلی ریشہ کی مروڑی مستقلہ (torsional constant) $4 \times 10^{-9}\ N\ m\ deg^{-1}$ ہے تو

(a) فی مائیکرو ایمپیر، ہونے والی برقی حساسیت کو درجوں (division) میں معلوم کریں۔

(b) 25 mV کے لئے 50 درجوں کی اسکیل کے مکمل انحراف پانے کے لئے گیلوانومیٹر کی وولٹیج حساسیت کو معلوم کریں۔

(c) گیلوانومیٹر کی مزاحمت (Resistance) کا محاسبہ کریں۔

حل

$N = 5$ چکر

$A = 2 \times 10^{-2}\ m^2$

$B = 4 \times 10^{-2}\ Wbm^{-2}$

$K = 4 \times 10^{-9}\ N\ m\ deg^{-1}$

(a) برقی حساسیت

$$I_S = \frac{NAB}{K} = \frac{5 \times 2 \times 10^{-2} \times 4 \times 10^{-2}}{4 \times 10^{-9}}$$

$= 10^6$ درجے فی ایمپیر

$1\mu A = 1$ مائیکرو ایمپیر 10^{-6} ایمپیر

چنانچہ

$$I_S = 10^6 \frac{div}{A} = 1 \frac{div}{10^{-6} A} = 1 \frac{div}{\mu A}$$

$$I_S = 1\ div\ (\mu A)^{-1}$$

(b) وولٹیج حساسیت

$$V_S = \frac{\theta}{V} = \frac{50\ div}{25\ mV} = 2 \times 10^3\ div\ V^{-1}$$

(c) گیلوانومیٹر کی مزاحمت یہ ہے۔

$$R_g = \frac{I_S}{V_S} = \frac{10^6 \frac{div}{A}}{2 \cdot 10^3 \frac{div}{V}} = 0.5 \cdot 10^3 \frac{V}{A} = 0.5\ k\Omega$$

مثال 3.26

برقی حساسیت میں 50% کا اضافہ پیدا کرنے کے لئے ایک حرکت پذیر لچھے دار گیلوانومیٹر کی مزاحمت کو دگنا کردیا جاتا ہے۔ وولٹیج حساسیت میں ہونے والی تبدیلی کی فیصد معلوم کریں۔

حل

وولٹیج حساسیت $V_S = \frac{I_S}{R_g}$ ہے۔

جب مزاحمت دگنی کردی جاتی ہے، تو نئی مزاحمت $R_g' = 2R_g$ ہے۔

برقی حساسیت کا اضافہ

$$I_S' = \left(1 + \frac{50}{100}\right) I_S = \frac{3}{2} I_S$$

نئی وولٹیج حساسیت یہ ہے

$$V_S' = \frac{\frac{3}{2} I_S}{2R_g} = \frac{3}{4} V_S$$

لہذا وولٹیج حساسیت گھٹتی ہے۔ وولٹیج حساسیت میں ہونے والی تبدیلی کی فیصد یہ ہے۔

$$\frac{V_S - V_S'}{V_S} \times 100\% = 25\%$$

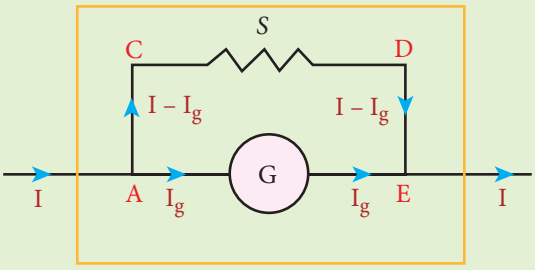
گیلوانومیٹر کو امیٹر اور وولٹ میٹر میں تبدیل کرنا

گیلوانومیٹر برقی رو کا پتہ لگانے کا ایک بہت ہی حساس آلہ ہے اس کو بڑی آسانی سے امیٹر اور وولٹ میٹر میں تبدیل کیا جاسکتا ہے۔

گیلوانومیٹر سے امیٹر میں

امیٹر ایک آلہ ہے جو برقی دور میں بہنے والی برقی رو کی پیمائش کرتا ہے۔ امیٹر میں کسی قسم کی مزاحمت نہیں ہونی چاہئے تاکہ وہ اس کے ذریعہ بہنے والی برقی رو کو تبدیل نہ کرسکے۔ اس لئے برقی رو کی پیمائش کرنے کے لئے امیٹر کو سلسلہ وار جوڑا جاتا ہے۔

ایک کم مقدار والے مزاحم کو گیلوانو میٹر کے ساتھ متوازی طور پر جوڑدینے سے گیلوانومیٹر امیٹر میں تبدیل ہوجاتا ہے۔ کم مقدار والی یہ مزاحمت روک مزاحمت کہلاتی ہے۔ اسکیل کی درجہ بندی اب ایمپیر میں ہوتی ہے اور امیٹر کی حد (Range) روک مزاحمت کی مقداروں پر منحصر ہوتی ہے۔



خاکہ 3.61 روک مزاحمت Shunt resistance۔ متوازی طور پر جڑی ہوئی ہے

فرض کریں کہ برقی دور کے ذریعہ بہنے والی برقی رو I ہے جیساکہ خاکہ 3.61 میں بتایا گیا ہے۔ جب برقی رو I جوڑ A پر پہنچتی ہے تو وہ دو اجزاء میں بٹ جاتی ہے۔ اگر AGE کے راستہ سے گیلوانومیٹر کی مزاحمت R_g کے ذریعہ بہنے والی برقی رو I_g ہو تو ACDE کے راستے سے روک مزاحمت کے ذریعہ بہنے والی بقیہ برقی رو $(I - I_g)$ ہوگی۔ روک مزاحمت کی قیمت S کو اس طرح برقرار رکھتے ہیں کہ برقی رو I_g، گیلوانومیٹر میں مکمل اسکیل کا انحراف پیدا کرتی ہو۔ گیلوانومیٹر کے اطراف کا قواہی فرق یا تفاوت بالقواہ (Potential difference) روک مزاحمت کے اطراف کے قواہی فرق یا تفاوت بالقواہ کے مساوی ہوتا ہے۔

$$V_{\text{گیلوانومیٹر}} = V_{\text{روک مزاحم}}$$

$$\Rightarrow I_g R_g = (I - I_g) S$$

$$S = \frac{I_g}{(I - I_g)} R_g \text{ or}$$

$$I_g = \frac{S}{S + R_g} I$$

چونکہ گیلوانومیٹر کا انحراف اس کے ذریعہ سے بہنے والی برقی رو کے تناسب میں ہوتا ہے۔

$$\theta = \frac{1}{G} I_g \Rightarrow \theta \propto I_g \Rightarrow \theta \propto I$$

لہذا گیلوانومیٹر میں پیدا ہونے والا انحراف برقی دور کے ذریعہ بہنے والی برقی رو I کا ایک پیمانہ ہے۔

روک مزاحمت (Shunt Resistance) کو گیلوانومیٹر کے متوازی طور پر جوڑا جاتا ہے۔ چنانچہ امیٹر کی مزاحمت (R_a) کی پیمائش، موثر مزاحمت (effective Resistance) معلوم کرنے سے کی جاسکتی ہے جو یہ ہے۔

$$\frac{1}{R_{eff}} = \frac{1}{R_g} + \frac{1}{S} \Rightarrow R_{eff} = \frac{R_g S}{R_g + S} = R_a$$

چونکہ روک مزاحمت ایک بہت ہی کم مزاحمت ہوتی ہے، تناسب $\frac{S}{R_g}$ بھی چھوٹی ہوتی ہے۔ اس کا مطلب یہ ہے کہ (R_a) بھی چھوٹی ہے یعنی امیٹر سے پیدا ہونے والی مزاحمت چھوٹی ہے۔ اس لئے جب ہم امیٹر کو گیلوانومیٹر سے سلسلہ وار جوڑتے ہیں تو اس دور میں سے بہنے والی برقی رو میں کچھ خاص فرق نہیں پڑتا۔ ایک مثالی امیٹر کے لئے ایسی مزاحمت صفر کے برابر ہونا چاہئے مگر حقیقی طور پر دیکھا جائے تو امیٹر سے بتائی جانے والی پیمائش ہمیشہ بہنے والی برقی رو کی حقیقی مقدار سے کم ہی نظر آتی ہے۔ فرض کریں کہ ایک مثالی امیٹر سے کی گئی برقی رو کی پیمائش I_{ideal} ہے۔ اور بہنے والی حقیقی برقی رو I_{actual} ہے غلطی کی فیصد (percentage error) یہ ہے۔

$$\frac{\Delta I}{I} \; 100\,\% = \frac{I_{ideal} - I_{actual}}{I_{ideal}} \cdot \; 100\,\%$$

اہم نکات:

1۔ ایک امیٹر بہت ہی کم مزاحمت والا ایک آلہ ہے اور وہ برقی دور سے ہمیشہ سلسلہ وار ہی جوڑا جاتا ہے۔

2۔ ایک مثالی امیٹر کی مزاحمت صفر ہوتی ہے۔

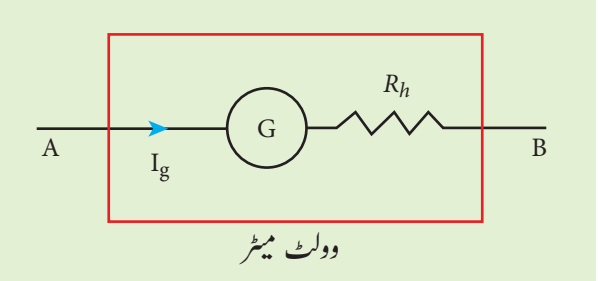
3۔ اگر امیٹر کی حد کو n گنا بڑھانا ہو تو متوازی طور پر جانے والی مزاحمت کی قیمت یہ ہوگی۔

$$S = \frac{R_g}{n-1}$$

گیلوانومیٹر سے ایک وولٹ میٹر میں

وولٹ میٹر ایک آلہ ہے جو برقی دوروں میں کسی دو نقطوں کے درمیان پائے جانے والے قواہی فرق یا تفاوت بالقواہ کی پیمائش کے لئے استعمال ہوتا ہے۔ اس کو برقی دور کی برقی رو سے کوئی حصہ نہیں لینا چاہئے ورنہ پیمائش کئے جانے والے قواہی فرق یا تفاوت بالقواہ میں تبدیلی آسکتی ہے۔

وولٹ میٹر میں اعلیٰ مزاحمت کا ہونا بہت ضروری ہے اور جب اسے متوازی طور پر جوڑاجاتا ہے تو وہ کوئی خاص برقی رو نہیں لے سکتا تاکہ وہ صحیح قواہی فرق کی نشاندہی کرسکے۔



وولٹ میٹر

خاکہ 3.62 سلسلہ وار جڑی ہوئی اعلیٰ مزاحمت

ایک اعلیٰ مقدار والے مزاحم R_h کو گیلوانومیٹر G کے ساتھ سلسلہ وار جوڑ دینے سے گیلوانومیٹر، وولٹ میٹر میں تبدیل ہوجاتا ہے جیساکہ خاکہ 3.62 میں بتایا گیا ہے۔ اسکیل کی درجہ بندی اب وولٹ میں ہوتی ہے اور وولٹ میٹر کی حد سلسلہ وار جڑی ہوئی اعلیٰ مزاحمت R_h کی قیمت پر منحصر ہوتی ہے یعنی مزاحمت کی قیمت اس طرح برقرار رکھی جاتی ہے کہ برقی رو I_g گیلوانومیٹر کی اسکیل میں مکمل انحراف پیدا کرتی ہو۔

فرض کریں کہ گیلوانومیٹر کی مزاحمت R_g ہو اور گیلوانومیٹر میں مکمل انحراف پیدا کرنے والی برقی رو I_g ہو۔ چونکہ گیلوانومیٹر کو اعلیٰ مزاحمت کے ساتھ سلسلہ وار جوڑا جاتا ہے، برقی دور میں بہنے والی برقی رو گیلوانومیٹر میں بہنے والی برقی رو کے مساوی ہوتی ہے۔

$$I = I_g$$

$$I \Rightarrow I_g \Rightarrow I_g = \frac{\text{تفاوت بالقواہ}}{\text{کل مزاحمت}}$$

چونکہ گیلوانومیٹر اور اعلیٰ مزاحمت سلسلہ وار جڑے ہوتے ہیں، برقی دور میں موجود کل مزاحمت یا موثر مزاحمت ان کی مزاحمتوں کا حاصل جمع ہے۔ یہی حاصل جمع وولٹ میٹر کی مزاحمت پیش کرتا ہے۔ لہذا وولٹ میٹر کی مزاحمت یہ ہے۔

$$R_v = R_g + R_h$$

لہذا

$$I_g = \frac{V}{R_g + R_h}$$

$$\Rightarrow R_h = \frac{V}{I_g} - R_g$$

نوٹ کریں کہ $I_g \propto V$

گیلوانومیٹر کا انحراف برقی رو I_g کے تناسب میں ہے، مگر برقی رو I_g قواہی فرق کے تناسب میں ہے۔ لہذا گیلوانومیٹر میں پیدا ہونے والا انحراف قواہی فرق کی پیمائش ظاہر کرتا ہے۔ چونکہ وولٹ میٹر کی مزاحمت بہت زیادہ ہے، ایک برقی دور میں متوازی طور پر جوڑا گیا ایک وولٹ میٹر دور میں بہنے والی برقی رو کا کم استعمال ہی کرسکتاہے۔ ایک مثالی وولٹ میٹر وہ ہے جس کی مزاحمت لامحدود ہو۔

اہم نکات:

1۔ وولٹ میٹر اعلیٰ مزاحمت والا ایک آلہ ہے۔ ایک برقی دور میں جس جزو کے درمیان قواہی فرق کی پیمائش کرنا ہو، اس کے متوازی طور ہی پر وولٹ میٹر کو جوڑا جاتا ہے۔

2۔ ایک مثالی وولٹ میٹر کی مزاحمت لامحدود ہوتی ہے۔

3۔ اگر وولٹ میٹر کی حد کو n گنا بڑھانا ہو تو گیلوانومیٹر سے سلسلہ وار جوڑے گئے مزاحمت کی قیمت یہ ہوگی۔

$$R_h = (n-1)\, R_g$$

خلاصہ

جغرافیائی محور کے ذریعہ گذرنے والی کھڑی یا عمودی سطح جغرافیائی نصف النہار کہلاتی ہے۔

مقناطیسی محور کے ذریعہ گزرنے والی کھڑی یا عمودی سطح مقناطیسی نصف النہار کہلاتی ہے۔

ایک نقطہ پر مقناطیسی نصف النہار اور جغرافیائی نصف النہار کا درمیانی زاویہ، زوال یا مقناطیسی زوال d (magnetic declination) کہلاتا ہے۔

زاویہ جو زمین کے کل مقناطیسی میدان $\vec{B}$ اور مقناطیسی نصف النہار میں افقی سمت کے ساتھ بنتا ہے، وہ اس نقطہ پر ڈپ (dip) یا مقناطیسی جھکاؤ I (magnetic inclination) کہلاتا ہے۔

قطبی طاقت اور مقناطیس کی لمبائی کا حاصل ضرب مقناطیسی قطبینی حرکت یا مقاطیسی حرکت کہلاتا ہے۔ یہ ایک سمتی مقدار ہے جسے $\vec{p}_m$ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

ہر مقناطیس کے اطراف کا وہ علاقہ یا خلاء جہاں دوسرا مقناطیس ، مقناطیسی اثر محسوس کرتا ہے، مقناطیسی میدان کہلاتا ہے۔ یہ ایک سمتی مقدار ہے اور اسے $\vec{B}$ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ اس کی اکائی $N\ A^{-1}\ m^{-1}$ ہے۔

ایک دئے گئے رقبہ کے ذریعہ عمودی طور پر گذرنے والی مقناطیسی میدانی خطوط کی تعداد، مقناطیسی نفاذ یا مقناطیسی بہاؤ Φ_B (magnetic Flux) کہلاتی ہے۔ یہ ایک عمودی مقدار ہے۔ SI نظام اکائی میں اس کی اکائی ویبر weber ہے جس کی علامت Wb ہے۔

مقناطیسیت میں کولوم کے کلیہ کا بیان کسی مقناطیس کے دو قطبوں کی درمیانی قوت کشش یا قوت دفاع، ان کی قطبی طاقتوں کے حاصل ضرب کے راست تناسب میں ہوتی ہے اور ان کی درمیانی مربع فاصلہ کی معکوس تناسب میں ہوتی ہے۔

ایک یکساں مقناطیسی میدان میں رکھا گیا مقناطیسی قطبین قوت گدشہ سے متاثر ہوتا ہے۔

مماسی گیلوانومیٹر ایک آلہ ہے جو بہت چھوٹی برقی رو کی پیمائش کرتا ہے۔ اس کی قسم، حرکت کرنے والے مقناطیس کی طرح ہے۔ یہ مماسی کلیہ کے اصول پر کام کرتا ہے۔

مماسی کلیہ $B = B_H \tan \theta$ ہے۔

وہ مقناطیسی میدان جو کسی مقناطیسی شئے یا نمونے کو مقنانے کے لئے استعمال کیا جاتا ہے۔ مقنانے والا میدان کہلاتا ہے۔ یہ ایک سمتی مقدار ہے اور اسے $\vec{H}$ سے ظاہر کیا جاتا ہے اوراس کی اکائی $A\ m^{-1}$ ہے۔

ایک شئے کی اپنے اندر سے مقناطیسی خطوط کو گذرانے کی قابلیت کی مقدار مقناطیسی انجذاب کہلاتی ہے۔

ایک شئے کی فی اکائی حجم میں ہونے والی مقناطیسی حرکت مقنائے جانے کی شدت intensity of magnetisation کہلاتی ہے۔

کسی شئے میں پیدا ہونے والی مقنائے جانے کی شدت $\left(\vec{I}\right)$ اور مقنانے والے میدان $\left(\vec{H}\right)$ کی درمیانی نسبت مقناطیسی اثر پذیری magnetic susceptibility کہلاتی ہے۔

مقناطیسی اشیاء تین قسموں میں درجہ بند ہیں۔ دوہری، اکہری، اور فیرو مقناطیسی اشیاء۔

مقناطیسی امالیت کا مقنانے والے میدان $\vec{B}$ کے ساتھ ساتھ پیچھے لگے رہنے کا عمل $\vec{H}$ hysterisis کہلاتا ہے۔ hysterisis کا مطلب پیچھے لگے رہنا ہے۔

دائیں ہاتھ، کے انگوٹھے کا قانون : تصور کریں کہ ہم ایک برق بردار موصل کو اپنے داہنے ہاتھ سے تھامے ہوئے ہیں اس طرح سے کہ انگوٹھا برقی رو کی سمت کی طرف اشارہ کرتا ہے تو پھر موصل پر موجود انگلیاں پیدا ہونے والی مقناطیسی میدانی خطوط کی سمت کی طرف اشارہ کرتی ہیں۔

میکسویل کے دائیں ہاتھ کے کارک پیچ کا کلیہ : اگر ہم اسکروڈرائیور کے ذریعہ دائیں طرف مڑنے والے ایک پیچ screw کو گھمائیں تو پیچ جس سمت میں آگے بڑھتا ہے وہی برقی رو کی سمت ہے اور پیچ کی گردش کا رخ ہی مقناطیسی میدان کی سمت ہے۔

ایمپیر کا دوری کلیہ یہ ہے۔ $\oint_C \vec{B}.d\vec{l} = \mu_0 I_{enclosed}$

ایک پیچواں کے اندر موجود مقناطیسی میدان $B = \mu_0 nI$ ہے۔ جس میں n فی اکائی لمبائی چکروں کی تعداد ہے۔

ایک ٹورائیڈ (بند پیچواں) کے اندر موجود مقناطیسی میدان $B = \mu_0 nI$ ہے جس میں n چکروں کی تعداد ہے۔

لارینز کی قوت $\vec{F} = q\left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}\right)$ ہے۔

ایک یکساں مقناطیسی میدان میں حرکت کرنے والا، بار بردار ذرہ دائری حرکت کرنے لگے گا۔

فلیمنگ کے بائیں ہاتھ کا کلیہ : بائیں ہاتھ کے انگوٹھے،ا شارہ کی انگلی اور درمیانی انگلی کو اس طرح کھولئے کہ تینوں ہر ایک کے عمود میں رہیں۔ اگر اشارہ کی انگلی مقناطیسی میدان کو ظاہر کرتی ہے اور درمیانی انگلی برقی رو کو ظاہر کرتی ہے تو پھر انگوٹھا موصل سے محسوس کی جانے والی قوت کی سمت کو ظاہر کرتا ہے۔

ایمپیر کا تعارف : ہوا یا خلاء میں ایک میٹر دوری پر رکھے گئے لامحدود لمبائی والے دو سیدھے متوازی موصلوں کے ذریعہ بہائی جانے والی وہ مستقل برقی رو جو ہر موصل کو فی اکائی لمبائی 2×10^{-7} نیوٹن مقدار کی ایک قوت سے متاثر کرتی ہے، ایک ایمپیر کہلاتی ہے۔

جب ایک برق بردار لچھے کو ایک یکساں مقناطیسی میدان میں رکھا جاتاہے تو اس پر موجود کل قوت صفر ہوتی ہے مگر کل قوت گدشہ صفر نہیں ہوتی۔ کل قوت گدشہ کی عددی مقدار $\tau = NABI \sin\theta$ ہے۔

حرکت پذیر لچھے دار گیلوانومیٹر میں ایک آلہ ہے جو ایک برقی دور میں معمولی سی برقی رو کے بہاؤ کا پتہ لگانے اور پیمانہ کرنے کے لئے استعمال ہوتا ہے حرکت پذیر لچھے دار گیلوانومیٹر میں اس کے ذریعہ سے بہنے والی برقی رو اس میں ہونے والے انحراف کے بالراست تناسب میں ہوتی ہے۔ یہ حسابی طور پر $I = G\theta$ ہے ۔ جہاں $G = \frac{K}{NAB}$ ہے جسے گیلوانومیٹر کی مستقلہ یا برقی رو کی گھٹائی والا عوامل کہا جاتا ہے۔

برقی رو کی حساسیت کی تعریف یوں کی جاتی ہے کہ یہ گیلوانومیٹر کے ذریعہ بہنے والی فی اکائی برقی رو سے پیدا ہونے والا انحراف ہے۔ $I_s = \frac{\theta}{I} = \frac{NAB}{K} \Rightarrow I_s = \frac{1}{G}$

وولٹیج حساسیت کی تعریف یوں کی جاتی ہے کہ یہ گیلوانومیٹر کے آر پار لگائے جانے والی فی اکائی وولٹیج سے پیدا ہونے والا انحراف ہے۔ $V_s = \frac{\theta}{V} = \frac{1}{GR_g} = \frac{I_s}{R_g}$ جہاں R_g گیلوانومیٹر کی مزاحمت ہے۔

امیٹر ایک آلہ ہے جو ایک برقی دور میں بہنے والی برقی رو کی پیمائش کرتا ہے ۔

ایک کم مقدار والے مزاحم کو گیلوانومیٹر کے ساتھ متوازی طور پر جوڑ دینے سے گیلوانومیٹر، امیٹر میں تبدیل ہوجاتا ہے۔ کم مقدار والی یہ مزاحمت روک مزاحمت (Shunt Resistance) S کہلاتی ہے۔

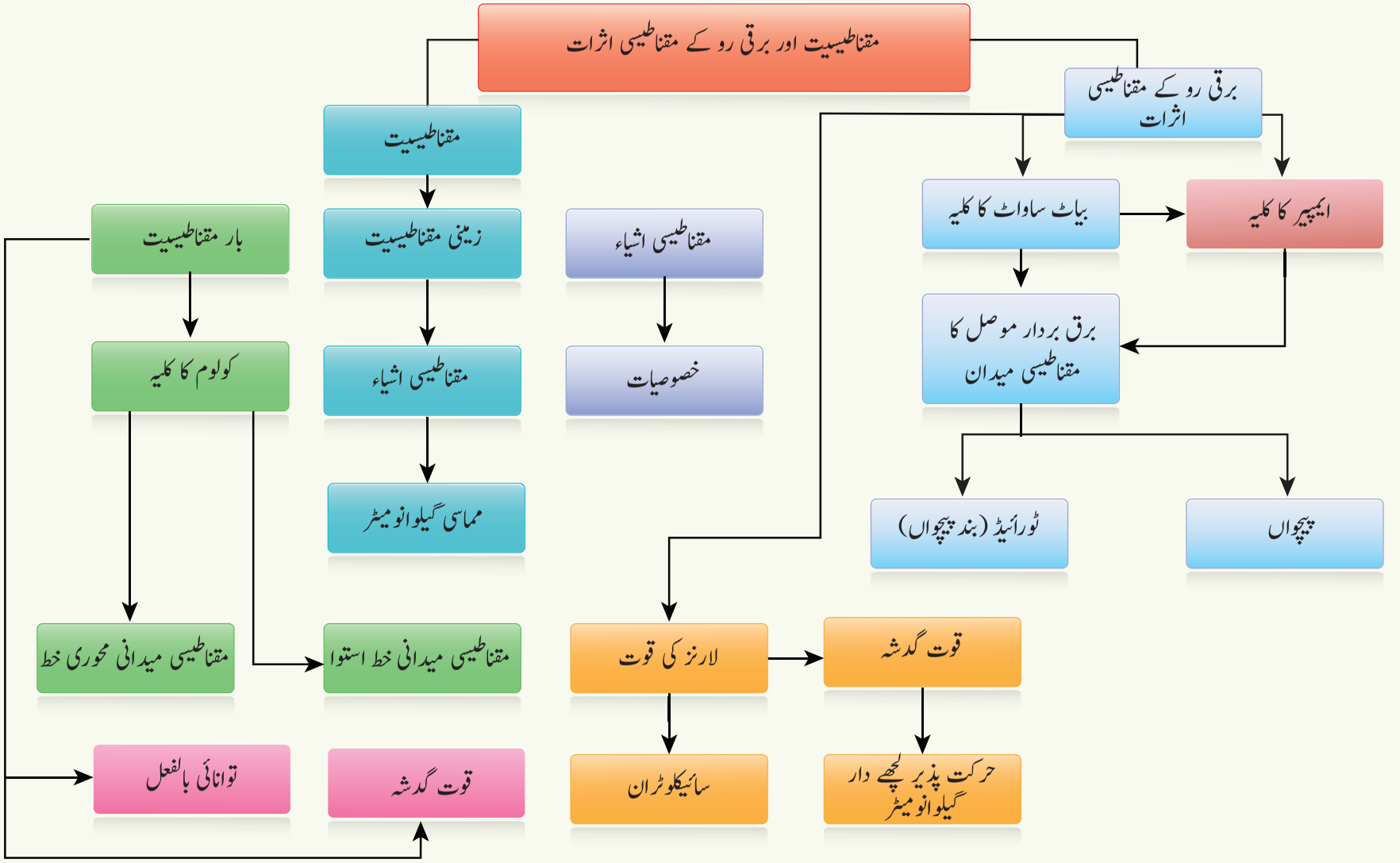
ایک مثالی امیٹر کی مزاحمت صفرہوتی ہے۔

وولٹ میٹر ایک آلہ ہے جو برقی دوروں میں کسی دو نقطوں کے درمیان پائے جانے والے قواہی فرق (Potential difference) کی پیمائش کے لئے استعمال ہوتا ہے۔

ایک اعلیٰ مقدار والے مزاحم R_h کو گیلوانومیٹر کے ساتھ سلسلہ وار جوڑ دینے سے گیلوانومیٹر وولٹ میٹر میں تبدیل ہوجاتا ہے۔

ایک مثالی وولٹ میٹر کی مزاحمت لامحدود ہوتی ہے۔

CONCEPT MAP تصوری نقشہ

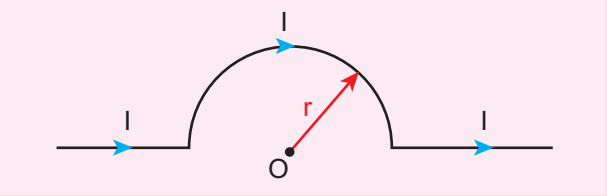


I - کثیر انتخابی سوالات:

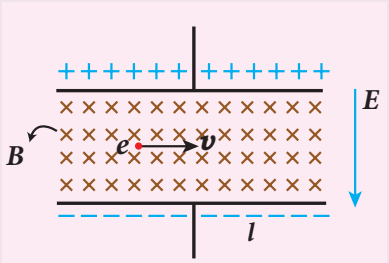
1۔ مندرجۂ ذیل برقی لوپ کے مرکز O پر مقناطیسی میدان

(a) $\frac{\mu_0 I}{4r}\otimes$ (b) $\frac{\mu_0 I}{4r}\odot$

(c) $\frac{\mu_0 I}{2r}\otimes$ (d) $\frac{\mu_0 I}{2r}\odot$



2۔ بار کی یکساں کثافت σ رکھنے والا مکثفہ، Capacitor کی متوازی تختیوں کے اندر ایک سیدھی خط میں ایک الکٹران حرکت کرتا ہے۔ اگر وہ تختیاں ایک یکساں مقناطیسی میدان ($\vec{B}$) میں رکھے گئے ہوں تو تختیوں کے درمیان بغیر کسی انحراف کے گزرنے کے لئے الکٹران سے لیا گیا وقت یہ ہے۔



(a) $\varepsilon_0\frac{elB}{\sigma}$ (b) $\varepsilon_0\frac{lB}{\sigma l}$

(c) $\varepsilon_0\frac{lB}{e\sigma}$ (d) $\varepsilon_0\frac{lB}{\sigma}$

3۔ بار q اور کمیت m والا ایک ذرہ V تفاوت بالقواہ کے ذریعہ اسراع پاتا ہے۔ جب وہ ایک عمودی مقناطیسی میدان $\vec{B}$ میں رکھا جاتا ہے تو اس سے محسوس کی جانے والی قوت معلوم کریں۔

(a) $\sqrt{\frac{2q^3BV}{m}}$ (b) $\sqrt{\frac{q^3B^2V}{2m}}$

(c) $\sqrt{\frac{2q^3B^2V}{m}}$ (d) $\sqrt{\frac{2q^3BV}{m^3}}$

4۔ 5 سم نصف قطر اور 50 چکروں والے ایک دائری لچھے میں 3 ایمپیر کی برقی رو بہتی ہے۔ لچھے کی مقناطیسی قطبینی حرکت لگ بھگ یہ ہوگی۔

(a) 1.0 A m² (b) 1.2 A m²

(c) 0.5 A m² (d) 0.8 A m²

5۔ ایک باریک مجوز (insulated) تار I= 8 mA کی برقی رو رکھتی ہے اور N=100 مضبوط چکروں کا مسطح مرغولہ بناتی ہے۔ اندرونی اور بیرونی چکروں کی نصف قطریں بالترتیب a = 50mm اور b = 100mm ہیں۔ مرغولہ کے مرکز میں مقناطیسی امالیت یہ ہے۔

(a) 5 μT (b) 7 μT

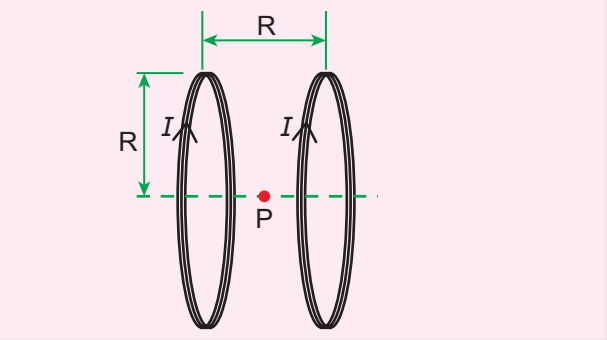
(c) 8 μT (d) 10 μT

6۔ مساوی لمبائی والی تین تاروں کو لوپ کی شکل میں مروڑ دی جاتی ہیں۔ پہلی تار کی شکل دائری، دوسری کی نصف دائری اور تیسری کی شکل مربع نما ہوتی ہے۔ ان تینوں کو مساوی مقناطیسی میدان میں رکھا جاتا ہے اور ان کے ذریعہ مساوی مقدار کی برقی رو بھیجی جاتی ہے۔ ذیل کے لوپوں کی کون سی ترتیب زیادہ مقدار کی قوت گدشہ محسوس کرے گی۔

(a) دائری (b) نصف دائری

(c) مربع نما (d) یہ تمام

7۔ N چکروں اور R نصف قطر والے دو ہم شکل لچھے ایک دوسرے سے R فاصلے پر ہم محوری طور پر رکھے جاتے ہیں جیسا کہ خاکہ میں بتایا گیا ہے۔ اگر ان سے بہنے والی برقی رو کی مقدار I ہے جو ایک ہی سمت میں بہتی ہے تو ہر لچھے کے مرکز سے $R/2$ فاصلے پر موجود P نقطہ پر مقناطیسی میدان یہ ہے۔



(a) $\frac{8N\mu_0 I}{\sqrt{5}R}$ (b) $\frac{8N\mu_0 I}{5^{3/2}R}$

(c) $\frac{8N\mu_0 I}{5R}$ (d) $\frac{4N\mu_0 I}{\sqrt{5}R}$

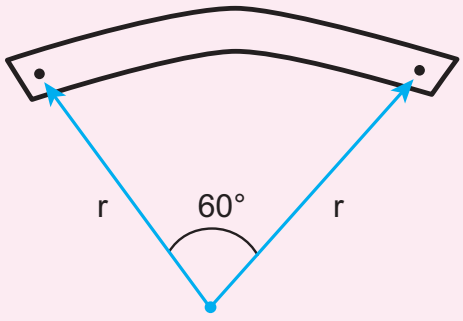
8۔ Y سمت میں I برقی رو رکھنے والی l لمبائی والی ایک تار $\vec{B}=\frac{\beta}{\sqrt{3}}(\hat{i}+\hat{j}+\hat{k})T.$ مقدار کی مقناطیسی میدان میں رکھی گئی ہے۔ تار پر عمل پیرا ہونے والی لارنز کی قوت کی مقدار یہ ہے۔

(a) $\sqrt{\frac{2}{3}}\beta Il$ (b) $\sqrt{\frac{1}{3}}\beta Il$

(c) $\sqrt{2}\beta Il$ (d) $\sqrt{\frac{1}{2}}\beta Il$

9۔ l لمبائی اور p_m مقناطیسی حرکت والے ایک بار مقناطیس کو خاکہ کے مطابق مروڑ کر منحنی نما بنادیا گیا ہے۔ بننے والی نئی مقناطیسی حرکت یہ ہوگی۔

(NEET 2013)



(a) p_m (b) $\frac{3}{}p_m$

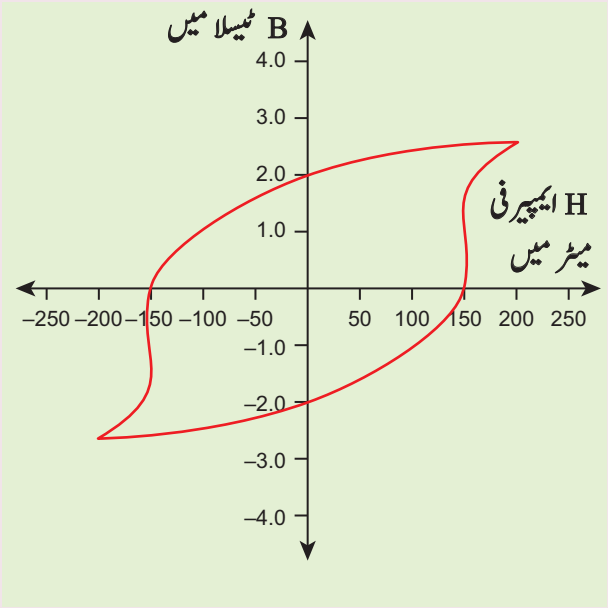
(c) $\frac{2}{}p_m$ (d) $\frac{1}{2}p_m$

10۔ m کمیت اور r نصف قطر رکھنے والا q مقدار کا برقی بار والا یک غیر موصلی بار بردار حلقہ اس کے محور پر ω مقدار کی ایک مستقل زاویائی رفتار کے ساتھ گھمایا جاتا ہے۔ اس کی مقناطیسی حرکت اور زاویائی معیار حرکت کی مابین نسبت یہ ہوگی۔

(a) $\frac{q}{m}$ (b) $\frac{2q}{m}$

(c) $\frac{q}{2m}$ (d) $\frac{q}{4m}$

11۔ ایک فیرو مقناطیسی شئے کے لئے خاکہ میں BH منحنی بتائی گئی ہے۔ وہ شئے ایک لمبے پیچواں کے اندر رکھی گئی ہے جس میں 1000 چکر فی سمر موجود ہیں۔ فیرو مقناطیس کو کلی طور پر غیر مقنانے کے لئے پیچواں میں گذاری جانے والی برقی رو کی مقدار یہ ہونا چاہئے۔



(a) 1.00 m A (b) 1.25 mA

(c) 1.50 mA (d) 1.75 mA

12۔ دو چھوٹے بار مقناطیسوں کی مقناطیسی حرکت بالترتیب 1.20 Am^2 اور 1.00 Am^2 ہے۔ ان کو ایک افقی میز پر ایک دوسرے کے متوازی اس طرح رکھا گیا ہے کہ ایک کا شمالی قطب دوسرے کی جنوبی قطب کی طرف رخ کیا ہوا ہے۔ ان دونوں کی ایک ہی مقناطیسی خط استوا ہے اور ان کا درمیانی فاصلہ 20.0 سمر ہے۔

ان کے مرکزوں کو ملانے والے خط کے مرکز 'O' پر مجموعی افقی مقناطیسی امالیت کی قیمت یہ ہوگی۔ (زمینی مقناطیسی امالیت کے افقی جزء کی قیمت 3.6×10^{-5} Wb m^{-2} ہے۔)

(NSEP 2000-2001)

(a) 3.60×10^{-5} Wb m^{-2}

(b) 3.5×10^{-5} Wb m^{-2}

(c) 2.56×10^{-4} Wb m^{-2}

(d) 2.2×10^{-4} Wb m^{-2}

13۔ ایک مقام پر زمینی مقناطیسی میدان کا عمودی جزء اس کے افقی جزء کے مساوی ہے۔ اس مقام پر ڈپ یا جھکاؤ کا زاویہ کیا ہوگا؟

(a) 30° (b) 45°

(c) 60° (d) 90°

14۔ R نصف قطر والا ایک چپٹا دہرا برقی ڈسک (dielectric disc) اپنی سطح پر اضافی بار لئے ہوئے ہے۔ سطحی باروں کی کثافت σ ہے۔ وہ ڈسک زاویائی سمتی رفتار ω کے ساتھ اس کی سطح کے عمودی طور پر گزرنے والی محور کی طرف چکر لگاتا ہے۔ اگر اس ڈسک کو B طاقت والے ایک یکساں مقناطیسی میدان میں رکھا جائے تو اس کی گردشی محور کے عمودی سمت میں اس ڈسک پر قوت گدشہ کی مقدار معلوم کریں۔

(a) $\frac{1}{4}\sigma\omega\pi BR$ (b) $\frac{1}{2}\sigma\omega\pi BR^2$

(c) $\frac{1}{4}\sigma\omega\pi BR^3$ (d) $\frac{1}{4}\sigma\omega\pi BR^4$

15۔ ایک مقناطیسی قطبین جس کی قطبینی حرکت $\vec{p}_m = (-0.5\hat{i} + 0.4\hat{j})$ Am^2 ہے، ایک یکساں مقناطیسی میدان $\vec{B} = 0.2\,\hat{i}$ T میں رکھا گیا ہے۔ اس کی توانائی بالقواہ یہ ہے۔

(a) -0.1 J (b) -0.8 J

(c) 0.1 J (d) 0.8 J

جوابات: Answers

1) a	2) d	3) c	4) b	5) b
6) a	7) b	8) a	9) b	10) c
11) c	12) c	13) b	14) d	15) c

II۔ مختصر جوابات دیں۔

1۔ مقناطیسی امالیت سے کیا مراد ہے؟

2۔ مقناطیسی بہاؤ کی تعریف کریں۔

3۔ مقناطیسی قطبینی حرکت کی تعریف کریں۔

4۔ کولوم کے معکوس کے کلیے کو بیان کریں۔

5۔ مقناطیسی اثر پذیری کیا ہے؟

6۔ بیاٹ - ساواٹ کا کلیہ بیان کریں۔

7۔ مقناطیسی انجذاب کیا ہے؟

8۔ ایمپیر کا دوری کلیہ بیان کریں۔

9۔ دوہری، اکہری اور فیرو مقناطیسیت کا موازنہ کریں۔

10۔ hysteresis سے کیا مراد ہے؟

11۔ مقناطیسی زوال اور مقناطیسی جھکاؤ کی تعریف کریں۔

12۔ سائیکلوٹران میں گونج کی شرط (resononce Condition) کیا ہے؟

13۔ ایمپیر کی تعریف کریں۔

14۔ فلمنگ کے بائیں ہاتھ کا کلیہ بیان کریں۔

15۔ ایک برقی دور میں امیٹر کو سلسلہ وار جوڑا جاتا ہے یا متوازی طور پر جوڑا جاتا ہے۔کیوں؟

16۔ سمتی رفتار چننے والے (Velocity Selector) کی کارکردگی کی وضاحت کریں۔

17۔ جب ایک بار بردار ذرہ کی سمتی رفتار مقناطیسی میدان کے عمودی نہ ہو تو تب اس کا راستہ دائری کیوں نہیں ہوتا؟

18۔ دوہری / اکہری فیرو مقناطیسی اشیاء کی خصوصیات بیان کریں.

19۔ بیرونی مقناطیسی میدان کی موجودگی میں فیرو مقناطیسی اشیاء میں موجود خطوں کو کیا ہو جاتا ہے؟

20۔ ایک گیلوانومیٹر کو (i) ایک امیٹر میں اور (ii) ایک وولٹ میٹر میں کس طرح تبدیل کیا جاتا ہے؟

III۔ تفصیلی جوابات دیں۔

1۔ زمینی مقناطیسی میدان پر تفصیلی بحث کریں۔

2۔ ایک سیدھے اور لامحدود لمبائی والے برق بردار موصل کی وجہ سے پیدا ہونے والے مقناطیسی میدان کی مساوات اخذ کریں۔

3۔ ایک برق بردار دائری لچھے کے محور کے ایک نقطہ پر بننے والے مقناطیسی میدان کی مساوات حاصل کریں۔

4۔ ایک یکساں مقناطیسی میدان میں موجود ایک مقناطیسی سوئی سے محسوس کی جانے والی قوت گدشہ کا محاسبہ کریں۔

5۔ ایک بار مقناطیس کے محوری خط کے ایک نقطہ پر بننے والا مقناطیسی میدان معلوم کریں۔

6۔ ایک بار مقناطیس کے خط استوائی نقطہ پر بننے والے مقناطیسی میدان کو اخذ کریں۔

7۔ ایمپیر کے دوری کلیہ کی مدد سے ایک لمبے اور سیدھے موصل کی وجہ سے پیدا ہونے والا مقناطیسی میدان معلوم کریں۔

8۔ سائیکلوٹران کے عمل کی تفصیلی وضاحت کریں۔

9۔ مماسی کلیہ (Tangent law) کیا ہے؟ تفصیلی وضاحت کریں۔

10۔ ایک مقناطیسی میدان میں موجود ایک برق بردار لچھے پر بننے والے قوت گدشہ کے لئے مساوات اخذ کریں۔

11۔ ایک گیلوانومیٹر کو ایک امیٹر اور ایک وولٹ میٹر میں تبدیل کرنے کے طریقے پر بحث کریں۔

12۔ ایمپیر کے دوری کلیہ کی مدد سے ایک لمبے پیچواں (Solenoid) کے اندر اور باہر پیدا ہونے والے مقناطیسی میدان کا حساب لگائیے۔

13۔ دو متوازی برق بردار موصلوں کے درمیان پیدا ہونے والی قوت کی مساوات کو اخذ کریں۔

14۔ مقناطیسی لارنز کی قوت پر تفصیلی گفتگو کریں۔

15۔ نرم اور سخت فیرو مقناطیسی اشیاء کی خصوصیات کا موازنہ کریں۔

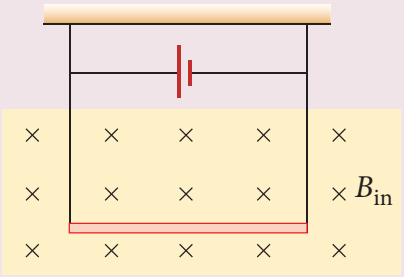
16۔ ایک مقناطیسی میدان میں موجود برق بردار موصل پر بننے والی قوت کی مساوات اخذ کریں۔

IV۔ حسابی مسئلے:

1۔ ایک بار مقناطیس کی مقناطیسی حرکت $\vec{P}_m$ ہے۔ اسے چار ٹکڑوں میں تقسیم کردیا جاتا ہے یعنی پہلے اسے محور کے تحت دو ٹکڑے کردیا جاتا ہے اور پھر ہر ٹکڑے کو محور کے تحت مزید دو ٹکڑوں میں تقسیم کردیا جاتا ہے۔ ہر ٹکڑے کی مقناطیسی حرکت کا محاسبہ کریں۔

جواب : $\vec{P}_{m_{new}} = \frac{1}{4}\vec{P}_m$

2۔ $0.2\ gm^{-1}$ کی خطی کمیتی کثافت والا ایک موصل دو لچکدار تاروں سے تھاما ہوا ہے جیسا کہ خاکہ میں بتایا گیا ہے۔ فرض کریں جب اسے 1T کے مقناطیسی میدان کے اندر رکھا جاتا ہے، جس کی سمت صفحے کے اندر کی جانب ہے تو تھامنے والی تاروں کی پھیلاؤ صفر ہوجاتی ہے۔ موصل کے اندر موجود برقی رو کا محاسبہ کریں اور برقی رو کی سمت کا بھی پتہ لگائیں۔ (تصور کریں کہ $g = 10\ m\ s^{-2}$ ہے۔)



جواب : 2 mA

3۔ $0.1\ cm^2$ عمودی تراش کے رقبے والا ایک دائری لچھا 0.2 T کے ایک یکساں مقناطیسی میدان میں رکھا گیا ہے۔ اگر لچھے کے ذریعہ 3A کی برقی رو بہہ رہی

ہو اور لوپ کی سطح مقناطیسی میدان کے عمودی ہو تو معلوم کریں۔

(a) لچھے پر کل قوت گدشہ۔

(b) لچھے پر کل قوت

(c) مقناطیسی میدان کی وجہ سے لچھے میں موجود ہر الکٹران پر اثر کرنے والی اوسط قوت (تار کی شئے کی آزاد الکٹرانی کثافت $10^{28}\ m^{-3}$ ہے۔)

جواب: (a) صفر (b) صفر (c) 0.6×10^{-23} N

4۔ 0.8 T طاقت والے ایک مقناطیسی میدان میں ایک بار مقناطیس رکھا گیا ہے۔ اگر بار مقناطیس کو بیرونی میدان کے ساتھ 30° زاویہ پر رکھا جاتا ہے، تو وہ 0.2 Nm کی قوت گدشہ سے دو چار ہوتا ہے۔

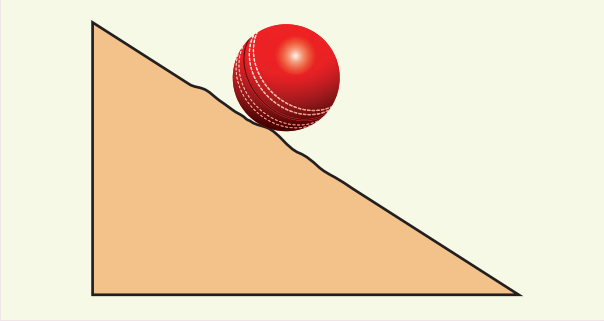
(i) مقناطیس کی مقناطیسی حرکت معلوم کریں۔

(ii) مقناطیس کو سب سے مستحکم ترکیب سے ہٹا کر سب سے غیر مستحکم ترکیب پر لے جانے کے لئے کیا گیا کام معلوم کریں اور اس کے ساتھ ساتھ اس معاملے میں بیرونی مقناطیسی میدان سے کیا گیا کام بھی معلوم کریں۔

جواب: (i) 0.5 A m^2 (ii) $W = 0.8$ J اور $W_{mag} = -0.8$ J

5۔ ایک غیر موصلی کرہ کی کمیت 100 گرام اور اس کا نصف قطر 20 سم ہے۔ اس کرہ کے اطراف تار کے 5 چکروں والا ایک تنا ہوا لچھا اس طرح لپیٹا جاتا ہے کہ اس کا ہر چکر کرہ کے مرکز کا ہم مرکز ہوتا ہے۔ اس کرہ کو ایک ڈھلوان سطح پر اس طرح رکھا جاتا ہے کہ لچھے کی سطح ڈھلوان سطح کے متوازی ہوتی ہے۔ اس علاقے میں ایک بیرونی مقناطیسی میدان عمودی طور پر اوپری جانب عمل کررہا ہوتا ہے جس کی مقدار 0.5T ہے۔ کرہ کو ایک ہی مقام پر رکے رہنے کے لئے درکار برقی رو کی مقدار معلوم کریں۔

جواب: $\frac{2}{\pi}A$



6۔ 1.5A برقی رو لے جانے والی ایک مربع نما لوپ کے مرکز پر بننے والا مقناطیسی میدان معلوم کریں ۔ مربع کی ایک طرف کی لمبائی 50 سم ہے۔

جواب: 3.4×10^{-6} T

BOOKS FOR REFERENCE کتب حوالہ جات:

1. H. C. Verma, *Concepts of Physics – Volume 2*, Bharati Bhawan Publisher.
2. Halliday, Resnick and Walker, *Fundamentals of Physics*, Wiley Publishers, 10th edition.
3. Serway and Jewett, *Physics for scientist and engineers with modern physics*, Brook/Coole publishers, Eighth edition.
4. David J. Griffiths, *Introduction to Electrodynamics*, Pearson publishers.
5. Rita John, *Solid State Physics (Magnetism chapter)*, McGraw Hill Education (India) Pvt. Ltd.
6. Paul Tipler and Gene Mosca, *Physics for scientist and engineers with modern physics*, Sixth edition, W.H. Freeman and Company.



ICT CORNER کارنر

مقناطیسیت اور برقی رو کے مقناطیسی اثرات

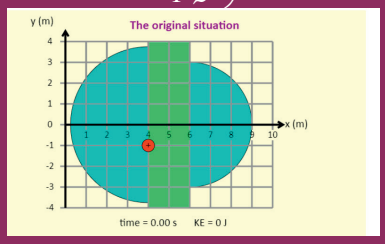
عنوان: سائیکلوٹران

اس کاروائی میں آپ سائیکلوٹران کے عمل کو دیکھ سکتے ہیں اور سمجھ سکتے ہیں۔

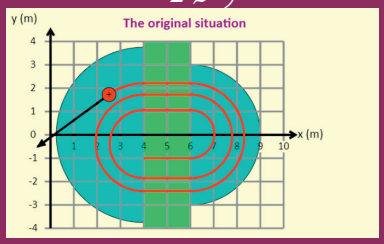
مرحلے:

- براؤز کھولیں اور اڈرس بار میں Physics.bu.ed/ duffy/HTMLS/Cyclotron.html ٹائپ کریں۔
- Play پر کلک کریں اور D نما حصوں کے درمیان مثبت بار بردار ذرہ کو آزاد کریں۔
- D نما حصوں کے درمیان مقناطیسی میدان میں مثبت بار بردار ذرہ کے راستے کا معائنہ کریں۔
- تھوڑی دیر (فرض کریں 20 سکنڈ) بعد ذرہ کی توانائی بالفعل نوٹ کریں۔

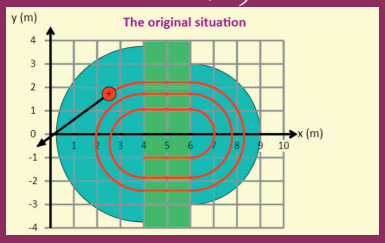
مرحلہ 1



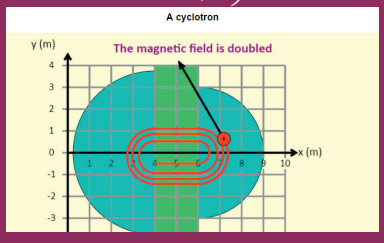
مرحلہ 2



مرحلہ 3



مرحلہ 4



متعلقہ بٹن دبا کر برقی اور مقناطیسی میدانوں کو دگنا کریں اور ایک مخصوص دئے گئے وقت کے لئے توانائی بالفعل میں ہونے والی تبدیلی پر غور کریں۔

URL:
http://physics.bu.edu/~duffy/HTML5/cyclotron.html

- یہ نقشے صرف نشاندہی کے لئے دئے جاتے ہیں ۔
- ضرورت پڑھنے پر، براؤز کو Flash player یا java script کی اجازت دے کر صفحہ کو لوڈ کریں۔

اکائی
4

برق مقناطیسی امالیت اور متبادل برقی رو

"اگر ہم قدرت کے اشاروں کو ہماری ذہنوں میں غیر جانب دار رکھیں تو یقینا قدرت ہماری مہربان ساتھی اور تجرباتی میدان میں بہترین تجزیہ نگار ہے۔"
– مائیکل فیرڈے

سیکھنے کے مقاصد

اس اکائی میں طلباء یہ سیکھ سکیں گے۔

برق مقناطیسی امالیت کا عمل
امالی emf کی سمت معلوم کرنے کے لئے Lenz's کے کلیہ کا استعمال۔
Eddy برقی رو کی وضاحت اور اس کے استعمالات
خود امالیت اورباہمی امالیت کی کارگردگی
امالی emf پیدا کرنے کے مختلف طریقے
AC جنریٹروں کی بناوٹ اور کارگردگی
مبدل، ٹرانسفارمروں کا اصول اور طویل فاصلاتی برقی مواصلات میں ان کا کردار
متبادل برقی رو کی جذر معدل مربع (root mean square) کی قیمت کا قیاس
طوریوں (Phasors) کی ترکیب اور مختلف AC دوروں میں، ہئیت (Phase) کے تعلقات
ایک AC دور میں موجود برقی رو (Power) کی پرکھ اور بے واٹ برقی رو
LC اہتزازات کے دوران بقائے توانائی کی وضاحت

4.1 برق مقناطیسی امالیت
Electromagnetic Induction

4.1.1 تعارف Introduction

پچھلے سبق میں ہم نے یہ سیکھا تھا کہ جب بھی ایک موصل کے ذریعہ برقی رو بہتی ہے، وہ اس کے اطراف ایک مقناطیسی میدان پیدا کرتی ہے۔ کرسچن اورسٹڈ نے اس کا انکشاف کیا۔ بعد میں ایمپیر نے ثابت کیا کہ ایک برقی بردار لوپ ایک بار مقناطیس کی طرح برتاؤ کرتی ہے۔ یہ سب برقی رو سے پیدا ہونے والے مقناطیسی اثرات ہیں۔

ماہرین طبیعیات نے اس کے معکوس اثر کے بارے میں سوچنا شروع کیا۔ کیا ایک مقناطیسی میدان کی مدد سے برقی رو کی تیاری ممکن ہے؟ معکوس اثر کو پانے کے لئے مسلسل تجربے کئے گئے۔ یہ تجربے UKکے مائیکل فیرڈے اور USAکے جوسیف ہنری، ان دونوں نے کبھی مل کراور کبھی تنہا طور پر کئے تھے۔ ان کی یہ کاوشیں کامیاب ہوگئیں اور سائنس میں ایک نئے میدان کا انکشاف ہوا جسے برق مقناطیسی امالیت کہتے ہیں۔ 1831 میں برق مقناطیسی امالیت کے انکشاف کا سہرا Michael Faraday کے نام گیا۔

آئیے ہم اس سبق میں فیرڈے کے چند تجربات، ان کے نتائج اور برق مقناطیسی، امالیت کی کارگردگی کا مطالعہ کریں گے۔ اس سے پہلے ہمیں ایک سطحی رقبہ سے منسلک مقناطیسی بہاؤ کے بارے میں یاد دہانی کرنی پڑے گی۔

ایک اقتباس

مائیکل فیرڈے اپنے لکچرس کے لئے بہت ہی مشہور تھے۔ ان کے ایک لکچر میں انہوں نے اپنے تجربات کر دکھائے جو برق مقناطیسی امالیت کے انکشاف کی بنیاد ہے۔

لکچر کے اختتام پر، سامعین میں سے ایک شخص نے سوال کیا۔ "جناب فیرڈے صاحب! مقناطیس اور تار کے لچھے کا برتاؤ تو بڑا دلچسپ تھا، مگر اس کا فائدہ کیا ہے؟ فیرڈے نے بڑی سنجیدگی سے جواب دیا۔ "جناب ! آپ بتائیے کہ ایک نومولود بچہ کا کیا فائدہ ہے؟

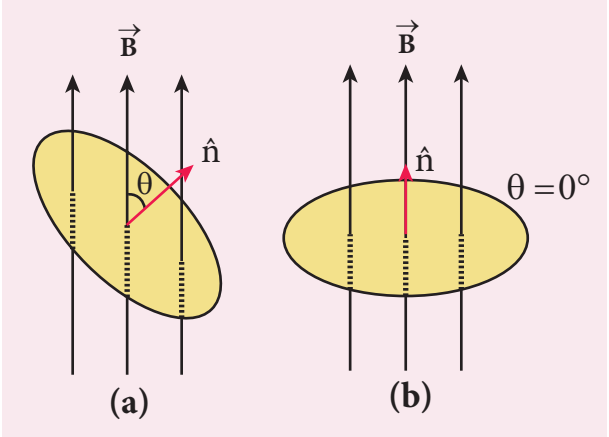
نوٹ: بہت جلد ہم اس نومولود بچے کی بڑائی دیکھیں گے جو اب بہت بڑا ہو کر توانائی کی کمیوں کو پورا کررہا ہے۔

4.1.2 مقناطیسی بہاؤ (Φ_B) Magnetic Flux

ایک مقناطیسی میدان میں ایک رقبہ A کے ذریعہ مقناطیسی بہاؤ Φ_B کی تعریف یوں کی جاتی ہے کہ یہ اس سطح پر عمودی طور پر گزرنے والے مقناطیسی میدانی خطوط کی تعداد ہے اور وہ اس مساوات سے پیش کی جاتی ہے (خاکہ 4.1(a))

$$\Phi_B = \int_A \vec{B}.\,d\vec{A} \qquad (4.1)$$

جہاں انٹیگریل، رقبہ A پر لیا گیا ہے اور θ، مقناطیسی میدانی سمت اور رقبہ کے باہری عمود کا درمیانی زاویہ ہے۔



خاکہ 4.1 مقناطیسی بہاؤ

اگر رقبہ A پر مقناطیسی میدان $\vec{B}$ مساوی ہو اور رقبہ کے عمودی ہو جیسا کہ خاکہ 4.1(b) میں بتایا گیا ہے تو پھر اوپر کی مساوات اس طرح بن جاتی ہے۔

$$\Phi_B = \int_A \vec{B}.\,d\vec{A} = BA\cos\theta$$

$$= BA \qquad \theta = 0°,\ \cos 0° = 1 \text{ چونکہ}$$

مقناطیسی بہاؤ کی SI کی اکائی $T\ m^2$ ہے۔ اس کی پیمائش weber یا Wb سے بھی کی جاتی ہے

$$1\ Wb = 1\ T\ m^2$$

مثال 4.1

مدورائی میں ایک مقام پر نصب کیا گیا دائری اینٹینا antena کا رقبہ $3m^2$ ہے۔ نسب شدہ اینٹینا کے رقبہ کی سطح زمینی مقناطیسی میدان کی سمت سے $47°$ پر رکھی گئی ہے۔ اگر اس مقام پر زمینی مقناطیسی میدان کی مقدار 4.1×10^{-5} T ہو تو اینٹینا سے منسلک مقناطیسی بہاؤ معلوم کریں۔

حل

$B = 4.1 \times 10^{-5}$ T; $\theta = 90° - 47° = 43°$;
$A = 3m^2$

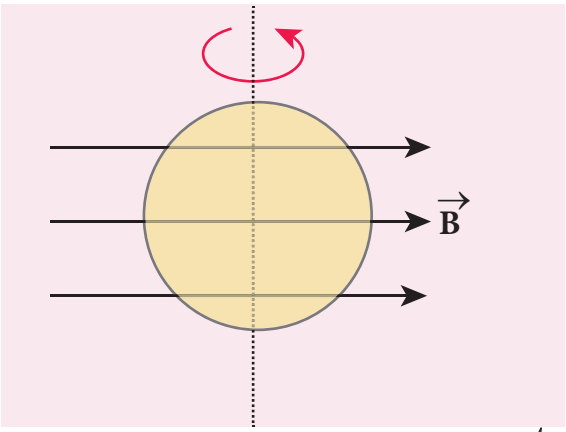
ہم جانتے ہیں کہ $\Phi_B = BA\cos\theta$

$$\Phi_B = 4.1 \times 10^{-5} \times 3 \times \cos 43^\circ$$
$$= 4.1 \times 10^{-5} \times 3 \times 0.7314$$
$$= 89.96\ \mu Wb$$

مثال 4.2

$0.2T$ مقدار والے ایک یکساں مقناطیسی میدان میں $5 \times 10^{-2}\,m^2$ رقبہ والا ایک دائری لچھا گھومتا ہے۔ اگر وہ لوپ اس کے قطر کے ساتھ گردش کرتا ہے جو مقناطیسی میدان کے عمودی ہے جیسا کہ خاکہ میں بتایا گیا ہے تو لوپ سے منسلک مقناطیسی بہاؤ معلوم کریں جب اس کی سطح

(i) میدان کے عموی ہو (ii) میدان سے $60°$ زاویہ پر جھکی ہوئی ہو اور (iii) میدان کے متوازی ہو۔



حل

$$A = 5 \times 10^{-2}\,m^2;\ B = 0.2\ T$$

(i) $\theta = 0^\circ$،

$$\Phi_B = BA\cos\theta = 0.2 \times 5 \times 10^{-2} \times \cos 0^\circ$$
$$\Phi_B = 1 \times 10^{-2}\,Wb$$

(ii) $\theta = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$

$$\Phi_B = BA\cos\theta = 0.2 \times 5 \times 10^{-2} \times \cos 30^\circ$$
$$\Phi_B = 1 \times 10^{-2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 8.66 \times 10^{-3}\,Wb$$

(iii) $\theta = 90^\circ$

$$\Phi_B = BA\cos 90^\circ = 0$$

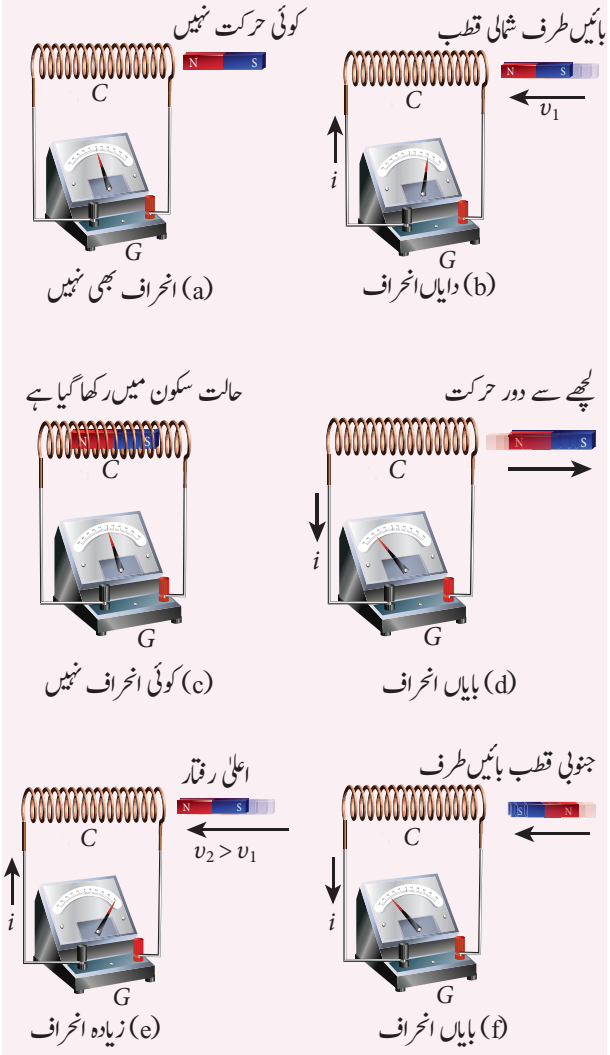
4.1.3 برق مقناطیسی امالیت پر فیرڈے کے تجربے

Faraday's Experiments on Electromagnetic Induction

پہلا تجربہ

ایک بند برقی دور کا تصور کریں جس میں ایک لچھا 'C' ہے جو مجوز تار سے بنا ہوا ہے اور ایک گیلوانومیٹر G لگا ہوا ہے۔ (خاکہ 4.2(a))۔ چونکہ برقی دور میں کوئی برقی رو نہیں بہہ رہی ہے، گیلوانومیٹر کوئی انحراف نہیں بتاتا۔

جب ایک بار مقناطیس کو پرسکون لچھے کے اندر داخل کیا جاتا ہے اس طرح سے کہ اس کا شمالی قطب لچھے کی طرف ہوتا ہو تو گیلوانومیٹر میں ایک وقتی انحراف ہوتا ہے۔ اس سے معلوم ہوتا ہے کہ لچھے میں ایک برقی رو بنی ہے (خاکہ 4.2(b))۔ اگر مقناطیس کو لچھے کے اندر حالت سکون میں رکھ دیا جاتا ہے تو گیلوانومیٹر کوئی انحراف نہیں بتاتا (خاکہ 4.2(c))۔



خاکہ 4.2 فیرڈے کا پہلا تجربہ

اب بار مقناطیس کو باہر نکالا جاتا ہے تو گیلوانومیٹر پھر سے وقتی انحراف بتاتا ہے مگر مخالف سمت میں بتاتا ہے۔ اس لئے کہ برقی رو مخالف سمت میں بہتی ہے (خاکہ 4.2(d))۔ اب اگر مقناطیس کو تیزی سے حرکت دی جائے تو زیادہ رقی رو بہنے لگتی ہے، جس سے اس میں ہونے والا انحراف بھی زیادہ ہوتا ہے (خاکہ 4.2(e))۔

اب بار مقناطیس کو الٹ دیا جاتا ہے یعنی اس کے جنوبی قطب کو لچھے کی طرف کردیا جاتا ہے۔ اس طرح سے جب یہ تجربہ دہرایا جاتا ہے تو اب کی بار ہونے والا انحراف شمالی قطب کے تجربہ کی مخالف سمت میں ہوتا ہے۔ (خاکہ 4.2(f))

مقناطیس کو پرسکون بنا کر لچھے کو مقناطیس سے قریب اور دور حرکت دی جاتی ہے تو اس طرح کے نتیجے حاصل ہوتے ہیں۔ اس سے یہ نتیجہ اخذ کیا جاتا ہے کہ جب بھی لچھے اور مقناطیس کے درمیان متعلقہ حرکت ہوتی ہے تو گیلوانومیٹر میں انحراف پیدا ہوتا ہے یعنی لچھے میں برقی رو پیدا ہوتی ہے۔

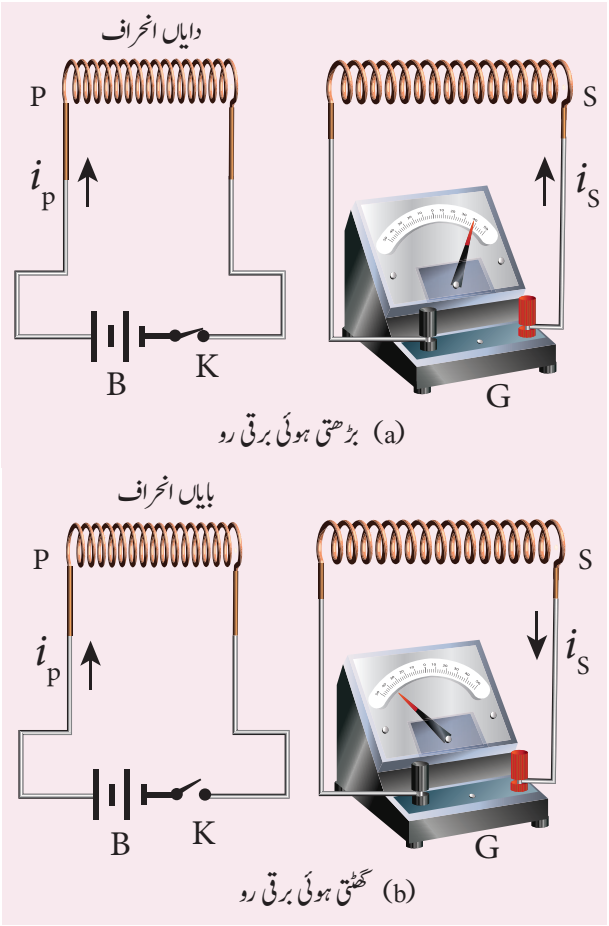
دوسرا تجربہ:

دو بند دور تصور کریں جیسے کہ (خاکہ 4.3(a)) میں بتائے گئے ہیں۔ دور جس میں ایک لچھا P، ایک بیٹری B اور ایک کنجی K جڑے ہوئے ہیں، بنیادی دور (Primary circuit) کہلاتا ہے۔ دور جس میں لچھا S اور گیلوانومیٹر G جڑے ہیں، ثانوی دور کہلاتا ہے۔ لچھے P اور S کو حالت سکون میں ایک دوسرے کے بہت قریب رکھے جاتے ہیں۔

جب بنیادی دور کو بند کیا جاتا ہے تو اس میں برقی رو بہنا شروع ہوجاتی ہے۔ اس وقت گیلوانومیٹر میں ایک وقتی انحراف پیدا ہوتا ہے۔ (خاکہ 4.3(a))

اس کے بعد برقی رو جب ایک مستقل قیمت تک پہنچ جاتی ہے تو گیلوانومیٹر میں کسی قسم کا انحراف نہیں ہوتا۔

اس طرح جب بنیادی دور توڑ دیا جاتا ہے تو برقی رو کم ہونے لگتی ہے اور گیلوانومیٹر میں پھر سے اچانک انحراف پیدا ہوتا ہے،



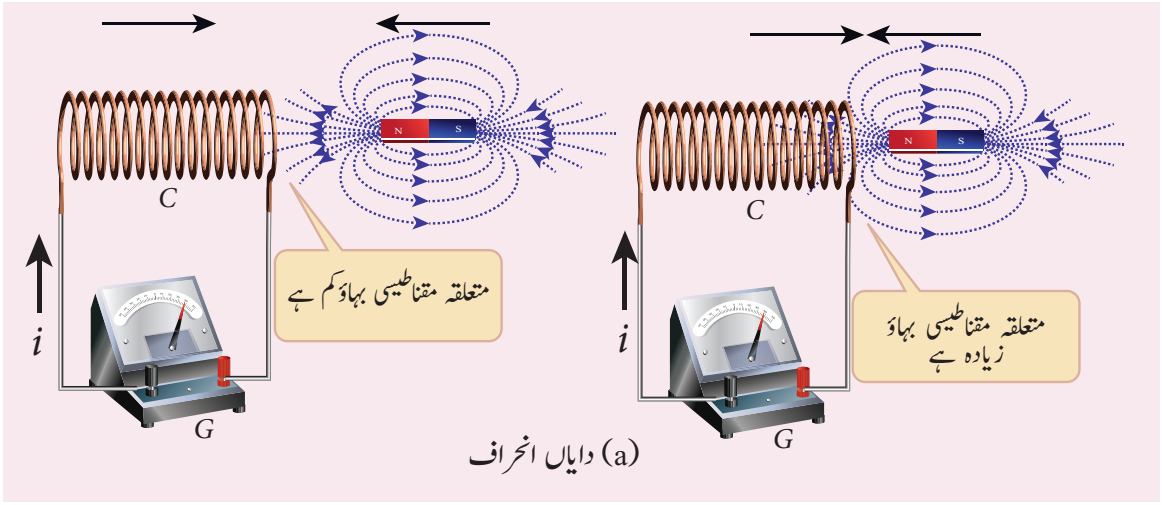
خاکہ 4.3 فیرڈے کا دوسرا تجربہ

مگر مخالف سمت میں ہوتا ہے۔ (خاکہ 4.3(b))۔ جب برقی رو صفر ہوجاتی ہے تو گیلوانومیٹر میں کوئی انحراف نہیں ہوتا۔

اوپر کے مشاہدات سے ہمیں یہ نتیجہ حاصل ہوتا ہے کہ جب بھی بنیادی دور میں برقی رو کی تبدیلی واقع ہوتی ہے، گیلوامیٹر میں انحراف پیدا ہوتا ہے۔

برق مقناطیسی امالیت کے فیرڈے کے کلیے

اپنے تجربات کے نتیجوں سے فیرڈے نے محسوس کیا کہ **جب بھی ایک بند لچھے سے منسلک مقناطیسی بہاؤ تبدیل ہوتا ہے، ایک emf (محرکۂ برق) electromotive force کی امالیت ہوتی ہے اور لہذا اس دور میں برقی رو بہنے لگتی ہے۔ یہ برقی رو امالی برقی رو کہلاتی ہے اور جو اس برقی رو کو پیدا کرتا ہے وہ امالی محرکۂ برق emf کہلاتی ہے۔ یہ عمل برق مقناطیسی امالیت کہلاتا ہے۔**



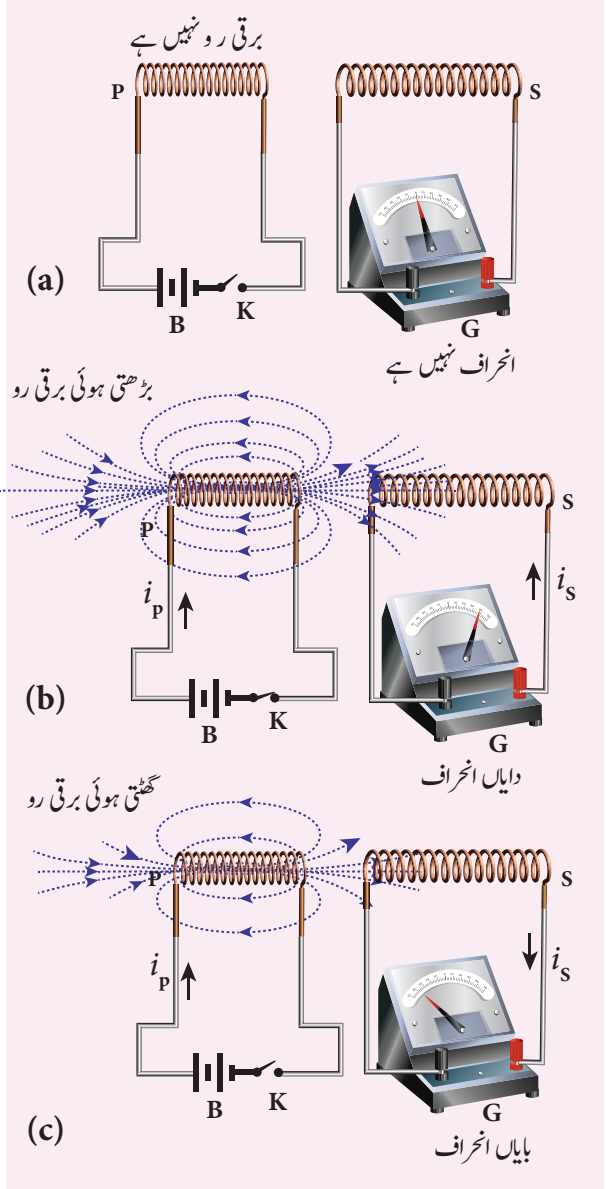
خاکہ 4.4 فیرڈے کے پہلے تجربے کی وضاحت

اس احساس کی بنیاد پر فیرڈے کے تجربے مندرجۂ ذیل طریقہ سے سمجھے جاسکتے ہیں۔ پہلے تجربہ میں جب ایک بار مقناطیس لچھے کے قریب رکھا جاتا ہے ،بار مقناطیس کے، مقناطیسی میدان کے چند خطوط لچھے کے ذریعہ گذرتی ہیں۔ یعنی مقناطیسی بہاؤ کا تعلق لچھے سے جڑ جاتا ہے۔ جوں جوں بار مقناطیس اور لچھے کی قریبی بڑھتی ہے ان سے جڑا ہوا مقناطیسی بہاؤ بھی بڑھتا ہے۔ مقناطیسی بہاؤ کا یہ اضافہ ایک emf کی امالیت کرتا ہے اور لہذا دور میں ایک سمت میں ایک عارضی برقی رو بہنے لگتی ہے۔ (خاکہ 4.4(a)

اسی طرح جب وہ ایک دوسرے سے دور جانے لگتے ہیں، ان سے منسلک مقناطیسی بہاؤ بھی کم ہونے لگتا ہے۔ مقناطیسی بہاؤ کا گھٹاؤ دوبارہ ایک emf کی امالیت کرتا ہے مگر اس کی سمت مخالف ہوتی ہے، چنانچہ اب کی بار برقی رو کی سمت بھی مخالف سمت میں ہوتی ہے (خاکہ 4.4(b))۔ اس لئے جب بھی لچھے اور مقناطیس کے درمیان متعلقہ حرکت ہوتی ہے، گیلوانومیٹر انحراف ظاہر کرتا ہے۔

دوسرے تجربے میں، جب ابتدائی لچھے P میں برقی رو بہتی ہے تو اس کے اطراف مقناطیسی میدان پیدا ہوتا ہے۔ یہ مقناطیسی میدانی خطوط، اسی لچھے کے ذریعہ اور پڑوسی ثانوی لچھے S کے ذریعہ سے بھی گذرنے لگتی ہیں۔

جب ابتدائی لچھا کھلا ہوتا ہے تو اس میں کوئی برقی رو نہیں بہتی اور اس لئے ثانوی لچھے سے منسلک مقناطیسی بہاؤ صفر ہوتا ہے (خاکہ 4.5(a))



خاکہ 4.5 فیرڈے کے دوسرے تجربے کی وضاحت

بہرحال جب ابتدائی دور بند کردیا جاتا ہے تو بڑھتی ہوئی برقی رو ابتدائی لچھے کے اطراف ایک مقناطیسی میدان پید اکرتی ہے۔ لہذا، ثانوی لچھے سے منسلک مقناطیسی بہاؤ بڑھنے لگتا ہے۔ یہ بڑھتا ہوا مقناطیسی بہاؤ ثانوی لچھے میں ایک عارضی برقی رو پیدا کرتا ہے۔ خاکہ 4.5(b))۔ ابتدائی لچھے کی برقی رو جب ایک مستقل مقدار تک پہنچ جاتی ہے تو ثانوی لچھے سے جڑا ہوا مقناطیسی بہاؤ تبدیل نہیں ہوتا اور ثانوی لچھے میں موجود برقی رو غائب ہوجاتی ہے۔

اسی طرح جب ابتدائی دور کاٹ دیا جاتا ہے، تو گھٹتی ہوئی ابتدائی برقی رو ثانوی لچھے میں ایک برقی رو کی امالیت کرتی ہے۔ مگر اب کی بار اس کی سمت مخالف ہوتی ہے (خاکہ 4.5(c))۔ لہذا ابتدائی برقی رو میں جب بھی تبدیلی واقع ہوتی ہے، گیلوانومیٹر انحراف ظاہر کرتا ہے۔

فریڈے کے تجربات کے نتائج دو کلیوں کے طور پر بیان کئے جاتے ہیں۔

پہلا کلیہ

جب بھی ایک بند برقی دور سے منسلک مقناطیسی بہاؤ تبدیل ہوتا ہے، دور میں ایک emf کی امالیت ہوتی ہے جو دور میں اس وقت تک رہتا ہے جب تک مقناطیسی بہاؤ بدلتا رہتا ہے۔

دوسرا کلیہ

ایک بند دور میں موجود emf کی مقدار اس دور سے منسلک مقناطیسی بہاؤ کی تبدیلی کی وقتی شرح کے مساوی ہوتی ہے۔

اگر لچھے کے ہر چکر سے جڑا ہوا مقناطیسی بہاؤ dt وقت میں $d\Phi_B$ سے تبدیل ہوتا ہے تو ہر چکر میں موجود امالی emf (محرکۂ برق) یہ ہوتی ہے۔

$$\varepsilon = \frac{d\Phi_B}{dt}$$

اگر n چکروں والا ایک لچھا اس طرح مضبوطی سے بندھا ہوا ہے کہ اس کے ہر چکر کا رقبہ یکساں ہو تو پھر ہر چکر کا بہاؤ بھی یکساں ہوگا۔ اس لئے لچھے میں امالیت ہونے والی کل emf یہ ہوگی۔

$$\varepsilon = N\frac{d(\Phi_B)}{dt} = \frac{d(N\Phi_B)}{dt} \qquad (4.2)$$

یہاں $N\Phi_B$ تعلق بہاؤ (Flux linkage) کہلاتا ہے جس کی تعریف یہ ہے۔ لچھے میں موجود چکروں کی تعداد اور لچھے کے ہر چکر کا متعلقہ مقناطیسی بہاؤ Φ_B کا حاصل ضرب، تعلق بہاؤ (Flux linkage) کہلاتا ہے۔

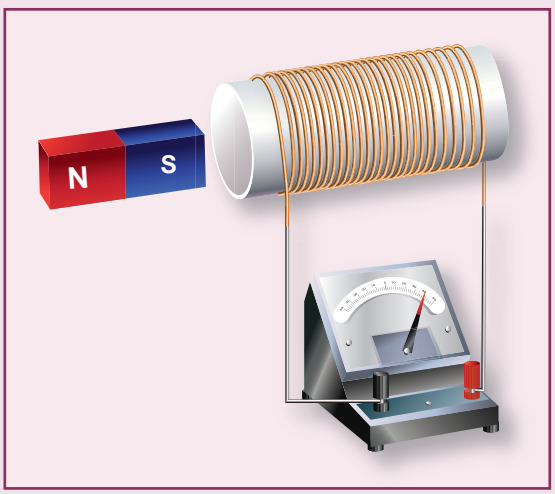
برق مقناطیسی امالیت کی اہمیت

برق مقناطیسی امالیت کی کارگردگی کا استعمال آج کل تقریباً ہر جگہ کیاجارہا ہے۔ چھوٹے گھریلو آلات سے لے کر صنعت گاہوں کی بڑی بڑی مشینوں تک، سیل فون سے لے کر کمپیوٹر اور انٹرنیٹ تک، برقی گٹار سے لے کر سیارچی مواصلات تک، ان تمام کو چلانے کے لئے برقی رو کی ضرورت پڑتی ہے۔ لہذا برقی طاقت کی مانگ ہمیشہ بڑھتی نظر آتی ہے۔

برق مقناطیسی امالیت سے چلنے والے برقی جنریٹر اور مبدلوں (transformers) کی مدد سے یہ مانگ ایک بڑی حد تک پوری ہورہی ہے۔ انسان کی جدید اور نفیس زندگی برق مقناطیسی امالیت کے انکشاف کے بغیر ناممکن ہے۔

کارروائی

برق مقناطیسی امالیت کی تحقیق کرنا



ایک ملائم کھوکھلا قشرہ Core کے اطراف مجوز تار سے لپیٹ کر ایک لچھا اور ایک گیلوانومیٹر کا ایک دور بنائیے جیسا کہ خاکہ میں بتایا گیا ہے۔ پتلی تار کا استعمال کریں تو بہتر ہوگا تاکہ ہم دی گئی جگہ میں زیادہ سے زیادہ چکر بنا سکیں۔ ایک طاقت ور بار مقناطیس کی مدد سے فیرڈے کے پہلے تجربہ میں بتائے گئے مرحلے سر انجام دیجئے۔ طلباء برق مقناطیسی امالیت کے بارے میں اچھا خاصا تجربہ حاصل کریں گے۔

مثال 4.3

ایک دائری پیچواں (Solenoid) کے محور کے تحت ایک استوانہ نما بار مقناطیس رکھا گیا ہے۔ اگر مقناطیس کو محور کے تحت گھمایا جائے تو معلوم کریں کہ لچھے میں برقی رو کی امالیت ہوگی یا نہیں۔

حل

ایک استوانہ نما مقناطیس کا مقناطیسی میدان اپنے محور کے تحت ہم آہنگ ہوا کرتا ہے۔ جب مقناطیس کو پیچواں کے محور کے تحت گھمایا جاتا ہے تو پیچواں میں کوئی امالی برقی رو نہیں ہوتی کیونکہ مقناطیس کی گردش کی وجہ سے پیچواں سے منسلک بہاؤ تبدیل نہیں ہوتا۔

مثال 4.4

$200\ cm^2$ رقبہ اور 40 چکروں والا ایک بند لچھا $2Wbm^{-2}$ کے بہاؤ کی کثافت والے ایک مقناطیسی میدان میں گھمایا جاتا ہے۔ یہ ایک مقام سے گھومنا شروع کرتا ہے جہاں اس کی سطح میدان سے 30° کا زاویہ بناتی ہے اور 0.2 سکنڈ میں وہ میدان کے عمودی ہوجاتا ہے۔ اپنی گردش کی وجہ سے لچھے میں پیدا ہونے والی امالی emf کی مقدار معلوم کریں۔

حل

$N = 40$ چکروں; $B = 2\ Wb\ m^{-2}$

$A = 200\ cm^2 = 200 \times 10^{-4}\ m^2$;

ابتدائی بہاؤ

$$\Phi_i = BA\cos\theta$$
$$= 2\times200\times10^{-4}\times\cos60^\circ$$
$$\theta = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$
$$\Phi_i = 2\times10^{-2}\,Wb$$

انتہائی بہاؤ

$$\Phi_f = BA\cos\theta$$
$$= 2\times200\times10^{-4}\times\cos0^\circ$$

چونکہ $\theta = 0^\circ$

$$\Phi_f = 4\times10^{-2}\,Wb$$

امالی emf کی قدر

$$\varepsilon = N\frac{d\Phi_B}{dt}$$
$$= \frac{40\times\left(4\times10^{-2} - 2\times10^{-2}\right)}{0.2} = 4V$$

مثال 4.5

ایک سیدھی موصلی تار کچھ اونچائی پر افقی طور پر اس طرح گرائی جاتی ہے کہ اس کی لمبائی مشرق، مغرب کی سمت میں ہوتی ہے۔ کیا اس میں ایک emf کی امالیت ہوگی؟ اپنے جواب کا جواز پیش کریں۔

حل

ہاں اس تار میں ایک emf کی امالیت ہوگی کیونکہ وہ زمینی مقناطیسی میدان کے افقی جزو کے عمودی حرکت کرتا ہے اور اس لئے وہ زمینی مقناطیسی میدان کے مقناطیسی خطوط کو چیرتے ہوئے حرکت کرتا ہے۔

4.1.4 Lenz's law کا کلیہ LENZ

جرمنی کے ایک ماہر طبیعیات Heinrich Lenz نے برق مقناطیسی امالیت پر مسلسل تجربات کئے اور امالی برقی رو کی سمت کو جانچنے کے لئے ایک کلیہ پیش کیا۔ یہ کلیہ Lenz کا کلیہ کہلاتا ہے ۔

Lenzکا کلیہ یہ بیان کرتا ہے کہ جو سبب امالی برقی رو بنانے کا ذمہ دار ہے، امالی برقی رو کی سمت اس سبب کی مخالفت کرتی ہے۔

فیرڈے نے یہ دریافت کیا کہ جب، بھی لچھے سے منسلک مقناطیسی بہاؤ تبدیل ہوتا ہے دور میں ایک برقی رو کی امالیت ہوتی ہے، یہاں بہاؤ کی تبدیلی، سبب ہے اور برقی رو کی امالیت اس سبب کا اثر ہے۔ Lenz کا کلیہ یہ کہتا ہے کہ اثر ہمیشہ سبب کی مخالفت کرتا ہے لہذا، امالی برقی رو ایک ایسی سمت میں بہے گی کہ وہ بہاؤ کی تبدیلی کی مخالفت کرسکے۔

Lenz کے کلیے کو فیرڈے کے کلیے کے ساتھ یکجا کرکے مساوات 4.2 کو دوبارہ اس طرح لکھ سکتے ہیں۔

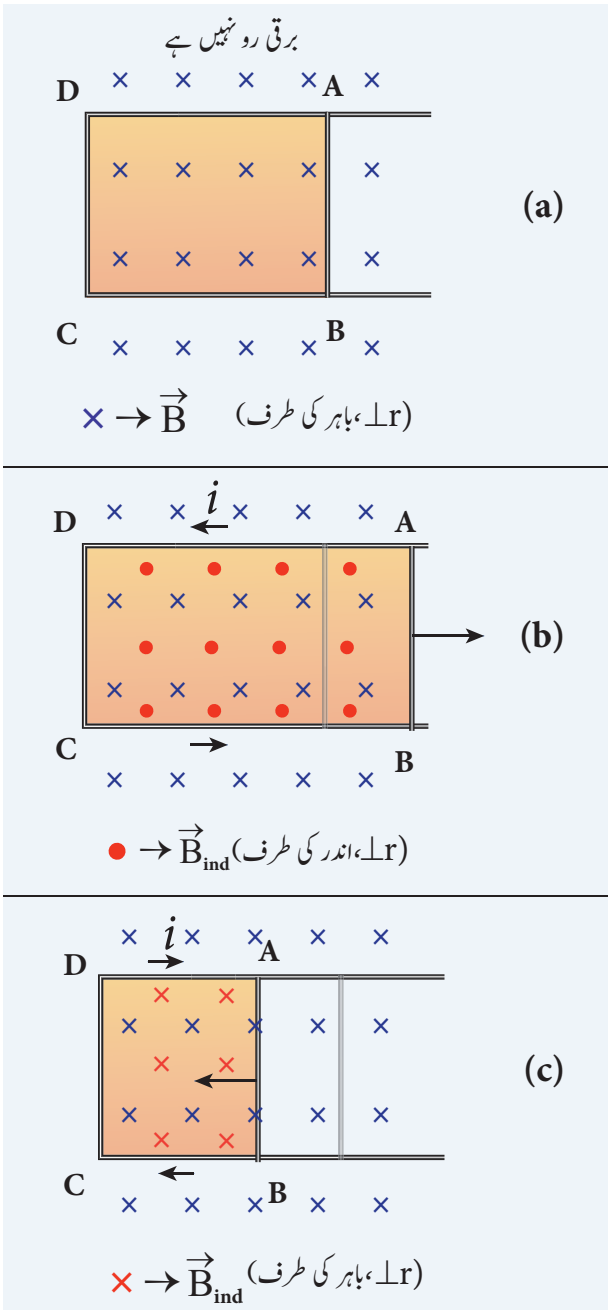
$$\varepsilon = -\frac{d(N\Phi_B)}{dt} \qquad (4.3)$$

منفی علامت اس بات کا اشارہ کرتی ہے کہ امالی محرکۂ برق کی سمت مقناطیسی بہاؤ کی تبدیلی کی مخالفت کررہی ہے

Lenz کے کلیے کو سمجھنے کے لئے آیئے ہم دو مثالیں دیکھیں جن میں ہم ایک برقی دور میں امالی برقی رو کی سمت معلوم کرسکتے ہیں۔

تشریح 1

ایک یکساں مقناطیسی میدان کا تصور کریں، جس کے میدانی خطوط کاغذ کی سطح کے عمودی اور کاغذ کے اندر داخل ہو رہے ہوں۔ یہ خطوط ترچھی علامت (x) سے ظاہر کی جاتی ہیں جیسا کہ خاکوں میں بتایا گیا ہے۔ اس مقناطیسی میدان میں ایک مستطیلی دھاتی فریم ABCD اس طرح رکھا جاتا ہے کہ اس کی



خاکہ 4.6 Lenz کے کلیہ کی پہلی مثال

سطح میدان کے عمودی ہوتی ہو۔ اس کا ایک بازو AB حرکت پذیر ہوتا ہے کہ وہ دائیں یا بائیں پھسل سکتا ہے۔

اگر وہ بازو AB ہمارے دائیں جانب پھسلتا ہے تو فریم ABCD کے ذریعہ گذرنے والے میدانی خطوط کی تعداد (مقناطیسی بہاؤ) بڑھتی ہے اور ایک برقی رو کی امالیت ہوتی ہے۔ Lenzکے کلیہ کے تحت، امالی برقی رو، **بہاؤ کے بڑھنے کی مخالفت کرتی ہے اور باہر کی طرف ایک اور مقناطیسی میدان پیدا کرکے یعنی موجودہ مقناطیسی میدان کی مخالف سمت میں بہاؤ کے اضافے کو کم کرنے کی کوشش کرتی ہے۔**

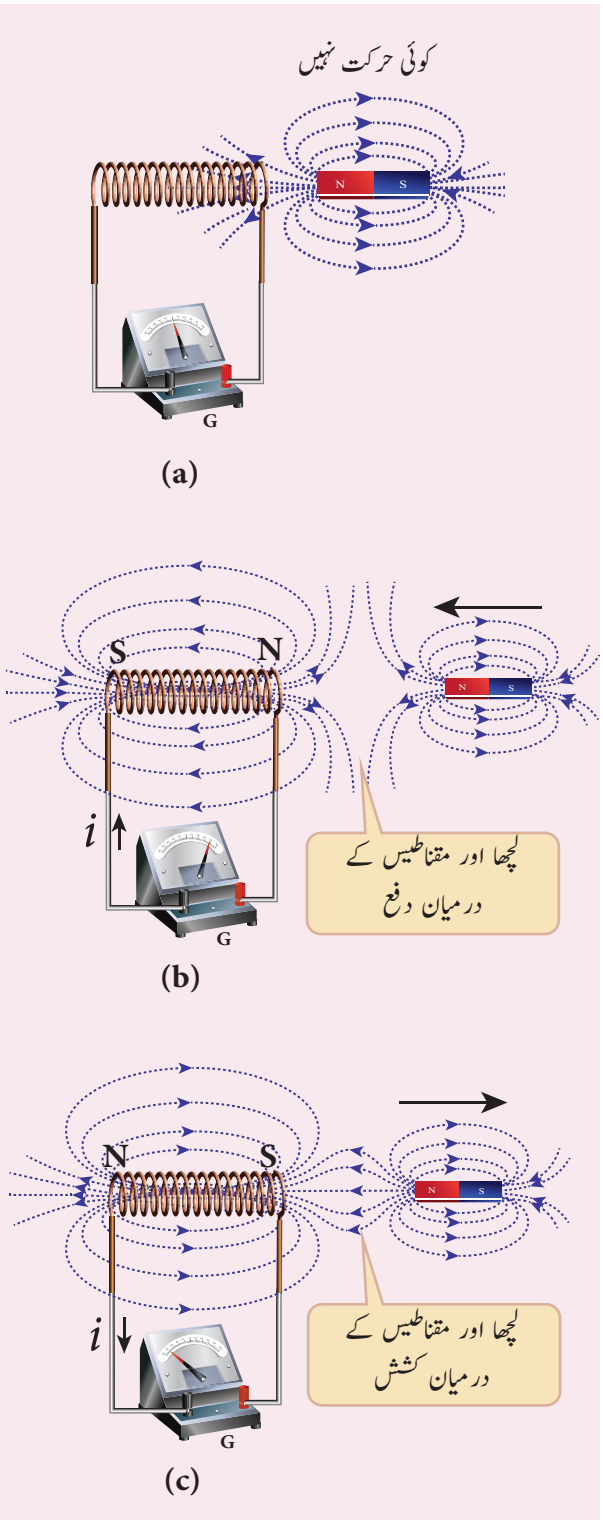
اس امالی میدان کے مقناطیسی خطوط کو خاکہ 4.6(b) میں سرخ رنگ کے دائروں سے ظاہر کیا گیا ہے۔ اس طرح سے پیدا ہونے والے مقناطیسی میدان سے امالی برقی رو کی سمت دائیں ہاتھ کے انگوٹھے کے کلیہ کی مدد سے غیر ساعتی پائی گئی۔

بازو AB کی بائیں جانبی حرکت مقناطیسی بہاؤ کو کم کرتی ہے۔ **اس مرتبہ امالی برقی رو اندرونی سمت میں یعنی پہلے سے موجودہ مقناطیسی میدان کی سمت میں ایک مقناطیسی میدان (سرخ ضربیں) پیدا کرتی ہے۔** (خاکہ 4.6(c)) لہٰذا، امالی برق کے بہنے سے مقناطیسی بہاؤ کی کمی کی مخالفت ہوتی ہے۔ اس سے یہ معلوم ہوتا ہے کہ امالی برقی رو ساعتی سمت میں بہتی ہے۔

تشریح 2

آئیے ہم ایک بار مقناطیس کو ایک پیچواں کی طرف اس طرح لے جائیں کہ مقناطیس کا شمالی قطب پیچواں کی جانب ہو۔ (خاکہ 4.7(b))۔ یہ حرکت لچھے کے مقناطیسی بہاؤ کو بڑھاتی ہے جو دوبارہ ایک برقی رو کی امالیت کرتی ہے۔ امالی برقی رو کے بہاؤ کی وجہ سے وہ لچھا ایک مقناطیسی قطبین بن جاتا ہے جس کے مقناطیسی قطب لچھے کے دو طرف ہوتے ہیں۔

اس معاملہ میں امالی برقی رو کے پیدا ہونے کا سبب مقناطیس کی حرکت ہی ہے۔ Lenz کے کلیہ کے تحت، امالی برقی رو اس طرح بہنے لگے گی کہ وہ شمالی قطب کے لچھے کی طرف کی حرکت کی مخالفت کرے۔ یہ اسی وقت ممکن ہے جب مقناطیس کے قریب موجود لچھے کا کنارا شمالی قطب بنے۔ (خاکہ 4.7(b))۔ پھر وہ بار مقناطیس کے شمالی قطب کو ڈھکیلنے لگے اور مقناطیس کی



خاکہ 4.7 Lenz کے کلیہ کی دوسری وضاحت

حرکت کی مخالفت کرے۔ جیسے ہی قطبی کنارے معلوم ہوجائیں گے، دائیں ہاتھ کے انگوٹھے کے کلیے کی مدد سے امالی برقی رو کی سمت کا پتہ لگایاجاسکتا ہے۔

جب بار مقناطیس کھینچ لیا جاتا ہے تو لچھے کا قریبی کنارا جنوبی قطب بن جاتا ہے جو بار مقناطیس کے شمالی قطب کو کھینچنے لگتا ہے۔ لہذا وہ مقناطیس کی بعیدی حرکت کی مخالفت کرنے لگتا ہے۔ (خاکہ 4.7(c))۔

اس طرح سے Lenz کے کلیہ کی مدد سے اس امالی برقی رو کی سمت معلوم کی جاسکتی ہے۔

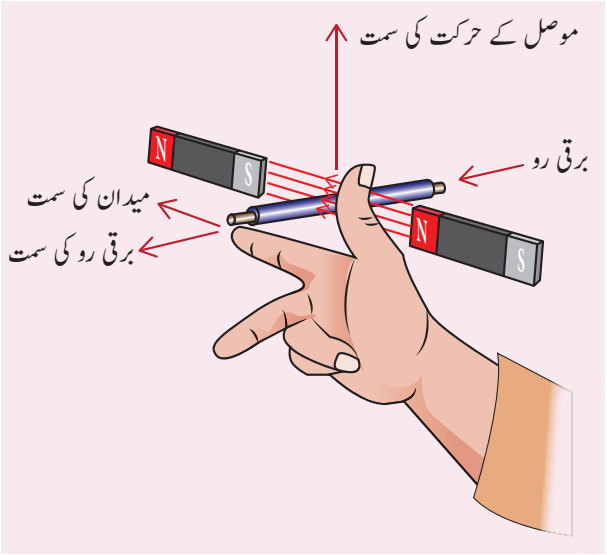
توانائی کی بقاء

Lenzکے کلیہ کی حقیقت کو کلیہ بقائے توانائی کی بنیاد پر قائم کیا جاسکتا ہے۔ اس کی وضاحت یوں کی جاتی ہے۔ Lenz کے کلیہ کے تحت جب مقناطیس لچھے کے قریب کیا جاتا ہے یا لچھے سے دور کیا جاتا ہے تو لچھے میں پیدا ہونے والی امالی برقی رو اس کے حرکت کی مخالفت کرتی ہے۔ اس کے نتیجے میں حرکت کردہ مقناطیس پر ہمشیہ ایک مزاحمتی قوت عمل کرنے لگتی ہے۔ اس مزاحمتی قوت کے خلاف مقناطیس کو حرکت کرانے کے لئے کچھ بیرونی ذریعہ سے کچھ کام کیا جانا چاہیئے۔یہاں حرکت کردہ مقناطیس کی حرکی توانائی برقی توانائی میں تبدیل ہوتی ہے جو فوراً بعد جول کی حرارت (Joule heat) میں تبدیل ہوجاتی ہے یعنی توانائی کی ایک قسم دوسری قسم میں تبدیل ہوجاتی ہے۔

lenz کے کلیہ کے برعکس آئیے ہم تصور کریں کہ امالی برقی رو اس کے تیار کرنے کے ذمہ دار سبب کی مدد کرتی ہے۔ اب جب ہم مقناطیس کو لچھے کے قریب تھوڑا سا ڈھکیلتے ہیں، امالی برقی رو لچھے کی طرف آگے بڑھنے میں مقناطیس کی مدد کرتی ہے۔ پھر بغیر کسی توانائی کے خرچ کے ،مقناطیس لچھے کی طرف بڑھنے لگتا ہے۔ اس کے بعد وہ ایک خود بخود چلنے والی مشین بن جائے گا۔ حقیقت میں اس قسم کی مشین کا ہونا ناممکن ہے۔ اس لئے یہ تصور کرنا کہ امالی برقی رو سبب کی مدد کرتی ہے بالکل غلط ہے۔ لہذا Lenzکا کلیہ، کلیہ بقائے توانائی کی ایک بہترین مثال ہے۔

4.1.5 فلمنگ کے دائیں ہاتھ کا کلیہ
Fleming's right hand rule

ایک مقناطیسی میدان میں جب ایک موصل حرکت کرتا ہے تو موصل کی حرکت کی سمت، میدان کی سمت اور امالی برقی رو کی سمت کا تعین فلیمنگ کے دائیں ہاتھ کے کلیے سے کیا جاتا ہے جو یہ ہے



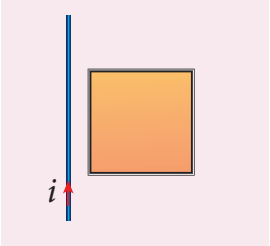
خاکہ 4.8 فلمنگ کے دائیں ہاتھ کا کلیہ

انگوٹھا، اشارہ کی انگلی اور درمیانی انگلی، اس طرح کھول دئے جاتے ہیں کہ یہ تینوں ایک دوسرے کے عمود میں ہوں جیسا کہ خاکہ 4.8میں بتایا گیا ہے۔ اگر اشارہ کی انگلی مقناطیسی میدان کی سمت کو ظاہر کرتی ہے اور انگوٹھا، موصل کی حرکت کی سمت کو ظاہر کرتا ہے تو درمیانی انگلی امالی برقی رو کی سمت کو ظاہر کرے گی۔

فلیمنگ کے دائیں ہاتھ کے کلیے کو جنریٹر کا کلیہ بھی کہا جاتا ہے۔

مثال 4.6

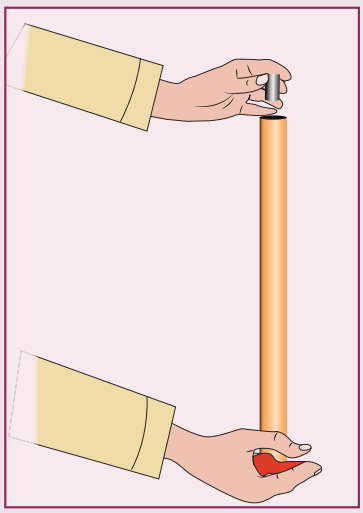
خاکہ کے مطابق ایک سیدھی موصلی تار میں بہنے والی برقی رو اگر گھٹتی ہے تو اس کے قریب رکھے گئے مربع نما دھاتی لوپ میں پیدا ہونے والی امالی برقی رو کی سمت معلوم کریں۔



حل

دائیں ہاتھ کے کلیہ کی مدد سے، سیدھی تار سے آنے والا مقناطیسی میدان عمودی طور پر مربع نما لوپ کی طرف رخ کئے ہوئے ہوتا ہے اور اس کا مقناطیسی بہاؤ گھٹتا ہے۔ تار کے مقناطیسی میدان کی سمت میں لوپ میں پیدا ہونے والی امالی برقی رو ایک مقناطیسی میدان پیدا کرتی ہے جس سے بہاؤ کے گھٹاؤ کی مخالفت ہوتی ہے۔ پھر ایک مرتبہ دائیں ہاتھ کے کلیہ کی مدد سے، اس اندرونی جانب والے مقناطیسی میدان کے لئے لوپ میں پیدا ہونے والی امالی برقی رو کی سمت ساعتی ہوتی ہے۔

کارروائی

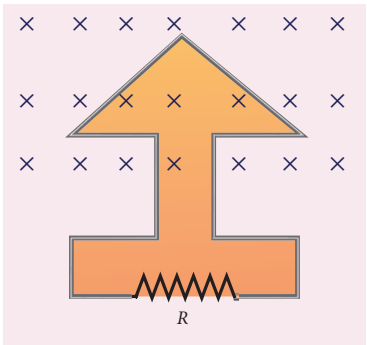


Lenz کے کلیہ کا عملی نمونہ

تانبے کی ایک تنگ نالی لیں اور مضبوطی سے مقنایا ہوا ایک بٹن مقناطیس لیں جیسا کہ خاکہ میں بتایا گیا ہے۔ تانبے کی نالی کو کھڑا کریں اور مقناطیس کو نالی کے اندر ڈالیں۔ مقناطیس کی حرکت پر غور کریں۔ آپ دیکھ سکتے ہو کہ مقناطیس کے آزادانہ گرنے کی رفتار کم ہوتی جاتی ہے۔ اس کی وجہ یہ ہے کہ حرکت پذیر مقناطیس سے پیدا ہونے والی برقی رو ہمیشہ مقناطیس کی حقیقی حرکت کی مخالفت کرتی ہے جو کہ برقی رو کے بنانے کی ذمہ دار ہے۔

مثال 4.7

مقناطیسی بہاؤ دور کی سطح کے عمود میں گزرتا ہے اور وہ کاغذ کے اندرونی جانب ہے۔ مندرجۂ ذیل مساوات کے تحت اگر مقناطیسی بہاؤ وقت کے ساتھ تغیر پاتا ہے۔ $\Phi_B = (2t^3 + 3t^2 + 8t + 5)\,\text{mWb}$ تو اس لوپ میں موجود امالی محرکۂ برق کیا ہوگی؟ دور کے ذریعہ بہنے والی برقی رو کی سمت معلوم کریں۔



حل

$\Phi_B = (2t^3 + 3t^2 + 8t + 5)\,\text{mWb};\ N = 1;\ t = 3\ \text{s}$

$$\varepsilon = \frac{d(N\Phi_B)}{dt} \qquad \text{(i)}$$

$$= \frac{d}{dt}(2t^3 + 3t^2 + 8t + 5)\times 10^{-3}$$

$$= (6t^2 + 6t + 8)\times 10^{-3}$$

پر، $t = 3\ \text{s}$

$$\varepsilon = [(6\times 9) + (6\times 3) + 8]\times 10^{-3}$$

$$= 80\times 10^{-3}\,\text{V} = 80\,\text{mV}$$

(ii) وقت کے ساتھ ساتھ لوپ سے منسلک مقناطیسی بہاؤ بڑھتا ہے۔ Lenz کے کلیہ کے تحت، امالی برقی رو کی سمت اس طرح ہونا چاہئے کہ وہ بہاؤ کی زیادتی کی مخالفت کرے۔ لہٰذا، امالی برقی رو اس طرح بہتی ہے کہ اس سے پیدا ہونے والا مقناطیسی میدان دئے گئے میدان کی مخالفت کرتا ہے۔ یہ مقناطیسی میدان عمودی اور باہر کی طرف ہوتا ہے۔ چنانچہ امالی برقی رو غیر ساعتی سمت میں بہتی ہے۔

4.1.6 لارنز کی قوت سے حرکی محرکۂ برق
Motional emf from Lorentz force

فرض کریں کہ l لمبائی والی ایک سیدھی موصلی سلاخ AB ایک یکساں مقناطیسی میدان $\vec{B}$ میں ہے جو کاغذ کی سطح کے عمودی ہے اور اندر کی جانب رخ کئے ہوئے ہے جیسا کہ خاکہ 4.9(a) میں بتایا گیا ہے۔ سلاخ کی لمبائی مقناطیسی میدان کے عمودی ہے۔ فرض کریں کہ سلاخ ایک مستقل سمتی رفتار کے ساتھ دائیں جانب حرکت کررہی ہے۔

جب سلاخ حرکت کرتی ہے اس میں موجود آزاد الکٹران بھی اسی سمتی رفتار $\vec{v}$ کے ساتھ $\vec{B}$ میں دائیں جانب حرکت کرتے ہیں۔ نتیجتاً B سے A کی سمت میں آزاد الکٹرانوں پر لارنز کی قوت عمل پیرا ہوجاتی ہے اور اسے اس مساوات سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

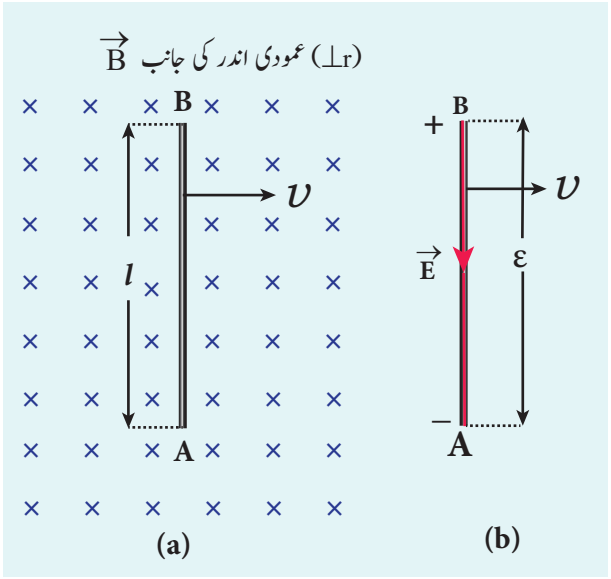
$$\vec{F_B} = -e\left(\vec{v}\times\vec{B}\right) \qquad (4.4)$$

لارنز کی قوت کا یہ عمل آزاد الکٹرانوں کو A کنارے پر جمع کرنے کے لئے ہوتی ہے۔ آزاد الکٹرانوں کے یکجا ہونے سے سلاخ کے آر پار ایک تفاوت بالقواہ Potential difference پیدا ہوتی ہے جو فورا بعد BA کی سمت میں ایک برقی رو $\vec{E}$ پیدا کرتی ہے (خاکہ 4.9((b))۔ اس برقی رو $\vec{E}$ کی وجہ سے AB سمت میں آزاد الکٹرانوں پر کولوم کی قوت عمل کرنا شروع کردیتی ہے جسے یوں پیش کیا جاتا ہے۔

$$\vec{F_E} = -e\vec{E} \qquad (4.5)$$

جب تک A کنارے پر الکٹران جمع ہوتے رہتے ہیں تب تک برقی میدان کی $\vec{E}$ مقدار بڑھتے رہتی ہے۔ جب تک توازن قائم نہیں ہوتا تب تک قوت $\vec{F_E}$ بھی بڑھتے رہتی ہے۔ جب توازن قائم ہوجاتا ہے تو مقناطیسی لارنز کی قوت $\vec{F_B}$ اور کولوم کی قوت $\vec{F_E}$ دونوں مساوی ہوجاتے ہیں اور کنارے A پر آزاد الکٹرانوں کا مزید جمع ہونا بند ہوجاتا ہے۔ یعنی

$$\left|\vec{F_B}\right| = \left|\vec{F_E}\right|$$



خاکہ 4.9 لارنز کی قوت سے حرکی محرکۂ برق

$$\left|-e\ (\vec{v}\times\vec{B})\right| = \left|-e\vec{E}\right|$$

$$vB\sin 90^\circ = E$$

$$vB = E \qquad (4.6)$$

سلاخ کے دونوں کناروں کی درمیانی تفاوت بالقواہ

$$V = El$$

$$V = vBl$$

لہذا، آزاد الکٹرانوں پر لارنز کی قوت ہی اس تفاوت بالقواہ کو برقرار رکھنے کی ذمہ دار ہے اور وہ ایک محرکۂ برق تیار کرتی ہے۔

$$\varepsilon = Blv \qquad (4.7)$$

چونکہ یہ محرکۂ برق سلاخ کی حرکت کی وجہ سے پیدا ہوتی ہے۔ یہ عام طور پر **حرکی محرکۂ برق (motional emf)** کہلاتی ہے۔ اگر A اور B کناروں کو کل مزاحمت R رکھنے والے ایک برقی دور سے جوڑ دیا جائے تو برقی رو $i = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{Blv}{R}$ اس میں بہنے لگتی ہے۔ برقی رو کی سمت دائیں ہاتھ کے انگوٹھے کے کلیہ سے معلوم کرلی جاتی ہے۔

مثال 4.8

شہر مدراس کی ایک جگہ جہاں زمینی مقناطیسی میدان کا افقی جزو 4.04×10^{-5} T ہے، اس مقام پر 7.2m اونچائی والی ایک عمارت کے اوپر سے 0.5m لمبائی والی ایک موصلی سلاخ آزادانہ طور پر گرتی ہے۔ اگر سلاخ کی لمبائی زمینی افقی مقناطیسی میدان کے عمودی ہو اور جب سلاخ زمین کو چھونے کے قریب ہوتی ہو تو اس موصل کے آر پار پیدا ہونے والی امالی محرکۂ برق معلوم کریں۔ (تصور کریں کہ سلاخ $10\ m\ s^{-2}$ کی ایک مستقل اسراع کے ساتھ نیچے گر رہی ہے)

حل

$l = 0.5$ m; $h = 7.2$ m; $u = 0$ m s^{-1};
$g = 10$ m s^{-2}; $B_H = 4.04 \times 10^{-5}$ T

سلاخ کی حتمی (Final) سمتی رفتار یہ ہوگی۔

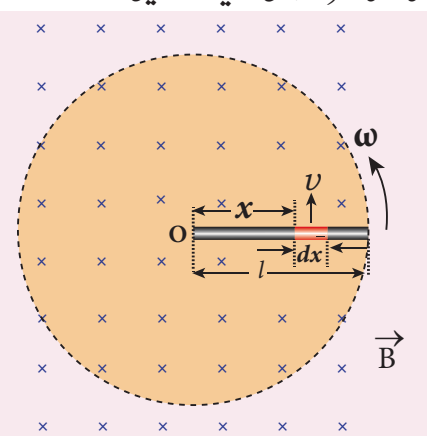
$$v^2 = u^2 + 2gh = 0 + (2 \times 10 \times 7.2) = 144$$
$$v = 12\,m\,s^{-1}$$

جب سلاخ زمین کو چھونے کے قریب ہوتی ہے تو امالی محرکۂ برق کی مقدار یہ ہے

$$\varepsilon = B_H l v = 4.04 \times 10^{-5} \times 0.5 \times 12$$
$$= 242.4\ \mu V$$

مثال 4.9

ایک مقناطیسی میدان B میں l لمبائی والی تانبے کی ایک سلاخ، اپنے ایک کنارے پر ω زاویائی سمتی رفتار کے ساتھ گردش کر رہی ہے جیسا کہ خاکہ میں بتایا گیا ہے۔ گردش کی سطح میدان کے عمودی ہے۔ سلاخ کے دونوں کناروں کے درمیان پیدا ہونے والی امالی محرکۂ برق دریافت کریں۔



حل

سلاخ سے بننے والے دائرہ کے مرکز سے x فاصلہ پر dx لمبائی والا ایک چھوٹا سا حصہ فرض کریں۔ جب یہ حصہ $v = x\omega$ کی خطی سمتی رفتار کے ساتھ میدان کے عمودی طور پر حرکت کرتا ہے، dx حصے میں پیدا ہونے والی محرکۂ برق یہ ہے۔

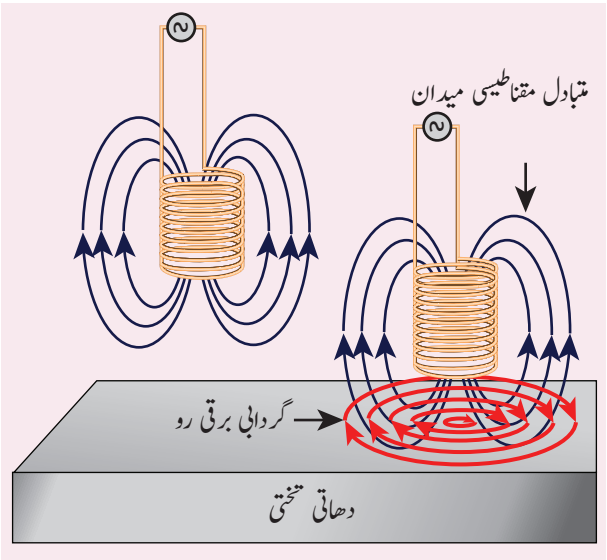
$$d\varepsilon = Bvdx \quad = B(x\omega)dx$$

یہ سلاخ اس طرح کے کئی حصوں سے بنی ہوئی ہے جو مقناطیسی میدان کے عمودی طور پر حرکت کرتے ہیں۔ دونوں کناروں کے درمیان پیدا ہونے والی محرکۂ برق یہ ہے

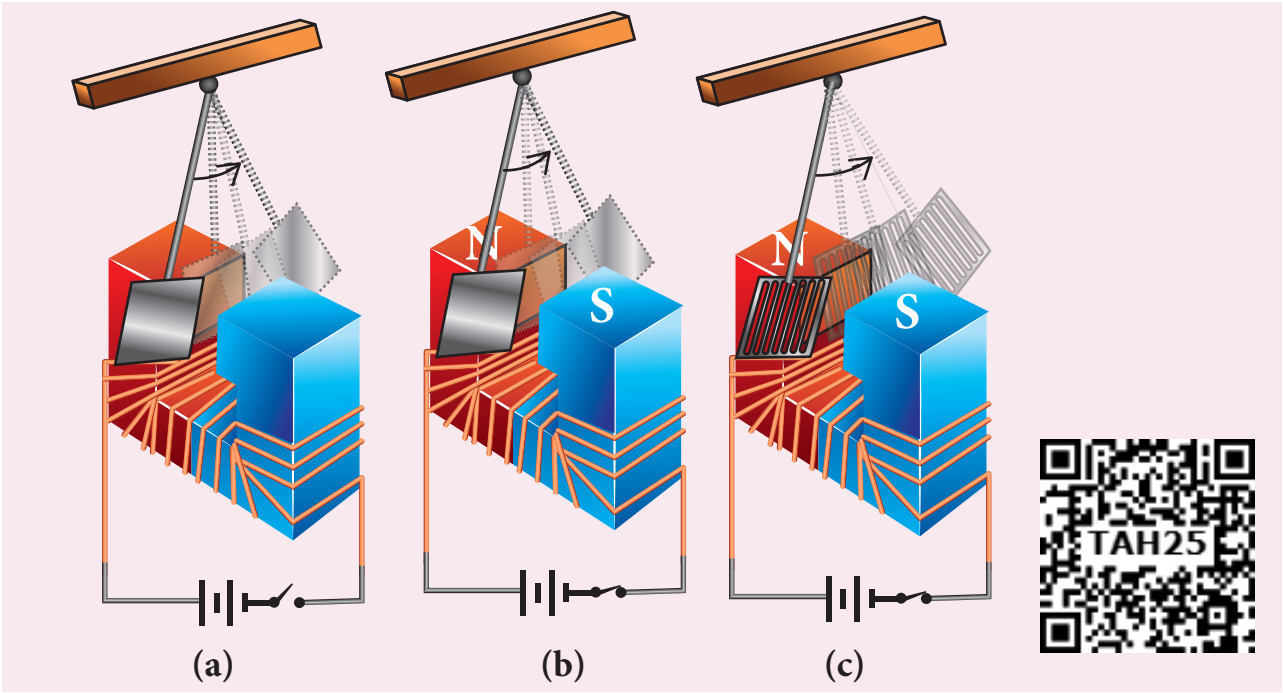
$$\varepsilon = \int d\varepsilon = \int_0^l B\omega x dx \quad = B\omega \left[\frac{x^2}{2}\right]_0^l$$
$$\varepsilon = \frac{1}{2} B\omega l^2$$

4.2 گردابی برقی رو
EDDY CURRENTS

فیرڈے کے برق مقناطیسی امالیت کے کلیہ کے تحت موصل میں ایک محرکۂ برق کی امالیت ہوتی ہے جب اس سے گزرنے والا مقناطیسی بہاؤ تبدیل ہوتا ہے۔ بہر حال یہ ضروری نہیں ہے کہ موصل ایک تار یا لچھے جیسا ہی ہو۔



خاکہ 4.10 گردابی برقی رو



خاکہ 4.11 گردابی برقی رو کا عملی نمونہ

ایک تختی یا ورق نما موصل میں بھی محرکۂ برق پیدا ہوتی ہے جب اس سے منسلک مقناطیسی بہاؤ تبدیل ہوتا ہے۔ مگر دونوں میں صرف اتنا فرق ہے کہ اس طرح پیدا ہونے والی امالی برقی رو کے بہاؤ کے لئے کوئی متعین راستہ یا لوپ نہیں ہے۔ اس کے نتیجہ میں وہ برقی رو ہم مرکز دائری راستوں سے بہنے لگتی ہے (خاکہ 4.10)۔ چونکہ یہ برقی رو پانی کے گرداب (لہریں) eddies جیسی ہوتی ہے، اسے **گردابی برقی رو Eddy current** کہتے ہیں۔ اسے **فوکلٹ برقی رو (Foucault currents)** بھی کہا جاتا ہے۔

عملی نمونہ

یہاں گردابی برقی رو کی تیاری کا ایک سادہ عملی نمونہ بتایا جارہا ہے۔ ایک رقاص (Pendulum) لیں جو ایک طاقت ور برق مقناطیس کے قطبوں کے درمیان اہتزاز کرنے لگے۔ (خاکہ 4.11(a))۔

سب سے پہلے برق مقناطیس کا سوئچ بند کردیا جاتا ہے

اور رقاص کو تھوڑا سا کھینچ کر چھوڑ دیا جاتا ہے۔ رقاص اہتزاز کرنے لگتا ہے اور رکنے سے پہلے ایک بڑی تعداد کے اہتزازات کر دکھاتا ہے۔ صرف ہوائی رگڑ ہی اس کے لئے رکاوٹی قوت ہوتی ہے۔

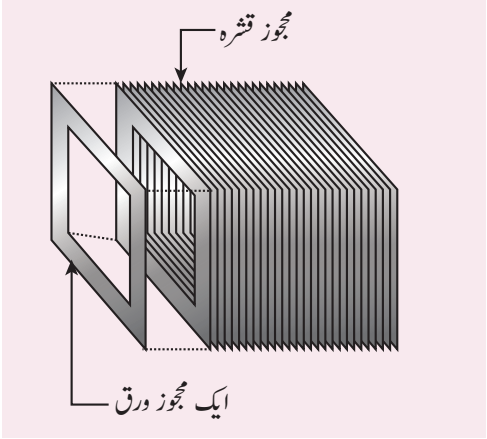
جب برق مقناطیس آن کیاجاتا ہے اور رقاص کی تختی کو اہتزاز کرنے چھوڑا جاتا ہے تو اس میں گردابی برقی رو پیدا ہوتی ہے جو اہتزازات کی مخالفت کرتی ہے۔ گردابی برقی رو کی ایک بڑی رکاوٹی قوت (damping Force) بہت کم اہتزازات ہی میں رقاص کو ساکن بنادیتی ہے۔ (خاکہ 4.11(b))۔

بہر حال تختی یا ڈسک کے چند حصوں کو نکال دینے سے (خاکہ 4.11(c)) گردابی برقی رو کم ہونے لگتی ہے۔ اب وہ رقاص رکنے سے پہلے بہت سے اہتزازات کا اظہار کرے گا۔ یہ طریقہ رقاص کے ڈسک میں پیدا ہونے والی گردابی برقی رو کا ایک صاف نمونہ پیش کرتا ہے۔

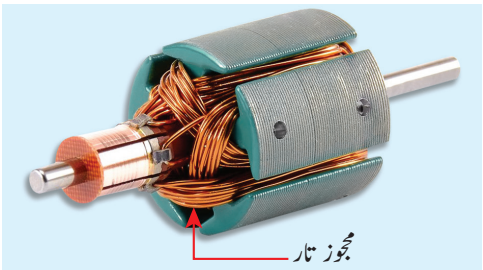
گردابی برقی رو کی خامیاں

جب موصل میں گردابی برقی رو بہنے لگتی ہے، تو توانائی کی ایک بڑی مقدار حرارت کی شکل میں ضائع ہوجاتی ہے۔ گردابی برقی رو کے بہاؤ کی وجہ سے توانائی کا ضائع ہونا ایک لازمی شئے ہے مگر چند اقدامات کی مدد سے اس کے نقصان کو ایک حد تک کم کیا جاسکتا ہے۔

گردابی برقی رو کے نقصان کو کم کرنے کے لئے مبدل کا قشرہ اور برقی موٹر کے مقنازرہ (Armature) کی بناوٹ



خاکہ 4.12 (a) ایک مبدل کے قشرہ کے مجوز اوراق



خاکہ 4.12 (b) ایک برقی موٹر کی مجوز لپیٹیں

(Design) بہت ہی اہم ہے۔ ان نقصانات کو کم کرنے کے لئے مبدل کے قشرہ کو ایک دوسرے سے مجوز کئے گئے پتلے اوراق سے بناتے ہیں (خاکہ 4.12(a)) جب کہ ایک برقی موٹر کے مقنازرہ ایک دوسرے سے مجوز کئے گئے تاروں کے لپیٹے گئے مجموعے سے بنایا جاتا ہے۔ استعمال کی گئی مجوزیت زیادہ گردابی برقی رو کو بہنے نہیں دیتی۔ لہذا نقصان کم ہوجاتا ہے۔

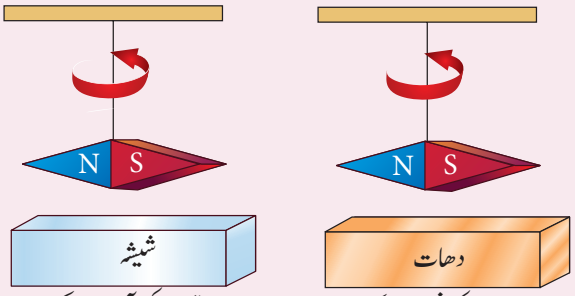
مثال

ایک یکساں اونچائی سے، مساوی جسامت والے ایک کروی پتھر اور ایک کروی دھاتی گیند گرائے جاتے ہیں، کونسی شئے زمین کی سطح پر پہلے پہنچے گی؟ پتھر، یا گیند؟۔ اپنے جواب کا جواز پیش کریں۔ تصور کریں کہ وہاں ہوائی رگڑ نہیں ہے۔

جواب

زمین کی سطح پر پہلے پہنچنے والی شئے پتھر ہے کیونکہ جب دھاتی گیند زمینی مقناطیسی میدان کے ذریعہ گرتی ہے تو اس میں گردابی برقی روئیں پیدا ہوتی ہیں جو اس کی حرکت کی مخالفت کرتی ہیں۔ مگر پتھر کے معاملے میں کوئی گردابی برقی رو پیدا نہیں ہوتی اور وہ آزادانہ طور پر گرتا ہے۔

کارروائی



ایک تار کے نچلے حصے میں ایک طاقت ور مقناطیس باندھ کر ایک رقاص بنائیے، جیساکہ پہلے خاکہ میں بتایا گیا ہے۔ رقاص کے نیچے، شیشہ کی تختی رکھ کر اس کو اہتزاز کرنے چھوڑ دیجئے اور اس کے رکنے تک کے وقت کو نوٹ کریں۔

اس کے بعد اسی طرح ایک دھاتی تختی رکھ کر اہتزازات کے رکنے کے وقت کو نوٹ کریں، جیسا کہ دوسرے خاکہ میں بتایا گیا ہے۔

دوسرے معاملہ میں مقناطیس بہت جلد رک جاتا ہے، کیونکہ تختی میں پیدا ہونے والی گردابی برقی روئیں مقناطیس کے اہتزازات کی مخالفت کرتی ہیں۔

گردابی برقی روؤں کے استعمالات

حالانکہ چند معاملات میں گردابی برقی رو کا پیدا ہونا ناپسندیدہ ہے، مگر دیگر معاملات میں یہ بہت ہی مفید اور کارآمد ثابت ہوتا ہے۔ ان میں سے چند یہ ہیں۔

(i) امالیتی چولھا

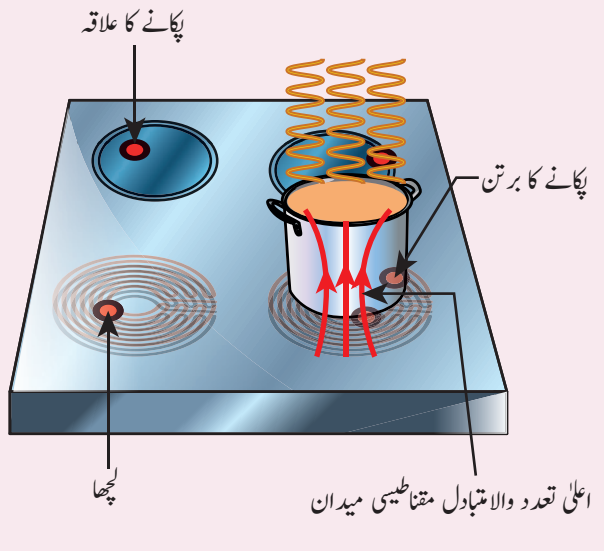
(ii) گردابی برقی رو کا بریک (Eddy current brake)

(iii) گردابی برقی رو کی مدد سے کی جانے والی جانچ (Eddy Current Testing)

(iv) برق مقناطیسی تقصیر یعنی اہتزاز کو روکنا (Electromagnetic Damping)

(i) امالیتی چولھا

توانائی کے بہت کم استعمال کے ساتھ، امالیتی چولھے کی مدد سے غذا کو بہت جلد اور حفاظتی طور پر پکالیا جاتا ہے۔ پکانے والے علاقے کے نیچے، مضبوطی سے لپیٹا گیا مجوز تار کا ایک لچھا ہوتا



خاکہ 4.13 میں امالیتی چولھا

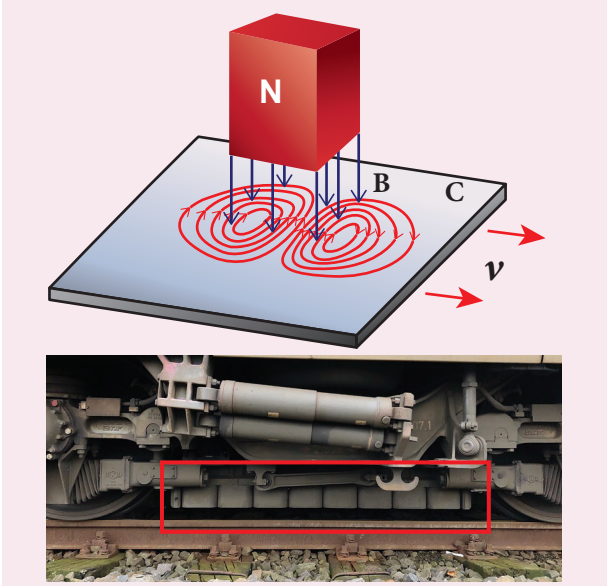
ہے۔ اس کے لائق بنے ہوئے پکانے والے برتن کو اس علاقے پر رکھا جاتا ہے جب چولھا آن کیاجاتا ہے تو لچھے میں بہنے والی متبادل برقی رو اعلیٰ تعدد والا متبادل مقناطیسی میدان پیدا کرتی ہے جو برتن میں بہت مضبوط گردابی برقی روؤں کی امالیت کرتا ہے۔ برتن میں موجود گردابی برقی روئیں جول کے حرارتی اثر کے تحت بہت سی حرارت پیدا کرتی ہیں جو غذا کے پکانے میں مددگار ہوتی ہے۔

نوٹ: گھریلو AC سپلائی کی تعدد کو 50–60 Hz سے تقریباً 20–40 KHz تک لچھے میں گذرنے سے پہلے ہی بڑھادیا جاتا ہے تاکہ اعلیٰ تعدد والا متبادل مقناطیسی میدان پیدا ہو۔

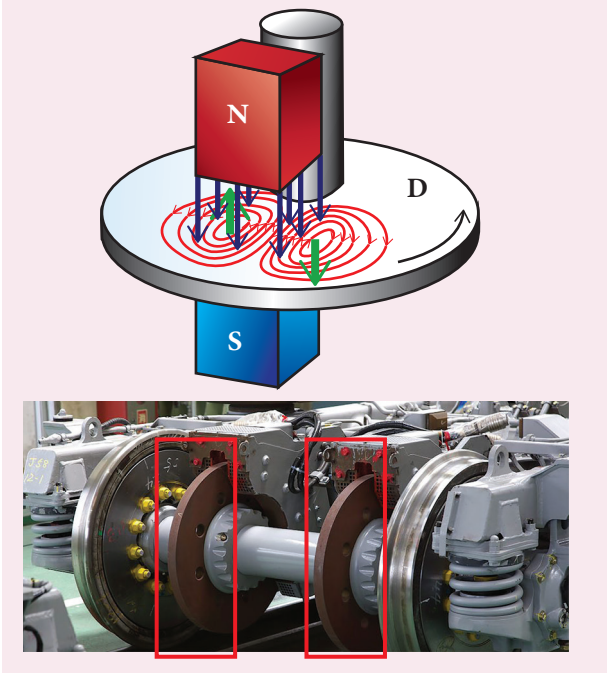
(ii) گردابی برقی رو کا بریک (Brake)

اس گردابی برقی رو کے بریک کے نظام کو عام طور پر اعلیٰ رفتار والی ریل گاڑیوں اور رولر کوسٹروں (Roller Coasters) میں استعمال کیا جاتا ہے۔ مضبوط برقی مقناطیسوں کو پٹریوں سے کچھ اوپر ثبت کردیا جاتا ہے۔ ریل کو روکنے کے لئے برقی مقناطیسوں کو آن کردیاجاتا ہے۔ ان مقناطیسوں کے مقناطیسی میدانات، پٹریوں میں گردابی برقی روئیں کی امالیت کرتے ہیں جو ریل گاڑی کی حرکت کی مزاحمت یا مخالفت کرتے ہیں۔

چند معمولات میں، ریل گاڑی کے پہیوں میں ایک ہی سلاخ یا شافٹ کے ذریعہ دائری ڈسک لگے ہوتے ہیں جو ایک برق مقناطیس کے قطبوں کے درمیان گھومنے کے لئے بنے ہوتے ہیں۔ جب ڈسک اور مقناطیس کے درمیان نسبتی یا اضافی حرکت ہوتی ہے تو ڈسک میں گردابی برقی روؤں کی امالیت ہوتی ہے جس سے ریل گاڑی رکتی ہے۔ یہی گردابی برقی رو کا دائری بریک ہے۔ (خاکہ 4.14(b))۔



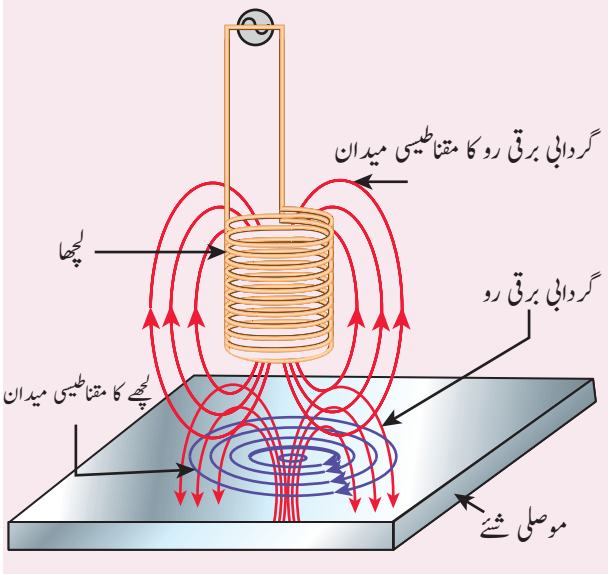
خاکہ 4.14 (a) گردابی برقی رو کا خطی بریک



خاکہ 4.14 (b) گردابی برقی رو کا دائری بریک

(iii) گردابی برقی رو سے جانچ (Eddy Current testing)

ایک نمونے میں موجود کمی / نقص جیسے سطحی دراڑ، یا ہوائی بلبلوں کی کھوج لگانے کا یہ ایک سادہ ترین غیر مہلک طریقہ ہے۔ مجوز تار کے ایک لچھے میں برقی رو بہائی جاتی ہے تاکہ وہ ایک متبادل مقناطیسی میدان پیدا کرے۔ جب یہ لچھا نمونے کی سطح کے قریب لایا جاتا ہے تو نمونے کی سطح میں گردابی برقی رو کی امالیت ہوتی ہے۔ نقائص / خرابیوں کی موجودگی گردابی برقی

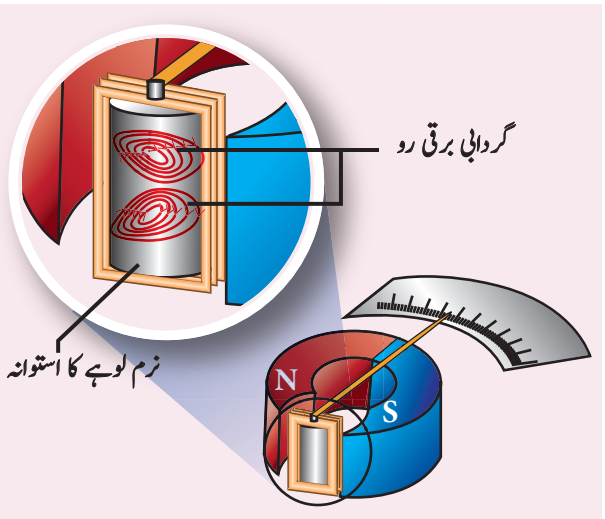


خاکہ 4.15 میں امالیتی چولھا

رو، کے حیطہ اور ہئیت (Phase) میں تبدیلی پیدا کرتی ہے جن کی جانچ دوسرے ذرائع سے کی جاتی ہے۔ اس طریقے سے نمونے میں موجود نقائص کی کھوج لگائی جاتی ہے (خاکہ 4.15)

(iv) برق مقناطیسی اہتزاز کو روکنا (تقصیر) (Electromagnetic Damping)

گیلوانومیٹر کے لچھے کا مقنازرہ (armature) نرم لوہے کے استوانے پر لپیٹا گیا ہوتا ہے۔ جوں ہی مقنازرہ انحراف پاتا ہے، نرم لوہے کے استوانے اور شعاعی مقناطیسی میدان کے درمیان نسبتی حرکت کی وجہ سے استوانے میں گردابی برقی رو کی امالیت ہوتی ہے (خاکہ 4.16)۔ گردابی برقی رو کے بہاؤ



خاکہ 4.16 برق مقناطیسی تقصیر

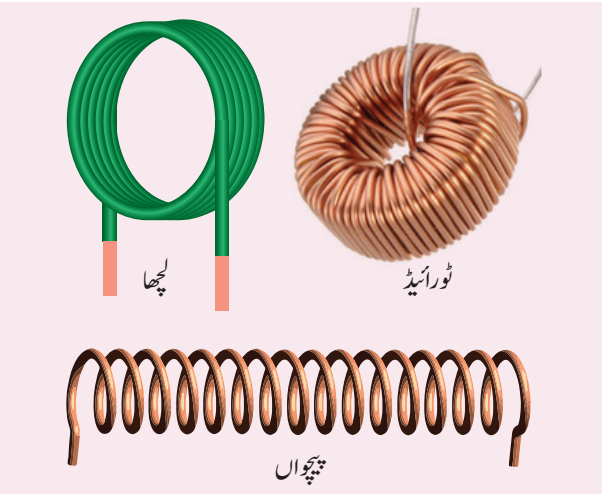
کی وجہ سے بننے والی تقصیری قوت (damping force) مقنازرہ کو فورا حالت سکون میں لالیتی ہے، اور پھر گیلوانومیٹر ایک مستقل انحراف ظاہر کرتا ہے۔ اسے برق مقناطیسی تقصیر electromagnetic damping کہتے ہیں۔

4.3 خودامالیت Self-Induction

4.3.1 تعارف Introduction

امالہ گر (Inductor) ایک آلہ ہے جو برقی رو کے اپنے اندر بہنے پر مقناطیسی میدان میں توانائی کی ذخیرہ اندوزی کرتا ہے۔ لچھے، پیچوائیں اور ٹورائیڈ وغیرہ اس قسم کی چند مثالیں ہیں، جیسا کہ خاکہ 4.17 میں بتایا گیا ہے۔

امالیت، امالہ گر کی وہ خصوصیت ہے جو ایک دور کے ذریعہ بہنے والی برقی رو کی تبدیلی کی وجہ سے محرکۂ برق emf پیدا کرتی ہے (خود۔ امالیت) یا قریبی دور جو اس سے مقناطیسی طور پر جڑا ہوا ہے اس کے ذریعہ برقی رو میں تبدیلی پیدا کرتی ہے (باہمی امالیت-mutual induction)۔ ہم اس سبق کے اگلے حصے میں خود۔ امالیت اور باہمی امالیت کے بارے میں مطالعہ کریں گے۔

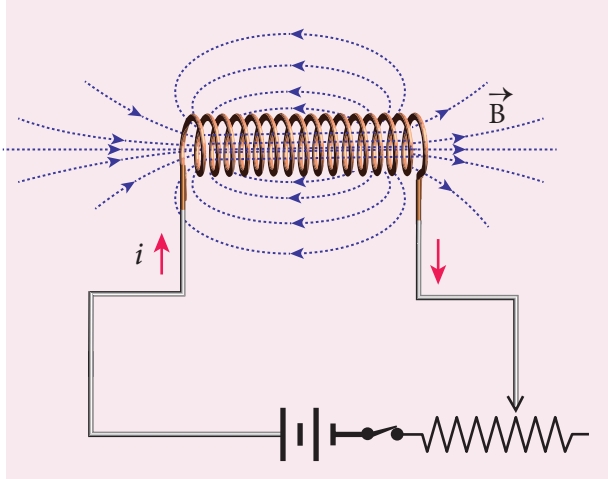


خاکہ 4.17 امالہ گر کی مثالیں

خود امالیت (Self Induction)

ایک لچھے کے ذریعہ بہنے والی برقی رو اپنے اطراف ایک مقناطیسی میدان پیدا کرتی ہے لہذا، مقناطیسی میدان کا مقناطیسی بہاؤ اسی لچھے کے ساتھ منسلک ہوگا۔ اگر برقی رو کی تبدیلی سے یہ بہاؤ بھی تبدیل ہوتا ہے تو اسی لچھے میں ایک محرکۂ برق کی

امالیت ہوتی ہے (خاکہ 4.18)۔ یہ عمل خود امالیت کہلاتا ہے۔ اس طرح سے امالیت پانے والی محرکۂ برق، خود امالی محرکۂ برق (Self induced emf) کہلاتی ہے۔



خاکہ 4.18 خود امالیت

فرض کریں کہ N چکروں والے لچھے کے ہر چکر سے منسلک مقناطیسی بہاؤ Φ_B ہے تو پھر لچھے سے منسلک کل مقناطیسی بہاؤ $N\Phi_B$ (تعلق بہاؤ) لچھے میں بہنے والی برقی رو i کے تناسب میں ہوتا ہے۔

$$N\Phi_B \propto i$$

$$N\Phi_B = Li \qquad (4.8)$$

یا $$L = \frac{N\Phi_B}{i}$$

تناسبیت کی مستقلہ L خود امالیت یا لچھے کی خود امالیت کا تعاونی عدد یعنی Co – efficient کہلاتا ہے۔

اگر $i = 1A$ ہو تو $L = N\Phi_B$ ہے۔ **لچھے کے ذریعے 1A کی برقی رو بہنے پر لچھے سے منسلک تعلق بہاؤ امالیت یا خود امالیت کہلاتا ہے۔**

وقت کے ساتھ ساتھ جب برقی رو i تبدیل ہوتی ہے تو اس میں ایک محرکۂ برق (emf) پیدا ہوتی ہے۔ فیرڈے کے برق مقناطیسی امالیت کے کلیہ سے، لچھے میں موجود یہ امالی محرکۂ برق یوں پیش کی جاتی ہے۔

$$\varepsilon = -\frac{d(N\Phi_B)}{dt}$$

$$= -\frac{d(Li)}{dt}$$

(مساوات (4.8) کی مدد سے)

$$\therefore \varepsilon = -L\frac{di}{dt} \qquad (4.9)$$

یا $$L = \frac{-\varepsilon}{di/dt}$$

اوپر کی مساوات میں منفی علامت یہ ظاہر کرتی ہے کہ خود امالی محرکۂ برق ہمیشہ وقت کے ساتھ برقی رو کی تبدیلی کی مخالفت کرتی ہے۔ اگر $di/dt = 1\,As^{-1}$ ہو تو پھر $L = -\varepsilon$ ہوگا۔ **ایک لچھے کی امالیت کی تعریف یوں بھی کی جاسکتی ہے کہ جب لچھے کے ذریعے بہنے والی برقی رو کی تبدیلی کی شرح $1As^{-1}$ ہو تو لچھے میں پیدا ہونے والی مخالف امالی محرکۂ برق ہی لچھے کی امالیت ہے۔**

امالیت کی اکائی

امالیت ایک عددی مقدار (Scalar quantity) ہے اور اس کی اکائی $Wb\,A^{-1}$ یا VsA^{-1} ہے۔ اس کی پیمائش henry، (H) سے بھی کی جاتی ہے۔

$$1\,H = 1\,Wb\,A^{-1} = 1\,VsA^{-1}$$

امالیت کا ابعادی ضابطہ $M\,L^2\,T^{-2}A^{-2}$ ہے۔

اگر $i = 1\,A$ ہو اور $N\Phi_B = 1\,Wb$ چکر ہوں تو $L = 1H$ ہوگی۔

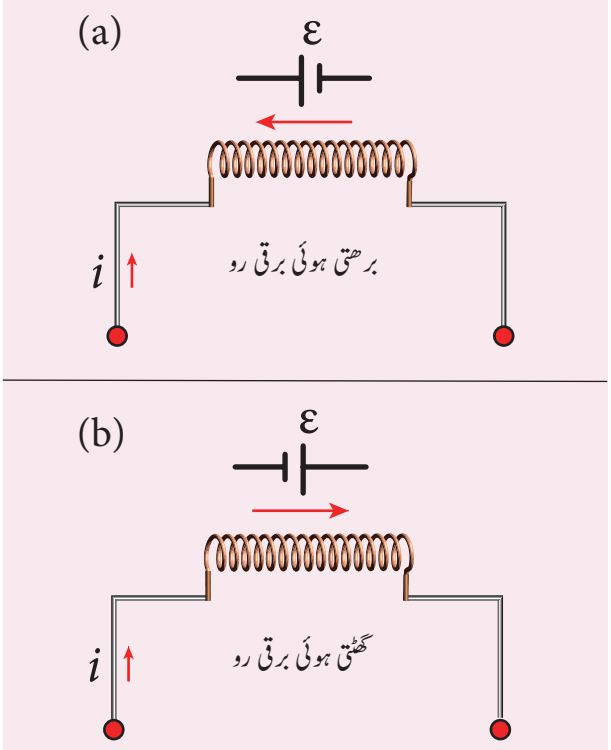
لہٰذا، **اگر 1A برقی رو لچھے میں ایک اکائی تعلق بہاؤ پیدا کرتی ہے تو کہا جائے گا کہ لچھے کی امالیت ایک ہنری ہے۔**

اگر $di/dt = 1As^{-1}$ اور $\varepsilon = -1\,V$ ہو تو پھر $L = 1H$ ہوگی۔

لہٰذا، **اگر $1As^{-1}$ کی شرح سے ہونے والی برقی رو کی تبدیلی اس میں 1V کی مخالف محرکۂ برق کی امالیت کرتی ہے تو کہا جائے گا کہ لچھے کی امالیت ایک ہنری ہے۔**

امالیت کی طبیعیاتی اہمیت

ہم جمود کے بارے میں گیارھویں جماعت میں پڑھ چکے۔ عرضی (translational) حرکت میں، کمیت، خطی جمود کی ایک پیمائش ہے۔ اسی طرح گردشی حرکت کے لئے جمود کی حرکت (moment)، گردشی جمود کی ایک پیمائش ہے۔ (گیارھویں جماعت، طبیعیات کے حصے 3.2.1 اور 5.4 کا ملاحظہ کریں) عام طور پر جمود کا مطلب حالت کی تبدیلی کی مخالفت ہے۔



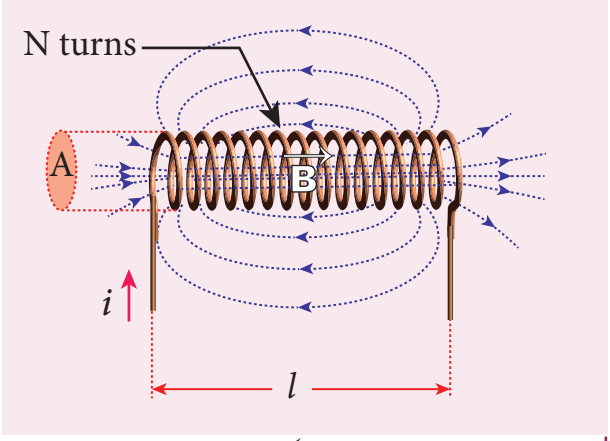
خاکہ 4.19 ε امالی محرکۂ برق i برقی رو کی تبدیلی کی مخالفت کرتی ہے

میکانیکی حرکت میں کمیت اور جمود کی حرکت کا جو رول یا کردار ہے، وہی رول یا کردار برقی دور میں ہونے والی امالیت ادا کرتی ہے۔ جب ایک برقی دور آن کیا جاتا ہے، بڑھتی ہوئی برقی رو ایک محرکۂ برق کی امالیت کرتی ہے جو دور میں بڑھنے والی برقی رو کی مخالفت کرتی ہے (خاکہ 4.19(a))۔ اسی طرح جب دور بند کردیا جاتا ہے، گھٹتی ہوئی برقی رو مخالف سمت میں ایک محرکۂ برق کی امالیت کرتی ہے۔ یہ محرکۂ برق اب برقی رو کے گھٹنے کی مخالفت کرتی ہے۔

لہذا لچھے کی امالیت برقی رو میں ہونے والی کسی بھی تبدیلی کی مخالفت کرتی ہے اور اپنی اصلی حالت برقرار رکھنے کی کوشش کرتی ہے۔

4.3.2 ایک لمبے پیچواں (Solenoid) کی خود امالیت
Self-inductance of a long solenoid

ایک پیچواں کا تصور کریں جس کی لمبائی l ہو اور اس کا عمودی تراش کا رقبہ A ہو۔ فرض کریں کہ پیچواں کی ایک اکائی لمبائی میں n تعداد کے چکر موجود ہوں (چکروں کی کثافت)۔ جب پیچواں کے ذریعہ سے i برقی رو بہائی جاتی ہے تو اندر پیدا



خاکہ 4.20 ایک طویل پیچوان کی خود امالیت

ہونے والا مقناطیسی میدان تقریباً یکساں ہوگا اور وہ پیچواں کی محوری سمت میں ہوگا جیسا کہ خاکہ 4.20 میں بتایا گیا ہے۔ پیچواں کے اندر کسی نقطہ پر موجود مقناطیسی میدان کو یوں پیش کیا جاتا ہے (ملاحظہ کریں 3.9.3)۔

$$B = \mu_{\circ} ni$$

جب یہ مقناطیسی میدان پیچواں سے گزرنے لگتا ہے، پیچواں کی لپیٹیں (Windings) میدانی خطوط سے منسلک ہوجاتی ہیں۔ پھر ہر چکر کے ذریعہ گزرنے والا مقناطیسی بہاؤ یہ ہے۔

$$\Phi_B = \int_A \vec{B}.d\vec{A} = BA\cos\theta$$
$$= BA \qquad \theta = 0° \text{ چونکہ}$$
$$= (\mu_0 ni)A$$

N چکروں کے ساتھ کل منسلک مقناطیسی بہاؤ یا پیچواں کا تعلق بہاؤ (کل چکروں کی تعداد $N = nl$ یہ ہوگی) یہ ہوگا۔

$$N\Phi_B = (nl)(\mu_0 ni)\,A$$
$$N\Phi_B = (\mu_{\circ} n^2 Al)\, i$$

ہم جانتے ہیں کہ

$$N\Phi_B = Li$$

اوپر کی مساوات کا موازنہ کرنے سے ہم حاصل کرتے ہیں۔

$$L = \mu_{\circ} n^2 Al \qquad (4.10)$$

اوپر کی مساوات سے یہ صاف ظاہر ہوتا ہے کہ پیچواں کی امالیت اس کی ہندسہ (geometry) (یعنی چکروں کی کثافت n، عمودی تراش کا رقبہ A لمبائی اور l اس کے اندر موجود واسطہ پر منحصر ہے۔ اگر پیچواں کو μ_r کی نسبتی / اضافی انجذابیت والے دوہری برقی واسطہ dielectric medium سے بھر دیا جائے تو پھر

$$L = \mu n^2 Al \quad or \quad L = \mu_{\circ}\mu_r n^2 Al$$

ایک امالہ گر میں ذخیرہ اندوز توانائی

ایک برقی دور میں جب بھی برقی رو قائم ہوتی ہے تو امالیت برقی رو کے بڑھاؤ کی مخالفت کرتی ہے۔ برقی دور میں برقی رو کو قائم رکھنے کے لئے کسی بیرونی وسائل سے اس مخالفت کے خلاف کام کیا جاتا ہے۔ یہی کیا گیا کام مقناطیسی توانائی بالقواہ کے طور پر ذخیرہ اندوز ہوتی ہے۔

فرض کریں کہ امالہ گر کی برقی مزاحمت قابل نظر انداز ہے اور صرف امالہ گر کے اثر (inductor effect) ہی کا حساب لگایا جاتا ہے۔ کسی بھی t وقت پر امالی محرکۂ برق ε یہ ہے۔

$$\varepsilon = -L\frac{di}{dt}$$

فرض کریں کہ مخالفت کے خلاف dt وقت میں dq بار کو حرکت کرنے کے لئے کیا گیا کام dW ہے، تو پھر

$$dW = -\varepsilon dq$$
$$= -\varepsilon i dt \qquad \because dq = idt$$

مساوات (4.16) کی مدد سے ε کی قیمت لکھتے ہیں تو

$$= -\left(-L\frac{di}{dt}\right) i dt$$
$$dW = Lidi$$

برقی رو 'i' کو قائم کرنے کے لئے کیا گیا کل کام

$$W = \int dW = \int_0^i Lidi = L\left[\frac{i^2}{2}\right]_o^i$$
$$W = \frac{1}{2}Li^2$$

کیا گیا یہ کام مقناطیسی توانائی بالقواہ کے طور پر ذخیرہ اندوز ہوتا ہے۔

$$\therefore U_B = \frac{1}{2}Li^2 \qquad (4.11)$$

جگہ کے فی اکائی حجم میں ذخیرہ اندوز ہونے والی توانائی، توانائی کی کثافت (energy density) ہے اور وہ یوں پیش کی جاتی ہے۔

$$u_B = \frac{U_B}{Al} \qquad Al = \text{پیچواں کا حجم} \because$$
$$u_B = \frac{Li^2}{2Al} = \frac{(\mu_0 n^2 Al)i^2}{2Al} \qquad \because L = \mu_0 n^2 Al$$
$$= \frac{\mu_0 n^2 i^2}{2}$$
$$u_B = \frac{B^2}{2\mu_0} \qquad \because B = \mu_0 ni$$

مثال 4.10

800 اضافی انجذابیت رکھنے والے لوہے کے ایک قشرہ پر 500 چکروں والا ایک پیچواں لپیٹا گیا ہے۔ پیچواں کی لمبائی اور اس کا نصف قطر بالترتیب 40 سم اور 3 سم ہے۔ اگر پیچواں میں 0.4 سکنڈ میں 0 سے 3A تک برقی رو کی تبدیلی ہوتی ہے تو اس میں امالیت پانے والی اوسط محرکۂ برق معلوم کریں۔

حل

N = 500 چکر ; $\mu_r = 800;$
l = 40 cm = 0.4 m; r = 3 cm = 0.03 m;
di = 3 – 0 = 3 A; dt = 0.4 s

$$L = \mu n^2 Al \quad \left(\because \mu = \mu_{\circ}\mu_r; A = \pi r^2; n = \frac{N}{l}\right)$$
$$= \frac{\mu_{\circ}\mu_r N^2 \pi r^2}{l}$$
$$= \frac{4\times 3.14\times 10^{-7}\times 800\times 500^2\times 3.14\times\left(3\times 10^{-2}\right)^2}{0.4}$$
L = 1.77 H

خود امالیت $\varepsilon = -L\frac{di}{dt}$

$= -\frac{1.77 \times 3}{0.4}$

$\varepsilon = -13.275\ \text{V}$

مثال 4.11

ایک ہوائی قشرہ والے پیچواں کی خود امالیت 4.8mH ہے۔ اگر اس کا قشرہ لوہے کے قشرہ سے بدل دیا جائے تو اس کی خود امالیت 1.8H ہوجاتی ہے۔ لوہے کی نسبتی / اضافی انجذابیت معلوم کریں۔

حل

$L_{air} = 4.8 \times 10^{-3}\text{H}$

$L_{iron} = 1.8\text{H}$

$L_{air} = \mu_\circ n^2 Al = 4.8 \times 10^{-3}\text{H}$

$L_{iron} = \mu n^2 Al = \mu_\circ \mu_r n^2 Al = 1.8\text{H}$

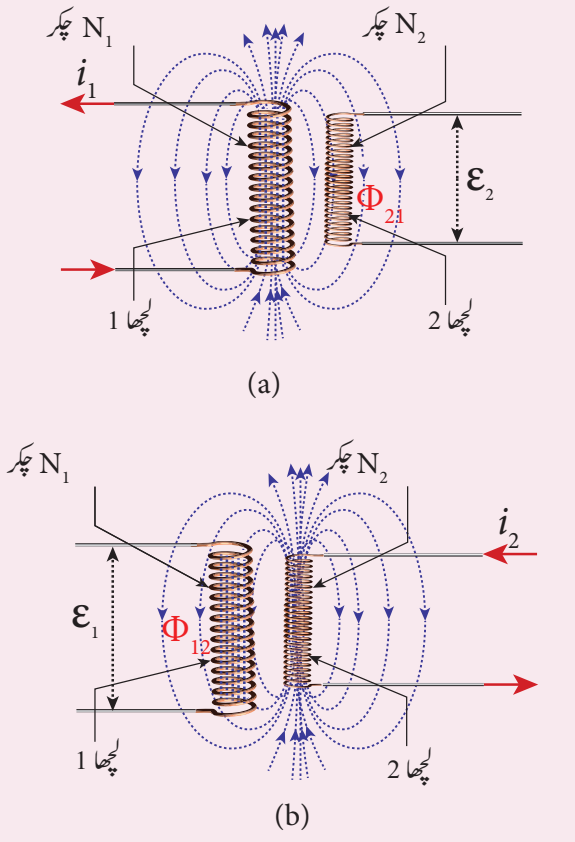
$\therefore \mu_r = \frac{L_{iron}}{L_{air}} = \frac{1.8}{4.8 \times 10^{-3}} = 375$

4.3.3 باہمی امالیت Mutual induction

ایک لچھے کے ذریعہ گزرنے والی برقی رو وقت کے ساتھ جب تبدیل ہوتی ہے تو پڑوسی لچھے میں ایک محرکۂ برق کی امالیت ہوتی ہے۔ یہ عمل **باہمی امالیت** کہلاتا ہے اور امالیت ہونے والی محرکۂ برق باہمی امالی محرکۂ برق کہلاتی ہے۔

دو لچھوں کا تصور کریں جو ایک دوسرے کے قریب رکھے گئے ہیں۔ اگر پہلے لچھے 1 کے ذریعہ برقی رو بھیجی جاتی ہے تو اس سے پیدا ہونے والا مقناطیسی میدان بھی دوسرے لچھے 2 سے منسلک ہوجاتا ہے جیسا کہ خاکہ 4.21(a) میں بتایا گیا ہے۔

اگر لچھے 1 میں موجود برقی رو کی وجہ سے N_2 چکروں والے لچھے 2 کے ہر چکر کے ساتھ منسلک مقناطیسی بہاؤ Φ_{21} ہو تو، لچھے 2 سے منسلک کل مقناطیسی بہاؤ $(N_2\Phi_{21})$، پہلے لچھے 1 میں بہنے والی برقی رو کے تناسب میں ہوگا۔



خاکہ 4.21 باہمی امالیت

$N_2\Phi_{21} \propto i_1$

$N_2\Phi_{21} = M_{21}\, i_1 \qquad (4.12)$

$(\text{or})\ M_{21} = \frac{N_2\Phi_{21}}{i_1}$

تناسبی مستقلہ M_{21}، پہلے لچھے (1) کے لحاظ سے دوسرے لچھے (2) کی باہمی امالیت یا باہمی امالیت کا تعاونی عدد سر عدد (Co-effecient) ہے۔

اگر $i_1 = 1A$ ہو تو، $M_{21} = N_2\Phi_{21}$ ہوگی۔ لہذا **باہمی امالیت M_{21} کی تعریف یوں کی جاتی ہے کہ یہ لچھے 2 سے منسلک تعلق بہاؤ ہے جب لچھے 1 کے ذریعہ 1A کی برقی رو بہتی ہے۔**

جب برقی رو i_1، وقت کے ساتھ بدلتی ہے تو دوسرے لچھے میں ایک محرکۂ برق ε_2 کی امالیت ہوتی ہے۔ ε_2 برق مقناطیسی امالیت کے فیرڈے کے کلیے کی مدد سے، یہ باہمی امالی محرکۂ برق یوں پیش کی جاتی ہے۔

$$\varepsilon_2 = -\frac{d(N_2\Phi_{21})}{dt} = -\frac{d(M_{21}i_1)}{dt}$$

$$\varepsilon_2 = -M_{21}\frac{di_1}{dt}$$

$$M_{21} = \frac{-\varepsilon_2}{di_1/dt} \quad \text{یا}$$

اوپر کی مساوات میں منفی علامت یہ ظاہر کرتی ہے کہ باہمی امالی محرکۂ برق ہمیشہ وقت کے لحاظ سے ہونے والی i_1 برقی رو کی تبدیلی کی مخالفت کرتی ہے۔ اگر $di_1/dt = 1\text{A s}^{-1}$ ہو تو $M_{21} = -\varepsilon_2$ ہوگی۔ **باہمی امالیت کی تعریف اس طرح بھی کی جاتی ہے کہ جب پہلے لچھے کے ذریعہ برقی رو کی تبدیلی کی شرح 1As^{-1} ہو تو دوسرے لچھے میں امالیت پانے والی مخالف محرکۂ برق ہی باہمی امالیت ہے۔**

اسی طرح اگر وقت کے لحاظ سے دوسرے لچھے کے ذریعہ برقی رو i_2 میں تبدیلی ہو تو، پھر پہلے لچھے میں محرکۂ برق ε_1 کی امالیت ہوگی۔ چنانچہ،

$$M_{12} = \frac{N_1\Phi_{12}}{i_2} \quad \text{اور} \quad M_{12} = \frac{-\varepsilon_1}{di_2/dt}$$

لہٰذا، جہاں M_{12} , دوسرے لچھے کے لحاظ سے پہلے لچھے کی باہمی امالیت ہے، یہ بتایا جاسکتا ہے کہ لچھوں کی دی گئی ایک جوڑی کے لئے باہمی امالیت یکساں ہوگی۔ یعنی

$$M_{21} = M_{12} = M$$

عام طور پر دو لچھوں کی درمیان موجود باہمی امالیت ان کی جسامت شکل، ان میں موجود چکروں کی تعداد، ان کی نسبتی ترتیب اور واسطے کی انجذابیت پر منحصر ہوتی ہے

باہمی امالیت کی اکائی

باہمی امالیت کی SI اکائی بھی ہنری (H) ہی ہے۔

اگر $i_1 = 1\text{A}$ اور چکر $N_2\Phi_{21} = 1\text{ Wb}$ ہوں تو $M = 1\text{H}$ ہوگی۔

لہٰذا، **پہلے لچھے میں موجود 1A کی برقی رو دوسرے لچھے میں اکائی تعلق بہاؤ پیدا کرتی ہے تو کہا جائے گا کہ دو قریبی لچھوں کے درمیان باہمی امالیت ایک ہنری ہے۔**

اگر $di_1/dt = 1\text{As}^{-1}$ ہو اور $\varepsilon_2 = -1\text{ V}$ ہو تو $M = 1\text{H}$ ہوگی۔

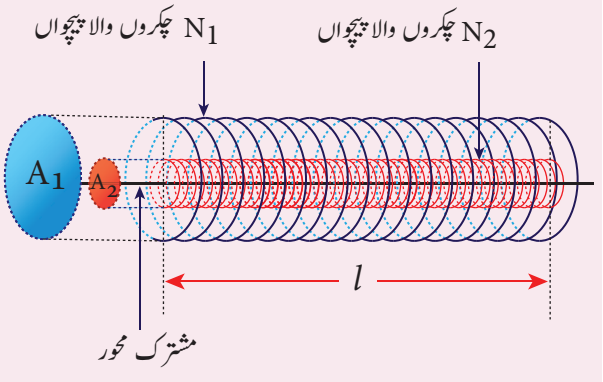
لہٰذا، **ایک لچھے میں 1As^{-1} کی شرح سے تبدیل ہونے والی برقی رو قریبی لچھے میں 1V کی مخالف محرکۂ برق پیدا کرتی ہے تو کہا جائے گا کہ دو قریبی لچھوں کے درمیان کی باہمی امالیت ایک ہنری ہے۔**

4.3.4 دو لمبے ہم محوری پیچوانوں کے درمیان باہمی امالیت

Mutual inductance between two long co-axial solenoids

مساوی لمبائی والے دو لمبے ہم محوری پیچوانوں کا تصور کریں۔ اگر ان کے نصف قطروں کا موازنہ اس کی لمبائی کے ساتھ کیا جائے تو لمبائی بہت زیادہ ہو۔ یہاں تک کہ ان کے اندر پیدا ہونے والا مقناطیسی میدان مساوی ہو اور کناروں کے ایک دوسرے پر چڑھ جانے کے اثر کو نظر انداز کردینا چاہئے۔

فرض کریں کہ A_1 اور A_2 پیچوانوں کی عمودی تراش کا رقبہ ہو جس میں A_2، A_1 سے بڑا ہو جیسا کہ خاکہ 4.32 میں بتایا گیا ہے۔ ان پیچوانوں کے چکروں کی کثافت بالترتیب n_1، n_2 ہے۔



خاکہ 4.22 دو لمبے ہم محوری پیچوانوں کی باہمی امالیت

فرض کریں کہ پیچوان 1 میں بہنے والی برقی رو i_1 ہے پھر اس کے اندر پیدا ہونے ولا مقناطیسی میدان یہ ہوگا۔

$$B_1 = \mu_\circ\, n_1\, i_1$$

چونکہ $\vec{B_1}$ کے میدانی خطوط پیچواں 2 سے گھیرے ہوئے رقبے سے گزرتی ہیں، پیچواں 1 میں بہنے والی برقی رو کی وجہ سے پیچواں 2 کے ہر چکر کے ساتھ مقناطیسی بہاؤ منسلک ہوجاتا ہے اور وہ اس طرح دیا جاتا ہے۔

$$\Phi_{21} = \int_{A_2} \vec{B_1}.d\vec{A} = B_1 A_2 \qquad \theta = 0° \text{ چونکہ}$$
$$= (\mu_\circ n_1 i_1) A_2$$

پیچواں سے منسلک کل چکروں کا تعلق بہاؤ یہ N_2 ہے۔

$$N_2\Phi_{21} = (n_2 l)(\mu_\circ n_1 i_1) A_2 \quad ، N_2 = n_2 l \text{ چونکہ}$$
$$N_2\Phi_{21} = (\mu_\circ n_1 n_2 A_2 l) i_1$$

ہم جانتے ہیں کہ $N_2\Phi_{21} = M_{21} i_1$ ہے اوپر کی مساوات کا موازنہ کرنے پر ہم حاصل کرتے ہیں۔

$$M_{21} = \mu_\circ n_1 n_2 A_2 l \qquad (4.13)$$

یہ مساوات پیچواں 1 کے لحاظ سے پیچواں 2 کی باہمی امالیت M_{21} کی وضاحت کرتی ہے۔ اس طرح ہم پیچواں 2 کے لحاظ سے پیچواں 1 کی باہمی امالیت M_{12} بھی اسی طریقے سے معلوم کرسکتے ہیں۔

جب پیچواں 2 میں i_2 برقی رو بہتی ہے تو پیدا ہونے والا مقناطیسی میدان یہ ہوگا۔

$$B_2 = \mu_\circ n_2 i_2$$

یہ مقناطیسی میدان B_2 پیچواں 2 کے اندر مساوی ہوگا مگر پیچواں 2 کے باہر یہ میدان تقریباً صفر ہوگا۔ چنانچہ پیچواں 1 کے لئے رقبہ A_2 ہی موثر رقبہ ہوگا جہاں مقناطیسی میدان B_2 موجود ہوگا اور رقبہ A_1 میں مقناطیسی میدان نہیں ہوگا۔ لہذا پیچواں 2 میں بہنے والی برقی رو کی وجہ سے پیچواں 1 کے ہر چکر سے منسلک مقناطیسی بہاؤ Φ_{12} یہ ہے۔

$$\Phi_{12} = \int_{A_2} \vec{B}_2 \cdot d\vec{A} = B_2 A_2 = (\mu_\circ n_2 i_2) A_2$$

کل چکروں N_1 کے ساتھ پیچواں 1 کا تعلق بہاؤ یہ ہے۔

$$N_1\Phi_{12} = (n_1 l)(\mu_\circ n_2 i_2) A_2 \quad ، N_1 = n_1 l \text{ چونکہ}$$

$$N_1\Phi_{12} = (\mu_\circ n_1 n_2 A_2 l) i_2$$

ہم جانتے ہیں کہ $N_1\Phi_{12} = M_{12} i_2$ ہے اوپر کی مساوات کا موازنہ کرنے پر ہم حاصل کرتے ہیں۔

$$M_{12} = \mu_\circ n_1 n_2 A_2 l \qquad (4.14)$$

مساوات (4.13) اور (4.14) کی مدد سے ہم لکھ سکتے ہیں کہ

$$M_{12} = M_{21} = M \qquad (4.15)$$

عام طور پر دو لمبے ہم محوری پیچوانوں کے درمیان باہمی امالیت یہ ہوتی ہے۔

$$M = \mu_\circ n_1 n_2 A_2 l \qquad (4.16)$$

اگر پیچوانوں کے اندر μ_r اضافی / نسبتی انجذابیت والا ایک دوہری برقی واسطہ موجود ہو تو پھر

$$M = \mu n_1 n_2 A_2 l \quad \text{یا}$$
$$M = \mu_\circ \mu_r n_1 n_2 A_2 l$$

مثال 4.12

پہلے لچھے میں بہنے والی برقی رو 0.4 سکنڈ میں 2A سے 10A تک تبدیل ہوتی ہے۔ اگر دوسرے لچھے میں 60mV کی محرکۂ برق کی امالیت ہوتی ہے تو دو لچھوں کے درمیان باہمی امالیت معلوم کریں۔ نیز اگر پہلے لچھے میں بہنے والی برقی رو 0.3 سکنڈ میں 4A سے 16A تک تبدیل ہوتی ہو تو دوسرے لچھے میں امالیت پانے والی محرکۂ برق کی مقدار بھی معلوم کریں۔ صرف امالی محرکۂ برق ہی کا حساب لگائیے۔

حل

صورت حال (i)

$$di_1 = 10 - 2 = 8 \text{ A}; \; dt = 0.4 \text{ s};$$
$$\varepsilon_2 = 60 \times 10^{-3} \text{ V}$$

صورت حال (ii)

$$di_1 = 16 - 4 = 12 \text{ A}; \; dt = 0.03 \text{ s}$$

(i) لچھوں کے درمیان باہمی امالیت

$$M = \frac{\varepsilon_2}{di_1/dt} = \frac{60 \times 10^{-3} \times 0.4}{8}$$
$$M = 3 \times 10^{-3} \text{ H}$$

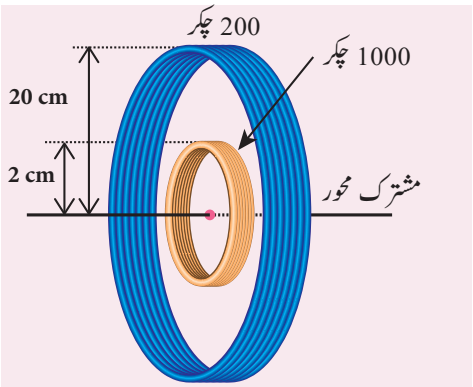
(ii) پہلے لچھے میں برقی رو کی تبدیلی کی شرح کی وجہ سے دوسرے لچھے میں امالی محرکۂ برق

$$\varepsilon_2 = M\frac{di_1}{dt} = \frac{3\times10^{-3}\times12}{0.03}$$
$$\varepsilon_2 = 1.2\,\text{V}$$

مثال 4.13

A اور B دو دائری لچھے تصور کریں جو ہم سطحی (coplanar) اور ہم محوری (Co – axial) ہوں جیسا کہ خاکہ میں بتایا گیا ہے۔ لچھا A کا نصف قطر 20 سم ہے جب کہ لچھا B کا نصف قطر 2 سم ہے۔ A اور B میں چکروں کی تعداد بالترتیب 200 اور 1000 ہے۔ دو لچھوں کے درمیان باہمی امالیت دریافت کریں۔ اگر لچھا A میں 0.04 S میں برقی رو کی تبدیلی 2A سے 6A تک ہوتی ہے تو لچھے B میں امالیت پانے والی محرکۂ برق معلوم کریں اور اس لمحہ پر لچھے B کے ذریعہ بہاؤ کی تبدیلی کی شرح بھی معلوم کریں۔

حل



$N_A = 200$ چکر; $N_B = 1000$ چکر;
$r_A = 20\times10^{-2}\,\text{m}$; $r_B = 2\times10^{-2}\,\text{m}$;
$dt = 0.04\,\text{s}$; $di_A = 6-2 = 4\,\text{A}$

فرض کریں کہ لچھے A میں i_A برقی رو بہتی ہے، پھر دائری لچھے A کے مرکز پر مقناطیسی میدان B_A یہ ہے۔

$$B_A = \frac{\mu_\circ N_A i_A}{2r_A} = \frac{4\pi\times10^{-7}N_A i_A}{2r_A}$$
$$= \frac{10^{-7}\times2\times3.14\times200}{20\times10^{-2}}\times i_A$$
$$= 6.28\times10^{-4} i_A\ \text{Wbm}^{-2}$$

لچھا B سے منسلک مقناطیسی بہاؤ

$$N_B\Phi_B = N_B B_A A_B$$
$$= 1000\times6.28\times10^{-4}\times i_A\times3.14\times\left(2\times10^{-2}\right)^2$$
$$= 7.89\times10^{-4} i_A\ \text{Wb}$$ چکر

لچھوں کے درمیان باہمی امالیت

$$M = \frac{N_B\Phi_B}{i_A} = 7.89\times10^{-4}\,\text{H}$$

لچھے B میں امالی محرکۂ برق ہے

$$\varepsilon_B = -M\frac{di_A}{dt}$$
$$\varepsilon_B = \frac{7.89\times10^{-4}\times(6-2)}{0.04}$$ صرف عددی مقدار
$$\varepsilon_B = 78.9\,\text{mV}$$

لچھے B کی مقناطیسی بہاؤ کی شرح

$$\frac{d(N_B\Phi_B)}{dt} = \varepsilon_B = 78.9\ \text{mWbs}^{-1}$$

4.4 امالی محرکۂ برق تیار کرنے کے طریقے
Methods of Producing Induced emf

4.4.1 Introduction تعارف

برق محرکی قوت (electromotive force) توانائی کے کسی ذریعہ کی وہ خصوصیت ہے، جو ایک برقی دور کے اطراف برقی باروں کو ہانکنے کی قابلیت رکھتی ہو۔ ہم پہلے ہی جان چکے ہیں کہ یہ درحقیقت ایک قوت نہیں ہے۔ یہ تو ایک اکائی برقی بار کو برقی دور کے اطراف حرکت کرانے کے لئے کیا گیا کام ہے۔ اس کی پیمائش JC^{-1} یا Volt سے کی جاتی ہے۔

توانائی کے ذرائع کی چند مثالیں جو محرکۂ برقی (emf) فراہم کرتے ہیں وہ یہ ہیں۔ برقی کیمیائی خانے، حرارتی برقی آلات، شمسی خانے اور برقی جنریٹر۔ ان میں سے برقی جنریٹر سب سے طاقت ور مشینیں ہیں۔ بڑی مقدار کی برقی رو پیدا کرنے کے لئے یہ استعمال ہوتے ہیں۔

فیرڈے کے برق مقناطیسی امالیت کے کلیے کے تحت، جب ایک برقی رو کے ساتھ منسلک مقناطیسی بہاؤ تبدیل ہوتا ہے تو اس میں ایک محرکۂ برق کی امالیت ہوتی ہے۔ یہ محرکۂ برق امالی محرکۂ برق کہلاتی ہے۔ امالی محرکۂ برق کی مقدار یوں پیش کی جاتی ہے۔

$$\varepsilon = \frac{d\Phi_B}{dt} \quad \text{یا}$$

$$\varepsilon = \frac{d}{dt}(BA\cos\theta) \qquad (4.17)$$

اوپر کی مساوات سے یہ صاف پتہ چلتا ہے کہ مندرجۂ ذیل، کسی بھی طریقوں میں مقناطیسی بہاؤ کو تبدیل کرنے سے امالی محرکۂ برق پیدا ہوتی ہے۔

(i) مقناطیسی میدان B کو تبدیل کرنے سے

(ii) لچھے کے رقبہ A کو تبدیل کرنے سے

(iii) مقناطیسی میدان کے ساتھ لچھے کا نسبتی زاویہ θ کی ترتیب کو تبدیل کرنے سے

4.4.2 مقناطیسی میدان تبدیل کرکے امالی محرکۂ برق پیدا کرنا

Production of induced emf by changing the magnetic field

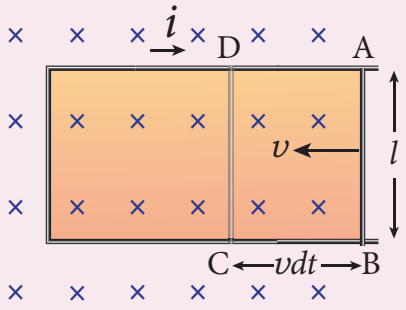
برق مقناطیسی امالیت پر فیرڈے کے تجربات سے یہ انکشاف کیا گیا ہے کہ ایک برقی دور کے ذریعہ میدان کے مقناطیسی بہاؤ کی تبدیلی سے اس برقی دور میں ایک امالی محرکۂ برق پیدا ہوتی ہے۔ یہ بہاؤ کی تبدیلی (i) برقی دور اور مقناطیس کے درمیان نسبتی حرکت سے (پہلا تجربہ) اور (ii) قریبی لچھے کے ذریعہ بہنے والی برقی رو کے تغیر سے واقع ہوتی ہے۔

4.4.3 لچھے کے رقبہ کو تبدیل کرکے امالی محرکۂ برق پیدا کرنا۔

Production of induced emf by changing the area of the coil

ایک موصلی سلاخ کا تصور کریں جس کی لمبائی l ہو اور وہ ایک مستطیل نما نصب کردہ دھاتی فریم پر v سمتی رفتار کے ساتھ بائیں طرف حرکت کررہی ہو جیسا کہ خاکہ 4.23 میں بتایا گیا ہے۔ اس پوری ترتیب کو ایک یکساں مقناطیسی میدان $\vec{B}$ میں رکھا جاتا ہے جس کے مقناطیسی خطوط کاغذ کی سطح کے اندرونی طرف رخ کرتے ہیں اور عمودی ہوتے ہیں۔

جب وہ سلاخ dt وقفہ میں AB سے DC تک حرکت کرتی ہے تو لوپ سے گھرا ہوا رقبہ گھٹتا ہے اور لہذا لوپ سے منسلک مقناطیسی بہاؤ بھی گھٹتا ہے۔



خاکہ 4.23 لوپ سے گھرے ہوئے رقبہ کو تبدیل کرکے امالی محرکۂ برق کی تیاری

dt وقت میں مقناطیسی بہاؤ میں ہونے والی تبدیلی

$$d\Phi_B = B \times \text{رقبہ کی تبدیلی } (dA)$$

$$= B \times \text{رقبہ } ABCD$$

$$\text{چونکہ رقبہ } ABCD = l(vdt)$$

$$d\Phi_B = Blvdt$$

$$\frac{d\Phi_B}{dt} = Blv \qquad \text{(یا)}$$

بہاؤ کی تبدیلی کے نتیجہ میں لوپ میں محرکۂ برق پیدا ہوتی ہے۔ اس امالی محرکۂ برق کی عددی مقدار یہ ہے

$$\varepsilon = \frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\varepsilon = Blv \qquad (4.18)$$

یہ محرکۂ برق حرکی محرکۂ برق (motional emf) کہلاتی ہے، چونکہ یہ مقناطیسی میدان میں موصل کی حرکت کی وجہ سے پیدا ہوتی ہے۔ فلیمنگ کے دائیں ہاتھ کے کلیے کی مدد سے امالی برقی رو کی سمت ساعتی معلوم ہوتی ہے۔

اگر لوپ کی مزاحمت R ہوتو پھر امالی برقی رو یوں پیش کی جائے گی۔

$$i = \frac{\varepsilon}{R}$$
$$i = \frac{Bl\upsilon}{R} \qquad (4.19)$$

بقائے توانائی

مقناطیسی میدان میں عمودی طور پر رکھی گئی حرکت پذیر سلاخ AB بیرونی سمت میں ایک قوت $\vec{F}_B$ سے متاثر ہوتی ہے جو کہ اس کی حرکت کی مخالف سمت ہے۔ یہ قوت یوں ظاہر کی جاتی ہے۔

$$\vec{F}_B = i\vec{l}\times\vec{B} = ilB\sin\theta$$
$$= ilB \qquad \theta = 90° \text{ چونکہ}$$

سلاخ کو مستقل سمتی رفتار $\vec{\upsilon}$ کے ساتھ حرکت کرانے کے لئے مقناطیسی قوت کی مساوی اور مخالف قوت دینی چاہئے۔

$$\left|\vec{F}_{app}\right| = \left|\vec{F}_B\right| = ilB$$

چنانچہ سلاخ کو حرکت کرانے کے لئے دی گئی قوت سے میکانیکی کام کیا گیا ہے۔ طاقت یا کام کرنے کی شرح یہ ہے۔

$$P = \vec{F}_{app}\cdot\vec{\upsilon} = F_{app}\upsilon\cos\theta \qquad \theta = 0° \text{ یہاں}$$
$$= ilB\upsilon$$
$$= \left(\frac{Bl\upsilon}{R}\right)lB\upsilon$$
$$P = \frac{B^2l^2\upsilon^2}{R} \qquad (4.20)$$

جب لوپ میں امالی برقی رو بہتی ہے، جول کی حرارت حصہ لیتی ہے۔ شرح جس پر لوپ میں حرارتی توانائی منتشر ہوتی ہے یا طاقت منتشر ہوتی ہے وہ یہ ہے۔

$$P = i^2R$$
$$P = \left(\frac{Bl\upsilon}{R}\right)^2 R$$
$$P = \frac{B^2l^2\upsilon^2}{R} \qquad (4.21)$$

یہ مساوات عین وہی ہے جو (4.20) میں ہے۔ لہذا سلاخ کو ہٹانے کے لئے درکار میکانکی توانائی برقی توانائی میں تبدیل ہوئی ہے، جو بعد میں لوپ میں حرارتی توانائی بن کر ظاہر ہوئی ہے۔ توانائی کی یہ بقا، کلیہ بقائے توانائی کے متواتر ہوتی ہے یعنی کلیہ کی اتباع کرتی ہے۔

مثال 4.14

0.4 T کے ایک یکساں مقناطیسی میدان میں 0.03 m^2 رقبہ والی ایک دائری دھات گردش کرتی ہے۔ گردشی محور اس کی سطح کے عمودی طور پر اس کے مرکز سے گزرتی ہے اور وہ میدان کے متوازی بھی ہے۔ اگر وہ ڈسک ایک سکنڈ میں 20 گردش مکمل کرتی ہے اور اس کی مزاحمت 4 Ω ہے تو رم (rim) اور محور کے درمیان امالیت پانے والی محرکۂ برق دریافت کریں اور ڈسک میں بہنے والی امالی برقی رو بھی معلوم کریں۔

حل

$A = 0.03\ m^2;\ B = 0.4\ T;\ f = 20\ rps;$
$R = 4\ \Omega$

چکر فی سکنڈ (rps)

امالی وقت میں ڈسک سے گھیرا گیا رقبہ

تعداد × ڈسک کا رقبہ =

$$\frac{dA}{dt} = 0.03 \times 20$$
$$= 0.6\ m^2$$

امالی محرکۂ برق کی عددی مقدار

$$\varepsilon = \frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{d(BA)}{dt} = B\frac{dA}{dt}$$
$$\varepsilon = \frac{0.4\times0.6}{1} = 0.24\,V$$

امالی برقی رو $i = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{0.24}{4} = 0.06\,A$

نوٹ

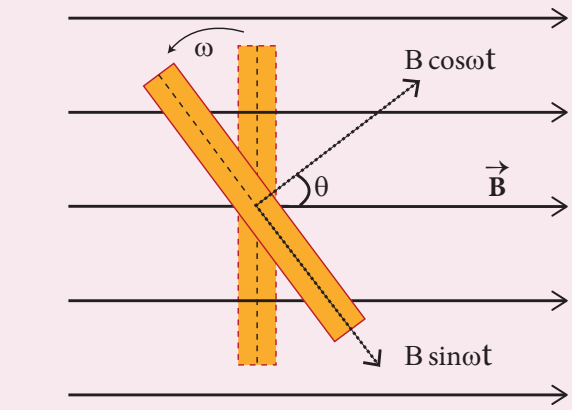
لچھے اور مقناطیسی میدان کے درمیانی زاویے کی ترتیب کو تبدیل کرکے بھی محرکۂ برق کی امالیت کی جاسکتی ہے۔ ایک لچھے کو مقناطیسی میدان میں گھمانے سے یا ایک مقناطیسی میدان کو ثبت شدہ لچھے کے اطراف گھمانے سے یہ عمل واقع ہوتا ہے۔ یہاں گردش کرنے والے لچھے سے یہ عمل ظاہر ہو رہا ہے۔

4.4.4 مقناطیسی میدان کے ساتھ لچھے کی نسبتی یا زاویائی ترتیب کو تبدیل کرکے امالی محرکۂ برق پیدا کرنا

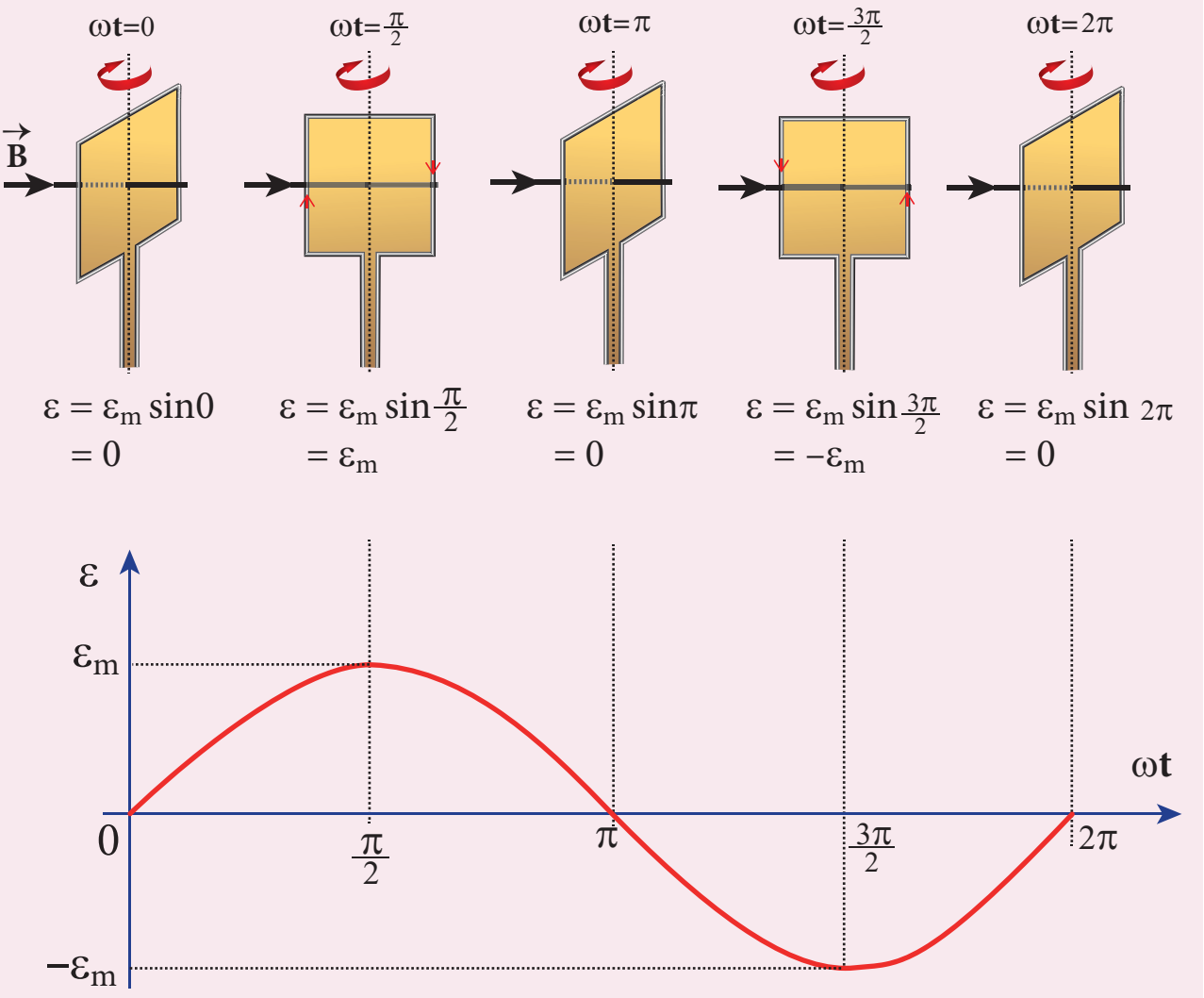
Production of induced emf by changing relative orientation of the coil with the magnetic field

ایک یکساں مقناطیسی میدان $\vec{B}$ میں رکھے گئے N چکروں والے ایک مستطیل نما لچھے کا تصور کریں جیسا کہ خاکہ 4.24 میں بتایا گیا ہے۔ وہ لچھا میدان کے عمودی طور پر کاغذ کی سطح کے ساتھ ایک محور پر ω زاویائی سمتی رفتار کے ساتھ غیر ساعتی سمت میں گردش کررہا ہے۔

$t = 0$ وقت پر لچھے کی سطح مقناطیسی میدان کے عمود میں ہوتا ہے اور لچھے سے منسلک بہاؤ کی قیمت سب سے زیادہ ہوتی ہے، یعنی $\Phi_m = NBA$ ہے۔ (جہاں A لچھے کا رقبہ ہے)



خاکہ 4.24 لچھا ایک زاویہ $\theta = \omega t$ کے ذریعہ گھمایا گیا ہے



خاکہ 4.25 ωt کے عمل کی بنیاد پر امالی محرکۂ برق کا تغیر

t سکنڈ کے وقفہ میں ایک زاویہ $\theta (= \omega t)$ کے ذریعہ غیر ساعتی سمت میں لچھا گھمایا جاتا ہے۔ اس حالت میں منسلک بہاؤ $NBA\cos\omega t$، لچھے کی سطح کے عمودی میدان یا جزء $\vec{B}$ کی وجہ سے ہوتا ہے۔ جزء $(B\sin\omega t)$ جو سطح کے متوازی ہے، برق مقناطیسی امالیت میں اس کا کوئی کردار نہیں ہے۔ لہذا اس انحرافی حالت پر لچھے سے منسلک تعلق بہاؤ یہ ہے۔

$$N\Phi_B = NBA\cos\theta = NBA\cos\omega t$$

فیرڈے کے کلیے کے تحت، اس وقفہ پر امالیت ہونے والی محرکۂ برق یہ ہے

$$\begin{aligned}\varepsilon &= -\frac{d}{dt}(N\Phi_B) = -\frac{d}{dt}(NBA\cos\omega t)\\ &= -NBA(-\sin\omega t)\omega\\ &= NBA\,\omega\sin\omega t\end{aligned}$$

جب لچھے کو ابتدائی حالت سے $90°$ کے ذریعہ گھمایا جاتا ہے تو $\sin\omega t = 1$ ہوجاتا ہے۔ لہذا امالی محرکۂ برق کی زیادہ سے زیادہ قیمت یہ ہے۔

$$\varepsilon_m = NBA\omega$$

چنانچہ، کسی بھی وقت میں امالی محرکۂ برق کی قیمت یہ ہوگی۔

$$\varepsilon = \varepsilon_m \sin\omega t \qquad (4.22)$$

یہ دیکھاجاتاہے کہ وقتی زاویہ ωt کے sine کے عمل سے امالی محرکۂ برق تغیر پاتی ہے۔ امالی محرکۂ برق اور لچھے کی ایک گردش کے لئے وقتی زاویہ کے درمیانی گراف کی شکل Sine منحنی ہی (a sine curve) ہوگی، (خاکہ 4.25) اور اس قسم سے ہونے والا محرکۂ برق کا تغیر Sinusoidal emf یا متبادل محرکۂ برق (alternating emf) کہلاتا ہے۔

اگر ایک بند برقی دور کے لئے ایک متبادل وولٹیج دیا جاتا ہے تو اس میں ایک متبادل متغیر برقی رو بہنے لگتی ہے۔ یہ برقی رو متبادل برقی رو کہلاتی ہے۔ اور وہ اس طرح پیش کی جاتی ہے۔

$$i = I_m \sin\omega t \qquad (4.23)$$

جہاں I_m امالی برقی رو کی سب سے زیادہ قیمت ہے۔

مثال 4.15

70cm^2 رقبہ اور 600 چکروں والا ایک مستطیل نما لچھا 0.4Wbm^{-2} کے مقناطیسی میدان کے عمودی محور کے تحت گردش کرتا ہے۔ اگر وہ لچھا ایک منٹ میں 500 گردشیں مکمل کرتا ہے، لچھے کی سطح جب (i) میدان کے عمودی ہو (ii) میدان کے متوازی ہو اور (iii) میدان کے ساتھ $60°$ پر ترتیب پائی ہوئی ہو تو بروقتہ محرکۂ برق محسوب کریں۔

حل

$A = 70 \times 10^{-4}\,\text{m}^2$; $N = 600$ چکر

$B = 0.4\ \text{Wbm}^{-2}$; $f = 500$ rpm

بروقتہ محرکۂ برق یہ ہے

rpm کا مطلب فی منٹ ہونے والی گردش کی تعداد ہے۔

$$\varepsilon = \varepsilon_m \sin\omega t$$

چونکہ $\varepsilon_m = N\Phi_m\omega = N(BA)(2\pi f)$

$$\varepsilon = NBA \times 2\pi f \times \sin\omega t$$

(i) جب $\omega t = 0°$

$$\varepsilon = \varepsilon_m \sin 0 = 0$$

(ii) جب $\omega t = 90°$

$$\begin{aligned}\varepsilon = \varepsilon_m \sin 90° &= NBA \times 2\neq f \times 1\\ &= 600 \times 0.4 \times 70 \times 10^{-4} \times 2 \times \frac{22}{7} \times \left(\frac{500}{60}\right)\\ &= 88\,\text{V}\end{aligned}$$

(iii) جب $\omega t = 90° - 60° = 30°$

$$\varepsilon = \varepsilon_m \sin 30° = 88 \times \frac{1}{2} = 44\ \text{V}$$

4.5 AC جنریٹر (برقی رو کا جنک)
AC GENERATOR

4.5.1 تعارف Introduction

AC جنریٹر یا متبادل گر (alternator) توانائی تبدیل کرنے والا ایک آلہ ہے۔ یہ لچھے یا میدانی مقناطیس کو گھمانے والی میکانیکی توانائی کو برقی توانائی میں تبدیل کرتا ہے۔ متبادل گر ایک بڑی مقدار کی برقی طاقت پیدا کرتا ہے جو گھروں اور صنعت گاہوں میں استعمال ہوتی ہے۔ خاکہ 4.26 میں AC جنریٹر اور اس کے اجزاء بتائے گئے ہیں۔



خاکہ 4.26 AC جنریٹر اور اس کے اجزاء

4.5.2 اصول Principle

متبادل گر (Alternators) برق مقناطیسی امالیت کے اصول پر کام کرتے ہیں۔ ایک موصل اور ایک مقناطیسی میدان کے درمیان اضافی/ نسبتی حرکت موصل سے منسلک مقناطیسی بہاؤ کو تبدیل کرتی ہے جو مسلسل ایک محرکۂ برق کی امالیت کرتی ہے۔

امالی محرکۂ برق کی عددی مقدار فیرڈے کے برق مقناطیسی کلیے سے پیش کی جاتی ہے اور اس کی سمت کو فلیمنگ کے دائیں ہاتھ کے کلیے سے معلوم کیا جاتا ہے۔

نوٹ

ایک مقناطیسی میدان میں لچھے کو گھما کر یا ایک ثبت شدہ لچھے کے اندر مقناطیسی میدان کو گھما کر متبادل محرکۂ برق پیدا کی جاتی ہے۔ پہلا طریقہ چھوٹے AC جنریٹروں میں استعمال کیا جاتا ہے جب کہ دوسرا طریقہ بڑے AC جنریٹروں کے لئے استعمال ہوتا ہے۔ گردشی میدان کا طریقہ ایسا طریقہ ہے جو عام طور پر طاقت گھروں میں استعمال ہوتا ہے۔

4.5.3 بناوٹ Construction

متبادل گر کے دو بڑے حصے ہوتے ہیں۔ Stator (ساکن گر) اور rotor (گردشی متحرک) ان کے نام کے لائق ان کے کام ہوتے ہیں کہ Stator (ساکن گر) غیر متحرک ہوتا ہے جب کہ روٹار rotor، ساکن گر (Stator) کے اندر گھومتا ہے۔ کسی بھی تجارتی متبادل گر یا جنریٹر کی معیاری بناوٹ میں ساکن گر پر، لپیٹوں والے مقنازرہ (armature) کو چڑھایا جاتا ہے اور میدانی مقناطیس کو گردشی متحرک (rotor) پر چڑھایا جاتا ہے۔

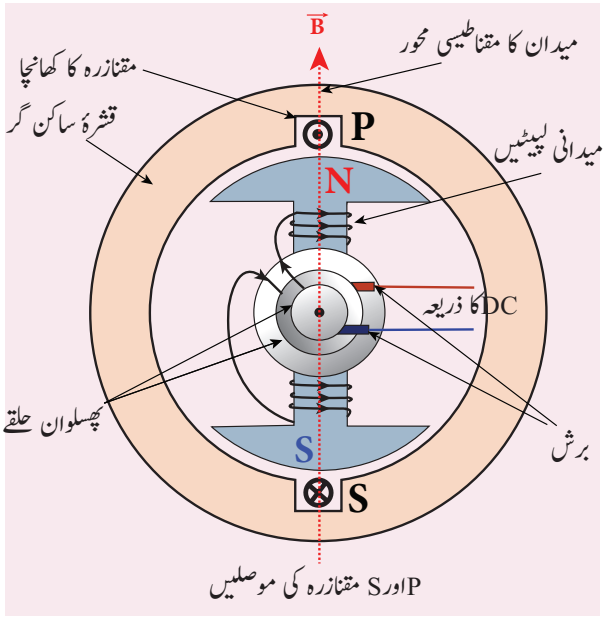
(i) ساکن گر (Stator)

پرسکون حصہ جس پر لپیٹوں والا مقنازرہ چڑھا یا ہوا ہوتا ہے، ساکن گر کہلاتا ہے۔ اس کے دو اجزاء ہوتے ہیں ۔ قشرۂ ساکن گر Stator Core اور لپیٹوں والا مقنازرہ۔

قشرۂ ساکن گر یا قشرۂ مقنازرہ لوہے یا اسٹیل کی بھرت سے بنا ہوا ہے۔ یہ ایک کھوکھلا استوانہ ہے جو مجوز کیا ہوا ہوتا ہے تاکہ گردابی برقی رو Eddy current کے نقصان کو کم کرسکے۔ مقنازرہ کی لپیٹوں کو اچھی طرح ثبت کرنے کے لئے مقنازرہ کے اندرونی حصوں میں گڑھے بنائے ہوئے ہوتے ہیں۔

JBZ57

مقنازرہ کی لپیٹیں وہ لچھا ہے جو قشرۂ مقنازرہ کے کھانچے (گڑھوں والے حصے) پر لپیٹے جاتے ہیں (خاکہ 4.27)۔



خاکہ 4.27 قشرۂ ساکن گر، مقنازرہ کی لپیٹیں اور دو قطبی روٹار

(ii) روٹار Rotor

روٹار میں مقناطیسی میدانی لپیٹیں ہوتی ہیں۔ مقناطیسی قطبوں کو DC کے ذریعہ سے مقنایا جاتا ہے۔ میدانی لپیٹوں کے کناروں کو پھسلنے والے حلقوں کی ایک جوڑی سے جوڑ دیاجاتا ہے۔ یہ جوڑی ایک عام شافٹ سے لگی ہوتی ہے جس پر روٹار گھومنے لگتا ہے۔ پھسلنے والے حلقے بھی روٹار کے ساتھ گھومنے لگتے ہیں۔

DC ذریعہ اور میدانی لپیٹوں کے درمیانی جوڑ کو قائم رکھنے کے لئے دو برشیں لگے ہوتے ہیں جو لگاتار پھسلنے والے حلقوں کو چھوئے ہوئے ہوتے ہیں۔ خاکہ 4.27 میں دو قطبی روٹار بتایاگیاہے۔

ہم ذیل کے حصوں میں یک ہیئتی اور سہ ہیئتی AC (single Phase & three phase) جنریٹروں کے دو نموں کی بناوٹ اور کارگردگی کے بارے میں بحث کریں گے۔

4.5.4 پرسکون مقنازرہ۔ گردشی میدان والے متبادل گر کے فائدے

Advantages of stationary armature-rotating field alternator

متبادل گر عام طور پر اعلیٰ برقی رو اور اعلیٰ وولٹیج کی مشینیں ہوتی ہیں۔ پر سکون مقنازرہ - گردشی میدان، کی بناوٹ کے، کئی فوائد ہیں ان میں سے چند یہاں مذکور ہیں۔

1۔ برشوں کے استعمال کے بغیر ہی ساکن گر پر ثبت شدہ سروں سے براہ راست برقی رو حاصل کرلی جاتی ہے۔

2۔ ساکن مقنازرہ کی لپیٹوں کی محجوزیت بہت آسان ہے۔

3۔ پھسلنے والے جوڑوں (پھسلنے والے حلقے) کی تعداد کم کردی جاتی ہے۔ علاوہ ازیں پھسلنے والے جوڑوں کو کم وولٹیج کے DC ذریعوں میں استعمال کیا جاتا ہے۔

4۔ مقنازرہ کی لپیٹوں کو بہت سخت اور مضبوط بنایا جاسکتا ہے تاکہ میکانیکی بوجھ کی وجہ سے وہ نکل نہ پائیں۔

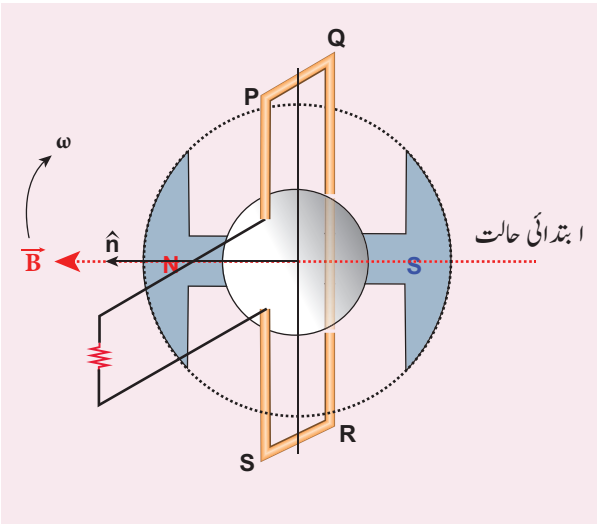
4.5.5 یک ہیئتی AC جنریٹر

Single phase AC generator

ایک یک ہیئتی AC جنریٹر میں مقنازرہ کی موصلوں کو سلسلہ وار جوڑا جاتا ہے تاکہ ایک اکیلا برقی دور قائم ہو جو یک ہیئتی متبادل محرکۂ برقی رو پیدا کرسکے اور اس لئے یہ یک ہیئتی متبادل گر کہلاتا ہے۔

AC جنریٹر کے سادہ ترین نمونے میں ایک اکیلی لپیٹ single turn والا مستطیل نما لوپ PQRS ساکن گر Stator چڑھایا جاتا ہے۔ ساکن گر کے اندر میدانی لپیٹ ثبت کردیا جاتا ہے اور وہ ایک محور پر گھمایا جاسکتا ہے جو محور کاغذ کی سطح کے عمودی ہے۔

لوپ PQRS بھی ساکن ہے اور وہ بھی کاغذ کی سطح کے عمودی ہے۔ جب میدانی لپیٹیں پر جوش ہوجاتی ہیں ان کے اطراف مقناطیسی میدان پیدا ہوجاتا ہے۔ فرض کریں کہ کچھ بیرونی ذریعہ کی مدد سے میدانی مقناطیس کو ساعتی سمت میں گھمایا جاتا ہے (خاکہ 4.28)۔



خاکہ 4.28 PQRS لوپ اور میدانی مقناطیس اپنی ابتدائی حالت میں

تصور کریں کہ میدانی مقناطیس کی ابتدائی حالت افقی ہے۔ اس وقفہ پر مقناطیسی میدان کی سمت PQRS لوپ کی سطح کے عمودی ہوتی ہے۔ امالی محرکۂ برق صفر ہوتی ہے (ملاحظہ ہو حصہ 4.4 معاملہ iii) اس کو امالی محرکۂ برق اور وقتی زاویہ کے درمیان بنائے گئے گراف میں آغاز 'O' ('origin' O) سے ظاہر کیا گیا ہے (خاکہ 4.29)۔

جب میدانی مقناطیس 90° زاویہ کے ذریعہ گھومتا ہے، اس وقفہ پر مقناطیسی میدان PQRS کے متوازی ہوجاتا ہے۔ PQ اور RS کے آر پار امالی محرکۂ برق سب سے زیادہ ہوتی ہے۔ چونکہ وہ سلسلہ وار جڑے ہوتے ہیں، محرکہ برقیں جمع ہوجاتی ہیں اور کل امالی محرکۂ برق کی سمت فلیمنگ کے دائیں ہاتھ کے کلیہ کی مدد سے پیش کی جاتی ہے۔

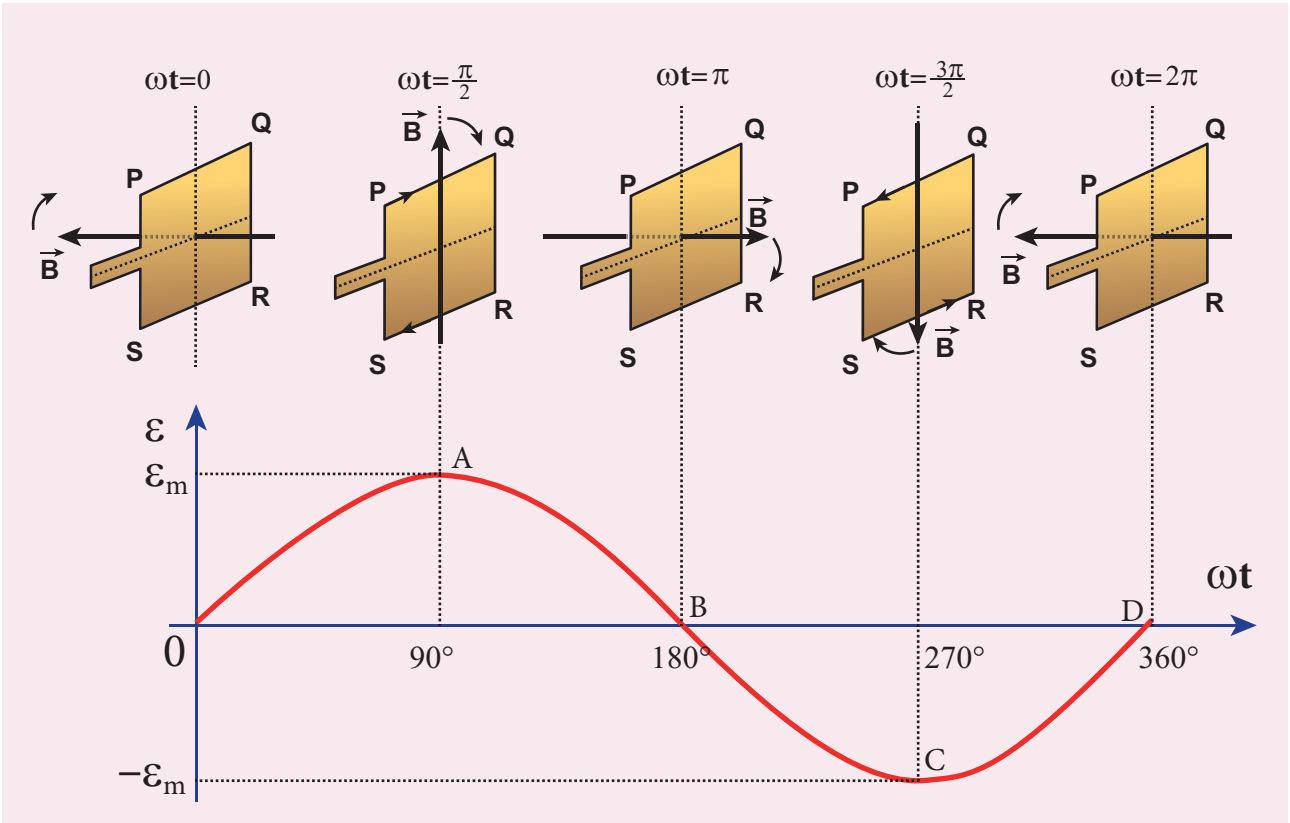
اس کلیہ کو اپناتے وقت دھیان دینا ضروری ہوگا۔ انگوٹھا میدان کے لحاظ سے موصل کی حرکت کی سمت کو ظاہر کرتا ہے۔ قطبینی حرکت ساعتی ہو تو موصل غیر ساعتی سمت میں حرکت کرتا دکھائی دیتا ہے۔ لہذا انگوٹھے کا اشارہ بائیں جانب ہونا چاہئے۔ امالی محرکۂ برق کی سمت کاغذ کی سطح کے زاویہ قائمہ پر ہوتی ہے۔

PQ کے لئے، یہ اندرونی جانب ہے اور RS کے لئے یہ بیرونی جانب ہے۔ لہذا PQRS کے ذریعہ برقی رو بہتی ہے۔ گراف میں نقطہ A اس بڑی مقدار کی محرکۂ برق کو ظاہر کرتا ہے۔

ابتدائی حالت سے 180° زاویہ کی گردش کے لئے، میدان دوبارہ PQRS کے عمودی ہوجاتا ہے اور امالی محرکۂ برق صفر ہوجاتی ہے۔ اسے نقطہ B سے ظاہر کیا گیا ہے۔

میدانی مقناطیس پھر سے PQRS، کے متوازی ہوجاتا ہے جب وہ 270° کی زاویائی گردش کرتا ہے۔ امالی محرکۂ برق دوبارہ زیادہ ہوجاتی ہے مگر اب کی بار سمت مخالف ہوجاتی ہے۔ لہذا برقی رو SRQP کے ذریعہ بہنے لگتی ہے۔ اسے نقطہ C سے ظاہر کیا گیا ہے۔

360° کی ایک زاویائی گردش مکمل کرنے پر امالی محرکۂ برق پھر سے صفر ہوجاتی ہے اور اسے نقطہ D سے ظاہر کیا گیا ہے۔ گراف کی مدد سے یہ صاف ظاہر ہوتا ہے کہ PQRS میں امالیت ہونے والی محرکۂ برق فطری طور پر متبادل ہے۔ چنانچہ جب میدانی مقناطیس ایک گردش مکمل کرتا ہے تو PQRS میں پیدا ہونے والی امالی محرکۂ برق ایک دور مکمل کرتی ہے۔



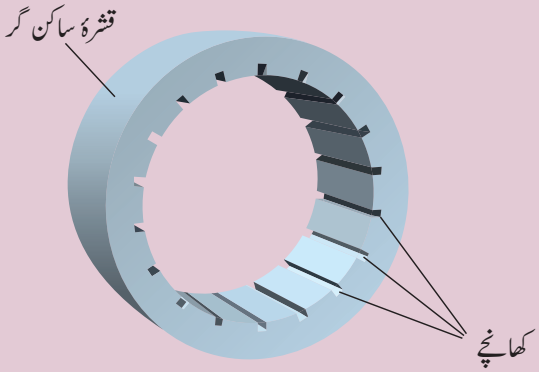
خاکہ 4.29 وقت کے زاویہ کے ساتھ امالی emf میں تبدیلی

AC جنریٹر کی بناوٹ (یہ حصہ امتحان کے لئے نہیں ہے)

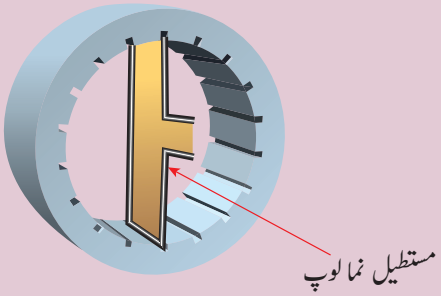
متبادل گر کے دو اہم حصے ساکن گر (Stator) اور روٹار ہیں۔ یہ صفحہ جنریٹر کی بناوٹ کے بارے میں اچھی طرح سمجھنے کے لئے رکھا گیا ہے۔

Stator (i)

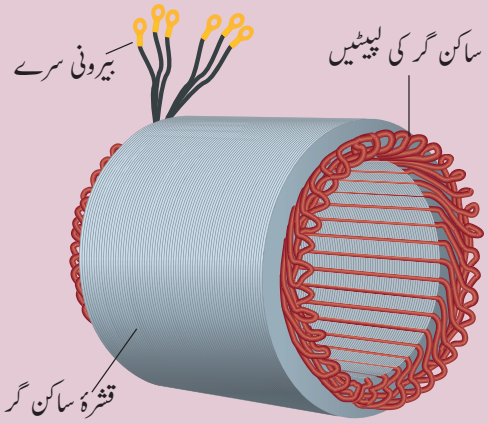
ساکن گر کے تین اجزاء ہیں۔ سانچہ فریم، قشرہ اور مقنازرہ کی لپیٹیں (armature winding)۔



خاکہ (a): خالی کھانچوں والا قشرہ ساکن گر



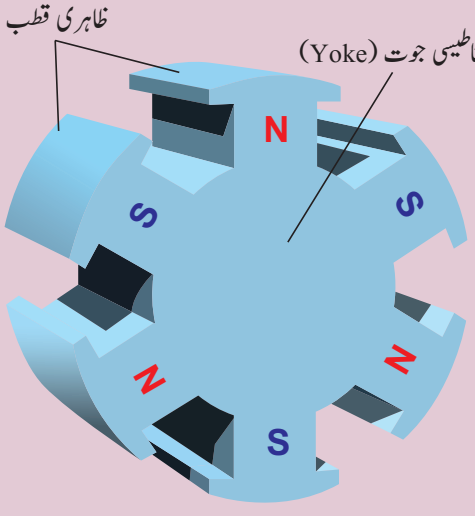
خاکہ (b) مستطیل نما لوپ کے ساتھ قشرۂ ساکن گر



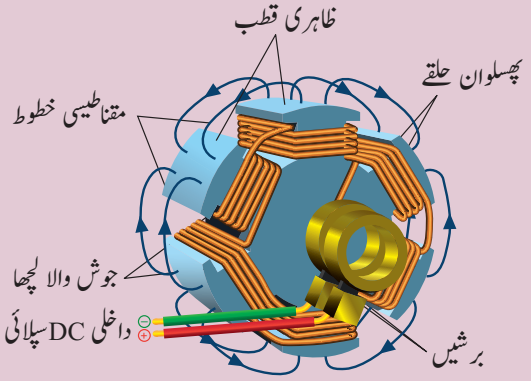
خاکہ (c) مقنازرہ کی لپیٹیں کے ساتھ قشرۂ ساکن گر کی لپیٹیں

(ii) روٹار:

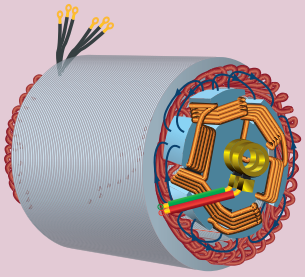
روٹار میں مقناطیسی میدانی لپیٹیں ایک ہی شافٹ میں چڑھائے گئے پھسلنے والے حلقے اور برشیں ہوتے ہیں۔



خاکہ (d) چھ قطبوں والا روٹار



خاکہ (e) مقناطیسی میدانی لپیٹیں، پھسلوان حلقے اور برشوں کے ساتھ 6 قطبوں والا روٹار



خاکہ (f) قشرۂ ساکن گر اور روٹار

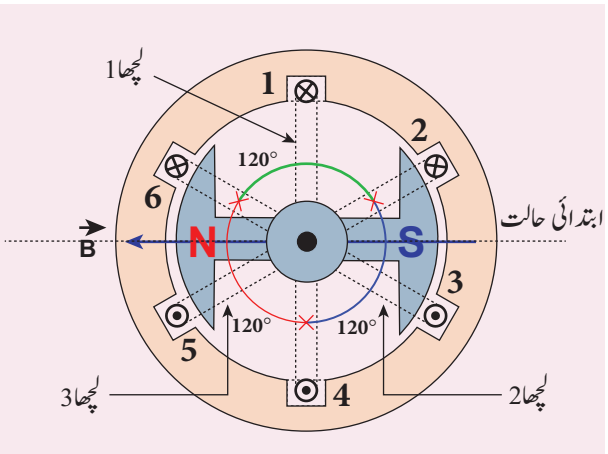
4.5.6 کثیر ہیئتی AC جنریٹر
Poly-phase AC generator

چند AC جنریٹروں میں قشرہ مقنازرہ میں ایک سے زیادہ لچھے ہوتے ہیں اورہر لچھا ایک متبادل محرکۂ برق پیدا کرتا ہے۔ ان جنریٹروں میں ایک سے زیادہ محرکات برق پیدا ہوتی ہیں۔ اس لئے یہ کثیر ہیئتی جنریٹر Poly – Phase Generator کہلاتے ہیں۔

اگر ایک جنریٹر میں دو متبادل محرکات برق پیدا ہوتی ہوں تو وہ دو ہیئتی جنریٹر کہلاتا ہے۔ چند جنریٹروں میں تین علاحدہ لچھے ہوتے ہیں جو تین علاحدہ محرکات برق فراہم کرتے ہیں۔ لہذا یہ سہ ہیئتی AC جنریٹر کہلاتے ہیں۔

4.5.7 سہ ہیئتی AC جنریٹر
Three-phase AC generator

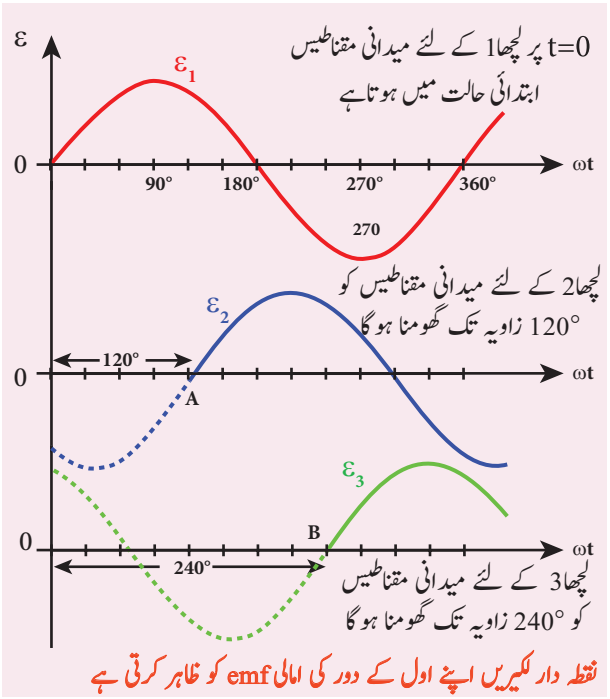
سہ ہیئتی AC جنریٹر کی سادہ تر بناوٹ میں موجود قشرہ مقنازرہ میں اندرونی رم میں 6 کھانچے پائے جاتے ہیں۔ ہر کھانچہ ایک دوسرے سے 60° کا زاویہ بناتا ہے۔ ان کھانچوں میں مقنازرہ کے 6 موصل چڑھادئے جاتے ہیں۔ موصلیں 1 اور 4 کو سلسلہ وار جوڑکر پہلا لچھا بنایا جاتا ہے۔ موصلیں 3 اور 6 کو سلسلہ وار جوڑکر دوسرا لچھا بنایا جاتا ہے جب کہ موصلیں 5 اور 2 کو سلسلہ وار جوڑکر تیسرا لچھا بنایا جاتا ہے اس لئے یہ مستطیل نما دکھائی دیتے ہیں اور یہ لچھے ایک دوسرے سے 120° کازاویہ بناتے ہیں (خاکہ 4.30)۔



خاکہ 4.30 سہ ہیئتی AC جنریٹر کی بناوٹ

ابتدائی حالت میں میدانی مقناطیس افقی ہوتا ہے اور میدانی سمت پہلے لچھے کی سطح کے عمودی ہوتی ہے جیسا کہ ایک ہیئتی AC جنریٹر میں دیکھا گیا۔ جب میدانی مقناطیس کو اس حالت سے ساعتی سمت میں گھمایا جاتا ہے تو لچھا 1 میں متبادل محرکۂ برق ε_1 اپنا دور آغاز 'O' (origin) سے شروع کرتی ہے۔ اسے خاکہ 4.31 میں بتایا گیا ہے۔

لچھا 2میں موجود متبادل محرکۂ برق ε_2 نقطہ A پر اپنا دور شروع کرتی ہے۔ جب میدانی مقناطیس 120° کی گردش کرچکا ہوتا ہے۔ چنانچہ ε_1 اور ε_2 کے درمیان 120° کا ہیئتی فرق (Phase difference) پایا جاتا ہے۔ اسی طرح لچھا 3 میں موجود متبادل محرکۂ برق ε_3 اپنا دور نقطہ B میں شروع کرے گی جب میدانی مقناطیس کا زاویہ 240° ہوگا۔ اس لئے سہ ہیئتی AC جنریٹر میں پیدا ہونے والی محرکات برق کے درمیان 120° کا ہیئتی فرق رہتا ہے۔



خاکہ 4.31 وقتی زاویہ کے ساتھ ε_1، ε_2 اور ε_3 محرکات برق کا تغیر

4.5.7 سہ۔ ہیئتی متبادل گر کے فائدے
Advantages of three-phase alternator

یک ہیئتی متبادل گر کے نظام کے مقابلے میں سہ ہیئتی نظام کے بہت سے فائدے ہیں۔ آئیے ہم ان میں سے چند فائدے دیکھیں۔

1۔ جنریٹر کے ایک دئے گئے ابعاد (dimension) کے لئے سہ۔ ہیئتی مشینیں یک ہیئتی مشینوں کے مقابلے میں زیادہ برقی طاقت بناکر دیتے ہیں۔

2۔ یکساں طاقت کے لئے سہ ہیئتی مشینوں کی جسامت یک ہیئتی مشینوں کے مقابلے میں چھوٹی ہوتی ہے۔

3۔ سہ۔ ہیئتی منتقلی نظام سستا ہوتا ہے۔ سہ ہیئتی منتقلی کے لئے نسبتاً ایک باریک تار ہی کافی ہوتی ہے۔

4.6 مبدل (ٹرانسفارمر) TRANSFORMER

مبدل ایک غیر محرک آلہ ہے جو برقی طاقت کو ایک برقی دور سے دوسرے برقی دور میں اس کی تعدد کو تبدیل کئے بغیر منتقل کرتا ہے۔ ایک دور میں دئے گئے متبادل وولٹیج کو، اس کی متعلقہ برقی رو کو کم یا زیادہ کرکے گھٹایا یا بڑھایا جاتا ہے۔

اگر ایک مبدل کم وولٹیج والی متبادل برقی رو کو زیادہ وولٹیج والی متبادل برقی رو میں تبدیل کرتا ہے تو یہ مبدل عروجی مبدل (Step-up transformer) کہلاتا ہے۔ اس کے برعکس اگر ایک مبدل زیادہ وولٹیج والی متبادل برقی رو کو کم وولٹیج والی متبادل برقی رو میں تبدیل کرتا ہے تو وہ مبدل زوالی مبدل (Step down transformer) کہلاتا ہے۔

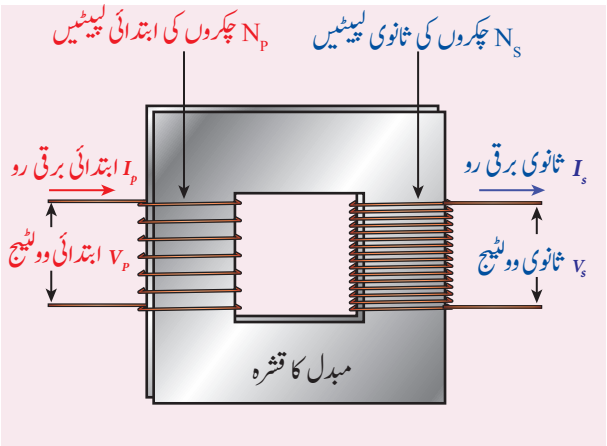
4.6.1 مبدل کی بناوٹ اور کام
Construction and working of transformer

اصول

دو لچھوں کے درمیان ہونے والی باہمی امالیت ہی مبدل کا اصول ہے۔ یعنی جب ایک لچھے میں بہنے والی برقی رو وقت کے ساتھ تبدیل ہوتی ہے تو قریبی لچھے میں ایک محرکۂ برق کی امالیت ہوتی ہے۔

بناوٹ

مبدلوں کی سادہ بناوٹ میں، ایک ہی مبدلی قشرہ پر بندھے ہوئے اعلیٰ باہمی امالیت رکھنے والے دو لچھے ہوتے ہیں۔ قشرہ عام طور پر مجوز کیا ہوا ہوتا ہے اور وہ سلیکان، اسٹیل جیسے



خاکہ 4.32 (a) مبدل کی بناوٹ



خاکہ 4.32 (b) سڑکوں کے کنارے موجود ٹرانسفارمر (مبدل)

اچھے مقناطیسی اشیاء سے بنا ہوتا ہے۔ لچھے برقی طور پر مجوز کئے ہوئے ہوتے ہیں مگر مقناطیسی طور پر مبدل کے قشرہ سے منسلک ہوتے ہیں (خاکہ 4.32)۔

وہ لچھا جس کے آر پار متبادل وولٹیج بھیجا جاتا ہے، ابتدائی لچھا (P) کہلاتا ہے اور وہ لچھا جس سے برقی طاقت چھڑائی / حاصل کی جاتی ہے، ثانوی لچھا کہلاتا ہے۔ جمع شدہ قشرہ اور لچھوں کو ایک ڈبہ میں رکھا جاتا ہے جو ایک مناسب واسطہ سے بھرا ہوتا ہے جو مجوزیت اور ٹھنڈا کرنے کے مقصد کو پورا کرنے والا ہوتا ہے۔

عمل (working)

اگر ابتدائی لچھے کو متبادل وولٹیج کے ایک ذریعہ سے جوڑا جاتا ہے تو مجوز قشرہ میں ایک متبادل مقناطیسی بہاؤ قائم ہوتا ہے۔ اگر وہاں مقناطیسی بہاؤ کا رساؤ نہ ہو تو ابتدائی لچھے سے منسلک کل مقناطیسی بہاؤ ثانوی لچھے سے منسلک ہوجاتا ہے۔

اس کا مطلب یہ ہے کہ جس شرح پر ہر چکر کے ذریعہ مقناطیسی بہاؤ تبدیل ہوتا ہے، وہ ابتدائی اور ثانوی دونوں لچھوں کے لئے یکساں ہوتی ہے۔ بہاؤ کی تبدیلی کے نتیجہ میں ابتدائی اور ثانوی دونوں لچھوں میں محرکۂ برق کی امالیت ہوتی ہے۔ ابتدائی لچھے میں امالیت ہونے والی محرکۂ برق یا واپسی محرکۂ برق (back emf) ε_p کو یوں پیش کیاجاتا ہے۔

$$\varepsilon_p = -N_p \frac{d\Phi_B}{dt}$$

مگر ابتدائی لچھے کے آر پار بھیجا گیا وولٹیج v_p واپسی محرکۂ برق کے مساوی ہوتا ہے۔ پھر

$$v_p = -N_p \frac{d\Phi_B}{dt} \qquad (4.24)$$

قشرہ میں موجود متبادل مقناطیسی بہاؤ کی تعدد بھیجے گئے وولٹیج کی تعدد کے برابر ہوتی ہے۔ چنانچہ ثانوی لچھے میں امالیت ہونے والی محرکۂ برق کی تعدد بھی بھیجے گئے وولٹیج کی تعدد کے برابر ہوگی۔ ثانوی لچھے میں امالیت پانے والی محرکۂ برق ε_s یہ ہوگی۔

$$\varepsilon_s = -N_s \frac{d\Phi_B}{dt}$$

جہاں N_p اور N_s بالترتیب ابتدائی اور ثانوی لچھوں کے چکروں کی تعداد ہے۔ اگر ثانوی لچھا کھلا ہوتا ہے تو $\varepsilon_s = v_s$ جہاں v_s ثانوی لچھے کے آر پار کا وولٹیج ہے۔

$$v_s = -N_s \frac{d\Phi_B}{dt} \qquad (4.25)$$

مساوات 4.24 اور 4.25 کی مدد سے

$$\frac{v_s}{v_p} = \frac{N_s}{N_p} = K \qquad (4.26)$$

K ایک مستقلہ ہے جو وولٹیج کی منتقلی کی نسبت کہلاتی ہے۔ ایک مثالی مبدل کے لئے،

$v_s i_s$ حاصل کی جانے والی طاقت = $v_p i_p$ بھیجی جانے والی طاقت

جہاں i_p اور i_s بالترتیب ابتدائی اور ثانوی لچھوں میں بہنے والی برقی رو ہیں۔ لہذا،

$$\frac{v_s}{v_p} = \frac{N_s}{N_p} = \frac{i_p}{i_s} \qquad (4.27)$$

متعلقہ مقداروں کی تعدد کے لحاظ سے مساوات 4.27 کو یوں لکھا جاتا ہے۔

$$\frac{V_s}{V_p} = \frac{N_s}{N_p} = \frac{I_p}{I_s} = K$$

(i) اگر $N_s > N_p (K > 1)$ ہو تو پھر $V_s > V_p$ اور $I_s < I_p$ ہوگا۔ یہی عروجی مبدل کا معاملہ ہے جس میں وولٹیج بڑھادیا جاتا ہے اور متعلقہ برقی رو کم کردی جاتی ہے۔

(ii) اگر $N_s < N_p (K < 1)$ ہو تو پھر $V_s < V_p$ ہوگا $I_s > I_p$ یہ زوالی مبدل کا معاملہ ہے جس میں وولٹیج گھٹادیا جاتا ہے اور متعلقہ برقی رو بڑھادی جاتی ہے۔

مبدل کی کارگردگی (Efficiency of transformer)

مبدل کی کارگردگی η کی تعریف یوں کی جاتی ہے کہ یہ حاصل کی جانے والی فائدہ مند طاقت اور بھیجی جانے والی طاقت کی مابین نسبت ہے

$$\eta = \frac{\text{حاصل کی جانے والی طاقت}}{\text{بھیجی جانے والی طاقت}} \times 100\% \qquad (4.28)$$

مبدل اعلیٰ کارگردگی والے آلات ہوتے ہیں جن کی کارگردگی کی حد 96% سے 99% ہوتی ہے۔ ٹرانسفارمروں (مبدل) میں ہونے والے توانائی کے مختلف نقصانات کی وجہ سے ان کی کارگردگی 100% نہیں ہوتی۔

4.6.2 ایک مبدل میں ہونے والے توانائی کے نقصانات
Energy losses in a transformer

مبدل میں کوئی حرکی اجزاء نہیں ہوتے۔ لہذا ان کی کارگردگی جنریٹر اور موٹار جیسی گھومنے والی مشینوں سے بھی زیادہ ہوتی ہے۔ اس کے باوجود بہت سے عوامل ہیں جن کی وجہ سے ایک مبدل میں توانائی کا نقصان ہوتا ہے۔

(i) قشرہ کا نقصان یا لوہے کا نقصان (Core loss or Iron loss)

نقصان مبدل کے قشرہ میں عمل آور ہوتا ہے۔ Hysterisis کے نقصان (حصہ 3.6 ملاحظہ کریں) اور گردابی برقی رو کا نقصان، قشرہ کا نقصان یا لوہے کا نقصان کہلاتا ہے۔ ابتدائی لچھے کے آر پار متبادل وولٹیج کے بھیجنے سے جب مبدل کا قشرہ

لگاتار مقنایا جاتا اور غیر مقنایا جاتا ہے تو hysterisis کا عمل واقع ہوتا ہے۔ اس کی وجہ سے حرارت کی شکل میں کچھ توانائی ضائع ہوجاتی ہے۔ مبدل کا قشرہ بناتے وقت اعلیٰ سلیکانی مادے کے اسٹیل کا استعمال کرکے Hysterisis کے نقصان کو کم کیا جاتا ہے۔

قشرہ میں موجود متبادل مقناطیسی بہاؤ، اس میں گردابی برقی رو پیدا کرتی ہے۔ لہذا گردابی برقی رو کی بہاؤ کی وجہ سے وہاں توانائی کا نقصان ہوتا ہے جسے گردابی برقی رو کا نقصان کہا جاتا ہے۔ مبدل کے قشرہ کو بہت پتلے ورق سے مجوز کرکے اس نقصان کو کم کیا جاتا ہے۔

(ii) تانبے کا نقصان (Copper Loss)

مبدل کی لپیٹوں میں برقی مزاحمت ہوتی ہے۔ جب ان کے ذریعہ برقی رو بہتی ہے توانائی کی کچھ مقدار جول کی حرارت کی وجہ سے ضائع ہوجاتی ہے۔ یہ نقصان تانبے کا نقصان کہلاتا ہے۔ بڑے قطروں والے تار استعمال کرکے اس نقصان کو کم کیا جاتا ہے۔

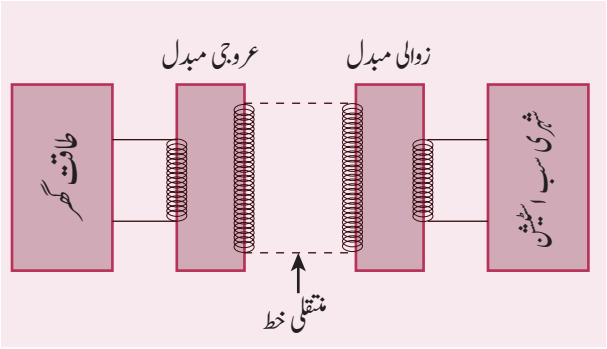
(iii) بہاؤ کا رساؤ (Flux leakage)

ابتدائی لچھے کی مقناطیسی خطوط جب ثانوی لچھے سے مکمل طور پر منسلک نہیں ہوتے ہوں تو بہاؤ کا رساؤ واقع ہوتا ہے۔ بہاؤ کے رساؤ کی وجہ سے ہونے والے توانائی کے نقصان کو کم کرنے کے لئے لچھے کی لپیٹوں کو ایک دوسرے کے اوپر تانا جاتا ہے۔

4.6.3 طویل فاصلوں میں توانائی کی منتقلی میں AC کے فوائد
Advantages of AC in long distance power transmission

AC جنریٹروں کی مدد سے برقی طاقت گھروں پر ایک بڑی مقدار کی برقی طاقت تیار کی جاتی ہے۔ استعمال ہونے والی ایندھن کی بنیاد پر یہ طاقت گھر، حرارتی، آبی برقی اور نیوکلیائی رمرکزی طاقت گھروں میں درجہ بند ہوتے ہیں۔ اکثر طاقت گھر دور دراز کے علاقوں میں بنائے جاتے ہیں۔ لہذا یہاں پیدا ہونے والی برقی طاقت کو منتقلی تاروں کے ذریعہ طویل فاصلوں تک منتقل کرایا جاتا ہے تاکہ یہ شہروں اور بستیوں تک پہنچے جہاں اس کا اصل استعمال ہوتا ہے۔ یہ عمل طاقت کی منتقلی (Power transmission) کہلاتا ہے۔

مگر توانائی کی منتقلی کے دوران ایک مشکل پیش آتی ہے۔ منتقلی کے خطوط / تار جو سینکڑوں کلومیٹر طویل ہوتی ہے، ان میں جول کی حرارت (i^2R) کی وجہ سے برقی طاقت کا ایک بڑا حصہ ضائع ہوجاتا ہے۔ منتقلی خطوط میں برقی رو I یا مزاحمت R کو کم کرکے اس قسم کے نقصان کو سنبھالا جاسکتا ہے۔ تانبے یا الومینیم کی موٹی تاروں کو استعمال کرکے مزاحمت کم کی جاسکتی ہے، مگر اس طریقہ سے منتقلی خطوط کی بناوٹ کی قیمت کے علاوہ دیگر اخراجات بھی بڑھ جاتے ہیں۔ لہذا اس طریقہ سے توانائی کے نقصان کو کم کرنا، اقتصادی طور پر نامناسب عمل ہے۔



خاکہ 4.33 طویل فاصلوں میں توانائی کی منتقلی

چونکہ تیار کی جانے والی طاقت، فطری طور پر متبادل ہے، اس نقصان سے بچنے کا ایک ہی راستہ ہے۔ متبادل وولٹیج کی ایک سب سے اہم خصوصیت یہ ہے کہ اسے مبدل کی مدد سے بڑھایا اور گھٹایا جاسکتا ہے۔ مبدلوں کے استعمال سے برقی رو کے بہاؤ کو کم کیا جاسکتا ہے اور اس طریقہ سے ایک بڑی حد تک طاقت کے نقصان سے بچا جاسکتا ہے۔

توانائی کی منتقلی کے مقام پر عروجی مبدل استعمال کرکے وولٹیج کو بڑھادیا جاتا ہے اور اس کی متعلقہ برقی رو کو گھٹادیا جاتا ہے (خاکہ 4.33)۔ پھر منتقلی خطوط کے ذریعہ یہ طاقت منتقل ہوتی ہے۔ اعلیٰ وولٹیج پر کم کی گئی یہ برقی رو بغیر کسی قابل ذکر نقصان کے اپنی منزل تک پہنچتی ہے۔ حصول کئے جانے کے مقام پر زوالی مبدل استعمال کرکے وولٹیج کو کم کردیا جاتا ہے اور اس کی متعلقہ برقی رو کو مناسب مقدار تک بڑھا کر صارفین تک پہنچایا جاتا ہے۔ لہذا توانائی کی منتقلی مؤثر طریقہ سے اور اقتصادی طور پر بھی مناسب طور پر انجام دی جاتی ہے۔

تشریح

R=40 Ω کی کل مزاحمت والی منتقلی خطوط کے ذریعہ ایک مقام کو 2MW کی برقی طاقت، دو مختلف وولٹیجوں پر منتقل کی جاتی ہے۔ ایک کم وولٹیج (10kV) اور دوسرا بڑا وولٹیج (100kV)۔ آئیے ہم ان دو معاملات میں طاقت کے نقصان کا محاسبہ اور موازنہ کریں۔

صورت حال (i)

$$P = 2\ \text{MW}; R = 40\ \Omega; V = 10\ \text{kV}$$

طاقت، $P = VI$

$$\therefore \text{برقی رو،} \quad I = \frac{P}{V}$$

$$= \frac{2\times10^6}{10\times10^3} = 200\text{A}$$

$$\text{پیدا شدہ حرارت = طاقت کا نقصان} = I^2R$$

$$= (200)^2 \times 40 = 1.6\times10^6\ \text{W}$$

$$\text{طاقت کے نقصان کا فیصد \%} = \frac{1.6\times10^6}{2\times10^6}\times100\%$$

$$= 0.8\times100\% = 80\%$$

صورت حال (ii)

$$P = 2\ \text{MW}; R = 40\ \Omega; V = 100\ \text{kV}$$

$$\therefore \text{برقی رو،} \quad I = \frac{P}{V}$$

$$= \frac{2\times10^6}{100\times10^3} = 20\text{A}$$

$$\text{طاقت کا نقصان} = I^2R$$

$$= (20)^2 \times 40 = 0.016\times10^6\ \text{W}$$

$$\text{طاقت کے نقصان کا فیصد \%} = \frac{0.016\times10^6}{2\times10^6}\times100\%$$

$$= 0.008\times100\% = 0.8\%$$

لہذا یہ صاف ظاہر ہوتا ہے کہ توانائی کی منتقلی جب اعلیٰ وولٹیج پر ہوتی ہے تو ایک بڑی مقدار تک طاقت کا نقصان کم ہوجاتا ہے۔

مثال 4.16

ایک مثالی مبدل کے ابتدائی اور ثانوی لچھوں میں بالترتیب 460 اور 40,000 چکر موجود ہیں۔ اگر مبدل کو 230V کے ایک mains سے جوڑ دیا جائے تو مبدل کے ثانوی لچھے کے ایک چکر میں پیدا ہونے والا وولٹیج معلوم کریں۔ ثانوی لچھے کو $10^4\ \Omega$ کی مزاحمت والے ایک بوجھ / آلہ سے جوڑ دیا گیا ہے۔ بوجھ / آلہ کو پہنچائی جانے والی طاقت کا محاسبہ کریں۔

حل

$N_P = 460$ چکر؛ $N_S = 40{,}000$ چکر

$V_P = 230\ \text{V}; R_S = 10^4\ \Omega$

(i) ثانوی وولٹیج

$$V_S = \frac{V_P N_S}{N_P} = \frac{230\times40{,}000}{460} = 20{,}000\ \text{V}$$

$$\text{ثانوی وولٹیج فی چکر،} \quad \frac{V_S}{N_S} = \frac{20{,}000}{40{,}000}$$

$$= 0.5\ \text{V}$$

(ii) پہنچائی گئی طاقت

$$= V_S I_S = \frac{V_S^2}{R_S} = \frac{20{,}000\times20{,}000}{10^4} = 40\ \text{kW}$$

مثال 4.17

انورٹر (Inverter) ایک عام برقی آلہ ہے، جو ہم اپنے گھروں میں استعمال کرتے ہیں۔ جب ہمارے گھر میں برقی طاقت نہیں ہوتی ہے تو انورٹر فین اور لائٹ جیسے چند برقی آلات کو چلانے کے لئے AC برقی رو عطا کرتا ہے۔ ایک انورٹر میں اندرونی طور پر بنا ہوا عروجی مبدل ہوتا ہے جو 12V کی AC کو 240V کی AC میں تبدیل کرتا ہے۔ اگر ابتدائی لچھے میں 100 چکر ہوتے ہیں اور انورٹر بیرونی برقی دور کو 50 mA برقی رو عطا کرتا ہے تو ثانوی لچھے کی چکروں کی تعداد اور ابتدائی برقی رو کی مقدار معلوم کریں۔

حل

$V_p = 12\ \text{V}; \quad V_s = 240\ \text{V}$

$I_s = 50\text{mA}; N_p = 100$ چکر

$$\frac{V_S}{V_P} = \frac{N_S}{N_P} = \frac{I_P}{I_S} = K$$

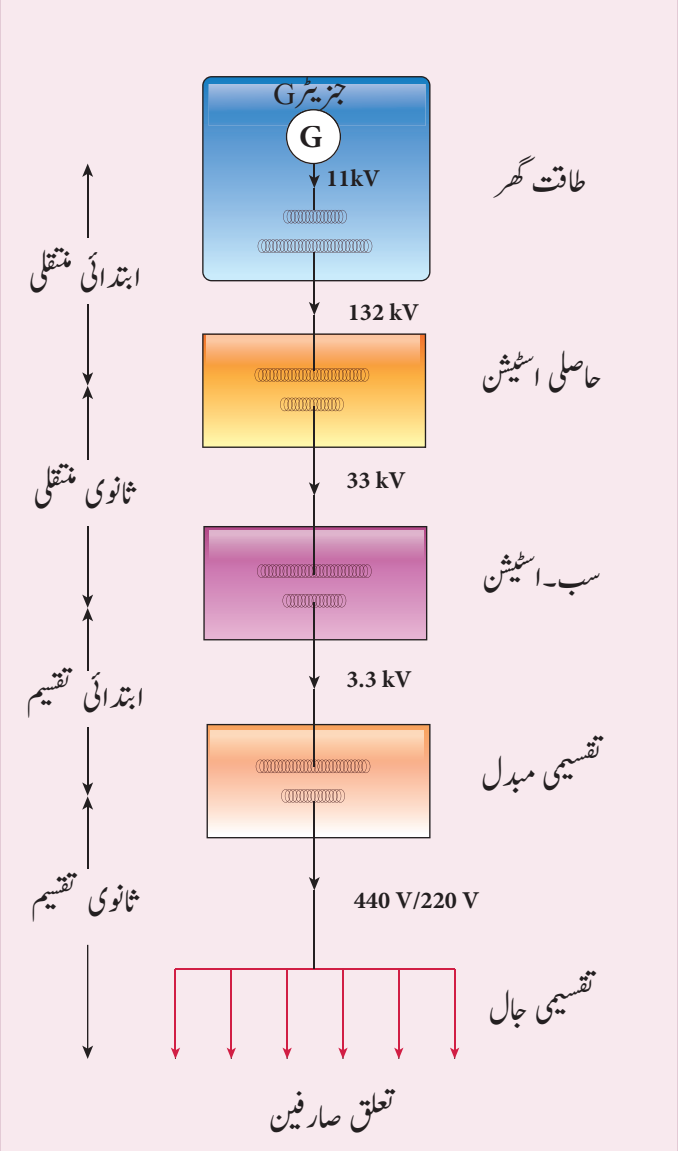
برقی طاقت کا نظام ۔ایک نظر (یہ امتحان کے لئے نہیں ہے)

ایک علاقے میں موجود طاقت گھر (Generating stations) بین تعلقی (interconnected) ہوتے ہیں تاکہ ایک عام برقی جال قائم ہوسکے اور بیک وقت عمل کرسکے۔ یہ اس لئے بین تعلقی ہوتے ہیں کہ کبھی کسی طاقت گھر کی کارگردگی اگر ناکام ہوجائے یا اچانک طاقت گھروں کی قابلیت سے زیادہ ان پر بوجھ پڑ جائے تو بھی بے شمار صارفین کو بغیر کسی رکاوٹ کے برقی طاقت مہیا کرسکے۔

مختلف حصے جیسے، طاقت گھر، منتقلی خطوط، سب اسٹیشن اور تقسیم کنندے (distributors) یہ تمام کے تمام برقی توانائی کی لگاتار تیاری کرنے اور برتنے کے لئے آپس میں جڑے ہوئے ہوتے ہیں۔ اسے طاقتی نظام (Power system) کہا جاتا ہے۔ طاقتی نظام کے ایک حصہ کو گرڈ (Grid) کہتے ہیں جس میں سب اسٹیشن (Sub-stations) اور منتقلی خطوط ہوتے ہیں۔

ایک طاقتی نظام میں تیار کی گئی برقی طاقت کو صارفین تک منتقل کرنے میں دو مرحلے در پیش ہوتے ہیں جن کو مزید دو مرحلوں میں بانٹا جاتا ہے جیساکہ مندرجۂ ذیل میں پیش کیا گیاہے۔

(1) منتقلی کا مرحلہ
   (a) ابتدائی منتقلی کا مرحلہ
   (b) ثانوی منتقلی کا مرحلہ
(2) تقسیم کا مرحلہ
   (a) ابتدائی تقسیم کا مرحلہ
   (b) ثانوی تقسیم کا مرحلہ



اس کے بعد وہ انفرادی صارفین تک پہنچائی جاتی ہے۔ برقی طاقت کی منتقلی کے یہ دو مرحلے واحد۔ خطی نقشہ کے ذریعہ خاکہ میں بتائے گئے ہیں۔ مرکزی نظام عام طور پر 11kV تک برقی طاقت پیدا کرتے ہیں جو 132kV تک عروج کرائے جاتے ہیں اور وہ وولٹیج منتقلی خطوط کے ذریعہ منتقل کرائی جاتی ہے۔ اسے ابتدائی یا اعلیٰ وولٹیج کی منتقلی کہا جاتاہے۔

اعلیٰ وولٹیج والی یہ طاقت شہروں کے بیرونی حصوں پر موجود حاصلی اسٹیشنوں پر پہنچتی ہے جہاں یہ 33kV تک زوالی کردی جاتی ہے (Stepped down to) اور ثانوی یا ادنیٰ وولٹیج کی منتقلی کے طور پر شہروں کے اندر موجود سب۔ اسٹیشن کو منتقل کردی جاتی ہے ۔

ابتدائی تقسیمی نظام میں سب اسٹیشن پر وولٹیج کو 33kV سے 3.3kV تک کم کردیا جاتا ہے اور تقسیمی سب اسٹیشنوں کو بھیج دیا جاتا ہے۔ آخر کار تقسیمی سب، اسٹیشنوں پر اس وولٹیج کو 440V یا 230V تک کم کرکے تقسیمی جال کے ذریعہ (440V) کو فیکٹریوں وغیرہ تک اور 230V کو گھروں تک پہنچایا جاتا ہے۔

منتقلی(مبدل) کی نسبت: $K = \frac{240}{12} = 20$

ثانوی لچھے میں موجود چکروں کی تعداد

$$N_S = N_P \times K = 100 \times 20 = 2000$$

ابتدائی برقی رو

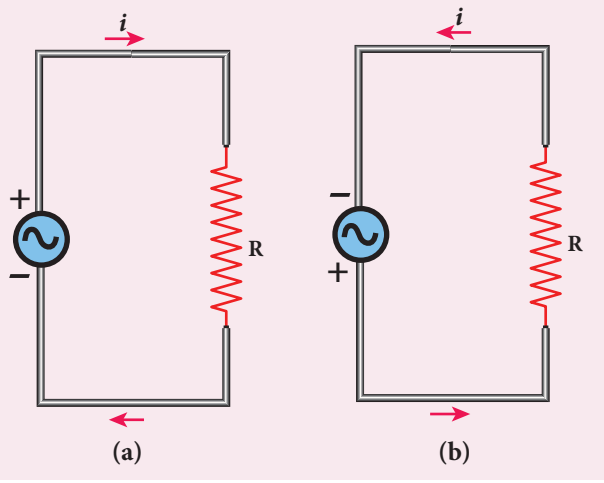
$$I_p = K \times I_s = 20 \times 50\ \text{mA} = 1\ \text{A}$$

4.7 متبادل برقی رو
ALTERNATING CURRENT

4.7.1 تعارف Introduction

حصہ 4.5 میں، ہم دیکھ چکے کہ جب مقناطیسی میدان کے ساتھ لچھے کی ترتیب تبدیل کی جاتی ہے تو ایک محرکۂ برق کی امالیت ہوتی ہے۔ لہذا بند برقی دور ایک متبادل برقی بہنے لگتی ہے۔

ایک متبادل وولٹیج وہ وولٹیج ہے جو وقت کے متعین وقفوں پر اپنی قطبیت تبدیل کرتے رہتا ہے جس کے نتیجہ میں متبادل برقی رو کی سمت بھی تبدیل ہوتے رہتی ہے۔



خاکہ 4.34 متبادل وولٹیج اور متعلقہ متبادل برقی رو

خاکہ 4.34(a) میں، متبادل وولٹیج کے ایک ذریعہ کو ایک مزاحم R سے جوڑا گیا ہے جس میں پہلے وقفہ میں ذریعہ کا اوپری سرا مثبت اور نچلا سرا منفی ہے۔ لہذا اس میں برقی رو ساعتی سمت میں بہتی ہے۔ بہت جلد ذریعہ کی قطبیت بدل دی جاتی ہے یہاں تک کہ اس دور میں بہنے والی برقی رو کی سمت غیر ساعتی ہوجاتی ہے۔ (خاکہ 4.34(b))۔ یہ برقی رو، جو برقی دور میں متبادل سمتوں میں بہتی ہے، متبادل برقی رو کہلاتی ہے۔

جیبی متبادل وولٹیج (Sinusoidal alternating voltage)

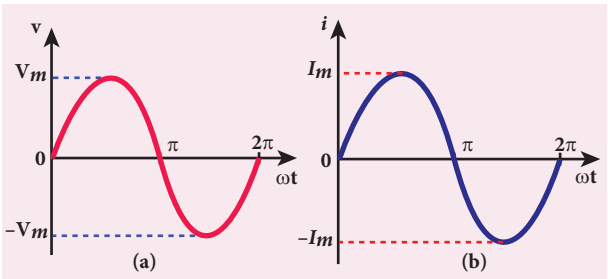
اگر ایک متبادل وولٹیج کی موجی قسم ایک sine موج ہے تو پھر یہ جیبی متبادل وولٹیج کہلاتا ہے جو اس مساوات سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

$$v = V_m \sin \omega t \qquad (4.29)$$

جہاں v متبادل وولٹیج کی بر وقتہ قیمت ہے، V_m سب سے زیادہ قیمت (حیطہ) ہے اور ω متبادل وولٹیج کی زاویائی تعدد ہے۔ جب ایک دور میں جیبی متبادل وولٹیج بھیجا جاتا ہے اس کے نتیجہ میں حاصل ہونے والی برقی رو بھی فطرتاً جیبی (Sinusoidal) ہی ہوتی ہے اور اس کی مساوات یہ ہے۔

$$i = I_m \sin \omega t \qquad (4.30)$$

جہاں I_m متبادل برقی رو کی سب سے زیادہ قیمت (حیطہ) ہے۔ ہر نصف دور کے بعد جیبی وولٹیج یا برقی رو کی سمت الٹ جاتی ہے اور اس کی مقدار بھی لگاتار تبدیل ہوتی رہتی ہے جیسا کہ خاکہ 4.35 میں بتایا گیا ہے۔



خاکہ 4.35 (a) جیبی متبادل وولٹیج (b) جیبی متبادل برقی رو

نوٹ

دلچسپی کی بات یہ ہے کہ Sine موجیں فطرت میں بہت عام ہیں۔ پانی کی موجیں، رقاص کا اہتزاز وغیرہ sine موجوں ہی سے تعلق رکھتے ہیں۔ اس لئے Sine موجیں فطرت کی معیار معلوم ہوتی ہیں۔ XI جماعت فزکس کی اکائی 11 بھی ملاحظہ کریں۔

4.7.1 AC کی اوسط قیمت
Mean or Average value of AC

ایک DC نظام میں موجود برقی رو اور وولٹیج وقت کے ایک بڑے وقفے تک مستقل رہتے ہیں یہاں تک کہ ان کی مقداروں کا تعین کرنے میں کوئی دقت پیش نہیں آتی۔ مگر AC نظام کی برقی رو یا وولٹیج وقتاً فوقتاً تبدیل ہوتی رہتی ہے۔ پھر یہ سوال اٹھتا ہے کہ متبادل برقی رو یا وولٹیج کی پیمائش کیوں کر ہوسکتی ہے۔ حالانکہ اس کو ظاہر کرنے کے کئی طریقے ہیں، ہماری بحث دو طریقوں تک محدود ہوجاتی ہے یعنی اوسط قیمت اور AC کی جذر معدل مربع (Root mean square)(RMS) قیمت، ان دو قیمتوں سے بھی متبادل برقی رو کی وضاحت کی جاسکتی ہے۔

AC کی اوسط یا معدل قیمت

ہم پہلے ہی جان چکے ہیں کہ ایک برقی دور میں وقت کے ساتھ ساتھ ایک متبادل برقی رو بدلتی رہتی ہے۔ ہر نصف دور میں اس کی سمت بھی الٹتے رہتی ہے۔ مثبت نصف دور کے دوران برقی دور کو مثبت مانا جاتا ہے اور منفی نصف دور کے دوران برقی دور کو منفی قرار دیا جاتا ہے چنانچہ ایک مکمل دور میں ہم آہنگی برقی رو کی اوسط یا معدل قیمت صفر ہوجاتی ہے۔

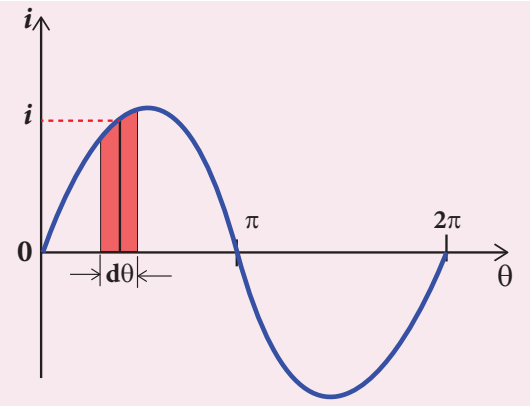
لہذا ایک مکمل دور کے ایک نصف حصے ہی پر اوسط یا معدل قیمت کی پیمائش کی جاتی ہے۔ اس اوسط برقی رو اور اوسط وولٹیج نامی ان اصطلاحات کو AC اور DC دونوں کی جانچ پڑتال اور محاسبوں میں استعمال کیا جاسکتا ہے۔

مثبت نصف دور یا منفی نصف دور میں موجود برقی رو کی تمام قیمتوں کی اوسط، متبادل برقی رو کی اوسط قیمت کہلاتی ہے۔

جیبی (Sinusoidal) متبادل برقی رو کی بروقتہ قیمت اس مساوات سے ظاہر کی جاتی ہے۔ $i = I_m \sin\theta$ یا $i = I_m \sin\omega t$ ہے جہاں $(\theta = \omega t)$ جس کا ترسیمی اظہار خاکہ 4.36 میں پیش کیا گیا ہے۔

ایک نصف دور پر موجود تمام برقی روؤں کا حاصل جمع مثبت نصف دور (یا منفی نصف دور) کے رقبہ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ لہذا،

$$I_{av} = \frac{\text{مثبت نصف دور کا رقبہ (یا منفی نصف دور)}}{\text{نصف دور کی قاعدے (Base) کی لمبائی}} \qquad (4.31)$$



خاکہ 4.36 ایک متبادل برقی رو کی Sine موج

برقی رو کی موج کے مثبت نصف دور میں $d\theta$ موٹائی والی ایک بنیادی پٹی تسلیم کریں (خاکہ 4.36)۔ فرض کریں کہ اس پٹی کی درمیانی محدد (mid – ordinate) i ہے۔

بنیادی پٹی کا رقبہ $= i\, d\theta$

مثبت نصف دور کا رقبہ

$$= \int_0^{\pi} i d\theta = \int_0^{\pi} I_m \sin\theta d\theta$$

$$= I_m \left[-\cos\theta\right]_0^{\pi} = -I_m \left[\cos\pi - \cos 0\right] = 2I_m$$

نصف دور کے قاعدے کی لمبائی π ہے۔ ان قیمتوں کو مساوات (4.31) میں حل کرنے سے ہم حاصل کرتے ہیں۔

AC کی اوسط قیمت $I_{av} = \dfrac{2I_m}{\pi}$

$$I_{av} = 0.637\, I_m \qquad (4.32)$$

لہذا AC کی اوسط قیمت، متبادل برقی رو کی سب سے زیادہ قیمت I_m سے 0.637 گنا زیادہ ہوگی۔ منفی نصف دور کے لئے $I_{av} = -0.637\, I_m$ ہے۔

نوٹ

مثال کے طور پر، اگر ہم یہ تصور کریں کہ AC کے ایک نصف دور میں n برقی روئیں ہوں جن کے نام $i_1, i_2, \ldots i_n$ ہوں تو پھر اوسط قیمت یوں پیش ہوگی۔

$$\text{I اوسط} = \frac{\text{نصف دور پر تمام برقی روؤں کا حاصل جمع}}{\text{برقی روؤں کی تعداد}}$$

$$I_{av} = \frac{i_1 + i_2 + \ldots + i_n}{n}$$

4.7.2 AC کی RMS قیمت
RMS value of AC

RMS کی اصطلاح وقت متغیر جیبی (Sinusoidal) برقی روئیں اور وولٹیجوں کو ظاہر کرتی ہے جو DC نظام میں استعمال نہیں ہوتی۔

ایک متبادل برقی رو کے جذر معدل مربع (root mean square RMS) کی قیمت کی تعریف یوں کی جاتی ہے کہ یہ ایک دور میں تمام برقی روؤں کے مربعوں کی اوسط کا جذر المربع ہے۔

اسے I_{RMS} سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ متبادل وولٹیجوں کے لئے RMS قیمت V_{RMS} سے ظاہر کی جاتی ہے۔

متبادل برقی رو $i = I_m \sin\omega t$ یا $i = I_m \sin\theta$ کو ترسیمی طور پر خاکہ 4.37 میں ظاہر کیا گیا ہے۔ متعلقہ مربع کی گئی برقی موج کو بھی نقطوں والی لکیر سے بتایا گیا ہے۔

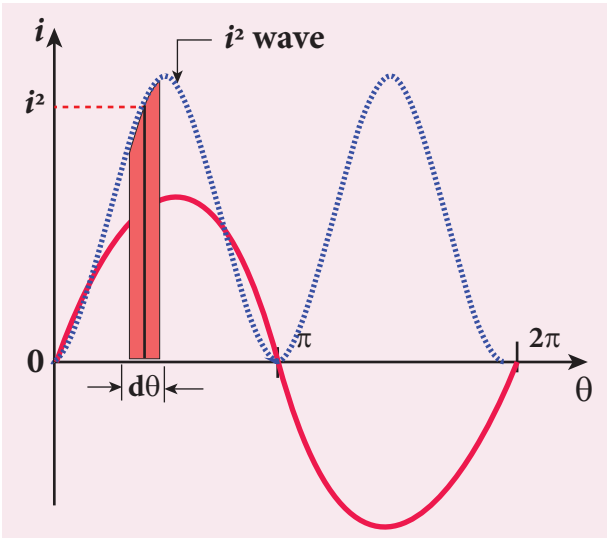
ایک دور میں تمام برقی روؤں کے مربعوں کے حاصل جمع کو ایک دور کی مربع کی گئی موج کے رقبہ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

$$I_{RMS} = \sqrt{\frac{\text{ایک دور کی مربع کی گئی موج کا رقبہ}}{\text{ایک دور کے قاعدے کی لمبائی}}} \qquad (4.33)$$

جیسا کہ خاکہ 4.37 میں بتایا گیا ہے مربع کی گئی برقی رو کی موج کے پہلے نصف دور میں $d\theta$ موٹائی والا، ایک بنیادی حصہ تصور کریں۔ فرض کریں کہ اس حصہ کا درمیانی محدد (mid ordinate) i^2 ہے۔

بنیادی حصہ کا رقبہ = $i^2 d\theta$

مربع کی گئی موج کے ایک دور کا رقبہ $= \int_0^{2\pi} i^2 d\theta$



خاکہ 4.37 AC کی مربع کی گئی موج

$$= \int_0^{2\pi} I_m^2 \sin^2\theta d\theta = I_m^2 \int_0^{2\pi} \sin^2\theta d\theta \qquad (4.34)$$

$$= I_m^2 \int_0^{2\pi} \left[\frac{1-\cos 2\theta}{2}\right] d\theta$$

چونکہ $\sin^2\theta = \frac{1-\cos 2\theta}{2}$

$$= \frac{I_m^2}{2}\left[\int_0^{2\pi} d\theta - \int_0^{2\pi} \cos 2\theta d\theta\right]$$

$$= \frac{I_m^2}{2}\left[\theta - \frac{\sin 2\theta}{2}\right]_0^{2\pi}$$

$$= \frac{I_m^2}{2}\left[\left(2\pi - \frac{\sin 2\times 2\pi}{2}\right) - \left(0 - \frac{\sin 0}{2}\right)\right]$$

$$= \frac{I_m^2}{2} \times 2\pi = I_m^2 \pi \qquad [\because \sin 0 = \sin 4\pi = 0]$$

ایک دور کے قاعدے (base) کی لمبائی 2π ہے۔ ان قیمتوں کو مساوات (4.33) میں حل کرنے سے ہم حاصل کرتے ہیں۔

$$I_{RMS} = \sqrt{\frac{I_m^2\,\pi}{2\pi}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

$$I_{rms} = 0.707\, I_m \qquad (4.35)$$

لہذا ہمیں پتہ چلتا ہے کہ ایک ہم آہنگی جیبی (Sinusoidal) متبادل برقی رو کے لئے، برقی رو کی rms قیمت اس کی سب سے زیادہ قیمت سے 70.7 % گنا زیادہ ہوگی۔

اسی طرح ایک متبادل وولٹیج کے لئے اسے اس طرح ظاہر کیاجائے گا۔

$$V_{rms} = 0.707\, V_m \qquad (4.36)$$

نوٹ

متبادل برقی رو کی RMS قیمت کو مؤثر قیمت effective value بھی کہاجاتا ہے اور اسے I_{eff} سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ اسے متبادل برقی رو کی RMS قیمت اور ایک متوازن مستقل برقی رو (equivalent steady current) کے ساتھ موازنہ کرنے کے لئے بھی استعمال کیا جاتا ہے۔

RMS قیمت کی تعریف اس طرح بھی کی جاتی ہے کہ، ایک دئے گئے وقت کے لئے برقی دور کے ذریعہ ایک خاص مقدار والی مستقل برقی رو کے بہنے سے حرارت کی وہی مقدار پیدا کرتی ہے جو اس برقی دور کے ذریعہ اسی وقفہ کے لئے ایک متبادل برقی رو پیدا کرتی ہے تو مستقل برقی رو کی وہی خاص مقدار RMS قیمت کہلاتی ہے۔ ایک متبادل وولٹیج کی مؤثر قیمت کو V_{eff} سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

نوٹ

مثال کے طور پر اگر ہم AC کے ایک دور میں n تعداد کی برقی رووں کا تصور کریں جن کے نام $i_1, i_2, \ldots i_n$ ہوں تو پھر RMS کی قیمت یوں ہوگی۔

$$I_{RMS} = \sqrt{\frac{\text{ایک دور کی تمام برقی رووں کے مربعوں کا حاصل جمع}}{\text{برقی رووں کی تعداد}}}$$

$$I_{RMS} = \sqrt{\frac{i_1^2 + i_2^2 + \ldots + i_n^2}{n}}$$

کیا آپ جانتے ہیں ؟

عام گھریلو آلات کے لئے، وولٹیج اور برقی رو کی ریٹنگ عام طور پر RMS قیمتوں کی بنیاد پر ہی متعین کی جاتی ہیں۔ گھریلو AC کی جو سپلائی ہے وہ 230V، 50 Hz ہے۔ یہ RMS یا مؤثر قیمت ہے۔ اس کی سب سے زیادہ قیمت (Peak Value) یہ ہوگی۔

$$V_m = \sqrt{2}\; V_{rms} = \sqrt{2} \times 230 = 325\,\text{V}$$

مثال 4.18

50Hz کی ایک جیبی (sinusoidal) وولٹیج کے لئے مساوات لکھئے جب کہ اس کی اعلیٰ (Peak) قیمت 20V ہے۔ متعلقہ وولٹیج۔ وقت ترسیم کا نقشہ بنائیے۔

حل

$$f = 50\,\text{Hz};\; V_m = 20\ \text{V}$$

بروقتہ وولٹیج $v = V_m \sin\omega t$

$$= V_m \sin 2\pi f t$$

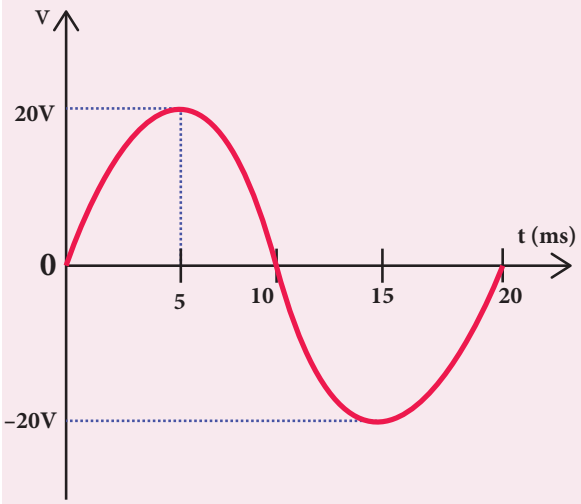
$$= 20\sin(2\pi \times 50)\,t \;= 20\sin(100 \times 3.14)\,t$$

$$v = 20\sin 314\,t$$

ایک دور کے لئے وقت $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50} = 0.02\,\text{s}$

$$= 20 \times 10^{-3}\,\text{s} = 20\,\text{ms}$$

موجی شکل نیچے دی گئی ہے۔



مثال 4.19

ایک متبادل برقی رو کے لئے یہ مساوات دی گئی ہے $i = 77 \sin 314t$، $t = 2$ ms پر اعلیٰ برقی رو (Peak current)، تعدد، وقفہ اور برقی رو کی بر وقتہ قیمت معلوم کریں۔

حل

$$i = 77 \sin 314\, t \; ; \; t = 2 \text{ m s} = 2 \times 10^{-3} \text{ s}$$

ایک متبادل برقی رو کی عمومی مساوات یہ ہے۔ $i = I_m \sin \omega t$

اس کے ساتھ دی گئی قیمتوں کا موازنہ کرنے پر

(i) اعلیٰ برقی رو $I_m = 77 \text{ A}$

(ii) تعدد $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{314}{2 \times 3.14} = 50 \text{ Hz}$

(iii) وقفہ (Timeperiod) $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50} = 0.02 \text{ s}$

(iv) $t = 2ms$ پر بر وقتہ برقی رو کی قیمت

$$i = 77 \sin(314 \times 2 \times 10^{-3})$$

$$= 77 \sin\left(314 \times 2 \times 10^{-3} \times \frac{180^\circ}{3.14}\right)$$

$$= 77 \sin 36^\circ = 77 \times 0.5878$$

$$= 45.26 \text{A}$$

طوریہ اور طوریہ کا نقشہ (Phasor and Phasor diagram)

طوریہ (Phasor)

ایک جیبی متبادل وولٹیج (یا برقی رو) کو ایک سمتیہ Vector سے ظاہر کیا جاسکتا ہے جو اپنی 'origin' O مبدا کے تحت غیر ساعتی سمت میں ω زاویائی سمتی رفتار کے ساتھ گردش کرتی ہو۔ اس طرح گردش کرنے والی سمتیہ طوریہ (Phasor) کہلاتی ہے۔ ایک طوریہ (Phasor) کا نقشہ اس طرح کھینچا جاتا ہے کہ

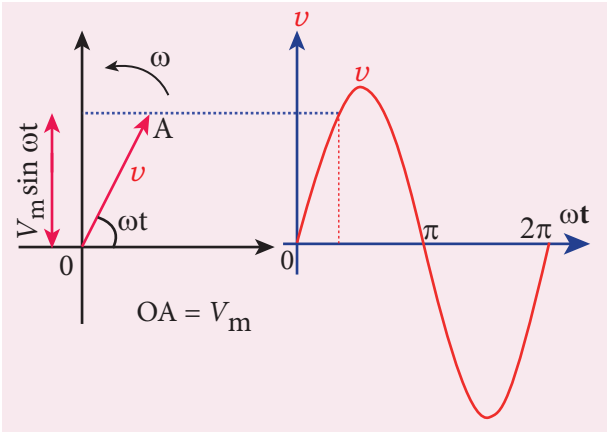
- خطی خطہ (line segment) کی لمبائی۔ متبادل وولٹیج I_m (یا V_m) (یا برقی رو) کی اعلیٰ قیمت (Peak value) کے مساوی بن جائے۔
- اس کی زاویائی سمتی رفتار ω، متبادل وولٹیج (یا برقی رو) کے برابر ہوتی ہے۔
- کسی عمودی محور پر طوریہ کا Projection، متبادل وولٹیج (یا برقی رو) کی بروقتہ قیمت کو ظاہر کرتا ہے۔
- طوریہ اور مطالعاتی محور (مثبت x-محور) کا درمیانی زاویہ متبادل وولٹیج (یا برقی رو) کی ہیئت کو ظاہر کرتا ہے۔

مختلف AC برقی دوروں میں وولٹیج اور برقی دور کے درمیان ہیئتی نسبت کو جانچنے کے لئے طوریہ کے تصور کا تعارف کیا گیا ہے۔

طوریہ کا نقشہ

نقشہ جو مختلف طوریے اور ان کے ہیئتی تعلقات کو ظاہر کرتا ہے طوریہ کا نقشہ (Phasor diagram) کہلاتا ہے۔

ایک متبادل وولٹیج $v = V_m \sin \omega t$ کا تصور کریں جو ایک دور میں بھیجا گیا ہے۔ اس وولٹیج کو ایک طوریہ $\overrightarrow{OA}$ کے نام سے ظاہر کیا جاسکتا ہے جیسا کہ خاکہ 4.38 میں بتایا گیا ہے۔

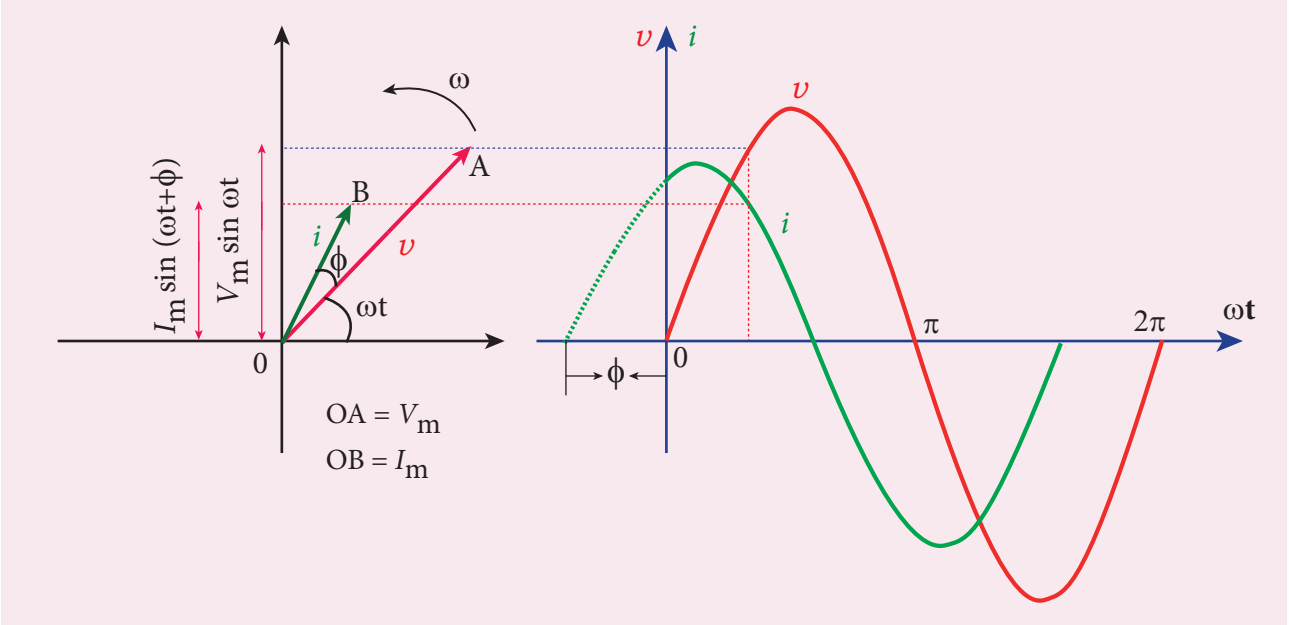


خاکہ 4.38 ایک متبادل وولٹیج $v = V_m \sin \omega t$ کے لئے طوریہ کا نقشہ

یہاں $\overrightarrow{OA}$ کی لمبائی اعلیٰ قیمت (V_m) کو مساوی کرتی ہے، وہ x محور کے ساتھ جو زاویہ بناتی ہے، وہ زاویہ دئے گئے وولٹیج کی ہیئت (ωt) بتلاتا ہے۔ y-محور پر اس کا Projection اس وقفہ پر بروقتہ قیمت $(V_m \sin \omega t)$ فراہم کرتا ہے۔

جب $\overrightarrow{OA}$ ایک زاویائی سمتی رفتار ω کے ساتھ غیر ساعتی سمت میں 'O' کے تحت گردش کرتی ہے تو وولٹیج کی موجی قسم پیدا ہوتی ہے۔ یہ $\overrightarrow{OA}$ کی ایک مکمل گردش کے لئے وولٹیج کا ایک دور پیدا ہوتا ہے۔

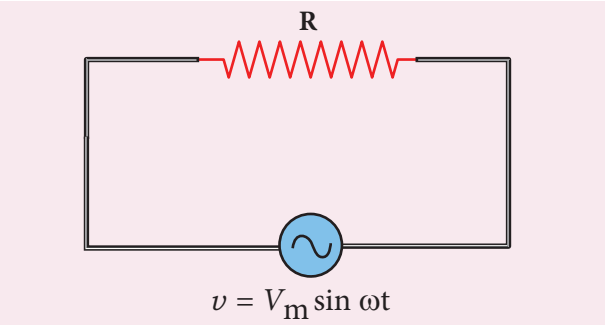
اسی دور میں متبادل برقی رو کو متعلقہ مساوات $i = I_m \sin(\omega t + \phi)$ سے پیش کیا جاسکتا ہے جو ایک اور طوریہ $\overrightarrow{OB}$



خاکہ 4.39 طوریہ کا نقشہ اور موجی نقشہ بیان کرتے ہیں کہ 'V' 'i' سے ϕ زاویہ تک آگے بڑھا ہوا ہے

سے ظاہر کیا جاسکتا ہے۔ یہاں ϕ وولٹیج اور برقی رو کے درمیان ہیئتی زاویہ ہے، اس معاملے میں برقی رو ایک ہیئتی زاویہ ϕ کے فرق سے وولٹیج سے بھی آگے بڑھی ہوئی ہے جسے خاکہ 4.39 میں بتایا گیا ہے۔ اگر برقی رو وولٹیج کے پیچھے ہوتی ہے تو ہم اس طرح لکھیں گے $i = I_m \sin(\omega t - \phi)$

4.7.3 خالص مزاحم رکھنے والا AC برقی دور
AC circuit containing pure resistor



خاکہ 4.40 مزاحم کے ساتھ AC برقی دور

ایک دور کا قیاس کریں، جس کے متبادل وولٹیج کے ذریعہ کے آرپار R مزاحمت والا ایک خاص مزاحم جڑا ہوا ہے (خاکہ 4.40)۔ اس متبادل وولٹیج کی بروقتہ قیمت یوں پیش کی جاتی ہے۔

$$\upsilon = V_m \sin \omega t \qquad (4.37)$$

اس وولٹیج کی وجہ سے برقی دور میں بہنے والی ایک متبادل برقی رو i کے آر پار قواہی گراؤ (potential drop) بر آمد ہوتا ہے جسے یوں پیش کیا جاتا ہے۔

$$V_R = iR \qquad (4.38)$$

Kirchoff کے لوپ کا قانون (ملاحظہ ہو حصہ 2.5.2) یہ بیان کرتا ہے کہ ایک بند دور میں تمام تفاوت بالقواہوں کا الجبریائی حاصل جمع صفر ہے۔ اس مزاحمتی برقی دور کے لئے

$$\upsilon - V_R = 0$$

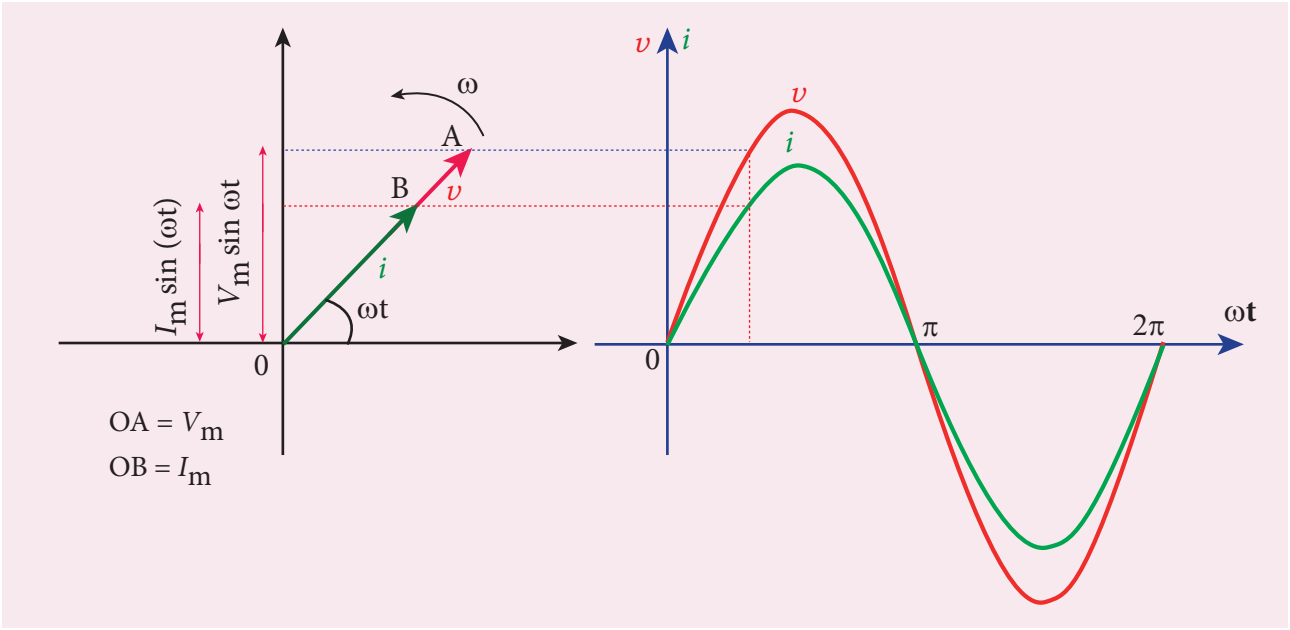
مساوات (4.37) اور (4.38) سے

$$V_m \sin \omega t = iR$$

$$i = \frac{V_m}{R} \sin \omega t$$

$$i = I_m \sin \omega t \qquad (4.39)$$

جہاں، $\frac{V_m}{R} = I_m$، برقی دور میں موجود متبادل برقی رو کی اعلیٰ (peak) قیمت ہے۔ مساوات (4.37) اور (4.38) سے یہ صاف واضح ہوتا ہے کہ دیا گیا وولٹیج اور برقی رو ایک مزاحمتی برقی دور



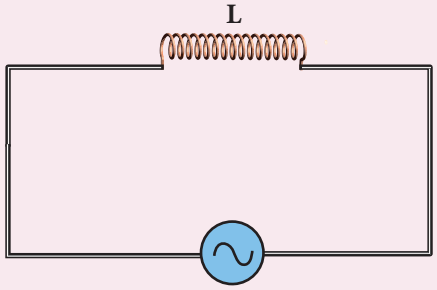
خاکہ 4.41 AC برقی دور کے لئے R کے ساتھ طوریہ کے نقشہ اور موجی نقشہ

میں ایک دوسرے کے ساتھ ہیئت میں ہیں۔ اس کا مطلب یہ ہے کہ دونوں اپنے اعلیٰ اور ادنیٰ مقامات کو بیک وقت پہنچتے ہیں۔ اسے طوریہ کے نقشہ میں ظاہر کیا گیا ہے (خاکہ 4.41) موجی نقشہ بھی یہی بتاتا ہے کہ برقی رو اور وولٹیج دونوں ایک ہی ہیئت میں ہیں (خاکہ 4.41)۔

4.7.4 صرف ایک امالہ گر (inductor) والا AC برقی دور

AC circuit containing only an inductor

ایک دور کا قیاس کریں جس کے متبادل وولٹیج کے آر پار 'L' امالیت والا ایک خالص امالہ گر جڑا ہوا ہے (خاکہ 4.42)۔ اس متبادل وولٹیج کی بروقتہ قیمت یوں پیش کی جاتی ہے۔



خاکہ 4.42 امالہ گر کے ساتھ AC برقی دور

$$\upsilon = V_m \sin \omega t \qquad (4.40)$$

امالہ گر کے ذریعہ بہنے والی برقی رو، برقی دور میں ایک خود امالی محرکۂ برق، یا واپسی محرکۂ برق کی امالیت کرتی ہے۔ وہ واپسی محرکۂ برق یوں پیش کی جائے گی۔

$$\text{واپسی emf } \varepsilon = -L\frac{di}{dt}$$

خالص امالیتی برقی دور کے لئے Kirchoff کے لوپ کے قانون پر عمل کرتے ہوئے، ہم حاصل کرتے ہیں۔

$$\upsilon + \varepsilon = 0$$

$$V_m \sin \omega t = L\frac{di}{dt}$$

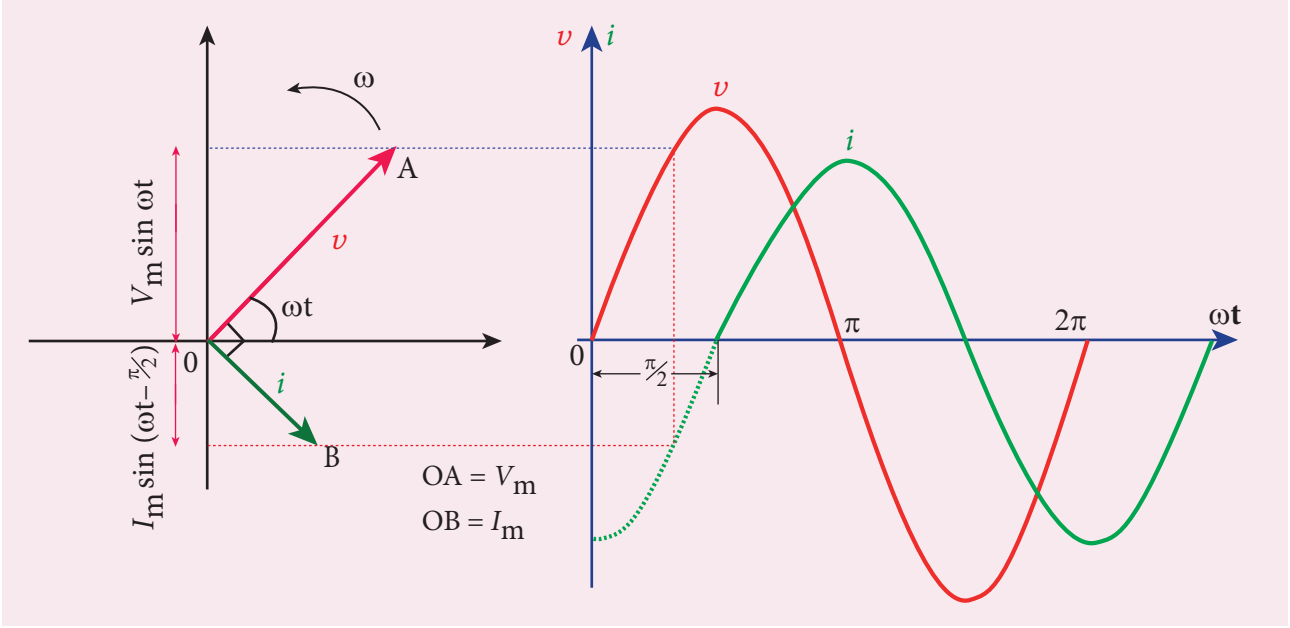
$$di = \frac{V_m}{L}\sin \omega t \; dt$$

دونوں طرف احصاء (انٹیگریٹ) کرنے پر ہم حاصل کرتے ہیں۔

$$i = \frac{V_m}{L}\int \sin \omega t \, dt$$

$$i = \frac{V_m}{L\omega}(-\cos \omega t) + \text{مستقلہ}$$

اوپر کی مساوات میں موجود مربوطیت (انٹیگریشن) کی مستقلہ، وقت کے لحاظ سے غیر مقید (time independent) ہے۔ چونکہ برقی دور میں موجود وولٹیج ہی وقتی منحصر ہے، ہم برقی رو میں موجود وقتی غیر مقید / منحصر حصے (انٹیگریشن مستقلہ) کو صفر قرار دے سکتے ہیں۔



خاکہ 4.43 AC برقی دور کے لئے L کے ساتھ طوریہ کا نقشہ اور موجی نقشہ

$$\left(\because \quad -\cos\omega t = -\sin\left(\pi/2 - \omega t\right) \right.$$
$$\left. = \sin\left(\omega t - \pi/2\right)\right)$$

$$i = \frac{V_m}{\omega L}\sin\left(\omega t - \pi/2\right)$$
$$\text{or} \quad i = I_m \sin\left(\omega t - \pi/2\right) \qquad (4.41)$$

جہاں، $\frac{V_m}{\omega L} = I_m$ برقی دور میں متبادل برقی دور کی انتہائی / اعلیٰ قیمت ہے۔ مساوات (4.40) اور (4.41) سے یہ صاف طور پر واضح ہوتا ہے کہ ایک امالیتی برقی دور میں برقی رو وولٹیج سے $\pi/2$ کے فرق کے ساتھ پیچھے رہ جاتی ہے۔ طوریہ نقشہ میں اس حقیقت کا خاکہ کھینچا گیا ہے۔ موجی نقشہ میں بھی یہ دیکھا جاتا ہے کہ برقی رو وولٹیج سے 90^0 کے فرق سے پیچھے ہے۔ (خاکہ 4.43)

امالیتی متعاملیت (Inductive Reactance) X_L

برقی رو کی اعلیٰ / انتہائی قیمت I_m یہ ہوتی ہے۔ $I_m = \frac{V_m}{\omega L}$ آیئے ہم اس قیمت کو مزاحمتی برقی دور $I_m = \frac{V_m}{R}$ کے ساتھ موازنہ کریں۔ ωL کی مقدار وہی رول ادا کرتی ہے جو مزاحمتی دور میں مزاحمت R کرتی ہے۔ یہ مزاحمت امالہ گر میں پیدا ہوتی ہے جو امالیتی متعاملیت یا امالیتی رد عمل X_L کہلاتی ہے۔ اس کی پیمائش ohm سے کی جاتی ہے۔

$$X_L = \omega L$$

ایک امالہ گر AC کو روکتا ہے، مگر DC کو نہیں روکتا۔ کیوں؟ اور کیسے؟

ایک امالہ گر 'L' ایک دوسرے سے بہت قریب لپیٹا گیا ایک مرغولہ نما لچھا ہے۔ L کے ذریعہ گذرنے والی مستقل برقی رو اس کے اطراف ایک یکساں مقناطیسی میدان پیدا کرتی ہے اور اس سے منسلک مقناطیسی بہاؤ مستقل ہی رہتا ہے۔ لہٰذا اس میں خود امالیت اور خود امالی محرکۂ برق (واپسی محرکۂ برق) نہیں ہوتی۔ چونکہ امالہ گر ایک مزاحم کی طرح برتاؤ کرتا ہے۔ DC امالہ گر کے ذریعہ بہنے لگتی ہے۔

L کے ذریعہ گزرنے والی AC وقت متغیر مقناطیسی میدان پیدا کردیتی ہے جس سے خود۔ امالی محرکۂ برق (واپسی محرکۂ برق) کی امالیت ہونے لگتی ہے۔ LENZ کے کلیہ کے تحت یہ واپسی محرکۂ برق برقی رو میں واقع ہونے والی کسی بھی تبدیلی کی مخالفت کرتی ہے۔ چونکہ AC قدر (MAGNITUDE) اور سمت، دونوں میں تغیر پاتی ہے، L میں اس کی بہاؤ کی مخالفت ہوجاتی ہے۔ صفر اومی (OHMIC) مزاحمت رکھنے والا ایک مثالی امالہ گر کے لئے واپسی محرکۂ برق بھیجی گئی محرکۂ برق کے مساوی اور مخالف ہوتی ہے۔ چنانچہ L، AC کو روکتا ہے۔

امالیتی مقناطیسیت (X_L) تعدد کی طرح براہِ راست متغیر ہوتی ہے۔

$$X_L = 2\pi f L \qquad (4.42)$$

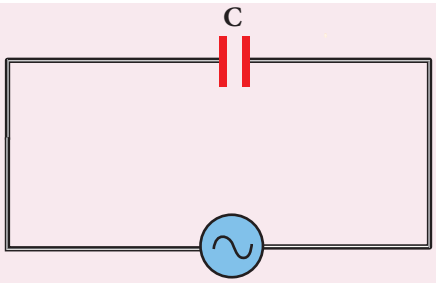
جہاں متبادل برقی رو کی تعدد ہے۔ ایک مستحکم (Steady) برقی رو کے لئے f=o ہے۔ لہذا $X_L = 0$ ہے۔ اسی لئے ایک مثالی امالہ گر ایک مستحکم DC برقی رو کے لئے کسی قسم کی مزاحمت ظاہر نہیں کرتا۔

4.7.5 صرف ایک مکثفہ Capacitance رکھنے والا برقی دور AC

AC circuit containing only a capacitor

تصور کریں کہ ایک برقی دور میں متبادل وولٹیج کے ایک ذریعہ کے آر پار موثر گنجائش (Capacitance) والے ایک مکثفہ capacitor کو جوڑا گیا ہے (خاکہ 4.44)۔ اس متبادل وولٹیج کی بروقتہ قیمت اس طرح دی جاتی ہے۔

$$v = V_m \sin \omega t \qquad (4.43)$$



خاکہ 4.44 مکثفہ (capacitor) کے ساتھ AC برقی دور

فرض کریں کہ مکثفہ capacitor پر موجود بر وقتہ بار 'q' ہے۔ اس وقفہ پر مکثفہ capacitor کے آر پار کی محرکۂ برق $\frac{q}{C}$ ہے۔ Kirchoff کے لوپ کے قانون کے تحت

$$v - \frac{q}{C} = 0$$
$$q = CV_m \sin \omega t$$

برقی رو کی تعریف کی مدد سے

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt}\left(CV_m \sin \omega t\right)$$
$$= CV_m \frac{d}{dt}\left(\sin \omega t\right)$$
$$= CV_m \omega \cos \omega t \qquad (یا)$$
$$i = \frac{V_m}{1/C\omega} \sin\left(\omega t + \pi/2\right)$$

برقی رو کی بر وقتہ قیمت

$$i = I_m \sin\left(\omega t + \pi/2\right) \qquad (4.44)$$

جہاں، $\frac{V_m}{1/C\omega} = I_m$ متبادل برقی رو کی اعلیٰ قیمت ہے۔

مساوات (4.43) اور (4.44) سے یہ صاف پتہ چلتا ہے کہ ایک گنجائشی Capacitive برقی دور میں برقی دور وولٹیج سے $\pi/2$ کے فرق کے ساتھ آگے رہتی ہے۔ خاکہ 4.45 میں اس کا نقشہ کھینچا گیا ہے۔ ایک capacitive برقی دور کے لئے موجی نقشہ بھی یہی بتاتا ہے کہ برقی رو وولٹیج سے 90° کے فرق کے ساتھ آگے رہتی ہے۔

گنجائشی متعاملیت (X_C) (Capacitive reactance)

برقی رو کی اعلیٰ / انتہائی قیمت I_m ہے۔ آیئے ہم اس مساوات کو مزاحمتی برقی دور $I_m = \frac{V_m}{1/C\omega}$ کے ساتھ موازنہ کریں۔

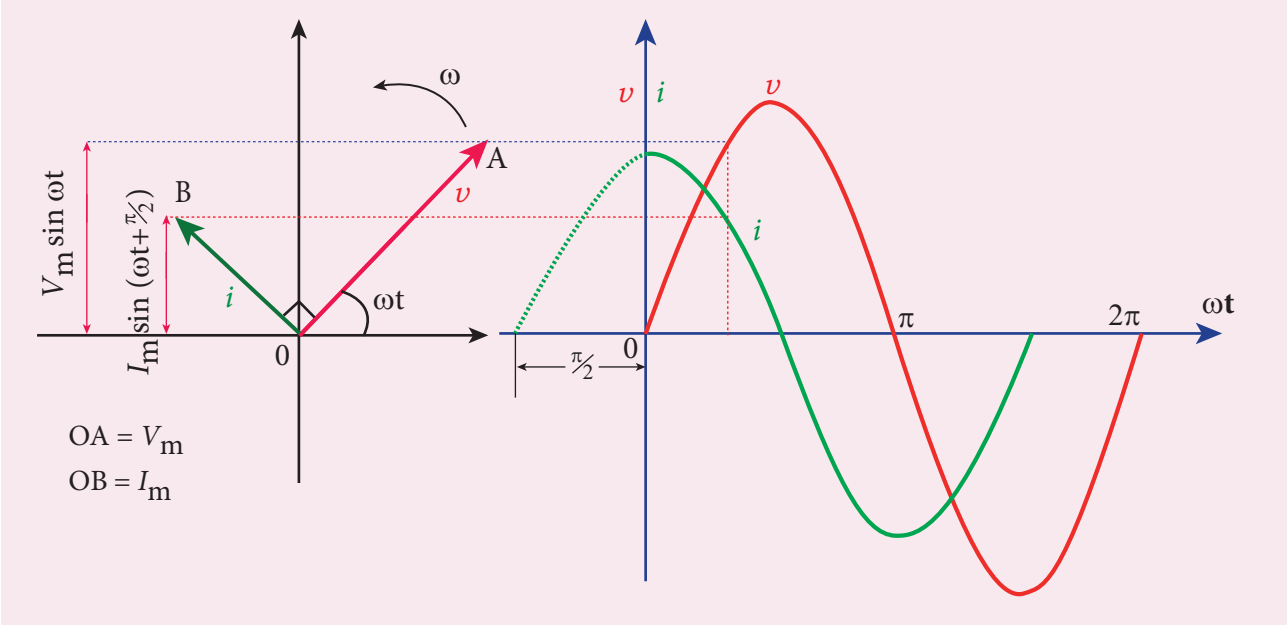
$I_m = \frac{V_m}{R}$ کی مقدار وہی رول ادا کرتی ہے جو مزاحمتی دور میں مزاحمت R کرتی ہے۔ یہ مزاحمت مکثفہ میں پیدا ہوتی ہے، جو $1/C\omega$ گنجائشی متعاملیت کہلاتی ہے۔ اس کی پیمائش ohm سے کی جاتی ہے۔ (X_C)

$$X_c = \frac{1}{\omega C} \qquad (4.45)$$

گنجائشی Capacitive متعاملیت (X_C) تعدد کے طور پر بلاراست متغیر ہوتی ہے۔ ایک مستحکم برقی رو کے لئے f=0 ہے۔

$$\therefore X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{0} = \infty$$

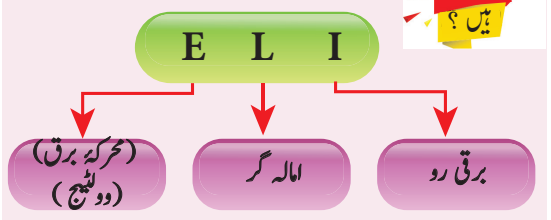
لہذا ایک گنجائشی برقی دور اس مستحکم برقی رو کے لئے لامحدود مزاحمت فراہم کرتا ہے۔ یہاں تک کہ مستحکم برقی رو مکثفہ کے ذریعہ بہہ ہی نہیں سکتی۔



خاکہ 4.45 AC برقی دور کے لئے C کے ساتھ طوریہ کا نقشہ وار موجی نقشہ

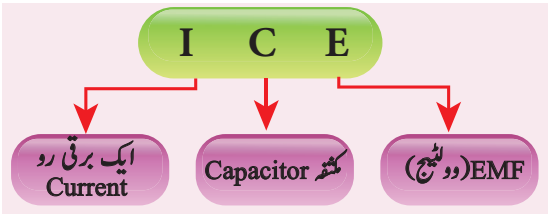
کیا آپ جانتے ہیں؟

ELI کیا ہے؟



ELI ایک Acronym ہے، جس کا مطلب ہے کہ ایک امالیتی برقی دور میں EMF یعنی وولٹیج برقی رو سے آگے رہتا ہے۔

ICE کیا ہے؟



ICE ایک Acronym ہے، جس کا مطلب ہے کہ ایک گنجائشی Capacitive برقی دور میں برقی رو EMF یعنی وولٹیج سے آگے رہتی ہے۔

مثال 4.20

ایک AC برقی دور جس میں 6mA کی ایک موثر برقی رو بہہ رہی ہو، اس میں نظر انداز کے قابل کی مزاحمت رکھنے والا 400mH کا ایک لچھا جوڑدیا جاتا ہے۔ اگر اس کا تعدد 1000Hz ہو تو لچھے کے آرپار کا وولٹیج معلوم کریں۔

حل

$L = 400 \times 10^{-3}$ H; $I_{eff} = 6 \times 10^{-3}$A

$f = 1000$ Hz

امالی متعالیت $X_L = L\omega = L \times 2\pi f$

$= 2 \times 3.14 \times 1000 \times 0.4$

$= 2512\ \Omega$

L کے آر پار وولٹیج

$V = I X_L = 6 \times 10^{-3} \times 2512$

$V = 15.072\ \text{V}(RMS)$

مثال 4.21

$\frac{10^2}{\pi}\mu$F کی موثر گنجائش رکھنے والا ایک مکثفہ 50Hz، 220V کے ایک AC کے آر پار جوڑا گیا ہے۔ گنجائشی متعالیت اور برقی رو کی RMS قیمت دریافت کریں اور وولٹیج اور برقی رو کی مساوات تحریر کریں۔

حل

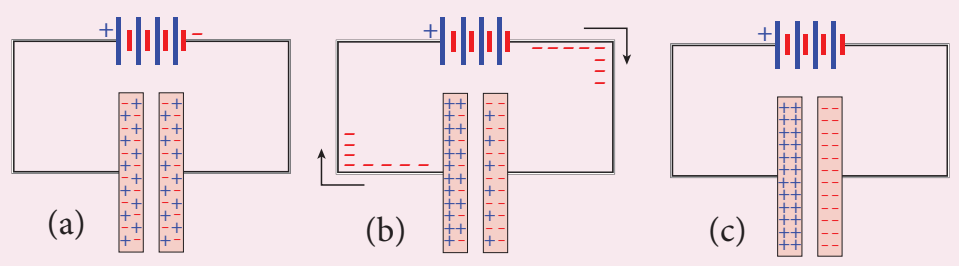
$C = \frac{10^2}{\pi} \times 10^{-6}$ F, $V_{RMS} = 220$ V; $f = 50$ Hz

ایک برقی کثفہ DC (Capacitors) کو روکتا ہے مگر AC کو نہیں روکتا۔ کیوں؟ اور کیسے؟ (امتحان کے لئے نہیں)

کثفوں (Capacitors) میں ایک دوسرے سے قریب رکھی گئی دو متوازی دھاتی تختیاں ہوتی ہیں اور دونوں کے درمیان ایک چھوٹا سا گیپ ہوتا ہے۔ جب بھی وولٹیج کا کوئی ذریعہ (چاہے DCووولٹیج ہو یا AC ووولٹیج) ایک کثفہ کے آر پار جوڑاجاتا ہے تو ذریعہ سے آنے والے الکٹران تختی تک پہنچ کر رک جاتے ہیں۔ وہ دو تختیوں کے درمیانی گیپ سے چھلانگ لگا کر دور میں اپنی بہاؤ کو برقرار نہیں رکھ سکتے۔ چنانچہ ایک ہی سمت میں بہنے والے الکٹران یعنی DC (Capacitors) کے ذریعہ گزر نہیں سکتے۔ مگر AC ذریعہ سے آنے والے الکٹران C کے ذریعہ بہتے ہوئے محسوس ہوتے ہیں۔ آئیے ہم دیکھیں کہ حقیت میں کیا ہوتا ہے؟

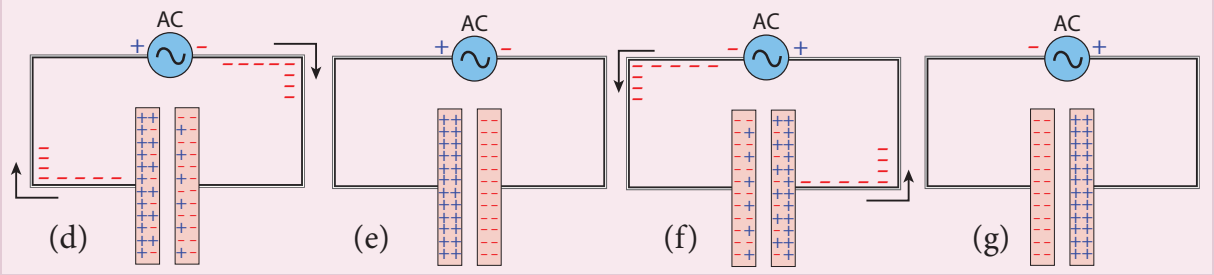
ایک کثفہ Capacitor کے ذریعہ DC بہہ نہیں سکتی

ایک متوازی تختیوں والے کثفہ کا مشاہدہ کریں، جس کی تختیاں بار بردار نہ کی گئی ہوں (مثبت اور منفی بار مساوی ہوں) Cکے آر پار ایک DC ذریعہ (بیٹری) جوڑ دیا جاتا ہے جیساکہ خاکہ (a) میں بتایا گیا ہے۔



جیسے ہی بیٹری جوڑ دی جاتی ہے، منفی سرے سے الکٹران بہنا شروع ہوجاتے ہیں اور آکر دائیں تختی میں جمع ہونے لگتے ہیں۔ اس سے تختی منفی بن جاتی ہے۔ اس منفی قواہیت کی وجہ سے قریبی تختی کے الکٹران دفع ہونے لگتے ہیں اور بیٹری کے مثبت سرے کی طرف حرکت کرنے لگتے ہیں۔ جب الکٹران بائیں تختی کو چھوڑ دیتے ہیں تو وہ تختی مثبت باربردار بن جاتی ہے۔ یہ عمل بار برداری کا عمل کہلاتا ہے۔ تیروں کے نشان کے ذریعہ الکٹرانوں کے بہاؤ کی سمت بتائی گئی ہے۔

بیٹری کی سطح مساوی ہونے تک بار برداری کا یہ عمل جاری رہتا ہے۔ جب کثفہ Capacitor مکمل طور پر بار بردار ہوجاتا ہے، برقی رو کا بہاؤ بند ہوجاتا ہے۔ اس موقع پر ہم کہنے لگتے ہیں کہ کثفہ، DC کو روک رہا ہے (خاکہ (C))۔



ایک کثفہ Capacitor کے ذریعہ AC(?!) بہتی ہے؟

اب C کے آر پار AC کا ایک ذریعہ جوڑا جاتا ہے۔ ایک وقفہ پر ذریعہ کا دایاں حصہ منفی قواہیت پر ہوتاہے تو پھر الکٹران منفی سرے سے دائیں تختی کی طرف بہنے لگتے ہیں اور بائیں تختی سے دائیں سرے کی طرف بہتے ہیں جیسا کہ خاکہ (d) میں بتایا گیا ہے، مگر کوئی بھی الکٹران تختیوں کے درمیانی گیپ سے چھلانگ نہیں لگاتا۔ تیروں کے نشان کے ذریعہ الکٹرانوں کا یہ بہاؤ ظاہر کیا گیا ہے۔ اس طرح تختیوں کی بار برداری کا عمل پورا ہوتا ہے اور تختیاں مکمل طور پر بار بردار ہوجاتی ہیں (خاکہ (e))۔

تھوڑے سے وقفہ کے بعد ACذریعہ کی قطبیت الٹ جاتی ہے۔ اب ذریعہ کا دایاں حصہ مثبت بن جاتاہے۔ جو الکٹران دائیں تختی پر جمع ہوگئے تھے وہ مثبت سرے کی طرف بہنے لگتے ہیں اور منفی سرے پر کے الکٹران بائیں تختی میں موجود مثبت باروں کو معادل کرنے کے لئے بائیں تختی کی طرف بہتے ہیں۔ اس کے نتیجہ میں تختیوں کی بار برداری کم ہونے لگتی ہے اور یہ عمل غیر باربرداری discharging کہلاتا ہے۔ تیروں کے نشان کے ذریعہ ان الکٹرانوں کے بہاؤ کو ظاہر کیا گیاہے (خاکہ F)۔ جب تمام بار معادل ہوجاتے ہیں AC کی قطبیت تبدیل ہونے کی وجہ سے وہ پھر سے بار بردار بننا شروع ہوجاتے ہیں (خاکہ g)۔

لہذا جب کثفہ باربردار ہوتا ہے تو الکٹران ایک سمت میں بہنے لگتے ہیں اور جب وہ غیر باربردار ہونے لگتا ہے توالکٹرانوں کی سمت الٹ جاتی ہے (روایتی برقی رو بھی دونوں معاملات میں مخالف ہے) حالانکہ برقی دور میں الکٹران بہنے لگتے ہیں مگر کوئی بھی الکٹران تختیوں کے درمیانی گیپ کو پار نہیں کرتا۔ اس طرح سے ایک کثفہ کے ذریعہ AC بہنے لگتی ہے۔

(i) گنجائشی متعاملیت

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}$$
$$= \frac{1}{2\times\pi\times 50\times\frac{10^{-4}}{\pi}} = 100\,\Omega$$

(ii) برقی رو کی RMS قیمت

$$I_{RMS} = \frac{V_{RMS}}{X_C} = \frac{220}{100} = 2.2\,\text{A}$$

$$V_m = 220\times\sqrt{2} = 311\,\text{V} \qquad \text{(iii)}$$

$$I_m = 2.2\times\sqrt{2} = 3.1\text{A}$$

چنانچہ

$$\upsilon = 311\sin 314t$$

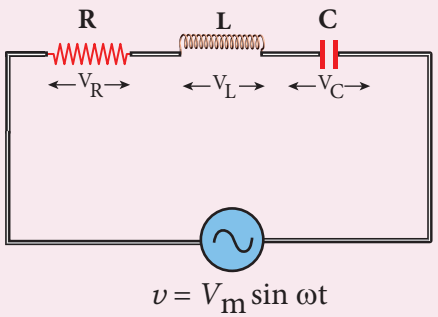
$$i = 3.1\sin\left(314t + \pi/2\right)$$

4.7.6 سلسلہ وار جڑے ہوئے ایک مزاحم ایک امالہ گر اور ایک مکثفے والا ایک AC برقی دور۔ مسلسل RLC برقی دور

AC circuit containing a resistor, an inductor and a capacitor in series – Series RLC circuit

ایک برقی دور کا مشاہدہ کریں جس میں ایک متبادل وولٹیج ذریعہ کے آرپار، ایک مزاحم R، L امالہ والا ایک امالہ گر، اور C گنجائش والا ایک مکثفہ جڑے ہوئے ہوں، (خاکہ 4.46)۔ متبادل وولٹیج کی بروقتہ قیمت یوں پیش کی جاتی ہے۔

$$\upsilon = V_m \sin\omega t$$



خاکہ 4.46 R، L اور C والا ایک AC برقی دور

فرض کریں کہ اس وقفہ پر برقی دور میں موجود مجموعی Resultant برقی رو 'i' ہے۔ اس کے نتیجہ میں R، L اور C کے آر پار ایک وولٹیج بنتا ہے۔

ہم جانتے ہیں کہ R کے آر پار کا وولٹیج V_R (R، i کی ہیئت کے ساتھ ہوتا ہے۔ L کے آر پار کا وولٹیج V_L (L، $\pi/2$ کے فرق کے ساتھ i سے آگے رہتا ہے اور C کے آر پار کا وولٹیج V_c (C، $\pi/2$ کے فرق کے ساتھ i سے پیچھے رہتا ہے۔

برقی رو کو مطالعاتی طوریہ بنا کر طوریہ کا نقشہ بنایا جاتا ہے۔ برقی رو کی نمائندگی، طوریہ $\overrightarrow{OI}$ سے، V_R، $\overrightarrow{OA}$ سے، V_L، $\overrightarrow{OB}$ سے، اور V_c $\overrightarrow{OC}$ سے ظاہر کی جاتی ہے جیسا کہ خاکہ 4.47 میں بتایا گیا ہے۔

ان طوریوں کی لمبائیاں یہ ہیں۔

$$OI = I_m,\ OA = I_m R,\ OB = I_m X_L;\ OC = I_m X_C$$

V_L (یا) V_C کے قیمت کی بنیاد پر یہ برقی دور مؤثر طور پر امالیتی، گنجائشی، یا مزاحمتی ہوسکتی ہے۔ فرض کریں کہ $V_L > V_C$ ہے۔ چنانچہ L.C جوڑی کے آر پار وولٹیج کا گھٹاؤ $V_L - V_C$ ہے جو ایک طوریہ $\overrightarrow{OD}$ سے ظاہر کیا گیا ہے۔

متوازی الاضلاع (parallelogram) کے کلیے سے وتر $\overrightarrow{OE}$ اور V_R کا ماحصل وولٹیج V فراہم کرتی ہے اور اس کی لمبائی OE، V_m کے مساوی ہے۔ چنانچہ

$$V_m^2 = V_R^2 + \left(V_L - V_C\right)^2$$

$$V_m = \sqrt{\left(I_m R\right)^2 + \left(I_m X_L - I_m X_C\right)^2}$$

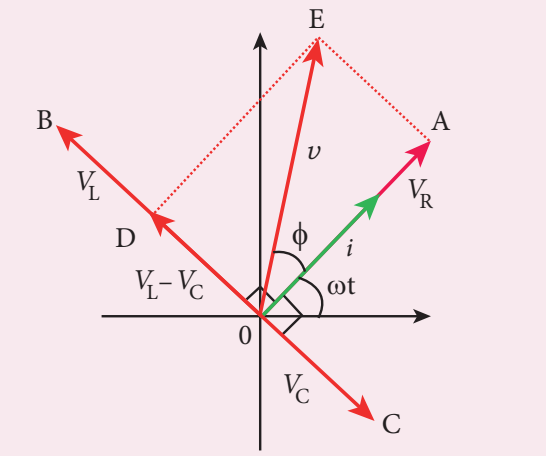
$$= I_m\sqrt{R^2 + \left(X_L - X_C\right)^2} \quad \text{or}$$

$$I_m = \frac{V_m}{\sqrt{R^2 + \left(X_L - X_C\right)^2}} \quad \text{or} \qquad (4.46)$$

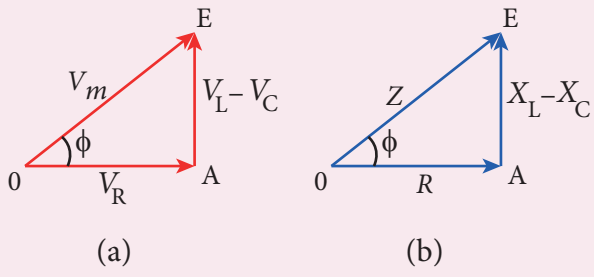
$$I_m = \frac{V_m}{Z}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(X_L - X_C\right)^2} \qquad \text{جہاں (4.47)}$$

Z برقی دور کی مقاومت (impedance) کہلاتی ہے جو RLC دوری سلسلہ سے برقی رو کی مؤثر مخالفت کو ظاہر کرتی ہے۔



خاکہ 4.47 جب $V_L > V_C$ ہو تو ایک سلسلہ وار RLC برقی دور کے لئے طوریہ کا نقشہ



خاکہ 4.48 جب $X_L > X_C$ ہو تو وولٹیج اور مقاومت کے مثلث

وولٹیج اور مقاومت کے مثلث خاکہ 4.48 میں دئے گئے ہیں۔

طوریہ کے نقشہ سے، V اور i کے درمیانی ہیئتی زاویہ کو مندرجۂ ذیل مساوات کی مدد سے معلوم کرسکتے ہیں۔

$$\tan\phi = \frac{V_L - V_C}{V_R} = \frac{X_L - X_C}{R} \qquad (4.48)$$

مخصوص صورت حال

(i) اگر $X_L > X_C$ ہو تو $(X_L - X_C)$ مثبت ہوگا اور ہیئتی زاویہ ϕ بھی مثبت ہوگا۔ اس کا مطلب یہ ہے کہ بھیجا گیا وولٹیج ϕ زاویہ کے فرق کے ساتھ برقی رو سے آگے ہوتا ہے (یا برقی رو ϕ کے فرق سے وولٹیج کے پیچھے ہوتی ہے) برقی دور امالیتی ہوتا ہے۔

$$\therefore v = V_m \sin\omega t;\ i = I_m \sin(\omega t - \phi)$$

(ii) اگر $X_L < X_C$ ہو تو $(X_L - X_C)$ منفی ہوگا اور ϕ بھی منفی ہوگا۔ لہٰذا برقی دور ϕ کے فرق کے ساتھ وولٹیج سے آگے رہے گی اور برقی دور گنجائشی ہوتا ہے۔

$$\therefore v = V_m \sin\omega t;\ i = I_m \sin(\omega t + \phi)$$

(iii) اگر $X_L = X_C$ ہو تو ϕ صفر ہوجاتا ہے۔ چنانچہ برقی رو اور وولٹیج ایک ہی ہیئت میں رہتے ہیں اور برقی دور مزاحمتی ہوتا ہے۔

$$\therefore v = V_m \sin\omega t;\quad i = I_m \sin\omega t$$

4.7.7 سلسلہ وار RLC برقی دور میں گونج

Resonance in series RLC Circuit

جب بھیجے جانے والے متبادل ذریعہ کی تعدد (ω_r)، RLC دور کی فطری تعدد $\left[1/\sqrt{LC}\right]$ کے برابر ہوتی ہے تو برقی دور میں موجود برقی رو اپنی انتہائی (peak) قیمت تک پہنچ جاتی ہے تو پھر کہا جائے کہ برقی دور کو برقی گونج یا گمگ Electrical resonance میں ہے۔ وہ تعدد جس پر گمگ / گونج (Resonance) عمل آور ہوتا ہے۔ resonant (گونجی) تعدد کہلاتی ہے۔

جدول 4.1 AC برقی دوروں کے نتائج کا خلاصہ

مقاومت کی قسم	مقاومت کی قیمت	وولٹیج کے ساتھ برقی رو کا ہیئتی زاویہ	طاقتی عوامل
مزاحمت	R	0°	1
امالیت	$X_L = \omega L$	$90°$ پیچھے	0
گنجائشی	$X_C = 1/\omega C$	$90°$ آگے	0
R- L - C	$\sqrt{R^2 + \left(\omega L - 1/\omega C\right)^2}$	$0°$ اور $90°$ کے درمیان آگے یا پیچھے	0 اور 1 کے درمیان

گونجی Resonant زاویائی تعدد $\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \qquad (4.49)$$

سلسلہ وار گونج (Resonance) پر

$$\omega_r^2 = \frac{1}{LC} \text{ (یا) } \omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\omega_r L = \frac{1}{\omega_r C} \text{ (یا)}$$

$$X_L = X_C \qquad (4.50)$$

یہ RLC برقی دور میں گونج کے لئے شرط ہے

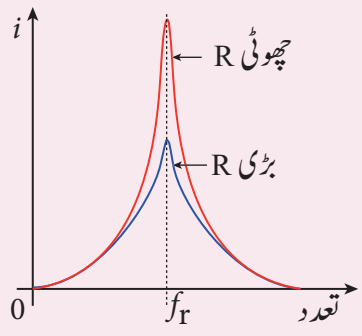
چونکہ X_L اور X_C تعدد پر منحصر ہیں، گونج (resonance) کی شرط $(X_L = X_C)$ بھیجے گئے وولٹیج کی تعدد کے تغیر سے پوری کی جاسکتی ہے۔

سلسلہ وار گونج کے اثرات (Effects of series resonance)

جب سلسلہ وار گونج عمل آور ہوتی ہے توبرقی دور کی مقاومت کم ہوتی ہے اور وہ برقی دور کی مزاحمت کے برابر ہوتی ہے۔ اس کے نتیجہ میں برقی دور کی برقی رو انتہا ہوجاتی ہے۔ اسے برقی رو اور تعدد کے درمیان بنائی گئی گونج (resonance) کی منحنی کہتے ہیں (خاکہ 4.49)۔

گونج (Resonance) پر مقاومت یہ ہے۔

چونکہ $X_L = X_C$ ، $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = R$



خاکہ 4.49 گونج (Resonance) کی منحنی

چنانچہ برقی دور میں موجود برقی رویہ ہے۔

$$I_m = \frac{V_m}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}$$

$$I_m = \frac{V_m}{R} \qquad (4.51)$$

سلسلہ وار گونج (Resonance) پر انتہائی برقی رو کو برقی دور کے مزاحم سے محدود کردیا جاتا ہے۔ چھوٹی مزاحمت کے لئے تیز منحنی کے ساتھ بڑی برقی رو حاصل ہوتی ہے اور عین اس کے برعکس (Vise versa) بھی ہوتا ہے۔

سلسلہ وار RLC Resonace برقی دور کے استعمالات

RLC برقی دوروں کے کئی استعمالات ہیں جیسے تقطیری دوریں، اہتزازندے (oscillators) وولٹیج ضاربین (multipliers) وغیرہ۔ سلسلہ وار Resonance, RLC گونجی برقی دور کا ایک اہم استعمال ریڈیو اور ٹی وی کے نظام میں برقی دور کی ٹیوننگ کرنا ہے۔ ہوا میں مختلف تعدد والے سگنل Signals ہوتے ہیں، جو broad casting stations سے آتے ہیں۔ ایک مخصوص Station سے آنے والے سگنل کو حاصل کرنے کے لئے ٹیوننگ کی جاتی ہے ۔

عام طور پر متوازی تحتیوں والا ایک متغیر مکثفہ کی موثر گنجائش (Capacitance) کو تبدیل کرکے ٹیوننگ کی جاتی ہے، جس سے برقی دور کی گونج کی تعدد تبدیل ہوتی ہے۔ جب گونج کی تعدد، مخصوص Station کے سگنل کے تعدد کے برابر ہوجاتی ہے تو برقی دور میں موجود برقی رو کی مقاومت بہت بڑی ہوجاتی ہے لہذا اس مخصوص Station کا سگنل ہی حاصل ہوتا ہے

نوٹ

برقی گونج Resonance کا عمل اسی وقت ممکن ہے جب برقی دور میں L اور C دونوں موجود ہوں تب ہی L اور C کے آر پار موجود وولٹیج ایک دوسرے کو قطع (Cancel) کرسکیں گے جب V_L اور V_C، 180^0 ہیئت کے باہر ہوں اور دور خالص مزاحمتی بن جاتی ہے۔ اس سے یہ اخذ کیا جاتا ہے کہ RL اور RC برقی دوروں میں گونج (Resonance) عمل آور نہیں ہوسکتی۔

4.7.8 معیاری عوامل یا Q عوامل

Quality factor or Q-factor

گونج پر سلسلہ وار RLC برقی دور میں برقی دور کی قیمت انتہائی ہوجاتی ہے۔ برقی رو کے اضافہ کی وجہ سے L اور C کے آر پار کا وولٹیج بھی بڑھ جاتا ہے۔ سلسلہ وار گونج پر وولٹیجوں کا زیادہ ہوجانا Q عوامل کہلاتا ہے۔

اس کی تعریف یوں کی جاتی ہے کہ یہ گونج (Resonance) پر L یا C کے آر پار کے وولٹیج کے ساتھ دئے گئے وولٹیج کی نسبت ہے۔

$$\text{Q عوامل} = \frac{\text{گونج پر L یا C کے آر پار کا وولٹیج}}{\text{بھیجا گیا وولٹیج}}$$

گونج پر برقی دور خالص مزاحمتی ہوتا ہے۔ لہذا بھیجا گیا وولٹیج R کے آر پار کے وولٹیج کے برابر ہوتا ہے۔

$$\text{Q عوامل} = \frac{I_m X_L}{I_m R} = \frac{X_L}{R} \qquad (4.52)$$

$$= \frac{\omega_r L}{R}$$

$$= \frac{L}{R\sqrt{LC}} \qquad \text{چونکہ } \omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\text{Q عوامل} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} \qquad (4.53)$$

طبیعیاتی معنی یہ ہے کہ Q- عوامل یہ اشارہ کرتی ہے کہ L یا C کے آر پار جتنا گنا وولٹیج ہے، وہ گونج پر بھیجے گئے وولٹیج سے زیادہ ہوگا۔

مثال 4.22

ایک سلسلہ وار RLC برقی دور کی مقاومت معلوم کریں، جب اس کے امالیتی متعاملیت گنجائشی متعاملیت اور مزاحمت بالترتیب 184 Ω, 144 Ω اور 30 Ω ہوں۔ وولٹیج اور برقی رو کے درمیان ہیئتی زاویہ بھی معلوم کریں

حل

$X_L = 184\ \Omega; X_C = 144\ \Omega$

$R = 30\ \Omega$

(i) مقاومت یہ ہے

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

$$= \sqrt{30^2 + (184 - 144)^2}$$

$$= \sqrt{900 + 1600}$$

$$Z = 50\ \Omega$$

(ii) وولٹیج اور برقی رو کے درمیان ہیئتی زاویہ یہ ہے

$$\tan\phi = \frac{X_L - X_C}{R}$$

$$= \frac{184 - 144}{30} = 1.33$$

$$\phi = 53.1^\circ$$

چونکہ ہیئتی زاویہ مثبت ہے، اس امالیتی برقی رو کے لئے وولٹیج 53.1° کے فرق کے ساتھ برقی رو سے آگے رہتا ہے۔

مثال 4.23

500μH کا ایک امالہ گر $\frac{80}{\pi^2}$ pF کا ایک مکثف اور 628 Ω والا ایک مزاحم، ان تینوں کو سلسلہ وار جوڑکر ایک RLC برقی دور بنایا جاتا ہے۔ اس کی گونجی تعدد اور گونج پر اس برقی دور کا Q-عوامل دریافت کریں۔

حل

$$L = 500\times10^{-6}\text{H}; C = \frac{80}{\pi^2}\times10^{-12}\text{F}; \quad R = 628\Omega$$

(i) گونجی تعدد یہ ہے

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{500\times10^{-6}\times\frac{80}{\pi^2}\times10^{-12}}}$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{40,000\times10^{-18}}}$$

$$= \frac{10,000\times10^3}{4} = 2500\ \text{KHz}$$

(ii) Q ۔ عوامل

$$= \frac{\omega_r L}{R} = \frac{2\times3.14\times2500\times10^3\times500\times10^{-6}}{628}$$

$$Q = 12.5$$

مثال 4.24

(i) 0 s، (ii) 50 μs، (iii) 75 μs پر متبادل وولٹیج $\upsilon = 10\sin(3\pi\times10^4\,t)$ کی بروقتہ قیمت دریافت کریں۔

حل

دی گئی مساوات یہ $\upsilon = 10\sin(3\pi\times10^4\,t)$ ہے

(i) $t = 0$ s پر

$$\upsilon = 10\sin 0° = 0\ \text{V}$$

(ii) $t = 50\ \mu s$ پر

$$\begin{aligned}\upsilon &= 10\sin\left(3\pi\times10^4\times50\times10^{-6}\right)\\ &= 10\sin\left(150\pi\times10^{-2}\times\frac{180°}{\pi}\right)\\ &= 10\sin(270°) = 10\times-1\\ &= -10\ \text{V}\end{aligned}$$

(iii) $t = 75\ \mu s$ پر

$$\begin{aligned}\upsilon &= 10\sin\left(3\pi\times10^4\times75\times10^{-6}\right)\\ &= 10\sin\left(225\pi\times10^{-2}\times\frac{180°}{\pi}\right)\\ &= 10\sin(405°) = 10\sin 45°\\ &= 10\times 1/\sqrt{2} = 7.07\ \text{V}\end{aligned}$$

مثال 4.25

ایک امالیتی برقی دور میں موجود برقی رو $0.3\sin A\,(200t–40°)$ ہے۔ اگر امالیت 40mH ہو تو برقی دور کے آر پار کے وولٹیج کے لئے مساوات تحریر کریں۔

حل

$L = 40\times10^{-3}$ H; $i = 0.3\sin(200t - 40^o)$

$$\begin{aligned}X_L &= \omega L = 200\times40\times10^{-3} = 8\ \Omega\\ V_m &= I_m X_L = 0.3\times8 = 2.4\ \text{V}\end{aligned}$$

ایک امالی برقی دور میں وولٹیج $90°$ کے زاویائی فرق سے برقی رو کے آگے رہتا ہے۔ چنانچہ

$$\begin{aligned}\upsilon &= V_m\sin(\omega t + 90°)\\ \upsilon &= 2.4\sin(200t - 40° + 90°)\\ \upsilon &= 2.4\sin(200t + 50°)\,\text{V}\end{aligned}$$

4.8 برقی دوروں میں برقی طاقت
Power in AC circuits

4.8.1 برقی دوروں میں برقی طاقت کا تعارف
Introduction of power in AC circuits

ایک دور کی برقی طاقت کی تعریف یہ ہے کہ یہ اس برقی دور میں برتے جانے والی برقی توانائی کی شرح ہے۔ اسے وولٹیج اور برقی رو کے حاصل ضرب سے پیش کیا جاتا ہے۔ ایک AC برقی دور میں وولٹیج اور برقی رو، وقت کے ساتھ لگاتار تغیر پاتے رہتے ہیں۔ آئیے ہم پہلے کسی ایک وقفہ پر برقی طاقت کا حساب لگائیں اور پھر ایک مکمل دور کی اوسط برقی طاقت معلوم کریں۔

کسی ایک وقفہ پر سلسلہ وار امالیتی RLC برقی دور میں متبادل وولٹیج اور متبادل برقی رو یوں دئے جاتے ہیں۔

$$\upsilon = V_m\sin\omega t \quad \text{and} \quad i = I_m\sin(\omega t + \phi)$$

جہاں i اور v کے درمیان کا ہیئتی زاویہ ϕ ہے۔ بروقتہ برقی طاقت یوں لکھی جاتی ہے۔

$$\begin{aligned}P &= \upsilon\, i\\ &= V_m I_m\sin\omega t\sin(\omega t + \phi)\\ &= V_m I_m\sin\omega t\left[\sin\omega t\cos\phi + \cos\omega t\sin\phi\right]\\ P &= V_m I_m\left[\cos\phi\sin^2\omega t + \sin\omega t\cos\omega t\sin\phi\right]\end{aligned} \qquad (4.54)$$

یہاں ایک دور پر $\sin^2\omega t$ کی اوسط $1/2$ ہے اور $\sin\omega t\cos\omega t$ کی اوسط صفر ہے۔ ان قیمتوں کو حل کرنے پر ہم ایک دور پر اوسط برقی طاقت حاصل کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned}P_{av} &= V_m I_m\cos\phi\times 1/2\\ &= \frac{V_m}{\sqrt{2}}\frac{I_m}{\sqrt{2}}\cos\phi\\ P_{av} &= V_{RMS}\, I_{RMS}\cos\phi\end{aligned} \qquad (4.55)$$

جہاں $V_{RMS}I_{RMS}$ ظاہری برقی طاقت (apparnt power) کہلاتا ہے اور $\cos\phi$ برقی طاقتی عوامل (Power Factor) کہلاتا ہے۔ ایک AC برقی دور کی اوسط برقی طاقت، برقی دور کی اصلی (true) برقی طاقت بھی کہلاتی ہے۔

خصوصی صورت حال

(i) ایک خالص مزاحمتی برقی دور کے لئے وولٹیج اور برقی دور کا درمیانی ہیئتی زاویہ صفر ہے اور $\cos\phi = 1$ ہے۔

$$\therefore P_{av} = V_{RMS}\ I_{RMS}$$

(ii) ایک خالص امالیتی یا گنجائشی برقی دور کے لئے ہیئتی زاویہ $\pm \pi/2$ اور $\cos\left(\pm\pi/2\right) = 0$ ہے

$$\therefore P_{av} = 0$$

(iii) سلسلہ وار برقی دور کے لئے ہیئتی زاویہ $\phi = \tan^{-1}\left(\frac{X_L - X_C}{R}\right)$ ہے۔

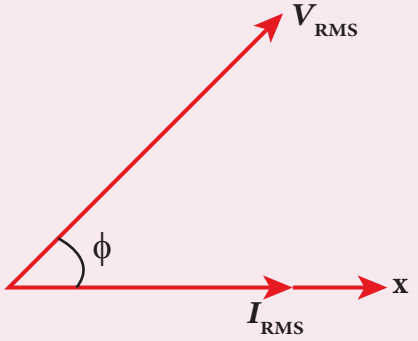
$$\therefore P_{av} = V_{RMS}\ I_{RMS}\ \cos\phi$$

(iv) گونج پر سلسلہ وار RLC برقی دور کے لئے ہیئتی زاویہ صفر اور $\cos\phi = 1$ ہے۔

$$\therefore P_{av} = V_{RMS}\ I_{RMS}$$

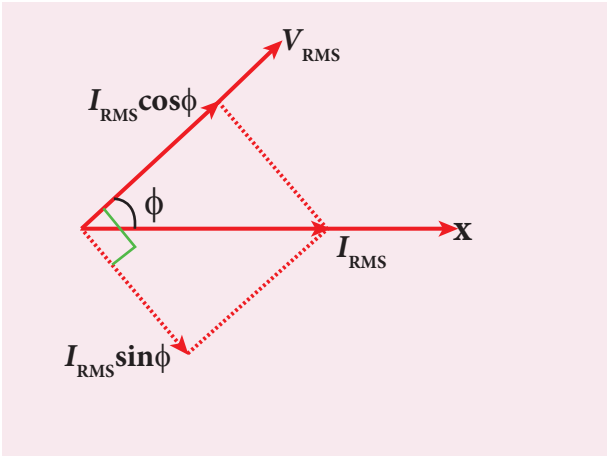
4.8.2 بے واٹ برقی رو Wattless current

ایک AC برقی دور کا مشاہدہ کریں جس میں ϕ اور V_{RMS} کے درمیان I_{RMS} کا ہیئتی زاویہ ہے اور اس میں یہ تصور کیا جاتا ہے کہ وولٹیج ϕ کے فرق کے ساتھ برقی رو سے آگے ہے جیسا کہ ہیئتی نقشہ میں بتایا گیا ہے (خاکہ 4.50)۔



خاکہ 4.50 V_{RMS}، ϕ کے فرق کے ساتھ I_{RMS} سے آگے ہے

اب I_{RMS} کو V_{RMS} کے تحت V_{RMS} کے ساتھ $I_{RMS}\cos\phi$ اور V_{RMS} کے عمودی $I_{RMS}\sin\phi$ نامی کے دو عمودی اجزاء کے طور پر حل کیا جاتا ہے، جیسا کہ خاکہ 4.51 میں بتایا گیا ہے۔



خاکہ 4.51 I_{RMS} کے اجزاء

(i) برقی رو کا جزو $(I_{RMS}\cos\phi)$ جو وولٹیج کی ہیئت کے ساتھ ہے، وہ عملی جزو کہلاتا ہے (Active component)۔ اس سے برقی جانے والی برقی رو $= V_{RMS}I_{RMS}\cos\phi$ ہے۔ اسی لئے اسے واٹ والی Watt full برقی رو کہتے ہیں۔

(ii) دوسرا جزء $(I_{RMS}\sin\phi)$ جو وولٹیج کے ہیئتی زاویہ سے $\pi/2$ کے فرق پر ہے رد عملی جزو کہلاتا ہے۔ برقی جانے والی برقی رو صفر ہے۔ اس لئے اسے بے واٹ (Wattless) برقی رو بھی کہا جاتا ہے۔

ایک ACبرقی دور میں موجود برقی رو بے واٹ برقی رو کہلائے گی جب اس سے برقی جانے والی برقی طاقت صفر ہو۔

4.8.3 برقی طاقتی عوامل Power Factor

مندرجۂ ذیل کے کسی بھی طریقے سے برقی طاقت کے عوامل کی تعریف کی جاتی ہے

(i) برقی طاقتی عوامل = $\cos\phi$ = آگے یا پیچھے رہنے والے Cosine کے زاویے کا

(ii) برقی طاقتی عوامل $= \frac{R}{Z} = \frac{\text{مزاحمت}}{\text{مقاومت}}$

(iii) برقی طاقتی عوامل $= \frac{P_{av}}{V_{RMS}I_{RMS}} = \frac{\text{اصلی برقی طاقت}}{\text{ظاہری برقی طاقت}}$

برقی طاقتی عوامل کی چند مثالیں

(i) ایک خالص مزاحمتی برقی دور کے لئے برقی طاقتی عوامل $\cos 0° =$ ہے، کیونکہ وولٹیج اور برقی رو کا درمیانی ہیئتی زاویہ ϕ، صفر ہے۔

(ii) ایک خالص امالیتی یا گنجائشی برقی دور کے لئے برقی طاقتی عوامل $\cos\left(\pm\pi/2\right)=0$ ہے کیونکہ وولٹیج اور برقی رو کا درمیانی ہیئتی زاویہ ϕ، $\pm\ \pi/2$ ہے۔

(iii) ایک برقی دور میں R، L اور C اگر متغیر تناسب میں ہوں تو برقی طاقت صفر سے 1 تک ہوگی۔

4.8.4 DC پر AC کے فوائد اور خامیاں
Advantages and disadvantages of AC over DC

فوائد

(i) AC کی تیاری DC سے سستی ہے۔

(ii) اعلیٰ وولٹیج کی AC بھیجے جانے پر منتقلی کا نقصان DC کی بہ نسبت کم ہوتا ہے۔

(iii) تصحیح کار (Rectifier) کی مدد سے AC کو DC میں آسانی سے تبدیل کرلیا جاسکتا ہے۔

خامیاں

(i) چند برقی کام جیسے بیٹریوں کا چارج کرنا، برقی ملمع کاری، برقی traction وغیرہ کے لئے AC کا استعمال نہیں کیا جاسکتا۔

(ii) اعلیٰ وولٹیجوں پر AC پر کام کرنا DC سے بھی زیادہ خطرناک ہے۔

مثال 4.26

ایک سلسلہ وار RLC برقی دور جو 400 kHz پر گونج پیدا کرتا ہے اس میں 80μH کا امالہ گر 2000 pF کا مکثفہ اور 50 Ω کا ایک مزاحم ہے۔ دریافت کریں۔

(i) برقی دور کا Q عوامل

(ii) جب امالیت کی قیمت دگنی کردی جاتی ہے تو گنجائش کی نئی قیمت اور

(iii) نیا Q۔ عوامل

حل

$$L = 80\times10^{-6}\,\text{H};\ C = 2000\times10^{-12}\,\text{F}$$
$$R = 50\ \Omega;\ f_r = 400\times10^{3}\,\text{Hz}$$

(i) Q-عوامل $Q_1 = \dfrac{1}{R}\sqrt{\dfrac{L}{C}}$

$$= \frac{1}{50}\sqrt{\frac{80\times10^{-6}}{2000\times10^{-12}}} = 4$$

(ii) جب $L_2 = 2\,L$

$$= 2\times80\times10^{-6}\,\text{H}$$
$$= 160\times10^{-6}\,\text{H},$$

$$C_2 = \frac{1}{4\pi^2 f_r^2 L_2}$$
$$= \frac{1}{4\times3.14^2\times\left(400\times10^3\right)^2\times160\times10^{-6}}$$
$$\simeq 1000\times10^{-12}\,\text{F}$$
$$C_2 \simeq 1000\,\text{pF}$$

(iii) $Q_2 = \dfrac{1}{R}\sqrt{\dfrac{L_2}{C_2}} = \dfrac{1}{50}\sqrt{\dfrac{160\times10^{-6}}{1000\times10^{-12}}}$

$$= \frac{1}{50}\sqrt{\frac{16\times10^{-5}}{10^{-9}}} = \frac{4\times10^2}{50} = 8$$

مثال 4.27

$\frac{10^{-4}}{\pi}$ F گنجائش والا ایک Capacitor، $\frac{2}{\pi}$ H امالیت والا ایک امالہ گر اور 100 Ω مزاحمت والا ایک مزاحم سلسلہ وار جوڑے جاتے ہیں تاکہ ایک RLC برقی دور بنے۔ اگر اس برقی دور میں 220V اور 50Hz کی AC برقی رو بھیجی جائے تو

(i) برقی دور کی مقاومت

(ii) برقی دور میں بہنے والی برقی رو کی انتہائی قیمت

(iii) برقی دور کا برقی طاقتی عوامل اور

(iv) گونج پر برقی دور کا برقی طاقتی عوامل، معلوم کریں

حل

$$L = \frac{2}{\pi}\,\text{H};\ C = \frac{10^{-4}}{\pi}\,\text{F};\ R = 100\,\Omega$$
$$V_{RMS} = 220\ \text{V};\ f = 50\ \text{Hz}$$

$$X_L = 2\pi fL = 2\pi \times 50 \times {}^{2}/_{\pi} = 200\,\Omega$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2\pi \times 50 \times \frac{10^{-4}}{\pi}} = 100\,\Omega$$

(i) مقاومت $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$

$$= \sqrt{100^2 + (200-100)^2} = 141.4\ \Omega$$

(ii) برقی رو کی انتہائی قیمت

$$I_m = \frac{V_m}{Z} = \frac{\sqrt{2}\,V_{RMS}}{Z}$$

$$= \frac{\sqrt{2}\times 220}{141.4} = 2.2\ \text{A}$$

(iii) برقی دور کا برقی طاقتی عوامل

$$\cos\phi = \frac{R}{Z} = \frac{100}{141.4} = 0.707$$

(iv) گونج پر برقی دور کا برقی طاقتی عوامل

$$\cos\phi = \frac{R}{Z} = \frac{R}{R} = 1$$

4.9 LC برقی دوروں میں اہتزازات
OSCILLATION IN LC CIRCUITS

4.9.1 LC اہتزازات کے دوران توانائی کا تبادلہ
Energy conversion during LC oscillations

ہم پہلے ہی پڑھ چکے ہیں کہ توانائی کو امالہ گروں اور برقی مکثفوں (Capaciators) دونوں میں ذخیرہ کیا جاسکتا ہے (ملاحظہ ہو حصے 1.8.2 اور 4.3.2) امالہ گروں میں توانائی مقناطیسی میدان کے طور پر ذخیرہ اندوز ہوتی ہے جب کہ مکثفوں میں یہ برقی میدان کے طور پر ذخیرہ اندوز ہوتی ہے۔

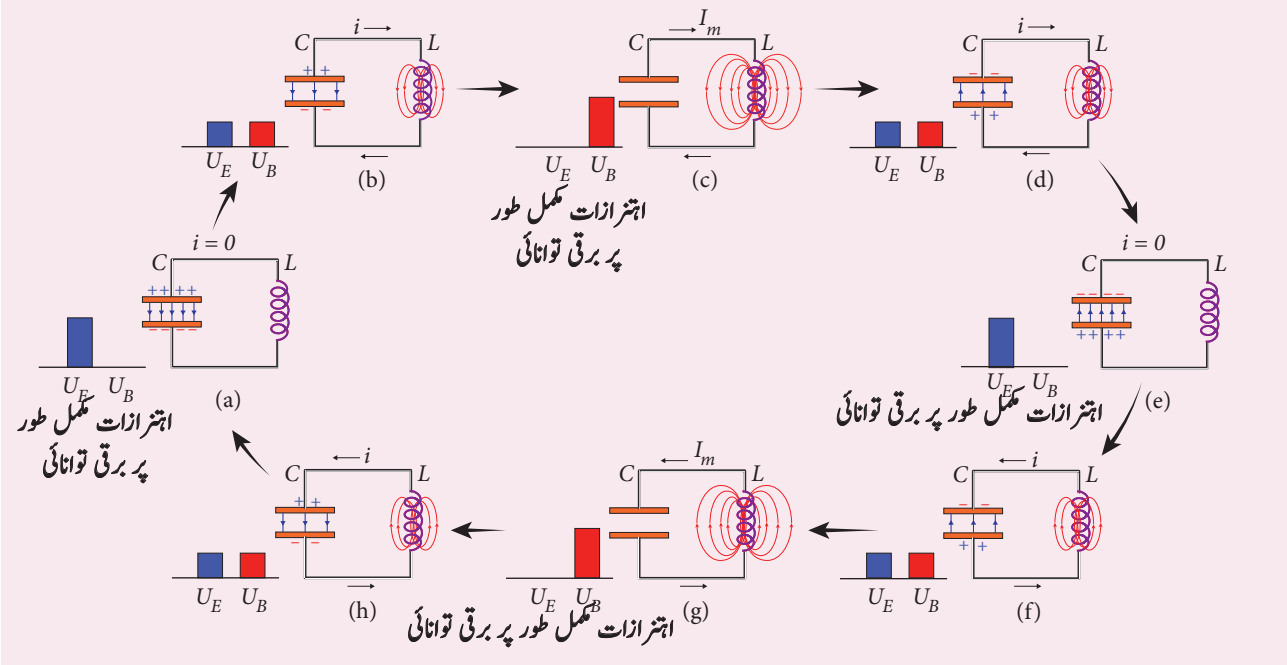
جب بھی L امالیت والے ایک خالص امالہ گر اور C گنجائش رکھنے والے ایک خالص برقی مکثفہ رکھنے والے ایک برقی دور کو توانائی دی جاتی ہے تو وہ توانائی امالہ گر کے مقناطیسی میدان اور مکثفہ کے برقی میدان کے درمیان آگے پیچھے اہتزاز کرنے لگتی ہے۔ لہذا متعین تعدد والے برقی اہتزازات پیدا ہونے لگتے ہیں۔ یہ اہتزازات LC اہتزازات کہلاتے ہیں۔

LC اہتزازات کی تیاری

فرض کریں کہ ابتدائی مرحلے پر برقی مکثفہ انتہائی بار Q_m کے ساتھ خوب بار بردار ہوگیا ہے، یہاں تک کہ اس میں ذخیرہ اندوز ہونے والی توانائی بھی اپنی انتہا کو پہنچ گئی ہے جو $U_E = {}^{Q_m^2}/_{2C}$ سے پیش کی جاتی ہے۔ چونکہ امالہ گر میں کوئی برقی رو نہیں ہے اس میں موجود ذخیرہ اندوز ہونے والی توانائی صفر ہے۔ یعنی $U_B = 0$ ہے۔ لہذا کل توانائی مکمل طور پر برقی ہوتی ہے۔ اسے خاکہ 4.52(a) میں بتایا گیا ہے۔

اب برقی مکثفہ امالہ گر کے ذریعہ غیر بار بردار ہونے لگتا ہے جو ساعتی سمت میں برقی رو پیدا کرتی ہے۔ یہ برقی رو امالہ گر کے اطراف ایک مقناطیسی میدان پیدا کرتی ہے اور امالہ گر میں ذخیرہ اندوز ہونے والی توانائی $U_B = {}^{Li^2}/_{2}$ سے پیش کی جاتی ہے۔ جب مکثفہ کی بار برداری کم ہوتی ہے تو اس میں ذخیرہ اندوز کی گئی توانائی بھی کم ہونے لگتی ہے اور وہ $U_E = {}^{q^2}/_{2C}$ ہے۔ لہذا مکثفہ کی کچھ توانائی امالہ گر میں منتقل ہوتی ہے۔ اس موقع پر کل توانائی برقی اور مقناطیسی توانائیوں کا حاصل جمع ہی ہے (خاکہ 4.52(b))۔

جب برقی مکثفہ کی بار برداری ختم ہوجاتی ہے اس کی توانائی صفر ہوجاتی ہے یعنی $U_E = 0$ ہے۔ توانائی مکمل طور پر امالہ گر کے مقناطیسی میدان کو منتقل ہوجاتی ہے اور امالہ گر کی توانائی انتہا کو پہنچ جاتی ہے۔ یہ انتہائی توانائی $U_B = {}^{LI_m^2}/_{2}$ کے ذریعہ پیش



خاکہ 4.52 LC اہتزازات مکمل طور پر مقناطیسی توانائی

کی جاتی ہے۔ جہاں I_m برقی دور میں بہنے والی انتہائی برقی رو ہے۔ اب کل توانائی مکمل طور پر مقناطیسی ہے (خاکہ4.52(c))۔

برقی مکثفہ کی بار برداری صفر ہونے کے باوجود برقی رو اسی سمت میں بہنے لگتی ہے کیونکہ امالہ گر اسے بر وقت نہیں روکتا۔ اب امالہ گر کا مقناطیسی میدان کم ہونے لگتا ہے اور برقی رو کی مقدار بھی کم ہوتے جاتی ہے۔ اس کے نتیجے میں برقی مکثفہ مخالف سمت میں بار بردار ہونے لگتا ہے۔ توانائی کا ایک حصہ امالہ گر سے واپس مکثفہ میں منتقل ہوجاتا ہے۔یہاں بھی کل توانائی برقی اور مقناطیسی توانائیوں کا مجموعہ ہی ہے۔ (خاکہ4.52(d))۔

جب برقی دور کی برقی رو کم ہو کر صفر ہوجاتی ہے تو برقی مکثفہ مخالف سمت میں مکمل بار بردار ہوجاتا ہے۔ اس میں ذخیرہ اندوز توانائی اپنی انتہا کو پہنچ جاتی ہے۔ چونکہ برقی رو صفر ہے۔ امالہ گر کی ذخیرہ اندوز توانائی بھی صفر ہے۔ اب کل توانائی مکمل طور پر برقی ہے (خاکہ 4.52(e))۔

برقی دور کی موجودہ حالت ابتدائی حالت سے ملتی جلتی ہے۔ فرق صرف اتنا ہے کہ اب برقی مکثفہ مخالف سمت میں بار بردار ہے۔ اس کے بعد امالہ گر کے ذریعہ مکثفہ غیر ساعتی برقی رو کے ساتھ غیر بار بردار ہونے لگتا ہے۔ کل توانائی برقی اور مقناطیسی توانائیوں کا مجموعہ ہے (خاکہ 4.52(f))۔

جیسا کہ پہلے واضح کیا گیاہے۔ یہی عمل مخالف سمت میں دہرایا جاتا ہے (خاکہ 4.52(g) اور (h))۔ بالآخر برقی دور اپنی ابتدائی مرحلہ پر پہنچ جاتی ہے (خاکہ 4.52(a))۔ لہذا جب برقی دور ان تمام مرحلوں سے دوچار ہوتا ہے تو ایک متبادل برقی رو اس میں بہنے لگتی ہے۔ چونکہ یہ عمل بار بار دہرایا جاتا ہے، متعین تعدد والے برقی اہتزازات پیدا ہونے لگتے ہیں۔ یہ اہتزازات LC اہتزازات کہلاتے ہیں۔

ایک مثالی LC برقی دور میں توانائی کا نقصان نہیں ہوتا۔ لہذا یہ اہتزازات غیر متعین طور پر برقرار رہتے ہیں۔ اس قسم کے اہتزازات غیر تقصیری (undamped) اہتزازات کہلاتے ہیں۔

نوٹ

عملی طور پر، جول کی حرارت اور برق مقناطیسی موجوں کی اشعاعیت کی وجہ سے برقی دور میں سے اس نظام کی توانائی کم ہونے لگتی ہے۔ لہذا ایسے اہتزازات تقصیری (damped) اہتزازات کہلاتے ہیں۔

4.9.2 LC کے اہتزازات میں توانائی کی بقاء
Conservation of energy in LC oscillations

LC برقی دوروں میں LC اہتزازات کے دوران، اس نظام کی توانائی مکثفہ کے برقی میدان اور امالہ گر کے مقناطیسی میدان کے درمیانی اہتزاز کرتے رہتی ہے۔ حالانکہ توانائی کے یہ دو اقسام وقت کے ساتھ تغیر پاتے ہیں، کل توانائی مستقل ہی رہتی ہے۔ اس کا مطلب یہ ہے کہ LC اہتزازات، کلیہ بقائے توانائی کے اصول پر عمل آور ہوتے ہیں۔

$$\text{کل توانائی } U = U_E + U_B = \frac{q^2}{2C} + \frac{1}{2}Li^2$$

آیئے ہم LC اہتزازات کے 3 مختلف مرحلوں کا تصور کریں اور اس نظام کی کل توانائی کا محاسبہ کریں۔

صورت حال (i) جب مکثفہ میں موجود برقی بار $q=Q_m$ اور امالہ گر کے ذریعہ بہنے والی برقی رو $i = 0$ ہو تو کل توانائی یہ ہوگی۔

$$U = \frac{Q_m^2}{2C} + 0 = \frac{Q_m^2}{2C} \qquad (4.56)$$

کل توانائی مکمل طور پر برقی ہے۔

صورت حال (ii) جب برقی بار = 0، برقی رو I_m ہو تو کل توانائی یہ ہے۔

$$U = 0 + \frac{1}{2}LI_m^2 = \frac{1}{2}LI_m^2$$

$$= \frac{L}{2}\times\left(\frac{Q_m^2}{LC}\right) \qquad \text{چونکہ } I_m = Q_m\omega = \frac{Q_m}{\sqrt{LC}}$$

$$= \frac{Q_m^2}{2C} \qquad (4.57)$$

کل توانائی مکمل طور پر مقناطیسی ہے۔

صورت حال (iii) جب برقی بار = q اور برقی بار = i ہو تو کل توانائی یہ ہوگی۔

$$U = \frac{q^2}{2C} + \frac{1}{2}Li^2$$

چونکہ $q = Q_m\cos\omega t$ ہے $i = -\frac{dq}{dt} = Q_m\omega\sin\omega t$ ہے۔ برقی رو میں موجود منفی علامت یہ ظاہر کرتی ہے کہ مکثفہ کے برقی بار وقت کے ساتھ کم ہوتے ہیں۔

$$U = \frac{Q_m^2\cos^2\omega t}{2C} + \frac{L\omega^2Q_m^2\sin^2\omega t}{2}$$

$$= \frac{Q_m^2\cos^2\omega t}{2C} + \frac{LQ_m^2\sin^2\omega t}{2LC}$$

$$\omega^2 = \frac{1}{LC} \qquad \text{چونکہ}$$

$$= \frac{Q_m^2}{2C}\left(\cos^2\omega t + \sin^2\omega t\right)$$

$$U = \frac{Q_m^2}{2C} \qquad (4.58)$$

اوپر کے تینوں معاملات سے یہ صاف طور پر واضح ہوتا ہے کہ اس نظام کی کل توانائی مستقل ہی رہتی ہے۔

4.9.3 LC اہتزازات اور سادہ ہم آہنگی اہتزازات کے درمیان مماثلات
Analogies between LC oscillations and simple harmonic oscillations

معیاری برتاؤ

ایک LCنظام کی برق مقناطیسی اہتزازات کو ایک کمانی۔ کمیت کے نظام (Springmass system) کے میکانیکی اہتزازات سے موازنہ کیا جاسکتا ہے۔

جدول 4.2 دو اہتزازی نظامات میں توانائی

LC اہتزاز کنندہ		کمانی۔ کمیت کا نظام	
عنصر	توانائی	عنصر	توانائی
برقی مکثفہ	توانائی بالقواہ $= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{C}\right)q^2$	کمانی	توانائی بالفعل $= \frac{1}{2}kx^2$
امالہ گر	برقی توانائی $= \frac{1}{2}Li^2$ $i = \frac{dq}{dt}$	کمیت	مقناطیسی توانائی $= \frac{1}{2}mv^2$ $v = \frac{dx}{dt}$

LCاہتزازات میں دو قسم کی توانائی ملوث ہے۔ ایک بار بردار برقی مکثفہ کی برقی توانائی اور دوسری برقی رو رکھنے والے امالہ گر کی مقناطیسی توانائی

اسی طرح ایک کمانی ۔ کمیت کے نظام میں دو قسم کی توانائی پائی جاتی ہے۔ تانی ہوئی یا دابی ہوئی کمانی کی توانائی بالقواہ اور کمیت کی توانائی بالفعل۔ جدول 4.2 میں توانائی کی ان دو جوڑیوں کی فہرست دی گئی ہے۔

جدول 4.2 کی جانچ سے، مختلف مقداروں کی درمیانی مماثلات کو سمجھاجاسکتا ہے۔ جدول 4.3 میں چند مماثلات دئے گئے ہیں۔

ایک کمانی ۔ کمیت کے اہتزازات کی زاویائی تعدد (ملاحظہ کریں XI۔ فزکس کتاب کا حصہ 10.4.1 کی مساوات 10.22) یوں پیش کی جاتی ہے۔

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

جدول 4.3 کی مدد سے $k \rightarrow 1/C$ ہے۔ اور $m \rightarrow L$. ہے۔ لہذا LC اہتزازات کی زاویائی تعدد یوں پیش کی جاتی ہے۔

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad (4.58)$$

جدول 4.3۔ برق اور مقناطیسی مقداروں کے درمیانی مماثلات

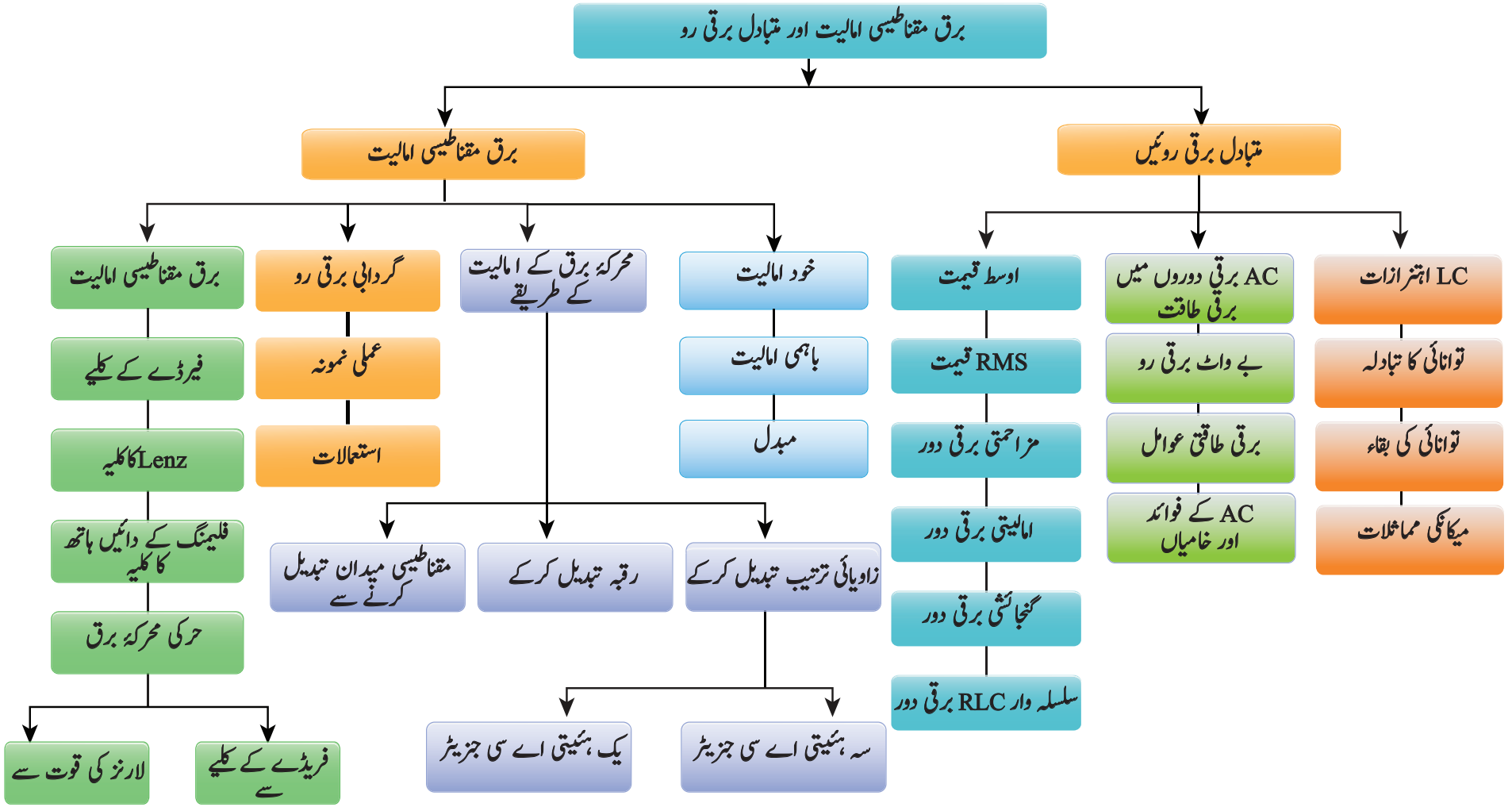
برقی نظام	میکانکی نظام
برقی بار q	ہٹاؤ x
برقی رو $i = \frac{dq}{dt}$	سمتی رفتار $v = \frac{dx}{dt}$
امالیت L	کمیت m
گنجائش کا معکوس $\frac{1}{C}$	قوتی مستقلہ k
برقی توانائی $= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{C}\right)q^2$	توانائی بالقواہ $= \frac{1}{2}kx^2$
مقناطیسی توانائی $= \frac{1}{2}Li^2$	توانائی بالفعل $= \frac{1}{2}mv^2$
برق مقناطیسی توانائی $U = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{C}\right)q^2 + \frac{1}{2}Li^2$	میکانکی توانائی $E = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}mv^2$

خلاصہ

- جب بھی ایک بند لچھے سے منسلک مقناطیسی بہاؤ تبدیل ہوتا ہے، ایک محرکۂ برق emf کی امالیت ہوتی ہے اور اس لئے برقی دور میں برقی رو بہنے لگتی ہے۔ یہ عمل برق مقناطیسی امالیت کہلاتا ہے۔
- فیرڈے کا پہلا کلیہ یہ بیان کرتا ہے کہ جب بھی ایک بند برقی دور سے منسلک مقناطیسی بہاؤ تبدیل ہوتا ہے، برقی دور میں ایک محرکۂ برق کی امالیت ہوتی ہے۔
- فیرڈے کا دوسرا کلیہ یہ بیان کرتا ہے کہ ایک بند برقی دور میں امالی محرکۂ برق کی مقدار، دور سے منسلک مقناطیسی بہاؤ کی تبدیلی کی وقتی شرح کے برابر ہے۔
- Lenz کا کلیہ یہ بیان کرتا ہے کہ امالی برقی رو کی سمت اس طرح ہوتی ہے کہ وہ ہمیشہ اس کے پیدا کرنے والے مسبب کی مخالفت کرتی ہے۔
- Lenz کا کلیہ، کلیہ بقائے توانائی کے اصول پر قائم کیا گیا ہے۔
- فلیمنگ کے دائیں ہاتھ کا کلیہ یہ بیان کرتا ہے کہ اگر اشارہ کی انگلی مقناطیسی میدان کی سمت کو ظاہر کرتی ہے اور انگوٹھا موصل کی حرکت کی سمت کو ظاہر کرتا ہے تو پھر درمیانی انگلی امالی برقی رو کی سمت کی طرف اشارہ کرے گی۔
- ایک موصل، ایک ورق یا تختی ہی کی شکل کا کیوں نہ ہو، اس کے ساتھ منسلک مقناطیسی بہاؤ کے بدلنے پر بھی ایک محرکۂ برق کی امالیت ہوتی ہے۔ امالی برقی رو ہم مرکز دائری راستوں سے بہنے لگتی ہے جسے گردابی برقی رو یا فوکلٹ برقی رو کہتے ہیں۔
- امالہ گر ایک آلہ ہے جو اس کے ذریعہ برقی رو کے بہائے جانے پر مقناطیسی میدان میں موجود توانائی کی ذخیرہ اندوزی کرتا ہے۔
- اگر ایک لچھے سے منسلک بہاؤ تبدیل کیا جاتا ہے تو اسی لچھے میں ایک محرکۂ برق کی امالیت ہوتی ہے۔ یہ عمل خود امالیت کہلاتا ہے۔ امالیت ہونے والی محرکۂ برق خود امالیتی محرکۂ برق کہلاتی ہے۔
- ایک لچھے کے ذریعہ گذرنے والی برقی رو جب وقت کے ساتھ تبدیل ہوتی ہے تو پڑوسی لچھے میں ایک محرکۂ برق کی امالیت ہوتی ہے۔ یہ عمل باہمی امالیت کہلاتا ہے اور یہ محرکۂ برق باہمی امالیتی محرکۂ برق کہلاتی ہے۔
- AC جنریٹر یا ایک متبادل گر توانائی تبدیل کرنے والا ایک آلہ ہے۔ یہ لچھے یا میدانی مقناطیس کو گھمانے میں استعمال ہونے والی میکانیکی توانائی کو برقی توانائی میں تبدیل کرتا ہے۔
- چند AC جنریٹروں میں تین علاحدہ لچھے ہوتے ہیں جو تین علاحدہ محرکۂ برق بناتے ہیں۔ اس لئے وہ سہ - ہیئتی AC جنریٹر کہلاتے ہیں۔
- مبدل ایک ساکن آلہ ہے جو AC برقی طاقت کو اس کی تعدد کو تبدیل کئے بغیر، ایک برقی دور سے دوسرے برقی دور میں منتقل کرتا ہے۔

- مبدل کی کارگردگی کی تعریف یوں کی جاتی ہے کہ یہ حاصل کی جانے والی فائدہ مند برقی طاقت اور بھیجی جانے والی برقی طاقت کی مابین نسبت ہے۔
- ایک متبادل وولٹیج وہ وولٹیج ہے جو وقت کے متعین وقفوں پر اپنی قطبیت تبدیل کرتے رہتاہے جس کے نتیجہ میں متبادل برقی رو کی سمت بھی تبدیل ہوتے رہتی ہے۔
- مثبت نصف دور یا منفی نصف دور میں موجود برقی رو کی تمام قیمتوں کی اوسط متبال برقی رو کی اوسط قیمت کہلاتی ہے۔
- ایک متبادل برقی رو کے جذر معدل مربع (RMS) کی قیمت کی تعریف یوں کی جاتی ہے کہ یہ ایک دور میں تمام برقی رووں کے مربعوں کی اوسط قیمت کا جذر المربع ہے۔
- ایک جیبی (Sinusoidal) متبادل وولٹیج (یا برقی رو) کو ایک سمتیہ سے ظاہر کیا جاسکتا ہے جو اپنے آغاز 'O' کے تحت غیر ساعتی سمت میں ایک مستقل زاویائی سمتی رفتار کے ساتھ گردش کرتی ہو۔ اس طرح گردش کرنے والی سمتیہ، طوریہ (Phase) کہلاتی ہے۔
- جب بھیجے جانے والے متبادل ذریعہ کی تعدد، RLC دور کی فطری تعدد کے برابر ہوتی ہے تو برقی دور میں موجود برقی رو اپنی انتہا تک پہنچ جاتی ہے تو کہا جاتا ہے کہ برقی دور برقی گونج یا برقی گمگ میں ہے۔
- سلسلہ وار گونج ر گمگ پر وولٹیجوں کا زیادہ ہوجانا Q۔ عوامل کہلاتا ہے۔
- ایک برقی دور کی برقی طاقت کی تعریف یوں کی جاتی ہے کہ یہ اس برقی دور میں برقی جانے والی برقی توانائی کی شرح ہے۔ یہ برقی دور کے اجزاء پر منحصر ہوتی ہے۔
- جب بھی ایک LC برقی دور کو توانائی دی جاتی ہے، متعین تعدد والے برقی اہتزازات پید اہونے لگتے ہیں۔ یہ اہتزازات LC اہتزازات کہلاتے ہیں۔
- LC اہتزازات کے دوران کل توانائی مستقل ہی رہتی ہے۔ اس کا مطلب یہ ہے کہ LC اہتزازات کلیہ بقائے توانائی کے اصول پر عمل آور ہوتے ہیں۔

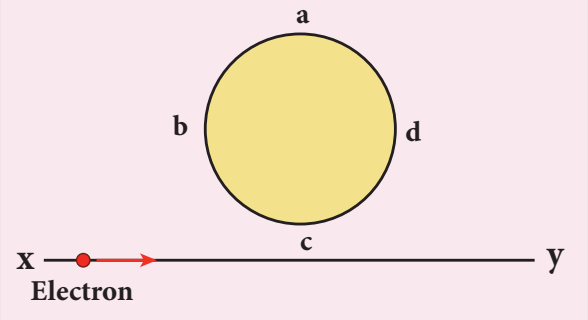
CONCEPT MAP تصوری نقشہ



I کثیر انتخابی سوالات

1۔ ایک الکٹران ایک سیدھے خطی راستہ XY پر حرکت کرتا ہے جیسا کہ خاکہ میں بتایا گیا ہے۔ الکٹران کے راستہ کے متصل ایک لچھا abcd موجود ہے۔ اگر لچھے میں کچھ امالیت ہو تو برقی رو کی سمت کیا ہوگی؟

(NEET 2015)



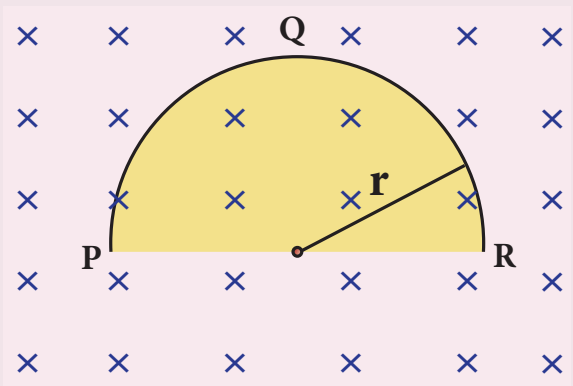
(a) جب الکٹران لچھے کو پار کرتا ہے تو برقی رو اپنی سمت الٹ دیتی ہے۔

(b) برقی رو کی امالیت ہی نہیں ہوگی

(c) abcd

(d) adcb

2۔ r نصف قطر والا ایک نصف دائری موصلی حلقہ PQR اپنی عمودی سطح کے ساتھ ایک افقی مقناطیسی میدان B میں گررہا ہے جیسا کہ خاکہ میں بتایا گیا ہے۔ اگر اس کی رفتار V ہو تو اس کے آر پار پیدا ہونے والی تفاوت بالقواہ یہ ہے



(NEET 2014)

(a) صفر

(b) $\frac{B\upsilon\pi r^2}{2}$ اور P اعلیٰ قواہی پر ہے

(c) $\pi rB\upsilon$ اور R اعلیٰ قواہی پر ہے

(d) $2rB\upsilon$ اور R اعلیٰ قواہی پر ہے

3۔ کسی وقفہ t پر ایک لچھے سے منسلک بہاؤ $\Phi_B = 10t^2 - 50t + 250$ ہے۔ t = 3s پر امالیت ہونے والی محرکۂ برق یہ ہے۔

(a) −190 V (b) −10 V

(c) 10 V (d) 190 V

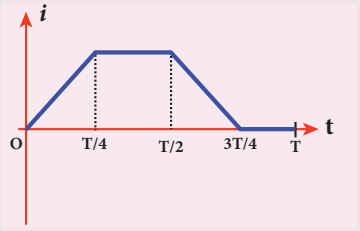
4۔ جب 0.05 s میں برقی رو +2A سے − 2A تک تبدیل ہوتی ہے تو لچھے میں 8V کی ایک محرکۂ برق کی امالیت ہوتی ہے۔ لچھے کی خود امالیت کی تعاونی مقدار (Co-efficient)

(a) 0.2 H (b) 0.4 H

(c) 0.8 H (d) 0.1 H

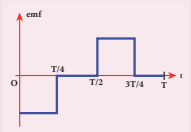
5۔ ایک لچھے میں بہنے والی برقی رو (i) وقت کے ساتھ تغیر پاتی ہے جیسا کہ خاکہ میں بتایا گیا ہے۔ وقت کے ساتھ امالی محرکۂ برق کا تغیر یہ ہوگا۔

(NEET 2011)

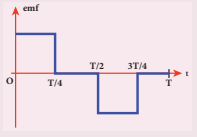




(b)



(a)



(d)



(c)

6۔ ایک دائری لچھا جس کا عمودی تراش کا رقبہ $4\ cm^2$ ہے، 10 چکر رکھتا ہے۔ اسے ایک لمبے پیچواں کے مرکز پر رکھا جاتا ہے جس کے ایک سمر میں 15 چکر ہیں اور جس کا عمودی تراشی رقبہ $10\ cm^2$ ہے۔ لچھا اور پیچواں دونوں ہم محوری ہیں۔ ان کی باہمی امالیت کیا ہے؟

(a) $7.54\ \mu H$ (b) $8.54\ \mu H$

(c) $9.54\ \mu H$ (d) $10.54\ \mu H$

7۔ ایک مبدل میں ابتدائیہ اور ثانویہ میں چکروں کی تعداد بالترتیب 410 اور 1230 ہے۔ اگر ابتدائیہ میں برقی رو کی مقدار 6A ہے تو ثانویہ میں یہ ہوگی۔

(a) 2 A (b) 18 A

(c) 12 A (d) 1 A

8۔ ایک زوالی مبدل وولٹیج سپلائی کو 220V سے 11V تک کم کرتا ہے اور برقی رو کو 6A سے 100A تک بڑھاتا ہے۔ اس کی کارگردگی یہ ہے۔

(a) 1.2 (b) 0.83

(c) 0.12 (d) 0.9

9۔ ایک برقی دور میں R، L، C اور AC وولٹیج کا ذریعہ، یہ تمام سلسلہ وار جوڑے گئے ہیں۔ جب برقی دور سے L نکال دیا جاتا ہے تو برقی دور میں وولٹیج اور برقی رو کے درمیان $\pi/3$ کا ہیئتی فرق بنتا ہے۔ اس کے برخلاف اگر برقی دور میں سے C کو نکال دیا جاتا ہے تو پھر بھی $\pi/3$ کا ہیئتی فرق بنتا ہے۔ برقی دور کا Q – عوامل یہ ہے۔

(NEET 2012)

(a) $1/2$ (b) $1/\sqrt{2}$

(c) 1 (d) $\sqrt{3}/2$

10۔ ایک سلسلہ وار RL برقی دور میں مزاحمت اور امالیتی متعاملیت مساوی ہیں تو پھر برقی دور میں وولٹیج اور برقی رو کے درمیان ہیئتی فرق یہ ہے۔

(a) $\frac{\pi}{4}$ (b) $\frac{\pi}{2}$

(c) $\frac{\pi}{6}$ (d) صفر

11۔ ایک سلسلہ وار گونجی RLC برقی دور میں $100\ \Omega$ کے مزاحم کے آر پار کا وولٹیج 40V ہے۔ گونجی تعدد ω، $250\ rad/s$ ہے۔ اگر C کی قیمت $4\ \mu F$ ہو تو پھر L کے آر پار کا وولٹیج یہ ہے۔

(a) 600 V (b) 4000 V

(c) 400V (d) 1 V

12۔ $20\ mH$ کا ایک امالہ گر، $50\ \mu F$ کا ایک مکثفہ اور $40\ \Omega$ کے ایک مزاحم کو $V = 10\sin 340t$، emf کے ایک ذریعہ کے آر پار سلسلہ وار جوڑ اجاتا ہے۔ AC کی برقی دور میں برقی طاقت کا نقصان یہ ہے۔

(a) 0.76 W (b) 0.89 W

(c) 0.46 W (d) 0.67 W

13۔ ایک برقی دور میں متبادل برقی رو اور وولٹیج کی بروقتہ قیمتیں یہ ہیں۔ $i = \frac{1}{\sqrt{2}}\sin(100\pi t)\ A$ اور $v = \frac{1}{\sqrt{2}}\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{3}\right) V$ برقی دور میں برقی گئی اوسط برقی طاقت واٹ میں یہ ہے۔

IIT Main 2012

(a) $\frac{1}{4}$ (b) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

(c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{1}{8}$

14۔ ایک اہتزازی LC برقی دور میں مکثفہ پر انتہائی برقی بار Q ہے۔ جب توانائی برقی اور مقناطیسی میدانوں میں مساوی طور پر ذخیرہ اندوز ہوتی ہے تو مکثفہ میں موجود برقی بار یہ ہے۔

(a) $\frac{Q}{2}$ (b) $\frac{Q}{\sqrt{3}}$

(c) $\frac{Q}{\sqrt{2}}$ (d) Q

15۔ C گنجائش رکھنے والا ایک مکثفہ کے ساتھ $\frac{20}{\pi^2}$ H والا ایک امالہ گر کو جوڑ دیا جاتا ہے۔ 50Hz پر انتہائی برقی طاقت حاصل کرنے کے لئے C کی قیمت یہ ہوگی۔

(a) 50 μF (b) 0.5 μF

(c) 500 μF (d) 5 μF

جوابات

1) a	2) d	3) b	4) d	5) a
6) a	7) a	8) b	9) c	10) a
11) c	12) c	13) d	14) c	15) d

II' مختصر جوابات کے سوالات

1۔ برق مقناطیسی امالیت سے کیا مراد ہے؟

2۔ فیرڈے کے برق مقناطیسی امالیت کے کلیے بیان کریں۔

3۔ Lenz کا کلیہ بیان کریں۔

4۔ فلمنگ کے دائیں ہاتھ کا کلیہ بیان کریں۔

5۔ گردابی برقی رو کس طرح تیار کی جاتی ہے؟ ایک موصل میں وہ کس طرح بہتی ہے؟

6۔ امالی محرکۂ برق کی تیاری کے طریقے بیان کریں۔

7۔ ایک امالہ گر کس لئے استعمال کیا جاتا ہے؟ چند مثالیں بیان کریں۔

8۔ خود امالیت سے آپ کی کیامراد ہے؟

9۔ باہمی امالیت سے کیا مراد ہے؟

10۔ AC جنریٹر کا اصول بیان کریں۔

11۔ AC جنریٹر کے پرسکون مقنازرہ اور گردشی میدان کے نظام کے فائدے بیان کریں۔

12۔ عروجی اور زوالی مبدل کیا ہیں؟

13۔ ایک متبادل برقی رو کی اوسط قیمت کی تعریف کریں۔

14۔ ایک متبادل برقی رو کی RMS قیمت کی تعریف تم کس طرح کروگے؟

15۔ طوریے سے کیا مراد ہے؟

16۔ برقی گونج یا گمگ کی تعریف کریں۔

17۔ گونجی تعدد سے آپ کی کیا مراد ہے؟

18۔ Q- عوامل کی تعریف آپ کس طرح کرسکتے ہیں؟

19۔ بے واٹ برقی رو سے کیا مراد ہے؟

20۔ برقی طاقتی عوامل کی کوئی ایک تعریف بیان کریں۔

21۔ LC اہتزازات کیا ہیں؟

III تفصیلی جواب والے سوالات

1۔ اس حقیقت کو واضح کریں کہ لچھے اور مقناطیس کے درمیان نسبتی حرکت ایک بند برقی دور کے لچھے میں ایک محرکۂ برق کی امالیت کرتی ہے۔

2۔ Lenz کے کلیہ کی مدد سے امالی برقی رو کی سمت کی وضاحت کرنے والا ایک نمونہ پیش کریں۔

3۔ ثابت کریں کہ Lenz کا کلیہ، کلیہ بقائے توانائی کی اتباع کرتا ہے۔

4۔ لارنز کی قوت سے حرکی محرکۂ برق کے لئے مساوات حاصل کریں۔

5۔ فوکلٹ برقی رو کے استعمالات بیان کریں۔

6۔ (i) مقناطیسی بہاؤ اور (ii) امالی محرکۂ برق کے لحاظ سے خود امالیت کی تعریف کریں۔

7۔ امالیت کی اکائی کی تعریف آپ کس طرح کرسکتے ہیں؟

8۔ ایک لچھے کی خودامالیت سے آپ کیا سمجھتے ہیں؟ اس کی طبیعی خصوصیت بیان کریں۔

9۔ یہ تصور کرتے ہوئے کہ ایک پیچواں کی لمبائی اس کے قطر سے زیادہ ہے، اس کی امالیت معلوم کریں۔

10۔ L امالیت والا ایک امالہ گر ایک برقی رو 'i' لئے ہوئے ہے۔ برقی رو کی قیام پذیری کے دوران کتنی توانائی اس میں ذخیرہ اندوز ہوگی؟

11۔ ثابت کریں کہ لچھوں کی ایک جوڑی کے درمیان باہمی امالیت مساوی ہے۔

12۔ لچھے سے گھرے ہوئے رقبے کو تبدیل کرکے محرکۂ برق کی امالیت تم کس طرح کروگے؟

13۔ حسابی طور پر بتائیے کہ ایک گردش پر ایک مقناطیسی میدان میں ایک لچھے کی گردش ایک دور کی ایک متبادل محرکۂ برق کی امالیت کرتی ہے۔

14۔ ایک AC جنریٹر کی معیاری بناوٹ کی تفصیلی وضاحت کریں۔

15۔ ضروی خاکہ کے ساتھ ایک یک ہیئتی AC جنریٹر کے کام کی وضاحت کریں۔

16۔ ایک سہ ۔ ہیئتی AC جنریٹر میں تین مختلف محرکۂ برق کس طرح پیدا ہوتی ہیں؟ ان تین محرکہ برقوں کا ترسیمی اظہار پیش کریں۔

17۔ ایک مبدل کی بناوٹ اور اس کے کام کرنے کے طریقے کی وضاحت کریں۔

18۔ ایک مبدل میں ہونے والے توانائی کے مختلف نقصانات بیان کریں۔

19۔ ایک مثال کے ساتھ طویل فاصلے میں برقی طاقت کی منتقلی میں AC کا فائدہ بتائیے۔

20۔ ایک خالص امالیتی برقی دور میں وولٹیج اور برقی دور کے درمیان ہیئتی تعلق دریافت کریں۔

21۔ ایک سلسلہ وار RLC برقی دور میں بھیجے گئے وولٹیج اور برقی رو کے درمیان ہیئتی زاویہ کے لئے مساوات اخذ کریں۔

22۔ امالیتی اور گنجائشی متعاملیت کی تعریف کریں۔ ان کی اکائیاں بتائیے۔

23۔ ایک دور پر AC کی اوسط برقی طاقت کے لئے مساوات اخذ کریں۔

24۔ L امالیت والے ایک امالہ گر اور C گنجائش والے ایک برقی مکثفہ Capacitor رکھنے والے ایک برقی دور میں LC ہتزازات کی پیداوار کی تشریح کریں۔

25۔ ثابت کریں کہ LC اہتزازات کے دوران کل توانائی کی بقاء ہوتی ہے۔

26۔ LC اہتزاز کنندہ کی زاویائی تعدد کی مساوات اخذ کرنے کے لئے معیاری طور پر LC برقی دور کے برق مقناطیسی اہتزازات کا، بلاک۔ کمانی نظام کے میکانیکی اہتزازات کے ساتھ موازنہ کریں۔

IV حسابی مسئلے

1۔ 500 چکروں والا مربع نما لچھا جس کا کنارا 30 سمر ہے، 0.4T کے ایک مساوی مقناطیسی میدان میں رکھا گیا ہے۔ لچھے کی سطح اس طرح رکھی گئی ہے کہ وہ میدان سے 30° ڈھلاؤ کا زاویہ بناتی ہے۔ لچھے کے ذریعہ مقناطیسی بہاؤ کا محاسبہ کریں۔ (جواب: 9Wb)

2۔ ایک سیدھی دھاتی تار 0.4s میں 4mWb بہاؤ کا ایک مقناطیسی میدان پار کرتی ہے۔ تار میں امالیت ہونے والی محرکۂ برق کی مقدار معلوم کریں۔ (جواب: 10mV)

3۔ ایک لچھے کے ذریعہ گذرنے والا مقناطیسی بہاؤ جس کی سمت لچھے کی سطح کے عمودی ہے، وقت پر منحصر ایک جزو ہے جو یوں پیش کیا جاتا ہے۔ $\Phi_B = (2t^3 + 4t^2 + 8t + 8)$ Wb اگر لچھے کی مزاحمت 5Ω ہو تو وقت t = 3s پر لچھے کے ذریعہ امالی برقی رو دریافت کریں۔ (جواب : 17.2 A)

4۔ 0.02m نصف قطر والا قریبی طور پر لپیٹا گیا ایک دائری لچھا مقناطیسی میدان کے عمود میں رکھا گیا ہے۔ اگر مقناطیسی میدان کو 6s میں 8000T سے 2000T تک تبدیل کیا جاتا ہے تو اس میں 44V کی ایک محرکۂ برق کی امالیت ہوتی ہے۔ لچھے میں موجود چکروں کی تعداد معلوم کریں (جواب : 35۔ چکر)

5۔ 3500 چکر اور $6cm^2$ رقبہ والا ایک مستطیل نما لچھا 0.4 T کے ایک یکساں مقناطیسی میدان میں رکھا گیا ہے۔ ابتداء میں لچھے کی سطح میدان کے عمودی ہوتی ہے اور پھر وہ 180° کے زاویہ کے ذریعہ گھمایا جاتا ہے۔ اگر لچھے کی مزاحمت 35 Ω ہو تو لچھے کے ذریعہ بہنے والے برقی باروں کی مقدار معلوم کریں۔

(جواب: $48 \times 10^{-3}C$)

6۔ 100Ω مزاحمت والے ایک اکیلے موصل کے ذریعہ 2.5mA کی ایک امالی برقی رو بہتی ہے۔ وہ شرح معلوم کریں جس پر موصل کے ذریعہ مقناطیسی بہاؤ کاٹ دیا جاتا ہے۔

(جواب: $250\ mWbs^{-1}$)

7۔ 0.4m لمبائی والی دھاتی تختیوں والا ایک پنکھا $4\times10^{-3}T$ کے ایک مقناطیسی میدان کے عمودی طور پر گھومتا ہے۔ اگر مرکز اور تختی کے شئے کے سرے کے درمیان 0.02V کی محرکۂ برق کی امالیت ہوتی ہے تو تختی کے گھومنے کی شرح دریافت کریں؟

(جواب: 9.95۔ گردش فی سکنڈ)

8۔ 1 میٹر لمبائی والی دھا تی سلاخوں والی سائیکل کا ایک پہیہ زمینی مقناطیسی میدان میں گھومتا ہے۔ پہیہ کی سطح $4\times10^{-5}T$. کے زمینی میدان کے افقی جزء کے عمودی ہے۔ اگر سلاخوں کے آر پار 31.4mV کی محرکۂ برق کی امالیت ہوتی ہے تو پہیے کی گردش کی شرح معلوم کریں۔

(جواب: 250 گردش فی سکنڈ)

9۔ 2m لمبائی 0.04m قطر، 4000 چکر اور ہوائی قشرہ والا ایک پیچواں کی خود امالیت دریافت کریں۔

(جواب: 12.62mH)

10۔ 200 چکروں والا ایک لچھا 4A کی برقی رو لئے ہوئے ہے اگر لچھے کے ذریعہ مقناطیسی بہاؤ 6×10^{-5} Wb ہے تو لچھے سے گھرے ہوئے واسطے میں ذخیرہ اندوز ہونے والی مقناطیسی توانائی دریافت کریں۔

(جواب: 0.024J)

11۔ ایک 50 سمر لمبے پیچواں میں 400 چکر فی سمر ہیں۔ پیچواں کا قطر 0.04m ہے۔ جب وہ 1A کی برقی رو لئے ہوئے ہوتا ہے تو اس کے ہر چکر سے منسلک مقناطیسی بہاؤ معلوم کریں۔

(جواب: 0.63×10^{-4} Wb)

12۔ 200 چکروں والا ایک لچھا 0.4A کی ایک برقی رو لئے ہوئے ہے۔ اگر لچھے کے ہر چکر سے 400Wb کا مقناطیسی بہاؤ منسلک ہے تو لچھے کی امالیت دریافت کریں۔

(جواب: 2H)

13۔ ہوائی قشروں والے دو پیچواں 80 سمر کی مساوی لمبائی اور $50cm^2$ کی مساوی عمودی تراش کا رقبہ رکھتے ہیں۔ اگر پہلے لچھے میں 1200 چکر اور دوسرے لچھے میں 400 چکر ہیں تو ان کے درمیان باہمی امالیت دریافت کریں۔

(جواب: 0.38 mH)

14۔ 400 چکروں والا ایک پیچواں 2A کی ایک برقی رو لئے ہوئے ہے۔ 100 چکر والا ایک لچھا جس کا عمودی تراش کا رقبہ $4cm^2$ ہے۔ اس پیچواں کے اندر ہم محوری طور پر اس طرح رکھا گیا ہے کہ وہ لچھا پیچواں کے ذریعہ پیدا ہونے والے میدان کے اندر ہوتا ہے۔ اگر 0.04 سکنڈ میں پیچواں کے ذریعہ بہنے والی برقی رو اپنی سمت الٹ دیتی ہے تو لچھے میں امالیت پانے والی محرکۂ برق معلوم کریں۔

(جواب: 0.20V)

15۔ 200 چکراور 2cm نصف قطر والا ایک دائری لچھا 3سمر نصف قطر والے ایک لمبے پیچواں کے اندر ہم محوری طور رپر کھا گیا ہے۔ اگر پیچواں کی چکروں کی کثافت فی سمر 90 چکر ہے تو پھر لچھے اور پیچواں کی باہمی امالیت دریافت کریں۔

(جواب: 2.84mH)

16۔ S_1 اور S_2 نامی دو پیچواں 900 نسبتی انجذابیت والے ایک لوہے کے قشرہ پر لپیٹے گئے ہیں۔ ان کے عمودی تراشی رقبے اور ان کی لمبائیاں مساوی ہیں جو بالترتیب $4cm^2$اور 0.04m ہیں۔ اگر S1میں چکروں کی تعداد 200ہے

اور S2 میں یہ 800 ہے تو ان پیچوانوں کے درمیان باہمی امالیت معلوم کریں۔ اگر پہلے پیچواں میں بہنے والی برقی رو کو 0.04 سکنڈ میں 2A سے 8A تک بڑھادیا جاتا ہے تو دوسرے پیچواں میں امالیت پانے والی محرکۂ برق معلوم کریں۔

(جواب: 1.81H، 271.5V-)

17۔ 220V کی اصل سپلائی سے جڑا ہوا ایک زوالی مبدل 88W، 11V بلب کو روشن کرنے میں استعمال ہوتا ہے۔ دریافت کریں (i) وولٹیج کی منتقلی کی شرح اور (ii) ابتدائیہ میں برقی رو

(جواب: 1/20 اور 0.4A)

18۔ 90% کارگردگی والا 200V/120V کا ایک زوالی مبدل 40 Ω کی مزاحمت کے ایک امالیتی چولھا سے جڑا ہوا ہے۔ مبدل کے ابتدائیہ سے چھڑائی جانے والی برقی رو معلوم کریں۔

(جواب: 2A)

19۔ ایک مبدل میں 300 چکروں والے ابتدائیہ کی مزاحمت 0.82 Ω ہے اور اس کے 1200 چکروں والے ثانویہ کی مزاحمت 6.2 Ω ہے۔ اگر 1600 V پر ثانویہ سے حاصل کی جانے والی برقی طاقت 32kW ہو تو ابتدائیہ کے آر پار موجود وولٹیج دریافت کریں۔ جب مبدل کی کارگردگی 80% ہوجائے تو دونوں لچھوں میں ہونے والے برقی طاقت کے نقصان کا محاسبہ کریں۔

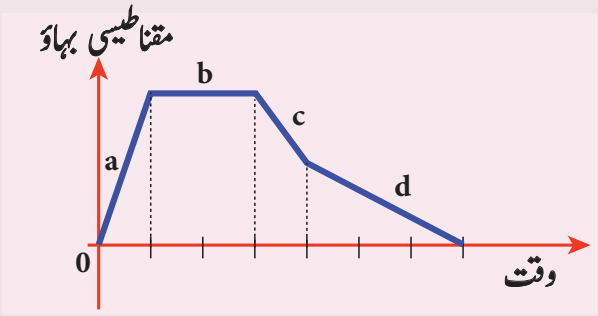
(جواب: 2.48 kW اور 8.2kW)

20۔ ایک متبادل برقی رو کی 60° پر بروقتیہ قیمت اوسط قیمت اور RMS قیمت دریافت کریں جس کی انتہائی قیمت 20A ہے

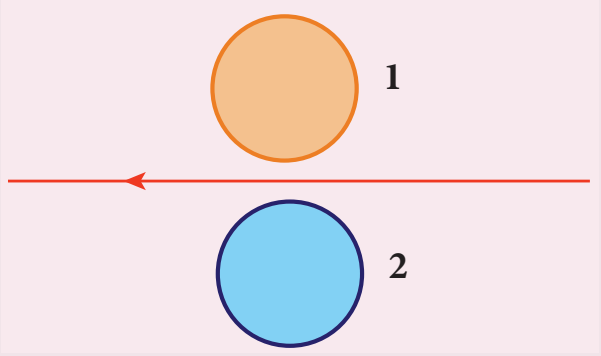
(جواب: 14.14A، 12.74A، 17.32A)

V منطقی سوالات

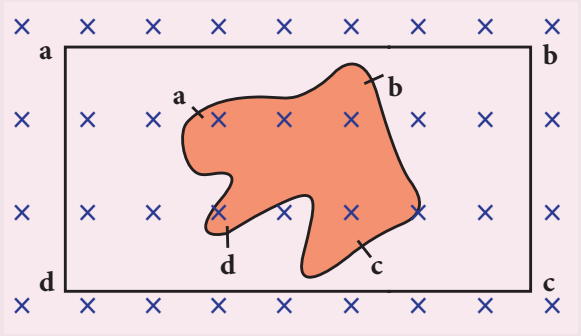
1۔ خاکہ میں ایک بند لوپ سے منسلک مقناطیسی بہاؤ کی قدر اور وقت کے درمیان کا گراف بتایا گیا ہے۔ لوپ میں امالی محرکۂ برق کی قدر کی بڑھتی ہوئی ترتیب میں گراف کے خطوں کو ترتیب دیجئے



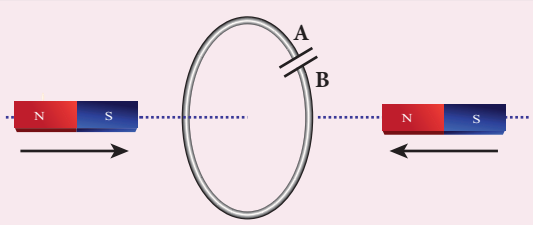
2۔ lenz کے کلیے کی مدد سے موصلی حلقے 1 اور 2 میں امالی برقی رو کی سمت کا اندازہ لگائیے، جب تار میں بہنے والی برقی رو لگاتار کم ہورہی ہو۔



3۔ ایک مربع نما لچکدار دھاتی لوپ abcd کو ایک مقناطیسی میدان میں اس طرح رکھا گیا ہے کہ لوپ کی سطح مقناطیسی میدان کے عمودی ہے۔ مقناطیسی میدان کی سمت عمودی طور پر کاغذ کی سطح کے اندرونی جانب ہے۔ اگر مربع نما لوپ ایک غیر متعین شکل میں دب گئی ہو جیسا کہ خاکہ میں بتایا گیا ہے تو امالی برقی رو کی سمت معلوم کریں۔



4۔ ایک بند دائری لوپ میں مکثفہ کی قطبیت کا اندازہ لگائیے، جب دو بار مقناطیس حرکت کرتے ہیں جیساکہ خاکہ میں بتایاگیا ہے۔



5۔ ایک سلسلہ وار LC برقی دور میں L اور C کے آر پار کے وولٹ 180° ہیئتی فرق میں ہیں۔ کیایہ صحیح ہے؟ واضح کریں۔

6۔ ایک سلسلہ وار RLC برقی دور کا طاقتی عوامل کب اپنی انتہا کو پہنچتا ہے؟

BOOK FOR REFERENCES

1. H.C.Verma, Concepts of Physics, Volume 1 and 2, Bharathi Bhawan publishers.
2. Halliday, Resnick and Walker, Principles of Physics, Wiley publishers.
3. D.C.Tayal, Electricity and Magnetism, Himalaya Publishing House.
4. K.K.Tewari, Electricity and Magnetism with Electronics, S.Chand Publishers.
5. B.L.Theraja and A.K.Theraja, A text book of Electrical Technology, Volume 1 and 2, S.Chand publishers.

برق مقناطیسی امالیت اور متبادل برقی رو

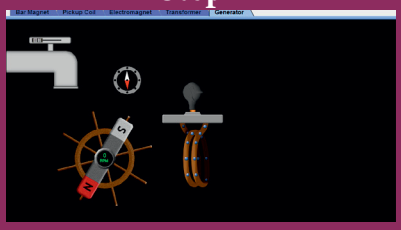
عنوان: فیرڈے کا برق مقناطیسی تجربہ گاہ

اس کارروائی کے ذریعہ آپ
(I) برق مقناطیسی امالیت کو سمجھ سکیں گے۔
(II) مجازی تجربہ گاہ میں فیرڈے کے کلیوں کی تصدیق کر سکیں گے۔

مرحلے :

- براؤزر کھولئے اور اڈرس بار میں "Phet. colorado.edu" ٹائپ کریں۔ simulation tab کے ساتھ Play کلک کریں۔ search box میں فیرڈے کے برق مقناطیسی لیب سرچ کریں۔
- pick coil ٹیب کا انتخاب کریں۔ لچھے کے ذریعہ مقناطیس کو حرکت دیجئے۔ نوٹ کریں کہ لچھے سے منسلک مقناطیسی میدان کے تبدیل ہونے سے کیا ہوتا ہے۔ لوپ کا رقبہ تبدیل کریں اور بہاؤ کی تبدیلی کا مشاہدہ کریں اور روشن بلب کی مدد سے برقی رو کی شدت کا معائنہ کریں۔
- برق مقناطیس کے ٹیب کا انتخاب کریں۔ لچھے کے ذریعہ بہنے والی برقی رو کو تبدیل کریں اور پیدا ہونے والے مقناطیسی بہاؤ میں ہونے والی تبدیلی کا مشاہدہ کریں۔
- جنریٹر ٹیب کا انتخاب کریں۔ اگر تم لچھے کی زاویائی سمتی رفتار کو تبدیل کرتے ہو تو لچھے میں امالیت پانے والی محرکۂ برق کا مشاہدہ کریں۔

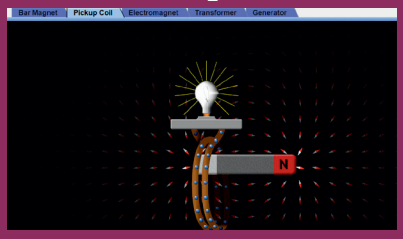
Step1



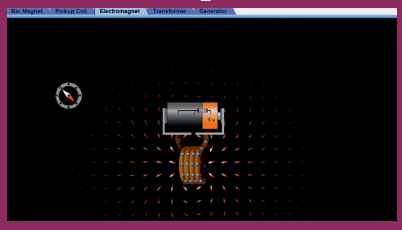
Step2



Step3



Step4



Note: غور کریں

اگر آپ کے سسٹم میں جاوا ایپ نہ ہو تو اسے انسٹال کریں۔ آپ تمام Phet simulation کو ڈاؤن لوڈ کرکے آف لائن موڈ میں بھی تجربے کرسکتے ہو۔ اس کا لنک یہ ہے۔

https://phet.colorado.edu/en/offline-access

URL: https://phet.colorado.edu/en/simulation/legacy/faraday

- خاکے صرف نشاندہی کے لئے دئے جاتے ہیں۔
- اگر براؤزر کو ضرورت پڑے تو صفحہ کو لوڈ کرنے کے لئے فلاش پلیئر یا جاوا اسکرپٹ کو اجازت دیجئے۔

اکائی
5

برق مقناطیسی موجیں

ایک سائنسی دور کے گزرنے کے بعد JAMES CLERK MAXWELL کے ذریعہ دوسرا دور شروع ہوا۔
البرٹ آئینسٹین

سیکھنے کے مقاصد:

اس اکائی کے ذریعہ طلباء پر یہ باتیں اجاگر ہوں گی۔

- ہٹاؤ کی برقی رو (displacement current)
- ایمپیر کے دوری کلیے پر میکسویل کی تصحیح
- احصاء (انٹیگرل) کی قسم میں میکسویل کی مساوات
- برق مقناطیسی موجوں کی تیاری اور خصوصیات۔ ہرٹز کا تجربہ
- برق مقناطیسی موجوں کے وسائل
- برق مقناطیسی طیف (Spectrum)

8LC2K

5.1 تعارف



خاکہ 5.1 مرئی (دکھائی دینے والی) طیف : قوس قزح اور بجلی

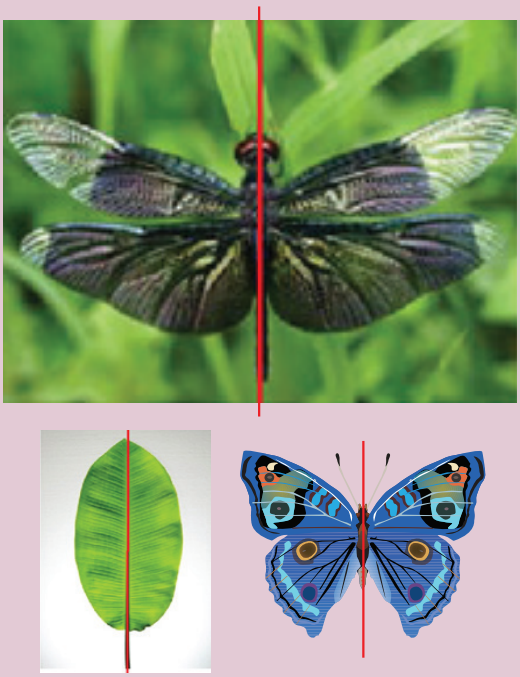
ہم روشنی کے ذریعہ ہمارے اطراف کی دنیا کو دیکھتے ہیں۔ سورج سے آنے والی روشنی توانائی کا ایک اہم ذریعہ ہے جس کے بغیر اس سیارے میں انسانوں کے لئے زندگی محال ہے۔ ایک ذرہ سے لے کر کائنات کی مختلف اشیاء تک کی خصوصیات اور ساخت کے سمجھنے میں روشنی ایک اہم کردار ادا کرتی ہے ۔

روشنی کے بغیر ہماری آنکھیں بھی کچھ دیکھ نہیں سکتیں۔ روشنی کیا ہے؟ یہ معمہ تو 19 ویں صدی کے نصف حصے تک کئی ماہرین طبیعیات کی نیند اڑا رکھا تھا۔

شروع دور میں کئی سائنس دانوں کا یہی خیال رہا کہ بصریات (Optics) اور برق مقناطیسیت طبیعیات کی دو مختلف شاخیں ہیں ۔ مگر James Clerk Maxwell کے تجربات نے ان دو شاخوں کو یکجا کردیا۔ در حقیقت انہوں نے اپنی نظریاتی پیشن گوئی کی وجہ سے روشنی کے تصور کو سمجھایا کہ روشنی ایک برق مقناطیسی موج ہے جو خلا یا فضا میں $3 \times 10^8\ ms^{-1}$ کی رفتار سے حرکت کرتی ہے۔ بعد میں یہ تصدیق کی گئی کہ مرئی (نظر آنے والی) روشنی، برق مقناطیسی طیف کا ایک چھوٹا سا حصہ ہے جس کی حد گاماشعاعوں سے تابکار یا ریڈیو موجیں (radio waves) تک ہے۔

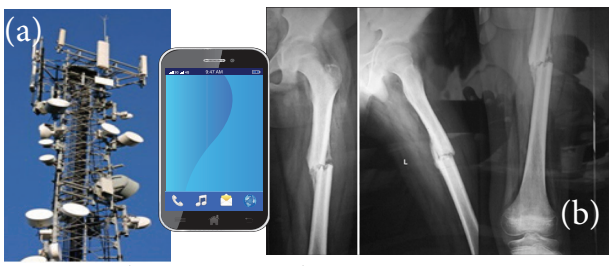
اکائی 4 میں ہم پڑھ چکے ہیں کہ وقت کے ساتھ بدلتا ہوا مقناطیسی میدان ایک برقی میدان پیدا کرتا ہے (فیرڈے کے برق مقناطیسی امالیت کے کلیے)

میکسویل کو پورا یقین تھا کہ قدرت میں بھی ہم آہنگی کی یہ بات ضرور پائی جائے گی اور انہوں نے یہ سوال اپنے سامنے رکھا کہ وقت کے ساتھ ساتھ بدلنے والا مقناطیسی میدان جب ایک برقی میدان پیدا کرسکتا ہے تو وقت کے ساتھ بدلنے والا برقی میدان ایک مقناطیسی میدان کیوں نہیں پیدا کرسکتا؟



قدرت میں پائی جانے والی ہم آہنگی

بعد میں انہوں نے ثابت کر دکھایا کہ واقعی یہ صحیح ہے۔ 1888ء میں H.Hertz نے تجرباتی طور پر Maxwell کی پیشن گوئی کی تصدیق کی۔ چنانچہ یہی سمجھ داری جدید ٹکنالوجی کے انکشاف کی بنیاد بنی۔ خصوصاً بے تار (Wireless) کی مواصلات، (Laser - Light Amplification by Stimulated Emission of radiation) اور (RADAR - Radio Detection and Raning) کی ٹیکنالوجی وغیرہ۔



خاکہ 5.2۔ (a) سیل فون ٹاور اور سیل فون
(b) X-رے ، ریڈیو گراف

آج کی ڈیجیٹل دنیا میں ہماری روز مرہ زندگی میں سیل فون (خاکہ 5.2(a)) کا بہت بڑا اثر ہے۔ معلومات کو ایک جگہ سے دوسری جگہ پہنچانے میں یہ ایک بہت تیز اور منتقلی کا بہت ہی موثر ذریعہ ہے۔ یہ اسی بنیاد پر کام کرتا ہے کہ روشنی ایک برق مقناطیسی موج ہے۔ ہسپتالوں میں X رے کے ذریعہ ٹوٹی ہوئی ہڈی کے ٹھیک مقام کا پتہ لگا سکتے ہیں جیسا کہ (خاکہ 5.2(b)) میں بتایا گیا ہے۔ وہ بھی ایک برق مقناطیسی موج ہی ہے۔ انجینیرنگ میں، طب میں (مثلاً LASER سرجری وغیرہ)، دفاعی نظام میں (مثلاً RADAR سگنل) اور بنیادی سائنسی تحقیقات میں بھی برق مقناطیسی موجوں کے بے شمار استعمالات ہیں۔ اس اکائی میں ہم برق مقناطیسی موجوں کی بنیادی باتوں پر بحث کریں گے۔

5.1.1 ہٹاؤ کی برقی رو اور ایمپیر کے کلیہ کے لئے میکسویل کی تصحیح

Displacement current and Maxwell's correction to Ampere's circuital law

امالی مقناطیسی میدان Induced Magnetic Field

فیرڈے کا برق مقناطیسی امالیت کا کلیہ یہ بیان کرتا ہے کہ مقناطیسی میدان میں ہونے والی تبدیلی ایک برقی میدان پیدا کرتی ہے۔ حسابی طور پر اسے اس طرح لکھا جاسکتا ہے۔

$$\oint_l \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt}\Phi_B = -\frac{d}{dt}\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{A} \quad (5.1)$$

لوپ سے گھرے ہوئے حصے میں بدلتا ہوا مقناطیسی بہاؤ Φ_B	=	وقت کے ساتھ ساتھ مقناطیسی بہاؤ کا تغیر	=	بند لوپ کے ساتھ برقی میدان کی امالیت

جہاں Φ_B مقناطیسی بہاؤ ہے اور $\frac{d}{dt}$ وقت کے اعتبار سے کلی (مجموعی) ماحصل ہے۔ مساوات 5.1 کا مطلب یہ ہے کہ ایک لوپ سے گھرے ہوئے علاقے میں مقناطیسی بہاؤ Φ_B کی تبدیلی کی وجہ سے بند لوپ کے ساتھ برقی میدان $\vec{E}$ کی امالیت ہوتی ہے۔

ہم آہنگی مشاہدات کے تحت James Clerk Maxwell نے بتایا کہ برقی میدان کی تبدیلی بھی مقناطیسی میدان پیدا کرتی ہے جسے یوں پیش کیا جاتا ہے۔

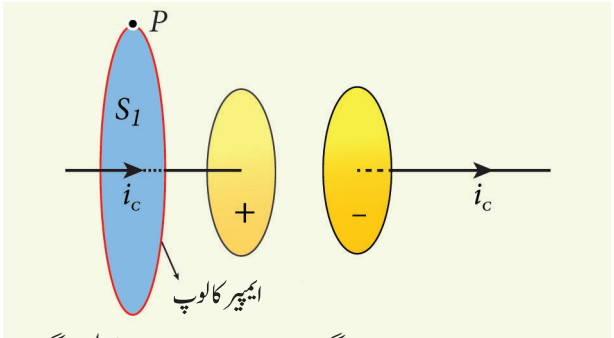
$$\underbrace{\oint_l \vec{B}\cdot\vec{dl}}_{\text{بند لوپ کے ساتھ مقناطیسی میدان کی امالیت}} = \underbrace{-\frac{d}{dt}\Phi_E}_{\text{وقت کے ساتھ برقی بہاؤ کا تغیر}} = \underbrace{-\frac{d}{dt}\oint_S \vec{E}\cdot\vec{dA}}_{\text{لوپ سے گھرے ہوئے حصے میں بدلتا ہوا برقی بہاؤ } \Phi_E} \qquad (5.2)$$

جہاں Φ_E برقی بہاؤ ہے۔ اسے **میکسویل کا امالیتی کلیہ** کہا جاتا ہے۔ کلیہ یہ وضاحت کرتا ہے کہ ایک بند لوپ سے گھرے ہوئے علاقے میں برقی بہاؤ Φ_E کو تبدیل کرنے سے اس بند لوپ کے ساتھ برقی میدان $\vec{B}$ کی امالیت ہوتی ہے۔ برقی اور مقناطیسی میدانوں کی یہ درمیانی آہنگی، ریڈیو شعاعیں، گاما شعاعیں بالا بنفشی شعاعیں جیسے برق مقناطیسی موجوں کے وجود کی وضاحت کرتی ہے۔

ہٹاؤ والی برقی رو - میکسویل کی تصحیح

یہ سمجھنے کے لئے کہ کس طرح ایک بدلتا ہوا برقی میدان، ایک مقناطیسی میدان کی امالیت کرتا ہے، متوازی تختیوں والے ایک مکثفہ کے بار بردار ہونے کے عمل کو تصور کرلیں جن کی تختیوں کے درمیان غیر موصلی واسطہ موجود ہو۔

فرض کریں کہ مکثفہ کو باربردار کرنے کے لئے تار کے ذریعہ وقت - منحصر برقی رو i_c جسے اتصالی برقی رو بھی کہتے ہیں بہائی جاتی ہے۔



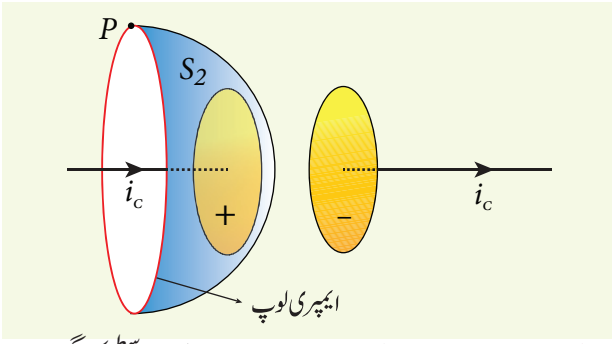
خاکہ 5.3۔ ایمپیر کے کلیہ کا گھیرا استعمال - لوپ جو سطح کو گھیرا ہوا ہے۔

برقی رو لے جانے والی تار کے اطراف پیدا ہونے والے مقناطیسی میدان کو معلوم کرنے کے لئے ایمپیر کے دوری کلیہ کا استعمال کرسکتے ہیں۔

تار کے قریب اور مکثفہ Capacitor کے باہر کے ایک نقطہ P پر بننے والے مقناطیسی میدان کو معلوم کرنے کے لئے، آئیے ہم ایک دائری ایمپیری لوپ بنائیں جو دائری سطح S_1 کو گھیرتی ہو (خاکہ 5.3)۔ اس لوپ کے لئے ، ایمپیر کے دوری کلیہ کے استعمال سے ہم یہ حاصل کرتے ہیں۔

$$\oint_{\text{enclosing } S_1} \vec{B}\cdot\vec{dl} = \mu_0 i_c \qquad (5.3)$$

جہاں μ_o آزاد خلاء کا انجذاب ہے۔



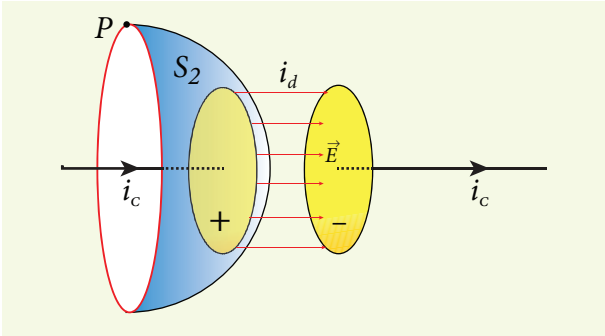
خاکہ 5.4۔ S_2 ایمپیر کے دوری کلیہ کا استعمال - سطح کو گھیرنے والی لوپ

اب وہی لوپ غبارہ نما سطح S_2 کو گھیرتی ہے اس طرح سے کہ S_1 اور S_2 دونوں سطحوں کے حدود یکساں ہوں گے۔ مگر ان سطحوں کی شکل مختلف ہوگی (خاکہ 5.4)۔ چونکہ ایک دئے گئے لوپ کے لئے استعمال ہونے والا ایمپیر کا دوری کلیہ، بند کرنے والی سطح کی شکل پر منحصر نہیں ہوتا، ان کے انٹیگرل ایک ہی جواب دیں گے۔ مگر ایمپیر کے دوری کلیہ کو سطح S_2 پر استعمال کرنے سے ہم حاصل کرتے ہیں۔

$$\oint_{\text{enclosing } S_2} \vec{B}\cdot\vec{dl} = 0 \qquad (5.4)$$

مساوات کا داہنا حصہ صفر ہے کیونکہ S_2 سطح برق بردار موصلی تار کو کہیں بھی نہیں چھوتی اور اس وجہ سے برقی مکثفہ کی تختیوں کے درمیان (تختیوں کی درمیانی گیپ میں) برقی رو نہیں بہتی۔ اس لئے P نقطہ پر مقناطیسی میدان صفر ہے۔ لہذا مساوات 5.3 اور 5.4 کے درمیان تضاد پایا جاتا ہے۔

Maxwell نے اس تضاد کی اس طرح تصحیح کی۔ جب مکثفہ بار بردار ہونے لگتا ہے تو اس کی تختیوں کے درمیان متغیر برقی میدان پیدا ہوتا ہے۔ چنانچہ وہاں اس متغیر برقی میدان سے جڑی ہوئی ایک برقی رو ضرور موجود ہونا چاہئے۔ بالفاظ دیگر وقت - متغیر برقی میدان (یا وقت - متغیر برقی بہاؤ) برقی رو پیدا کرتا ہے۔ اسے برقی مکثفہ کے درمیان بہنے والی، ہٹاؤ کی برقی رو کہتے ہیں (خاکہ - 5.5)



خاکہ 5.5۔ مکثفہ کی تختیوں کے درمیان گاس کے کلیہ کا استعمال:

برق سکونیت کے گاس (Gauss) کے کلیہ کی مدد سے، مکثفہ کی تختیوں کا درمیانی بہاؤ یہ ہے۔

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E}\cdot d\vec{A} = EA = \frac{q}{\epsilon_\circ}$$

جہاں A مکثفہ، کی تختیوں کا رقبہ ہے۔ برقی بہاؤ میں ہونے والی تبدیلی کو اس طرح پیش کیا جاتا ہے۔

$$\frac{d\Phi_E}{dt} = \frac{1}{\epsilon_o}\frac{dq}{dt} \quad \text{(or)}$$

$$\frac{dq}{dt} = \epsilon_o \frac{d\Phi_E}{dt}$$

$$i_d = \epsilon_o \frac{d\Phi_E}{dt} \qquad (5.5)$$

جہاں $\frac{dq}{dt} = i_d$ کو ہٹاؤ کی برقی رو یا Maxwell کے ہٹاؤ کی برقی رو کہا جاتا ہے۔

جس علاقے میں وقت کے ساتھ ساتھ برقی میدان (یا برقی بہاؤ) تبدیل ہوتا ہے اس علاقے میں بننے والی برقی رو، ہٹاؤ کی برقی رو کہلاتی ہے۔ بالفاظ دیگر جب بھی برقی میدان میں تبدیلی واقع ہوتی ہے، ہٹاؤ کی برقی رو پیدا ہوتی ہے۔

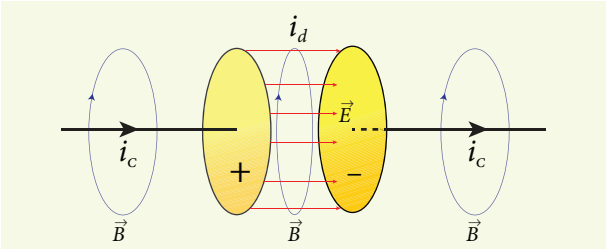
میکسویل نے ایمپیر کے کلیہ کی تصحیح اس طرح کی

$$\oint_l \vec{B}.d\vec{l} = \mu_0 i = \mu_0 [i_c + i_d]$$

$$\oint_l \vec{B}.d\vec{l} = \mu_0 i_c + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \qquad (5.6)$$

جہاں سطح سے گھیرے جانے والی کل برقی رو، ایصالی برقی رو اور ہٹاؤ کی برقی رو کی حاصل جمع بن جاتی ہے، چنانچہ $i = i_c + i_d$ ہے۔ مساوات 5.6 ایمپیر - **میکسویل کا کلیہ** کہلاتی ہے۔

جب ایک برقی دور میں بہنے والی برقی رو مستقل ہوتی ہے تو ہٹاؤ کی برقی رو صفر ہوتی ہے، تختیوں کے درمیان ایصالی برقی رو صفر ہوتی ہے، جب کہ ہٹاؤ کی برقی رو غیر صفری ہوتی ہے۔ یہ ہٹاؤ والی برقی رو یا وقت - متغیر برقی میدان بھی مکثفہ کی تختیوں کے درمیان مقناطیسی میدان پیدا کرسکتا ہے۔ مکثفہ کے اندر کسی نقطہ پر پیدا ہونے والا مقناطیسی میدان، برقی میدان کے عمودی ہوتا ہے جیسا کہ خاکہ 5.6 میں بتایا گیا ہے۔



خاکہ 5.6۔ ایصالیت اور ہٹاؤ کی برقی رو کی وجہ سے پیدا ہونے والا مقناطیسی میدان:

میکسویل کی تصحیح کی اہمیت:

زمین، سورج اور دوسرے ستاروں سے شعاعیں حاصل کرتی ہے ۔ یہ شعاعیں ایک (خالی) خلاء کے ذریعہ سفر کرتی ہیں، جہاں کسی بھی قسم کے برقی بار نہیں پائے جاتے اور اس لئے وہاں برقی رو بھی نہیں ہونا چاہئے ۔ ایمپیر کا کلیہ کہتا ہے کہ صرف برقی رو ہی ایک مقناطیسی میدان پیدا کرسکتا ہے۔ اگر صرف ایمپیر کا کلیہ ہی صحیح ہے تو پھر کسی قسم کی اشعاعیت ممکن نہیں ہوسکتی۔

ایمپیر کے کلیہ میں میکسویل کی تصحیحی اصطلاح $\left(\mu_0\epsilon_0\frac{d\Phi_E}{dt}\right)$ واضح کرتی ہے کہ وقت - متغیر برقی میدان یا ہٹاؤ والی برقی رو بھی مقناطیسی میدان پیدا کرسکتی ہے۔ درحالانکہ خلاء میں ایصالی برقی رو صفر ہی ہے ۔ مگر ہٹاؤ والی برقی رو کا وجود ضرور رہتا ہے۔ اس لئے مساوات (5.6) اس طرح بن جاتی ہے۔

$$\oint_l \vec{B}.d\vec{l} = \mu_0\epsilon_0\frac{d\Phi_E}{dt}$$

ستاروں میں جوہروں کی حرارتی اشتعالیت کی وجہ سے وقت - متغیر برقی میدان پیدا ہوتا ہے جو دراصل وقت - متغیر مقناطیسی میدان پید اکرتا ہے۔ فیرڈے کے کلیہ کے تحت، یہ وقت - متغیر مقناطیسی میدان پھر سے وقت متغیر برقی میدان پیدا کرتا ہے اور یہ سلسلہ جاری رہتا ہے۔ وقت - متغیر برقی رو اور مقناطیسی میدانوں کی یہ جوڑی خالی خلاء میں روشنی کی رفتار کے ساتھ سفر کرتی ہے اور یہی برق مقناطیسی موج کہلاتی ہے۔

حالانکہ Maxwell نے تو اپنے تجربہ کی شروعات ہم آہنگی کی بنیاد پر کی تھی لیکن اس کی تصحیحی اصطلاح کائنات کی اہم ترین پہلوؤں میں سے ایک پہلو، جو کہ برق مقناطیسی موجوں کا وجود ہے، اس کی وضاحت کرتی ہے۔

نوٹ

ہٹاؤ کی برقی رو: برقی رو کا یہ نام میکسویل ہی نے دیا تھا۔ ہٹاؤ کا یہ لفظ مجبوری سے چنا گیا ہے کیونکہ اس برقی رو میں کچھ بھی دکھائی نہیں دیتا۔

مثال 5.1

فرض کرو 230 V، RMS قیمت اور 50 Hz تعدد کے ساتھ متوازی تختیوں والے ایک مکثفہ کو جوڑ دیا جاتا ہے۔ اگر مکثفہ کی تختیوں کا درمیانی فاصلہ 1mm اور تختیوں کا رقبہ 20 cm^2 ہو تو $t = 1s$ پر ہٹاؤ کی برقی رو معلوم کریں۔

حل:

مکثفہ کی تختیوں کے درمیان تفاوت بالقواہ

ہٹاؤ کی برقی رو

$$V = V_{max}\sin 2\pi ft$$
$$= 230\sqrt{2}\ \sin(2\pi \times 50t)$$
$$\therefore V = 325\sin 100\pi t$$

$$d = 1\ mm = 1 \times 10^{-3}\ m$$
$$A = 20\ cm^2 = 20 \times 10^{-4}\ m^2$$

ہٹاؤ کی برقی رو

$$i_d = \epsilon_\circ\frac{d\Phi_E}{dt} = \epsilon_\circ\frac{d(EA)}{dt}$$

$$\therefore i_d = \frac{\epsilon_0 A}{d}\left[\frac{dV}{dt}\right] \qquad \left[\because E = \frac{V}{d}\right]$$
$$= \frac{\epsilon_0 A}{d}(325)(100\pi)\cos 100\pi t$$
$$= \begin{pmatrix}8.85\times10^{-12}\times20\times10^{-4}\times325\\ \times100\times3.14\times\cos(100\pi\times1)\end{pmatrix}\Big/\left(1\times10^{-3}\right)$$
$$= 1.81\times10^{-6}\ A = 1.81\ \mu A \quad [\because \cos(100\pi\times1) = 1]$$

5.1.3 احصاء یا انٹگرل کی قسم میں میکسویل کی مساوات :

Maxwell's equations in integral form

برقی حرکیات (electro dynamics) کو میکسویل کی مساوات کہلانے والی چار بنیادی مساوات میں خلاصہ کیا جاسکتا ہے۔ یہ مساوات میکانکس میں موجود نیوٹن کی مساوات سے مشابہت رکھتی ہیں۔ میکسویل کی مساوات کلی طور پر باروں کے برتاؤ، برقی رو اور برقی اور مقناطیسی میدانوں کی خصوصیات کے بارے میں وضاحت کرتی ہیں۔ ان مساوات کو انٹیگرل کی قسم (یا مجموعی قسم) یا تفریقی قسم (یا امتیازی قسم) میں بھی لکھا جاسکتا ہے۔

میکسویل کی مساوات کی تفریقی قسم ہائیر سکنڈری سطح کے بعد پڑھیں گے۔ لہذا اب ہم صرف میکسویل کی مساوات کی احصائی یا انٹیگرل قسم ہی پر اکتفا کریں گے۔

پہلی مساوات:

یہ بجلی کے گاس (Gauss's) کے کلیہ کے سوا کچھ نہیں ہے۔ یہ ایک بند سطح میں موجود کل برقی بہاؤ کو کل برقی بار سے جوڑتا ہے۔ حسابی طور پر اسے اس طرح لکھا جاتا ہے۔

$$\oint_s \vec{E}.d\vec{A} = \frac{Q_{enclosed}}{\epsilon_\circ} \qquad (5.7)$$

بجلی کے لئے گاس کا کلیہ

جہاں $\vec{E}$ برقی میدان ہے اور $Q_{enclosed}$ سطح S سے گھرا ہوا کل برقی بار ہے۔ یہ مساوات، باروں کی محتاط اور مسلسل دونوں تقسیموں کے لئے صحیح ثابت ہوتی ہے۔

یہ مساوات اس بات کی بھی نشاندہی کرتی ہے کہ برق میدانی خطوط مثبت بار سے شروع ہو کر منفی بار پر ختم ہوتے ہیں۔ اس سے معلوم ہوتا ہے کہ برق میدانی خطوط ایک مسلسل بند راستہ نہیں بناتے۔ بالفاظ دیگر اس کا مطلب یہ ہے کہ مثبت یا منفی بار الگ تھلگ بھی پائے جاسکتے ہیں۔

دوسری مساوات:

یہ کلیہ مقناطیسیت کے گاس کے کلیہ سے ملتا جلتا ہے۔ اس لئے اس کلیہ کو مقناطیسیت کے لئے گاس کا کلیہ بھی کہا جاسکتا ہے۔ ایک بند سطح پر مقناطیسی میدان کا سطحی انٹیگرل صفر ہے۔ حسابی طور پر

$$\oint_s \vec{B}.d\vec{A} = 0 \qquad (5.8)$$

مقناطیسیت کے لئے گاس کا کلیہ:

جہاں $\vec{B}$ مقناطیسی میدان ہے۔

اس مساوات سے معلوم ہوتا ہے کہ مقناطیسی قوت کے خطوط ایک مسلسل بند راستہ بناتے ہیں۔ بالفاظ دیگر ایک قطبی مقناطیس الگ تھلگ نہیں پائے جاسکتے۔

تیسری مساوات:

یہ برق مقناطیسی امالیت کا فیرڈے کا کلیہ ہے۔ یہ کلیہ برقی میدان کو، بدلتے ہوئے مقناطیسی بہاؤ سے جوڑتا ہے۔ اس کو حسابی طور پر اس طرح لکھ سکتے ہیں۔

$$\oint_l \vec{E}.d\vec{l} = -\frac{d}{dt}\Phi_B \qquad (5.9)$$

(فیرڈے کا کلیہ)

جہاں $\vec{E}$ برقی میدان ہے۔ اس مساوات سے یہ معلوم ہوتا ہے کہ کسی بند راستے کے اطراف موجود برقی میدان کا خطی احصاء یا انٹیگرل، سطح سے احاطہ کئے گئے بند راستہ کے ذریعہ ہونے والے مقناطیسی بہاؤ کی تبدیلی کی شرح کے برابر ہوتا ہے۔

ہماری ٹیکنالوجی کا جدید انقلاب برق مقناطیسی امالیت کے فیرڈے کے اسی کلیہ کی وجہ سے ہے۔

چوتھی مساوات:

یہ ایمپیر کا تصحیح شدہ دوری کلیہ ہے۔ اسے ایمپیر - میکسویل کا کلیہ بھی کہاجاتا ہے۔ یہ کلیہ کسی بند راستہ کے اطراف موجود مقناطیسی میدان کو راستے کے ذریعہ گزرنے والی ایصالی برقی رو یا ہٹاؤ کی برقی رو کے ساتھ جوڑتا ہے۔

$$\oint_l \vec{B}.\vec{dl} = \mu_0 i_C + \mu_0\epsilon_0 \frac{d}{dt}\oint_s \vec{E}.\vec{dA} \qquad (5.10)$$

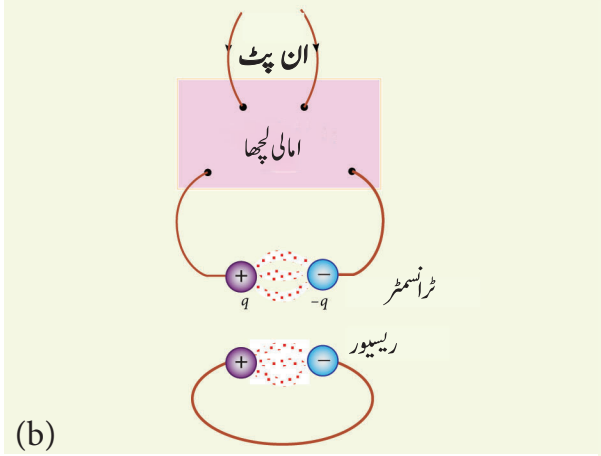
(ایمپیر - میکسویل کا کلیہ)

جہاں $\vec{B}$ مقناطیسی میدان ہے۔ یہ مساوات یہ بتاتی ہے کہ ایصالی برقی رو اور ہٹاؤ کی برقی رو دونوں مقناطیسی میدان پیدا کرتی ہیں ۔

یہ چاروں مساوات برقی حرکیات (electro dynamics) میں میکسویل کی مساوات کہلاتی ہیں۔ یہ مساوات برق مقناطیسی موجوں کے وجود کی تصدیق کرتی ہے۔ ساری دنیا کا مواصلاتی نظام برق مقناطیسی موجوں ہی پر منحصر ہیں۔ در حقیقت ستارے کہکشاں، سیارے وغیرہ کے بارے میں ہماری جو سمجھ ہے، وہ بھی ان فلکی اجسام سے خارج ہونے والی برق مقناطیسی شعاعوں کے تجزیہ ہی سے پیدا ہوئی ہے۔



(a)



(b)

خاکہ 5.7 ۔ (a) ہینرچ روڈولف ہرٹز (b) ہرٹز آلہ کا تصوری خاکہ

5.2 برق مقناطیسی موجیں:
Electromagnetic waves

برق مقناطیسی موجیں غیر میکانیکی اشعاع ہیں جو (خلاء میں) روشنی کی رفتار کی مساوی رفتار میں حرکت کرتی ہیں۔ یہ ایک عرضی موج (transverse wave) ہے۔ مندرجۂ ذیل کے ذیلی عنوانوں میں ہم برق مقناطیسی موجوں کی تیاری اس کی خصوصیات، ان کے ذرائع اور برق مقناطیسی طیف کی درجہ بندی کے بارے میں مطالعہ کریں گے۔

5.2.1 برق مقناطیسی موجوں کی تیاری اور خصوصیات :
Production and properties of electromagnetic waves

برق مقناطیسی موجوں کی تیاری اور ہرٹز کا تجربہ:

1888ء میں ہینرچ روڈولف ہرٹز کے تجربہ کے ذریعہ میکسویل کی پیشن گوئی کی تصدیق کی گئی۔ تجربے میں استعمال شدہ طریقہ کو خاکہ 5.7 (b) میں پیش کیا گیا ہے۔

اس میں دو دھاتی برقیرے ہوتے ہیں جو چھوٹے دھاتی کروں سے بنے ہوتے ہیں۔ یہ کرے بڑے کروں سے جوڑ دئے جاتے ہیں اور ان کے کناروں کو بہت زیادہ تعداد کی چکروں والے امالی لچھے سے جوڑ دیا جاتا ہے۔ یہ سب اعلیٰ برقی محرکی قوت (emf) تیار کرنے کے لئے کیا جاتا ہے۔

چونکہ لچھے کو بہت زیادہ قواہ کے ساتھ برقرار رکھا جاتا ہے، برقیروں کی درمیانی ہوا، روانوں میں تبدیل ہونے لگتی ہے اور چنگاری (چنگاری کا مطلب بجلی کا اخراج) آنے لگتی ہے۔ بجلی کا یہ اخراج دوسرے برقیرے کو متاثر کرتا ہے (حلقہ نما برقیرہ جو مکمل طور پر بند دائرہ نہیں ہے) جو کچھ دور کے فاصلے پر رکھا گیا ہے۔ اس سے پتہ چلتا ہے کہ برقیرے سے Reciever (حلقہ نما برقیرہ) میں موجوں کی شکل میں توانائی کی منتقلی ہوتی ہے۔ یہی موجیں برق مقناطیسی موجیں کہلاتی ہیں۔

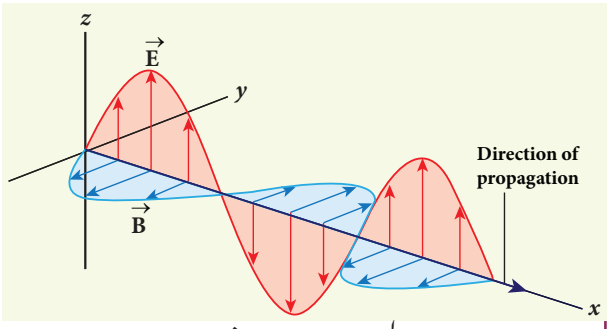
اگر ریسیور کو 90° کے زاویہ کے ساتھ گھمادیا جاتا ہے تو ریسیور پر کسی قسم کی چنگاری نظر نہیں آتی۔ اس سے یہ ثابت ہوتا ہے کہ برق مقناطیسی موجیں Maxwell کی پیشن گوئی کے مطابق عرضی (transverse) موجیں ہیں۔ ہرٹز نے تابکار یا ریڈیو شعاعوں کا بھی پتہ لگایا اور اس کی رفتار کا بھی محاسبہ کیا جو روشنی کی رفتار (3×10^8 m s^{-1}) کے مساوی ہے۔

برق مقناطیسی موجوں کی خصوصیات:

1۔ کسی بھی پر اسراع برقی بار سے برق مقناطیسی موجیں پیدا ہوتی ہیں ۔

2۔ برق مقناطیسی موجوں کو آگے بڑھنے کے لئے کسی واسطے کی ضرورت نہیں پڑتی۔ اس لئے برق مقناطیسی موج ایک غیر میکانکی موج ہے۔

3۔ برق مقناطیسی موجیں، فطرت میں عرضی (transverse) ہوتی ہیں۔ اہتزازی برقی میدان کی سمت، اہتزازی مقناطیسی میدان کی سمت اور موج کے آگے بڑھنے کی سمت یہ تینوں ایک دوسرے کے عمود میں ہوتے ہیں۔ مثال کے طور پر



خاکہ 5.8 برق مقناطیسی موجیں-عرضی موجیں

اگر برقی رو اور مقناطیسی میدان، خاکہ 5.8 میں بتائے گئے طریقہ کے مطابق ہوں تو پھر موج کے انتشار ہونے یا آگے بڑھنے کی سمت x- سمت کے مطابق ہوگی۔

4۔ برق مقناطیسی موجیں vacuum، یا آزاد خلاء میں روشنی کی مساوی رفتار سے سفر کرتی ہیں۔ $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_o \mu_o}} = 3 \cdot 10^8 \, ms^{-1}$ جہاں μ_o آزاد خلاء کی نفوذ پذیری ہے۔ اور ϵ_o آزاد خلاء کی انجذابیت ہے (Permittivity کے لئے اکائی 1 کا اور Permiability کے لئے اکائی 3 کا حوالہ لیں)

5۔ نفوذ پذیری Permittivity ϵ اور انجذابیت μ والے ایک واسطے میں، برق مقناطیسی موج کی رفتار v، خلاء یا آزاد خلاء میں اس کی رفتار c، سے کم ہوتی ہے۔ $(v < c)$

انعطافی اشاریہ (Refractive Index) کے ایک واسطہ میں

$$n = \frac{c}{v} = \frac{1/\sqrt{\epsilon_o \mu_o}}{1/\sqrt{\epsilon \mu}} \quad \therefore n = \sqrt{\epsilon_r \mu_r}$$

جس میں ϵ_r واسطے کی نسبتی نفوذ پذیری Permittivity ہے جو دوہری برقی مستقلہ (dielectric Constant) بھی کہلاتی ہے اور μ_r واسطے کی نسبتی انجذابیت ہے۔

6۔ برق مقناطیسی موجیں، برقی میدان یا مقناطیسی میدان سے انحراف نہیں پاتیں۔

7۔ برق مقناطیسی موجیں، مداخلت interference انکسار (Diffraction) اور تقطیب (Polarization) کا مظاہرہ کرسکتی ہیں۔

8۔ دوسری موجوں کی طرح برق مقناطیسی موجیں بھی توانائی، خطی معیار حرکت اور زاویائی معیار حرکت لی ہوئی ہوتی ہیں۔

کیا آپ جانتے ہیں ؟

- اس کا اندازہ لگانا بہت ہی دلچسپ ہے کہ برق مقناطیسی موجیں ذرات کی طرح خطی معیار حرکت اور زاویائی معیار حرکت رکھتی ہیں۔ 2018 میں، بصری ٹویزر (Optical tweezer) اور اعلیٰ شدت والے روشنی کے پلسس high intense Light Pulses کے انکشاف کے لئے طبیعیات میں نوبل انعام دیا گیا تھا۔
- بصری ٹویزر ایک لیزر لائٹ کے علاوہ کچھ نہیں ہے۔ جسے مائیکرو جسامت والے ذرات یا سالموں کو ایک جگہ سے دوسری جگہ ہٹانے کے لئے استعمال کیا جاتا ہے۔ طبی میدان میں اس کے بے شمار استعمالات ہیں ۔ بیکٹریا اور وائرس کو بھی اس بصری ٹویزر کے ذریعہ، باقاعدہ بافتوں سے علاحدہ طور پر جدا کیا جاسکتا ہے۔ اسی طرح کینسر کے خلیوں کو بھی اچھے خلیوں سے جدا کیا جاسکتا ہے۔ بصری ٹویزر برق مقناطیسی موجوں کی معیار حرکت کی خصوصیت کا استعمال کرتا ہے۔
- حقیقت میں دم دار تاروں کی دم نما شکل اس لئے ہوتی ہے کہ سورج کی روشنی اتنی بڑی مقدار کی خطی معیار حرکت فراہم کرتی ہے جو کہ دم دار تاروں کے مادوں کو سورج سے دور ڈھکیلتی ہے۔
- برق مقناطیسی موجوں کی زاویائی معیار حرکت کو بآسانی سمجھا جاسکتا ہے۔ تصور کریں کہ مخالف بار بردار ہم مرکز استوانہ نما برقی خانوں کی ایک جوڑی ہے اور ان کے درمیان ایک پیچواں رکھا گیا ہے۔ اس میں سے ایک AC برقی رو بہہ رہی ہے اور جب پیچواں میں موجود برقی رو کو صفر تک کم کردیا جاتا ہے تو اندرونی اور بیرونی برقی خانے مخالف سمت میں گردش کرنا شروع کردیتے ہیں۔ AC برقی رو سے پیدا ہونے والے برق مقناطیسی میدان سے فراہم ہونے والی زاویائی معیار حرکت کی وجہ سے وہ استوانے گردش کرنے لگتے ہیں۔

مثال 5.2

ایک واسطے کی نسبتی یا اضافی انجذابیت 2.5 ہے اور برقی نفوذ پذیری 2.25 ہے۔ واسطے کا انعطافی اشاریہ محسوب کریں۔

حل

دوہری برقی مستقلہ واسطے کی اضافی نفوذ پذیری،

$\epsilon_r = 2.25$

مقناطیسی انجذابیت، $\mu_r = 2.5$

واسطے کا انعطافی اشاریہ

$$n = \sqrt{\epsilon_r \mu_r} = \sqrt{2.25 \times 2.5} = 2.37$$

5.2.2 برق مقناطیسی موجوں کے ذرائع
Sources of electromagnetic waves

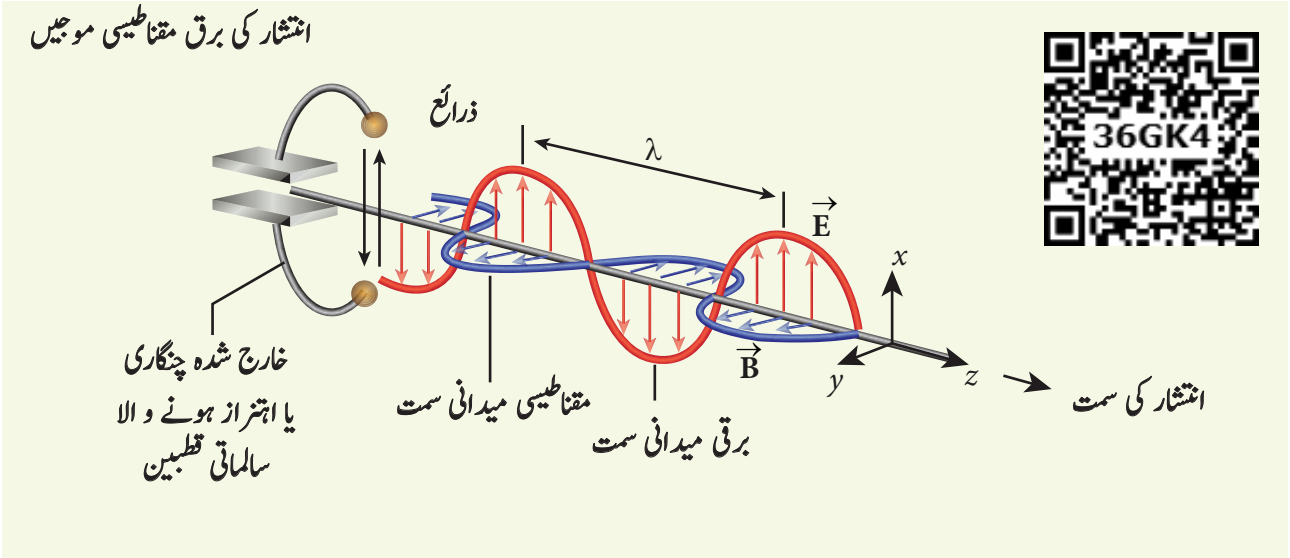
ایک پرسکون بار صرف برقی میدان پیدا کرتا ہے (ملاحظہ ہو اکائی - 1)۔ جب وہ بار ایک یکساں سمتی رفتار کے ساتھ حرکت کرتا ہے تو وہ ایک متوازن برقی رو پیدا کرتا ہے۔ اس کی وجہ سے موصل جس میں بار بہتے ہوں، اس کے اطراف مقناطیسی میدان (وقت - منحصر نہیں بلکہ صرف خلائی منحصر) پیدا ہوتا ہے۔ اگر وہ بار بردار ذرہ اسراع پاتا ہے، تو وہ برقی میدان کے ساتھ ساتھ، مقناطیسی میدان بھی پیدا کرتا ہے۔ برقی اور مقناطیسی دونوں میدان وقت - متغیر میدانات ہیں۔ چونکہ برق مقناطیسی موجیں عرضی (tranverse) موجیں ہیں، برق مقناطیسی موجوں کے پھیلاؤ کی سمت، برقی اور مقناطیسی میدان کے سمتیں رکھنے والی سطحوں کے عمودی ہوتے ہیں۔

ایک اہتزازی حرکت بھی ایک پراسراع حرکت ہی ہے۔ اس لئے جب ایک بار اپنے اوسط مقام پر اہتزاز کرتا ہے (اہتزاز کرنے والا سالمی قطبین) جیسا کہ خاکہ 5.9 میں بتایا گیا ہے۔ وہ صرف برق مقناطیسی موجیں پیدا کرتا ہے۔

فرض کریں کہ آزاد خلاء میں برق مقناطیسی میدان z- سمت میں آگے بڑھ رہا ہو اور برقی میدان کی سمت x- محور پر ہو تو پھر مقناطیسی میدانی سمت برق مقناطیسی انتشار (آگے بڑھنا) اور برقی میدان دونوں کے عمودی طور پر ہوگی۔ چنانچہ

$$E_x = E_\circ \sin(kz - \omega t)$$

$$B_y = B_\circ \sin(kz - \omega t)$$



خاکہ 5.9 اہتزاز ہونے والے بار۔برق مقناطیسی موجوں کے ذرائع

جہاں E_o اور B_o برقی اور مقناطیسی میدانوں کے اہتزاز کے حیطے ہیں۔ k موجی عدد ہے، ω موج کی زاویائی تعدد اور $\hat{k}$ (اکائی سمیتہ ہے جو یہاں انتشاری سمیتہ کہلاتی ہے) برق مقناطیسی میدان کے آگے بڑھنے کی سمت کو ظاہر کرتی ہے۔

نوٹ کریں کہ برقی اور مقناطیسی دونوں میدان، ایک ہی تعدد کے ساتھ (جو کہ برق مقناطیسی موج کی تعدد ہے) اہتزاز کرتے ہیں جو ذریعہ (یہاں اہتزازی بار ہی برق مقناطیسی موج کا ذریعہ ہیں) کی تعدد کے برابر ہوتی ہے۔ خلا یا آزاد خلا میں E_o اور B_o کی درمیانی نسبت برق مقناطیسی موج کی رفتار کے مساوی ہوتی ہے اور روشنی کی رفتار c کے برابر ہوتی ہے۔

$$c = \frac{E_o}{B_o}$$

کسی واسطے میں E_o اور B_o کی درمیانی نسبت، اس واسطے میں برق مقناطیسی موج کی رفتار کے مساوی ہوتی ہے۔ لہذا

$$v = \frac{E_o}{B_o} < c$$

علاوہ ازیں برق مقناطیسی موجوں کی توانائی اہتزاز ہونے والے بار کی توانائی سے آتی ہے۔

مثال 5.3

اگر برق اور مقناطیسی میدانوں کے حیطے بالترتیب $3 \times 10^4\ \mathrm{N\,C^{-1}}$، اور $2 \times 10^{-4}\ \mathrm{T}$ ہوں تو اس واسطے میں برق مقناطیسی موج کی رفتار محسوب کریں۔

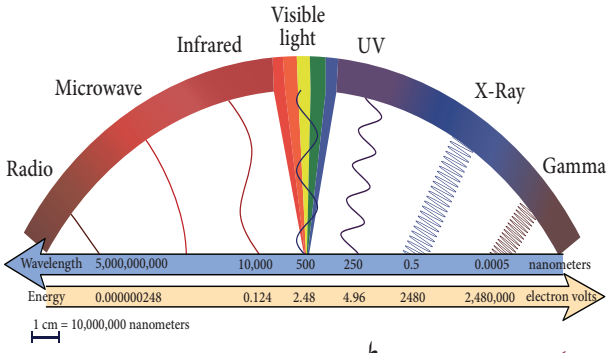
حل

برقی میدان کا حیطہ یہ ہے $E_o = 3 \times 10^4\ \mathrm{N\,C^{-1}}$۔

مقناطیسی میدان کا حیطہ $B_o = 2 \times 10^{-4}\ \mathrm{T}$ ہے۔ چنانچہ اس میدان میں برق مقناطیسی موج کی رفتار

$$v = \frac{3\times10^4}{2\times10^{-4}} = 1.5\times10^8\, m s^{-1}$$

5.2.3 برق مقناطیسی طیف
Electromagnetic spectrum



خاکہ 5.10 برق مقناطیسی طیف

تعدد یا موجی طول کے لحاظ سے برق مقناطیسی موجوں کی ترتیب وار تقسیم ہی، برق مقناطیسی طیف ہے۔ (خاکہ 5.10)

ریڈیو موجیں (Radio waves)

موصلی تاروں میں باروں کی پر اسراع حرکت پر یہ شعاعیں یا موجیں بنتی ہیں۔ اس کے تعدد کی حد چند Hz سے 10^9 Hz تک ہے۔ وہ انعکاس اور انتشار ظاہر کرتی ہیں۔

یہ ریڈیو اور ٹیلی ویژن کے مواصلاتی نظام میں استعمال کی جاتی ہیں اور سیل فون کے مواصلاتی نظام میں بھی بہت ہی اعلیٰ تعدد میں، آواز کو منتقل کرنے کے لئے استعمال کی جاتی ہیں۔

خورد موجیں (Micro waves)

یہ موجیں klystron، magnetron، gunndiode، جیسی مخصوص خلائی نالیوں سے تیار کی جاتی ہیں۔ خورد موجوں کی تعدد کی حد 10^9 Hz سے 10^{11} Hz تک ہے۔ یہ موجیں انعکاس پاتی ہیں اور ان کی تقطیب (polarized) کی جاسکتی ہیں۔

Radar نظام ہوائی جہاز کی رہبری اور گاڑیوں کی رفتار معلوم کرنے کے لئے، microwave oven میں پکانے کے لئے اور سیارچوں کے ذریعہ بہت لمبے فاصلوں تک بے تار مواصلات قائم کرنے کے لئے، یہ موجیں استعمال کی جاتی ہیں۔

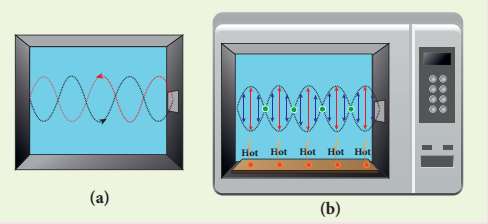
زیریں سرخ شعاعیں: Infrared radiation

یہ شعاعیں گرم اجسام (جن کو حرارتی موجیں بھی کہا جاتا ہے) سے تیار ہوتی ہیں اور سالموں کی گردشی اور اہتزازی حرکت سے بھی یہ شعاعیں پیدا ہوتی ہیں۔ ان کی تعدد کی حد 10^{11} Hz سے 4×10^{14} Hz تک ہوتی ہے۔

Activity کارروائی

مائیکرو ویواون (micro wave oven) کی مدد سے روشنی کی رفتار کی پیمائش:

آج کل کھانے کی اشیاء کو گرم کرنے کے لئے عام طور پر مائیکرو ویواون کا استعمال کیا جارہا ہے۔ ان اون میں 1 mm سے 30 cm تک کی موجی طول والی مائیکرو شعاعیں پیدا ہوتی ہیں۔ اس قسم کی لہریں اون کی اندرونی دیواروں کے درمیان کھڑی ہونے والی شعاعیں بناتی ہیں۔ یہ ایک دلچسپی کی بات ہے کہ مائیکرو ویو اون کی مدد سے ہم روشنی کی رفتار کی پیمائش کرسکتے ہیں۔




(c)

(d)

ہم کھڑی ہونے والی شعاعوں کے بارے میں XI جماعت ،فزکس ،و الیوم II، اکائی II میں پہلے ہی پڑھ چکے ۔ کھڑی ہوئی شعاعوں کے متعین مقامات پر عقدہ nodes اور ضد عقدہ antinodes ہوتے ہیں۔ عقدہ کے مقام پر حیطہ صفر ہوتا ہے اور ضد عقدہ کے مقام پر حیطہ بہت زیادہ ہوتا ہے۔ بالفاظ دیگر مائیکرو شعاعوں کی سب سے زیادہ توانائی ضد عقدہ کے مقامات پر ہوا کرتی ہے (گھومنے والی تختی کو نکال دینے کے بعد) اگر ہم روٹی، چاکلیٹ یا کھانے کی دیگر اشیاء کو اون کے اندر رکھیں تو ہم نوٹ کرسکتے ہیں کہ ضد عقدہ کے مقامات پر رکھی گئی کھانے کی اشیاء کے حصے بہ نسبت دوسرے مقامات کے کچھ زیادہ ہی جلے ہوئے نظر آتے ہیں۔ اسے خاکہ (c) اور (d) میں بتایا گیا ہے۔ جلے ہوئے دو مقامات کا درمیانی فاصلہ مائیکرو شعاع کا نصف موجی طول ظاہر کرتا ہے۔ مائیکرو شعاع کی تعدد اون کے panel میں چھپی ہوتی ہیں۔ مائیکرو شعاع کی موجی طول اور تعدد کو معلوم کرکے ، $v\lambda = c$ کے ضابطہ کی مدد سے ہم روشنی کی رفتار c دریافت کرسکتے ہیں۔

یہ شمسی خانوں کے ذریعہ سیارچوں کو برقی توانائی فراہم کرتی ہیں۔ نابیدہ (de hydrated) پھلوں کی تیاری میں، سبز مکانوں میں پودوں کو گرم رکھنے کے لئے، جوڑوں یا عضلاتی درد کے علاج میں heat therapy کے طور پر، ٹی وی میں ایک Signalcarrier کے طور پر، کہراؤں اور دھندوالے مقامات میں صاف طور پر دیکھنے کے لئے اور زیر سرخ فوٹو گرافی یا شب بینائی وغیرہ میں یہ شعاعیں استعمال ہوتی ہیں۔

مرئی روشنی (Visible light)

یہ تاباں / روشن/ منور اجسام سے پید اہوتی ہے۔ یہ گیسوں میں موجود پرجوش جوہروں سے بھی خارج ہوتی ہے۔ اس کی تعدد کی حد 4×10^{14} Hz سے 8×10^{14}Hz تک ہے۔

یہ انعکاسی اور انعطافی کلیے کی اتباع کرتی ہے۔ یہ مداخلت، انتشار اور تقطیب (Polarization) میں بھی حصہ لیتی ہے۔ یہ شعاعی برقی Photo-electric اثر بھی ظاہر کرتی ہے۔ سالموں کی ساخت اور جوہروں کے بیرونی خول میں الکٹرانوں کی ترتیب کے مطالعے میں اس کا استعمال کیا جاسکتا ہے۔ یہی بصری حس کی ذمہ دار ہے۔

بالا بنفشی شعاعیں: Ultra violet radiations

یہ سورج، چنگاری (arc) اور رواں ساز گیسوں سے پیدا ہوتی ہے۔ اس کی تعدد کی حد 8×10^{14} Hz سے 10^{17} Hz تک ہوتی ہے۔ اس کی مداخلتی طاقت کم ہوتی ہے۔ یہ فضائی اوزون سے جذب ہوتی ہے اور یہ انسانی جسم کے لئے مضر ہے۔ جراحی آلات کی نس بندی Sterilization میں بیکٹریا کو ختم کرنے کے لئے burglar alarm کے لئے، نظر نہ آنے والی تحریر اور انگلیوں کے نشانات کا پتہ لگانے کے لئے اور جوہری ساخت کا مطالعہ کرنے کے لئے ان اشعاع کا استعمال کیا جاتا ہے۔

X- رے X - ray

اعلیٰ جوہری عدد کے نشانہ پر اعلیٰ رفتار والے الکٹرانوں کی اچانک رکاوٹ سے یہ اشعاع پیدا ہوتی ہیں۔ جوہروں کے سب سے اندرونی خولوں میں ہونے والی الکٹرانی منتقلی سے بھی یہ پیدا ہوتی ہیں اس کی تعدد کی حد 10^{17} Hz سے 10^{19} Hz تک ہے۔

بالا بنفشی شعاعوں کے مقابلے میں X- رے کی مداخلی طاقت زیادہ ہوتی ہے۔ قلوی (crystal) ساخت اور جوہروں کی اندرونی الکٹرانی خولوں کے مطالعہ میں X- رے بڑی اہمیت کے حامل

ہیں۔ ہڈیوں کی ٹوٹ پھوٹ، بیمار اعضاء، ہڈی اور پتھری کا وجود، ٹوٹی ہوئی ہڈیوں کا آپس میں جڑنے کا عمل وغیرہ کی جانچ پڑتال کے لئے بھی X- رے بہت زیادہ استعمال ہوتے ہیں۔ علاوہ ازیں بنی بنائی دھاتی اشیاء میں کمی، شگاف، سوراخ اورٹوٹ پھوٹ کی جانچ کرنے میں بھی X- رے استعمال کئے جاتے ہیں۔

گاما شعاعیں (Gamma Rays)

یہ تابکار مرکزوں کی منتقلی اور چند بنیادی ذرات کی سڑن (decay) سے پیدا ہوتی ہیں۔ وہ fluorescence، رواں سازی اور تابانی پیدا کرتی ہیں۔ یہ فوٹو گرافک تختیوں پر کیمیائی تعاملات پیدا کرتی ہیں۔ ان کی تعدد کی حد 10^{18} Hz سے زیادہ ہوتی ہے۔

گاما شعاعوں کے مداخلی طاقت X- رے اور بالابنفشی شعاعوں سے زیادہ ہوتی ہے۔ اس میں بار نہیں ہوتے مگر یہ انسانی جسم کے لئے مضر ہوتی ہیں۔ گاما شعاعیں جوہری مرکزوں سے متعلق معلومات فراہم کرتی ہیں۔ کینسر اور رسوئی کے علاج کے لئے ریڈیو تھراپی میں اور غذا کی صنعت میں مرض آفرین (pathogenic) خورد بینی عضویوں کو مارنے کے لئے بھی گاما شعاعوں کا استعمال کیا جاتا ہے۔

مثال 5.4

ایک مائیکرو ویو اون میں موجود میگنٹران (Magnetron) $f = 2450$ MHz کی تعدد والی برق مقناطیسی شعاعیں (EM waves) خارج کرتا ہے۔ الکٹرانوں کو اس تعدد کے ساتھ دائری راستوں میں حرکت کرنے کے لئے درکار مقناطیسی میدانی طاقت کیا ہوگی؟

حل

برق مقناطیسی شعاعوں کی دی گئی تعدد $f = 2450$ MHz ہے۔
متعلقہ زاویائی تعدد یہ ہوگی۔

$$\omega = 2\pi f = 2 \times 3.14 \times 2450 \times 10^6$$
$$= 15{,}386 \times 10^6 \text{ Hz}$$
$$= 1.54 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$$

درکار مقناطیسی میدان $B = \dfrac{m_e \omega}{|q|}$

الکٹران کی کمیت $m_e = 9.11 \times 10^{-31}$ kg

الکٹران کا بار

$$q = -1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$$
$$\Rightarrow |q| = 1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$B = \frac{\left(9.11 \times 10^{-31}\right)\left(1.54 \times 10^{10}\right)}{\left(1.60 \times 10^{-19}\right)} = 8.7683 \times 10^{-2} \text{ T}$$

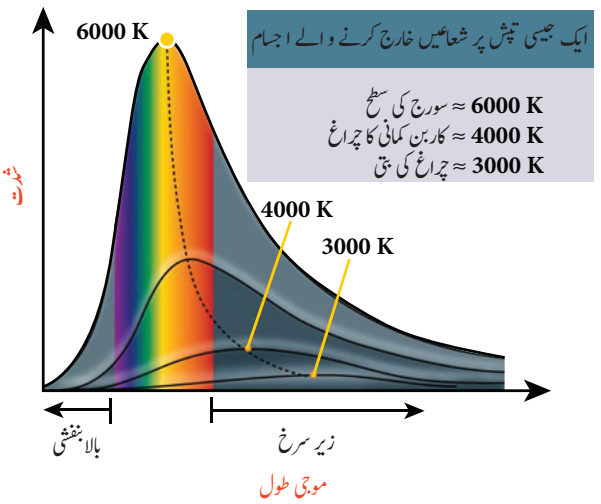
$B = 0.08768$ T

یہ مقناطیسی میدان ایک مستقل مقناطیس کی مدد سے بآسانی پیدا کرلیا جاسکتا ہے۔ اس لئے 2450 MHz تعدد والی برق مقناطیسی موجوں کو غذا کے گرم کرنے اور پکانے کے لئے استعمال کیا جاسکتا ہے کیونکہ وہ آبی سالموں سے مضبوطی کے ساتھ جذب ہوجاتی ہیں۔

5.3 طیف کی قسمیں۔ اخراجی اور انجذابی طیف: فرانو فرخطوط

Typesof spectrum -Emission and absorpstion spectrum - Fraunhofer lines

جب کوئی شئے جلنے لگتی ہے تو وہ شعاعیں خارج کرتی ہے۔ یعنی وہ برق مقناطیسی موجیں خارج کرتی ہیں جو تپش پر مبنی ہوتی ہیں۔ جب شئے گرم ہوتی ہے تو وہ سرخ رنگ میں روشن ہونے لگتی ہے۔ جب شئے کی تپش اور بڑھائی جاتی ہے تو وہ سرخ۔ نارنجی رنگ میں چمکتی ہے اور سب سے زیادہ گرم ہونے پر وہ شئے سفید ہوجاتی ہے۔ خاکہ 5.11 میں جو طیف بتائی گئی ہے وہ عام طور پر سیاہ جسم کی طیف (black body spectrum) کہلاتی ہے۔



خاکہ 5.11 سیاہ جسم کا اشعاعی طیف۔ تپش کے ساتھ تغیر

(ملاحظہ ہو فزکس گیارھویں جماعت اکائی 8۔) یہ تعدد (یاموجی طول) کی ایک مسلسل منحنی ہے جو جسم کے تپش پر منحصر ہے۔

فرض کریں کہ ہم سفید روشنی کی ایک دھار کو ایک منشور (Prism) کے ذریعہ گزار رہے ہوں (جیسا کہ خاکہ 5.12 میں بتایا گیا ہے)۔ یہ روشنی اپنے سات جزوی رنگوں میں بٹ جاتی ہے جسے ہم اسکرین پر ایک مسلسل طیف کے طور پر دیکھ سکتے ہیں۔ یہ عمل روشنی کا انتشار کہلاتا ہے (dispersion of light) اور انتشار کے بعد رنگوں کا ایک مستقل نمونہ جو ہم اسکرین پر حاصل کرتے ہیں وہ طیف کہلاتا ہے۔ طیفوں کو ہم دو قسموں میں درجہ بند کرتے ہیں۔



خاکہ 5.12 منشور کے ذریعہ گزرنے والی سفید روشنی۔ انتشار

(a) اخراجی طیف (Emission spectra)

جب خود منور ذریعہ کی طیف حاصل کی جاتی ہے تو ہمیں اخراجی طیف حاصل ہوتی ہے۔ ہر ذریعہ کی اپنی ایک مخصوص اخراجی طیف ہوتی ہے۔ اخراجی طیف کے تین اقسام ہوتے ہیں۔

(i) مسلسل اخراجی طیف یا مسلسل طیف (Continuous emission spectrum or continuous spectrum)

روشن چراغ (بتی والا بلب) کی روشنی جب ایک منشور (سادہ ترین Spectroscope) سے گزرتی ہے تو وہ سات رنگوں میں منتشر ہوتی ہے۔ چنانچہ وہ بنفشی سے لے کر سرخ رنگ تک تمام حدود کی نظر آنے والی رنگوں کی موجی طولیں رکھتی ہے (خاکہ 5.13)۔ مثالیں: کاربن منحنی یا جلنے والی ٹھوس اشیاء کی روشنی سے حاصل کی جانے و الی طیف۔

(ii) خطی اخراجی طیف (Line emission Spectrum) یا خطی طیف (line Spectrum)

جب گرم گیسوں سے آنے والی روشنی کو ایک منشور سے گزارا جاتا ہے تو خطی طیف کا مشاہدہ ہوتا ہے خاکہ (5.14)۔ خطی طیفوں کو غیر مسلسل طیف بھی کہا جاتا ہے۔ خطی طیف میں مخصوص تعدد یا موجی طولوں والی باریک خطوط ہوتے ہیں۔ ایسی طیفیں عناصر کے پرجوش جوہروں کی وجہ سے حاصل ہوتی ہیں۔ یہ خطوط ایک عنصر کی خصوصیت کو ظاہر کرتی ہیں اور مختلف عناصر کے مختلف خطوط ہوا کرتے ہیں۔ مثالیں: جوہری ہائیڈروجن اور ہیلیم کی طیفیں۔

(iii) پٹی نما اخراجی طیف (Band emission Spectrum) یا پٹی نما طیف

پٹی نما طیف میں چھوٹے سے گیپ کے ساتھ قریب قریب جڑے ہوئے کئی کروی خطوط ہوتے ہیں جو آپس میں ایک دوسرے پر چڑھ کر مخصوص پٹیاں بناتے ہیں جو اندھیری جگہوں سے جدا کئے گئے ہوتے ہیں۔ اس طیف کا ایک سرا تیز (Sharp)



خاکہ 5.13 مسلسل اخراجی طیف



خاکہ 5.14 خطی اخراجی طیف۔

ہوا کرتا ہے جب کہ دوسرا سرا دھندلا نظر آتا ہے۔ اس قسم کی طیفیں اس وقت حاصل کی جاتی ہیں جب سالمے پر جوش ہوتے ہیں۔ پٹی نما طیف سالموں کی خصوصیت ظاہر کرتی ہے اور اس لئے سالموں کی ساخت کا مطالعہ ان کی متعلقہ پٹی نما طیفوں کی مدد سے کیا جاسکتا ہے۔

مثال: خارجی نالی میں امونیا گیس سے بننے والی طیف وغیرہ

(b) انجذابی طیف Absorption spectra

جب روشنی کو کسی واسطہ یا ایک انجذابی شئے سے گزارنے کے بعد، طیف حاصل کی جاتی ہے تو اس قسم کی طیف انجذابی طیف کہلاتی ہے۔ یہ شئے کی انجذابی خاصیت ہے۔ انجذابی طیف کو تین قسموں میں درجہ بند کیا جاتا ہے۔

(i) مسلسل انجذابی طیف (Continuous absorption spectrum)

جب ہم سفید روشنی کو نیلے شئے کی ایک تختی سے گزارتے ہیں تو وہ نیلے رنگ کے علاوہ دیگر رنگوں کو جذب کرلیتی ہے اور مسلسل انجذابی طیف فراہم کرتی ہے۔

(ii) خطی انجذابی طیف (Line absoroption spectrum)

جب ایک روشن چراغ (بلب) کی روشنی ٹھنڈی گیس (واسطہ) سے گزاری جاتی ہے تو منشور کی وجہ سے روشنی کے انتشار سے حاصل ہونے والی طیف خطی انجذابی طیف ہوتی ہے (خاکہ 5.15)۔ اسی طرح کاربن قوس (arc) سے حاصل ہونے والی روشنی کو سوڈیم کے بخارات سے گزارنے پر، کاربن منحنی کی ایک مسلسل طیف حاصل ہوتی ہے جس کے زرد خطے میں دو کالے خطوط ہوتے ہیں۔

(iii) پٹی نما انجذابی طیف (Band absorption spectrum)

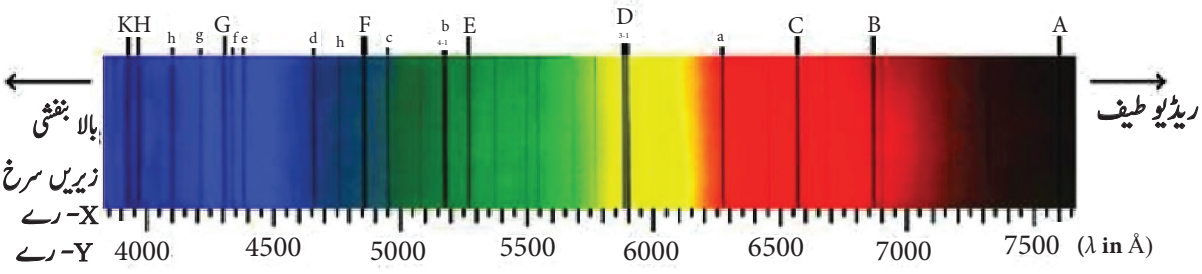
جب سفید روشنی کو ایوڈین کے بخارات سے گزارا جاتا ہے تو ایک مسلسل روشن پس منظر والی طیف میں کالے رنگ کی پٹیاں پائی جاتی ہیں۔ جب سفید روشنی کو ہلکائے ہوئے خون کے محلول یا کلوروفل یا نامیاتی یا غیر نامیاتی مرکبات کے دیگر محلول کے ذریعہ گزارا جاتا ہے تو تب بھی اس قسم کی پٹیاں حاصل ہوتی ہیں۔



خاکہ 5.15 ۔ خطی انجذابی طیف

فرانوفر خطوط (Fraunhofer Lines)

جب سورج کی روشنی سے حاصل ہونے والی طیف کی جانچ کی جاتی ہے تو اس میں بے شمار سیاہ خطوط پائے جاتے ہیں۔ (خطی انجذابی طیف) شمسی طیف میں موجود یہ سیاہ خطوط فرانوفر خطوط کہلاتے ہیں (خاکہ 5.16)۔ مختلف اشیاء سے حاصل ہونے والی انجذابی طیفوں کو شمسی طیف میں موجود فرانوفر خطوط سے موازنہ کیا جاتا ہے۔ جس سے شمسی فضا میں موجود عناصر کی شناخت کرنے میں مدد ملتی ہے۔



خاکہ 5.16 شمسی طیف ۔ فرانوفر خطوط

خلاصہ

وقت کے ساتھ تبدیل ہونے و الے برقی میدان اور برقی بہاؤ کے خطے میں جو برقی رو عمل پیرا ہوتی ہے وہ ہٹاؤ والی برقی رو کہلاتی ہے ۔

میکسویل نے ایمپیر کے کلیہ کی اس طرح تصحیح کی۔

$$\oint \vec{B}.\vec{dl} = \mu_0 i = \mu_0 (i_c + i_d)$$

ایک برق مقناطیسی موج، ایک پر اسراع بار سے خارج ہوتی ہے جو برقی اور مقناطیسی میدانوں کی ایسی جوڑی کی طرح خلاء کے ذریعہ آگے بڑھتی ہے، جو ایک دوسرے کے عمودی طور پر اور موج کے رخ کے بھی عمودی طور پر اہتزاز کرتے ہیں ۔

برق مقناطیسی موجیں غیر میکانیکی ہیں اور ان کو اپنے پھیلاؤ کے لئے کسی واسطے کی ضرورت نہیں پڑتی۔

برق مقناطیسی موج میں، برقی اور مقناطیسی میدانی سمت کی بر وقتہ عددی مقدار کا تعلق $c = E/B$ سے پیش کیا جاتا ہے۔

برق مقناطیسی موجیں فطری طور پر عرضی (transverse) ہوتی ہیں۔ اس کا مطلب یہ ہے کہ اہتزاری برقی میدان کی سمت ،ا ہتزازی مقناطیسی میدان کی سمت اور موج کے آگے برھنے کی سمت، یہ تینوں آپس میں ایک د وسرے کی عمودی ہوتی ہیں۔

برق مقناطیسی موجیں مداخلت اور انتشار کی خصوصیات ظاہر کرتی ہیں اور وہ قطبائی جاسکتی ہیں (Polarized)

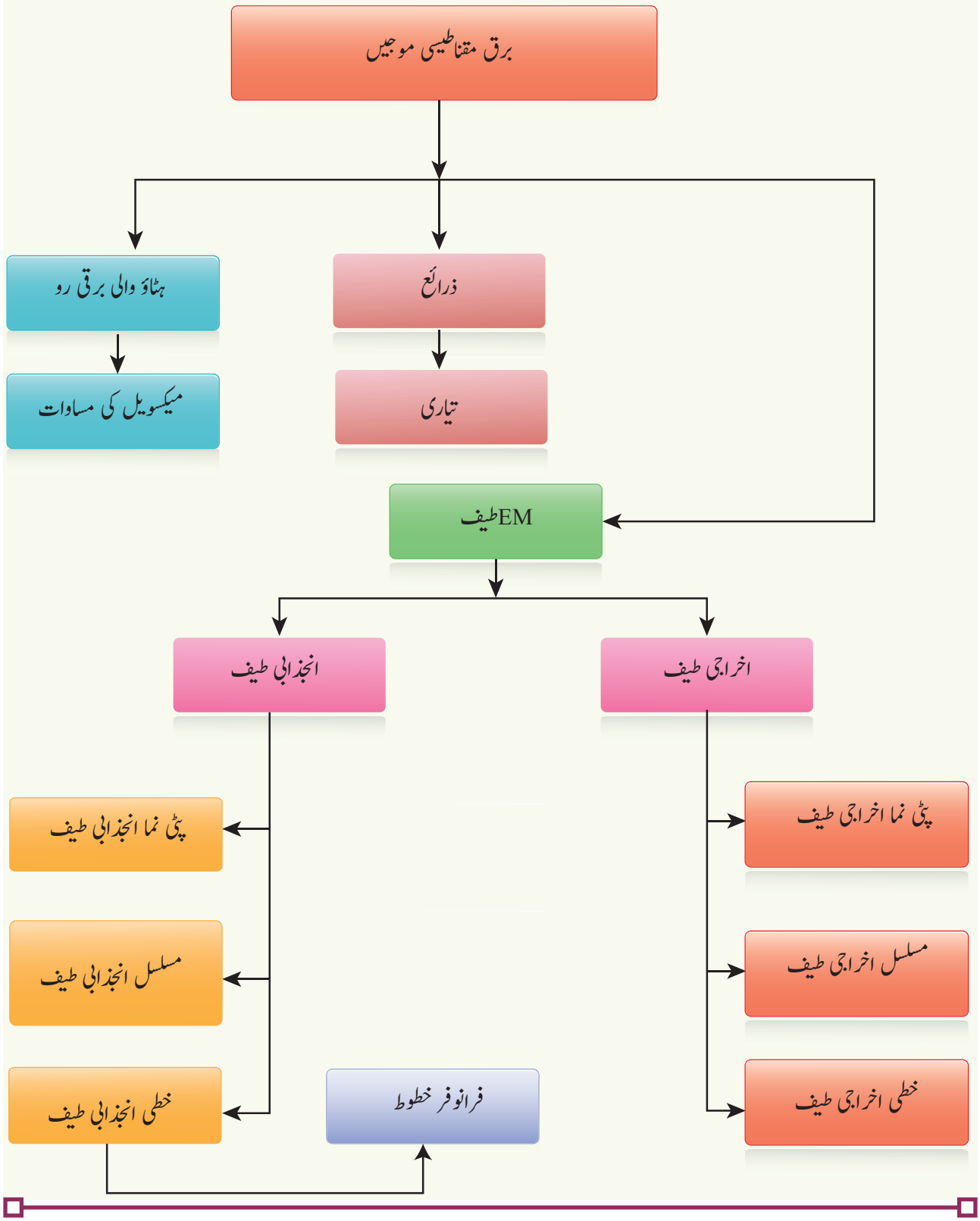
برق مقناطیسی موجیں نہ صرف توانائی اور معیار حرکت کی حامل ہیں بلکہ ان میں زاویائی معیار حرکت بھی پائی جاتی ہے۔

طیفوں کے اقسام: اخراجی اور انجذابی طیفیں

جب خود منور ذریعہ کی طیف بنائی جاتی ہے تو ہمیں اخراجی طیف حاصل ہوتی ہے ۔ ہر ذریعہ کی اپنی ایک مخصوص طیف ہوا کرتی ہے۔ اخراجی طیف کے تین اقسام پائے جاتے ہیں۔ مسلسل۔ خطی اور پٹی نما

جب سورج کی روشنی سے حاصل کی جانے والی طیف کی جانچ کی جاتی ہے تو اس میں بے شمار سیاہ خطوط پائے جاتے ہیں۔ (خطی انجذابی طیف) شمسی طیف میں موجود یہ سیاہ خطوط فرانوفر خطوط کہلاتے ہیں۔

CONCEPT MAP تصوری نقشہ



I - کثیر انتخابی سوالات

-1 $\frac{1}{\mu_0 \epsilon_0}$ کا ابعاد ہے۔

(a) $[L\ T^{-1}]$ (b) $[L^2\ T^{-2}]$
(c) $[L^{-1}\ T]$ (d) $[L^{-2}\ T^2]$

-2 اگر مقناطیسی میدان کا حیطہ 3×10^{-6} T ہو تو اسی برق مقناطیسی موج کے لئے برقی میدان کا حیطہ یہ ہوگا۔

(a) 100 V m^{-1} (b) 300 V m^{-1}
(c) 600 V m^{-1} (d) 900 V m^{-1}

-3 کہر کے ذریعہ اشیاء کو دیکھنے کے لئے مندرجۂ ذیل برق مقناطیسی موجوں کی کون سی شعاعیں استعمال کی جاتی ہیں۔

(a) خورد موجیں (b) گاما شعاعیں
(c) X- رے (d) زیر سرخ شعاعیں

-4 برق مقناطیسی موجوں کے لئے مندرجۂ ذیل کی کون سی خصوصیت غلط ہے؟

(a) عرضی (b) غیر میکانکی
(c) طولی (d) اہتزازی باروں سے پیدا ہوتی ہے۔

-5 فرض کریں کہ ایک اہتزاز ندہ میں ایک بار بردار ذرہ ہے جو اپنے اوسط مقام پر 300 MHz کی تعدد کے ساتھ مرتعش ہے۔ اس اہتزاز ندہ سے پیدا ہونے والی برق مقناطیسی موج کا موجی طول یہ ہے۔

(a) 1 m (b) 10 m
(c) 100 m (d) 1000 m

-6 منفی x- محور کی طرف آگے بڑھنے والی ایک برق مقناطیسی موج سے منسلک برقی اور مقناطیسی میدانات، کی نمائندگی یہ ہے۔

(a) $\vec{B} = B_\circ \hat{k}$ اور $\vec{E} = E_\circ \hat{i}$
(b) $\vec{B} = B_\circ \hat{j}$ اور $\vec{E} = E_\circ \hat{k}$
(c) $\vec{B} = B_\circ \hat{j}$ اور $\vec{E} = E_\circ \hat{i}$
(d) $\vec{B} = B_\circ \hat{i}$ اور $\vec{E} = E_\circ \hat{j}$

G85RX

-7 آزاد خلا میں سفر کرنے والی ایک برق مقناطیسی موج میں برقی میدان کی rms قیمت $3\ V\ m^{-1}$ ہے۔ مقناطیسی میدان کی سب سے بڑی قیمت یہ ہے۔

(a) 1.414×10^{-8} T (b) 1.0×10^{-8} T
(c) 2.828×10^{-8} T (d) 2.0×10^{-8} T

-8 ایک واسطے میں ایک e.m موج $\vec{v} = v\hat{i}$ کی سمتی رفتار کے ساتھ آگے بڑھ رہی ہے۔ اس e.m موج کی بروقتہ اہتزازی برقی میدان کی سمت +y محور کی طرف ہو تو پھر اہتزازی مقناطیسی میدان کی سمت اس طرف ہوگی۔

(a) y- سمت (b) x- سمت
(c) z+ سمت (d) z- سمت

-9 اگر مقناطیسی یک قطبیت کا وجود ہوتا تو میکسویل کی کون سی مساوات کی تصحیح کرنی پڑے گی؟

(a) $\oint_s \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{enclosed}}{\epsilon_\circ}$

(b) $\oint_s \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$

(c) $\oint_l \vec{B}.\vec{dl} = \mu_0 i_c + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d}{dt} \oint_s \vec{E}.\vec{dA}$

(d) $\oint_l \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt}\Phi_B$

-10 فرانوفر خطوط ۔۔۔۔۔۔۔۔ طیف کی ایک مثال ہے۔

(a) خطی اخراجی (b) خطی انجذابی
(c) پٹی نما اخراجی (d) پٹی نما انجذابی

-11 مندرجۂ ذیل میں سے کون سی موج ایک برق مقناطیسی موج ہے؟

(a) α شعاعیں (b) β شعاعیں
(c) γ شعاعیں (d) یہ تمام کے تمام

12. ان میں سے کون سا ایک آگے بڑھنے والی برق مقناطیسی موج پیدا کرتا ہے۔
(a) ایک پر اسراع بار
(b) مستقل سمتی رفتار سے حرکت کرنے والا بار
(c) پرسکون بار
(d) غیر بار بردار ذرہ

13۔ اگر ایک مسطح (Plane) برق مقناطیسی موج کا برقی میدان $E = E_0 \sin[10^6 x - \omega t]$ ہو تو، ω کی قیمت یہ ہوگی۔

(a) 0.3×10^{-14} rad s^{-1} (b) 3×10^{-14} rad s^{-1}
(c) 0.3×10^{14} rad s^{-1} (d) 3×10^{14} rad s^{-1}

14۔ مندرجۂ ذیل میں سے کون سا بیان برق مقناطیسی موجوں کے لئے صحیح نہیں ہے؟
(a) یہ توانائی کی منتقلی کرتی ہے۔
(b) یہ معیار حرکت کی منتقلی کرتی ہے۔
(c) یہ زاویائی معیار حرکت کی منتقلی کرتی ہے۔
(d) خلاء میں یہ ان کی تعدد پر منحصر مختلف رفتاروں سے سفر کرتی ہے۔

15۔ ایک برق مقناطیسی موج کے برقی اور مقناطیسی میدانات
(a) ہئیت (Phase) میں اور ایک دوسرے کے عمودی ہوتے ہیں۔
(b) ہئیت (Phase) کے باہر اور ایک دوسرے کے عمودی نہیں ہوتے ہیں۔
(c) ہئیت (Phase) میں اور ایک دوسرے کے عمودی نہیں ہوتے ہیں۔
(d) ہئیت (Phase) کے باہر اور ایک دوسرے کے عمودی ہوتے ہیں۔

جوابات: Answers

1) b	2) d	3) d	4) c	5) a
6) b	7) a	8) c	9) b	10) b
11) c	12) a	13) d	14) d	15) a

II۔ مختصر جواب کے سوالات:

1۔ ہٹاؤ کی برقی رو کیا ہے؟
2۔ برق مقناطیسی موجیں کیا ہیں؟
3۔ ایمپیر کے تصحیح شدہ دوری کلیہ کی انٹیگرل قسم لکھئے۔
4۔ مقناطیسیت میں گاس کے کلیہ پر نوٹس لکھئے۔
5۔ ان میں ہر ایک کے دو استعمالات بیان کریں۔
(i) زیر سرخ IR شعاعیں (ii) خورد موجیں
(iii) بالا بنفشی شعاعیں
6۔ فرانوفر خطوط کیا ہیں؟ سورج میں موجود عناصر کی شناخت کرنے میں یہ کس طرح مددگار ہیں؟
7۔ ایمپیر۔ میکسویل کے کلیے پر نوٹس لکھئے۔
8۔ برق مقناطیسی موجیں (E.M Waves) کیوں غیر میکانیکی ہیں؟

III۔ تفصیلی جواب کے سوالات

1۔ انٹیگرل طریقہ میں میکسویل کی مساوات لکھئے۔
2۔ (a) خورد موجیں (b) X۔ رے
(c) ریڈیو موجیں اور
(d) مرئی طیف پر مختصر نوٹس لکھئے۔
3۔ ہرٹز کے تجربہ پر بحث کریں۔
4۔ ایمپیر کے دوری کلیہ میں میکسویل کی تصحیح کی وضاحت کریں۔
5۔ میکسویل کی تصحیح کی اہمیت بیان کریں۔
6۔ برق مقناطیسی موجوں کی خصوصیات بیان کریں۔
7۔ برق مقناطیسی موجوں کے ذرائع پر بحث کریں۔
8۔ اخراجی طیف کے اقسام کی وضاحت کریں۔
9۔ انجذابی طیف کے اقسام کی وضاحت کریں۔

حسابی مسئلے:

1۔ فرض کریں کہ متوازی تختیوں والے ایک مکثفے کی تختیوں کے درمیان بہت کم جگہ ہے۔ فرض کریں کہ تختیوں کا نصف قطر R ہے۔ اور ان سے جڑی ہوئی تاروں میں موجود برقی رو 5A ہے۔ سطح کے ذریعہ برقی رو کے بہاؤ کی تبدیلی کی شرح کو براہِ راست محاسبہ کرتے ہوئے تختیوں کی درمیانی سطح پر بہنے والی برقی رو معلوم کریں۔

جواب: $I_d = I_c = 5\ \text{A}$

2۔ ایک ٹرانسمٹر (Transmitter) میں $1\ \mu\text{H}$ امالیت اور $1\ \mu\text{F}$ گنجائش والا ایک LC دور ہے۔ اس سے خارج ہونے والی برقی مقناطیسی موج کی موجی طول کیا ہوگی؟

جواب: $18.84 \times 10^2\ \text{m}$

3۔ ابتدائی سکون کی حالت والی ایک چھوٹی شئے $10^{-6}\ \text{s}$ وقفہ والی روشنی کی ایک سگنل (Pulse) کو مکمل طور پر جذب کرلیتی ہے۔ اگر Pulse کی طاقت $60 \times 10^{-3}\ \text{W}$ ہو تو شئے کی حتمی (Final) معیار حرکت معلوم کریں۔

جواب: $20 \times 10^{-17}\ \text{kg m s}^{-1}$

4۔ فرض کریں کہ ایک برق مقناطیسی موج x۔سمت میں آگے بڑھ رہی ہے، مقناطیسی میدان $10^{10}\ \text{Hz}$ کی تعدد کے ساتھ اہتزاز کررہا ہے اور اس کا حیطہ $10^{-5}\ \text{T}$ ہے جو y۔سمت پر عمل پیرا ہے۔ موج کی موجی طول دریافت کریں۔ اس معاملہ میں برقی میدان کے لئے مساوات بھی تحریر کریں۔

جواب: $\lambda = 3 \times 10^{-2}\ \text{m}$

$\vec{E}(x,t) = 3\times10^3 \sin\left(2.09\times10^2 x - 6.28\times10^{10} t\right)\left(-\hat{k}\right)\text{NC}^{-1}$

5۔ اگر ایک و اسطے کی نسبتی / اضافی اثر پذیری اور نفوذ پذیری Permittivity بالترتیب 1.10 اور 2.25 ہیں تو اس واسطے میں برق مقناطیسی شعاع کی رفتار معلوم کریں۔

جواب: $v = 2 \times 10^8\ \text{m s}^{-1}$

کتب حوالہ : BOOKS FOR REFERENCE

1. H. C. Verma, *Concepts of Physics – Volume 2*, Bharati Bhawan Publisher.
2. Halliday, Resnick and Walker, *Fundamentals of Physics*, Wiley Publishers, 10th edition.
3. Serway and Jewett, *Physics for scientist and engineers with modern physics*, Brook/Coole publishers, Eighth edition.
4. David J. Griffiths, *Introduction to electrodynamics*, Pearson publishers.
5. Paul Tipler and Gene Mosca, *Physics for scientist and engineers with modern physics*, Sixth edition, W.H.Freeman and Company.

برق مقناطیسی موجیں

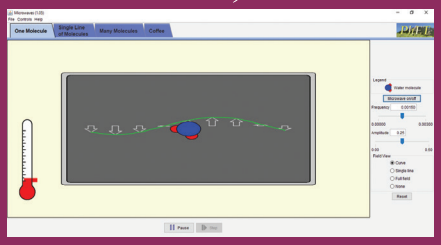
مائیکرو شعاعیں اور غذا گرم کرنے کی طبیعیات

اس کاروائی میں آپ معلوم کر سکیں گے کہ کس طرح مائیکرو شعاعیں غذائی اشیاء کو گرم کرتی ہیں۔

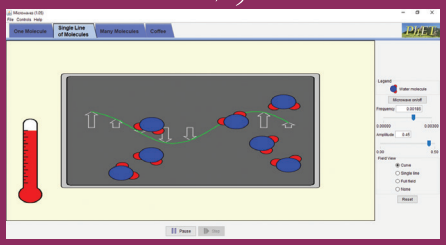
مرحلے

- براؤزر کھولیں اور اڈرس بار میں یہ ٹائپ کریں "Phet colorado. edu/en/simulation/ microwaves" اور اس نمونے کو رن کریں۔
- 'one molecule' نامی ٹیب کاانتخاب کریں۔ دائیں جانب کے کنٹرول پینل میں موجود بٹن کی مدد سے خورد موجوں کو آن کریں۔ تیر کے نشانات، قوت کی مقدر اور سمت کو ظاہر کرتے ہیں، جو غذا میں موجود آبی سالموں پر خورد موجوں سے خارج ہوتے ہیں۔ اس قوت کے عمل کی وجہ سے آبی سالموں کے رد عمل کا مشاہدہ کریں۔
- مشاہدہ کریں کہ خورد موجیں کس طرح آبی سالموں کو گھما کر غذا کو گرم کرتے ہیں۔
- حیطہ اور تعدد کو تبدیل کریں اور بحث کریں کہ آبی سالمے کتنی تیزی سے گھومتے ہیں۔

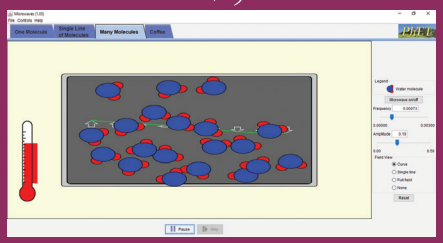
مرحلہ: 1



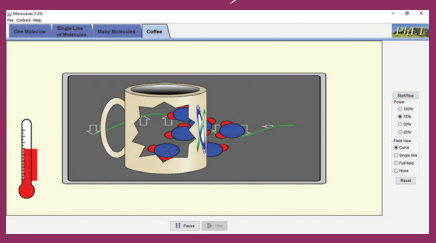
مرحلہ: 2



مرحلہ: 3



مرحلہ:4



سالموں کی گردشی رفتار اور پکانے کے لئے درکار وقت کے درمیانی تعلق پر بحث کریں۔

Note: غور کریں

اگر آپ کے سسٹم میں جاوا ایپلیکیشن نہیں ہے، تو انسٹال کر لیں۔ آپ اس قسم کے دوسرے نمونے ڈاؤن لوڈ کر کے آف لائن موڈ میں بھی کارروائی انجام دے سکتے ہیں۔ وہ لنک یہ ہے۔

https://phet.colorado.edu/en/offline-access

URL:

https://phet.colorado.edu/en/simulation/microwaves

- نقشے صرف نشاندہی کے لئے دئے جاتے ہیں۔
- ضرورت پڑنے پر پیج کو لوڈ کرنے کے لئے فلاش پلیئر یا جاوا اسکرپٹ کو رن کرنے کی اجازت دیجئے۔

ہائر سکنڈری سال دوّم

طبیعیات

عملی مشق (پریکٹکل)

تجربات کی فہرست

1۔ میٹر برڈج Metre Bridge کا استعمال کرکے ایک لچھے کے مادے کی خصوصی / نوعی مزاحمت کا تعین کرنا۔

2۔ مماسی گیلوانومیٹر کی مدد سے زمینی مقناطیسی میدان کے افقی جزو کی قیمت کا تعین کرنا۔

3۔ قواہی میٹر Potentiometer کی مدد سے دو برقی خانوں کی محرکۂ برق emf کا موازنہ کرنا۔

4۔ قواہی میٹر Spectrometer کی مدد سے منشور کا زاویہ اور کم ترین انحرافی زاویہ معلوم کرکے منشور کے مادے کا انعطاف نما معلوم کرنا۔

5۔ انکساری جالی diffraction grating اور طیف نما Spectrometer کی مدد سے عمودی وقوع Normal incidence کے طریقے سے ایک مخلوط روشنی کا موجی طول دریافت کرنا۔ (جالی Grating کے خطوط کی تعداد فی اکائی میٹر دی گئی ہے)۔

6۔ PN junction diode کے وولٹیج۔ برقی رو (V–I) کی خصوصیات کی تحقیق کرنا۔

7۔ Zenerdiode کے وولٹیج۔ برقی رو (V–I) کی خصوصیات کی تحقیق کرنا۔

8۔ عام مخرج کی تشکیل (Common emitter configuration) میں ایک NPN Junction transistor کی ماسکونی خصوصیات Static characterises کی تحقیق کرنا۔

9۔ مربوط برقی دوروں (Integrated circuits) کی مدد سے بنیادی منطقی گیٹوں کے truthtable کی تصدیق کرنا۔

10۔ مربوط برقی دوروں (Integrated circuits) کی مدد سے De Morgan کے نظریات کی تصدیق کرنا۔

W6CV8

(1) میٹر برڈج Meter Bridge کو استعمال کرکے مادے کی خصوصی / نوعی مزاحمت دریافت کرنا

مقصد : میٹر برڈج (Meter Bridge) کو استعمال کرکے ایک لچھے کے مادے کی خصوصی / نوعی مزاحمت دریافت کرنا۔

درکار اشیاء : Meter Bridge، گیلوانومیٹر، کنجی، مزاحمتی ڈبہ، جوڑنے والی تاریں، Lechlanche خانہ، جاکی اور اعلیٰ مزاحمت

ضابطہ : $\rho = \frac{X\pi r^2}{L}$ (Ωm)

جہاں P ← دئے گئے لچھے کی خصوصی / نوعی مزاحمت ہے۔ $((\Omega m))$

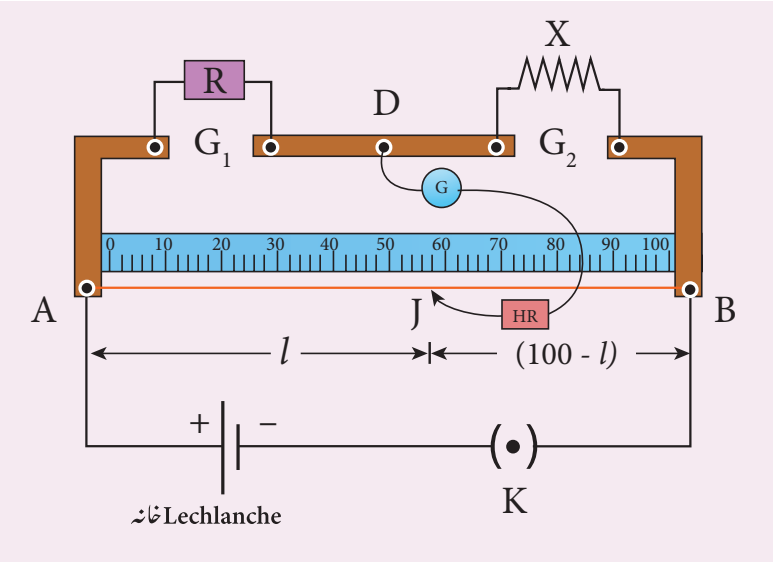
X ← دئے گئے لچھے کی مزاحمت $((\Omega))$

R ← معلوم کردہ لچھے کی مزاحمت $((\Omega))$

L ← لچھے کی لمبائی (m)

R ← تار کا نصف قطر (m)

دوری خاکہ:



طریقہ:

- بائیں گیپ میں مزاحمتی ڈبہ R کو جوڑ دیا جاتا ہے اور دائیں گیپ میں نامعلوم مزاحمت X کو جوڑا جاتا ہے۔
- 1 میٹر لمبائی والے تار کے آر پار ایک کنجی کے ذریعہ ایک lechlanche برقی خانہ جوڑ اجاتا ہے۔
- مرکزی پٹی 'D' اور جاکی Jockey کے درمیان ایک اعلیٰ مزاحمت (High Resist ance) (HR) کے ذریعہ ایک حساس گیلوانومیٹر جوڑ دیا جاتا ہے۔
- مزاحمتی ڈبہ میں ایک مناسب مقدار کی مزاحمت چڑھاکر برقی دور کا سوئچ آن کیا جاتا ہے۔
- برقی دور کے جوڑوں کو جانچنے کے لئے، جاکی کو تار کے ایک سرے میں فرض کرو A میں دبایا جاتا ہے۔ اس سے گیلوانومیٹر میں کسی ایک طرف انحراف پیدا ہوگا۔ جب جاکی کو دوسرے سرے کے قریب دبایا جاتا ہے تو گیلوانومیٹر میں پیدا ہونے والا انحراف، اگر مخالف سمت میں ہے تو مانا جائے گا کہ برقی دور ٹھیک طور سے جوڑا گیا ہے۔

- جاکی کو تار پر لگاتے ہوئے ایک سرے سے دوسرے سرے کی طرف لے جایا جاتا ہے۔جس مقام پر گیلوانومیٹر کا انحراف صفر ہوتاہے، اسے توازنی مقام F سے جانا جاتا ہے۔
- توازنی لمبائی: $AJ = l$ نوٹ کرلی جاتی ہے۔
- $X_1 = \frac{R(100-l)}{l}$. کے ضابطے کی مدد سے نامعلوم مزاحمت X_1 کا پتہ لگایا جاتا ہے۔
- R کی مختلف قیمتوں کے لئے یہ تجربہ دہرایا جاتا ہے۔
- R اور X کو باہمی طور پر تبدیل کرنے کے بعد یہی طریقہ دہرایا جاتا ہے۔
- $X_2 = \frac{Rl}{(100-l)}$. کے ضابطے کی مدد سے نامعلوم مزاحمت X_2 معلوم کی جاتی ہے۔
- پچھلی مرتبہ کی طرح R کی مختلف قیمتوں کے لئے یہ تجربہ دہرایا جاتا ہے۔
- X_1 اور X_2 کی اوسط قیمتوں سے دئے گئے لچھے کی اوسط مزاحمت معلوم کی جاتی ہے۔
- خردہ پیما کی مدد سے تار کا نصف قطر r معلوم کیاجاتا ہے۔
- میٹر اسکیل کے ذریعہ لچھے کی لمبائی ناپی جاتی ہے۔
- X، r اور L کی قیمتوں کی مدد سے تار کے مادے کی نوعی مزاحمت دریافت کی جاتی ہے۔

مشاہدہ:

L لچھے کی لمبائی = _____ سمر

جدول: 1۔ دئے گئے لچھے کی مزاحمت معلوم کرنے کے لئے

عدد شمارہ	مزاحمت (R) (Ω)	باہمی تبدیلی سے پہلے		باہمی تبدیلی کے بعد		اوسط $X = \frac{X_1 + X_2}{(\Omega)^2}$
		توازنی لمبائی (l) سمر (cm)	$X_1 = \frac{R(100-l)}{l}(\Omega)$	توازنی لمبائی (l) سمر (cm)	$X_2 = \frac{Rl}{(100-l)}(\Omega)$	
1						
2						
3						

اوسط مزاحمت، X = _____ Ω

جدول: 2۔ تار کا نصف قطر

_____ = صفری غلطی

_____ = صفری تصحیح

LC = 0.01 mm

عدد شمارہ	PSR ملی میٹر (mm)	HSC (div.)	کل ریڈنگ (Total Reading) = PSR + (HSC × LC) (mm)	تصحیح شدہ ریڈنگ = TR ± ZC (mm)
1				
2				
3				
4				
5				
6				

$2r$ اوسط قطر = _____ ملی میٹر

r تار کا نصف قطر = _____ ملی میٹر

r = _____ میٹر

حساب : $\rho = \frac{X\pi r^2}{L}$ (i)

نتیجہ : دئے گئے لچھے کے مادے کی خصوصی / نوعی مزاحمت = _____ اوم میٹر (Ωm)

نوٹ : 1

i۔ برقی دور کے جوڑوں کو جانچنے کے لئے :

جاکی کو تار کے ایک سرے فرض کریں A میں دبایا جاتا ہے اس سے گیلوانومیٹر میں کسی ایک طرف انحراف پیدا ہونا چاہئے۔ جب جاکی کو دوسرے سرے B کے قریب دبایا جاتا ہے تو گیلوانومیٹر میں دوسری طرف انحراف پیدا ہونا چاہئے۔ اگر ایسا ہو رہا ہے تو برقی دور ٹھیک سے جوڑا گیا ہے۔

ii۔ اعلیٰ مزاحمت (HR) کا استعمال :

گیلوانو میٹر ایک بہت ہی حساس آلہ ہے۔ اگر گیلوانومیٹر کے ذریعہ کچھ زیادہ برقی رو بہہ جائے تو اس کا لچھا خراب ہوجاتا ہے۔ چنانچہ گیلوانومیٹر کی حفاظت کرنے کے لئے ایک اعلیٰ مزاحمت (HR)کا استعمال کیا جاتا ہے۔ گیلوانومیٹر کے ساتھ جب HR کو سلسلہ وار جوڑا جاتا ہے تو اس کے ذریعہ سے گذرنے والی برقی رو کم ہوجاتی ہے، یہاں تک کہ گیلوانومیٹر کی حفاظت ہوتے رہتی ہے۔ مگر حاصل کی جانے والی توازنی لمبائی درست نہیں ہوتی ہے۔

iii۔ درست توازنی لمبائی معلوم کرنے کے لئے:

HR کو سب سے پہلے برقی دور میں ملا لیاجاتا ہے (یعنی HR میں موجود چابی کو نکال لیا جاتا ہے)، اس طرح کرکے اندازاً توازنی لمبائی معلوم کی جاتی ہے۔ اب HR کو برقی دور سے نکال دیا جاتا ہے (یعنی HRمیں چابی کو لگادیا جاتا ہے) اب درست توازنی لمبائی معلوم کی جاتی ہے۔

2۔ مماسی گیلوانومیٹر کی مدد سے زمینی مقناطیسی میدان کا افقی جزو معلوم کرنا۔

مقصد : مماسی گیلوانومیٹر کی مدد سے زمینی مقناطیسی میدان کا افقی جزو کا تعین کرنا۔

درکار اشیاء : مماسی گیلوانومیٹر (TG)، کمیوٹیٹر (Commutator) بیٹری، رھیوسٹاٹ (Rheostat)، امیٹر، کنجی اور جوڑنے والی تاریں۔

ضابطہ :

$$B_H = \frac{\infty_0 nk}{2r} \text{ (Tesla)}$$

$$k = \frac{I}{\tan\theta} \text{ (A)}$$

جہاں B_H ← زمینی مقناطیسی میدان کا افقی جزو (T)

μ_0 ← آزاد خلاء کی انجذابیت $(4\pi \times 10^{-7}\ H\ m^{-1})$

n ← برقی دور میں موجود TG کے چکروں کی تعداد (کوئی اکائی نہیں)

k ← TG کا خارجی عوامل (Reduction Factor) (A)

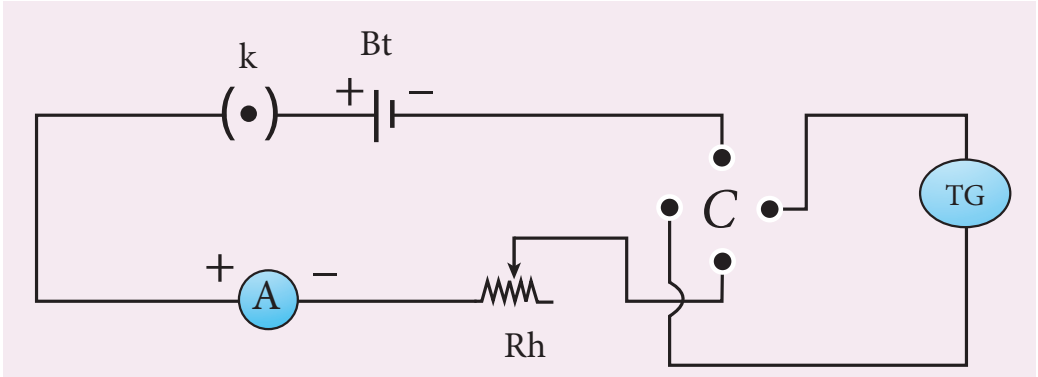
r ← لچھے کا نصف قطر (m)

برقی دور کا خاکہ:



(b) چکروں کی تعداد

خاکہ (a) مماسی گیلوانومیٹر



(c) برقی دور کا خاکہ

طریقہ:

- ابتدائی انتظامات کچھ اس طرح کئے جاتے ہیں۔

(a) مسطح کرنے والی پیچوں کو اس طرح درست کیا جاتا ہے کہ دائری حرکت پذیر میز (Circular Turntable) افقی ہوتا ہے اور دائری لچھے کی سطح عمودی ہوتی ہے۔

(b) دائری لچھے کو اس طرح گھمایا جاتا ہے کہ اس کی سطح مقناطیسی نصف النہار کے مطابق ہو (یعنی شمال جنوب کی سمت میں ہو)

(c) صرف قطب نما کے ڈبے کو اس طرح گھمایا جاتا ہے کہ الومنیم کا اشاریہ $0° - 0°$ پر اشارہ کرتا ہے۔

- درکار اشیاء کو خاکہ (c) کے مطابق جوڑ دیا جاتا ہے۔
- چکروں کی مطلوبہ تعداد n منتخب کی جاتی ہے اور برقی دور کو آن کیاجاتا ہے۔
- TG کے ذریعہ بہنے والی برقی رو کا انتخاب اس طرح کیا جاتا ہے کہ الومنیم سے بنے اشاریہ کا انحراف $30° - 60°$ کے درمیان ہونے لگتا ہو۔
- برقی دور کے ذریعہ ایک مناسب برقی رو بھیجی جاتی ہے، اور الومینیم اشاریہ سے بتائے جانے والے انحرافات θ_1 اور θ_2 نوٹ کرلئے جاتے ہیں۔
- اب Commutator C کی مدد سے برقی رو کی سمت تبدیل کردی جاتی ہے اور مخالف سمت میں ہونے والے انحرافات θ_3 اور θ_4 معلوم کرلئے جاتے ہیں۔
- $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$ کی قیمتوں کی جدول بندی کی جاتی ہے اور ان کا اوسط معلوم کیا جاتا ہے۔
- ہر معاملہ کے لئے خارجی عوامل k (Reduction Factor) کا محاسبہ کیا جاتا ہے اور یہ معلوم ہوتا ہے کہ k کی قیمت مستقل ہوتی ہے۔
- برقی رو کی مختلف قیمتوں کے لئے یہ تجربہ دہرایا جاتا ہے اور متعلقہ ریڈنگ کو نوٹ کرکے جدول بند کیاجاتا ہے۔
- ایک دھاگے کی مدد سے لچھے کا احاطہ معلوم کرکے لچھے کا نصف قطر معلوم کیا جاتا ہے۔
- r، n اور k کی قیمتوں کی مدد سے زمینی مقناطیسی میدان کے افقی جزو کا تعین کیا جاتا ہے۔

کمیوٹیٹر (Commutator)



یہ برقی دوروں برقی موٹروں اور برقی جنریٹروں میں استعمال کئے جانے والے سوئچوں کی ایک قسم ہے۔ اسے برقی دور میں بہنے والی برقی رو کی سمت کو الٹنے کے لئے استعمال کیا جاتا ہے۔

مشاہدہ:

n = لچھے میں چکروں کی تعداد

$2\pi r$ = لچھے کا احاطہ

r = لچھے کا نصف قطر

عدد شمارہ	برقی رو (I) (A)	TG میں انحراف (درجے)				θ اوسط (درجے)	$k=\frac{I}{\tan\theta}$
		θ_1	θ_2	θ_3	θ_4		
1							
2							
3							
4							
						اوسط	

حساب:

$$B_H = \frac{\mu_0 nk}{2r} =$$

نتیجہ:

زمینی مقناطیسی میدان کا افقی جزو کا تعین کیا گیا۔ اس کی حاصل کی گئی قیمت یہ ہے _____

نوٹ :

i۔ TG کے آس پاس موجود مقناطیس اور مقناطیسی اشیاء کو دور ہٹادنیا چاہئے۔

ii۔ متوازی غلطی (Parallax error) سے بچ کر الومینیم اشاریہ کے کناروں کی ریڈنگ لینی چاہئے۔

iii۔ TG کے انحرافات کو 30° اور 60° کے درمیان مقید کیا جاتا ہے۔ یہ اس لئے کہ 45° ، TG کے آس پاس بہت ہی حساس ہوتا ہے اور 0° سے 90° کے اطراف کم حساس ہوتا ہے۔

$$I = k \tan\theta$$

$$dI = k \sec^2\theta \, d\theta \text{ یا}$$

$$\frac{d\theta}{dI} = \frac{\sin 2\theta}{2I}$$

ہم جانتے ہیں کہ

ایک دی گئی برقی رو کے لئے حساسیت $\frac{d\theta}{dI}$ ، $\theta = 45°$ یا $2\theta = 1$ کے لئے سب سے زیادہ ہوتی ہے۔

3۔ قواہی میٹر (یا) قوت پیما Potentiometer کی مدد سے دو برقی خانوں کی محرکہ برق کا موازنہ

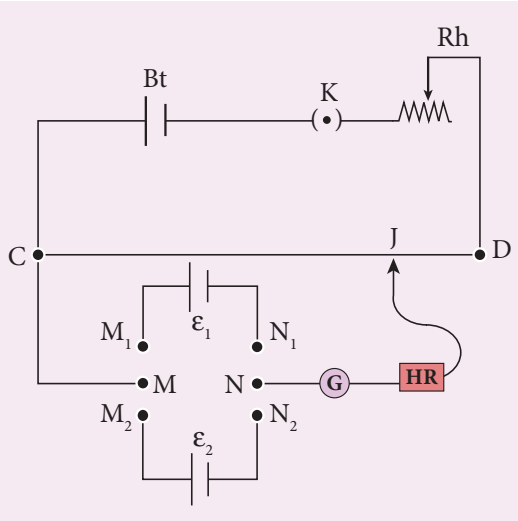
مقصد : قوت پیما کی مدد سے دو برقی خانوں کی محرکہ برق کا موازنہ کرنا۔

درکار اشیاء : بیٹری ایلی منیٹر (Battery eliminator)، کنجی، رھیوسٹاٹ، DPDTسوئچ، Lechlanche اور daniel برقی خانے، گیلوانومیٹر، اعلیٰ مزاحمتی ڈبہ، پنسل نما جاکی اور جوڑنے والی تاریں۔

ضابطہ : $\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{l_1}{l_2}$

جہاں ε_1 اور ε_2 بالترتیب Lechlanehe اور Daniel برقی خانوں کی محرکہ برق ہیں (V)، l_1 اور l_2 بالترتیب lechlanche اور Daniel برقی خانوں کی توازنی لمبائیاں ہیں۔ (cm)

برقی دور کا خاکہ:



طریقہ:

- برقی دور کے خاکے میں بتائے گئے، طریقے کے مطابق درکار اشیاء کی ترتیب دی جاتی ہے۔
- بیٹری، کنجی اور rheostat رکھنے والے بنیادی برقی دور کو قواہی میٹر کے ساتھ سلسلہ وار جوڑ دیا جاتا ہے۔
- برقی خانوں کے مثبت قطبوں کو DPDT سوئچ کے M_1 اور M_2 سروں سے اور منفی قطبوں کو سوئچ کے N_1 اور N_2 سروں سے جوڑ دیا جاتا ہے۔ قواہی میٹر کو M اور N نامی عمودی سروں سے جوڑ دیاجاتا ہے جیساکہ خاکہ میں بتایا گیا ہے۔
- دو راہی (Two. way) کنجی کی مدد سے برقی دور میں Lechlanche خانہ کو شامل کیا جاتا ہے۔ قواہی میٹر کی تار پر جاکی کو پھسلا کر توازنی مقام کو معلوم کرلیا جاتاہے اور متعلقہ توازنی لمبائی کی پیمائش کی جاتی ہے۔
- اسی طرح Daniel خانے کو برقی دور میں شامل کرکے توازنی لمبائی معلوم کی جاتی ہے۔
- تجربے کودہرا کر Rheostat کو درست کرکے توازنی لمبائیوں کی مختلف جوڑیاں معلوم کی جاتی ہیں۔
- l_1 اور l_2 کی مختلف قیمتوں کی مدد سے دو برقی خانوں کی محرکہ برق کی نسبت معلوم کی جاتی ہے۔

مشاہدہ:

جدول: دو برقی خانوں کی محرکۂ برق کی نسبت معلوم کرنا

عدد شمارہ	Lechlanche خانے کے لئے توازنی لمبائی l_1 سمر	Lechlanche خانے کے لئے توازنی لمبائی l_2 سمر	$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{l_1}{l_2}$
1			
2			
3			
4			
5			

$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} =$ اوسط

حساب:

$$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{l_1}{l_2}$$

نتیجہ:

دئے گئے برقی خانوں کی محرکۂ برق کی نسبت = _____ (کوئی اکائی نہیں)

نوٹ :

DPDT سوئچ



DPDT (Double pole Double Throw)، چھ سروں والی ایک کنجی ہے جس کے عمومی سرے M اور N کے ساتھ ایک throw switch (دھاتی ہینڈل) لگا ہوتا ہے۔ دئے گئے دو برقی خانے M_1 اور M_2 اور N_1 اور N_2 کی جوڑیوں کے ساتھ لگادئے جاتے ہیں۔ جب ہینڈل کو ایک طرف (فرض کرو M_1 اور M_2) پوری طرح جھکا دیاجاتا ہے تو ان سروں کی جوڑی سے جڑا ہو برقی خانہ بنیادی دور کے ساتھ شامل ہوجاتا ہے۔

4۔ منشور کے مادے کا انعطاف نما یا انعطافی اشاریہ (Refractive index)

مقصد : طیف پیما Spectrometer کی مدد سے منشور کے مادے کا انعطاف نما معلوم کرنا۔

درکار اشیاء : طیف پیما، منشور کا کلامپ سوڈیم Vapour لیمپ، Spirit level،

ضابطہ :

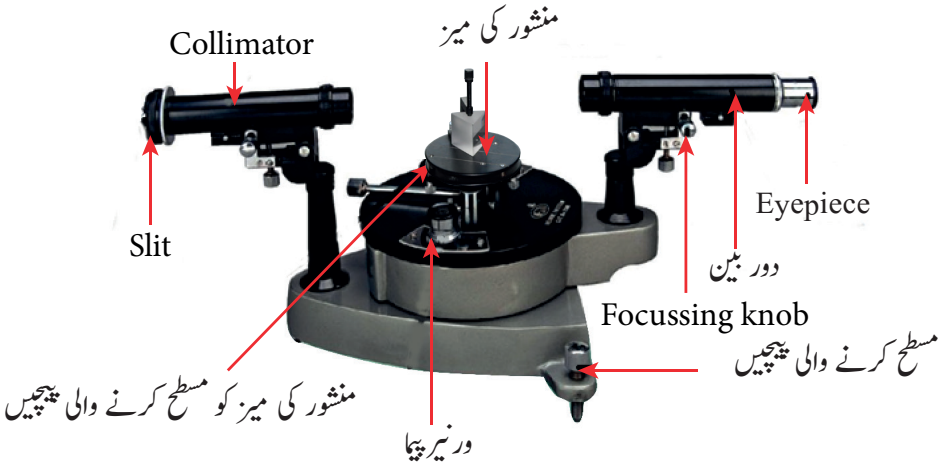
$$\mu = \frac{\sin\left(\frac{A+D}{2}\right)}{\sin\left(\frac{A}{2}\right)}$$

جہاں μ ← منشور کے مادے کا انعطافی اشاریہ ہے (کوئی اکائی نہیں)

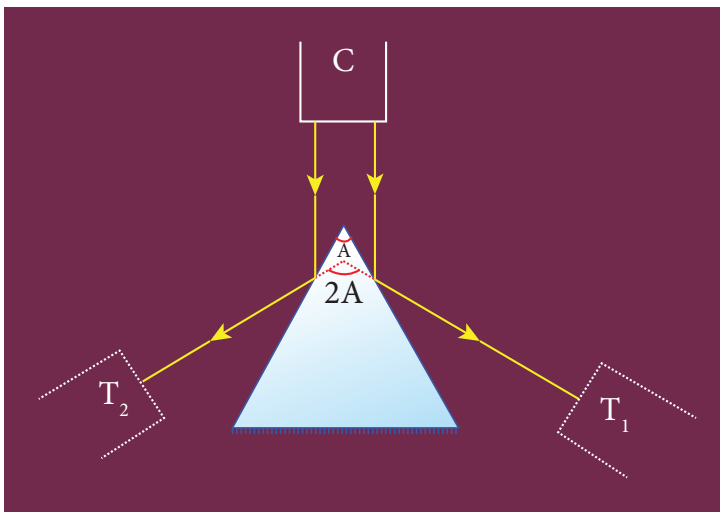
A ← منشور کا زاویہ (درجہ)

D ← کم ترین انحرافی زاویہ (درجہ)

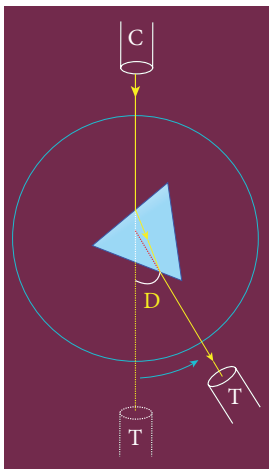
خاکے:



خاکہ (a) منشور کا زاویہ



خاکہ (b) منشور کا زاویہ



خاکہ (c) کم ترین انحرافی زاویہ

طریقہ:

1۔ Spectrometer کے ابتدائی انتظامات

- Eyepiece: دوربین کے Eyepiece کو اس حد تک درست کیا جاتا ہے کہ ترچھی تاریں صاف طور سے نظر آتی ہیں۔
- Collimator: کولی میٹر کے Slit کو اس حد تک درست کیا جاتا ہے کہ وہ بہت باریک، صاف اور کھڑی ہوئی نظر آتی ہے۔
- طیف پیما کی نچلی سطح : مسطح کرنے والی پیچوں کی مدد سے طیف پیما کی نچلی سطح کو بالکل افقی طور پر رکھا جاتا ہے۔
- دوربین: دوربین کو کسی دور دراز شئے کی طرف گھمایا جاتا ہے اور اس حد تک اسے درست کیا جاتا ہے کہ دور کی شئے کا الٹا خیال اس میں واضح دکھائی دیتا ہے۔ اس کے بعد دوربین کو متوازی شعاعیں حاصل کرنے کے لئے درست کیا جاتا ہے۔
- Collimator : دوربین کو collimater کے برابر رکھا جاتا ہے۔ دوربین کے ذریعہ دیکھتے ہوئے Collimator کو اس طرح درست کیا جاتا ہے کہ اس میں موجود Slit کا صاف خیال دوربین میں دکھائی دیتا ہے۔ اب Collimator متوازی شعاعیں فراہم کرتا ہے۔
- منشور کی میز : Sprit level اور منشور کی میز میں دی گئی مسطح کرنے والی پیچوں کی مدد سے منشور کی میز کو افقی بنایا جاتا ہے۔

(2) منشور کے زاویہ (A) کا تعین کرنا:

- سوڈیم ویپر لیمپ کے ذریعہ Slit کو زرد روشنی سے روشن کیا جاتا ہے۔
- دئے گئے مساوی الاضلاع والے منشور کو منشور کی میز پر اس طرح رکھا جاتا ہے کہ اس کا انعطافی کنارا، Collimator کی طرف رخ کئے ہوئے ہوتا ہے۔
- Collimator سے آنے والی روشنی، منشور کے انعکاسی سطحوں پر وقوع پذیر ہوتی ہے اور انعکاس پاتی ہے۔
- منشور کی ایک سطح سے انعکاس پانے والے Slit کے خیال کو حاصل کرنے کے لئے دوربین کو بائیں طرف گھمایا جاتا ہے اور نصب (Fixed) کردیا جاتا ہے۔
- مماسی پیچوں کو استعمال کرتے ہوئے دوربین کو اس طرح درست کیا جاتا ہے کہ عمودی ترچھی تار (Vertical cross wire)، Slit کے انعکاسی خیال کے مطابق ہوجائے۔
- دونوں جانب موجود ورنیر پیماؤں سے اہم اسکیل کی ریڈنگ اور ورنیر کی مطابقت نوٹ کرلی جاتی ہیں۔
- اب دور بین کو دائیں طرف گھمایا جاتا ہے تاکہ منشور کی دوسری سطح سے انعکاس پانے والے Slit کے خیال کو حاصل کرسکے۔ جس طرح اس سے پہلے کیا گیا۔ اسی طرح اب بھی ریڈنگ نوٹ کرلی جاتی ہے۔
- دونوں ریڈنگ کا درمیانی فرق 2A بتلاتا ہے جس سے منشور کا زاویہ A معلوم کرلیا جاتا ہے۔

3۔ کم ترین انعطافی زاویہ D (Angle of minimum deviation) کا تعین کرنا

- منشور کی میز کو اس طرح گھمایا جاتا ہے کہ Collimator سے آنے والی روشنی، منشور کی ایک انعطافی سطح پر وقوع پذیر ہو، پھر انعکاس پاکر دوسری انعطافی سطح سے باہر نکلے۔
- دوربین کو اس طرح گھمایا جاتا ہے کہ اس میں انعطافی خیال دکھائی دے سکے۔ دوربین کے ذریعہ دیکھتے ہوئے، منشور کی میز کو ایسی سمت میں آہستہ آہستہ گھمایاجاتا ہے کہ خیال، وقوعی شعاع direct ray کی طرف حرکت کرنے لگتا ہے۔
- اس طرح گھماتے وقت ایک مخصوص حالت پر انعطافی شعاع اپنے راستے پر واپس جانے لگتی ہے۔ وہ مقام جہاں وہ انعطافی خیال واپس ہونے لگتا ہے کم ترین زاویہ کا مقام ہے۔

- دوربین کو اس مقام پر ثبت کردیا جاتا ہے اور اسے اس حد تک درست کیا جاتا ہے کہ عمودی ترچھی تار slit کے انعکاسی خیال کے مطابق ہوجائے۔
- دونوں ورنیر پیماؤں سے ریڈنگ نوٹ کرلی جاتی ہے۔
- اب منشور کو نکال لیا جاتا ہے اور شعاعی خیال کو براہ راست حاصل کرنے کے لئے دوربین کو گھمایا جاتا ہے اور نگارش نوٹ کی جاتی ہے۔
- ریڈنگ کی جدول بندی کی جاتی ہے اور ان دو ریڈنگوں کا درمیانی فرق، کم ترین انحرافی زاویہ 'D' بتلاتا ہے۔
- A اور D کی قیمتوں کی مدد سے منشور کے مادے کا انعطافی اشاریہ معلوم کرلیا جاتا ہے۔

شمار اقل Least Count :

1 MSD = 30′ (اصلی اسکیل کا ایک درجہ)

30 = ورنیر اسکیل کے درجے (VSD)

Spectrometer کے لئے، ورنیر پیما کے 30 درجے اصل اسکیل کے 29 درجوں کو پر کرتے ہیں۔

$\therefore$ 30 VSD = 29 MSD

$$1 \text{ VSD} = \left(\frac{29}{30}\right) \text{ MSD}$$

(یا) اقل شمارہ (LC) = 1 MSD – 1 VSD

Least count (LC) = 1 MSD – 1 VSD

$$= \left(\frac{1}{30}\right)\text{MSD} = \left(\frac{1}{30}\right) \times 30'$$

$$= 1'$$

مشاہدہ:

جدول: 1۔ منشور کا زاویہ (A) معلوم کرنے کے لئے

خیال	ورنیر A (درجہ)			ورنیر B (درجہ)		
	MSR	VSC	TR	MSR	VSC	TR
پہلی سطح سے انعکاسی خیال						
دوسری سطح سے انعکاسی خیال						
فرق 2A						

2A = اوسط

A = اوسط

جدول 2۔ کم ترین انعطافی زاویہ (D) معلوم کرنے کے لئے

خیال	ورنیر A (درجہ)			ورنیر B (درجہ)		
	MSR	VSC	TR	MSR	VSC	TR
انعطافی خیال						
براہ راست حاصل کیا گیا خیال						
فرق D						

D = اوسط

حساب:

$$\propto = \frac{\sin\left(\frac{A+D}{2}\right)}{\sin\left(\frac{A}{2}\right)}$$

نتیجہ:

1۔ منشور کا زاویہ A = _____ درجے

2۔ منشور کا کم ترین انعطافی زاویہ D = _____ درجے

3۔ منشور کے مادے کا انعطاف نما μ = _____ (کوئی اکائی نہیں)

نوٹ :

1۔ بنیادی انتظامات انجام دینے کے بعد Spectrometer کو چھیڑنا نہیں چاہئے۔

2۔ کل ریڈنگ $TR = MSR + (VSC \times LC)$ ہے۔

جہاں MSR ← اصلی اسکیل کی ریڈنگ

VSR ← ورنیر پیما کی ریڈنگ

LC ← شمار اقل (1′ =) (Least Count)

5۔ انکساری جالی Diffraction Grating اور طیف پیما Spectrometer کی مدد سے ایک مخلوط روشنی کے جزوی رنگوں کا موجی طول دریافت کرنا

مقصد : انکساری جالی Diffraction Grating اور طیف پیما Spectrometer کی مدد سے ایک مخلوط روشنی کے جزوی رنگوں کا موجی طول دریافت کرنا۔

درکار اشیاء : طیف پیما Spectrometer، Mercury Vapour لیمپ، diffraction grating انکساری جالی، گریفنگ کی میز اور Spirit level

ضابطہ : $\lambda = \frac{\sin\theta}{nN}$ Å

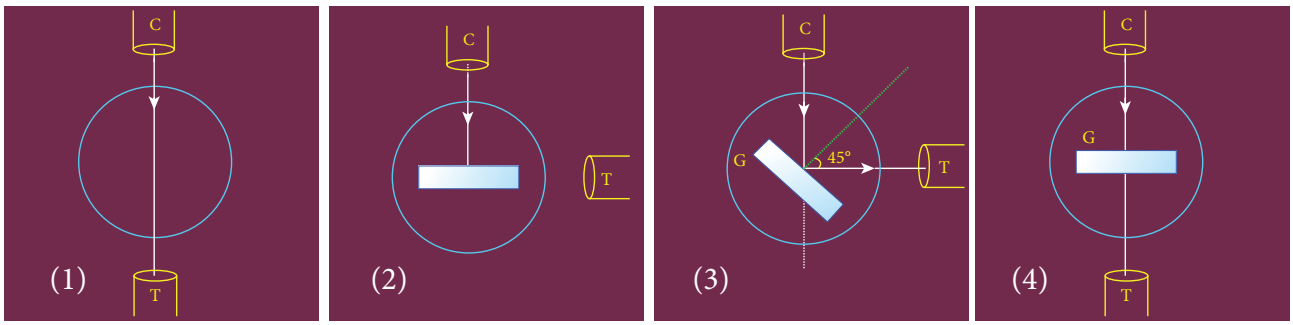
جہاں λ ← ایک مخلوط روشنی کے جزوی رنگوں کا موجی طول ہے (Å)

N ← دئے گئے گریٹنگ کے فی میٹر خطوط کی تعداد (کوئی اکائی نہیں) (گریٹنگ کے لئے N کی قیمت دی گئی ہے)

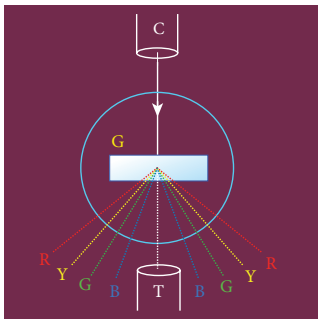
n ← انکسار (Diffraction) کی ترتیب (کوئی اکائی نہیں)

θ ← انکسار کا زاویہ (درجہ)

خاکے:



خاکے - خاکہ (a) عمودی وقوع



خاکہ (b) انتشاری زاویہ

طریقہ:

1۔ طیف پیما کے ابتدائی انتظامات

- Eyepiece : دوربین کے Eyepiece کو اس حد تک درست کیا جاتا ہے کہ آڑی ترچھی تاریں صاف طور پر نظر آتی ہیں۔
- Collimator : Slit کے Slit کو اس حد تک درست کیا جاتا ہے کہ وہ بہت باریک، صاف اور کھڑی ہوئی نظر آتی ہے۔
- طیف پیما کی نچلی سطح: مسطح کرنے والی پیچوں کی مدد سے طیف پیما کی نچلی سطح کو بالکل افقی طور پر رکھا جاتا ہے۔

- دوربین : دوربین کو کسی دور دراز شئے کی طرف گھمایا جاتا ہے اور اسے اس حد تک درست کیا جاتا ہے کہ دور کی شئے کا الٹا خیال اس میں صاف طور سے دکھائی دیتا ہے ۔ اس کے بعد دوربین کو متوازی شعاعیں حاصل کرنے کے لئے درست کیا جاتا ہے۔
- Collimator : دوربین کو Collimator کے برابر رکھا جاتا ہے۔ دوربین کے ذریعہ دیکھتے ہوئے Collimator کو اس طرح درست کیا جاتا ہے کہ اس میں موجود Slit کا صاف خیال دوربین میں دکھائی دیتا ہے۔ اب Collimator متوازی شعاعیں فراہم کرتا ہے۔
- انکساری جالی یا گریٹنگ کی میز Spritlevel اور انکساری جالی (گریٹنگ) کی میز میں دی گئی مسطح کرنے والی پیچوں کی مدد سے گریٹنگ کی میز کو افقی بنایا جاتا ہے۔

(2) عمودی وقوع کے لئے انکساری جالی کی درستگی

- Mercury vapour lamp سے آنے والی مخلوط روشنی (سفید روشنی) سے slit کو روشن کیا جاتا ہے۔
- دوربین کو Collimator کے سیدھے رکھا جاتا ہے ۔ عمودی ترچھی تار کو slit کے خیال کے مطابق کردیا جاتا ہے۔ (خاکہ) (a 1)۔
- صرف ورنیر کی ڈسک کو گھمایا جاتا ہے اور اسے $0^o - 180^o$ کی ریڈنگ کے مطابق ثبت کردیا جاتا ہے یہی براہِ راست شعاع کی ریڈنگ ہے۔ اس کے بعد دوربین کو غیر ساعتی سمت میں 90° کے زاویہ تک گھما کر ثبت کردیا جاتا ہے۔ (خاکہ) (a 2)۔
- اب انکساری جالی کو اس کی میز پر چڑھادیا جاتا ہے۔
- صرف انکساری جالی کو میز پر گھمایا جاتا ہے یہاں تک کہ جالی سے منعکس ہونے والی روشی دوربین کے عمودی ترچھی تار کے مطابق ہوجاتی ہے۔ انعکاس ہونے والا یہ خیال سفید رنگ ہی کا ہوتا ہے ۔ (خاکہ) (a 3)۔
- اب ورنیر کے ڈسک کو آزاد کر دیا جاتا ہے۔ ورنیرکے ڈسک کو جالی کی میز سمیت ایک مناسب سمت میں 45° زاویہ کے ذریعہ اس طرح گھمایا جاتا ہے کہ Collimator سے آنے والی روشنی انکساری جالی پر عمودی طور پر وقوع پاتی ہے۔ (خاکہ) (a 4)۔

3۔ mercury طیف (Spectrum) کے، جزوی رنگوں کے موجی طول کا تعین:

- دوربین کو آزاد کیاجاتا ہے اور اسے Collimator کے مطابق کردیا جاتا ہے تاکہ مرکزی راست خیال حاصل کرسکے۔ یہ غیر انکساری خیال سفید رنگ کا ہوتا ہے۔
- راست خیال کے دونوں جانب Slit کے انکساری خیالات دکھائی دیتے ہیں۔
- انکساری خیال (Diffracted image) میں mercury spectrum کے نمایاں رنگیں، موجی طول کی بڑھتی ہوئی ترتیب میں ہوتے ہیں۔
- دوربین کو راست خیال کے کسی ایک جانب (فرض کریں بائیں جانب) گھمایا جاتا ہے تاکہ انکساری خیال کی پہلی ترتیب کا مشاہدہ کرسکے۔
- عمودی ترچھی تار کو نمایاں طیفی خطوط (Spectral lines) (بنفشی، نیلا ، زرد اور سرخ) کے مطابق کیاجاتا ہے۔ اور ہر معاملے کے لئے دونوں ورنیر پیماؤں کی ریڈنگ نوٹ کرلی جاتی ہے ۔
- اب دوربین کو راست خیال کے دوسری جانب (دائیں جانب) گھمایا جاتا ہے اور انکساری خیال کی پہلی ترتیب کا مشاہدہ کیا جاتا ہے۔
- پھر سے عمودی ترچھی تار کو وہی نمایاں طیفی خطوط کے مطابق کردیا جاتا ہے اور ہر معاملے کے لئے دونوں ورنیر پیماؤں کی ریڈنگ نوٹ کرلی جاتی ہے۔
- ان ریڈنگوں کی جدول بندی کی جاتی ہے۔
- ایک مخصوص طیفی خط کے لئے ان دوریڈنگ کا درمیانی فرق 2θ کی قیمت بتاتا ہے۔
- انکساری جالی میں دیکھ کر جالی کی فی میٹر خطوط کی تعداد N نوٹ کرلی جاتی ہے۔
- N ، n اور θ کی قیمتوں کی مدد سے دئے گئے ضابطہ کو استعمال کرکے پارہ کے بلب کی نمایاں رنگوں کا موجی طول دریافت کرلیا جاتا ہے۔

مشاہدہ:

جدول: Mercury طیف کے نمایاں رنگوں کا موجی طول معلوم کرنے کے لئے

روشنی کا رنگ	منکسر روشنی کی ریڈنگ (درجہ)												فرق 2θ (درجہ)			θ (درجہ)
	بائیں						دائیں									
	ورنیر A (درجہ)			ورنیر B (درجہ)			ورنیر A (درجہ)			ورنیر B (درجہ)						
	MSR	VSC	TR	MSR	VSC	TR	MSR	VSC	TR	MSR	VSC	TR	VER A	VER B	Mean	
نیلا																
سبز																
زرد																
سرخ																

حساب:

(i) نیلے رنگ کے لئے، $\lambda = \frac{\sin\theta}{nN}$ (ii) سبز رنگ کے لئے، $\lambda = \frac{\sin\theta}{nN}$

(iii) زرد رنگ کے لئے، $\lambda = \frac{\sin\theta}{nN}$ (iv) سرخ رنگ کے لئے، $\lambda = \frac{\sin\theta}{nN}$

نتیجہ:

1۔ نیلے رنگ کا موجی طول = _____ میٹر

2۔ سبز رنگ کا موجی طول = _____ میٹر

3۔ زرد رنگ کا موجی طول = _____ میٹر

4۔ سرخ رنگ کا موجی طول = _____ میٹر

نوٹ :

1۔ بنیادی انتظامات انجام دینے کے بعد Spectrometer کو نہیں چھیڑنا چاہئے۔

2۔ کل ریڈنگ $TR = MSR + (VSC \times LC)$ ہے۔

جہاں MSR ← اصلی اسکیل کی ریڈنگ

VSR ← ورنیر پیما کی ریڈنگ

LC ← شمار اقل (Least Count) (= 1′)

6۔ PN junction diode کے وولٹیج ۔ برقی رو کی خصوصیات

مقصد: PN junction diode کے وولٹیج برقی رو (V– I) کی خصوصیات کا خاکہ کھینچنا اور اس کا Knee voltage اور آگے کی مزاحمت (forward resistance) معلوم کرنا۔

درکار اشیاء : PN Junction diode (IN 4007)، متغیر DC پاور سپلائی، ملی امیٹر، مائکرو امیٹر، وولٹ میٹر، 470 اوم کا ایک مزاحم اور جوڑنے والی تاریں۔

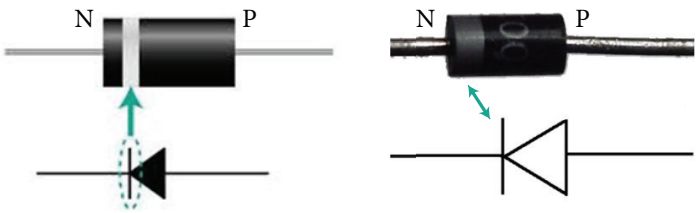
ضابطہ : $R_F = \frac{\Delta V_F}{\Delta I_F}$ (Ω)

جہاں RF ← diode کی آگے کی مزاحمت ہے ۔ (Ω)

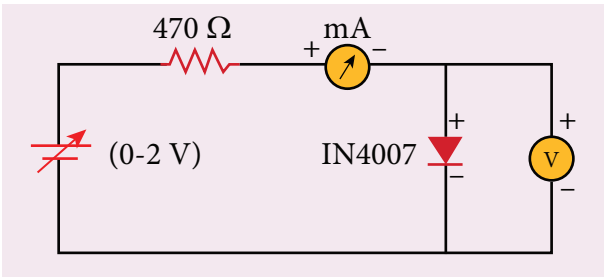
ΔV_F ← آگے کے وولٹیج میں تبدیلی (وولٹ)

ΔI_F ← آگے کی برقی رو میں تبدیلی (mA)

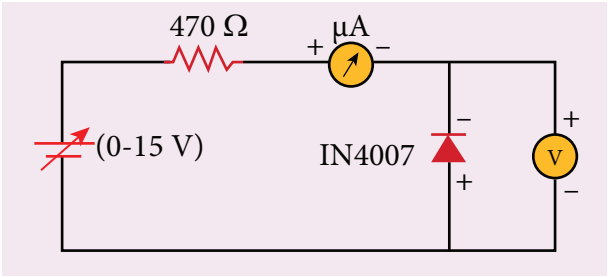
برقی دور کا خاکہ:



خاکہ (a) PN junction diode اور اس کی علامت
(چاندی کا حلقہ ڈیوڈ کے منفی سرے کو ظاہر کرتا ہے)



خاکہ (b) آگے کے رجحان میں PN جنکشن ڈیوڈ



خاکہ (c) واپسی رجحان میں PN جنکشن ڈیوڈ

انتباہ :

امیٹر، وولٹ میٹر، dc پاور سپلائی اور PN junction ڈیوڈ کے سروں کو جوڑتے و قت ان کی قطبیت کا خاص خیال رکھا جائے۔

طریقہ:

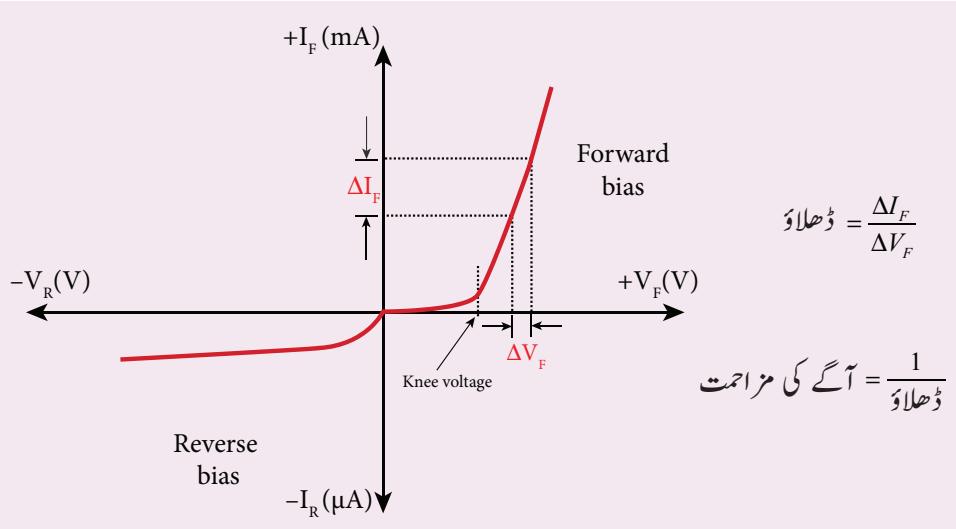
(i) آگے کی رجحانیت Forward bias کی خصوصیات:

- Forward bias میں ڈیوڈ کے P علاقے کو DC پاور سپلائی کے مثبت سرے سے اور N علاقے کو منفی سرے سے جوڑا جاتا ہے۔

- برقی دور کے خاکے کے مطابق دور بنایا جا تا ہے۔
- متغیر DC Power Supply کی مدد سے ڈیوڈ کے آر پار کا وولٹیج تبدیل کیا جاسکتا ہے۔
- ڈیوڈ کے آر پار کے Forward وولٹیج (V_F) کو 0.1V کے فرق سے قدم بہ قدم 0.1V سے 0.8V تک بڑھایا جاتا ہے اور ڈیوڈ کے ذریعہ بہنے والی Forward برقی رو (I_F) کو ملی امیٹر کے ذریعہ نوٹ کیا جاتا ہے۔ ریڈنگ کی جدول بندی کی جاتی ہے۔
- Forward وولٹیج V_F اور Forward برقی رو (I_F) کو مثبت مانا جاتا ہے۔
- Forward وولٹیج V_F کو x محور کے تحت اور Forward برقی رو I_F کو y محور کے تحت رکھ کر ایک ترسیم کھینچی جاتی ہے۔
- Forward خصوصیات میں نقطہ دار لکیر سے متعلق وولٹیج، ڈیوڈ کی knee وولٹیج (یا) threshold وولٹیج یا turn-on وولٹیج کو ظاہر کرتا ہے۔
- Forward خصوصیات کے خطی حصے میں ڈھلاؤ کا حساب لگایا جاتا ہے۔ ڈھلوان (Slope) کا معکوس ڈیوڈ کی Forward مزاحمت فراہم کرتا ہے۔

(ii) Reverse bias کی خصوصیات:

- Reverse bias میں DC Power Supply کی قطبیت کو بدل دیا جاتا ہے یعنی ڈیوڈ کے P علاقے کو DC پاور سپلائی کے منفی سرے سے اور N علاقے کو مثبت سرے سے جوڑا جاتا ہے۔
- برقی دور کو دور کے خاکے کے مطابق جوڑا جاتا ہے۔
- متغیر DC power supply کی مدد سے ڈیوڈ کے آر پار کاوولٹیج تبدیل کیا جاتا ہے۔
- ڈیوڈ کے آر پار کے Reverse وولٹیج V_R کو 1V سے5V تک 0.5V کے فرق سے قدم بہ قدم بڑھایا جاتا ہے اور ڈیوڈ کے ذریعہ بہنے والی reverse برقی رو I_R کو مائیکرو امیٹر کے ذریعہ نوٹ کیا جاتا ہے ۔ نوٹ کی گئی ریڈنگ کی جدول بندی کی جاتی ہے۔ reverse وولٹیج V_R اور Reverse برقی رو I_R کو منفی مانا جاتا ہے۔
- Reverse وولٹیج V_R کو x محور کے تحت اور Reverse برقی رو I_R کو y محور کے تحت رکھ کر ترسیم کھینچی جاتی ہے۔



مشاہدہ :

جدول 1 : آگے کے رجحانیت Forward bias کی خصوصیات کی منحنی

عدد شمارہ	آگے کے رجحانیت کا وولٹیج V_F (وولٹ)	آگے کے رجحانیت کی برقی رو I_F (mA)

جدول 2 : واپسی رجحان Reverse bias کی خصوصیات کی منحنی

عدد شمارہ	واپسی رجحان کا وولٹیج V_R (وولٹ)	واپسی رجحان کی برقی رو I_R (μA)

حساب:

(i) Forward مزاحمت R_F =

(ii) Knee (گھٹنانما) وولٹیج =

نتیجہ:

PN Junction Diode کے V-I خصوصیات کا مطالعہ کیا گیا۔

1۔ PN Junction Diode ڈیوڈ کا Knee وولٹیج = _____ وولٹ

2۔ ڈیوڈ کی Forward مزاحمت= _____ اوم (Ω)

عملی ہدایات

- Forward سمت اور Reverse سمت میں DC پاور سپلائی کو ایک مخصوص حد (Forward 0-2V) اور (Reverse 0-15V) تک ہی بڑھایا جاناچاہئے۔ Forward bias بہت چھوٹی سی مزاحمت ہی فراہم کرتا ہے۔ اسی لئے 470 اوم کی ایک بیرونی مزاحمت، حفاظتی پیمانے کے طور پر جوڑدی جاتی ہے۔
- اس حد سے زیادہ کا وولٹیج مزاحم یا ڈیوڈ کو نقصان پہنچاسکتا ہے۔
- Forward bias میں جب تک برقی رو Junction potential یا Knee وولٹیج (تقریباً 0.7V) کوپار نہیں کرتی۔ برقی رو کی مقدار تقریباً صفر ہی رہتی ہے۔ جب وہ Knee وولٹیج پار کرلیتی ہے، تووولٹیج کے ساتھ ساتھ برقی رو بھی بڑھتی ہے۔
- Forward مزاحمت معلوم کرنے کے لئے Forward سمت میں threshold وولٹیج کے بعد ڈیوڈ کے وولٹیج کو 0.1V سے لے کرزیادہ سے زیادہ 0.8V تک 0.1V کی مقدار میں تھوڑا تھوڑا بڑھانا چاہئے۔
- Reverse سمت میں ڈیوڈ کے وولٹیج کو 1V سے لے کر زیادہ سے زیادہ 5V تک قدم بہ قدم بڑھایا جانا چاہئے۔برقی رو کی پیمائش مائکرو امیٹر ہی سے کی جانی چاہئے، کیونکہ الٹی سمت میں بہتے وقت برقی رو کی مقدار بہت ہی کم ہوتی ہے۔ اقلیتی برقی باروں (Minority charge Carriers) کے بہاؤ جسے the Leakage current کہا جاتا ہے، اس کی وجہ سے اس طرح ہوتا ہے۔

7۔ ایک ZENER ڈیوڈ کے V-I کی خصوصیات

مقصد: ایک Zener ڈیوڈ کے وولٹیج۔ برقی رو (V-I) کی خصوصیات کی منحنیوں کا خاکہ کھینچنا اور اس کا گھٹنانما Knee وولٹیج آگے کی forward مزاحمت اور واپسی بریک ڈاؤن reverse break down وولٹیج معلوم کرنا۔

درکار اشیائ: Zener ڈیوڈ، متغیر ڈیوڈ پاور سپلائی ملی امیٹر، وولٹ میٹر، 470 اوم والا مزاحم اور جوڑنے والی تاریں۔

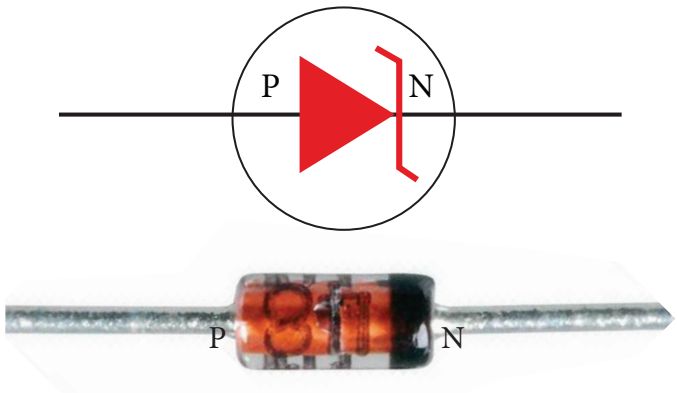
ضابطہ :
$$R_F = \frac{\Delta V_F}{\Delta I_F} \ (\Omega)$$

جہاں R_F ← ڈیوڈ کی forward مزاحمت ہے (Ω)

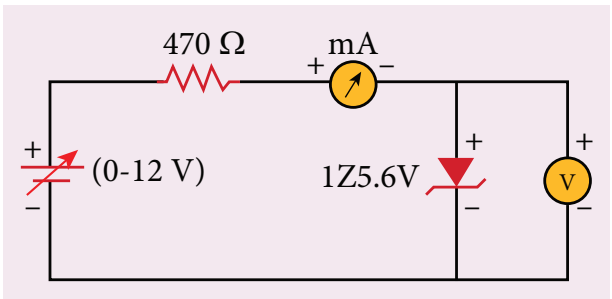
ΔV_F ← Forward وولٹیج میں رہنے والی تبدیلی (وولٹ)

ΔI_F ← Forward برقی رو میں ہونے والی تبدیلی (mA)

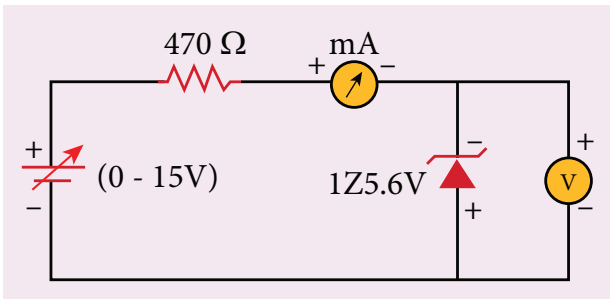
برقی دور کا خاکہ:



خاکہ (a) Zener ڈیوڈ اور اس کی علامت (سیارہ رنگ کا حلقہ Zener ڈیوڈ کے منفی سرے کو ظاہر کرتا ہے۔)



خاکہ (b) آگے کی رجحانیت میں Zener ڈیوڈ



خاکہ (c) واپسی رجحانیت میں Zener ڈیوڈ

انتباہ:

امیٹر، وولٹ میٹر DC power supply اور Zener ڈیوڈ کے سروں کو جوڑتے وقت ان کی قطبیت کا خاص خیال رکھا جائے۔

طریقہ:

(i) آگے کی رجحانیت Forward bias کی خصوصیات:

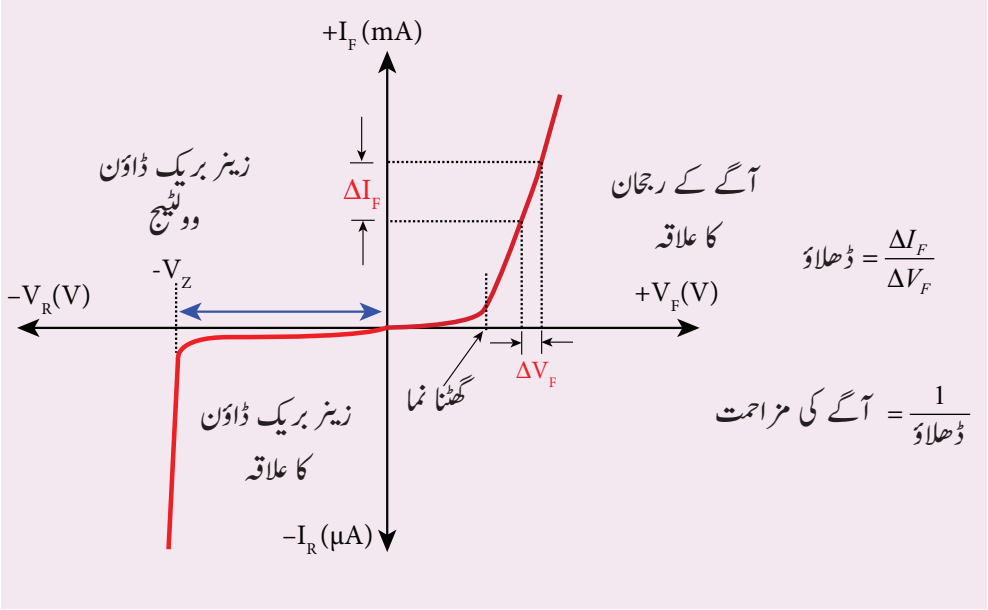
- Forward bias میں ڈیوڈ کے Pعلاقے کو DC پاور سپلائی کے مثبت سرے سے اور N علاقے کو منفی سرے سے جوڑ اجاتا ہے۔
- برقی دور کے خاکے کے مطابق دور بنایا جاتا ہے۔
- متغیر DC Power Supply کی مدد سے ڈیوڈ کے آر پار کا وولٹیج تبدیل کیا جاسکتا ہے۔
- ڈیوڈ کے آر پار کے Forward وولٹیج (V_F) کو 0.1V کے فرق سے قدم بہ قدم 0.1V سے 0.8V تک بڑھایا جاتا ہے اور ڈیوڈ کے ذریعہ بہنے والی Forward برقی رو (I_F) کو ملی امیٹر کے ذریعہ نوٹ کیا جاتا ہے۔ ریڈنگ کی جدول بندی کی جاتی ہے۔
- Forward وولٹیج V_F اور Forward برقی رو I_F کو مثبت مانا جاتا ہے۔
- Forward وولٹیج V_F کو x محور کے تحت اور Forward برقی رو I_F کو y محور کے تحت رکھ کر ایک ترسیم کھینچی جاتی ہے۔
- Forward خصوصیات میں نقطہ دار لکیر سے متعلق وولٹیج، ڈیوڈ کی knee وولٹیج (یا) threshold وولٹیج یا turn-on وولٹیج کو ظاہر کرتا ہے۔
- Forward خصوصیات کے خطی حصے میں ڈھلاؤ کا حساب لگایا جاتا ہے۔ ڈھلوان (Slope) کا معکوس ڈیوڈ کی Forward مزاحمت فراہم کرتا ہے۔

(ii) واپسی رجحانیت Reverse bias کی خصوصیات:

- Reverse bias میں DC Power Supply کی قطبیت کو بدل دیا جاتا ہے یعنی ڈیوڈ کے P علاقے کو DC پاور سپلائی کے منفی سرے سے اور N علاقے کو مثبت سرے سے جوڑ اجاتا ہے۔
- برقی دور کو دور کے خاکے کے مطابق جوڑا جاتا ہے۔

☆ متغیر DC power supply کی مدد سے ڈیوڈ کے آر پار کاوولٹیج تبدیل کیا جاتا ہے۔

- ڈیوڈ کے آر پار کے Reverse وولٹیج V_R کو 0.5Vسے لے کر 6V تک ، قدم بہ قدم 0.5V کی ترتیب میں بڑھایا جاتا ہے اور ڈیوڈ کے ذریعہ بہنے والی Reverse برقی رو I_R کو ملی امیٹر کے ذریعہ نوٹ کیا جاتا ہے ۔ نوٹ کی گئی ریڈنگ کی جدول بندی کی جاتی ہے۔
- شروع میں وولٹیج کو 0.5V کی ترتیب سے بڑھایا جاتا ہے۔ جب breakdown کے علاقہ کا اندازہ لگالیا جاتا ہے تو breakdown وولٹیج کی درست قیمت کا پتہ لگانے کے لئے Input وولٹیج کو 0.1 V کی ترتیب سے بڑھایا جاتا ہے۔
- Reverse وولٹیج V_R اور Reverse برقی رو I_R کو منفی مانا جاتا ہے۔
- Reverse وولٹیج V_R کو x محور کے تحت اور Reverse برقی رو I_R کو y محور کے تحت رکھ کر ترسیم کھینچی جاتی ہے۔
- Reverse bias میں Zener کا breakdown، Zener وولٹیج V_Z کہلانے والے ایک مخصوص وولٹیج (5.6 V - 5.8 V) پر عمل آور ہوتا ہے اور ڈیوڈ کے ذریعہ ایک بڑی مقدار کی برقی رو بہنے لگتی ہے جو کہ ایک Zener ڈیوڈ کی خصوصیت ہے۔
- Zener ڈیوڈ کے breakdown وولٹیج کا تعین گراف کے ذریعہ کیا جاتا ہے، جیسا کہ بتایا گیا ہے۔



مشاہدہ :

جدول 1 : Forward bias کے خصوصیات کی منحنی

عدد شمارہ	آگے کے رجحان کا وولٹیج V_F (وولٹ)	آگے کے رجحان کی برقی رو I_F (mA)

جدول 2 : Reverse bias کے خصوصیات کی منحنی

عدد شمارہ	واپسی رجحان کا وولٹیج V_R (وولٹ)	واپسی رجحان کی برقی رو I_R (mA)

حساب:

(i) Forward مزاحمت R_F = _____ اوم (Ω)

(ii) Knee وولٹیج = _____ وولٹ

(iii) Zener ڈیوڈ کا بریک ڈاؤن وولٹیج V_Z = _____ وولٹیج

نتیجہ:

Zener کے V-I خصوصیات کا مطالعہ کیا گیا۔

حساب:

(i) آگے کی (Forward) مزاحمت R_F = _____ اوم (Ω)

(ii) گھٹنانما (Knee) وولٹیج = _____ وولٹ

(iii) زینر (Zener) ڈیوڈ کا بریک ڈاؤن وولٹیج V_Z = _____ V وولٹیج

عملی ہدایات

- Forward سمت اور Reverse سمت میں DC پاور سپلائی کو ایک مخصوص حد (Forward 0-2V) اور (Reverse 0-15V) تک ہی بڑھایا جاناچاہئے۔
- اس حد سے زیادہ کا وولٹیج مزاحم یا ڈیوڈ کو نقصان پہنچاسکتا ہے۔
- آگے کی سمت میں Zener ڈیوڈ ایک عام PN Junction ڈیوڈ ہی کی طرح کام کرتا ہے۔ اسی لئے Forward bias کی خصوصیت PN junction اور Zener دونوں ڈیوڈ کے لئے یکساں ہے۔ لہذا پچھلے تجربہ کے طریقے ہی سے Knee وولٹیج اور Forward مزاحمت کا تعین کیا جاسکتا ہے۔

☆ عام PN junction ڈیوڈ کے برعکس Zener ڈیوڈ میں reverse برقی رو کو اس کے زیادہ بہاؤ کی وجہ سے ملی امیٹر میں ناپا جاتا ہے۔

8۔ عام مخرج کی تشکیل میں ایک NPN- JUNCTION ٹرانسسٹر کی خصوصیات:

مقصد: عام مخرج کی تشکیل (Common Emitter configuration) میں ایک NPN Junction ٹرانسسٹر کی خصوصیات کا مطالعہ کرنا اور اس کے Current gain کا تعین کرنا۔

درکار اشیاء: ٹرانسسٹر۔ BC548/BC107، bread board ۔ مائکرو امیٹر، وولٹ میٹر، متغیر DC پاور سپلائی اور جوڑنے والی تاریں۔

ضابطہ : $r_i = \left[\frac{\Delta V_{BE}}{\Delta I_B}\right]_{V_{CE}}$ (Ω), $r_o = \left[\frac{\Delta V_{CE}}{\Delta I_C}\right]_{I_B}$ (Ω), $\beta = \left[\frac{\Delta I_C}{\Delta I_B}\right]_{V_{CE}}$, (کوئی اکائی نہیں)

جہاں ΔV_{BE} ← اساس۔ مخرج کے وولٹیج میں تبدیلی (وولٹ)

ΔI_B ← اساس کی برقی رو میں تبدیلی ((μA))

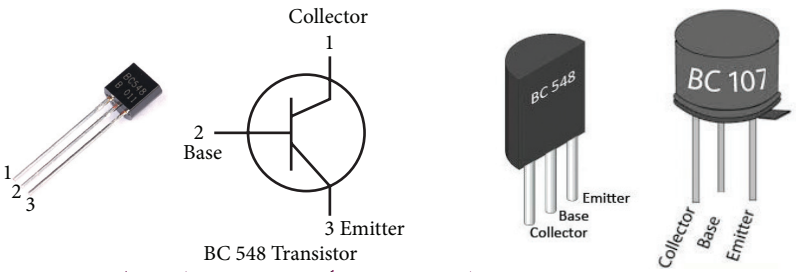
r_o ← out put impedence ((Ω))

ΔV_{CE} ← Collector مخرج وولٹیج میں تبدیلی (وولٹ)

ΔI_C ← Collector کی برقی رو میں تبدیلی (mA)

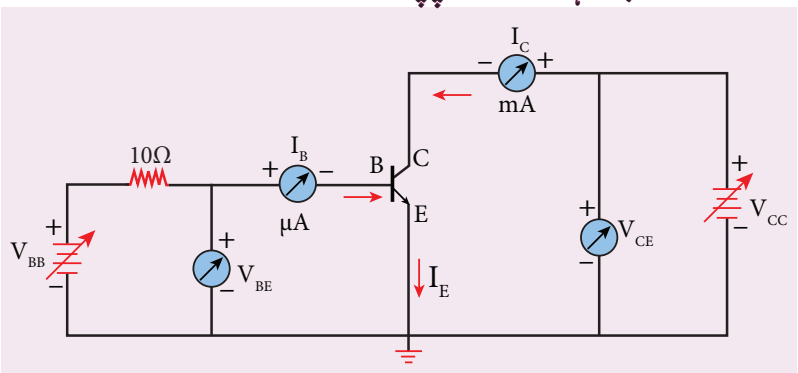
β ← ٹرانسسٹر کا Current gain (کوئی اکائی نہیں)

برقی دور کا خاکہ:



BC 548 Transistor

خاکہ (a) NPN – Junction ٹرانسسٹر اور اس کی علامت (ٹرانسسٹر کو اس طرح تھاماجاتا ہے کہ اس کے چپٹے حصے کا رخ ہماری طرف ہو)



خاکہ (b) NPN – Junction ٹرانسسٹر، CE تشکیل میں

نوٹ :

base کے ساتھ سلسلہ وار ترتیب میں ایک مزاحم جوڑ دیا جاتا ہے تاکہ base میں برقی رو کے بہت زیادہ بہاؤ سے بچاجاسکے۔

احتیاط

- امیٹر ، وولٹ میٹر اور DC پاور سپلائی کے سروں کو جوڑتے وقت ان کی قطبیت کا خاص خیال رکھا جائے۔
- ٹرانسسٹر کے Collector اور emitter سروں کو کسی حالت میں باہمی تبدیلی ہونے نہیں دینا چاہئے۔

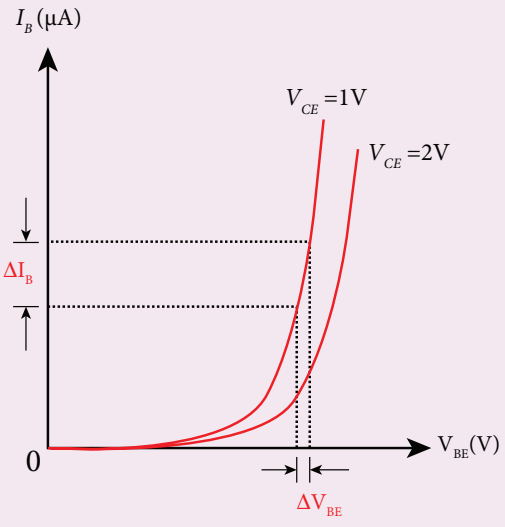
طریقہ:

- خاکہ کے مطابق درکار اشیاء جوڑ دئے جاتے ہیں ۔
- DCپاور سپلائی کو درست کرکے input اور output علاقوں میں برقی رو اور وولٹیج کی جانچ کی جاسکتی ہے۔

(i) ٹرانسسٹر کی input خصوصیات والی منحنیاں (Input characteristic curve) V_{BE} vs I_B ***(V_{CE} constant):***

- collector اور emitter کے وولٹیج V_{CE} کو مستقل رکھا جاتا ہے۔
- base اور emitter کے وولٹیج V_{BE} کو بتدریج 0.1V متغیر کیا جاتا ہے اور متعلقہ base کی برقی رو I_B کو نوٹ کیا جاتا ہے۔ جب تک ایک مستقل قیمت نہ بن جائے تب تک ریڈنگ نوٹ ہوتی جاتی ہے۔
- V_{CE} کی مختلف قیمتوں کے لئے یہی طریقہ دہرایا جاتا ہے اور ریڈنگ کی جدول بندی کی جاتی ہے۔
- V_{CE} کی دونوں قیمتوں کے لئے V_{BE} کو x محور اور I_B کو y محور کے تحت قیاس کرکے ایک ترسیم کھینچی جاتی ہے۔
- اس طرح سے حاصل ہونے والی منحنیاں ایک ٹرانسسٹر کی Input خصوصیات کہلاتی ہیں۔
- ان منحنیوں کے ڈھلاؤ کا معکوس ٹرانسسٹر کی Input مقاومت فراہم کرتا ہے۔

عدد شمارہ	V_{CE} = 1V		V_{CE} = 2V	
	I_B (μA)	V_{BE} (V)	I_B (μA)	V_{BE} (V)



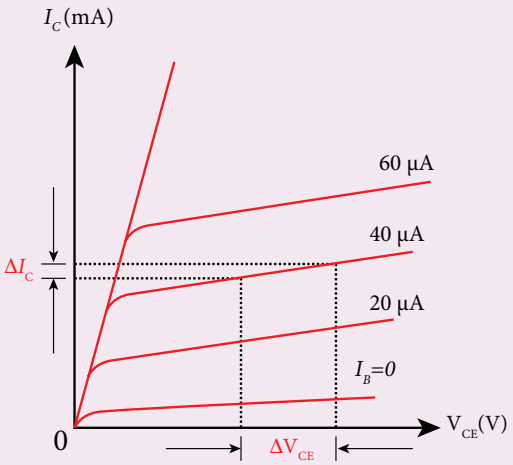
$$\text{ڈھلاؤ} = \frac{\Delta I_B}{\Delta V_{BE}}$$

$$\text{ان پٹ مقاومت} = \frac{1}{\text{ڈھلاؤ}}$$

(ii) ٹرانسسٹر کی Output خصوصیات والی منحنیاں V_{CE} vs I_c (I_B constant):

- Base کی برقی رو I_B کو مستقل رکھا جاتا ہے۔
- V_{CE} کو بتدریج 1V کے متغیر کیا جاتا ہے۔ collector کی متعلقہ برقی رو I_c نوٹ کرلی جاتی ہے۔ جب تک I_c کی قیمت لگ بھگ مستقل نہ ہوجاتی ہو لگاتار ریڈنگ نوٹ کی جاتی ہے۔
- شروع میں I_B کو 0 mA پر رکھا جاتا ہے اور collector کی متعلقہ برقی رو نوٹ کی جاتی ہے۔ یہ برقی رو واپسی سیر شدہ برقی رو I_{CEO} ہے۔
- I_B کی مختلف قیمتوں کے لئے یہی طریقہ دہرایا جاتا ہے اور ریڈنگ کی جدول بندی کی جاتی ہے۔
- I_B کی مختلف قیمتوں کے لئے V_{CE} کو x محور اور I_c کو y محور کے تحت رکھ کر ترسیم کھینچی جاتی ہے۔
- اس طرح سے حاصل ہونے والی منحنیاں ایک ٹرانسسٹر کی output خصوصیات کہلاتی ہیں۔
- ان منحنیوں کے ڈھلاؤ کا معکوس ٹرانسسٹر کا output impedance فراہم کرتا ہے۔

I_B =40 µA		I_B =20 µA		عدد شمارہ
I_C (mA)	V_{CE} (V)	I_C (mA)	V_{CE} (V)	



$$\text{ڈھلاؤ} = \frac{\Delta I_C}{\Delta V_{CE}}$$

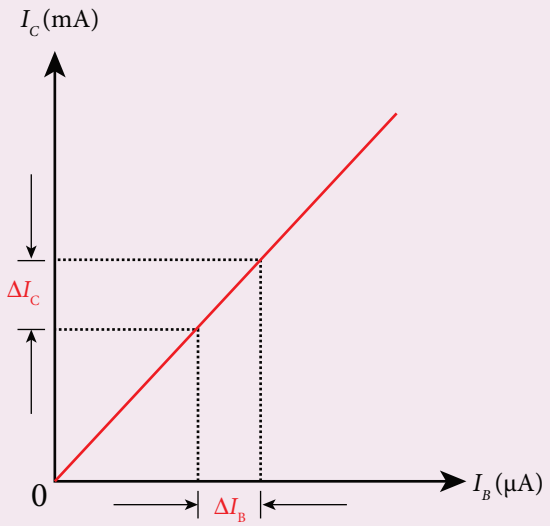
$$\text{آؤٹ پٹ مقاومت} = \frac{1}{\text{ڈھلاؤ}}$$

(iii) منتقلی خصوصیات کی منحنی I_c vs I_B (V_{CE} constant):

- collector اور emitter کے وولٹیج V_{CE} کو مستقل رکھا جاتا ہے۔
- base کی برقی رو I_B کو بتدریج 10 µA بڑھایا جاتا ہے اور collector کی متعلقہ برقی رو I_C نوٹ کی جاتی ہے۔
- V_{CE} کی مختلف قیمتوں کے لئے یہ تجربہ دہرایا جاتا ہے اور ریڈنگ کی جدول بندی کی جاتی ہے۔

- V_{CE} کو مستقل رکھ کر I_B کو x محور اور I_C کو y محور کے تحت رکھ کر منتقلی خصوصیات کی ترسیم کھینچی جاتی ہے۔
- منتقلی خصوصیات کی منحنی کے ڈھلاؤ کی مدد سے β Current gain معلوم کیا جاسکتا ہے۔

$V_{CE} = 2V$		$V_{CE} = 1V$		عدد شمارہ
I_C (mA)	I_B (μA)	I_C (mA)	I_B (μA)	



$$\text{ڈھلاؤ} = \frac{\Delta I_C}{\Delta I_B}$$

ڈھلاؤ = برقی رو کا نفع

نتیجہ:

(i) common Emitter (عام مخرج) کی تشکیل میں ایک NPN-Junction ٹرانسسٹر کی خصوصیات کا مطالعہ کیا گیا۔

(ii)

(a) ان پٹ مقاومت = Input impedance _____ اوم (Ω)

(b) آؤٹ پٹ مقاومت = Output impedance _____ اوم (Ω)

(c) برقی رو کا فائدہ β = current gain _____ (کوئی اکائی نہیں)

9۔ مربوط برقی دوروں کی مدد سے منطقی گیٹوں کے حقیقی جدولوں کی تصدیق کرنا:

مقصد: مربوط برقی دوروں کی مدد سے NAND, EX-OR, NOT, OR, AND اور NOR گیٹوں کے حقیقی جدولوں کی تصدیق کرنا۔

درکار اجزاء:

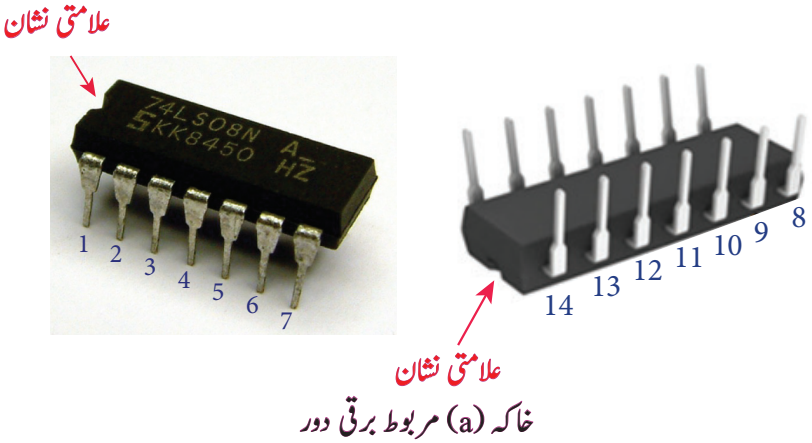
AND gate (IC 7408)، NOT gate (IC 7404)، OR gate (IC 7432)، NAND gate (IC 7400)،
NOR gate (IC 7402)، X-OR gate (IC 7486)، پاور سپلائی، Digital IC trainer kit، جوڑنے والی تاریں۔

Boolean Expressions (بولین ۔ مظاہرے)

(i) AND gate $Y = A.B$ (ii) OR gate $Y = A+B$ (iii) NOT gate $Y = \overline{A}$

(iv) Ex OR gate $Y = \overline{A}B + A\overline{B}$ (v) NAND gate $Y = \overline{A.B}$ (vi) NOR gate $Y = \overline{A+B}$

برقی دور کا خاکہ:

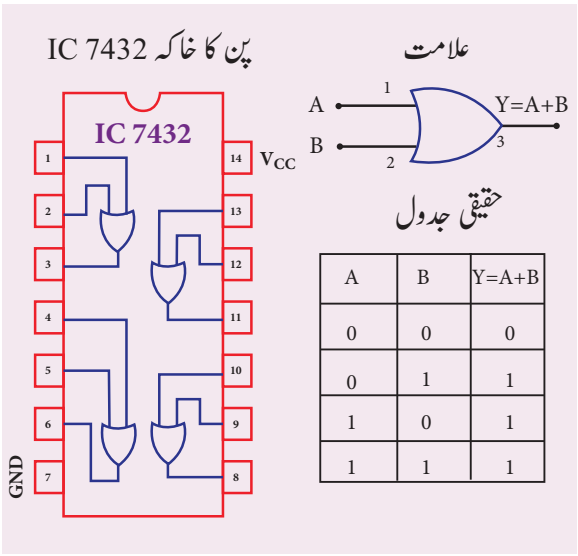


خاکہ (a) مربوط برقی دور

نوٹ:

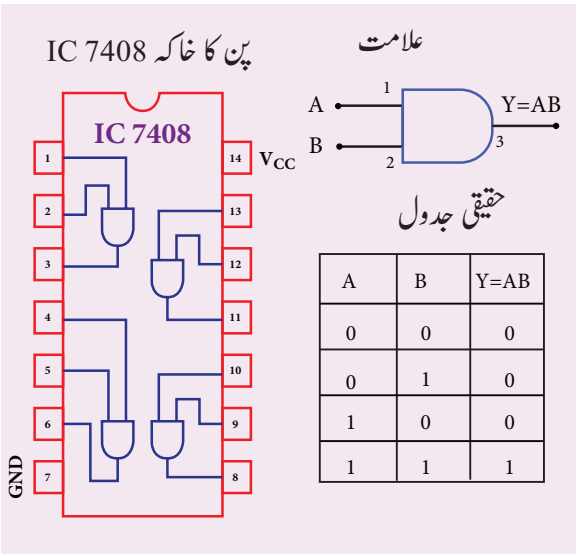
اس Chip کو bread board میں اس طرح داخل کیا جانا چاہئے کہ اس کا علامتی نشان ہمارے بائیں جانب موجود ہو۔ ایسی حالت میں اس میں موجود پن کے عدد خاکہ میں بتائے گئے طریقہ کے مطابق شمار کئے جائیں گے۔ نیچے ذکر کئے گئے تمام چپ کے لئے پن کی پہچان اسی طرح ہوگی۔

OR Gate:



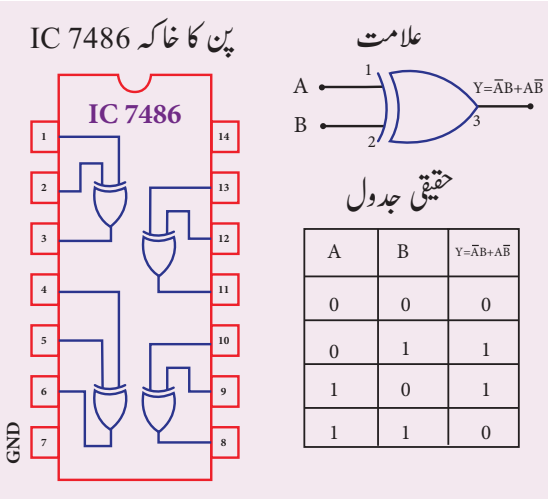
A	B	Y=A+B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

AND Gate:



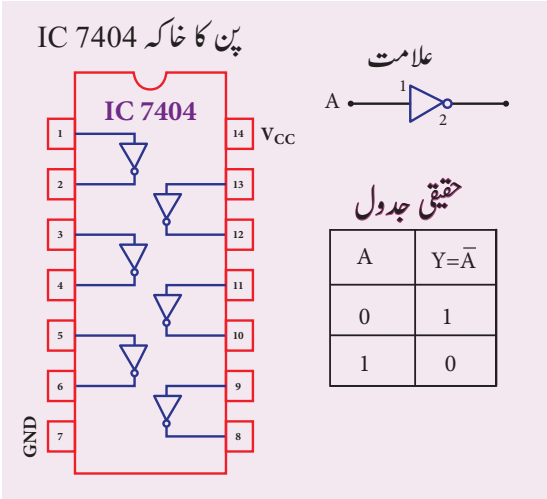
A	B	Y=AB
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

X-OR Gate :



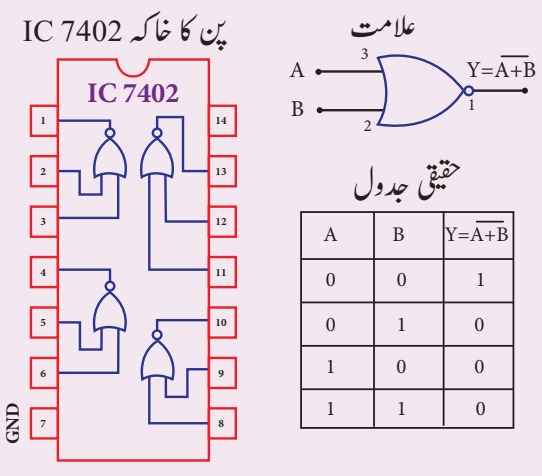
A	B	Y=$\bar{A}B+A\bar{B}$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

NOT Gate:



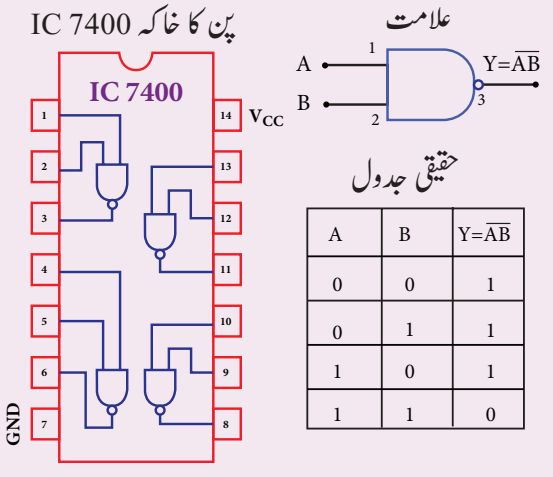
A	Y=$\bar{A}$
0	1
1	0

NOR Gate:



A	B	Y=$\overline{A+B}$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

NAND Gate:



A	B	Y=$\overline{AB}$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

طریقہ:

- ایک Logic gate کے حقیقی جدول کی تصدیق کے لئے مناسب IC (Integrated chip) کو لیا جاتا ہے اور برقی دور کے خاکوں کے مطابق جوڑ بنائے جاتے ہیں۔
- تمام IC کے لئے 14 ویں پن میں 5V سپلائی کی جاتی ہے جب کہ 7ویں پن کو ground کردیا جاتا ہے۔
- حقیقی جدول کے منطقی (logical) ان پٹ کے مطابق متعلقہ output نوٹ کیا جاتا ہے۔
- اسی طرح input کی دیگر تمام جوڑیوں کے لئے output نوٹ کیا جاتا ہے۔
- اس طریقے سے ایک logic gate کے حقیقی جدول کی تصدیق کی جاتی ہے۔

نتیجہ:

مربوط برقی دوروں کی مدد سے AND، OR، NOT، EX-OR، N AND اور NOR گیٹوں کے حقیقی جدولوں (truth table) کی تصدیق کی گئی۔

انتباہ :

(i) تاروں کو جوڑتے وقت V_{CC} اور گراؤنڈ پن کو تبدیل نہیں کرنا چاہئے ۔ ورنہ چپ کو نقصان پہنچ سکتا ہے۔

(ii) NOR گیٹ کے پن کی تشکیل دیگر گیٹوں کی تشکیل سے مختلف ہے۔

10۔ DE MORGAN کے نظریات کی تصدیق کرنا

مقصد: De-Morgan کے نظریات کی تصدیق کرنا۔

درکار اجزاء: (0-5V) پاور سپلائی ، 7404,7432,7408,7400 اور 7402 کے Digital IC trainer Kit، IC، جوڑنے والی تاریں

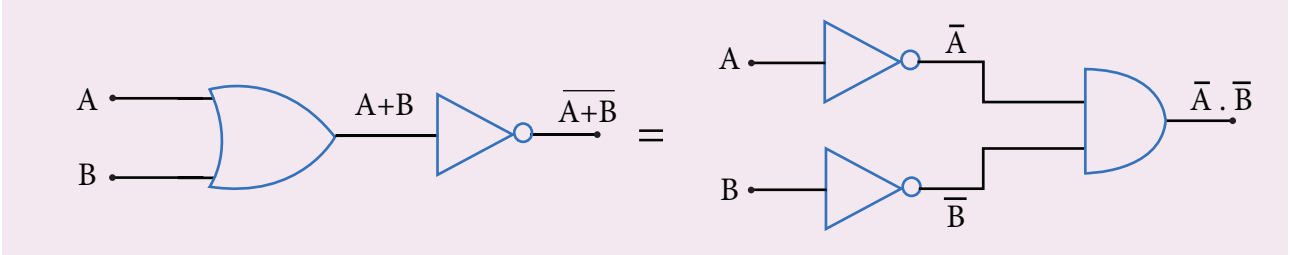
ضابطہ :

ڈی مارگن کا پہلا نظریہ $\overline{A+B} = \overline{A}.\overline{B}$

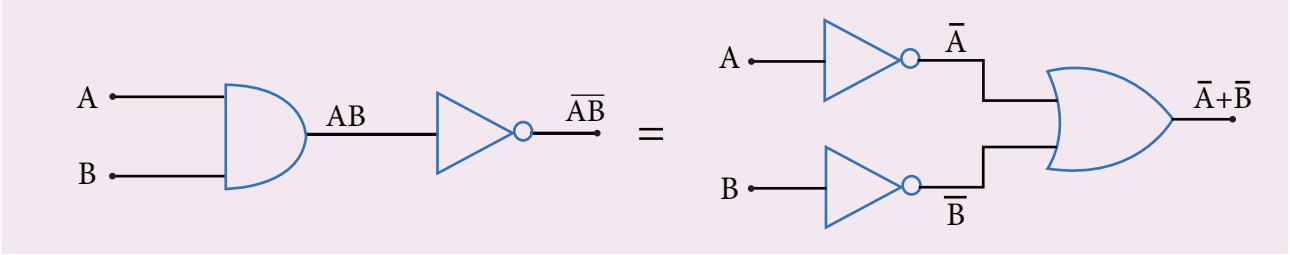
ڈی مارگن کا دوسرا نظریہ $\overline{A.B} = \overline{A}+\overline{B}$

دوری خاکہ:

ڈی مارگن کا پہلا نظریہ



ڈی مارگن کا دوسرا نظریہ:



طریقہ:

(i) ڈی مارگن کے پہلے نظریہ کی تصدیق :

- نظریہ کا بایاں حصہ یعنی LHS، $\left[\overline{A+B}\right]$ کے مطابق، دوری خاکہ میں بتائے گئے طریقے سے مناسب ICs کو استعمال کرتے ہوئے جوڑ بنائے جاتے ہیں۔
- حقیقی جدول کے تمام منطقی input کی جوڑیوں کے output نوٹ کئے جاتے ہیں اور ان کی جدول بندی کی جاتی ہے ۔
- اس طریقہ کو دوہرا کر نظریہ کا RHS (دایاں حصہ) یعنی ($\left[\overline{A}.\overline{B}\right]$) بھی آزمایا جاتا ہے۔
- حقیقی جدول کی مدد سے یہ دکھایا جاسکتا ہے کہ $\overline{A+B} = \overline{A}.\overline{B}$ ہے۔

(ii) ڈی مارگن کے دوسرے نظریے کی تصدیق:

- نظریے کا LHS (بایاں حصہ) یعنی $\left[\overline{A.B}\right]$ کے مطابق دوری خاکے میں بتائے گئے طریقے سے مناسب ICs کو استعمال کرتے ہوئے جوڑ بنائے جاتے ہیں۔

☆ حقیقی جدول کے منطقی Inputs کے تمام مجموعوں کے لئے output نوٹ کئے جاتے ہیں اور ان کی جدول بندی کی جاتی ہے۔

☆ یہی طریقہ نظریے کے RHS (دایاں حصہ) یعنی $\left[\overline{A}+\overline{B}\right]$ کے لئے بھی دہرایاجاتا ہے۔

☆ حقیقی جدولوں کی مدد سے یہ بتایا جاسکتاہے کہ $\overline{A.B}=\overline{A}+\overline{B}$ ہے۔

مشاہدہ:

ڈی مارگن کا پہلا نظریہ

حقیقی جدول

$\overline{A}.\overline{B}$	$\overline{A+B}$	B	A
		0	0
		1	0
		0	1
		1	1

ڈی مارگن کا دوسرا نظریہ

حقیقی جدول

$\overline{A+B}$	$\overline{A}.\overline{B}$	B	A
		0	0
		0	1
		1	0
		1	1

نتیجہ:

ڈی مارگن کے پہلے اور دوسرے نظریات کی تصدیق کی گئی۔

نوٹ :

IC7432, IC7408 اور IC7404 کے لئے پن نقشے پچھلے تجربے سے حاصل کرلئے جاسکتے ہیں۔

احتیاط:

- تاروں کو جوڑتے وقت V_{CC} اور گراونڈ پن کو تبدیل نہیں کرنا چاہئے ورنہ چپ کو نقصان پہنچ سکتا ہے۔
- استعمال ہونے والے ICs کے لئے، 14 ویں پن پر 5V کی سپلائی کی جاتی ہے جب کہ 7 ویں پن کو گراونڈ سے جوڑ دیا جاتا ہے۔

پریکٹکل (عملی مشق) کے امتحان (Practical Examination) کے لئے تجویز کردہ سولات:

1۔ میٹر برڈج کو استعمال کرتے ہوئے ایک دی گئی تار کی مزاحمت دریافت کریں۔ نیز خردہ پیما کی مدد سے تار کا نصف قطر معلوم کریں اور تار کے مادے کی نوعی مزاحمت کا بھی تعین کریں۔ کم از کم چار ریڈنگ اٹھائیے۔

2۔ مماسی گیلوانومیٹر کی مدد سے زمینی مقناطیسی میدان کے افقی جزو کی قیمت دریافت کریں۔ کم از کم چار ریڈنگ نوٹ کریں۔

3۔ قواہی میٹر Potentiometer کی مدد سے دو برقی خانوں کی محرکۂ برق کا موازنہ کریں۔

4۔ طیف پیما Spectrometer کو استعمال کرتے ہوئے دئے گئے منشور کا زاویہ اور کم ترین انحرافی زاویہ معلوم کریں، نیز منشور کے مادے کا انعطاف نما بھی معلوم کریں۔

5۔ طیف پیما Spectrometer کا استعمال کرتے ہوئے انکساری جالی (Grating) کو درست کریں۔ پارہ کی طیف (Mercury Spectrum) کی سبز نیلی، زرد اور سرخ خطوط کے موجی طول دریافت کریں (انکساری جال کی فی میٹر لمبائی میں موجود خطوط کی تعداد جالی ہی میں بتائی گئی ہے)۔

6۔ PN Junction ڈیوڈ کی V-I خصوصیات کا نقشہ کھینچئے اور اس کی Forward خصوصیات سے اس کی Forward مزاحمت اور Knee وولٹیج معلوم کریں۔

7۔ Zener ڈیوڈ کی V-I خصوصیات کا نقشہ کھینچئے اور اس کی Forward خصوصیات سے اس کی Forward مزاحمت اور Knee وولٹیج معلوم کریں، نیز معکوس خصوصیات کی مدد سے Zener ڈیوڈ کا break down وولٹیج بھی معلوم کریں۔

8۔ عام مخرج کی تشکیل (Common Emitter Configuration) میں ایک دئے گئے NPN junction ٹرانسٹر کی انپٹ اور منتقلی خصوصیات کی منحنیوں کا خاکہ کھینچئے۔ انپٹ خصوصیات سے انپٹ مقاومت اور منتقلی خصوصیات سے Currentgain معلوم کریں۔

9۔ عام مخرج کی تشکیل (Common Emitter mode) میں ایک دئے گئے NPN Junction ٹرانسسٹر کی آؤٹ پٹ اور منتقلی خصوصیات کی منحنیوں کا خاکہ بنائیے۔ آؤٹ پٹ خصوصیات سے آؤٹ پٹ مقاومت اور منتقلی خصوصیات سے Current gain دریافت کریں۔

10۔ مربوط برقی دوروں کی مدد سے AND، NOT، EX-OR اور NOR منطقی گیٹوں کے حقیقی جدولوں (Truth tables) کی تصدیق کریں۔

11۔ مربوط برقی دوروں کی مدد سے OR، NOT، EX-OR اور NOR منطقی گیٹوں کے حقیقی جدولوں کی تصدیق کریں۔

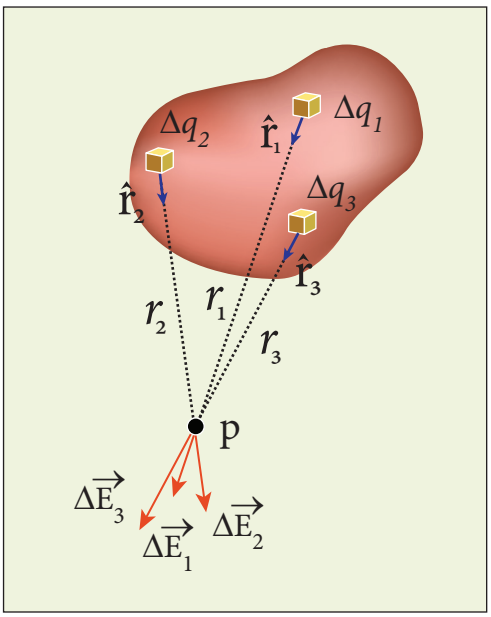
12۔ ڈی مارگن کے پہلے اور دوسرے نظریے کی تصدیق کریں۔

ضمیمہ APPENDIX

A1.1 برقی بار کی لگاتار تقسیم کی وجہ سے برقی میدان:

ELECTRIC FIELD DUE TO CONTINUOUS CHARGE DISTRIBUTION

مندرجۂ ذیل ایک غیر متعین شکل والی بار بردار شئے کا تصور کریں جیساکہ خاکہ A1.1 میں بتائی گئی ہے۔ کل بار بردار شئے $\Delta q_1, \Delta q_2, \Delta q_3, \ldots\ldots \Delta q_n$ نامی کئی بار بردار ٹکڑوں میں تقسیم ہوئی ہے اور ہر بار بردار حصہ Δq کو ایک Point charge مانا جاتا ہے۔



خاکہ A1.1 باروں کی لگاتار تقسیمی

ایک بار بردار شئے کی وجہ سے P نقطہ پر موجود برقی میدان اندازاً اس طرح کے تمام بار بردار حصوں کی وجہ سے Pپر پیدا ہونے والے تمام میدانات کے حاصل جمع سے پیش کیا جاتا ہے۔

$$\vec{E} \approx \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{\Delta q_1}{r_{1P}^2}\hat{r}_{1P}+\frac{\Delta q_2}{r_{2P}^2}\hat{r}_{2P}+\ldots\ldots\ldots+\frac{\Delta q_n}{r_{nP}^2}\hat{r}_{nP}\right)$$
$$\approx \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\sum_{i=1}^{n}\frac{\Delta q_i}{r_{iP}^2}\hat{r}_{iP} \qquad \text{(A1.1)}$$

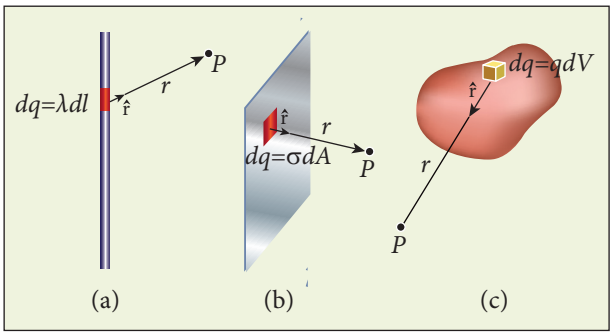
یہاں Δq_i، i واں، بار بردار حصہ ہے۔ I واں بار بردار حصہ سے P مقام تک کا فاصلہ ہے اور $\hat{r}_{iP}$، i واں، بار بردار حصہ سے P مقام تک کی اکائی سمتیہ (Unit vector) ہے۔

بہر حال مساوات (A1.I) صرف ایک اندازہ ہی ہے۔ باروں کی لگاتار تقسیم کو یکجا کرنے کیلئے ہم یہ حد $\Delta q \to 0\ (=dq)$ کو لیتے ہیں۔ اس حد میں مساوات میں موجود حاصل جمع ایک انٹیگریشن بن جاتا ہے اور یہ شکل اختیار کرلیتا ہے۔

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int \frac{dq}{r^2}\hat{r} \qquad \text{(A1.2)}$$

یہاں r، infinetesimal بار dq سے P مقام تک کا فاصلہ ہے اور $\hat{r}$ سے dq، P مقام تک کی اکائی سمتیہ ہے درحالانکہ لگاتار باروں کی تقسیم کے لئے برقی میدان کا محاسبہ کرنا مشکل ہے اس کے باوجود اس برقی میدان میں کچھ امتحانی بار Q سے دوچار ہونے والی قوت کو $\vec{F} = q\vec{E}$ سے پیش کیاجاتا ہے۔

(a) اگر برقی بار Q، L لمبائی والی ایک تار کے ساتھ یکساں تقسیم ہوا ہے تو باروں کی خطی کثافت (Linear charge density) یعنی فی اکائی لمبائی برقی بار $\lambda = \frac{Q}{L}$. ہوگیا ہے۔ اس کی اکائی کولوم فی میٹر (Cm^{-1}) ہے۔ infinitesimal لمبائی dl میں موجود برقی بار $dq = \lambda dl$ ہے۔ اسے خاکہ A1.2 (a) میں بتایا گیا ہے۔



خاکہ A1.2 باروں کی خطی، سطحی اور حجمی تقسیم

کل برقی بار Q کے خط کی وجہ سے بننے والا برقی میدان یوں پیش کیا جاتا ہے۔

$$\vec{E}=\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int\frac{\lambda dl}{r^2}\hat{r}=\frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0}\int\frac{dl}{r^2}\hat{r}$$

(b) اگر برقی بار Q، A رقبہ والی سطح پر یکساں تقسیم ہوتا ہے تو باروں کی سطحی کثافت (بار فی اکائی رقبہ) $\sigma=\frac{Q}{A}$ ہوگی $(C\,m^{-2})$۔

اس کی اکائی سطحی کثافت کولوم فی مربع میٹر (m^{-2}) ہے۔ infinitesimal رقبہ dA میں موجود برقی بار $dq=\sigma\,dA$ ہے۔ اسے خاکہ A1.2 (b) میں بتایا گیا ہے۔

کل برقی بار Q کے رقبہ سے بننے ولا برقی میدان یوں پیش کیا جاتا ہے ۔

$$\vec{E}=\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int\frac{\sigma dA}{r^2}\hat{r}=\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\sigma\int\frac{dA}{r^2}\hat{r}$$

اپنے خاکہ A1.2 (b) میں بتایا گیا ہے۔

(c) اگر برقی بار Q ایک V حجم میں یکساں تقسیم ہوتا ہے تو پھر باروں کی حجمی کثافت (بار فی اکائی حجم) $\rho=\frac{Q}{V}$ ہوگی ۔

اس کی اکائی کولوم فی مکعب میٹر (Cm^{-3}) ہے۔

infinitesimal حجمی حصہ dV میں موجود بار $dq=\rho dV$ ہے۔ اسے خاکہ A1.2 (c) میں بتایا گیا ہے۔

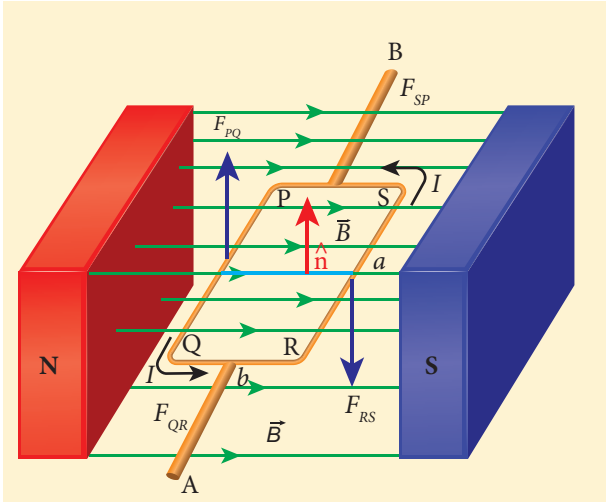
کل برقی بار Q کے حجم سے بننے والا برقی میدان یہ ہوگا۔

$$\vec{E}=\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int\frac{\rho dV}{r^2}\hat{r}=\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\rho\int\frac{dV}{r^2}\hat{r}.$$

A3.1 ایک یکساں مقناطیسی میدان میں رکھے گئے برقی دور کے ایک لوپ پر قوت گدشہ (torque) کے لئے مساوات:

EXPRESSION FOR TORQUE ON A CURRENT LOOP PLACED IN A UNIFORM MAGNETIC FIELD

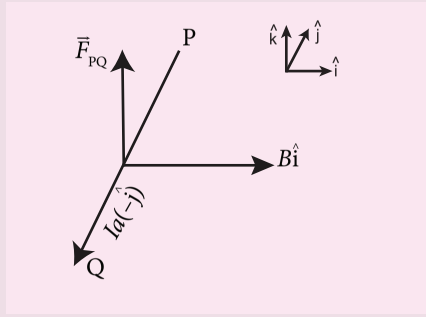
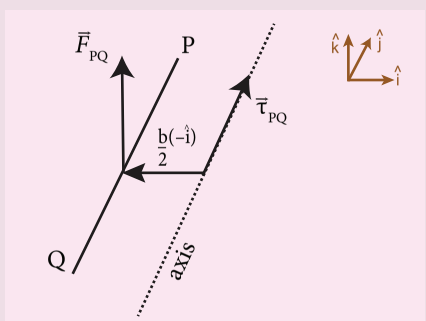
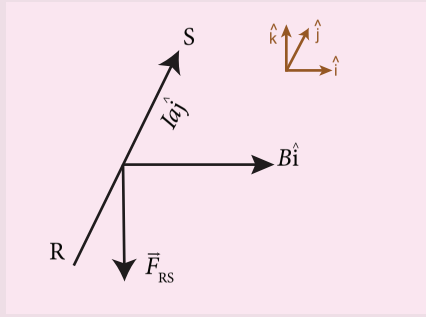
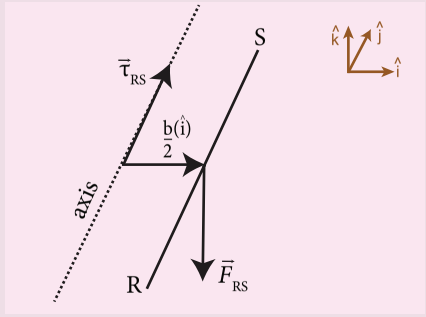
ایک واحد مستطیلی لوپ PQRS (یعنی اس میں ایک ہی چکر موجود ہو) تصور کریں جو ایک یکساں مقناطیسی میدان $\vec{B}$ میں رکھا گیا ہو۔ فرض کریں کہ مستطیلی لوپ کی لمبائی اور چوڑائی بالترتیب a اور b ہے۔ فرض کریں کہ $\hat{n}$ برقی رو کے لوپ کی سطح کے عمودی اکائی سمتیہ ہے جو لوپ کی ترتیب کی مکمل وضاحت کرتا ہو۔ مقناطیسی میدان $\vec{B}$ کی سمت، خاکہ A3.1 میں بتائی گئی ہے۔



خاکہ A3.1 ایک مقناطیسی میدان میں رکھا گیا مستطیلی لچھا

جب ایک مستقل برقی رو I، لوپ PQRS کے ذریعہ گذرتی ہے تو لوپ پر عمل پیرا ہونے والی کل قوت صفر ہوتی ہے مگر کل قوت گدشہ صفر نہیں ہوتی۔ محاسبہ کے لئے ہم مستطیلی لچھے کو RS، PQ، QR اور SP نامی چار حصوں میں تقسیم کرسکتے ہیں۔ آئیے اب ہم یہ جاننے کی کوشش کریں کہ جب

جدول A3.1 اکائی عمودی سمتیہ (Unit Normal Vector) مقناطیسی میدان کے عمود میں ہے۔

حصہ	قوت		قوت گردشہ Torque	
	$\vec{F} = I\vec{l} \times \vec{B}$	وضاحتی خاکہ	$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$	وضاحتی خاکہ
PQ	$\vec{F}_{PQ} = I(-a\hat{j}) \times B\hat{i}$ $= -IaB(\hat{j} \times \hat{i})$ $= IaB\hat{k}$		$\vec{\tau}_{PQ} = \frac{b}{2}(-\hat{i}) \times \vec{F}_{PQ}$ $= \left(-\frac{b}{2}\right)(IaB)(\hat{i} \times \hat{k})$ $= \frac{b}{2} IaB\hat{j}$	
QR	$\vec{F}_{QR} = Ib\hat{i} \times B\hat{i} = \vec{0}$		$\vec{\tau}_{QR} = \frac{a}{2}(-\hat{j}) \times \vec{F}_{QR} = \vec{0}$	
RS	$\vec{F}_{RS} = (Ia\hat{j}) \times B\hat{i}$ $= IaB(\hat{j} \times \hat{i})$ $= -IaB\hat{k}$		$\vec{\tau}_{RS} = \frac{b}{2}\hat{i} \times \vec{F}_{RS}$ $= \frac{b}{2}\hat{i} \times (-IaB\hat{k})$ $= \left(-\frac{b}{2}\right) IaB(\hat{i} \times \hat{k})$ $= \frac{b}{2} IaB\hat{j}$	
SP	$\vec{F}_{SP} = Ib(-\hat{i}) \times B\hat{i} = \vec{0}$		$\vec{\tau}_{SP} = \frac{a}{2}\hat{j} \times \vec{F}_{SP} = \vec{0}$	

لوپ کی سطح مقناطیسی میدان $\vec{B}$ کی سمت کے متوازی ہو تو قوت گدشہ کا محاسبہ کس طرح کیا جاسکتا ہے، **یعنی** $\hat{n} \perp \vec{B}$

یعنی $\hat{n} \perp \vec{B}$ (اکائی عمودی سمتیہ مقناطیسی کے عمود میں ہے۔)

چونکہ ایک مقناطیسی میدان میں موجود برق بردار تار ایک قوت سے دوچار ہوتی ہے ۔ ہم لوپ کے ہر حصے سے محسوس کی جانے و الی قوت کی اور اس کے مرکز کے ذریعہ گذرنے والی محور کے آر پار کی قوت گدشہ کی جدول بندی کرسکتے ہیں۔ (ملاحظہ ہو جدول (A3.1))

کل قوت $\therefore \ \vec{F}_{net} = \vec{F}_{PQ} + \vec{F}_{QR} + \vec{F}_{RS} + \vec{F}_{SP} = \vec{0}$

اور کل قوت گدشہ

$$\vec{\tau}_{net} = \vec{\tau}_{PQ} + \vec{\tau}_{QR} + \vec{\tau}_{RS} + \vec{\tau}_{SP} = IabB\hat{j}$$

اسی لئے مستطیلی لوپ پر کل قوت صفر ہے، مگر کل قوت گدشہ صفر نہیں ہے۔ فرض کریں کہ لوپ کا رقبہ (A = ab) ہے۔

تو پھر $\vec{\tau}_{net} = ABI\hat{j}$

اگر مستطیلی لوپ کے چکروں کی تعداد N ہو تو پھر

$$\vec{\tau}_{net} = NABI\hat{j}$$

اس قوت گدشہ کی مدد سے لوپ گردش کرنا شروع کرتا ہے (یہاں ساعتی) اور لہذا اب مقناطیسی میدان $\vec{B}$ لوپ کی سطح کے متوازی نہیں رہے گا، چنانچہ اوپر کی مساوات ایک خصوصی معاملہ ہے۔

نوٹ:

جب لوپ کی سطح کو مقناطیسی میدان کی سمت کے مطابق بنادیاجاتا ہے (یعنی $\hat{n} \not\perp \vec{B}$) تو پھر قوت گدشہ $\vec{\tau}_{net} = NABI\sin\theta\hat{j}$ ہوگی۔ مقناطیسی قطبین حرکت کی لحاظ سے $\vec{\tau}_{net} = \vec{p}_m \times \vec{B}$

خصوصی معاملات:

(i) $\theta = 90^\circ$، سب سے زیادہ $\vec{\tau}_{net} = NABI\hat{j}$
$\vec{p}_m$ اور $\vec{B}$ ایک دوسرے کے عمودی ہوتے ہیں۔

(ii) $\theta = 0^\circ$، $\vec{\tau}_{net} = \vec{0}$
$\vec{p}_m$ اور $\vec{B}$ متوازی ہوتے ہیں۔

(iii) $\theta = 180^\circ$، $\vec{\tau}_{net} = \vec{0}$
$\vec{p}_m$ اور $\vec{B}$ مخالف اور متوازی ہوتے ہیں۔

مثال A3.1.

ثابت کریں کہ جب ایک بار مقناطیس کو ایک یکساں مقناطیسی میدان میں رکھا جاتا ہے تو اس کا اہتزازی وقفہ فی سکنڈ $T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{p_m B}}$ ہے جہاں I بار مقناطیس کے جمود کی حرکت p_m مقناطیسی حرکت اور B مقناطیسی میدان کو ظاہر کرتا ہے۔

حل:

بار مقناطیس پر عمل پیرا ہونے والی انحرافی قوت گدشہ (قوت گدشہ جو شئے کو گردش کراتی ہے) جو بار مقناطیس کو یکساں مقناطیسی میدان $\vec{B}$ کی سمت میں رکھنے کی کوشش کرتی ہے اس کی قدر یہ ہے۔

$$|\vec{\tau}| = p_m B\sin\theta$$

بار مقناطیسی پر دوبارہ بحال ہونے والی قوت گدشہ (restoring torque) کی قدر یوں پیش کی جاسکتی ہے۔

$$|\vec{\tau}| = I\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

توازنی حالات کے تحت، انحرافی قوت گدشہ اور دوبارہ بحال ہونے والی قوت گدشہ دونوں کی قدر یکساں ہونی چاہئے جب کہ ان کی سمتیں مختلف ہوتی ہوں۔ اس کا مطلب

$$I\frac{d^2\theta}{dt^2} = -p_m B\sin\theta$$

منفی علامت یہ ظاہر کرتی ہے کہ دونوں ایک دوسرے کی مخالف سمت میں ہیں۔ اوپر کی مساوات اس طرح بھی لکھی جاسکتی ہے۔

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{p_m B}{I}\sin\theta$$

یہ غیر خطی (non-linear)، دوسرے درجہ کی (Second order) homogenerous differential مساوات ہے۔ اس کو خطی بنانے کے لئے ہم چھوٹے زاویے کے اندازے (small Angle approximation) کا استعمال کرتے ہیں۔ جیسے ہم نے گیارھویں جماعت کے دوسرے والیوم میں کیا (ملاحظہ وہ اکائی ۔ 10 اہتزازات۔ حوالے کا حصہ 10.4.4) یعنی $\sin\theta \approx \theta$ ہم حاصل کرتے ہیں۔

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{p_m B}{I}\theta$$

یہ خطی دوسرے درجہ ہو کی ہم جنس تفریقی مساوات، ایک سادہ ہم آہنگی حرکت (Simple harmonic Motion) SHM کی تفریقی مساوات ہے۔

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x$$

جہاں ω اہتزاز کی زاویائی تعدد ہے۔ چنانچہ

$$\omega^2 = \frac{p_m B}{I} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{p_m B}{I}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{p_m B}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{p_m B_H}} \quad \text{فی سکنڈ}$$

جہاں B_H زمینی مقناطیسی میدان کا افقی جزو ہے۔

نوٹ

(1) برقی دور میں موجود برقی رو کو $I = K\tan\theta$ سے معلوم کیا جاسکتا ہے جس میں K مماسی گیلوانومیٹر کا خارجی عوامل (Reduction Factor) کہلاتا ہے، جس میں

$$K = \frac{2RB_H}{\mu_\circ N}$$

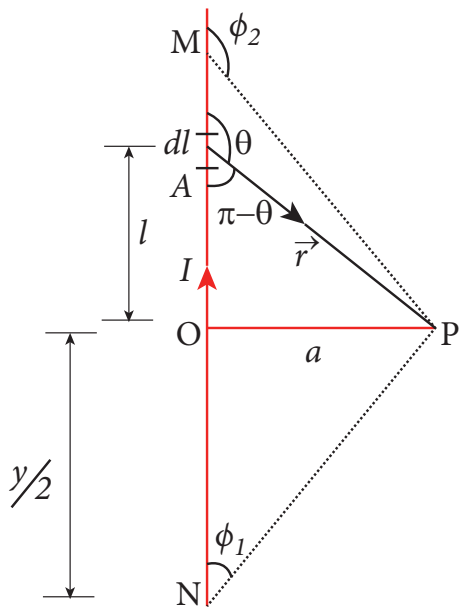
(2) حساسیت ایک اکائی برقی رو سے پیدا ہونے والی انحرافی تبدیلی کی پیمائش کرتی ہے، جو حسابی طور پر یہ ہے۔

$$\frac{d\theta}{dI} = \frac{1}{K\left(1+\frac{I^2}{K^2}\right)}$$

(3) ایک مماسی گیلوانومیٹر 45° کے انحراف پر بہت زیادہ حساس ہوتا ہے۔ عام طور پر انحراف کو 30° اور 60° کے درمیان لیا جاتا ہے۔

مثال A3.2

ایک P نقطہ پر کا مقناطیسی میدان معلوم کریں جو برق بردار سیدھی تار کو عمودی طور پر قطاع کرتا ہو، جیسا کہ خاکہ میں بتایا گیا ہے۔



حل:

فرض کریں کہ لمبائی MN = y ہو اور نقطہ P اس کے عمودی قطاع خط پر ہو، فرض کریں کہ 'O' موصل پر کا ایک نقطہ ہے، جیسا کہ خاکہ میں بتایا گیا ہے، چنانچہ $OM = ON = \frac{y}{2}$ ہے تو پھر

$$\cos\varphi_1 = \frac{\text{متصل کی لمبائی}}{\text{وتر کی لمبائی}} = \frac{ON}{PN}$$

$$\frac{\frac{y}{2}}{\sqrt{\frac{y^2}{4}+a^2}} = \frac{y}{\sqrt{y^2+4a^2}}$$

$$\cos(\pi-\varphi_2) = \frac{\text{متصل کی لمبائی}}{\text{وتر کی لمبائی}} = \frac{OM}{PM}$$

$$\cos\varphi_2 = -\frac{OM}{PM}$$

اس مساوات کو استعمال کرتے ہوئے، ہم حاصل کرتے ہیں۔

$$\vec{B} = \frac{\mu_\circ I}{4\pi a}(\cos\varphi_1 - \cos\varphi_2)\hat{n}$$

ہمیں حاصل ہو گا، $\vec{B} = \frac{\mu_\circ I}{4\pi a}\frac{2y}{\sqrt{y^2+4a^2}}\hat{n}$

ایک لمبی سیدھی تار کے لئے $y \to \infty$

$$\vec{B} = \frac{\mu_\circ I}{2\pi a}\hat{n}$$

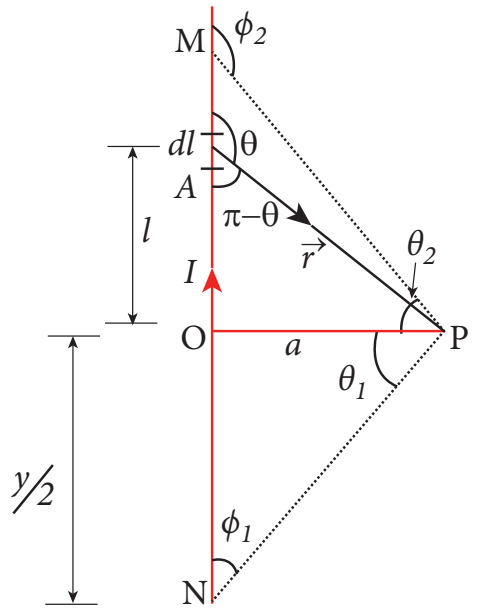
حاصل کردہ نتیجہ وہی ہے جو ہم نے مساوات (3.39) میں حاصل کیا۔

مثال A3.3

ثابت کریں کہ ایک سیدھے موصل کے لئے مقناطیسی میدان یہ ہے۔

$$\vec{B} = \frac{\mu_\circ I}{4\pi a}(\cos\varphi_1 - \cos\varphi_2)\hat{n}$$

$$= \frac{\mu_\circ I}{4\pi a}(\sin\theta_1 + \sin\theta_2)\hat{n}$$



حل

ایک مثلث زاویہ قائمہ OPN میں، فرض کریں۔

$\angle OPN = \theta_1$ ہے جو یہ ظاہر کرتا ہے کہ $\varphi_1 = \frac{\pi}{2} - \theta_1$ اور ایک مثلث زاویہ قائمہ OPM میں بھی $\angle OPM = \theta_2$ ہے جو یہ ظاہر کرتا ہے کہ $\varphi_2 = \frac{\pi}{2} + \theta_2$ ہے۔

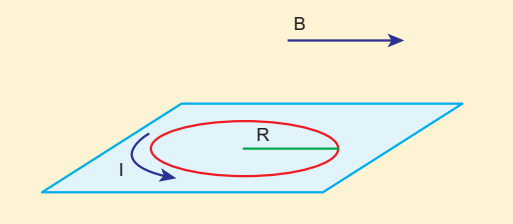
لہذا

$$\vec{B} = \frac{\mu_\circ I}{4\pi a}\left(\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta_1\right) - \cos\left(\frac{\pi}{2}+\theta_2\right)\right)\hat{n}$$

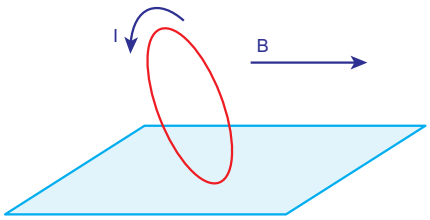
$$= \frac{\mu_\circ I}{4\pi a}(\sin\theta_1 + \sin\theta_2)\hat{n}$$

مثال A3.4

تصور کریں کہ R نصف قطر اور m کمیت والی دائری تار کا ایک لوپ ہے۔ فرض کرو کہ اس لوپ کے ذریعہ بہنے والی برقی رو I ہے اور اس کے افقی طور پر عمل پیرا ہونے والا مقناطیسی میدان $\vec{B}$ ہے جیسا کہ خاکہ میں بتایا گیا ہے۔ دائری لوپ کا ایک کنارا سطح کے اوپر ہی رکے رہنے کے لئے درکار برقی رو کا اندازہ لگائیے۔



حل



جب لوپ کے ذریعہ برقی رو بہتی ہے تو، قوت گدشہ (Torque) پیدا ہوتی ہے۔ اگر لوپ پر عمل پیرا ہونے والی قوت گدشہ بڑھتی ہے تو لوپ گردش کرنے لگتا ہے۔ بھیجی جانے والی برقی رو کی وجہ سے پیدا ہونے والی مقناطیسی قوت گدشہ کی مقدار کشش کے قوت گدشہ کے اگر صرف اور صرف مساوی ہوجائے تو لوپ اپنے آپ کو اٹھائے رکھے گا۔

$$\tau_{\text{مقناطیسی}} = \tau_{\text{کشش}}$$
$$IAB = mgR$$

مگر $p_m = IA = I(\pi R^2)$

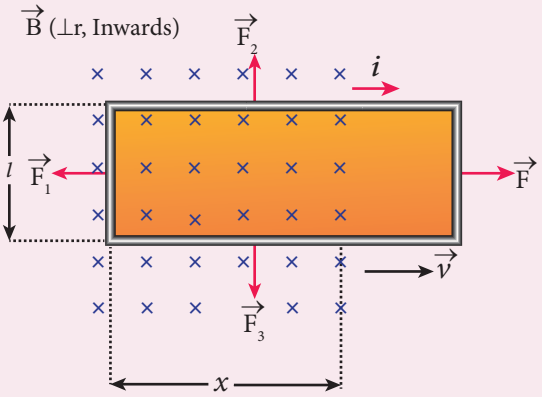
$$\pi IR^2 B = mgR$$
$$\Rightarrow I = \frac{mg}{\pi RB}$$

اس مساوات کی مدد سے برقی رو کی جو مقدار کا اندازہ لگایا گیا ہے اس مقدار کی برقی رو کے بھیجے خانے پر لوپ کا ایک کنارا سطح سے اوپر اٹھا رہے گا۔

A4.1 فیراڈے کے کلیے سے حرکی محرکہ برق

MOTIONAL EMF FROM FARADAY'S LAW

l چوڑائی والا ایک مستطیلی موصلی لوپ کا تصور کریں جو ایک یکساں مقناطیسی میدان $\vec{B}$ میں رکھا گیا ہو، اور میدان کا رُخ لوپ کی سطح کے عمودی ہو اور اندرونی جانب ہو۔ لوپ کا ایک حصہ مقناطیسی میدان کے اندر ہو، جب کہ بقیہ حصہ میدان کے ماہر ہو، جیسا کہ خاکہ A 4.1 میں بتایا گیا ہے۔



خاکہ A4.1 فیراڈے سے حرکی محرکہ برق

جب لوپ کو ایک متعین سمتی رفتار $\vec{v}$ کے ساتھ داہنی طرف کھینچا جاتا ہے تو لوپ کا وہ رقبہ جو مقناطیسی میدان کے اندر ہوتا ہے گھٹنے لگتا ہے۔ اس لئے لوپ سے منسلک مقاطیسی بہاؤ بھی کم ہونے لگے گا۔ فیراڈے کے کلیے کے تحت لوپ جیسے ایک برقی رو کی امالیت ہوتی ہے جو لوپ کے کھینچے جانے کی مخالفت کرنے والی رخ میں بہتی ہے۔

فرض کریں کہ لوپ کی لمبائی x ہو، جو اب بھی مقناطیسی میدان کے اندر ہی ہے تو پھر اس کا رقبہ lx ہوگا۔ لوپ سے منسلک مقناطیسی بہاؤ

$$\Phi_B = \int_A \vec{B}\cdot d\vec{A} = BA\cos\theta = BA$$

یہاں $\theta = 0^\circ$ اور $\cos 0^\circ = 1$

$$\Phi_B = Blx \qquad \text{(A4.1)}$$

چونکہ لوپ کی حرکت کی وجہ سے یہ مقناطیسی بہاؤ کم ہوتا ہے، امالی محرکہ برق کی قدر یوں پیش کی جاتی ہے۔

$$\varepsilon = \frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{d}{dt}(Blx)$$

یہاں B اور l دونوں مستقلہ ہیں۔ چنانچہ

$$\varepsilon = Bl\frac{dx}{dt} = Blv \qquad \text{(A4.2)}$$

جہاں $v = \frac{dx}{dt}$ لوپ کی سمتی رفتار ہے۔ چونکہ یہ محرکہ برق لوپ کے مقناطیسی میدان میں حرکت کرنے کی وجہ سے پیدا ہوتی ہے۔ یہ حرکی محرکہ برق کہلاتی ہے۔

Lenz کے کلیے کی مدد سے یہ دیکھا گیا کہ امالی برقی رو ساعتی سمت میں بہنے لگتی ہے۔ اگر لوپ کی مزاحمت R ہے تو پھر امالی برقی رو یہ ہوگی۔

$$i = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{Blv}{R} \qquad \text{(A4.3)}$$

A4.2 LC اہتزازات اور سادہ ہم آہنگی اہتزازات کے درمیان مماثلت

ANALOGIES BETWEEN LC OSCILLATIONS AND SIMPLE HARMONIC OSCILLATIONS

مقداری برتاؤ :

کمانی-کمیت کے نظام کے میکانیکی توانائی یوں پیش کی جاتی ہے۔

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 \qquad \text{(A4.4)}$$

x اور v کی متغیر قیمتوں کے لئے توانائی E مستقل طور پر برقرار رہتی ہے۔ E کو وقت کے لحاظ سے تفریق (differentiate) کرنے پر

$$\frac{dE}{dt} = \frac{1}{2}m\left(2v\frac{dv}{dt}\right) + \frac{1}{2}k\left(2x\frac{dx}{dt}\right) = 0$$

$$\text{یا} \quad m\frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0 \qquad \text{(A4.5)}$$

$$\text{چونکہ} \quad \frac{dx}{dt} = v \quad \text{اور} \quad \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$$

یہ کمانی - کمیت کے نظام کے اہتزازات کی تفریقی مساوات ہے۔ مساوات (4.68) کا عمودی حل، اس قسم کا ہوتا ہے۔

$$x(t) = X_m \cos(\omega t + \phi) \qquad \text{(A4.6)}$$

جہاں X_m ، X(t) کی بلند ترین قیمت ہے۔ ω زاویائی تعدد ہے اور ϕ ہیئتی مستقلہ ہے۔

اسی طرح، LC نظام کی برق مقناطیسی توانائی یوں پیش ہوتی ہے۔

$$U = \frac{1}{2}Li^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{C}\right)q^2 = \text{مستقل} \qquad \text{(A4.7)}$$

U کو وقت کے لحاظ سے تفریق کرنے پر

$$\frac{dU}{dt} = \frac{1}{2}L\left(2i\frac{di}{dt}\right) + \frac{1}{2C}\left(2q\frac{dq}{dt}\right) = 0$$

$$\text{یا} \quad L\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{C}q = 0 \qquad \text{(A4.8)}$$

$$\text{چونکہ} \quad i = \frac{dq}{dt} \quad \text{اور} \quad \frac{di}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2}$$

مساوات A4.8 کا عمومی حل اس قسم کا ہوتا ہے۔

$$q(t) = Q_m \cos(\omega t + \phi) \qquad \text{(A4.9)}$$

جہاں Q_m ، Q(t) کی بلند ترین قیمت ہے ، ω زاویہ تعدد ہے اور ϕ ہیئتی مستقلہ ہے۔

A5.1 برق مقناطیسی موجوں کی خصوصیات

PROPERTIES OF ELECTROMAGNETIC WAVES

- آزاد خلاء یا خلاء میں آگے بڑھنے والی ایک برق مقناطیسی موج سے منسلک توانائی کی کثافت (توانائی فی اکائی حجم) یہ ہے۔

$$u = \frac{1}{2}\varepsilon_\circ E^2 + \frac{1}{2\mu_\circ}B^2$$

- جہاں $\frac{1}{2}\varepsilon_{\circ}E^2 = u_E$ ایک برقی میدان میں موجود توانائی کی کثافت ہے اور $\frac{1}{2\mu_0}B^2 = u_B$ ایک مقناطیسی میدان میں موجود توانائی کی کثافت ہے۔

  چونکہ $E = Bc \Rightarrow u_B = u_E$ ہے۔
- ایک برق مقناطیسی موج کی توانائی کی کثافت یہ ہے۔

$$u = \varepsilon_0 E^2 = \frac{1}{\mu_0}B^2$$

- برق مقناطیسی موج کے لئے توانائی کی کثافت کی اوسط

$$\langle u \rangle = \frac{1}{2}\varepsilon_{\circ}E^2 = \frac{1}{2}\frac{1}{\mu_{\circ}}B^2.$$

- برق مقناطیسی موج کے آگے بڑھنے کی سمت کے عمود میں فی اکائی رقبہ اور فی اکائی وقت پر بہنے والی توانائی شدت (intensity) کہلاتی ہے۔

$$\text{شدت} = \frac{\text{توانائی}}{\text{رفتار}} = \frac{U}{c} \quad \text{یا}$$

$$I = \frac{\text{کل برق مقناطیسی توانائی (U)}}{\text{وقت (t)} \times \text{سطحی رقبہ (A)}}$$

$$= \frac{\text{طاقت (P)}}{\text{سطحی رقبہ (A)}}$$

نوٹ

ایک نقطوی ذریعہ (Point Source) کے لئے

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} \Rightarrow I \propto \frac{1}{r^2}$$

خطی ذریعہ کے لئے $I \propto \frac{1}{r}$

ایک سطحی ذریعہ کے لئے I، r پر منحصر نہیں ہوتا۔

- دوسری موجوں کی طرح، برق مقناطیسی موجوں میں بھی توانائی اور معیار حرکت پائی جاتی ہے۔ U توانائی اور C رفتار کے ساتھ آگے بڑھنے والی برق مقناطیسی موج کی خطی معیار حرکت اس طرح دی جاتی ہے۔

$$p = \frac{\text{توانائی}}{\text{رفتار}} = \frac{U}{c}$$

ایک سطح کے اکائی رقبہ پر ایک برق مقناطیسی موج سے دی جانے والی قوت، radiation Pressure کہلاتی ہے۔

- اگر ایک مادی سطح پر وقوع پانے والی برق مقناطیسی موج مکمل طور پر جذب ہوجاتی ہے تو پہنچائی گئی توانائی U ہے اور سطح پر بھیجی گئی معیار حرکت $p = \frac{U}{c}$ ہے۔
- اگر U توانائی کی ایک وقوع شدہ برق مقناطیسی موج سطح سے مکمل طور پر منعکس ہوتی ہے تو سطح پر بھیجی گئی معیار حرکت یہ ہے۔

$$\Delta p = \frac{U}{c} - \left(-\frac{U}{c}\right) = 2\frac{U}{c}.$$

- ایک اکائی رقبہ کو پار کرنے والی توانائی کے بہاؤ کی شرح، برق مقناطیسی موجوں کے لئے Poynting vector کہلاتی ہے جو $\vec{S} = \frac{1}{\mu_{\circ}}\left(\vec{E} \times \vec{B}\right) = c^2\varepsilon_{\circ}\left(\vec{E} \times \vec{B}\right)$ ہے۔

Poynting سمتیہ کی اکائی $W\,m^{-2}$ ہے۔ کسی نقطہ پر موجود Poynting سمتیہ اس نقطہ سے منتقل ہونے والی توانائی کی سمت کو ظاہر کرتی ہے۔

GLOSSARY اصطلاحات (لغت)

1.	Absorption spectra	-	انجذابی طیف
2.	Armature	-	مقنازرہ
3.	Axial symmetry	-	محوری ہم آہنگی
4.	Average current	-	اوسط برقی رو
5.	Blackbody radiation	-	سیاہ جسم کی اشعاعیت
6.	Charge	-	برقی بار
7.	Continuous charge distribution	-	برقی بار کی لگاتار تقسیم
8.	Conventional current	-	روایتی برقی رو
9.	Conservation of charges	-	برقی باروں کی بقا
10.	Capacitor	-	برقی ذخیرہ گر (یا) برقی مکثفہ
11.	Corona discharge	-	کرونا غیر بار برداری
12.	Capacitance	-	برقی گنجائش
13.	Coercivity	-	مقناطیسی سختی
14.	Current density	-	برقی کثافت
15.	Conductivity	-	موصلیت
16.	Configuration	-	تشکیل
17.	Conduction current	-	موصلی برقی رو
18.	Carbon Resistor	-	کاربن کا مزاحم
19.	Current sensitivity	-	برقی حساسیت
20.	Dielectrics	-	دوہری برقیت
21.	Displacement current	-	ہٹاؤ والی برقی رو
22.	Declination angle	-	زوالی زاویہ
23.	Dielectric strength	-	دوہری برقی قوت
24.	Drift velocity	-	کھونے والی رفتار
25.	Dielectric constant	-	دوہری برقی مستقلہ
26.	Eddy current	-	گردابی برقی رو
27.	Electromagnetic damping	-	برق مقناطیسی تقصیر
28.	Electronic devices	-	برقیاتی آلے
29.	Electrostatics	-	برق سکونیت
30.	Electric charge	-	برقی بار
31.	Electric field	-	برقی میدان
32.	Electric dipole	-	برقی قطبین
33.	Equivalent capacitance	-	متوازن برقی گنجائش
34.	Electrostatic induction	-	برق سکونی امالیت

35.	Electrostatic potential energy	-	برق سکونی توانائی بالقواہ
36.	Electric flux	-	برقی بہاؤ
37.	Equi-potential surface	-	مساوی قواہی سطح
38.	Electrostatic equilibrium	-	برق سکونی توازن
39.	Electrostatic shielding	-	برق سکونی ڈھال
40.	Energy density	-	توانائی کی کثافت
41.	Electrostatic potential	-	برق سکونی قواہ
42.	Electric battery	-	برقی بیٹری
43.	Emission spectra	-	اخراجی طیف
44.	Equivalent Resistance	-	مساوی / متوازن مزاحمت
45.	Flux leakage	-	بہاؤ کا رساؤ
46.	Figure of merit of a galvanometer	-	ایک گیلوانومیٹر کا شمار
47.	Finite value	-	متعین قیمت
48.	Free electrons	-	آزاد الکٹران
49.	Horizontal component of the Earth's magnetic field	-	زمینی مقناطیسی میدان کا افقی جزو
50.	Hysteresis	-	مقناطیسی لگاؤ
51.	Helical path	-	پیچ دار راستہ
52.	superposition principle	-	انطباق کا اصول
53.	Insulators	-	حاجز
54.	Inverter	-	انورٹر (الٹنے والا آلہ)
55.	Inductance	-	امالیت
56.	Inductor	-	امالہ گر
57.	Inclination angle	-	زوالی زاویہ
58.	Intensity of magnetization	-	مقنائے جانے کی شدت
59.	Impedance	-	مقاومت
60.	Linear charge density	-	باروں کی خطی کثافت
61.	Lighthing bolt	-	آسمانی بجلی
62.	Laminated Core	-	مجوز شدہ قشرہ
63.	Lightning conductor	-	بجلی کا موصل
64.	Mutual-induction	-	باہمی امالیت
65.	Metallic conductor	-	دھاتی موصل
66.	Moving Coil galvanometer	-	حرکت پذیر لچھے والا گیلوانومیٹر
67.	Magnetic meridian	-	مقناطیسی نصف النہار
68.	Magnetic domain	-	مقناطیسی علاقہ / خطہ
69.	Magnetic induction	-	مقناطیسی امالیت
70.	Magnetising field	-	مقنانے والا میدان
71.	Magnetic Flux	-	مقناطیسی بہاؤ
72.	Magnetic susceptibility	-	مقناطیسی اثر پذیری
73.	Magnetic permeability	-	مقناطیسی انجذابیت

74.	Magnetic flux	-	مقناطیسی بہاؤ
75.	Magnetic dipole moment	-	مقناطیسی قطبین حرکت
76.	Magnetic declination	-	مقناطیسی میلان، نشیب
77.	Magnetic dip or inclination	-	مقناطیسی زوال
78.	Non ohmic conductor	-	غیر اومی موصل
79.	Propagation vector	-	انتشاری سمتیہ
80.	Phasor	-	ہئیتی سمتیہ
81.	Power factor	-	برقی طاقت کا عامل
82.	Potential difference	-	تفاوت بالقواہ
83.	Permittivity	-	نفوذپذیری
84.	Quantization	-	کوانٹم سازی
85.	Resonance	-	برقی گونج
86.	Rotor	-	گھمانے والا آلہ
87.	Relative permeability	-	نسبتی انجذابیت
88.	Resistors in series	-	سلسلہ وار مزاحم
89.	Retentivity	-	مقناطیسی قوت حافظہ
90.	Surface charge density	-	باروں کی سطحی کثافت
91.	Slip rings	-	پھسلوان حلقے
92.	Series and parallel	-	سلسلہ وار اور متوازی
93.	Self-induction	-	خود امالیت
94.	Successive collisions	-	متواتر دھکے یا ٹکراؤ
95.	Stator	-	ساکن گر یا روکا ہوا آلہ
96.	Superconductors	-	اعلیٰ موصلیں
97.	Semiconductor	-	نیم موصلیں
98.	Solar spectrum	-	شمسی طیف
99.	Shunt resistance	-	درمیانی مزاحم
100.	Solenoid	-	پیچواں
101.	Temperature coefficient of Resistivity	-	مزاحمیت کے تپش کا تعاونی عدد
102.	Toroid	-	دائری پیچواں ٹورائیڈ
103.	Torsional constant	-	مرغولہ کی مستقلہ
104.	Transverse wave	-	عرضی موج
105.	Torsion balance	-	مرغولہ کا توازن
106.	Transformer	-	مبدل
107.	Thermistor	-	حر مزاحم / تھرمسٹر
108.	Voltage sensitivity	-	وولٹیج کی حساسیت
109.	Volume element	-	حجمی عنصر
110.	Wave diagram	-	موجی نقشہ
111.	Wattful current	-	واٹ دار برقی رو
112.	Wattless current	-	بے واٹ برقی رو
113.	Winding	-	لپیٹیں

LOGARITHM TABLE

											Mean Difference								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374	4	8	12	17	21	25	29	33	37
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755	4	8	11	15	19	23	26	30	34
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106	3	7	10	14	17	21	24	28	31
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430	3	6	10	13	16	19	23	26	29
14	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732	3	6	9	12	15	18	21	24	27
15	1761	1790	1818	1847	1875	1903	1931	1959	1987	2014	3	6	8	11	14	17	20	22	25
16	2041	2068	2095	2122	2148	2175	2201	2227	2253	2279	3	5	8	11	13	16	18	21	24
17	2304	2330	2355	2380	2405	2430	2455	2480	2504	2529	2	5	7	10	12	15	17	20	22
18	2553	2577	2601	2625	2648	2672	2695	2718	2742	2765	2	5	7	9	12	14	16	19	21
19	2788	2810	2833	2856	2878	2900	2923	2945	2967	2989	2	4	7	9	11	13	16	18	20
20	3010	3032	3054	3075	3096	3118	3139	3160	3181	3201	2	4	6	8	11	13	15	17	19
21	3222	3243	3263	3284	3304	3324	3345	3365	3385	3404	2	4	6	8	10	12	14	16	18
22	3424	3444	3464	3483	3502	3522	3541	3560	3579	3598	2	4	6	8	10	12	14	15	17
23	3617	3636	3655	3674	3692	3711	3729	3747	3766	3784	2	4	6	7	9	11	13	15	17
24	3802	3820	3838	3856	3874	3892	3909	3927	3945	3962	2	4	5	7	9	11	12	14	16
25	3979	3997	4014	4031	4048	4065	4082	4099	4116	4133	2	3	5	7	9	10	12	14	15
26	4150	4166	4183	4200	4216	4232	4249	4265	4281	4298	2	3	5	7	8	10	11	13	15
27	4314	4330	4346	4362	4378	4393	4409	4425	4440	4456	2	3	5	6	8	9	11	13	14
28	4472	4487	4502	4518	4533	4548	4564	4579	4594	4609	2	3	5	6	8	9	11	12	14
29	4624	4639	4654	4669	4683	4698	4713	4728	4742	4757	1	3	4	6	7	9	10	12	13
30	4771	4786	4800	4814	4829	4843	4857	4871	4886	4900	1	3	4	6	7	9	10	11	13
31	4914	4928	4942	4955	4969	4983	4997	5011	5024	5038	1	3	4	6	7	8	10	11	12
32	5051	5065	5079	5092	5105	5119	5132	5145	5159	5172	1	3	4	5	7	8	9	11	12
33	5185	5198	5211	5224	5237	5250	5263	5276	5289	5302	1	3	4	5	6	8	9	10	12
34	5315	5328	5340	5353	5366	5378	5391	5403	5416	5428	1	3	4	5	6	8	9	10	11
35	5441	5453	5465	5478	5490	5502	5514	5527	5539	5551	1	2	4	5	6	7	9	10	11
36	5563	5575	5587	5599	5611	5623	5635	5647	5658	5670	1	2	4	5	6	7	8	10	11
37	5682	5694	5705	5717	5729	5740	5752	5763	5775	5786	1	2	3	5	6	7	8	9	10
38	5798	5809	5821	5832	5843	5855	5866	5877	5888	5899	1	2	3	5	6	7	8	9	10
39	5911	5922	5933	5944	5955	5966	5977	5988	5999	6010	1	2	3	4	5	7	8	9	10
40	6021	6031	6042	6053	6064	6075	6085	6096	6107	6117	1	2	3	4	5	6	8	9	10
41	6128	6138	6149	6160	6170	6180	6191	6201	6212	6222	1	2	3	4	5	6	7	8	9
42	6232	6243	6253	6263	6274	6284	6294	6304	6314	6325	1	2	3	4	5	6	7	8	9
43	6335	6345	6355	6365	6375	6385	6395	6405	6415	6425	1	2	3	4	5	6	7	8	9
44	6435	6444	6454	6464	6474	6484	6493	6503	6513	6522	1	2	3	4	5	6	7	8	9
45	6532	6542	6551	6561	6571	6580	6590	6599	6609	6618	1	2	3	4	5	6	7	8	9
46	6628	6637	6646	6656	6665	6675	6684	6693	6702	6712	1	2	3	4	5	6	7	7	8
47	6721	6730	6739	6749	6758	6767	6776	6785	6794	6803	1	2	3	4	5	5	6	7	8
48	6812	6821	6830	6839	6848	6857	6866	6875	6884	6893	1	2	3	4	4	5	6	7	8
49	6902	6911	6920	6928	6937	6946	6955	6964	6972	6981	1	2	3	4	4	5	6	7	8
50	6990	6998	7007	7016	7024	7033	7042	7050	7059	7067	1	2	3	3	4	5	6	7	8
51	7076	7084	7093	7101	7110	7118	7126	7135	7143	7152	1	2	3	3	4	5	6	7	8
52	7160	7168	7177	7185	7193	7202	7210	7218	7226	7235	1	2	2	3	4	5	6	7	7
53	7243	7251	7259	7267	7275	7284	7292	7300	7308	7316	1	2	2	3	4	5	6	6	7
54	7324	7332	7340	7348	7356	7364	7372	7380	7388	7396	1	2	2	3	4	5	6	6	7

LOGARITHM TABLE

											Mean Difference								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
55	7404	7412	7419	7427	7435	7443	7451	7459	7466	7474	1	2	2	3	4	5	5	6	7
56	7482	7490	7497	7505	7513	7520	7528	7536	7543	7551	1	2	2	3	4	5	5	6	7
57	7559	7566	7574	7582	7589	7597	7604	7612	7619	7627	1	2	2	3	4	5	5	6	7
58	7634	7642	7649	7657	7664	7672	7679	7686	7694	7701	1	1	2	3	4	4	5	6	7
59	7709	7716	7723	7731	7738	7745	7752	7760	7767	7774	1	1	2	3	4	4	5	6	7
60	7782	7789	7796	7803	7810	7818	7825	7832	7839	7846	1	1	2	3	4	4	5	6	6
61	7853	7860	7868	7875	7882	7889	7896	7903	7910	7917	1	1	2	3	4	4	5	6	6
62	7924	7931	7938	7945	7952	7959	7966	7973	7980	7987	1	1	2	3	3	4	5	6	6
63	7993	8000	8007	8014	8021	8028	8035	8041	8048	8055	1	1	2	3	3	4	5	5	6
64	8062	8069	8075	8082	8089	8096	8102	8109	8116	8122	1	1	2	3	3	4	5	5	6
65	8129	8136	8142	8149	8156	8162	8169	8176	8182	8189	1	1	2	3	3	4	5	5	6
66	8195	8202	8209	8215	8222	8228	8235	8241	8248	8254	1	1	2	3	3	4	5	5	6
67	8261	8267	8274	8280	8287	8293	8299	8306	8312	8319	1	1	2	3	3	4	5	5	6
68	8325	8331	8338	8344	8351	8357	8363	8370	8376	8382	1	1	2	3	3	4	4	5	6
69	8388	8395	8401	8407	8414	8420	8426	8432	8439	8445	1	1	2	2	3	4	4	5	6
70	8451	8457	8463	8470	8476	8482	8488	8494	8500	8506	1	1	2	2	3	4	4	5	6
71	8513	8519	8525	8531	8537	8543	8549	8555	8561	8567	1	1	2	2	3	4	4	5	5
72	8573	8579	8585	8591	8597	8603	8609	8615	8621	8627	1	1	2	2	3	4	4	5	5
73	8633	8639	8645	8651	8657	8663	8669	8675	8681	8686	1	1	2	2	3	4	4	5	5
74	8692	8698	8704	8710	8716	8722	8727	8733	8739	8745	1	1	2	2	3	4	4	5	5
75	8751	8756	8762	8768	8774	8779	8785	8791	8797	8802	1	1	2	2	3	3	4	5	5
76	8808	8814	8820	8825	8831	8837	8842	8848	8854	8859	1	1	2	2	3	3	4	5	5
77	8865	8871	8876	8882	8887	8893	8899	8904	8910	8915	1	1	2	2	3	3	4	4	5
78	8921	8927	8932	8938	8943	8949	8954	8960	8965	8971	1	1	2	2	3	3	4	4	5
79	8976	8982	8987	8993	8998	9004	9009	9015	9020	9025	1	1	2	2	3	3	4	4	5
80	9031	9036	9042	9047	9053	9058	9063	9069	9074	9079	1	1	2	2	3	3	4	4	5
81	9085	9090	9096	9101	9106	9112	9117	9122	9128	9133	1	1	2	2	3	3	4	4	5
82	9138	9143	9149	9154	9159	9165	9170	9175	9180	9186	1	1	2	2	3	3	4	4	5
83	9191	9196	9201	9206	9212	9217	9222	9227	9232	9238	1	1	2	2	3	3	4	4	5
84	9243	9248	9253	9258	9263	9269	9274	9279	9284	9289	1	1	2	2	3	3	4	4	5
85	9294	9299	9304	9309	9315	9320	9325	9330	9335	9340	1	1	2	2	3	3	4	4	5
86	9345	9350	9355	9360	9365	9370	9375	9380	9385	9390	1	1	2	2	3	3	4	4	5
87	9395	9400	9405	9410	9415	9420	9425	9430	9435	9440	0	1	1	2	2	3	3	4	4
88	9445	9450	9455	9460	9465	9469	9474	9479	9484	9489	0	1	1	2	2	3	3	4	4
89	9494	9499	9504	9509	9513	9518	9523	9528	9533	9538	0	1	1	2	2	3	3	4	4
90	9542	9547	9552	9557	9562	9566	9571	9576	9581	9586	0	1	1	2	2	3	3	4	4
91	9590	9595	9600	9605	9609	9614	9619	9624	9628	9633	0	1	1	2	2	3	3	4	4
92	9638	9643	9647	9652	9657	9661	9666	9671	9675	9680	0	1	1	2	2	3	3	4	4
93	9685	9689	9694	9699	9703	9708	9713	9717	9722	9727	0	1	1	2	2	3	3	4	4
94	9731	9736	9741	9745	9750	9754	9759	9763	9768	9773	0	1	1	2	2	3	3	4	4
95	9777	9782	9786	9791	9795	9800	9805	9809	9814	9818	0	1	1	2	2	3	3	4	4
96	9823	9827	9832	9836	9841	9845	9850	9854	9859	9863	0	1	1	2	2	3	3	4	4
97	9868	9872	9877	9881	9886	9890	9894	9899	9903	9908	0	1	1	2	2	3	3	4	4
98	9912	9917	9921	9926	9930	9934	9939	9943	9948	9952	0	1	1	2	2	3	3	4	4
99	9956	9961	9965	9969	9974	9978	9983	9987	9991	9996	0	1	1	2	2	3	3	3	4

ANTI LOGARITHM TABLE

											Mean Difference								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
.00	1000	1002	1005	1007	1009	1012	1014	1016	1019	1021	0	0	1	1	1	1	2	2	2
.01	1023	1026	1028	1030	1033	1035	1038	1040	1042	1045	0	0	1	1	1	1	2	2	2
.02	1047	1050	1052	1054	1057	1059	1062	1064	1067	1069	0	0	1	1	1	1	2	2	2
.03	1072	1074	1076	1079	1081	1084	1086	1089	1091	1094	0	0	1	1	1	1	2	2	2
.04	1096	1099	1102	1104	1107	1109	1112	1114	1117	1119	0	1	1	1	1	2	2	2	2
.05	1122	1125	1127	1130	1132	1135	1138	1140	1143	1146	0	1	1	1	1	2	2	2	2
.06	1148	1151	1153	1156	1159	1161	1164	1167	1169	1172	0	1	1	1	1	2	2	2	2
.07	1175	1178	1180	1183	1186	1189	1191	1194	1197	1199	0	1	1	1	1	2	2	2	2
.08	1202	1205	1208	1211	1213	1216	1219	1222	1225	1227	0	1	1	1	1	2	2	2	3
.09	1230	1233	1236	1239	1242	1245	1247	1250	1253	1256	0	1	1	1	1	2	2	2	3
.10	1259	1262	1265	1268	1271	1274	1276	1279	1282	1285	0	1	1	1	1	2	2	2	3
.11	1288	1291	1294	1297	1300	1303	1306	1309	1312	1315	0	1	1	1	2	2	2	2	3
.12	1318	1321	1324	1327	1330	1334	1337	1340	1343	1346	0	1	1	1	2	2	2	2	3
.13	1349	1352	1355	1358	1361	1365	1368	1371	1374	1377	0	1	1	1	2	2	2	3	3
.14	1380	1384	1387	1390	1393	1396	1400	1403	1406	1409	0	1	1	1	2	2	2	3	3
.15	1413	1416	1419	1422	1426	1429	1432	1435	1439	1442	0	1	1	1	2	2	2	3	3
.16	1445	1449	1452	1455	1459	1462	1466	1469	1472	1476	0	1	1	1	2	2	2	3	3
.17	1479	1483	1486	1489	1493	1496	1500	1503	1507	1510	0	1	1	1	2	2	2	3	3
.18	1514	1517	1521	1524	1528	1531	1535	1538	1542	1545	0	1	1	1	2	2	2	3	3
.19	1549	1552	1556	1560	1563	1567	1570	1574	1578	1581	0	1	1	1	2	2	3	3	3
.20	1585	1589	1592	1596	1600	1603	1607	1611	1614	1618	0	1	1	1	2	2	3	3	3
.21	1622	1626	1629	1633	1637	1641	1644	1648	1652	1656	0	1	1	2	2	2	3	3	3
.22	1660	1663	1667	1671	1675	1679	1683	1687	1690	1694	0	1	1	2	2	2	3	3	3
.23	1698	1702	1706	1710	1714	1718	1722	1726	1730	1734	0	1	1	2	2	2	3	3	4
.24	1738	1742	1746	1750	1754	1758	1762	1766	1770	1774	0	1	1	2	2	2	3	3	4
.25	1778	1782	1786	1791	1795	1799	1803	1807	1811	1816	0	1	1	2	2	2	3	3	4
.26	1820	1824	1828	1832	1837	1841	1845	1849	1854	1858	0	1	1	2	2	3	3	3	4
.27	1862	1866	1871	1875	1879	1884	1888	1892	1897	1901	0	1	1	2	2	3	3	3	4
.28	1905	1910	1914	1919	1923	1928	1932	1936	1941	1945	0	1	1	2	2	3	3	4	4
.29	1950	1954	1959	1963	1968	1972	1977	1982	1986	1991	0	1	1	2	2	3	3	4	4
.30	1995	2000	2004	2009	2014	2018	2023	2028	2032	2037	0	1	1	2	2	3	3	4	4
.31	2042	2046	2051	2056	2061	2065	2070	2075	2080	2084	0	1	1	2	2	3	3	4	4
.32	2089	2094	2099	2104	2109	2113	2118	2123	2128	2133	0	1	1	2	2	3	3	4	4
.33	2138	2143	2148	2153	2158	2163	2168	2173	2178	2183	0	1	1	2	2	3	3	4	4
.34	2188	2193	2198	2203	2208	2213	2218	2223	2228	2234	1	1	2	2	3	3	4	4	5
.35	2239	2244	2249	2254	2259	2265	2270	2275	2280	2286	1	1	2	2	3	3	4	4	5
.36	2291	2296	2301	2307	2312	2317	2323	2328	2333	2339	1	1	2	2	3	3	4	4	5
.37	2344	2350	2355	2360	2366	2371	2377	2382	2388	2393	1	1	2	2	3	3	4	4	5
.38	2399	2404	2410	2415	2421	2427	2432	2438	2443	2449	1	1	2	2	3	3	4	4	5
.39	2455	2460	2466	2472	2477	2483	2489	2495	2500	2506	1	1	2	2	3	3	4	5	5
.40	2512	2518	2523	2529	2535	2541	2547	2553	2559	2564	1	1	2	2	3	4	4	5	5
.41	2570	2576	2582	2588	2594	2600	2606	2612	2618	2624	1	1	2	2	3	4	4	5	5
.42	2630	2636	2642	2649	2655	2661	2667	2673	2679	2685	1	1	2	2	3	4	4	5	6
.43	2692	2698	2704	2710	2716	2723	2729	2735	2742	2748	1	1	2	3	3	4	4	5	6
.44	2754	2761	2767	2773	2780	2786	2793	2799	2805	2812	1	1	2	3	3	4	4	5	6
.45	2818	2825	2831	2838	2844	2851	2858	2864	2871	2877	1	1	2	3	3	4	5	5	6
.46	2884	2891	2897	2904	2911	2917	2924	2931	2938	2944	1	1	2	3	3	4	5	5	6
.47	2951	2958	2965	2972	2979	2985	2992	2999	3006	3013	1	1	2	3	3	4	5	5	6
.48	3020	3027	3034	3041	3048	3055	3062	3069	3076	3083	1	1	2	3	4	4	5	6	6
.49	3090	3097	3105	3112	3119	3126	3133	3141	3148	3155	1	1	2	3	4	4	5	6	6

ANTI LOGARITHM TABLE

											Mean Difference								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
.50	3162	3170	3177	3184	3192	3199	3206	3214	3221	3228	1	1	2	3	4	4	5	6	7
.51	3236	3243	3251	3258	3266	3273	3281	3289	3296	3304	1	2	2	3	4	5	5	6	7
.52	3311	3319	3327	3334	3342	3350	3357	3365	3373	3381	1	2	2	3	4	5	5	6	7
.53	3388	3396	3404	3412	3420	3428	3436	3443	3451	3459	1	2	2	3	4	5	6	6	7
.54	3467	3475	3483	3491	3499	3508	3516	3524	3532	3540	1	2	2	3	4	5	6	6	7
.55	3548	3556	3565	3573	3581	3589	3597	3606	3614	3622	1	2	2	3	4	5	6	7	7
.56	3631	3639	3648	3656	3664	3673	3681	3690	3698	3707	1	2	3	3	4	5	6	7	8
.57	3715	3724	3733	3741	3750	3758	3767	3776	3784	3793	1	2	3	3	4	5	6	7	8
.58	3802	3811	3819	3828	3837	3846	3855	3864	3873	3882	1	2	3	4	4	5	6	7	8
.59	3890	3899	3908	3917	3926	3936	3945	3954	3963	3972	1	2	3	4	5	5	6	7	8
.60	3981	3990	3999	4009	4018	4027	4036	4046	4055	4064	1	2	3	4	5	6	6	7	8
.61	4074	4083	4093	4102	4111	4121	4130	4140	4150	4159	1	2	3	4	5	6	7	8	9
.62	4169	4178	4188	4198	4207	4217	4227	4236	4246	4256	1	2	3	4	5	6	7	8	9
.63	4266	4276	4285	4295	4305	4315	4325	4335	4345	4355	1	2	3	4	5	6	7	8	9
.64	4365	4375	4385	4395	4406	4416	4426	4436	4446	4457	1	2	3	4	5	6	7	8	9
.65	4467	4477	4487	4498	4508	4519	4529	4539	4550	4560	1	2	3	4	5	6	7	8	9
.66	4571	4581	4592	4603	4613	4624	4634	4645	4656	4667	1	2	3	4	5	6	7	9	10
.67	4677	4688	4699	4710	4721	4732	4742	4753	4764	4775	1	2	3	4	5	7	8	9	10
.68	4786	4797	4808	4819	4831	4842	4853	4864	4875	4887	1	2	3	4	6	7	8	9	10
.69	4898	4909	4920	4932	4943	4955	4966	4977	4989	5000	1	2	3	5	6	7	8	9	10
.70	5012	5023	5035	5047	5058	5070	5082	5093	5105	5117	1	2	4	5	6	7	8	9	11
.71	5129	5140	5152	5164	5176	5188	5200	5212	5224	5236	1	2	4	5	6	7	8	10	11
.72	5248	5260	5272	5284	5297	5309	5321	5333	5346	5358	1	2	4	5	6	7	9	10	11
.73	5370	5383	5395	5408	5420	5433	5445	5458	5470	5483	1	3	4	5	6	8	9	10	11
.74	5495	5508	5521	5534	5546	5559	5572	5585	5598	5610	1	3	4	5	6	8	9	10	12
.75	5623	5636	5649	5662	5675	5689	5702	5715	5728	5741	1	3	4	5	7	8	9	10	12
.76	5754	5768	5781	5794	5808	5821	5834	5848	5861	5875	1	3	4	5	7	8	9	11	12
.77	5888	5902	5916	5929	5943	5957	5970	5984	5998	6012	1	3	4	5	7	8	10	11	12
.78	6026	6039	6053	6067	6081	6095	6109	6124	6138	6152	1	3	4	6	7	8	10	11	13
.79	6166	6180	6194	6209	6223	6237	6252	6266	6281	6295	1	3	4	6	7	9	10	11	13
.80	6310	6324	6339	6353	6368	6383	6397	6412	6427	6442	1	3	4	6	7	9	10	12	13
.81	6457	6471	6486	6501	6516	6531	6546	6561	6577	6592	2	3	5	6	8	9	11	12	14
.82	6607	6622	6637	6653	6668	6683	6699	6714	6730	6745	2	3	5	6	8	9	11	12	14
.83	6761	6776	6792	6808	6823	6839	6855	6871	6887	6902	2	3	5	6	8	9	11	13	14
.84	6918	6934	6950	6966	6982	6998	7015	7031	7047	7063	2	3	5	6	8	10	11	13	15
.85	7079	7096	7112	7129	7145	7161	7178	7194	7211	7228	2	3	5	7	8	10	12	13	15
.86	7244	7261	7278	7295	7311	7328	7345	7362	7379	7396	2	3	5	7	8	10	12	13	15
.87	7413	7430	7447	7464	7482	7499	7516	7534	7551	7568	2	3	5	7	9	10	12	14	16
.88	7586	7603	7621	7638	7656	7674	7691	7709	7727	7745	2	4	5	7	9	11	12	14	16
.89	7762	7780	7798	7816	7834	7852	7870	7889	7907	7925	2	4	5	7	9	11	13	14	16
.90	7943	7962	7980	7998	8017	8035	8054	8072	8091	8110	2	4	6	7	9	11	13	15	17
.91	8128	8147	8166	8185	8204	8222	8241	8260	8279	8299	2	4	6	8	9	11	13	15	17
.92	8318	8337	8356	8375	8395	8414	8433	8453	8472	8492	2	4	6	8	10	12	14	15	17
.93	8511	8531	8551	8570	8590	8610	8630	8650	8670	8690	2	4	6	8	10	12	14	16	18
.94	8710	8730	8750	8770	8790	8810	8831	8851	8872	8892	2	4	6	8	10	12	14	16	18
.95	8913	8933	8954	8974	8995	9016	9036	9057	9078	9099	2	4	6	8	10	12	15	17	19
.96	9120	9141	9162	9183	9204	9226	9247	9268	9290	9311	2	4	6	8	11	13	15	17	19
.97	9333	9354	9376	9397	9419	9441	9462	9484	9506	9528	2	4	7	9	11	13	15	17	20
.98	9550	9572	9594	9616	9638	9661	9683	9705	9727	9750	2	4	7	9	11	13	16	18	20
.99	9772	9795	9817	9840	9863	9886	9908	9931	9954	9977	2	5	7	9	11	14	16	18	20

(NATURAL SINES)

0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0.0017453	0.0034907	0.0052360	0.0069813	0.0087265	0.010472	0.012217	0.013962	0.015707
1	0.017452	0.019197	0.020942	0.022687	0.024432	0.026177	0.027922	0.029666	0.031411	0.033155
2	0.034899	0.036644	0.038388	0.040132	0.041876	0.043619	0.045363	0.047106	0.04885	0.050593
3	0.052336	0.054079	0.055822	0.057564	0.059306	0.061049	0.062791	0.064532	0.066274	0.068015
4	0.069756	0.071497	0.073238	0.074979	0.076719	0.078459	0.080199	0.081939	0.083678	0.085417
5	0.087156	0.088894	0.090633	0.092371	0.094108	0.095846	0.097583	0.09932	0.101056	0.102793
6	0.104528	0.106264	0.107999	0.109734	0.111469	0.113203	0.114937	0.116671	0.118404	0.120137
7	0.121869	0.123601	0.125333	0.127065	0.128796	0.130526	0.132256	0.133986	0.135716	0.137445
8	0.139173	0.140901	0.142629	0.144356	0.146083	0.147809	0.149535	0.151261	0.152986	0.15471
9	0.156434	0.158158	0.159881	0.161604	0.163326	0.165048	0.166769	0.168489	0.170209	0.171929
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0.173648	0.175367	0.177085	0.178802	0.180519	0.182236	0.183951	0.185667	0.187381	0.189095
11	0.190809	0.192522	0.194234	0.195946	0.197657	0.199368	0.201078	0.202787	0.204496	0.206204
12	0.207912	0.209619	0.211325	0.21303	0.214735	0.21644	0.218143	0.219846	0.221548	0.22325
13	0.224951	0.226651	0.228351	0.23005	0.231748	0.233445	0.235142	0.236838	0.238533	0.240228
14	0.241922	0.243615	0.245307	0.246999	0.24869	0.25038	0.252069	0.253758	0.255446	0.257133
15	0.258819	0.260505	0.262189	0.263873	0.265556	0.267238	0.26892	0.2706	0.27228	0.273959
16	0.275637	0.277315	0.278991	0.280667	0.282341	0.284015	0.285688	0.287361	0.289032	0.290702
17	0.292372	0.29404	0.295708	0.297375	0.299041	0.300706	0.30237	0.304033	0.305695	0.307357
18	0.309017	0.310676	0.312335	0.313992	0.315649	0.317305	0.318959	0.320613	0.322266	0.323917
19	0.325568	0.327218	0.328867	0.330514	0.332161	0.333807	0.335452	0.337095	0.338738	0.34038
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
20	0.34202	0.34366	0.345298	0.346936	0.348572	0.350207	0.351842	0.353475	0.355107	0.356738
21	0.358368	0.359997	0.361625	0.363251	0.364877	0.366501	0.368125	0.369747	0.371368	0.372988
22	0.374607	0.376224	0.377841	0.379456	0.38107	0.382683	0.384295	0.385906	0.387516	0.389124
23	0.390731	0.392337	0.393942	0.395546	0.397148	0.398749	0.400349	0.401948	0.403545	0.405142
24	0.406737	0.40833	0.409923	0.411514	0.413104	0.414693	0.416281	0.417867	0.419452	0.421036
25	0.422618	0.424199	0.425779	0.427358	0.428935	0.430511	0.432086	0.433659	0.435231	0.436802
26	0.438371	0.439939	0.441506	0.443071	0.444635	0.446198	0.447759	0.449319	0.450878	0.452435
27	0.45399	0.455545	0.457098	0.45865	0.4602	0.461749	0.463296	0.464842	0.466387	0.46793
28	0.469472	0.471012	0.472551	0.474088	0.475624	0.477159	0.478692	0.480223	0.481754	0.483282
29	0.48481	0.486335	0.48786	0.489382	0.490904	0.492424	0.493942	0.495459	0.496974	0.498488
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
30	0.5	0.501511	0.50302	0.504528	0.506034	0.507538	0.509041	0.510543	0.512043	0.513541
31	0.515038	0.516533	0.518027	0.519519	0.52101	0.522499	0.523986	0.525472	0.526956	0.528438
32	0.529919	0.531399	0.532876	0.534352	0.535827	0.5373	0.538771	0.54024	0.541708	0.543174
33	0.544639	0.546102	0.547563	0.549023	0.550481	0.551937	0.553392	0.554844	0.556296	0.557745
34	0.559193	0.560639	0.562083	0.563526	0.564967	0.566406	0.567844	0.56928	0.570714	0.572146
35	0.573576	0.575005	0.576432	0.577858	0.579281	0.580703	0.582123	0.583541	0.584958	0.586372
36	0.587785	0.589196	0.590606	0.592013	0.593419	0.594823	0.596225	0.597625	0.599024	0.60042
37	0.601815	0.603208	0.604599	0.605988	0.607376	0.608761	0.610145	0.611527	0.612907	0.614285
38	0.615661	0.617036	0.618408	0.619779	0.621148	0.622515	0.62388	0.625243	0.626604	0.627963
39	0.62932	0.630676	0.632029	0.633381	0.634731	0.636078	0.637424	0.638768	0.64011	0.64145
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
40	0.642788	0.644124	0.645458	0.64679	0.64812	0.649448	0.650774	0.652098	0.653421	0.654741
41	0.656059	0.657375	0.658689	0.660002	0.661312	0.66262	0.663926	0.66523	0.666532	0.667833
42	0.669131	0.670427	0.671721	0.673013	0.674302	0.67559	0.676876	0.67816	0.679441	0.680721
43	0.681998	0.683274	0.684547	0.685818	0.687088	0.688355	0.68962	0.690882	0.692143	0.693402
44	0.694658	0.695913	0.697165	0.698415	0.699663	0.700909	0.702153	0.703395	0.704634	0.705872
45	0.707107	0.70834	0.709571	0.710799	0.712026	0.71325	0.714473	0.715693	0.716911	0.718126

(NATURAL SINES)

46	0.71934	0.720551	0.72176	0.722967	0.724172	0.725374	0.726575	0.727773	0.728969	0.730162
47	0.731354	0.732543	0.73373	0.734915	0.736097	0.737277	0.738455	0.739631	0.740805	0.741976
48	0.743145	0.744312	0.745476	0.746638	0.747798	0.748956	0.750111	0.751264	0.752415	0.753563
49	0.75471	0.755853	0.756995	0.758134	0.759271	0.760406	0.761538	0.762668	0.763796	0.764921
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
50	0.766044	0.767165	0.768284	0.7694	0.770513	0.771625	0.772734	0.77384	0.774944	0.776046
51	0.777146	0.778243	0.779338	0.78043	0.78152	0.782608	0.783693	0.784776	0.785857	0.786935
52	0.788011	0.789084	0.790155	0.791224	0.79229	0.793353	0.794415	0.795473	0.79653	0.797584
53	0.798636	0.799685	0.800731	0.801776	0.802817	0.803857	0.804894	0.805928	0.80696	0.80799
54	0.809017	0.810042	0.811064	0.812084	0.813101	0.814116	0.815128	0.816138	0.817145	0.81815
55	0.819152	0.820152	0.821149	0.822144	0.823136	0.824126	0.825113	0.826098	0.827081	0.82806
56	0.829038	0.830012	0.830984	0.831954	0.832921	0.833886	0.834848	0.835807	0.836764	0.837719
57	0.838671	0.83962	0.840567	0.841511	0.842452	0.843391	0.844328	0.845262	0.846193	0.847122
58	0.848048	0.848972	0.849893	0.850811	0.851727	0.85264	0.853551	0.854459	0.855364	0.856267
59	0.857167	0.858065	0.85896	0.859852	0.860742	0.861629	0.862514	0.863396	0.864275	0.865151
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
60	0.866025	0.866897	0.867765	0.868632	0.869495	0.870356	0.871214	0.872069	0.872922	0.873772
61	0.87462	0.875465	0.876307	0.877146	0.877983	0.878817	0.879649	0.880477	0.881303	0.882127
62	0.882948	0.883766	0.884581	0.885394	0.886204	0.887011	0.887815	0.888617	0.889416	0.890213
63	0.891007	0.891798	0.892586	0.893371	0.894154	0.894934	0.895712	0.896486	0.897258	0.898028
64	0.898794	0.899558	0.900319	0.901077	0.901833	0.902585	0.903335	0.904083	0.904827	0.905569
65	0.906308	0.907044	0.907777	0.908508	0.909236	0.909961	0.910684	0.911403	0.91212	0.912834
66	0.913545	0.914254	0.91496	0.915663	0.916363	0.91706	0.917755	0.918446	0.919135	0.919821
67	0.920505	0.921185	0.921863	0.922538	0.92321	0.92388	0.924546	0.92521	0.925871	0.926529
68	0.927184	0.927836	0.928486	0.929133	0.929776	0.930418	0.931056	0.931691	0.932324	0.932954
69	0.93358	0.934204	0.934826	0.935444	0.93606	0.936672	0.937282	0.937889	0.938493	0.939094
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
70	0.939693	0.940288	0.940881	0.941471	0.942057	0.942641	0.943223	0.943801	0.944376	0.944949
71	0.945519	0.946085	0.946649	0.94721	0.947768	0.948324	0.948876	0.949425	0.949972	0.950516
72	0.951057	0.951594	0.952129	0.952661	0.953191	0.953717	0.95424	0.954761	0.955278	0.955793
73	0.956305	0.956814	0.957319	0.957822	0.958323	0.95882	0.959314	0.959805	0.960294	0.960779
74	0.961262	0.961741	0.962218	0.962692	0.963163	0.96363	0.964095	0.964557	0.965016	0.965473
75	0.965926	0.966376	0.966823	0.967268	0.967709	0.968148	0.968583	0.969016	0.969445	0.969872
76	0.970296	0.970716	0.971134	0.971549	0.971961	0.97237	0.972776	0.973179	0.973579	0.973976
77	0.97437	0.974761	0.975149	0.975535	0.975917	0.976296	0.976672	0.977046	0.977416	0.977783
78	0.978148	0.978509	0.978867	0.979223	0.979575	0.979925	0.980271	0.980615	0.980955	0.981293
79	0.981627	0.981959	0.982287	0.982613	0.982935	0.983255	0.983571	0.983885	0.984196	0.984503
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
80	0.984808	0.985109	0.985408	0.985703	0.985996	0.986286	0.986572	0.986856	0.987136	0.987414
81	0.987688	0.98796	0.988228	0.988494	0.988756	0.989016	0.989272	0.989526	0.989776	0.990024
82	0.990268	0.990509	0.990748	0.990983	0.991216	0.991445	0.991671	0.991894	0.992115	0.992332
83	0.992546	0.992757	0.992966	0.993171	0.993373	0.993572	0.993768	0.993961	0.994151	0.994338
84	0.994522	0.994703	0.994881	0.995056	0.995227	0.995396	0.995562	0.995725	0.995884	0.996041
85	0.996195	0.996345	0.996493	0.996637	0.996779	0.996917	0.997053	0.997185	0.997314	0.997441
86	0.997564	0.997684	0.997801	0.997916	0.998027	0.998135	0.99824	0.998342	0.998441	0.998537
87	0.99863	0.998719	0.998806	0.99889	0.998971	0.999048	0.999123	0.999194	0.999263	0.999328
88	0.999391	0.99945	0.999507	0.99956	0.99961	0.999657	0.999701	0.999743	0.999781	0.999816
89	0.999848	0.999877	0.999903	0.999925	0.999945	0.999962	0.999976	0.999986	0.999994	0.999998
90	1	0.999998	0.999994	0.999986	0.999976	0.999962	0.999945	0.999925	0.999903	0.999877

(NATURAL COSINES)

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	0.999998	0.999994	0.999986	0.999976	0.999962	0.999945	0.999925	0.999903	0.999877
1	0.999848	0.999816	0.999781	0.999743	0.999701	0.999657	0.99961	0.99956	0.999507	0.99945
2	0.999391	0.999328	0.999263	0.999194	0.999123	0.999048	0.998971	0.99889	0.998806	0.998719
3	0.99863	0.998537	0.998441	0.998342	0.99824	0.998135	0.998027	0.997916	0.997801	0.997684
4	0.997564	0.997441	0.997314	0.997185	0.997053	0.996917	0.996779	0.996637	0.996493	0.996345
5	0.996195	0.996041	0.995884	0.995725	0.995562	0.995396	0.995227	0.995056	0.994881	0.994703
6	0.994522	0.994338	0.994151	0.993961	0.993768	0.993572	0.993373	0.993171	0.992966	0.992757
7	0.992546	0.992332	0.992115	0.991894	0.991671	0.991445	0.991216	0.990983	0.990748	0.990509
8	0.990268	0.990024	0.989776	0.989526	0.989272	0.989016	0.988756	0.988494	0.988228	0.98796
9	0.987688	0.987414	0.987136	0.986856	0.986572	0.986286	0.985996	0.985703	0.985408	0.985109
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0.984808	0.984503	0.984196	0.983885	0.983571	0.983255	0.982935	0.982613	0.982287	0.981959
11	0.981627	0.981293	0.980955	0.980615	0.980271	0.979925	0.979575	0.979223	0.978867	0.978509
12	0.978148	0.977783	0.977416	0.977046	0.976672	0.976296	0.975917	0.975535	0.975149	0.974761
13	0.97437	0.973976	0.973579	0.973179	0.972776	0.97237	0.971961	0.971549	0.971134	0.970716
14	0.970296	0.969872	0.969445	0.969016	0.968583	0.968148	0.967709	0.967268	0.966823	0.966376
15	0.965926	0.965473	0.965016	0.964557	0.964095	0.96363	0.963163	0.962692	0.962218	0.961741
16	0.961262	0.960779	0.960294	0.959805	0.959314	0.95882	0.958323	0.957822	0.957319	0.956814
17	0.956305	0.955793	0.955278	0.954761	0.95424	0.953717	0.953191	0.952661	0.952129	0.951594
18	0.951057	0.950516	0.949972	0.949425	0.948876	0.948324	0.947768	0.94721	0.946649	0.946085
19	0.945519	0.944949	0.944376	0.943801	0.943223	0.942641	0.942057	0.941471	0.940881	0.940288
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
20	0.939693	0.939094	0.938493	0.937889	0.937282	0.936672	0.93606	0.935444	0.934826	0.934204
21	0.93358	0.932954	0.932324	0.931691	0.931056	0.930418	0.929776	0.929133	0.928486	0.927836
22	0.927184	0.926529	0.925871	0.92521	0.924546	0.92388	0.92321	0.922538	0.921863	0.921185
23	0.920505	0.919821	0.919135	0.918446	0.917755	0.91706	0.916363	0.915663	0.91496	0.914254
24	0.913545	0.912834	0.91212	0.911403	0.910684	0.909961	0.909236	0.908508	0.907777	0.907044
25	0.906308	0.905569	0.904827	0.904083	0.903335	0.902585	0.901833	0.901077	0.900319	0.899558
26	0.898794	0.898028	0.897258	0.896486	0.895712	0.894934	0.894154	0.893371	0.892586	0.891798
27	0.891007	0.890213	0.889416	0.888617	0.887815	0.887011	0.886204	0.885394	0.884581	0.883766
28	0.882948	0.882127	0.881303	0.880477	0.879649	0.878817	0.877983	0.877146	0.876307	0.875465
29	0.87462	0.873772	0.872922	0.872069	0.871214	0.870356	0.869495	0.868632	0.867765	0.866897
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
30	0.866025	0.865151	0.864275	0.863396	0.862514	0.861629	0.860742	0.859852	0.85896	0.858065
31	0.857167	0.856267	0.855364	0.854459	0.853551	0.85264	0.851727	0.850811	0.849893	0.848972
32	0.848048	0.847122	0.846193	0.845262	0.844328	0.843391	0.842452	0.841511	0.840567	0.83962
33	0.838671	0.837719	0.836764	0.835807	0.834848	0.833886	0.832921	0.831954	0.830984	0.830012
34	0.829038	0.82806	0.827081	0.826098	0.825113	0.824126	0.823136	0.822144	0.821149	0.820152
35	0.819152	0.81815	0.817145	0.816138	0.815128	0.814116	0.813101	0.812084	0.811064	0.810042
36	0.809017	0.80799	0.80696	0.805928	0.804894	0.803857	0.802817	0.801776	0.800731	0.799685
37	0.798636	0.797584	0.79653	0.795473	0.794415	0.793353	0.79229	0.791224	0.790155	0.789084
38	0.788011	0.786935	0.785857	0.784776	0.783693	0.782608	0.78152	0.78043	0.779338	0.778243
39	0.777146	0.776046	0.774944	0.77384	0.772734	0.771625	0.770513	0.7694	0.768284	0.767165
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
40	0.766044	0.764921	0.763796	0.762668	0.761538	0.760406	0.759271	0.758134	0.756995	0.755853
41	0.75471	0.753563	0.752415	0.751264	0.750111	0.748956	0.747798	0.746638	0.745476	0.744312
42	0.743145	0.741976	0.740805	0.739631	0.738455	0.737277	0.736097	0.734915	0.73373	0.732543
43	0.731354	0.730162	0.728969	0.727773	0.726575	0.725374	0.724172	0.722967	0.72176	0.720551
44	0.71934	0.718126	0.716911	0.715693	0.714473	0.71325	0.712026	0.710799	0.709571	0.70834
45	0.707107	0.705872	0.704634	0.703395	0.702153	0.700909	0.699663	0.698415	0.697165	0.695913

(NATURAL COSINES)

46	0.694658	0.693402	0.692143	0.690882	0.68962	0.688355	0.687088	0.685818	0.684547	0.683274
47	0.681998	0.680721	0.679441	0.67816	0.676876	0.67559	0.674302	0.673013	0.671721	0.670427
48	0.669131	0.667833	0.666532	0.66523	0.663926	0.66262	0.661312	0.660002	0.658689	0.657375
49	0.656059	0.654741	0.653421	0.652098	0.650774	0.649448	0.64812	0.64679	0.645458	0.644124
x	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
50	0.642788	0.64145	0.64011	0.638768	0.637424	0.636078	0.634731	0.633381	0.632029	0.630676
51	0.62932	0.627963	0.626604	0.625243	0.62388	0.622515	0.621148	0.619779	0.618408	0.617036
52	0.615661	0.614285	0.612907	0.611527	0.610145	0.608761	0.607376	0.605988	0.604599	0.603208
53	0.601815	0.60042	0.599024	0.597625	0.596225	0.594823	0.593419	0.592013	0.590606	0.589196
54	0.587785	0.586372	0.584958	0.583541	0.582123	0.580703	0.579281	0.577858	0.576432	0.575005
55	0.573576	0.572146	0.570714	0.56928	0.567844	0.566406	0.564967	0.563526	0.562083	0.560639
56	0.559193	0.557745	0.556296	0.554844	0.553392	0.551937	0.550481	0.549023	0.547563	0.546102
57	0.544639	0.543174	0.541708	0.54024	0.538771	0.5373	0.535827	0.534352	0.532876	0.531399
58	0.529919	0.528438	0.526956	0.525472	0.523986	0.522499	0.52101	0.519519	0.518027	0.516533
59	0.515038	0.513541	0.512043	0.510543	0.509041	0.507538	0.506034	0.504528	0.50302	0.501511
x	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
60	0.5	0.498488	0.496974	0.495459	0.493942	0.492424	0.490904	0.489382	0.48786	0.486335
61	0.48481	0.483282	0.481754	0.480223	0.478692	0.477159	0.475624	0.474088	0.472551	0.471012
62	0.469472	0.46793	0.466387	0.464842	0.463296	0.461749	0.4602	0.45865	0.457098	0.455545
63	0.45399	0.452435	0.450878	0.449319	0.447759	0.446198	0.444635	0.443071	0.441506	0.439939
64	0.438371	0.436802	0.435231	0.433659	0.432086	0.430511	0.428935	0.427358	0.425779	0.424199
65	0.422618	0.421036	0.419452	0.417867	0.416281	0.414693	0.413104	0.411514	0.409923	0.40833
66	0.406737	0.405142	0.403545	0.401948	0.400349	0.398749	0.397148	0.395546	0.393942	0.392337
67	0.390731	0.389124	0.387516	0.385906	0.384295	0.382683	0.38107	0.379456	0.377841	0.376224
68	0.374607	0.372988	0.371368	0.369747	0.368125	0.366501	0.364877	0.363251	0.361625	0.359997
69	0.358368	0.356738	0.355107	0.353475	0.351842	0.350207	0.348572	0.346936	0.345298	0.34366
x	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
70	0.34202	0.34038	0.338738	0.337095	0.335452	0.333807	0.332161	0.330514	0.328867	0.327218
71	0.325568	0.323917	0.322266	0.320613	0.318959	0.317305	0.315649	0.313992	0.312335	0.310676
72	0.309017	0.307357	0.305695	0.304033	0.30237	0.300706	0.299041	0.297375	0.295708	0.29404
73	0.292372	0.290702	0.289032	0.287361	0.285688	0.284015	0.282341	0.280667	0.278991	0.277315
74	0.275637	0.273959	0.27228	0.2706	0.26892	0.267238	0.265556	0.263873	0.262189	0.260505
75	0.258819	0.257133	0.255446	0.253758	0.252069	0.25038	0.24869	0.246999	0.245307	0.243615
76	0.241922	0.240228	0.238533	0.236838	0.235142	0.233445	0.231748	0.23005	0.228351	0.226651
77	0.224951	0.22325	0.221548	0.219846	0.218143	0.21644	0.214735	0.21303	0.211325	0.209619
78	0.207912	0.206204	0.204496	0.202787	0.201078	0.199368	0.197657	0.195946	0.194234	0.192522
79	0.190809	0.189095	0.187381	0.185667	0.183951	0.182236	0.180519	0.178802	0.177085	0.175367
x	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
80	0.173648	0.171929	0.170209	0.168489	0.166769	0.165048	0.163326	0.161604	0.159881	0.158158
81	0.156434	0.15471	0.152986	0.151261	0.149535	0.147809	0.146083	0.144356	0.142629	0.140901
82	0.139173	0.137445	0.135716	0.133986	0.132256	0.130526	0.128796	0.127065	0.125333	0.123601
83	0.121869	0.120137	0.118404	0.116671	0.114937	0.113203	0.111469	0.109734	0.107999	0.106264
84	0.104528	0.102793	0.101056	0.09932	0.097583	0.095846	0.094108	0.092371	0.090633	0.088894
85	0.087156	0.085417	0.083678	0.081939	0.080199	0.078459	0.076719	0.074979	0.073238	0.071497
86	0.069756	0.068015	0.066274	0.064532	0.062791	0.061049	0.059306	0.057564	0.055822	0.054079
87	0.052336	0.050593	0.04885	0.047106	0.045363	0.043619	0.041876	0.040132	0.038388	0.036644
88	0.034899	0.033155	0.031411	0.029666	0.027922	0.026177	0.024432	0.022687	0.020942	0.019197
89	0.017452	0.015707	0.013962	0.012217	0.010472	0.0087265	0.0069813	0.0052360	0.0034907	0.0017453
90	0	0.0017453	0.0034907	0.0052360	0.0069813	0.0087265	0.010472	0.012217	0.013962	0.015707

(NATURAL TANGENTS)

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0.0017453	0.0034907	0.0052360	0.0069814	0.0087269	0.010472	0.012218	0.013964	0.015709
1	0.017455	0.019201	0.020947	0.022693	0.024439	0.026186	0.027933	0.029679	0.031426	0.033173
2	0.034921	0.036668	0.038416	0.040164	0.041912	0.043661	0.04541	0.047159	0.048908	0.050658
3	0.052408	0.054158	0.055909	0.05766	0.059411	0.061163	0.062915	0.064667	0.06642	0.068173
4	0.069927	0.071681	0.073435	0.07519	0.076946	0.078702	0.080458	0.082215	0.083972	0.08573
5	0.087489	0.089248	0.091007	0.092767	0.094528	0.096289	0.098051	0.099813	0.101576	0.10334
6	0.105104	0.106869	0.108635	0.110401	0.112168	0.113936	0.115704	0.117473	0.119243	0.121013
7	0.122785	0.124557	0.126329	0.128103	0.129877	0.131652	0.133428	0.135205	0.136983	0.138761
8	0.140541	0.142321	0.144102	0.145884	0.147667	0.149451	0.151236	0.153022	0.154808	0.156596
9	0.158384	0.160174	0.161965	0.163756	0.165549	0.167343	0.169137	0.170933	0.17273	0.174528
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0.176327	0.178127	0.179928	0.181731	0.183534	0.185339	0.187145	0.188952	0.19076	0.19257
11	0.19438	0.196192	0.198005	0.19982	0.201635	0.203452	0.205271	0.20709	0.208911	0.210733
12	0.212557	0.214381	0.216208	0.218035	0.219864	0.221695	0.223526	0.22536	0.227194	0.229031
13	0.230868	0.232707	0.234548	0.23639	0.238234	0.240079	0.241925	0.243774	0.245624	0.247475
14	0.249328	0.251183	0.253039	0.254897	0.256756	0.258618	0.26048	0.262345	0.264211	0.266079
15	0.267949	0.269821	0.271694	0.273569	0.275446	0.277325	0.279205	0.281087	0.282971	0.284857
16	0.286745	0.288635	0.290527	0.29242	0.294316	0.296213	0.298113	0.300014	0.301918	0.303823
17	0.305731	0.30764	0.309552	0.311465	0.313381	0.315299	0.317219	0.319141	0.321065	0.322991
18	0.32492	0.32685	0.328783	0.330718	0.332656	0.334595	0.336537	0.338481	0.340428	0.342377
19	0.344328	0.346281	0.348237	0.350195	0.352156	0.354119	0.356084	0.358052	0.360022	0.361995
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
20	0.36397	0.365948	0.367928	0.369911	0.371897	0.373885	0.375875	0.377869	0.379864	0.381863
21	0.383864	0.385868	0.387874	0.389884	0.391896	0.39391	0.395928	0.397948	0.399971	0.401997
22	0.404026	0.406058	0.408092	0.41013	0.41217	0.414214	0.41626	0.418309	0.420361	0.422417
23	0.424475	0.426536	0.428601	0.430668	0.432739	0.434812	0.436889	0.438969	0.441053	0.443139
24	0.445229	0.447322	0.449418	0.451517	0.45362	0.455726	0.457836	0.459949	0.462065	0.464185
25	0.466308	0.468434	0.470564	0.472698	0.474835	0.476976	0.47912	0.481267	0.483419	0.485574
26	0.487733	0.489895	0.492061	0.494231	0.496404	0.498582	0.500763	0.502948	0.505136	0.507329
27	0.509525	0.511726	0.51393	0.516138	0.518351	0.520567	0.522787	0.525012	0.52724	0.529473
28	0.531709	0.53395	0.536195	0.538445	0.540698	0.542956	0.545218	0.547484	0.549755	0.55203
29	0.554309	0.556593	0.558881	0.561174	0.563471	0.565773	0.568079	0.57039	0.572705	0.575026
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
30	0.57735	0.57968	0.582014	0.584353	0.586697	0.589045	0.591398	0.593757	0.59612	0.598488
31	0.600861	0.603239	0.605622	0.60801	0.610403	0.612801	0.615204	0.617613	0.620026	0.622445
32	0.624869	0.627299	0.629734	0.632174	0.634619	0.63707	0.639527	0.641989	0.644456	0.646929
33	0.649408	0.651892	0.654382	0.656877	0.659379	0.661886	0.664398	0.666917	0.669442	0.671972
34	0.674509	0.677051	0.679599	0.682154	0.684714	0.687281	0.689854	0.692433	0.695018	0.69761
35	0.700208	0.702812	0.705422	0.708039	0.710663	0.713293	0.71593	0.718573	0.721223	0.723879
36	0.726543	0.729213	0.731889	0.734573	0.737264	0.739961	0.742666	0.745377	0.748096	0.750821
37	0.753554	0.756294	0.759041	0.761796	0.764558	0.767327	0.770104	0.772888	0.77568	0.778479
38	0.781286	0.7841	0.786922	0.789752	0.79259	0.795436	0.79829	0.801151	0.804021	0.806898
39	0.809784	0.812678	0.81558	0.818491	0.821409	0.824336	0.827272	0.830216	0.833169	0.83613
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
40	0.8391	0.842078	0.845066	0.848062	0.851067	0.854081	0.857104	0.860136	0.863177	0.866227
41	0.869287	0.872356	0.875434	0.878521	0.881619	0.884725	0.887842	0.890967	0.894103	0.897249
42	0.900404	0.903569	0.906745	0.90993	0.913125	0.916331	0.919547	0.922773	0.92601	0.929257
43	0.932515	0.935783	0.939063	0.942352	0.945653	0.948965	0.952287	0.955621	0.958966	0.962322
44	0.965689	0.969067	0.972458	0.975859	0.979272	0.982697	0.986134	0.989582	0.993043	0.996515
45	1	1.0035	1.00701	1.01053	1.01406	1.01761	1.02117	1.02474	1.02832	1.03192

339

(NATURAL TANGENTS)

46	1.03553	1.03915	1.04279	1.04644	1.0501	1.05378	1.05747	1.06117	1.06489	1.06862
47	1.07237	1.07613	1.0799	1.08369	1.08749	1.09131	1.09514	1.09899	1.10285	1.10672
48	1.11061	1.11452	1.11844	1.12238	1.12633	1.13029	1.13428	1.13828	1.14229	1.14632
49	1.15037	1.15443	1.15851	1.16261	1.16672	1.17085	1.175	1.17916	1.18334	1.18754
x	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
50	1.19175	1.19599	1.20024	1.20451	1.20879	1.2131	1.21742	1.22176	1.22612	1.2305
51	1.2349	1.23931	1.24375	1.2482	1.25268	1.25717	1.26169	1.26622	1.27077	1.27535
52	1.27994	1.28456	1.28919	1.29385	1.29853	1.30323	1.30795	1.31269	1.31745	1.32224
53	1.32704	1.33187	1.33673	1.3416	1.3465	1.35142	1.35637	1.36134	1.36633	1.37134
54	1.37638	1.38145	1.38653	1.39165	1.39679	1.40195	1.40714	1.41235	1.41759	1.42286
55	1.42815	1.43347	1.43881	1.44418	1.44958	1.45501	1.46046	1.46595	1.47146	1.47699
56	1.48256	1.48816	1.49378	1.49944	1.50512	1.51084	1.51658	1.52235	1.52816	1.534
57	1.53986	1.54576	1.5517	1.55766	1.56366	1.56969	1.57575	1.58184	1.58797	1.59414
58	1.60033	1.60657	1.61283	1.61914	1.62548	1.63185	1.63826	1.64471	1.6512	1.65772
59	1.66428	1.67088	1.67752	1.68419	1.69091	1.69766	1.70446	1.71129	1.71817	1.72509
x	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
60	1.73205	1.73905	1.7461	1.75319	1.76032	1.76749	1.77471	1.78198	1.78929	1.79665
61	1.80405	1.8115	1.81899	1.82654	1.83413	1.84177	1.84946	1.8572	1.86499	1.87283
62	1.88073	1.88867	1.89667	1.90472	1.91282	1.92098	1.9292	1.93746	1.94579	1.95417
63	1.96261	1.97111	1.97966	1.98828	1.99695	2.00569	2.01449	2.02335	2.03227	2.04125
64	2.0503	2.05942	2.0686	2.07785	2.08716	2.09654	2.106	2.11552	2.12511	2.13477
65	2.14451	2.15432	2.1642	2.17416	2.18419	2.1943	2.20449	2.21475	2.2251	2.23553
66	2.24604	2.25663	2.2673	2.27806	2.28891	2.29984	2.31086	2.32197	2.33317	2.34447
67	2.35585	2.36733	2.37891	2.39058	2.40235	2.41421	2.42618	2.43825	2.45043	2.4627
68	2.47509	2.48758	2.50018	2.51289	2.52571	2.53865	2.5517	2.56487	2.57815	2.59156
69	2.60509	2.61874	2.63252	2.64642	2.66046	2.67462	2.68892	2.70335	2.71792	2.73263
x	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
70	2.74748	2.76247	2.77761	2.79289	2.80833	2.82391	2.83965	2.85555	2.87161	2.88783
71	2.90421	2.92076	2.93748	2.95437	2.97144	2.98868	3.00611	3.02372	3.04152	3.0595
72	3.07768	3.09606	3.11464	3.13341	3.1524	3.17159	3.191	3.21063	3.23048	3.25055
73	3.27085	3.29139	3.31216	3.33317	3.35443	3.37594	3.39771	3.41973	3.44202	3.46458
74	3.48741	3.51053	3.53393	3.55761	3.5816	3.60588	3.63048	3.65538	3.68061	3.70616
75	3.73205	3.75828	3.78485	3.81177	3.83906	3.86671	3.89474	3.92316	3.95196	3.98117
76	4.01078	4.04081	4.07127	4.10216	4.1335	4.1653	4.19756	4.2303	4.26352	4.29724
77	4.33148	4.36623	4.40152	4.43735	4.47374	4.51071	4.54826	4.58641	4.62518	4.66458
78	4.70463	4.74534	4.78673	4.82882	4.87162	4.91516	4.95945	5.00451	5.05037	5.09704
79	5.14455	5.19293	5.24218	5.29235	5.34345	5.39552	5.44857	5.50264	5.55777	5.61397
x	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
80	5.67128	5.72974	5.78938	5.85024	5.91236	5.97576	6.04051	6.10664	6.17419	6.24321
81	6.31375	6.38587	6.45961	6.53503	6.61219	6.69116	6.77199	6.85475	6.93952	7.02637
82	7.11537	7.20661	7.30018	7.39616	7.49465	7.59575	7.69957	7.80622	7.91582	8.02848
83	8.14435	8.26355	8.38625	8.51259	8.64275	8.77689	8.9152	9.05789	9.20516	9.35724
84	9.51436	9.6768	9.84482	10.0187	10.1988	10.3854	10.5789	10.7797	10.9882	11.2048
85	11.4301	11.6645	11.9087	12.1632	12.4288	12.7062	12.9962	13.2996	13.6174	13.9507
86	14.3007	14.6685	15.0557	15.4638	15.8945	16.3499	16.8319	17.3432	17.8863	18.4645
87	19.0811	19.7403	20.4465	21.2049	22.0217	22.9038	23.8593	24.8978	26.0307	27.2715
88	28.6363	30.1446	31.8205	33.6935	35.8006	38.1885	40.9174	44.0661	47.7395	52.0807
89	57.29	63.6567	71.6151	81.847	95.4895	114.589	143.237	190.984	286.478	572.957
90	∞									

ہائر سکنڈری سال دوّم - طبیعیات جلد - I

Higher Secondary Second Year Physics Volume-I - Urdu Medium

List of Translators and Reviewer

Translators :

Mohamed Jaweed Akram
P.G. Asst., Islamiah Boys' HSS,
Vaniyambadi, Tirupattur Dt.

Mr. Syed Bilal Ahmed,
B.T. Asst., P.U. Boys' Middle School,
Jaffarabad, Vaniyambadi, Tirupattur Dt.

Mrs. Syeda Raheemunnisa,
B.T. Asst., Iqra Matriculation School,
Oomerabad, Vellore Dt.

Mrs. Kathijathul Kubra.
P.G. Asst. Nusrathul Islam Girls' HSS,
Pernambut, Vellore District.

Mrs. Juveria Begum
Rameezia Oriental Arabic High School,
Pernambut, Vellore Dt.

Reviewer

Mr. Syed Bilal Ahmed,
B.T. Asst., P.U. Boys' Middle School,
Jaffarabad, Vaniyambadi, Tirupattur Dt.

Academic Head and Co-ordinator :

Dr. Mrs. S. Shameem,
Deputy Director, SCERT, Chennai

Co-ordinators :

Dr. R. Anbazhagan,
Principal, DIET, Ranipet District.

M. Suresh Kumar,
Lecturer, DIET, Ranipet,

A. Siva Kumar,
Lecturer, DIET, Ranipet

M.N. Althaf Hussain,
B.T. Asst., Murthuzavia Or. HSS, Triplicane, Chennai.

Sajjad Ahmad Y.K.,
B.T. Asst., Muslim HSS, Triplicane, Chennai.

Urdu DTP : **Taj Printers, Vaniyambadi.**

Layout : **THY Designers & Computers Chennai.**

This book has been printed on 80 GSM Elegant Maplitho paper
Printed by Offset at :

مترجمین :

محمد جاوید اکرم
پی۔جی۔ اسسٹنٹ، اسلامیہ بائز ہائر سکنڈری اسکول، وانم باڑی۔

سید بلال احمد
بی۔ٹی۔ اسسٹنٹ،پنچایت یونین بائس مڈل اسکول،
جعفر آباد، وانم باڑی۔ ضلع ترپاتور۔

سیدہ رحیم النساء
بی۔ٹی۔ اسسٹنٹ، اقراء مٹریکولیشن اسکول، عمر آباد، ضلع ویلور۔

خدیجۃ الکبریٰ
پی۔جی۔ اسسٹنٹ، نصرت الاسلام گرلس ہائر سکنڈری اسکول ،
پرنام بٹ ، ضلع ویلور۔

جویریہ بیگم
بی۔ٹی۔ اسسٹنٹ، رمیضیہ اورینٹل عربی ہائی اسکول ، پرنام بٹ
، ضلع ویلور۔

نظر ثانی :

سید بلال احمد
بی۔ٹی۔ اسسٹنٹ،پنچایت یونین بائس مڈل اسکول، جعفر آباد،
وانم باڑی۔ ضلع ترپاتور۔

تعلیمی سربراہ اور معاون :

ڈاکٹر مسز لیس۔ شمیم
ڈپٹی ڈائرکٹر، یس۔سی۔ای۔آر۔ٹی،چنّئی

معاونین :

ڈاکٹر انبڑگن، پرنسپل، DIET ، رانی پیٹ۔

یم۔ سریش کمار، لکچرار، DIET ، رانی پیٹ۔

اے۔ سیوا کمار، لکچرار، DIET ، رانی پیٹ۔

یم۔یِن ۔ الطاف حسین،
بی۔ٹی۔ اسسٹنٹ، مرتضویہ اورینٹل ہائیر سیکنڈری اسکول،
ٹرپلی کین، چنئی۔

سجاد احمد ۔وائی ۔کے۔،
بی۔ٹی۔ اسسٹنٹ، مسلم بائز ہائر سکنڈری اسکول، ٹرپلی کین، چنئی۔

اردو ٹائپنگ : تاج پرنٹرس، وانم باڑی۔

ترتیب : تئ گرافکس، چنئی

Notes - نوٹس

Notes – نوٹس

Notes - نوٹس