GOVERNMENT OF TAMIL NADU

എട്ടാം തരം

STANDARD EIGHT

ഗണിതം

MATHEMATICS

MALAYALAM MEDIUM

Department of School Education

Untouchability is Inhuman and a Crime

00_8th_Front Pages_FM.indd 1 1/25/2023 4:59:10 PM

Government of Tamil Nadu

First Edition - 2019

Revised Edition - 2020, 2022, 2023

Reprint - 2021, 2024

(Published under New Syllabus)

Content Creation

State Council of Educational
Research and Training

© SCERT 2019

Printing & Publishing

Tamil Nadu Textbook and Educational
Services Corporation

www.textbooksonline.tn.nic.in

00_8th_Front Pages_FM.indd 2 1/25/2023 4:59:11 PM

ഗണിതം ഒരു സവിശേഷ പ്രതീകാത്മക ഭാഷയാണ്. ഇതിൽ ലോകം മുഴുവൻ വിജയിക്കുകയും പ്രവർത്തിക്കുകയും ചെയ്യുന്നു. വിദ്യാർത്ഥി സമൂഹത്തിന് ഗണിതശാസ്ത്രപഠനം ലളിതമാക്കാനുള്ള ശ്രമമാണ് ഈ പാഠപുസ്തകം.

അക്കങ്ങൾ, സമവാക്യങ്ങൾ, കണക്കുകൂട്ടലുകൾ, അൽഗോരിതങ്ങൾ എന്നിവയെ കുറിച്ച് മാത്രമല്ല, മനസ്സിലാക്കലിനെ അടിസ്ഥാനമാക്കിയുള്ളതാണ് ഗണിത ശാസ്ത്രം.

— വില്ല്യംപോൾ ഹാസ്റ്റൺ



ഒരു സ്കൂൾ വിദ്യാഭ്യാസത്തിൽ ഗണിതത്തിന്റെ പ്രധാന ലക്ഷ്യം കുട്ടിയുടെ ചിന്താ പ്രക്രിയയെ ഗണിതമാക്കുക എന്നതാണ്. ഗണിത ശാസ്ത്രം അറിയാൻ കഴിയുന്നതിനെക്കാൾ ഗണിതമാകുമെന്ന് അറിയുന്നത് വളരെ പ്രയോജനകരമായിരിക്കും.

00_8th_Front Pages_FM.indd 3 1/25/2023 4:59:11 PM

ഉള്ളടക്കം

ക്രമനമ്പർ	അദ്ധ്യായം	പേജ്നമ്പർ	മാസം
1	**സംഖ്യകൾ**	1-49	
1.1	മുഖവുര	1	ജൂൺ
1.2	പരിമേയ സംഖ്യകൾ	2	
1.3	പരിമേയ സംഖ്യകളിലെ നാല് അടിസ്ഥാന ക്രിയകൾ	14	
1.4	അടിസ്ഥാന ക്രിയകൾ ഉപയോഗിച്ചുള്ള വഴിക്കണക്കുകൾ	16	
1.5	പരിമേയസംഖ്യകളുടെ ഗുണങ്ങൾ	20	
1.6	വർഗ്ഗ സംഖ്യകളുടെ ആമുഖം	25	
1.7	വർഗ്ഗമൂലം	28	
1.8	ഘനങ്ങളും, ഘനസംഖ്യകളും	36	
1.9	ഘാതാങ്കങ്ങളും കൃത്യങ്കങ്ങളും	39	
2	**അളവുകൾ**	50-73	
2.1	മുഖവുര	50	ജൂലൈ
2.2	വൃത്തത്തിന്റെ ഭാഗങ്ങൾ	52	
2.3	മിശ്ര രൂപങ്ങൾ	59	
2.4	3-D രൂപങ്ങൾ (ത്രിമാന രൂപങ്ങൾ)	66	
3	**ബീജഗണിതം**	74-120	
3.1	മുഖവുര	76	ആഗസ്റ്റ്
3.2	ബീജഗണിത വ്യംജകങ്ങളുടെ ഗുണനം	77	
3.3	ബീജഗണിതവ്യംജകങ്ങളുടെ ഹരണം	82	
3.4	ചില സാധാരണ തെറ്റുകൾ ഒഴിവാക്കുക	84	
3.5	സർവസമവാക്യങ്ങൾ	86	ഒക്ടോബർ
3.6	ത്രിഘാത സർവ്വസമവാക്യങ്ങൾ	88	
3.7	ഘടകങ്ങളാക്കൽ	92	
3.8	ഒന്നോ അതിലധികമോ ചരങ്ങളോടു കൂടിയ രേഖീയ സമീകരണങ്ങൾ	97	
3.9	ഗ്രാഫ്	107	സെപ്റ്റംബർ
3.10	രേഖീയ ഗ്രാഫ്	115	ജനുവരി
4	**ദൈനംദിന ഗണിതം**	121-154	
4.1	മുഖവുര	121	സെപ്റ്റംബർ
4.2	പ്രശ്നങ്ങളിൽ ശതമാനത്തിന്റെ പ്രയോഗം	122	
4.3	ലാഭ നഷ്ടം, വിലക്കിഴിവ്, വസ്തുക്കളിൻമേൽ ഉള്ള മറ്റു ചിലവുകൾ	126	
4.4	കൂട്ടുപലിശ	132	നവംബർ
4.5	മിശ്ര വ്യതിയാനം	140	
4.6	സമയവും ജോലിയും	147	

00_8th_Front Pages_FM.indd 4 1/25/2023 4:59:11 PM

5	**ജ്യാമിതി**	155-210	
5.1	ആമുഖം	155	ആഗസ്റ്റ്
5.2	സർവ്വസമ സദൃശ രൂപങ്ങൾ	156	
5.3	പൈതഗോറസ് സിദ്ധാന്തം	167	
5.4	പൈതഗോറസ് സിദ്ധാന്തത്തിന്റെ വിപരീതം	167	
5.5	സംഗാമികൾ	170	ഡിസംബർ
5.6	ത്രികോണങ്ങളുടെ മാധ്യമം	170	
5.7	ത്രികോണത്തിലെ ഉന്നത	173	
5.8	ലംബദ്വിഭാജകം	174	
5.9	ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ കോണദ്വിഭാജകം	175	
5.10	ചതുർഭുജങ്ങളുടെ നിർമ്മിതി	180	ജൂലൈ
5.11	ലംബകത്തിന്റെ നിർമ്മിതി	187	
5.12	ചില പ്രത്യേക ചതുർഭുജങ്ങളുടെ നിർമ്മിതി	192	നവംബർ
5.13	സാമാന്തരികങ്ങളുടെ നിർമ്മിതി	196	
5.14	സമഭുജ സാമാന്തരികത്തിന്റെ നിർമ്മിതി	201	
5.15	ദീർഘചതുരത്തിന്റെ നിർമ്മിതി	205	ഫെബ്രുവരി
5.16	സമചതുരത്തിന്റെ നിർമ്മിതി	207	
6	**സ്ഥിതി വിവരകണക്കുകൾ**	211-231	
6.1	മുഖവുര	211	ജനുവരി
6.2	ആവൃത്തി വർഗാന്തര പട്ടിക	212	
6.3	തരം തിരിക്കാത്ത വിവരങ്ങളുടെ ആവൃത്തി പട്ടികയെ ഗ്രാഫ് ഉപയോഗിച്ച് പ്രതിനിധീകരിക്കൽ	217	
6.4	തരം തിരിച്ച വിവരങ്ങളുടെ ആവൃത്തി വിതരണത്തിന്റെ ഗ്രാഫ് പ്രതിനിധീകരണം	221	ഫെബ്രുവരി
7	**വിവര നിർവ്വഹണം**	232-272	
7.1	ആമുഖം	233	ആഗസ്റ്റ്
7.2	എണ്ണൽ രീതികളിലെ തത്ത്വങ്ങൾ	234	
7.3	ഗയിം കളിക്കൽ	239	
7.4	രൂപരേഖയ്ക്ക് നിറം കൊടുക്കൽ	243	നവംബർ
7.5	ഫിബൊനാച്ചി സംഖ്യകൾ	247	
7.6	ഉത്തമ സാധാരണ ഭാജകം	251	
7.7	സുരക്ഷിത വിവര നിർവ്വഹണം	254	ഫെബ്രുവരി
7.8	വാങ്ങലിലെ താരതമ്യങ്ങൾ	262	
7.9	പേക്കിംഗ	267	
	ഉത്തരങ്ങൾ	273-280	
	ഗണിതപദങ്ങൾ	281	

VPBX8

E-Book

ST2EU

Assessment

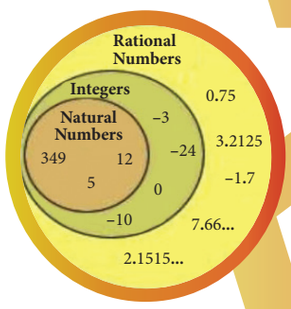
00_8th_Front Pages_FM.indd 5 1/25/2023 4:59:12 PM

എട്ടാം തരം
STANDARD EIGHT

ഗണിതം
MATHEMATICS

00_8th_Front Pages_FM.indd 6 1/25/2023 4:59:12 PM

1 സംഖ്യകൾ



പഠന ലക്ഷ്യങ്ങൾ

- ഭിന്നസംഖ്യകളെ പരിമേയ സംഖ്യകളാക്കി വിപുലീകരിക്കുന്നതിന്റെ ആവശ്യകത മനസ്സിലാക്കൽ, സംഖ്യാരേഖയിൽ പരിമേയ സംഖ്യകളെ പ്രതിനിധീകരിക്കൽ, രണ്ടു പരിമേയസംഖ്യകൾക്കിടയിൽ അനേകം പരിമേയസംഖ്യകളുണ്ടെന്ന് മനസ്സിലാക്കൽ.
- പരിമേയസംഖ്യകൾക്കിടയിലുള്ള നാല് അടിസ്ഥാനക്രീയകളും മനസ്സിലാക്കൽ, അടിസ്ഥാന ക്രീയകളിലുള്ള വഴിക്കണക്കുകൾ നിർദ്ധാരണം ചെയ്യൽ, മൂന്നു ബ്രാക്കറ്റുള്ള പദങ്ങളുടെ ലഘൂകരണം മനസ്സിലാക്കൽ.
- പരിമേയസംഖ്യകളുടെ സവിശേഷതകൾ മനസ്സിലാക്കൽ.
- സംഖ്യകളുടെ വർഗ്ഗം വർഗ്ഗമൂലം, ഘനം, ഘനമൂലം കണക്കാക്കൽ
- വർഗ്ഗമൂലം, ഘനമൂലം എന്നിവയുടെ ഏകദേശമൂല്യം കണക്കാക്കൽ.
- സംഖ്യകളുടെ ഘാതാങ്ക രൂപം, ഘതാങ്ക നിയമങ്ങൾ മനസ്സിലാക്കുന്നു.
- ശാസ്ത്രീയാങ്കന രീതിയിൽ എഴുതുവാനും അതിനെ തിരിച്ചറിയുവാനുമുള്ള അറിവ് നേടുന്നു.

E6YHU

1.1 മുഖവുര

കഴിഞ്ഞ ക്ലാസ്സുകളിൽ പഠിച്ച വിവിധ തരം സംഖ്യകളെ കുറിച്ച് നമുക്ക് ഓർമ്മിക്കാം. എണ്ണുക എന്ന സാഹചര്യം വരുമ്പോൾ സ്വാഭാവികമായും 1,2,3,4,5,....എന്ന് എണ്ണി തുടങ്ങും, ശരിയാണോ?

ഇവയെ **എണ്ണൽ സംഖ്യകൾ** അഥവാ **നിസ്സർഗ്ഗ സംഖ്യകൾ** എന്ന് പറയുന്നു. അവയുടെ കൂട്ടത്തെ **N** എന്ന അക്ഷരം കൊണ്ട് കുറിക്കുന്നു. അവയുടെ അവസാനത്തിലുള്ള മൂന്ന് കുത്തുകൾ അവ അവസാനിക്കാതെ തുടരുന്നു എന്ന് സൂചിപ്പിക്കുന്നു.

നിസ്സർഗ്ഗസംഖ്യകളെ താഴെ കാണും വിധം ചിത്രീകരിക്കാം:



ചിത്രം 1.1

താഴെ പറയുന്ന സാഹചര്യത്തിൽ ഇന്നലെ എന്റെ കീശയിൽ ₹8 ഉണ്ടായിരുന്നു. എന്നാൽ ഇന്ന് എന്റെ കീശയിൽ രൂപയൊന്നുമില്ല. എങ്കിൽ ഇപ്പോൾ എന്റെ കീശയിൽ എത്ര രൂപയുണ്ട്? ഒന്നുമില്ലാത്ത അവസ്ഥയെ എങ്ങനെ സൂചിപ്പിക്കാം. ഇവിടെ പൂജ്യം എന്ന ആശയം രൂപപ്പെടുന്നു. പൂജ്യത്തെ എങ്ങനെ സൂചിപ്പിക്കാം. ഇന്ന് പൂജ്യം വളരെ സാധാരണയായി ഉപയോഗിക്കുന്നു. എന്നാൽ പ്രാചിനകാലത്ത് പൂജ്യം സാധാരണമല്ല. പൂജ്യം എന്ന ആശയം ചിന്തിച്ച് തുടങ്ങി നൂറുവർഷങ്ങൾക്കുശേഷമാണ് ഇത് ഒരു സംഖ്യയാണെന്ന ചിന്തയിലേയ്ക്ക് എത്തിയത് ഈ സാഹചര്യത്തിന് ഉത്തരം നൽകിയത് പൂജ്യത്തിന് ചിഹ്നം നൽകി കൊണ്ട് ഇന്ത്യൻ

01_8th_Maths_Numbers_Chap 1_Malayalam.indd 1 1/26/2023 11:09:51 AM

ഗണിതശാസ്ത്രജ്ഞനാണ്.നിസ്സർഗ്ഗ സംഖ്യയുടെ കൂടെ പൂജ്യം കൂടെ ചേരുമ്പോൾ പൂർണ്ണ സംഖ്യകൾ ലഭ്യമാകുന്നു. പൂർണ്ണസംഖ്യകളെ താഴെ കാണും വിധം ചിത്രീകരിക്കാം.



ചിത്രം 1.2

പൂർണ്ണ സംഖ്യകളെ **W** എന്ന അക്ഷരം കൊണ്ട് സൂചിപ്പിക്കുന്നു.

എല്ലാ ചോദ്യങ്ങൾക്കും ഉത്തരം കണ്ടെത്താൻ പൂജ്യം മാത്രം മതിയാകില്ല. 6 ൽ നിന്നും 4 കുറയ്ക്കുമ്പോൾ ലഭിക്കുന്ന ഉത്തരം എന്താണ്?

ഒരു സംഖ്യാരേഖയിൽ 9 വരെ രേഖപ്പെടുത്തുക. അതിൽ 6 എന്ന സംഖ്യയിൽ ഒരു കുത്ത് ഇടുക.



ചിത്രം 1.3

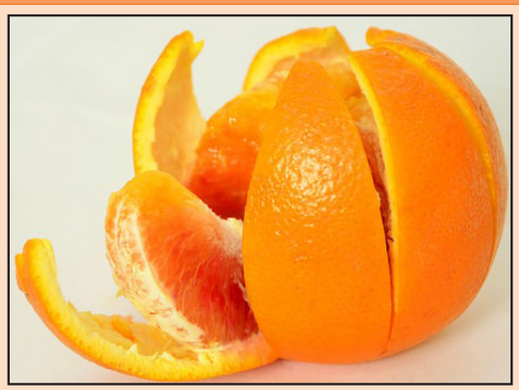
നമുക്കറിയാം 6 ൽ നിന്നും 4 കുറയ്ക്കാൻ 6 ന്റെ ഇടതുവശം 4 അടി പോകണം അപ്പോൾ 2 ൽ എത്തിചേരും അതുകൊണ്ട് ഉത്തരം 2 എന്നാൽ 4 ൽ നിന്നും 6 കുറയ്ക്കുമ്പോൾ എന്ത് സംഭവിക്കും ഈ സാഹചര്യം ഋണ സംഖ്യകൾ എന്ന ആശയത്തിലേയ്ക്ക് നയിക്കുന്നു.



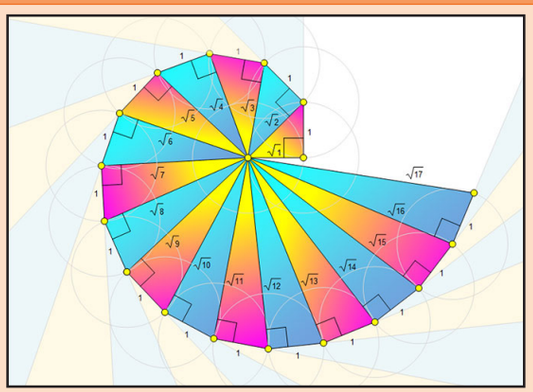
ചിത്രം 1.4

എന്നാൽ ഒരു സംഖ്യ എങ്ങനെ ഋണസംഖ്യയാകും വളരെ എളുപ്പം! പൂജ്യത്തെക്കാൾ കുറഞ്ഞ സംഖ്യകളാണ് ഋണസംഖ്യകൾ പൂർണ്ണസംഖ്യകളും ഋണസംഖ്യകളും ചേർന്നു വരുന്ന സംഖ്യകളെ പൂർണ്ണാങ്കങ്ങൾ എന്നു പറയാം. പൂജ്യം നിസ്സർഗ്ഗ സംഖ്യകൾ ഋണ സംഖ്യകൾ എന്നിവ അടങ്ങിയ സംഖ്യാ സമ്പ്രദായമാണ് പൂർണ്ണാങ്കങ്ങൾ പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളുടെ കൂട്ടത്തെ $\mathbb{Z}$ എന്ന അക്ഷരം കൊണ്ട് സൂചിപ്പിക്കുന്നു.

പ്രകൃതിയിൽ ഗണിതം - ദൈനംദിന ജീവിതത്തിൽ സംഖ്യകൾ



ഒരു ഓറഞ്ച് തൊലി ഉരിക്കുമ്പോൾ 8 അല്ലികൾ കാണുവാൻ സാധിക്കും. അതിൽ ഒരു ഭാഗം $\frac{1}{8}$. എന്നപരിമേയസംഖ്യയുപയോഗിച്ച് സൂചിപ്പിക്കുന്നു.



ജ്യാമിതീയിൽ നിന്ന് പൈതഗോറസ് സിദ്ധാന്തം ഉപയോഗിച്ച് ചുഴി രൂപത്തിൽ സംഖ്യകളുടെ വർഗ്ഗമൂലം.

1.2 പരിമേയ സംഖ്യകൾ (Rational Numbers)

പൂർണ്ണസംഖ്യകൾ സൃഷ്ടിക്കപ്പെട്ടു എങ്കിലും അവർക്ക് വിശ്രമമില്ല! $10 \div 5$ എന്നതിന്റെ ഉത്തരം 2 എന്നതിൽ സംശയമില്ല. എന്നാൽ $8 \div 5$ സാധ്യമാണോ? സംഖ്യകളുടെ ഇടയിൽ സംഖ്യകൾ ആവശ്യമായി വന്നു. $8 \div 5$ എന്നത് 1 നും 2 നും ഇടയിലുള്ള 1.6 ആണെന്ന് കാണാം എന്നാൽ $(-3) \div 4$ എവിടെയാണ്? 0 നും -1 നും ഇടയിൽ. ഇതുപോലെ $\frac{-12}{5}$ സംഖ്യ

01_8th_Maths_Numbers_Chap 1_Malayalam.indd 2 1/26/2023 11:09:52 AM

രേഖയിൽ എവിടെയാണ്. –2 നും –3 നും ഇടയിൽ. അതിനാൽ ഒരു പൂർണ്ണാംഗത്തെ മറ്റൊരു പൂർണ്ണാംഗം കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ഉണ്ടാകുന്ന അനുപാതമാണ് **പരിമേയ സംഖ്യ** (പൂജ്യം കൊണ്ട് ഹരിക്കുക ഇല്ല എന്നത് ഓർക്കുക)

ഔപചാരികമായി പറഞ്ഞാൽ പരിമേയ സംഖ്യ എന്നത് $\frac{a}{b}$ എന്ന രൂപത്തിലുള്ള, a, b ഇവ പൂർണാംഗങ്ങൾ, $b \neq 0$ ഭിന്നങ്ങളാണ് പരിമേയ സംഖ്യകളുടെ ശേഖരത്തെ $\mathbb{Q}$ എന്ന് സൂചിപ്പിക്കാം. ഋണം അല്ലാത്ത പരിമേയ സംഖ്യകളെ ഭിന്നങ്ങൾ എന്നറിയപ്പെടുന്നു. ഇവയെ ദശാംശ രൂപത്തിലും ശതമാനത്തിലും സൂചിപ്പിക്കാം

ഭിന്നങ്ങളിലെ അടിസ്ഥാന ക്രിയകളെ കുറിച്ചുള്ള അറിവ് പരിമേയ സംഖ്യകളിലും ആവശ്യമാണ്. ഭിന്നങ്ങളുടെ അടിസ്ഥാന ആശയങ്ങളെ ഓർമ്മിക്കാൻ നമുക്ക് ശ്രമിക്കാം.

പുനരാഖ്യാനം

1. $\frac{125}{200}$ ന്റെ ലഘുവായ രൂപം _____.
2. $\frac{8}{12}$ ന് തുല്യമല്ലാത്ത ഭിന്നസംഖ്യ ഏത്?

   (A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{16}{24}$ (C) $\frac{32}{60}$ (D) $\frac{24}{36}$
3. $\frac{4}{5}$, $\frac{8}{9}$ ൽ വലുത്
4. $\frac{3}{5}+\frac{5}{8}+\frac{7}{10}$ തുക കാണുക
5. $\frac{1}{8}-\left(\frac{1}{6}-\frac{1}{4}\right)$ ലഘൂകരിക്കുക
6. $2\frac{3}{5}$ നെ $1\frac{4}{7}$ കൊണ്ട് ഗുണിക്കുക.
7. $\frac{7}{36}$ നെ $\frac{35}{81}$. കൊണ്ട് ഹരിക്കുക
8. പൂരിപ്പിക്കുക $\frac{\square}{66}=\frac{70}{\square}=\frac{28}{44}=\frac{\square}{121}=\frac{7}{\square}$
9. ഒരു പട്ടണത്തിൽ, ജനസംഖ്യയുടെ $\frac{7}{20}$ ഭാഗം സ്ത്രീകളും $\frac{1}{4}$ ഭാഗം കുട്ടികളുമാണ്. എങ്കിൽ ആണുങ്ങളുടെ ജനസംഖ്യയുടെ ഭിന്നം കാണുക?
10. $\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right)$ നെ ചിത്രത്തിലൂടെ സൂചിപ്പിക്കുക.



ശ്രമിക്കുക

1. –7 പരിമേയ സംഖ്യയാണോ ? എന്തുകൊണ്ട് ?
2. 0 നും 1 നും ഇടയിലുള്ള ഏതെങ്കിലും 6 പരിമേയ സംഖ്യകൾ എഴുതുക.



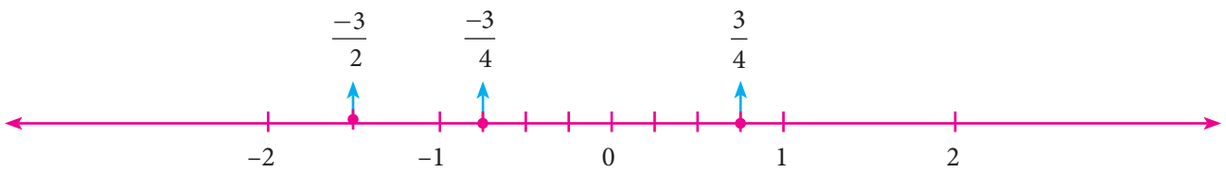
കുറിപ്പ്

ഏതെങ്കിലും തരത്തിലുള്ള രണ്ട് അളവുകളെ താരതമ്യം ചെയ്യുന്ന രീതിയാണ് അനുപാതം ഉദാഹരണത്തിന് ഓരോ 20 വിദ്യാർത്ഥികൾക്കും ഒരു അദ്ധ്യാപകൻ എങ്കിൽ അദ്ധ്യാപകരുടെ അനുപാതം 1:20 ആണ്. അനുപാതം സാധാരണ ഭിന്നരൂപത്തിലാണ് എഴുതുന്നത് അതായത് $1:20=\frac{1}{20}$. ഇക്കാരണത്താലാണ് ഭിന്നരൂപത്തിലുള്ള സംഖ്യകൾ, പരിമേയ സംഖ്യകൾ എന്നറിയപ്പെടുന്നത്.

01_8th_Maths_Numbers_Chap 1_Malayalam.indd 3 1/26/2023 11:09:56 AM

1.2.1 സംഖ്യാരേഖയിൽ പരിമേയ സംഖ്യകൾ

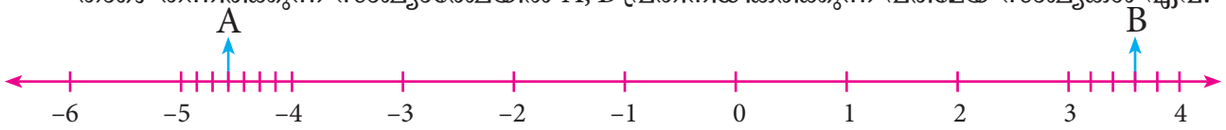
പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളെ സംഖ്യാരേഖയിൽ പ്രതിനിധീകരിക്കുന്ന വിധം നമുക്കറിയാം. ഇതേ രീതിയിൽ പരിമേയസംഖ്യകളെയും സംഖ്യാരേഖയിൽ കുറിക്കാം. $\frac{-3}{4}$ എന്ന സംഖ്യ, സംഖ്യാരേഖയിൽ കുറിക്കണമെന്നിരിക്കട്ടെ. ഋണ സംഖ്യയായതിനാൽ $\frac{-3}{4}$ എന്നത് 0 ന് ഇടതുവശത്ത് 0 യ്ക്കും −1 നും ഇടയിലായി കുറിക്കണം. നമുക്കറിയാം പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളിൽ, +1 കൂടാതെ −1 എന്നിവ 0 ൽ നിന്നും തുല്യ അകലത്തിലായിരിക്കും അതേപോലെ 2, −2 എന്നിവയും 3, -3 എന്നിവയും 0 ൽ നിന്നും തുല്യ അകലത്തിലായിരിക്കും. പരിമേയ സംഖ്യകളും അതുപോലെ തന്നെയാണ്. അതായത് $\frac{3}{4}$ എന്നത് പൂജ്യത്തിനു വലതുവശത്തായി 0 യ്ക്കും 1 നും ഇടയിലുള്ള 4 ഭാഗത്തിൽ മൂന്നാമത്തേതാണ്. അതുപോലെ $\frac{-3}{4}$ എന്നത് ചിത്രത്തിലുള്ളതുപോലെ പൂജ്യത്തിന് ഇടതു വശത്തായി 0 യ്ക്കും −1 നും ഇടയിലുള്ള 4 ഭാഗത്തിൽ മൂന്നാമത്തേതാണ്.



ചിത്രം. 1.5

അതുപോലെ $\frac{-3}{2}$ എന്നത് −1 നും -2 നും ഇടയിലാണെന്ന് നമുക്ക് പറയാൻ കഴിയും. കാരണം $\frac{-3}{2} = -1\frac{1}{2}$ ആകുന്നു.

താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന സംഖ്യാരേഖയിൽ A, B പ്രതിനിധീകരിക്കുന്ന പരിമേയ സംഖ്യകൾ ഏവ?



ചിത്രം. 1.6

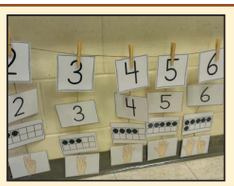
മുകളിൽ തന്നിരിക്കുന്ന സംഖ്യാ രേഖയിലുള്ള A, B എന്നീ പരിമിതിയെ സംഖ്യകൾ ഏതെല്ലാം എന്ന് നിങ്ങൾക്ക് നിഷ്പ്രയാസം പറയാൻ സാധിക്കും . അല്ലേ? A എന്നത് $-4\frac{4}{7}\left(\frac{-32}{7}\right)$ എന്ന പരിമേയ സംഖ്യയേയും B എന്നത് $3\frac{3}{5}\left(\frac{18}{5}\right)$ എന്ന പരിമേയ സംഖ്യയേയും പ്രതിനിധീകരിക്കുന്നു.

1.2.2 പരിമേയ സംഖ്യകളുടെ ദശാംശരൂപം

ഭിന്ന സംഖ്യാ രൂപത്തിലുള്ള പരിമേയ സംഖ്യകളെ ദശാംശ രൂപത്തിൽ പ്രതിനിധീകരിക്കാൻ സാധിക്കും. $\frac{a}{b}(b \neq 0)$ രൂപത്തിൽ നൽകിയിട്ടുള്ള പരിമേയ സംഖ്യയെ a എന്ന അംശത്തെ b എന്ന ഛേദം കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ അവയെ അവസാനിക്കുന്നത് അല്ലെങ്കിൽ ആവർത്തിക്കുന്ന ദശാംശരൂപത്തിലാക്കാൻ കഴിയും.

പ്രവർത്തി

ക്ലാസ് റൂമിന്റെ ചുമരിൽ ഒരു നൂൽകമ്പി വലിച്ച സംഖ്യാരേഖ പോലെ കെട്ടുക. ഒരു പെട്ടിയിൽ പൂർണ്ണാങ്കങ്ങൾ എഴുതിയകാർഡുകൾ എടുത്ത് പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളെ ശരിയായ ക്രമത്തിൽ സംഖ്യാരേഖയിൽ ക്രമീകരിക്കുക. ഏറ്റവും കൂടുതൽ സംഖ്യകൾ ശരിയായി ക്രമീകരിക്കുന്ന കളിക്കാരൻ ജയിക്കും. ഇതു വിദ്യാർത്ഥികളെഗ്രൂപ്പായി പിരിച്ചും കളിക്കാവുന്നതാണ്.



01_8th_Maths_Numbers_Chap 1_Malayalam.indd 4 1/26/2023 11:09:58 AM

ഉദാഹരണം 1.1

താഴെ തന്നിട്ടുള്ള പരിമേയ സംഖ്യകളുടെ ദശാംശ രൂപം എഴുതുക

i) $\frac{1}{4}$ ii) $1\frac{3}{20}$ iii) $-5\frac{4}{5}$ iv) 3 v) $\frac{1}{3}$

നിർദ്ധാരണം:

(i) $\frac{1}{4}=\frac{25}{100}=0.25$ (ii) $1\frac{3}{20}=\frac{23}{20}=\frac{115}{100}=1.15$ (iii) $-5\frac{4}{5}=\frac{-29}{5}=\frac{-58}{10}=-5.8$

(iv) $3=\frac{3}{1}=\frac{30}{10}=3.0$ (v) $\frac{1}{3}$ = 0.3333... (ഹരിക്കുന്നതിലൂടെ അവസാനിക്കാത്തതും ആവർത്തിക്കുന്നതുമായ ദശാംശരൂപം)

കുറിപ്പ്

❖ മുകളിൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഉദാഹരണത്തിൽ നിന്നും പരിമേയസംഖ്യയെ ദശാംശ രൂപത്തിലാക്കുവാൻ മനസ്സിലാക്കി. ദശാംശ സംഖ്യയെ പരിമേയ സംഖ്യയായി മാറ്റുവാൻ ഉയർന്ന ക്ലാസ്സുകളിൽ പഠിക്കും.

π = 3.14159265358979323846264338327.....

$\sqrt{2}$ = 1.41421356237309504880168..... തുടങ്ങിയ അവസാനിക്കാത്തതും ആവർത്തിക്കാത്തതുമായ ദശാംശസംഖ്യകൾ ഉണ്ട്. അവ പരിമേയ സംഖ്യകൾ അല്ല. ഇവയെക്കുറിച്ച് ഉയർന്ന ക്ലാസ്സുകളിൽ പഠിക്കും.

ശ്രമിക്കുക

താഴെ തന്നിട്ടുള്ള പരിമേയ സംഖ്യകളുടെ ദശാംശ രൂപം എഴുതുക

1. $\frac{4}{5}$ 2. $\frac{6}{25}$ 3. $\frac{486}{1000}$ 4. $\frac{1}{9}$ 5. $3\frac{1}{4}$ 6. $-2\frac{3}{5}$

1.2.3 ധനപരിമേയ സംഖ്യകൾ കൂടാതെ ഋണ പരിമേയ സംഖ്യകൾ

പരിമേയ സംഖ്യകളെ ധനപരിമേയ സംഖ്യകൾ എന്നും ഋണ പരിമേയസംഖ്യകൾ എന്നു തരം തിരിക്കാം. ഒരു പരിമേയ സംഖ്യയുടെ അംശത്തിനും ഛേദത്തിനും ഓരേ ചിഹ്നമാണെങ്കിൽ അവയെ ധനപരിമേയസംഖ്യ എന്ന് പറയുന്നു.

$\frac{3}{4}, \frac{-11}{-6}$ ...., എന്നിയ ധനപരിമേയ സംഖ്യകൾക്ക് ഉദാഹരണം.

ഒരു പരിമേയ സംഖ്യയുടെ അംശം അല്ലെങ്കിൽ ഛേദം ഋണ സംഖ്യയായിരുന്നാൽ അവയെ ഋണ പരിമേയ സംഖ്യ എന്ന് പറയുന്നു.

$\frac{-3}{4}, \frac{11}{-6}$ ...., എന്നിവ ഋണ പരിമേയ സംഖ്യകൾക്ക് ഉദാഹരണം

കുറിപ്പ്

❖ 0 എന്നത് ഒരു പരിമേയ സംഖ്യയാണ് അത് ധനവും അല്ല ഋണവും അല്ല.

❖ $\frac{-11}{6}=\frac{11}{-6}=-\frac{11}{6}$ എന്നിവ തുല്യമാണെന്ന് മനസ്സിലാക്കുക.

01_8th_Maths_Numbers_Chap 1_Malayalam.indd 5 1/26/2023 11:10:00 AM

1.2.4 സമാന പരിമേയ സംഖ്യ

ഒരു ഭിന്ന സംഖ്യയുടെ സമാന ഭിന്നങ്ങൾ എഴുതാൻ നമുക്കറിയാം. പരിമേയ സംഖ്യ ഒരു ഭിന്നസംഖ്യയായതിനാൽ സമാന പരിമേയസംഖ്യകളും അതേ രീതിയിൽ നമുക്ക് കണ്ടെത്താം.

ഒരു പരിമേയ സംഖ്യയെ അംശവും ഛേദവും പൂജ്യമല്ലാത്ത ഒരു പൂർണ്ണാങ്കം ഉപയോഗിച്ച് ഗുണിക്കുമ്പോൾ കിട്ടുന്ന പുതിയ പരിമേയ സംഖ്യ ആദ്യത്തെ പരിമേയ സംഖ്യയ്ക്ക് സമാന മായിരിക്കും.

ഉദാഹരണമായി,

$-\frac{2}{3}$ എന്നത് $\frac{-6}{9}$ ന് സമാനമാണ്. കാരണം $\frac{-2}{3}=\frac{-2\times 3}{3\times 3}=\frac{-6}{9}$

$-\frac{2}{3}$ എന്നത് $\frac{10}{-15}$ന് സമാനമാണ്. കാരണം $\frac{2}{-3}=\frac{2\times 5}{-3\times 5}=\frac{10}{-15}$

അതിനാൽ, $-\frac{2}{3}=\frac{-6}{9}=\frac{10}{-15}$.



ശ്രമിക്കുക

1. $\frac{7}{3}=\frac{?}{9}=\frac{49}{?}=\frac{-21}{?}$
2. $\frac{-2}{5}=\frac{?}{10}=\frac{6}{?}=\frac{-8}{?}$

1.2.5 പരിമേയ സംഖ്യകളുടെ അടിസ്ഥാന രൂപം

താഴെ തന്നിട്ടുള്ള പരിമേയ സംഖ്യകളെ നിരീക്ഷിക്കുക.: $\frac{4}{5},\frac{-3}{7},\frac{1}{6},\frac{-4}{13},\frac{-50}{51}$.

i) ഈ പരിമേയ സംഖ്യകളുടെ ഛേദങ്ങൾ ധനസംഖ്യകളാണ്

ii) അംശത്തിന്റെയും ഛേദത്തിന്റെയും പൊതുഘടകം 1 ആണ്

iii) അംശത്തിൽ മാത്രമാണ് ഋണ ചിഹ്നം വരുന്നത്. എന്ന് നമുക്ക് കാണാം

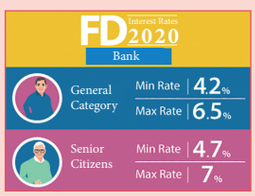
ഇത്തരത്തിലുള്ള പരിമേയ സംഖ്യകൾ അടിസ്ഥാന രൂപത്തിലാണെന്ന് പറയാം.

ഒരു പരിമേയ സംഖ്യയുടെ ഛേദം ധനസംഖ്യയും കൂടാതെ അംശത്തിന്റെയും ഛേദത്തിന്റെയും പൊതുഘടകം 1 ഉം ആയാൽ ആ പരിമേയ സംഖ്യ അടിസ്ഥാന രൂപത്തിലാണെന്ന് പറയാം.

ഒരു പരിമേയ സംഖ്യ അടിസ്ഥാന രൂപത്തിൽ അല്ലെങ്കിൽ അതിനെ ലഘൂകരിച്ച് അടിസ്ഥാന രൂപത്തിലേക്ക് മാറ്റുവാൻ സാധിക്കും.



Q എന്നറിയപ്പെടുന്ന പരിമേയസംഖ്യകളുടെ ഗണം എന്നത് 0 കൊണ്ടുള്ള ഹരണം ഒഴികെയുള്ള എല്ലാ സംഖ്യകളുടെയും ഹരണഫലം ആണ്. ദശാംശസംഖ്യകളെയും ഹരണ രൂപത്തിലെഴുതാൻ സാധിക്കും, അതിനാൽ അവയും പരിമേയസംഖ്യകളാണ്.



ഉദാഹരണം 1.2

സ്റ്റാൻഡേർഡ് രൂപത്തിൽ ചുരുക്കി എഴുതുക: (i) $\frac{48}{-84}$ (ii) $\frac{-18}{-42}$

നിർദ്ധാരണം:

(i) **രീതി 1:**

$$\frac{48}{-84}=\frac{48\div(-2)}{-84\div(-2)}=\frac{-24\div 2}{42\div 2}=\frac{-12\div 3}{21\div 3}=\frac{-4}{7}$$ (-2,2, 3 എന്നിവ കൊണ്ട് ഹരിക്കുക)

01_8th_Maths_Numbers_Chap 1_Malayalam.indd 6 1/26/2023 11:10:02 AM

രീതി 2:

48, 84 ന്റെ ഉ.സാ.ഭാ 12 (കണ്ടുപിടിക്കണം). −12 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ സ്റ്റാൻഡേർഡ് രൂപം ലഭിക്കും.

$$\frac{48}{-84}=\frac{48\div(-12)}{-84\div(-12)}=\frac{-4}{7}$$

(ii) **രീതി 1:**

$$\frac{-18}{-42}=\frac{-18\div(-2)}{-42\div(-2)}=\frac{9\div3}{21\div3}=\frac{3}{7}$$ (−2, 3 എന്നിവ കൊണ്ട് ഹരിക്കുക)

രീതി 2:

18, 42 ന്റെ ഉ.സാ.ഭാ 6 (കണ്ടുപിടിക്കണം). 6 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ സ്റ്റാൻഡേർഡ് രൂപം ലഭിക്കും.

$$\frac{-18}{-42}=\frac{-18\times(-1)}{-42\times(-1)}=\frac{18}{42}=\frac{18\div6}{42\div6}=\frac{3}{7}$$



ശ്രമിക്കുക

1. താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നവയിൽ സമാനപരിമേയ സംഖ്യകൾ ഏതെല്ലാം?

   (i) $\frac{-6}{4},\frac{18}{-12}$ (ii) $\frac{-4}{-20},\frac{1}{-5}$ (iii) $\frac{-12}{-17},\frac{60}{85}$

2. താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നവയുടെ സ്റ്റാൻഡേർഡ് രൂപം കാണുക.

   (i) $\frac{36}{-96}$ (ii) $\frac{-56}{-72}$ (iii) $\frac{27}{18}$

3. താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന പരിമേയ സംഖ്യകളെ സംഖ്യാരേഖയിൽ കുറിക്കുക.

   (i) $\frac{-2}{3}$ (ii) $\frac{-8}{-5}$ (iii) $\frac{5}{-4}$

1.2.6 പരിമേയ സംഖ്യകളുടെ താരതമ്യം

താഴെ പറയുന്ന കാര്യങ്ങൾ വളരെയധികം പ്രയോജനപ്പെടും

- എല്ലാ ധനസംഖ്യയും പൂജ്യത്തേക്കാൾ വലുതാണ്
- എല്ലാ ഋണസംഖ്യയും പൂജ്യത്തേക്കാൾ ചെറുതാണ്
- എല്ലാ ധനസംഖ്യയും ഋണസംഖ്യകളേക്കാൾ വലുതാണ്
- സംഖ്യരേഖയിൽ ഒരു സംഖ്യയുടെ വലതുവശത്തുള്ള സംഖ്യകൾ ആ സംഖ്യയെക്കാൾ വലുതാണ്.

തന്നിട്ടുള്ള രണ്ട് പൂർണ്ണാങ്കങ്ങൾ അല്ലെങ്കിൽ ഭിന്നസംഖ്യകളെ താരതമ്യം ചെയ്ത് വലുത് ഏത് ചെറുത് ഏത് എന്ന് കണ്ടെത്താൻ നമുക്കറിയാം. അതുപോലെ നമുക്ക് പരിമേയ സംഖ്യകളെയും താരതമ്യം ചെയ്യാം.

തരം 1: വ്യത്യസ്ത ചിഹ്നങ്ങളുള്ള പരിമേയ സംഖ്യകളുടെ താരതമ്യം

ഉദാഹരണം 1.3

താരതമ്യം ചെയ്യുക $\frac{5}{17},\frac{-10}{19}$.

01_8th_Maths_Numbers_Chap 1_Malayalam.indd 7 1/26/2023 11:10:08 AM

നിർദ്ധാരണം:

എല്ലാ ധനസംഖ്യയും ഋണ സംഖ്യയേക്കാൾ വലുതാണ്

അതുകൊണ്ട് $\frac{5}{17} > \frac{-10}{19}$.

തരം 2: ഓരേ ഛേദമുള്ള പരിമേയ സംഖ്യകളുടെ താരതമ്യം

ഉദാഹരണം 1.4

താരതമ്യം ചെയ്യുക $\frac{1}{3}, \frac{4}{3}$.

നിർദ്ധാരണം:

ഛേദങ്ങൾ ഒരു പോലെയാകുമ്പോൾ അംശങ്ങളെ താരതമ്യം ചെയ്യുക

$1 < 4$, അതുകൊണ്ട് $\frac{1}{3} < \frac{4}{3}$.

തരം 3 : വ്യത്യസ്ത ഛേദങ്ങളുള്ള പരിമേയ സംഖ്യകളുടെ താരതമ്യം

ഉദാഹരണം 1.5

താരതമ്യം ചെയ്യുക $\frac{3}{4}, \frac{5}{6}$.

നിർദ്ധാരണം:

ഛേദങ്ങളുടെ ല.സാ.ഗു 12 ആണ് (കണ്ടെത്തുക). ഓരോ പരിമേയ സംഖ്യകളുടെയും ഛേദം 12 (ല.സാ.ഗു) വരുന്ന സമാനഭിന്നങ്ങളെ കണ്ടെത്തുക

ഇപ്പോൾ $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$ കൂടാതെ $\frac{5}{6} = \frac{10}{12}$, ലഭിക്കുന്നു ഇവ ഓരേ പോലെയുള്ള പരിമേയ സംഖ്യകളാണ്

ഇവിടെ, $\frac{9}{12} < \frac{10}{12}$. അതുകൊണ്ട്, $\frac{3}{4} < \frac{5}{6}$ എന്ന് മനസ്സിലാക്കാം.

തരം 4 : അടിസ്ഥാന രൂപത്തിലല്ലാത്ത പരിമേയ സംഖ്യകളുടെ താരതമ്യം

ഉദാഹരണം 1.6

താരതമ്യം ചെയ്യുക $\frac{9}{-4}, \frac{-2}{3}$.

നിർദ്ധാരണം:

$\frac{9}{-4}$ എന്ന സംഖ്യ അടിസ്ഥാനരൂപത്തിലല്ല. ആദ്യമായി അടിസ്ഥാനരൂപത്തിലാക്കുക

$\frac{9}{-4} = \frac{9}{-4} \times \frac{-1}{-1}$ (ഛേദത്തെ ധനസംഖ്യയാക്കുന്നതിന്) $= \frac{-9}{4}$

ഇപ്പോൾ $\frac{-9}{4}$ കൂടാതെ $\frac{-2}{3}$ ഇവയെ താരതമ്യം ചെയ്യാം ഇവ ഒരേ പോലെയുള്ള പരിമേയ സംഖ്യകൾ അല്ല. ആദ്യം അവയെ ഒരേ പോലെയുള്ള പരിമേയ സംഖ്യകളായി മാറ്റാം. അതിനായി ഛേദങ്ങളുടെ ല.സാ.ഗു കണ്ടെത്തുക അവയുടെ ല.സാ.ഗു 12 ആണ്

ഇപ്പോൾ നമുക്ക് $\frac{-9}{4} = \frac{-27}{12}$ കൂടാതെ $\frac{-2}{3} = \frac{-8}{12}$ എന്നിവയുടെ സമാന ഭിന്നങ്ങളെ താരതമ്യം ചെയ്യാം. (എങ്ങനെ) ഇവയുടെ ഛേദങ്ങൾ തുല്യമായതിനാൽ അവയുടെ അംശങ്ങളായ -27 കൂടാതെ -8 എന്നിവയെ താരതമ്യം ചെയ്യുക.

01_8th_Maths_Numbers_Chap 1_Malayalam.indd 8 1/26/2023 11:10:09 AM

ഈ സംഖ്യകളെ താഴെ കൊടുത്തിട്ടുള്ള സംഖ്യാരേഖയിൽ ചിത്രീകരിക്കാം.



ചിത്രം. 1.7

-27 ന്റെ വലതുവശത്താണ് -8 $(-8) > (-27)$ അതുകൊണ്ട് ഇതിൽ നിന്നും $\frac{-8}{12} > \frac{-27}{12}$ എന്ന ഉത്തരം ലഭിക്കുന്നു. അതുകൊണ്ട് $\frac{-2}{3} > \frac{9}{-4}$ എന്ന് ലഭ്യമാകുന്നു.

ഉദാഹരണം 1.7

താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന പരിമേയസംഖ്യകളെ അവരോഹണക്രമത്തിലും ആരോഹണക്രമത്തിലും എഴുതുക.

$$\frac{-3}{5}, \frac{7}{-10}, \frac{-15}{20}, \frac{14}{-30}, \frac{-8}{15}$$

നിർദ്ധാരണം:

ആദ്യമായി ഛേദങ്ങളെ ധന സംഖ്യകളാക്കി സ്റ്റാൻഡേർഡ് രൂപത്തിലാക്കി മാറ്റി എഴുതുക. $\frac{-3}{5}, \frac{-7}{10}, \frac{-15}{20}, \frac{-14}{30}, \frac{-8}{15}$. അടുത്തതായി 5,10,15,20,30 എന്നിവയുടെ ല.സാ.ഗു 60 (കണ്ടു പിടിക്കുക). തന്നിരിക്കുന്ന പരിമേയസംഖ്യകളെ ഛേദം 60 ആയ സമാനഭിന്നങ്ങളാക്കി മാറ്റുക.

$\frac{-3}{5}$	$\frac{-7}{10}$	$\frac{-15}{20}$	$\frac{-14}{30}$	$\frac{-8}{15}$
$= \frac{-3}{5} \times \frac{12}{12}$	$= \frac{-7}{10} \times \frac{6}{6}$	$= \frac{-15}{20} \times \frac{3}{3}$	$= \frac{-14}{30} \times \frac{2}{2}$	$= \frac{-8}{15} \times \frac{4}{4}$
$= \frac{-36}{60}$	$= \frac{-42}{60}$	$= \frac{-45}{60}$	$= \frac{-28}{60}$	$= \frac{-32}{60}$

ഇപ്പോൾ അംശങ്ങളായ $-36, -42, -45, -28$, -32 എന്നിവ താരതമ്യം ചെയ്യുക

$$-45 < -42 < -36 < -32 < -28$$

അതുകൊണ്ട്, $\frac{-45}{60} < \frac{-42}{60} < \frac{-36}{60} < \frac{-32}{60} < \frac{-28}{60}$ അതായത്, $\frac{-15}{20} < \frac{7}{-10} < \frac{-3}{5} < \frac{-8}{15} < \frac{14}{-30}$.

അതായത് ആരോഹണക്രമം $\frac{-15}{20}, \frac{7}{-10}, \frac{-3}{5}, \frac{-8}{15}, \frac{14}{-30}$.

അതുപോലെ, അവരോഹണക്രമം എന്നത് $\frac{14}{-30}, \frac{-8}{15}, \frac{-3}{5}, \frac{7}{-10}, \frac{-15}{20}$.

1.2.7 തന്നിട്ടുള്ള രണ്ട് പരിമേയ സംഖ്യകളുടെ ഇടയിലുള്ള പരിമേയ സംഖ്യകൾ

4 കൂടാതെ 10 എന്നീ രണ്ട് പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളുടെ പരിഗണിക്കുക. കൂടാതെ 5,6,7,8, 9 എന്നീ പൂർണ്ണാങ്കൾ 4 നും 10 നും ഇടയിൽ സ്ഥിതി ചെയ്യുന്നു. ശരിയാണോ?



ചിത്രം. 1.8

3 നും -2 നും ഇടയിൽ എത്ര പൂർണ്ണാങ്കൾ സ്ഥിതി ചെയ്യുന്നു? അവയെ പട്ടികയിലാക്കുക. -5നും -4 നു ഇടയിൽ ഏതെങ്കിലും പൂർണ്ണാങ്കങ്ങൾ ഉണ്ടോ? ഇല്ല എന്നതാണ് ഉത്തരം



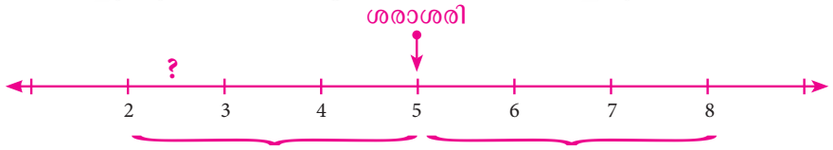
ചിത്രം. 1.9

01_8th_Maths_Numbers_Chap 1_Malayalam.indd 9 1/26/2023 11:10:12 AM

ഇതിൽ നിന്നും രണ്ട് പൂർണ്ണാങ്കങ്ങൾക്കിടയിലെ പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളുടെ എണ്ണം പരിമിതമാണ്. അവയുടെ എണ്ണം പരിമിതമോ അല്ലെങ്കിൽ ഒന്നും ഇല്ലാത്ത അവസ്ഥയോ ആണ്. പൂർണ്ണാങ്കങ്ങൾക്കുപകരം പരിമേയ സംഖ്യകളെ പരിഗണിക്കുക. എന്താണ് സംഭവിക്കുക എന്ന് ചിന്തിക്കുക? രണ്ട് പരിമേയ സംഖ്യകൾക്കിടയിൽ അനേകം (നിരവധി) പരിമേയ സംഖ്യകൾ ഉണ്ടെന്ന് മനസ്സിലാക്കാം. രണ്ട് പരിമേയ സംഖ്യകൾക്കിടയിലെ പരിമേയ സംഖ്യകളെ കണ്ടെത്താൻ കുറഞ്ഞത് രണ്ട് രീതിയുണ്ട്

ശരാശരി സമ്പ്രദായം:

രണ്ട് സംഖ്യകളുടെ ശരാശരി അവയുടെ മധ്യത്തിൽ സ്ഥിതി ചെയ്യുന്നു. എന്ന് നമുക്കറിയാം. ഉദാഹരണമായി 2 കൂടാതെ 8 എന്നിവയുടെ ശരാശരി $\frac{2+8}{2}=5$ എന്നത് 2 കൂടാതെ 8 എന്നിവയുടെ മധ്യത്തിൽ സ്ഥിതിചെയ്യുന്നു എന്ന് സംഖ്യാരേഖയിൽ കാണിച്ചിട്ടുണ്ട്.



ചിത്രം. 1.10

ഈ ആശയം ഉപയോഗിച്ച് രണ്ട് പരിമേയ സംഖ്യകൾക്കിടയിലെ നിരവധി പരിമേയ സംഖ്യകളെ കണ്ടെത്താൻ സാധിക്കും

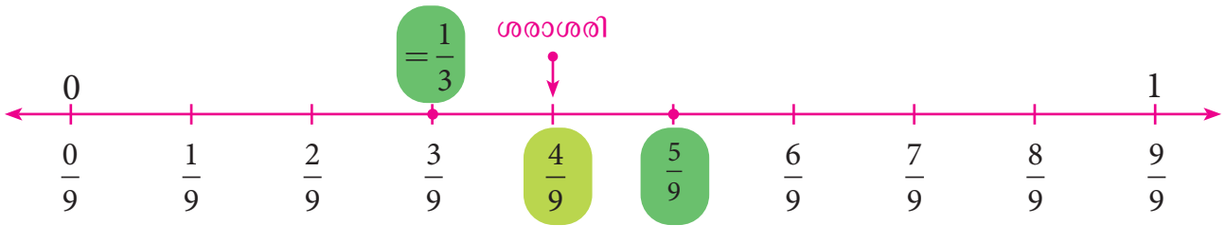
ഉദാഹരണം 1.8

$\frac{1}{3}$ നും $\frac{5}{9}$ നും ഇടയിലുള്ള ഒരു പരിമേയ സംഖ്യകയെ കണ്ടെത്തുക.

നിർദ്ധാരണം:

$\frac{1}{3}, \frac{5}{9}$ എന്നിവയുടെ ശരാശരി $=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}+\frac{5}{9}\right)=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}\times\frac{3}{3}+\frac{5}{9}\right)$ എന്തുകൊണ്ട്

$$=\frac{1}{2}\left(\frac{3}{9}+\frac{5}{9}\right)=\frac{1}{2}\times\frac{8}{9}=\frac{4}{9}$$



ചിത്രം. 1.11

$\frac{1}{3}$ നും $\frac{5}{9}$ നും ഇടയിലുള്ള ഒരു പരിമേയ സംഖ്യയാണ് $\frac{4}{9}$ അതുപോലെ $\frac{1}{3}$ നും $\frac{5}{9}$ നും ഇടയിൽ നിരവധി പരിമേയ സംഖ്യകളെ കണ്ടെത്താൻ സാധിക്കും. ഇതിൽ നിന്നും രണ്ട് പരിമേയ സംഖ്യകൾക്കിടയിൽ എണ്ണമറ്റ പരിമേയ സംഖ്യകളെ കണ്ടെത്താൻ സാധിക്കും രണ്ട് പരിമേയ സംഖ്യകൾക്കിടയിൽ അനന്തം പരിമേയസംഖ്യകൾ കണ്ടു പിടിക്കാൻ കഴിയും.

ചിന്തിക്കുക



$\frac{-7}{11}$ നും $\frac{6}{-11}$ നും ഇടയിൽ ഏതെങ്കിലും പരിമേയ സംഖ്യകൾ ഉണ്ടോ?

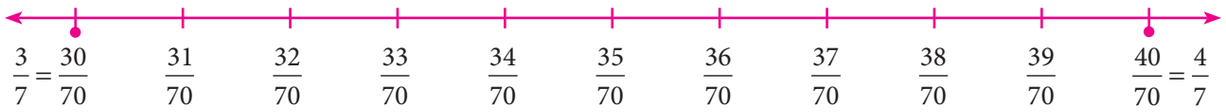
സമാനപരിമേയ സംഖ്യാസമ്പ്രദായം:

സമാനഭിന്നങ്ങൾ എന്ന ആശയം ഉപയോഗിച്ച് രണ്ട് പരിമേയ സംഖ്യകൾക്കിടയിലെ അനേകം പരിമേയ സംഖ്യകളെ കണ്ടെത്താൻ സാധിക്കും. ഇത് താഴെ കൊടുത്തിട്ടുള്ള സാഹചര്യത്തിൽ വ്യക്തമായി വിശദീകരിക്കുന്നു.

01_8th_Maths_Numbers_Chap 1_Malayalam.indd 10 1/26/2023 11:10:15 AM

വിശദീകരണം:

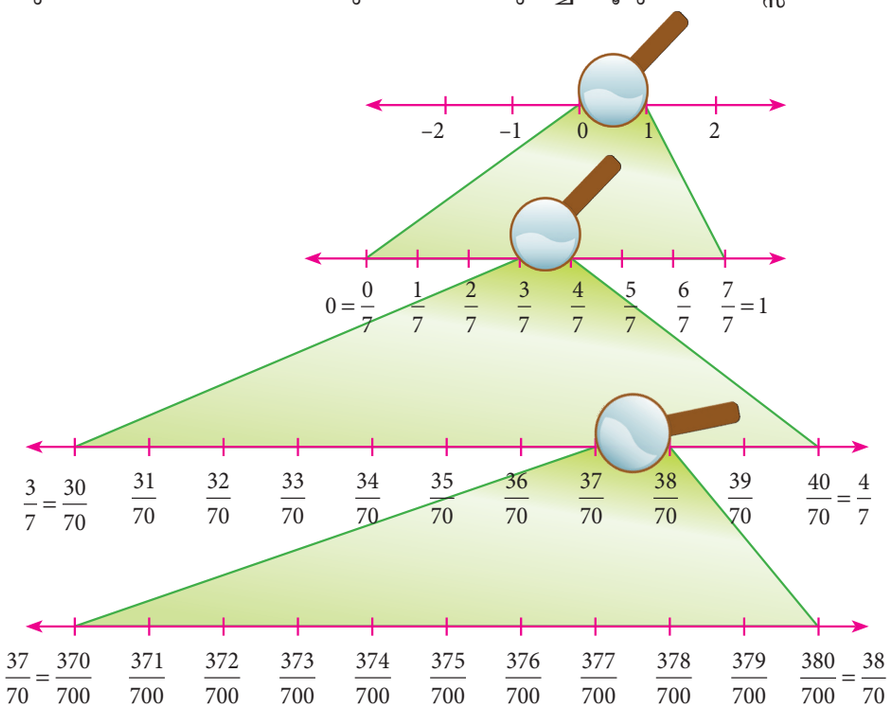
$\frac{3}{7}$ കൂടാതെ $\frac{4}{7}$ എന്നിവയ്ക്കിടയിലുള്ള കൂടുതൽ പരിമേയസംഖ്യകളെ കണ്ടുപിടിക്കാം. താഴെ തന്നിട്ടുള്ള സംഖ്യാരേഖയിലെ ദൃശ്യ വിശദീകരണത്തിലൂടെ ഇതിനെ നമുക്ക് കൃത്യമായി മനസ്സിലാക്കാം.ഇപ്പോൾ നമുക്ക് $\frac{3}{7}$ നെ $\frac{30}{70}$ എന്നും $\frac{4}{7}$ നെ $\frac{40}{70}$ എന്നും എഴുതാം.താഴെ തന്നിട്ടുള്ള ചിത്രത്തിൽ നിന്നും $\frac{3}{7}$ നും $\frac{4}{7}$ നും ഇടയിൽ 9 പരിമേയസംഖ്യകൾ ഉണ്ടെന്ന് നമുക്ക് കാണാം.



ചിത്രം. 1.7

ഇപ്പോൾ, നമുക്ക് $\frac{37}{70}$ കൂടാതെ $\frac{38}{70}$ എന്നിവയ്ക്കിടയിലുള്ള ധാരാളം പരിമേയസംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കുന്നതിന് $\frac{37}{70}$ നെ $\frac{370}{700}$ കൂടാതെ $\frac{38}{70}$ നെ $\frac{380}{700}$ എന്നും എഴുതാം വീണ്ടും നമുക്ക് $\frac{37}{70}$ നും $\frac{38}{70}$ നും ഇടയിൽ $\frac{371}{700}, \frac{372}{700}, \frac{373}{700}, \frac{374}{700}, \frac{375}{700}, \frac{376}{700}, \frac{377}{700}, \frac{378}{700}$ കൂടാതെ $\frac{379}{700}$ എന്നിങ്ങനെ 9 പരിമേയ സംഖ്യകൾ ലഭിക്കും.

താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന രേഖാചിത്രത്തിൽ 0 യ്ക്കും 1 നും ഇടയിൽ ഘടിപ്പിച്ചിരിക്കുന്ന ഭൂതക്കണ്ണാടിയുടെ സഹായത്തോടെ നമുക്കിതിനെ കുറിച്ച് കൂടുതൽ മനസ്സിലാക്കാം.



ചിത്രം. 1.13

ഇപ്പോൾ തന്നിരിക്കുന്ന ഏതെങ്കിലും രണ്ട് പരിമേയ സംഖ്യകൾക്കിടയിൽ നിന്നും അനന്തമായ ഒരു കൂട്ടം പരിമേയസംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കാൻ കഴിയുമെന്ന് മനസ്സിലായി.

01_8th_Maths_Numbers_Chap 1_Malayalam.indd 11 1/26/2023 11:10:22 AM

ഉദാഹരണം 1.9

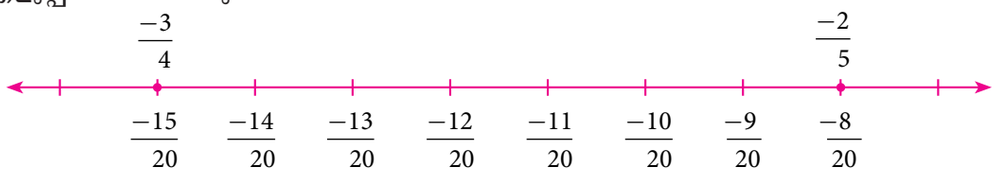
$\frac{-3}{4}$ നും $\frac{-2}{5}$ നും ഇടയിലുള്ള ഏതെങ്കിലും രണ്ട് പരിമേയ സംഖ്യകൾ കാണുക.

നിർദ്ധാരണം:

തന്നിരിക്കുന്ന പരിമേയ സംഖ്യകളുടെ ഛേദം വ്യത്യസ്തമാണ്. 4, 5 എന്നീ ഛേദങ്ങളുടെ ല സാ ഗു 20 ഉം ആകുന്നു. തന്നിരിക്കുന്ന സംഖ്യകളെ പൊതുഛേദം 20 ഉള്ള പരിമേയ സംഖ്യകളാക്കി മാറ്റുക. ഇവിടെ,

$\frac{-3}{4}=\frac{-3}{4}\times\frac{5}{5}=\frac{-15}{20}$ കൂടാതെ $\frac{-2}{5}=\frac{-2}{5}\times\frac{4}{4}=\frac{-8}{20}$

താഴെ തന്നിട്ടുള്ള ചിത്രത്തിൽ നിന്നും $\frac{-15}{20}$ നും $\frac{-8}{20}$ നും ഇടയിലുള്ള പരിമേയ സംഖ്യകളെ വളരെ എളുപ്പത്തിൽ കണ്ടു പിടിക്കാം.



ചിത്രം. 1.14

$\frac{-14}{20}, \frac{-13}{20}, \frac{-12}{20}, \frac{-11}{20}, \frac{-10}{20}, \frac{-9}{20}$ എന്നിവ $\frac{-15}{20}$ കൂടാതെ $\frac{-8}{20}$ ഇടയിലുള്ള കുറച്ച് പരിമേയ സംഖ്യകൾ ആകുന്നു .

$\frac{-15}{20}$ നും $\frac{-8}{20}$ നും ഇടയിൽ ഈ പരിമേയ സംഖ്യകൾ മാത്രമാണോ? ചിന്തിക്കുക! സാധ്യമെങ്കിൽ 10 പരിമേയ സംഖ്യകൾ കൂടെ കണ്ടുപിടിക്കുക!

കുറിപ്പ്

$\frac{-7}{11}$ നും $\frac{5}{-9}$ നും ഇടയിലുള്ള പരിമേയസംഖ്യകൾ താഴെ പറയുന്ന പ്രകാരം വേഗത്തിൽ കണ്ടുപിടിക്കാൻ നമുക്ക് സാധിക്കും. തന്നിട്ടുള്ള ഭിന്നങ്ങളെ സ്റ്റാൻഡേർഡ് രൂപത്തിൽ എഴുതിയതിനു ശേഷം, അവയുടെ ഛേദങ്ങൾക്ക് അംശങ്ങളുമായുള്ള വജ്രഗുണനം മുഖേന നമുക്ക് പരിമേയസംഖ്യകളുടെ ശ്രേണി കണ്ടു പിടിക്കാൻ സാധിക്കും. ഇവിടെ വജ്രഗുണം. $\frac{-7}{11}\times\frac{-5}{9}$ ഛേദം 99 ആയി വരുന്ന പരിമേയസംഖ്യകളുടെ ശ്രേണി –63 മുതൽ –55 വരെ എന്ന് നൽകുന്നു.

അഭ്യാസം 1.1

1. **പൂരിപ്പിക്കുക:**

(i) $\frac{-19}{5}$ എന്നത് _____ കൂടാതെ _____ എന്നീ പൂർണ്ണാങ്കങ്ങൾക്കിടയിൽ സ്ഥിതി ചെയ്യുന്നു.

(ii) $\frac{15}{-4}$ എന്ന പരിമേയസംഖ്യയുടെ ദശാംശരൂപം _____ ആകുന്നു..

(iii) $\frac{-8}{3}$ കൂടാതെ $\frac{8}{3}$ എന്നീ പരിമേയ സംഖ്യകൾ _____ ൽ നിന്നും സമദൂരത്തിലാണ്.

(iv) $\frac{-15}{24}, \frac{20}{-32}, \frac{-25}{40}$ എന്ന അനുക്രമത്തിലെ അടുത്ത പരിമേയ സംഖ്യ _____ ആകുന്നു.

(v) $\frac{+58}{-78}$ ന്റെ സ്റ്റാൻഡേർഡ് രൂപം _____ആകുന്നു..

01_8th_Maths_Numbers_Chap 1_Malayalam.indd 12 1/26/2023 11:10:25 AM

2. **ശരിയോ തെറ്റോ എന്ന് പറയുക:**

(i) ഏറ്റവും ചെറിയ പരിമേയ സംഖ്യ 0 ആകുന്നു.

(ii) $\frac{-4}{5}$ എന്നത് $\frac{-3}{4}$ ന്റെ ഇടത് വശത്ത് സ്ഥിതി ചെയ്യുന്നു.

(iii) $\frac{15}{-4}$ നേക്കാൾ വലുതാണ് $\frac{-19}{5}$.

(iv) രണ്ട് പരിമേയ സംഖ്യകളുടെ ശരാശരി എല്ലായ്പ്പോഴും അവയ്ക്കിടയിൽ സ്ഥിതി ചെയ്യുന്നു.

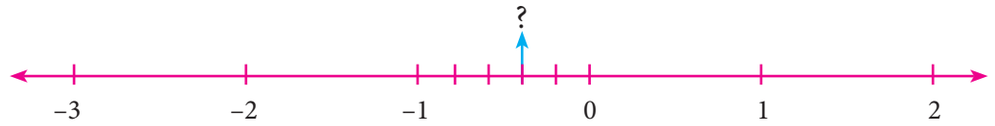
(v) 10 യ്ക്കും 11 നും ഇടയിൽ അനന്തമായ പരിമേയ സംഖ്യകൾ സ്ഥിതി ചെയ്യുന്നു.

3. സംഖ്യാരേഖയിൽ രേഖപ്പെടുത്തിയിട്ടുള്ള ചോദ്യചിഹ്നത്തിന് അനുസരിച്ചുള്ള പരിമേയസംഖ്യ കണ്ടുപിടിച്ചെഴുതുക.

(i)



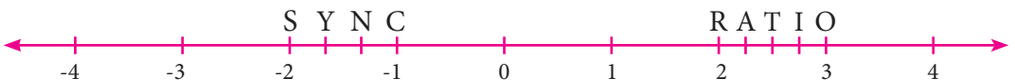
(ii)



(iii)



4. S, Y, N, C, R, A, T, I, O എന്നിവ ഒരു സംഖ്യാരേഖയിലെ ബിന്ദുക്കളും CN=NY=YS കൂടാതെ RA=AT=TI=IO .യും ആണ്.എങ്കിൽ Y, N, A, T, I എന്നീ അക്ഷരങ്ങൾ പ്രതിനിധീകരിക്കുന്ന പരിമേയ സംഖ്യകൾ കാണുക..



5. സംഖ്യാ രേഖ വരച്ച് താഴെ തന്നിട്ടുള്ള പരിമേയസംഖ്യകളെ അതിൽ പ്രതിനിധീകരിക്കുക.

(i) $\frac{9}{4}$ (ii) $\frac{-8}{3}$ (iii) $\frac{-17}{-5}$ (iv) $\frac{15}{-4}$

6. താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന പരിമേയ സംഖ്യകളെ ദശാംശ രൂപങ്ങളാക്കി എഴുതുക?

(i) $\frac{1}{11}$ (ii) $\frac{13}{4}$ (iii) $\frac{-18}{7}$ (iv) $1\frac{2}{5}$ (v) $-3\frac{1}{2}$

7. താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന പരിമേയ സംഖ്യകൾക്കിടയിലുള്ള അഞ്ച് പരിമേയ സംഖ്യകൾ കാണുക.

(i) −2 കൂടാതെ 0 (ii) $\frac{-1}{2}$ കൂടാതെ $\frac{3}{5}$ (iii) $\frac{1}{4}$ കൂടാതെ $\frac{7}{20}$ (iv) $\frac{-6}{4}$ കൂടാതെ $\frac{-23}{10}$

8. ശരാശരി ഉപയോഗിച്ച് $\frac{14}{5}$ നും $\frac{16}{3}$ നും ഇടയിലുള്ള 2 പരിമേയസംഖ്യകൾ എഴുതുക.

9. താഴെ തന്നിട്ടുള്ള ജോടി പരിമെയസംഖ്യകളെ താരതമ്യം ചെയ്യുക.

(i) $\frac{-11}{5}, \frac{-21}{8}$ (ii) $\frac{3}{-4}, \frac{-1}{2}$ (iii) $\frac{2}{3}, \frac{4}{5}$.

10. താഴെ തന്നിട്ടുള്ള സംഖ്യകളെ ആരോഹണക്രമത്തിലും അവരോഹണക്രമത്തിലും എഴുതുക.

(i) $\frac{-5}{12}, \frac{-11}{8}, \frac{-15}{24}, \frac{-7}{-9}, \frac{12}{36}$ (ii) $\frac{-17}{10}, \frac{-7}{5}, 0, \frac{-2}{4}, \frac{-19}{20}$

01_8th_Maths_Numbers_Chap 1_Malayalam.indd 13 1/26/2023 11:10:28 AM

ശരിയായ ഉത്തരം തെരഞ്ഞെടുത്തെഴുതുക

11. $\frac{-6}{11}$ ന്നിൽ നിന്നും $\frac{8}{9}$ കുറയ്ക്കുമ്പോൾ കിട്ടുന്ന സംഖ്യ എന്താകുന്നു.

(A) $\frac{34}{99}$ (B) $\frac{-142}{99}$ (C) $\frac{142}{99}$ (D) $\frac{-34}{99}$

12. താഴെ തന്നിട്ടുള്ളവയിൽ ഏത് ജോടിയാണ് സമാനം?

(A) $\frac{-20}{12}, \frac{5}{3}$ (B) $\frac{16}{-30}, \frac{-8}{15}$ (C) $\frac{-18}{36}, \frac{-20}{44}$ (D) $\frac{7}{-5}, \frac{-5}{7}$

13. $\frac{-5}{4}$ എന്ന പരിമേയസംഖ്യ ഏതിനു മദ്ധ്യത്തിലായി വരുന്നു.

(A) 0 , $\frac{-5}{4}$ (B) –1 , 0 (C) –1 , –2 (D) –4 , –5

14. താഴെ തന്നിട്ടുള്ള പരിമേയസംഖ്യകളിൽ വലുതേത്?

(A) $\frac{-17}{24}$ (B) $\frac{-13}{16}$ (C) $\frac{7}{-8}$ (D) $\frac{-31}{32}$

15. $\frac{112}{528}$ എന്നതിന്റെ ലഘുരൂപത്തിലുള്ള ഛേദത്തിന്റെ അക്കങ്ങളുടെ തുക.

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7

1.3 പരിമേയ സംഖ്യകളിലെ നാല് അടിസ്ഥാന ക്രിയകൾ

ഭിന്ന സംഖ്യകളിലെ അടിസ്ഥാന ക്രിയകൾ ചെയ്യുന്നതിനുള്ള അതേ നിയമങ്ങളിലും തത്ത്വങ്ങളുമാണ് പരിമേയ സംഖ്യകളിലും ഉള്ളത്.

1.3.1 സങ്കലനം

സങ്കലനത്തിന് നാല് വ്യത്യസ്ത രീതികളുണ്ട്.

രീതി 1 : ഒരേ ഛേദമുള്ള പരിമേയ സംഖ്യക്കളുടെ സങ്കലനം

സദൃശ ഭിന്നങ്ങളെ കൂട്ടുന്ന അതേ രീതിയിലാണ് പരിമേയസംഖ്യകളെ കൂട്ടുന്നത്. ഇവിടെ അംശങ്ങളെ തമ്മിൽ കൂട്ടി അവയുടെ പൊതുവായഛേദം ഉപയോഗിച്ച് ഹരിക്കണം.

ഉദാഹരണം 1.10

കൂട്ടുക : $\frac{-6}{11}, \frac{8}{11}, \frac{-12}{11}$

നിർദ്ധാരണം:

തന്നിട്ടുള്ള പരിമേയസംഖ്യകളെ സ്റ്റാൻഡേർഡ് രൂപത്തിൽ എഴുതി അവയെ കൂട്ടുക.

$$\frac{-6}{11}+\frac{8}{11}+\frac{-12}{11}=\frac{-6+8-12}{11}=\frac{-10}{11}$$

രീതി 2 : വ്യത്യസ്ത ഛേദങ്ങളുള്ള പരിമേയസംഖ്യകളുടെ സങ്കലനം

തന്നിട്ടുള്ള പരിമേയസംഖ്യകളെ സ്റ്റാൻഡേർഡ് രൂപത്തിൽ എഴുതിയതിനു ശേഷം, തന്നിട്ടുള്ള പരിമേയ സംഖ്യകളുടെ ഛേദങ്ങളുടെ ല.സാ.ഗു. കാണുക. അതിനു ശേഷം അവയെ പൊതുഛേദമുള്ള (LCM)സമാന പരിമേയ സംഖ്യകളാക്കി മാറ്റി അംശങ്ങളെ തമ്മിൽ കൂട്ടുക.

01_8th_Maths_Numbers_Chap 1_Malayalam.indd 14 1/26/2023 11:10:32 AM

ഉദാഹരണം 1.11

കൂട്ടുക : $\frac{-5}{9}, \frac{-4}{3}, \frac{7}{12}$

നിർദ്ധാരണം:

$9, 3, 12 = 36$ എന്നിവയുടെ ല.സാ.ഗു 36

$$\frac{-5}{9}+\frac{-4}{3}+\frac{6}{12}=\frac{-5}{9}\times\frac{4}{4}+\frac{-4}{3}\times\frac{12}{12}+\frac{7}{12}\times\frac{3}{3}$$

$$=\frac{-20}{36}+\frac{-48}{36}+\frac{21}{36}=\frac{-20-48+21}{36}=\frac{-47}{36}$$

1.3.2 സങ്കലന വിപരീതം

രണ്ട് പരിമേയ സംഖ്യകളുടെ തുക 0 ആണെങ്കിൽ അതിൽ ഒരു പരിമേയസംഖ്യയെ മറ്റേ പരിമേയസംഖ്യയുടെ സങ്കലന വിപരീതം എന്ന് പറയുന്നു.

ഉദാഹരണമായി $\frac{4}{3}$ കൂടാതെ $\frac{-4}{3}$ ഇവയുടെ തുക പൂജ്യം ആയതിനാൽ ഇവ പരസ്പരം സങ്കലന വിപരീതങ്ങളാണ്..

1.3.3 വ്യവകലനം

വ്യവകലനം എന്നത് സങ്കലന വിപരീതം കൂട്ടുന്നതാണ്.

ഉദാഹരണം 1.12

$\frac{-12}{17}$ ൽ നിന്നും $\frac{9}{17}$ നെ കുറയ്ക്കുക.

നിർദ്ധാരണം:

ഇപ്പോൾ, $\frac{-12}{17}-\frac{9}{17}=\frac{-12}{17}+\left(\frac{-9}{17}\right)=\frac{-12-9}{17}=\frac{-21}{17}$

ചിന്തിക്കുക



പൂജ്യം ഒരു പരിമേയ സംഖ്യയാണോ? ആണെങ്കിൽ സങ്കലനവിപരീതം ഏത്?

ഉദാഹരണം 1.13

$\left(-4\frac{5}{22}\right)$ ൽ നിന്നും $\left(-2\frac{6}{11}\right)$ നെ കുറയ്ക്കുക

നിർദ്ധാരണം:

ഇപ്പോൾ,, $\left(-4\frac{5}{22}\right)-\left(-2\frac{6}{11}\right)$

$$=\frac{-93}{22}-\left(\frac{-28}{11}\right)$$

$$=\frac{-93}{22}+\frac{28}{11}=\frac{-93+28\times2}{22}$$

$$=\frac{-93+56}{22}=\frac{-37}{22}=-1\frac{15}{22}$$

1.3.4 ഗുണനം

രണ്ടോ അതിലധികമോ പരിമേയ സംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലം കണ്ടുപിടിക്കുന്നതിന് അംശങ്ങളെ ഗുണിച്ച് അംശമായും ഛേദങ്ങളെ ഗുണിച്ച് ഛേദമായും എഴുതണം. ശേഷം ഈ പുതിയ പരിമേയ സംഖ്യ ലഘൂകരിച്ച് എഴുതുക.

01_8th_Maths_Numbers_Chap 1_Malayalam.indd 15 1/26/2023 11:10:35 AM

ഉദാഹരണം 1.14

മൂല്യം കാണുക (i) $\frac{-5}{8}\times 7$ (ii) $\frac{-6}{-11}\times(-4)$

നിർദ്ധാരണം:

(i) $\frac{-5}{8}\times\frac{7}{3}=\frac{-5\times 7}{8\times 3}=\frac{-35}{24}$ (ii) $\frac{-6}{-11}\times(-4)=\frac{6}{11}\times\frac{(-4)}{1}=\frac{6\times(-4)}{11\times 1}=\frac{-24}{11}$

1.3.5 ഗുണനവ്യുൽക്രമങ്ങൾ (ഗുണനവിപരീതം)

ചിന്തിക്കുക

1, –1 എന്നിയുടെ ഗുണനവിപരീതങ്ങൾ ഏവ?

രണ്ട് പരിമേയസംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലം 1 ആണെങ്കിൽ ഒരു പരിമേയസംഖ്യയെ മറ്റേ പരിമേയ സംഖ്യയുടെ ഗുണന വ്യുൽക്രമം അല്ലെങ്കിൽ ഗുണന വിപരീതം എന്ന് പറയുന്നു.

a എന്ന പരിമേയ സംഖ്യയുടെ ഗുണന വ്യുൽക്രമം $\frac{1}{a}$ ആകുന്നു. ഇവിടെ $a\times\frac{1}{a}=\frac{a}{a}\times 1=1$ ആകുന്നു. $\frac{a}{b}$, എന്ന പരിമേയസംഖ്യയുടെ ഗുണന വിപരീതം $\frac{b}{a}$ ആകുന്നു. ഇവിടെ $\frac{a}{b}\times\frac{b}{a}=\frac{b}{a}\times\frac{a}{b}=1$ ആകുന്നു..

1.3.6 ഹരണം

ഭിന്ന സംഖ്യകളിലെ ഗുണന വ്യുൽക്രമങ്ങളുടെ അതേ ആശയം പരിമേയ സംഖ്യക്കളിലേയ്ക്കും വ്യാപിക്കുന്നു. ഒരു പരിമേയ സംഖ്യയെ മറ്റൊരു പരിമേയ സംഖ്യകൊണ്ട് ഹരിക്കുന്നതിന് ആ പരിമേയ സംഖ്യയെ മറ്റേ പരിമേയ സംഖ്യയുടെ ഗുണന വ്യുൽക്രമം കൊണ്ട് ഗുണിക്കണം. അതായത് ഹരണം എന്നത് സാധാരണയായി ഹാരകത്തിന്റെ ഗുണന വ്യുൽക്രമം കൊണ്ട് ഗുണിക്കുന്നതാണ്.

ഉദാഹരണം 1.15

$\frac{7}{-8}$ നെ $\frac{-3}{4}$ കൊണ്ട് ഹരിക്കുക.

നിർദ്ധാരണം:

$\frac{7}{-8}\div\frac{-3}{4}=\frac{-7}{8}\times\frac{-4}{3}=\frac{7}{6}$

ശ്രമിക്കുക

(i) 5 നെ $\frac{-7}{3}$ കൊണ്ട് (ii) $\frac{-7}{3}$ നെ 5 കൊണ്ട്
(iii) $\frac{-7}{3}$ നെ $\frac{-7}{3}$ കൊണ്ട് ഹരിക്കുക

കുറിപ്പ്

ഏതെങ്കിലും ഒരു b, c കൂടാതെ d എന്നിവയ്ക്ക്

(i) $\left(\frac{a}{b}\right)\div c=\frac{a}{bc}$ (ii) $a\div\left(\frac{b}{c}\right)=\frac{ac}{b}$ (iii) $\left(\frac{a}{b}\right)\div\left(\frac{c}{d}\right)=\frac{ad}{bc}$

1.4 അടിസ്ഥാന ക്രിയകൾ ഉപയോഗിച്ചുള്ള വഴിക്കണക്കുകൾ

ഉദാഹരണം 1.16

രണ്ടു പരിമേയസംഖ്യകളുടെ തുക $\frac{4}{5}$. ആകുന്നു. ഒരു സംഖ്യ $\frac{2}{15}$, എങ്കിൽ മറ്റേ സംഖ്യ കാണുക.

നിർദ്ധാരണം:

മറ്റേ സംഖ്യ x എന്നിരിക്കട്ടെ

തന്നിട്ടുള്ളത്, $\frac{2}{15}+x=\frac{4}{5}$ $\Rightarrow x=\frac{4}{5}-\frac{2}{15}=\frac{12-2}{15}=\frac{10}{15}\Rightarrow x=\frac{2}{3}$

01_8th_Maths_Numbers_Chap 1_Malayalam.indd 16 1/26/2023 11:10:39 AM

ഉദാഹരണം 1.17

രണ്ടു പരിമേയസംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലം $\frac{-2}{3}$ ആകുന്നു. ഒരു സംഖ്യ $\frac{3}{7}$, എങ്കിൽ മറ്റേ സംഖ്യ കാണുക.

നിർദ്ധാരണം:

മറ്റേ സംഖ്യ x എന്നിരിക്കട്ടെ.

തന്നിട്ടുള്ളത്, $\frac{3}{7}\times x=\frac{-2}{3}$

$\frac{3}{7}$ ന്റെ ഗുണനവ്യുൽക്രമം $\frac{7}{3}$ കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ

$\Rightarrow \frac{7}{3}\times\frac{3}{7}\times x=\frac{7}{3}\times\frac{-2}{3}$ $\Rightarrow x=\frac{-14}{9}$

മറ്റൊരു രീതി

$\frac{3}{7}\times x=\frac{-2}{3}$

$\Rightarrow x=\frac{-2}{3}\times\frac{7}{3}=\frac{-14}{9}$

(വജ്രഗുണനം)

ഉദാഹരണം 1.18

ഒരു റോൾ റിബണിന്റെ നീളം $18\frac{3}{4}$ ആകുന്നു. ശങ്കരിയുടെ കൈയ്യിൽ നാല് പൂർണ്ണ റോളുകളും ഒരു റോളിന്റെ മുന്നിൽ ഒന്നു ഭാഗവും ഉണ്ട്. എങ്കിൽ ശങ്കരിയുടെ കൈയ്യിൽ ഉള്ള റിബണിന്റെ ആകെ നീളം മീറ്ററിൽ കാണുക?



ചിത്രം. 1.15

നിർദ്ധാരണം:

ശങ്കരിയുടെ കൈയ്യിലുള്ള റിബണിന്റെ ആകെ നീളം

$=18\frac{3}{4}\times 4\frac{1}{3}$

$=\frac{75}{4}\times\frac{13}{3}=\frac{325}{4}=81\frac{1}{4}$ മീറ്റർ

ഉദാഹരണം 1.19

$3\frac{1}{2}+1\frac{3}{4}+2\frac{3}{8}$ ന്റെ തുകയെ ഏറ്റവും അടുത്തുള്ള പൂർണ്ണസംഖ്യയാക്കി മാറ്റുന്നതിന് തുകയോട് ഏത് പരിമേയസംഖ്യ കൂട്ടുകയും കുറയ്ക്കുകയും ചെയ്യണം?

നിർദ്ധാരണം:

ഇപ്പോൾ, $3\frac{1}{2}+1\frac{3}{4}+2\frac{3}{8}$

$=\frac{7}{2}+\frac{7}{4}+\frac{19}{8}=\frac{7\times4+7\times2+19\times1}{8}=\frac{28+14+19}{8}$

$=\frac{61}{8}=7\frac{5}{8}$ ഇത് 7, 8 എന്നീ പൂർണ്ണ സംഖ്യകൾക്കിടയിലാണ് സ്ഥിതി ചെയ്യുന്നത്.

$7\frac{5}{8}$ ൽനിന്ന് $\frac{5}{8}$ കുറച്ചാൽ നമുക്ക് 7 കിട്ടുന്നു. $7\frac{5}{8}$ ന്റെ കൂടെ $\frac{3}{8}$ കൂട്ടിയാൽ $7+\frac{5}{8}+\frac{3}{8}=7+1=8$ കിട്ടുന്നു

ഉദാഹരണം 1.20

ഒരു വിദ്യാർത്ഥി ഒരു സംഖ്യയെ $\frac{8}{9}$, കൊണ്ട് ഗുണിക്കുന്നതിന് പകരം അബദ്ധത്തിൽ ആ സംഖ്യയെ $\frac{8}{9}$ കൊണ്ട് ഹരിക്കുകയുണ്ടായി. അവനു കിട്ടിയ ഉത്തരങ്ങൾക്കിടയിലുള്ള വ്യത്യാസം 34 ആണെങ്കിൽ ആ സംഖ്യ കാണുക.

01_8th_Maths_Numbers_Chap 1_Malayalam.indd 17 1/26/2023 11:10:43 AM

നിർദ്ധാരണം:

സംഖ്യ x എന്നിരിക്കട്ടെ

വിദ്യാർത്ഥി കണ്ടുപിടിക്കേണ്ടത് $\frac{8x}{9}$ ആണ്, പക്ഷേ അവൻ കണ്ടുപിടിച്ചത് $\frac{x}{\left(\frac{8}{9}\right)}$, അതായത് $\frac{9x}{8}$.

ഇപ്പോൾ, $\frac{9x}{8}-\frac{8x}{9} = 34$

$$\frac{81x-64x}{72} = 34 \Rightarrow \frac{17x}{72} = 34$$

$$x = \frac{34\times 72}{17} = 144$$

ഉദാഹരണം 1.21

മൂല്യം കാണുക: $\left(\frac{4}{3}-\left(\frac{-3}{2}\right)\right)+\left(\frac{-5}{3}\div\frac{30}{12}\right)+\left(\frac{-12}{9}\times\frac{-27}{16}\right)$

നിർദ്ധാരണം:

$$\left(\frac{4}{3}-\left(\frac{-3}{2}\right)\right)+\left(\frac{-5}{3}\div\frac{30}{12}\right)+\left(\frac{-12}{9}\times\frac{-27}{16}\right) = \left(\frac{4}{3}+\frac{3}{2}\right)+\left(\frac{-5}{3}\times\frac{12}{30}\right)+\left(\frac{-12}{9}\times\frac{-27}{16}\right)$$

$$= \left(\frac{8}{6}+\frac{9}{6}\right)+\left(\frac{-1}{1}\times\frac{4}{6}\right)+\left(\frac{-3}{1}\times\frac{-3}{4}\right)$$

$$= \left(\frac{17}{6}\right)+\left(\frac{-4}{6}\right)+\left(\frac{9}{4}\right)$$

$$= \left(\frac{17-4}{6}\right)+\frac{9}{4} = \frac{13}{6}+\frac{9}{4}$$

$$= \frac{26+27}{12} = \frac{53}{12}$$

അഭ്യാസം 1.2

1. **പൂരിപ്പിക്കുക:**
   (i) $\frac{-5}{12}+\frac{7}{15}$ ന്റെ മൂല്യം_____ആകുന്നു.
   (ii) $\left(\frac{-3}{6}\right)\times\left(\frac{18}{-9}\right)$ ന്റെ മൂല്യം_____ആകുന്നു.
   (iii) $\left(\frac{-15}{23}\right)\div\left(\frac{30}{-46}\right)$ ന്റെ മൂല്യം_____ആകുന്നു.
   (iv) വ്യുൽക്രമം ഇല്ലാത്ത പരിമേയസംഖ്യ _____ ആകുന്നു.
   (v) -1 ന്റെ ഗുണന വിപരീതം_____ ആകുന്നു.
2. **ശരിയോ തെറ്റോ എന്ന് പറയുക:**
   (i) എല്ലാ പരിമേയസംഖ്യകൾക്കും സങ്കലന വിപരീതം ഉണ്ട്.
   (ii) $0, -1$ എന്നീ പരിമേയ സംഖ്യകൾ അവയുടെ സങ്കലന വിപരീതത്തിന് തുല്യമായവയാണ്.
   (iii) $\frac{-11}{-17}$ ന്റെ സങ്കലന വിപരീതം $\frac{11}{17}$. ആകുന്നു.

01_8th_Maths_Numbers_Chap 1_Malayalam.indd 18 1/26/2023 11:10:46 AM

(iv) വ്യുൽക്രമം അതേ സംഖ്യയായി വരുന്ന പരിമേയ സംഖ്യ -1 ആകുന്നു.

(v) എല്ലാ പരിമേയ സംഖ്യകൾക്കും ഗുണന വിപരീതം സാധ്യമാണ്.

3. തുക കാണുക:

(i) $\frac{7}{5}+\frac{3}{5}$ (ii) $\frac{7}{5}+\frac{5}{7}$ (iii) $\frac{6}{5}+\left(\frac{-14}{15}\right)$ (iv) $-4\frac{2}{3}+7\frac{5}{12}$

4. $\frac{-8}{44}$ നെ $\frac{-17}{11}$ ൽ നിന്നും കുറയ്ക്കുക.

5. മൂല്യം കാണുക : (i) $\frac{9}{132}\times\frac{-11}{3}$ (ii) $\frac{-7}{27}\times\frac{24}{-35}$

6. ഹരിക്കുക i) $\frac{-21}{5}$ നെ $\frac{-7}{-10}$ കൊണ്ട് (ii) $\frac{-3}{13}$ നെ -3 കൊണ്ട് (iii) -2 നെ $\frac{-6}{15}$ കൊണ്ട്

7. (i) $a=\frac{1}{2}, b=\frac{2}{3}$ (ii) $a=\frac{-3}{5}, b=\frac{2}{15}$ എങ്കിൽ $(a+b)\div(a-b)$ യുടെ മൂല്യം കാണുക

8. $\frac{1}{2}+\left(\frac{3}{2}-\frac{2}{5}\right)\div\frac{3}{10}\times 3$ നെ ലഘൂകരിച്ച് ഇത് 11 നും 12 നും ഇടയിലുള്ള പരിമേയ സംഖ്യയാണെന്ന് തെളിയിക്കുക..

9. ലഘൂകരിക്കുക :

(i) $\left[\frac{11}{8}\times\left(\frac{-6}{33}\right)\right]+\left[\frac{1}{3}+\left(\frac{3}{5}\div\frac{9}{20}\right)\right]-\left[\frac{4}{7}\times\frac{-7}{5}\right]$ (ii) $\left[\frac{4}{3}\div\left(\frac{8}{-7}\right)\right]-\left[\frac{3}{4}\times\frac{4}{3}\right]+\left[\frac{4}{3}\times\left(\frac{-1}{4}\right)\right]$

10. ഒരു വിദ്യാർത്ഥി ഒരു സംഖ്യയെ $\frac{4}{3}$ കൊണ്ട് ഹരിക്കുന്നതിനു പകരം അതിനെ $\frac{4}{3}$ കൊണ്ട് ഗുണിച്ചപ്പോൾ ശരിയായ ഉത്തരത്തിനേക്കാൾ 70 കൂടുതൽ കിട്ടി. എങ്കിൽ ആ സംഖ്യ കാണുക.

ശരിയായ ഉത്തരം തെരഞ്ഞെടുത്തെഴുതുക

11. $\frac{3}{4}+\frac{5}{6}+\left(\frac{-7}{12}\right)$ ന്റെ തുകയുടെ സ്റ്റാൻഡേർഡ് രൂപം _____ ആകുന്നു

(A) 1 (B) $\frac{-1}{2}$ (C) $\frac{1}{12}$ (D) $\frac{1}{22}$

12. $\left(\frac{3}{4}-\frac{5}{8}\right)+\frac{1}{2}=$ _____ .

(A) $\frac{15}{64}$ (B) 1 (C) $\frac{5}{8}$ (D) $\frac{1}{16}$

13. $\frac{3}{4}\div\left(\frac{5}{8}+\frac{1}{2}\right)=$ _____ .

(A) $\frac{13}{10}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $\frac{3}{2}$ (D) $\frac{5}{8}$

14. $\frac{3}{4}\times\left(\frac{5}{8}\div\frac{1}{2}\right)=$ _____ .

(A) $\frac{5}{8}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $\frac{15}{32}$ (D) $\frac{15}{16}$

01_8th_Maths_Numbers_Chap 1_Malayalam.indd 19 1/26/2023 11:10:53 AM

15. ഏത് പരിമേയ സംഖ്യയ്ക്കാണ് സങ്കലന വിപരീതം ഉള്ളത്?

(A) 7 (B) $\frac{-5}{7}$ (C) 0 (D) എല്ലാം

കുറിപ്പ്

എന്തുകൊണ്ട് $\frac{a}{b}+\frac{c}{d} \neq \frac{a+c}{b+d}$? ഒരു ഗണിത പ്രസ്താവന 100% ശരിയായാൽ ആ പ്രസ്താവന സത്യമാണ് നാം $\frac{3}{4}+\frac{1}{4}$ നെ ഇതുപോലെ കൂട്ടുകയാണെങ്കിൽ $\frac{3+1}{4+4}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$ എന്നത് തെറ്റാണെന്നു പറയും. എന്തുകൊണ്ടെന്നാൽ $\frac{3}{4}+\frac{1}{4}=\frac{3+1}{4}=\frac{4}{4}=1$.

1.5 പരിമേയസംഖ്യകളുടെ ഗുണങ്ങൾ

താഴ തന്നിരിക്കുന്ന ഗുണങ്ങൾ പ്രശ്നങ്ങൾ പരിഹരിക്കുന്നതിന് പ്രയോജന പ്രദമാണ്.

1.5.1 സംവൃത ഗുണം/പരിമേയ സംഖ്യകളുടെ Q ശേഖരത്തിലെ നിയമം.

i) **സങ്കലനത്തിലെ സംവൃതഗുണം**

a, b എന്നിവ രണ്ട് പരിമേയ സംഖ്യകളാണെങ്കിൽ അവയുടെ തുക ***a + b*** യും ഒരു പരിമേയ സംഖ്യയായിരിക്കും.

ii) **ഗുണനത്തിലെ സംവൃത ഗുണം**

a, b എന്നിവ രണ്ട് പരിമേയ സംഖ്യകളാണെങ്കിൽ അവയുടെ ഗുണനഫലം ***ab*** യും ഒരു പരിമേയ സംഖ്യയായിരിക്കും.

വിശദീകരണം

$a=\frac{3}{4}$, $b=\frac{-1}{2}$ എന്ന് എടുക്കുക

ഇപ്പോൾ, $a+b=\frac{3}{4}+\frac{-1}{2}=\frac{3}{4}+\frac{-2}{4}=\frac{3-2}{4}=\frac{1}{4}$ Q വിലാണ്

വീണ്ടും, $a\times b=\frac{3}{4}\times\frac{-1}{2}=\frac{-3}{8}$ Q വിലാണ്

ശ്രമിക്കുക

സംവൃതഗുണം പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളുടെ വ്യവകലനത്തിൽ സാധ്യമാകുകയും ഹരണത്തിൽ അസാദ്ധ്യവുമാണ്. പരിമേയ സംഖ്യകളെ പറ്റിയുള്ള അഭിപ്രായം എന്താണ്? ശരി നോക്കുക.

1.5.2 ക്രമ വിനിമേയ ഗുണം/പരിമേയ സംഖ്യകളുടെ Q ശേഖരത്തിലെ നിയമം.

i) **സങ്കലനത്തിലെ ക്രമ വിനിമേയ ഗുണം**

a, b എന്നിവ ഏതെങ്കിലും രണ്ട് പരിമേയ സംഖ്യകളാൽ ***a + b = b + a***.

ii) **ഗുണനത്തിലെ ക്രമ വിനിമേയ ഗുണം**

a, b എന്നിവ ഏതെങ്കിലും രണ്ട് പരിമേയ സംഖ്യകളായാൽ അവയുടെ ഗുണനഫലം ***ab = ba***

(ab എന്നതുകൊണ്ട് $a\times b$ എന്നും ba എന്നതുകൊണ്ട് $b\times a$ എന്നും അർത്ഥമാക്കുന്നു).

വിശദീകരണം

$a=\frac{-7}{8}$, $b=\frac{3}{5}$ എന്ന് എടുക്കുക

ഇപ്പോൾ, $a+b=\frac{-7}{8}+\frac{3}{5}=\frac{-7\times5+3\times8}{40}=\frac{-35+24}{40}=\frac{-11}{40}$

വീണ്ടും, $b+a=\frac{3}{5}+\frac{-7}{8}=\frac{3\times8+-7\times5}{40}=\frac{24-35}{40}=\frac{-11}{40}$

$a+b=b+a$ ആയതിനാൽ. സങ്കലനം ക്രമവിനിമേയ നിയമമാണ്.

QP8J1

01_8th_Maths_Numbers_Chap 1_Malayalam.indd 20 1/26/2023 11:10:57 AM

ക്രിയകൾ	പൂർണാങ്കങ്ങളുടെ ഗുണങ്ങൾ ഓർമ്മിച്ച് തന്നിട്ടുള്ള പട്ടിക പൂരിപ്പിക്കുക. (a, b, c എന്നിവ പൂർണാങ്കങ്ങളാണെങ്കിൽ, $-a, -b, -c$ എന്നിവയും പൂർണാങ്കങ്ങളാണ്)					
	സംവൃതം	ക്രമവിനിമേയം	സംയോജനം	അനന്യത	വിപരീതം	വിതരണം
സങ്കലനം	$a+b$ എന്നത് $\mathbb{Z}$ ൽ ഉൾക്കൊള്ളുന്നു. ഉദാ. $5+(-3)=2 \Rightarrow 2$ ഒരു പൂർണാങ്കമാകുന്നു. $\mathbb{Z}$	$a+b=b+a$ ഉദാ. $5+(-3)=(-3)+5$ $\Rightarrow 2=2$	$(a+b)+c$ $=a+(b+c)$ ഉദാ. $(2+3)+(-4)=1$ $2+[3+(-4)]=1$	$a+0$ $=0+a=a$ ഉദാ. $(-4)+0$ $=0+(-4)=-4$	$a+(-a)$ $=(-a)+a=0$ ഉദാ. $5+(-5)$ $=(-5)+5=0$	$a\times(b+c)$ $=(a\times b)+(a\times c)$ ഉദാ. $2\times[3+(-5)]=-4$ $(2\times 3)+[2\times(-5)]$ $=-4$
ഗുണനം	ab; $\mathbb{Z}$ ൽ ഉൾകൊള്ളുന്നു. ഉദാ._____	$a\times b=b\times a$ ഉദാ._____	$(a\times b)\times c$ $=a\times(b\times c)$ ഉദാ. $(2\times 3)\times(-6)=-36$ $2\times[3\times(-6)]=-36$	$a\times 1$ $=1\times a=a$ ഉദാ._____	ഉൾകൊള്ളുന്നില്ല	ആരോപിക്കുന്നതിന് സാധ്യമല്ല
വ്യവകലനം	$a-b$, $\mathbb{Z}$ ൽ ഉൾകൊള്ളുന്നു. ഉദാ._____	സാധ്യമല്ല $a-b\neq b-a$ ഉദാ._____	സാധ്യമല്ല $(a-b)-c$ $\neq a-(b-a)$ ഉദാ._____	സാധ്യമല്ല $a-0\neq 0-a$ E.g. $520 = 5$ $025 = 25$ $5\neq -5$	സാധ്യമല്ല $a-(-a)$ $\neq(-a)-a$ ഉദാ. 2 2 (22)=4 $(-2)-2=-4$ $4\neq -4$	$a\times(b-c)$ $=(a\times b)-(a\times c)$ ഉദാ._____
ഹരണം	$a\div b$ $\mathbb{Z}$ ൽ ഉൾകൊള്ളുന്നില്ല. ഉദാ. $3\div 5=\frac{3}{5}$ $\mathbb{Z}$ ൽ ഉൾകൊള്ളുന്നില്ല.	സാധ്യമല്ല	സാധ്യമല്ല	സാധ്യമല്ല	സാധ്യമല്ല	ആരോപിക്കുന്നതിന് സാധ്യമല്ല

01_8th_Maths_Numbers_Chap 1_Malayalam.indd 21 1/26/2023 11:11:02 AM

വീണ്ടും,

$$a \times b = \frac{-7}{8} \times \frac{3}{5} = \frac{-7 \times 3}{8 \times 5} = \frac{-21}{40}$$

അതിനുശേഷം, $b \times a = \frac{3}{5} \times \frac{-7}{8} = \frac{3 \times -7}{5 \times 8} = \frac{-21}{40}$

അതായത്, $a \times b = b \times a$ ആകുന്നു കൂടാതെ ഗുണനം ക്രമ വിനിമേയമാണ്.



ശ്രമിക്കുക

(i) $\frac{3}{5} - \frac{7}{8} = \frac{7}{8} - \frac{3}{5}$? ആണോ?

(ii) $\frac{3}{5} \div \frac{7}{8} = \frac{7}{8} \div \frac{5}{3}$? ആണോ? ആണെങ്കിൽ നിങ്ങളുടെ നിഗമനം എന്ത്?

1.5.3 സംയോജന ഗുണം/പരിമേയ സംഖ്യകളുടെ Q ശേഖരത്തിലെ നിയമം.

i) സങ്കലനത്തിലെ സംയോജന ഗുണം

a, ***b*** കൂടാതെ ***c***, എന്നിവ ഏതെങ്കിലും മൂന്ന് പരിമേയ സംഖ്യകളായാൽ $a + (b + c) = (a + b) + c$

ii) ഗുണനത്തിലെ സംയോജനഗുണം

a, ***b*** കൂടാതെ ***c***, എന്നിവ ഏതെങ്കിലും മൂന്ന് പരിമേയ സംഖ്യകളായാൽ $a(bc) = (ab)c$

വിശദീകരണം

a, b, c എന്നീ പരിമേയസംഖ്യകൾ $a = \frac{-1}{2}$, $b = \frac{3}{5}$ കൂടാതെ $c = \frac{-7}{10}$ എന്ന് പരിഗണിച്ചാൽ

ഇപ്പോൾ, $a + b = \frac{-1}{2} + \frac{3}{5} = \frac{-5}{10} + \frac{6}{10}$ (പൊതു ഛേദത്തോടു കൂടിയ സമാന പരിമേയങ്ങൾ)

$$a + b = \frac{-5 + 6}{10} = \frac{1}{10}$$

$$(a + b) + c = \frac{1}{10} + \left(\frac{-7}{10}\right) = \frac{1 - 7}{10} = \frac{-6}{10} = \frac{-3}{5} \quad \ldots(1)$$

വീണ്ടും, $b + c = \frac{3}{5} + \frac{-7}{10} = \frac{6}{10} + \frac{-7}{10} = \frac{6 - 7}{10} = \frac{-1}{10}$

$$a + (b + c) = \frac{-1}{2} + \frac{-1}{10} = \frac{-5}{10} + \frac{-1}{10} = \frac{-5 - 1}{10} = \frac{-6}{10} = \frac{-3}{5} \quad \ldots(2)$$

(1), (2) കാണിക്കുന്നത് $(a + b) + c = a + (b + c)$ എന്നത് പരിമേയസംഖ്യകൾക്ക് ശരിയാകുന്നു എന്നാണ്.

ഇപ്പോൾ, $a \times b = \frac{-1}{2} \times \frac{3}{5} = \frac{-1 \times 3}{2 \times 5} = \frac{-3}{10}$

$$(a \times b) \times c = \frac{-3}{10} \times \frac{-7}{10} = \frac{-3 \times -7}{10 \times 10} = \frac{21}{100} \quad \ldots(3)$$

വീണ്ടും, $b \times c = \frac{3}{5} \times \frac{-7}{10} = \frac{3 \times -7}{5 \times 10} = \frac{-21}{50}$

$$a \times (b \times c) = \frac{-1}{2} \times \frac{-21}{50} = \frac{-1 \times -21}{2 \times 50} = \frac{21}{100} \quad \ldots(4)$$

(3), (4) ഇവയിൽ കാണുന്നത്

$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$ എന്നത് പരിമേയ സംഖ്യകൾക്ക് സാധ്യം എന്നതാണ്. അതുകൊണ്ട് സങ്കലനത്തിലും ഗുണനത്തിലും സംയോജനഗുണം സാധ്യമാണ്.



ശ്രമിക്കുക

വ്യവകലനത്തിനും ഹരണത്തിനും സംയോജന ഗുണം സാധ്യമാണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക..

01_8th_Maths_Numbers_Chap 1_Malayalam.indd 22 1/26/2023 11:11:08 AM

1.5.4 അനന്യതഗുണം/പരിമേയ സംഖ്യകളുടെ ℚ ശേഖരത്തിലെ നിയമം.

i) സങ്കലനത്തിന്റെ അനന്യതഗുണം

$0 + a = a = 0 + a$ എന്ന് വരത്തക്കവിധം ഏതൊരു പരിമേയസംഖ്യ a യ്ക്കും 0 എന്ന ഒരു പരിമേയസംഖ്യ ഉണ്ട്.

ii) ഗുണനത്തിന്റെ അനന്യത ഗുണം.

$1 \times a = a = a \times 1$ എന്ന് വരത്തക്കവിധം ഏതൊരു പരിമേയസംഖ്യ a യ്ക്കും 1 എന്ന ഒരു പരിമേയസംഖ്യ ഉണ്ട്.

വിശദീകരണം

$a = \frac{3}{-7}$ എന്നെടുത്താൽ അത്, $a = \frac{-3}{7}$. ഇപ്പോൾ $\frac{-3}{7} + 0 = \frac{-3}{7} = 0 + \frac{-3}{7}$ (എന്തുകൊണ്ട്?

അങ്ങനെ, $\frac{-3}{7}$ ന്റെ സങ്കലന അനന്യത 0 ആകുന്നു

വീണ്ടും, $\frac{-3}{7} \times 1 = \frac{-3}{7} = 1 \times \frac{-3}{7}$ (എന്തുകൊണ്ട്?)

അങ്ങനെ $\frac{-3}{7}$ ന്റെ ഗുണന അനന്യത 1 ആകുന്നു.

1.5.5 വിപരീത ഗുണം/പരിമേയ സംഖ്യകളുടെ ℚ ശേഖരത്തിലെ നിയമം.

i) സങ്കലന വിപരീത ഗുണം

$a + (-a) = (-a) + a = 0$ എന്ന് വരത്തക്കവിധം ഏതൊരു പരിമേയസംഖ്യ a യ്ക്കും $-a$ എന്ന ഒരു പരിമേയസംഖ്യ ഉണ്ട് ഇവിടെ സങ്കലന അനന്യത 0 ആകുന്നു.

ii) ഗുണനവിപരീത ഗുണം

$b \times \frac{1}{b} = \frac{1}{b} \times b = 1$ എന്ന് വരത്തക്കവിധം ഏതൊരു പരിമേയസംഖ്യ b യ്ക്കും $\frac{1}{b}$ എന്ന ഒരു പരിമേയസംഖ്യ ഉണ്ട് ഇവിടെ ഗുണന അനന്യത 1 ആകുന്നു.

വിശദീകരണം

$a = \frac{-11}{23}$ എന്നെടുക്കുക ഇപ്പോൾ, $-a = -\left(\frac{-11}{23}\right) = \frac{11}{23}$

ഇപ്പോൾ, $a + (-a) = \frac{-11}{23} + \frac{11}{23} = \frac{-11+11}{23} = \frac{0}{23} = 0$

വീണ്ടും, $(-a) + a = \frac{11}{23} + \frac{-11}{23} = \frac{11-11}{23} = \frac{0}{23} = 0$

$\therefore$ $a + (-a) = (-a) + a = 0$ എന്നത് ശരിയാകുന്നു.

വീണ്ടും $b = \frac{-17}{29}$ എന്നെടുക്കുക, ഇപ്പോൾ, $\frac{1}{b} = \frac{29}{-17} = \frac{-29}{17}$

$b \times \frac{1}{b} = \frac{-17}{29} \times \frac{-29}{17} = 1$

വീണ്ടും, $\frac{1}{b} \times b = \frac{-29}{17} \times \frac{-17}{29} = 1$

$\therefore$ $b \times \frac{1}{b} = \frac{1}{b} \times b = 1$ എന്നത് ശരിയാകുന്നു.

01_8th_Maths_Numbers_Chap 1_Malayalam.indd 23 1/26/2023 11:11:12 AM

1.5.6 വിതരണഗുണം/പരിമേയ സംഖ്യകളുടെ ℚ ശേഖരത്തിലെ നിയമം.

എല്ലാ പരിമേയസംഖ്യകളുടെയും ശേഖരത്തിൽ ഗുണനത്തിന് സങ്കലനത്തിന് മേലുള്ള വിതരണ നിയമം സാധ്യമാണ്.

ഏതെങ്കിലും മൂന്ന് പരിമേയ സംഖ്യകളായ a, b, c എന്നിവയ്ക്ക് $a\times(b+c)=(a\times b)+(a\times c)$

വിശദീകരണം

പരിമേയസംഖ്യകളായ a,b,c എന്നിവ $a=\frac{-7}{9}$, $b=\frac{11}{18}$ കൂടാതെ $c=\frac{-14}{27}$ എന്ന് എടുത്താൽ

ഇപ്പോൾ, $b+c = b+c=\frac{11}{18}+\frac{-14}{27}=\frac{33}{54}+\frac{-28}{54}=\frac{33-28}{54}=\frac{5}{54}$

(സർവ്വസമവും പൊതുഛേദമുള്ളതുമായ പരിമേയ സംഖ്യകൾ)

$$\therefore a\times(b+c) = \frac{-7}{9}\times\frac{5}{54}=\frac{-7\times5}{9\times54}=\frac{-35}{486} \quad \text{---(1)}$$

വീണ്ടും, $a\times b = \frac{-7}{9}\times\frac{11}{18}=\frac{-7\times11}{9\times18}=\frac{-77}{9\times9\times2}$

$$a\times c = \frac{-7}{9}\times\frac{-14}{27}=\frac{7\times14}{9\times9\times3}=\frac{98}{9\times9\times3}$$

$$\therefore(a\times b)+(a\times c) = \frac{-77}{9\times9\times2}+\frac{98}{9\times9\times3}$$

$$=\frac{-77\times3+98\times2}{9\times9\times2\times3}$$

$$=\frac{-231+196}{486}=\frac{-35}{486} \quad \text{---(2)}$$

(1) , (2) ഇവയിൽ നിന്നും $a\times(b+c)=(a\times b)+(a\times c)$.

അങ്ങനെ, എല്ലാ പരിമേയസംഖ്യകൾ ℚ വിനും ഗുണനത്തിന് സങ്കലനത്തിന ്മേൽ വിതരണ നിയമം ഉണ്ട്.

4DJIW

അഭ്യാസം 1.3

1. സങ്കലനത്തിലും ഗുണനത്തിലും ഉള്ള സംവൃതഗുണം പരിമേയസംഖ്യകളായ $\frac{-5}{7}$ നും $\frac{8}{9}$. നും ശരിയാണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക?

2. സങ്കലനത്തിലും ഗുണനത്തിലും ക്രമവിനിമേയ നിയമം പാലിക്കുന്നുണ്ടോ എന്ന് $\frac{-10}{11}$, $\frac{-8}{33}$. എന്നീ പരിമേയസംഖ്യകളുപയോഗിച്ച് പരിശോധിക്കുക.

3. സങ്കലനത്തിനും ഗുണനത്തിനും സംയോജനനിയമം പാലിക്കുന്നുണ്ടോ എന്ന് $\frac{-7}{9},\frac{5}{6},\frac{-4}{3}$ എന്നീ പരിമേയസംഖ്യകളുപയോഗിച്ച് പരിശോധിക്കുക.

4. $a=\frac{-1}{2}$, $b=\frac{2}{3}$ കൂടാതെ $c=\frac{-5}{6}$ എന്നീ പരിമേയ സംഖ്യകൾക്ക് $a\times(b+c)=(a\times b)+(a+c)$ ശരിയാണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക

5. സങ്കലനത്തിനും ഗുണനത്തിനും അനന്യതനിയമം പാലിക്കുന്നുണ്ടോ എന്ന് $\frac{15}{19}$, $\frac{-18}{25}$. എന്നീ പരിമേയസംഖ്യകളുപയോഗിച്ച് പരിശോധിക്കുക.

01_8th_Maths_Numbers_Chap 1_Malayalam.indd 24 1/26/2023 11:11:17 AM

6. സങ്കലനത്തിനും ഗുണനത്തിനും മേലുള്ള വിപരീതഗുണം പരിമേയസംഖ്യകളായ $\frac{-7}{17}$ നും $\frac{17}{27}$. നും ശരിയാണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക?

ശരിയായ ഉത്തരം തെരഞ്ഞെടുത്തെഴുതുക

7. പരിമേയസംഖ്യകളുടെ ഹരണം സംവൃതഗുണത്തിന് ശരിയാകാതെ വരുന്ന സംഖ്യ

(A) 1 (B) –1 (C) 0 (D) $\frac{1}{2}$

8. $\frac{1}{2}-\left(\frac{3}{4}-\frac{5}{6}\right)\neq\left(\frac{1}{2}-\frac{3}{4}\right)-\frac{5}{6}$ എന്ന വസ്തുത പരിമേയസംഖ്യകളുടെ വ്യവകലനത്തിലെ _____ എന്ന നിയമത്തിനാണ് ശരിയാകാതെ വരുന്നത്.

(A) ക്രമവിനിമേയം (B) സംവൃതം (C) വിതരണം (D) സംയോജനം

9. താഴെ തന്നിട്ടുള്ളവയിൽ ഏതിനാണ് സങ്കലനത്തിലുള്ള വിപരീത ഗുണം?

(A) $\frac{1}{8}-\frac{1}{8}=0$ (B) $\frac{1}{8}+\frac{1}{8}=\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{8}+0=\frac{1}{8}$ (D) $\frac{1}{8}-0=\frac{1}{8}$

10. $\frac{3}{4}\times\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)=\frac{3}{4}\times\frac{1}{2}-\frac{3}{4}\times\frac{1}{4}$ എന്നത് ഗുണനത്തിന് _____ന് മേലുള്ള വിതരണമാണ്

(A) സങ്കലനം (B) വ്യവകലനം (C) ഗുണനം (D) ഹരണം

നിങ്ങൾക്ക് അറിയാമോ?

ഒരേ പരിമേയസംഖ്യകൾക്ക് വ്യത്യസ്തക്രിയകൾ സാധ്യമാകുമ്പോൾ വ്യത്യസ്ത ഉത്തരങ്ങളാണ് ലഭിക്കുക എന്ന നമുക്കറിയാം. ഒഴിവാക്കപ്പെട്ടിട്ടുള്ള പരിമേയസംഖ്യകളുടെ നിർദ്ധാരണങ്ങൾ താഴെ തന്നിട്ടുണ്ട്.

(i) $\frac{13}{4}+\frac{13}{9}=\frac{13}{4}\times\frac{13}{9}$ (ii) $\frac{169}{30}+\frac{13}{15}=\frac{169}{30}\div\frac{13}{15}$

ഇത് അത്ഭുതമാണോ? കഴിയുമെങ്കിൽ ഇതുപോലുള്ള കുറെ അധികം പ്രശ്നങ്ങൾ പരിശോധിക്കുക.

ചിന്തിക്കുക

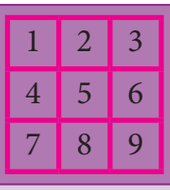
നിരീക്ഷിക്കുക, $\frac{1}{1.2}+\frac{1}{2.3}=\frac{2}{3}$

$\frac{1}{1.2}+\frac{1}{2.3}+\frac{1}{3.4}=\frac{3}{4}$

$\frac{1}{1.2}+\frac{1}{2.3}+\frac{1}{3.4}+\frac{1}{4.5}=\frac{4}{5}$

നിങ്ങളുടെ നിപുണതയപയോഗിച്ച് മുകളിൽ പറഞ്ഞിട്ടുള്ള പേറ്റേണുകളിൽ നിന്നും ആദ്യത്തെ 7 സംഖ്യകളുടെ സങ്കലനം കാണുക?.

1.6 വർഗ്ഗ സംഖ്യകളുടെ ആമുഖം

		
ഇത് വശം 1 യൂണിറ്റുള്ള ഒരു സമചതുരമാണ്. ഇതിനെ 1^2 എന്ന് എഴുതുന്നു. $1^2 = 1 \times 1 = 1$	ഇത് വശം 2 യൂണിറ്റുള്ള ഒരു സമചതുരമാണ്. ഇതിനെ 2^2 എന്ന് എഴുതുന്നു. $2^2 = 2 \times 2 = 4$	ഇത് വശം 3 യൂണിറ്റുള്ള ഒരു സമചതുരമാണ്. ഇതിനെ 3^2 എന്ന് എഴുതുന്നു $3^2 = 3 \times 3 = 9$

01_8th_Maths_Numbers_Chap 1_Malayalam.indd 25 1/26/2023 11:11:21 AM

പൊതുവായി നമ്മൾ ഇങ്ങനെ എഴുതുന്നു



$4^2 = 16$

4 ന്റെ വർഗം 16 എന്ന് പറയുന്നു.

ഇവിടെ മുകളിലുള്ള 2 (വർഗം) ഗുണനഫലത്തിൽ എത്ര പ്രാവശ്യം 4 ആവർത്തിക്കുന്നു എന്നതിനെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു.($4 \times 4 = 4^2 = 16$).

1, 4, 9, 16, ... എന്നിവ വർഗ്ഗ സംഖ്യകളാണ് (പൂർണ്ണ വർഗ സംഖ്യകൾ). രണ്ട് ഘടകങ്ങളെ ഗുണിക്കുമ്പോൾ ഈ സംഖ്യകൾ ലഭിക്കുന്നു.

ഒരു നിസർഗ സംഖ്യ 'n' നെ വർഗ സംഖ്യ എന്ന് പറയുന്നതിന് മറ്റൊരു നിസർഗ സംഖ്യ 'm' നെ $n = m^2$ എന്ന രീതിയിൽ കണ്ടുപിടിക്കാൻ സാധിക്കണം.

49 വർഗ്ഗസംഖ്യ ആണോ? അതെ എന്തുകൊണ്ടെന്നാൽ ഇതിനെ 7^2 എന്ന് എഴുതാം. 50 വർഗ്ഗസംഖ്യയാണോ?

താഴെ തന്നിട്ടുള്ള പട്ടികയിൽ 20 വരെയുള്ള വർഗ്ഗ സംഖ്യകൾ തന്നിരിക്കുന്നു.

സംഖ്യ	അതിന്റെ വർഗ്ഗം	സംഖ്യ	അതിന്റെ വർഗ്ഗം	സംഖ്യ	അതിന്റെ വർഗ്ഗം	സംഖ്യ	അതിന്റെ വർഗ്ഗം
1	1	6	36	11	121	16	256
2	4	7	49	12	144	17	289
3	9	8	64	13	169	18	324
4	16	9	81	14	196	19	361
5	25	10	100	15	225	20	400

പട്ടികയിൽ 50 വരെയുള്ള സംഖ്യകളുടെ വർഗ്ഗ സംഖ്യകൾ എഴുതാൻ ശ്രമിക്കുക.
താഴെ തന്നിട്ടുള്ള വർഗ്ഗ സംഖ്യകളുടെ ഗുണങ്ങളെ മുകളിലുള്ള പട്ടികയിൽ നിന്നു ശരി നോക്കാം.

- വർഗ്ഗസംഖ്യകൾ 0, 1, 4, 5, 6, 9 എന്നീ സംഖ്യകളിൽ അവസാനിക്കുന്നു.
- ഒരു സംഖ്യ 1 അല്ലെങ്കിൽ 9 ൽ അവസാനിക്കുന്നു എങ്കിൽ അതിന്റെ വർഗ്ഗം 1 ൽ അവസാനിക്കുന്നു.
- ഒരു സംഖ്യ 2 അല്ലെങ്കിൽ 8 ൽ അവസാനിക്കുന്നു.എങ്കിൽ അതിന്റെ വർഗ്ഗം 4 ൽ അവസാനിക്കുന്നു.
- ഒരു സംഖ്യ 3 അല്ലെങ്കിൽ 7 ൽ അവസാനിക്കുന്നു. എങ്കിൽ അതിന്റെ വർഗ്ഗം 9 ൽ അവസാനിക്കുന്നു.
- ഒരു സംഖ്യ 4 അല്ലെങ്കിൽ 6 ൽ അവസാനിക്കുന്നു. എങ്കിൽ അതിന്റെ വർഗ്ഗം 6 ൽ അവസാനിക്കുന്നു.
- ഒരു സംഖ്യ 5 അല്ലെങ്കിൽ 0 ൽ അവസാനിക്കുന്നു എങ്കിൽ അതിന്റെ വർഗ്ഗം 5 അല്ലെങ്കിൽ 0 ൽ അവസാനിക്കുന്നു.
- ഒരു ഒറ്റ സംഖ്യയുടെ വർഗ്ഗം എല്ലായ്പ്പോഴും ഒറ്റ സംഖ്യ ആയിരിക്കും.
- ഒരു ഇരട്ട സംഖ്യയുടെ വർഗ്ഗം എല്ലായ്പ്പോഴും ഇരട്ട സംഖ്യ ആയിരിക്കും.
- 2,3,7,8 എന്നീ അക്കങ്ങളിൽ അവസാനിക്കുന്ന സംഖ്യകൾ പൂർണ്ണ വർഗ്ഗ സംഖ്യകൾ അല്ല.



ചിന്തിക്കുക

1. ഒരു അഭാജ്യ സംഖ്യയുടെ വർഗ്ഗം അഭാജ്യ സംഖ്യ ആണോ.
2. രണ്ട് പൂർണ്ണ വർഗ്ഗങ്ങളുടെ തുക പൂർണ്ണ വർഗ്ഗ സംഖ്യ ആണോ? അവയുടെ വ്യത്യാസം ഗുണനഫലം എന്നിവ പൂർണ്ണ വർഗ്ഗ സംഖ്യ ആണോ?



ശ്രമിക്കുക

(i) 256, 576, 960, 1025, 4096 ഇവയിൽ പൂർണ്ണ വർഗ്ഗ സംഖ്യകൾ ഏവ?
(സൂചന: വർഗ്ഗങ്ങളുടെ പട്ടിക നോക്കുക).

(ii) 82, 113, 2057, 24353, 8888, 1972 ഇവയിൽ പൂർണ്ണ വർഗ്ഗ സംഖ്യകളല്ലാത്തവ ഏവ. വിശദീകരിക്കുക?

01_8th_Maths_Numbers_Chap 1_Malayalam.indd 26 1/26/2023 11:11:21 AM

1.6.1 വർഗ്ഗ സംഖ്യകളുടെ പ്രത്യേകതകൾ

(i) ഒന്ന് ഒഴികേയുള്ള നിസർഗ്ഗ സംഖ്യകളുടെ വർഗ്ഗം 3 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളായിരിക്കും. അല്ലെങ്കിൽ 3 ന്റെ ഗുണിതത്തേക്കാൾ 1 കൂടുതലായിരിക്കും

(ii) ഒന്ന് ഒഴികേയുള്ള നിസർഗ്ഗ സംഖ്യകളുടെ വർഗ്ഗം 4 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളായിരിക്കും. അല്ലെങ്കിൽ 4 ന്റെ ഗുണിതത്തേക്കാൾ 1 കൂടുതലായിരിക്കും.

(iii) ഒരു പൂർണ്ണ വർഗ്ഗ സംഖ്യയെ 3 കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം 0 അല്ലെങ്കിൽ 1 പക്ഷേ ഒരിക്കലും 2 ആയിരിക്കില്ല.

(iv) ഒരു പൂർണ്ണ വർഗ്ഗ സംഖ്യയെ 4 കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം 0 അല്ലെങ്കിൽ 1 പക്ഷേ ഒരിക്കലും 3 ആയിരിക്കില്ല.

(v) ഒരു പൂർണ്ണ വർഗ്ഗ സംഖ്യയെ 8 കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം 0 അല്ലെങ്കിൽ 1അല്ലെങ്കിൽ പക്ഷേ ഒരിക്കലും 2, 3, 5, 6, 7 ആയിരിക്കില്ല..

പൂർണ്ണ സംഖ്യകൾ 6, 28, 496, 8128... എന്നിവ വർഗ്ഗ സംഖ്യകൾ അല്ല.

കുറിപ്പ്

ഒരു പൂർണ്ണ വർഗ്ഗ സംഖ്യ പൂജ്യത്തിൽ അവസാനിക്കുന്നു എങ്കിൽ ഇരട്ട സംഖ്യകളുടെ മടങ്ങായി പൂജ്യങ്ങൾ അവസാനത്തിൽ ഉണ്ടായിരിക്കും. ഇതുനെ താഴെ തന്നിട്ടുള്ള പട്ടികയിലൂടെ നമുക്ക് നോക്കാം.

സംഖ്യ	10	20	30	40	...	90	100	110	...	2000	...
അതിന്റെ വർഗ്ഗം.	100	400	900	1600	...	8100	10000	12100	...	4000000	...

ചിന്തിക്കുക

ഈ പ്രസ്താവന പരിഗണിക്കുക. n, $(n+1)$ എന്നിങ്ങനെ അടുത്തടുത്തുള്ള രണ്ടു സംഖ്യകളുടെ വർഗ്ഗങ്ങൾക്കിടയിൽ $2n$ പൂർണ്ണ വർഗ്ഗങ്ങളല്ലാത്ത സംഖ്യകൾ ഉണ്ടായിരിക്കും. ഇത് ശരിയാണോ 2500 കൂടാതെ 2601 ഇവയ്ക്കിടയിൽ എത്ര പൂർണ്ണവർഗ്ഗങ്ങളല്ലാത്ത സംഖ്യകൾ ഉണ്ട്? പ്രസ്താവന ശരി നോക്കുക

1.7 വർഗ്ഗമൂലം (Square Root)

ഒരു സംഖ്യയുടെ വർഗ്ഗം കണ്ടുപിടിക്കുന്നത് സങ്കലനം, വ്യവകലനം, ഗുണനം പോലെ ഒരു ഗണിത പ്രക്രിയയാണ്. മിക്ക ഗണിത ക്രിയകൾക്കും വിപരീത ക്രിയ (അർത്ഥം വിപരീതം) ഉണ്ട്. ഉദാഹരണമായി വ്യവകലനം സങ്കലനത്തിന്റെ വിപരീതമാണ്. ഇതുപോലെ വർഗ്ഗത്തിന്റെ വിപരീത ക്രിയയാണ് വർഗ്ഗമൂലം.

ഒരു സംഖ്യ n ന്റെ വർഗ്ഗമൂലം $\sqrt{n}$ അല്ലെങ്കിൽ $n^{\frac{1}{2}}$, എന്നത് ഒരു സംഖ്യയെ അതേ സംഖ്യയെക്കൊണ്ട് ഗുണിക്കുമ്പോൾ ലഭിക്കണം. ഉദാഹരണായി $\sqrt{81}$ എന്നത് 9, എന്തുകൊണ്ടെന്നാൽ $9 \times 9 = 81$.

സമീപത്തുള്ള പട്ടികയിൽ 1 മുതൽ 100 വരെയുള്ള പൂർണ്ണ വർഗ്ഗങ്ങളും അവയുടെ വർഗ്ഗ മൂലങ്ങളും തന്നിട്ടുണ്ട്.

$324 = 18^2$, അതുകൊണ്ട് $\sqrt{324}$ എന്നത് 18.

01_8th_Maths_Numbers_Chap 1_Malayalam.indd 27 1/26/2023 11:11:22 AM

$11^2 = 121$, എങ്കിൽ $\sqrt{121}$?

$529 = 23^2$, എങ്കിൽ 529 ന്റെ വർഗ്ഗമൂലം എന്താണ്.

$1^2 = 1$ അതുകൊണ്ട് 1 ന്റെ വർഗ്ഗമൂലം 1. $(-1)^2 = 1$. അതുകൊണ്ട് (-1) ഉം 1 ന്റെ വർഗ്ഗമൂലമാണ്.

$2^2 = 4$ അതുകൊണ്ട് 4 ന്റെ വർഗ്ഗമൂലം 2. $(-2)^2 = 4$. അതുകൊണ്ട് (-2) ഉം 4 ന്റെ വർഗ്ഗമൂലമാണ്.

അതുപോലെ,

$3^2 = 9$ അതുകൊണ്ട് 9 ന്റെ വർഗ്ഗമൂലം 3 $(-3)^2 = 9$. അതുകൊണ്ട് (-3) ഉം 9 ന്റെ വർഗ്ഗമൂലമാണ്.

മുകളിൽ കൊടുത്തിട്ടുള്ള ഉദാഹരണങ്ങളിൽ നിന്നും പൂർണ്ണവർഗ്ഗത്തിന് രണ്ട് വർഗ്ഗമൂലങ്ങൾ ഉണ്ടെന്ന് മനസ്സിലാക്കാം. എന്നിരുന്നാലും കണക്കുകൾ ചെയ്യുമ്പോൾ ധന നിസർഗ്ഗ വർഗ്ഗമൂലം മാത്രമേ നമ്മൾ എടുക്കാറുള്ളൂ.

ഒരു സംഖ്യയുടെ ധന വർഗ്ഗമൂലത്തെ $\sqrt{\ }$ എന്ന ചിഹ്നം ഉപയോഗിച്ച് സൂചുപ്പിക്കുന്നു..

അതുകൊണ്ട്, $\sqrt{4}$ എന്നത് 2 (-2 എന്നത് അല്ല); $\sqrt{9}$ എന്നത് 3 (-3 എന്നത് അല്ല). ഇത് സാർവ്വത്രികമായി അംഗീകരിക്കപ്പെട്ട ഒരു ചിഹ്നമാണെന്നത് ഓർമ്മിക്കുക.

വർഗ്ഗമൂലം	കാരണം
$\sqrt{1} = 1$	$1^2 = 1$
$\sqrt{4} = 2$	$2^2 = 4$
$\sqrt{9} = 3$	$3^2 = 9$
$\sqrt{16} = 4$	$4^2 = 16$
$\sqrt{25} = 5$	$5^2 = 25$
$\sqrt{36} = 6$	$6^2 = 36$
$\sqrt{49} = 7$	$7^2 = 49$
$\sqrt{64} = 8$	$8^2 = 64$
$\sqrt{81} = 9$	$9^2 = 81$
$\sqrt{100} = 10$	$10^2 = 100$

1.7.1 അഭാജ്യ ഘടക രീതിയിൽ വർഗ്ഗമൂലം

താഴെ തന്നിട്ടുള്ള പട്ടികയിൽ ഒരു സംഖ്യയുടെ അഭാജ്യ ഘടകങ്ങളും അവയുടെ വർഗ്ഗങ്ങളും തന്നിട്ടുണ്ട്

സംഖ്യകൾ	സംഖ്യകളുടെ അഭാജ്യഘടകങ്ങൾ	തന്നിട്ടുള്ള സംഖ്യകളുടെ വർഗ്ഗം	അവയുടെ വർഗ്ഗങ്ങളുടെ അഭാജ്യ ഘടകങ്ങൾ
6	$6 = 2 \times 3$	$6^2 = 36$	$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 = (2 \times 3)^2$
8	$8 = 2 \times 2 \times 2$	$8^2 = 64$	$64 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = (2 \times 2 \times 2)^2$
12	$12 = 2 \times 2 \times 3$	$12^2 = 144$	$44 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = (2 \times 2 \times 3)^2$
15	$15 = 3 \times 5$	$15^2 = 225$	$225 = 3 \times 3 \times 5 \times 5 = (3 \times 5)^2$

6 ന്റെ അഭാജ്യ ഘടകങ്ങളെ നോക്കൂ. 2എത്ര പ്രാവശ്യം വന്നിട്ടുണ്ട് ?

ഇപ്പോൾ അതിന്റെ വർഗ്ഗം 36. അതിന്റെ അഭാജ്യ ഘടകങ്ങളെ നോക്കൂ 2 എത്ര പ്രാവശ്യം ഉണ്ട്.

8, 12, 15 എന്നീ സംഖ്യകൾക്കും ആവർത്തിക്കുക. (നിങ്ങളുടെ ഇഷ്ടാനുസരണം സംഖ്യ, അതിന്റെ വർഗ്ഗം തിരഞ്ഞെടുക്കാം) നിങ്ങൾ എന്ത് കണ്ടെത്തി?

വർഗ്ഗത്തിലുള്ള അഭാജ്യ ഘടകങ്ങളുടെ എണ്ണം = സംഖ്യയിലുള്ള അഭാജ്യ ഘടകത്തിന്റെ എണ്ണത്തിന്റെഇരട്ടിയാണ്.

ഈ ആശയത്തെ ഒരു വർഗ്ഗ സംഖ്യയുടെ വർഗ്ഗമൂലം കാണുന്നതിന് ഉപയോഗിക്കാം ആദ്യം ആ സംഖ്യയെ അഭാജ്യ ഘടകങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക. ഒരു പോലത്തെ അഭാജ്യ ഘടകങ്ങളെ ജോഡിയായി തരം തിരിക്കുക. അവയിൽ നിന്നും ഒരെണ്ണം വീതം എടുത്തു വർഗ്ഗമൂലം കണ്ടെത്തുക.

ഉദാഹരണം 1.22

അഭാജ്യ ഘടക രീതിയിൽ 324 ന്റെ വർഗ്ഗമൂലം കാണുക.

01_8th_Maths_Numbers_Chap 1_Malayalam.indd 28 1/26/2023 11:11:27 AM

നിർദ്ധാരണം:

ആദ്യം, തന്നിട്ടുള്ള സംഖ്യയെ അഭാജ്യ ഘടകങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക. ഒരുപോലത്തെ അഭാജ്യ ഘടകങ്ങളെ ജോഡിയായി തരം തിരിക്കുക. അവയിൽ നിന്നും ഒരെണ്ണം എടുത്ത് വർഗ്ഗമൂലം കണ്ടെത്തുക.

ഇപ്പോൾ, $324 = 2\times2\times3\times3\times3\times3$

$= 2^2\times3^2\times3^2$

$= (2\times3\times3)^2$

$\therefore \sqrt{324} = \sqrt{(2\times3\times3)^2}$

$= 2\times3\times3$

$\therefore \sqrt{324} = 18$

2	324
2	162
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

ഉദാഹരണം 1.23

250 നെ ഏത് ഏറ്റവും ചെറിയ സംഖ്യകൊണ്ട് ഗുണിക്കുമ്പോൾ അല്ലെങ്കിൽ ഹരിക്കുമ്പോൾ പൂർണ്ണ വർഗ്ഗ സംഖ്യ കിട്ടും. കൂടാതെ അതിന്റെ വർഗ്ഗമൂലം കാണുക.

നിർദ്ധാരണം:

ഇവിടെ, $250 = 5\times5\times5\times2$

$= 5^2\times5\times2$

ഇവിടെ അഭാജ്യ ഘടകങ്ങൾ 5 നും 2 നും ജോഡിയില്ല.

5	250
5	50
5	10
2	2
	1

അതുകൊണ്ട് 250 നെ 10 (5×2) കൊണ്ട് ഹരിക്കുക അല്ലെങ്കിൽ 10 കൊണ്ട് ഗുണിക്കുക.

(i) 250 നെ 10 കൊണ്ടു ഗുണിക്കുമ്പോൾ കിട്ടുന്നത് $2500 = 5^2\times5\times2\times5\times2$ അതുകൊണ്ട് 2500 ന്റെ വർഗ്ഗമൂലം $5\times5\times2 = 50$

(ii) 250 നെ 10 കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ 25 കിട്ടുന്നു കൂടാതെ $\sqrt{25} = \sqrt{5^2} = 5$.

ഉദാഹരണം 1.24

108 ഒരു പൂർണ്ണ വർഗ്ഗ സംഖ്യ ആണോ??

നിർദ്ധാരണം:

ഇവിടെ, $108 = 2\times2\times3\times3\times3$

$= 2^2\times3^2\times3$

രണ്ടാമത്തെ അഭാജ്യ ഘടകം 3 ന് ജോഡിയില്ല അതുകൊണ്ട് 108 ഒരു പൂർണ്ണ വർഗ്ഗ സംഖ്യ അല്ല.

2	108
2	54
3	27
3	9
3	3
	1



ചിന്തിക്കുക

ഈ സാഹചര്യത്തിൽ ഒരു വർഗ്ഗ സംഖ്യ ലഭിക്കുന്നതിന് 108 നോട് ഏത് എറ്റവും ചെറിയ ഘടകം കൊണ്ട് ഹരിക്കണം അല്ലെങ്കിൽ ഗുണിക്കണം. നമ്മൾ എന്തു ചെയ്യണം?

1.7.2 ദീർഘ ഹരണ രീതിയിൽ വർഗ്ഗമൂലം കാണൽ.

വലിയ സംഖ്യകളുടെ വർഗ്ഗമൂലം ഘടകരീതിയിൽ കാണുന്നത് പ്രയാസമാണ്. അത്തരം സന്ദർഭങ്ങളിൽ ദീർഘഹരണരീതി നമുക്ക് സഹായകരമായിരിക്കും ദീർഘഹരണരീതി താഴെ തന്നിട്ടുള്ള ഉദാഹരണങ്ങൾ വഴി വിശദമാക്കിയിട്ടുണ്ട്.

01_8th_Maths_Numbers_Chap 1_Malayalam.indd 29 1/26/2023 11:11:29 AM

ഉദാഹരണം 1

576 ന്റെ വർഗ്ഗമൂലം ദീർഘഹരണ രീതിയിൽ കാണുക.

വഴി 1:

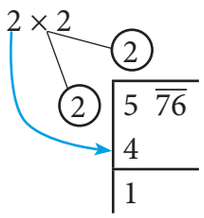
ഒറ്റയുടെ സ്ഥാനത്തുനിന്ന് ജോഡികളായി തരംതിരിക്കുക. ഓരോ ജോഡിയേയും, ജോഡിയില്ലാത്ത സംഖ്യയേയും പരിവൃത്തി (period) എന്ന് പറയുന്നു. വലത്തേ അറ്റത്ത് നിന്നും തന്നിട്ടുള്ള സംഖ്യകളുടെ ജോഡികളുടെ മുകളിൽ ബാർ ഇടുക. തന്നിട്ടുള്ള സംഖ്യയിൽ ഇടത്തേ അറ്റത്തുള്ള സംഖ്യയുടെ മുകളിൽ ബാർ ഉണ്ടായിരിക്കുന്നതല്ല.

$5\ \overline{76}$

അതുകൊണ്ട് $5\ \overline{76}$

വഴി 2:

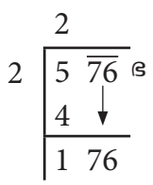
ആദ്യത്തെ പരിവൃത്തിക്കുള്ളിൽ അടങ്ങിയിട്ടുള്ള തുല്യമായ അല്ലെങ്കിൽ അതിനെക്കാൾ ചെറിയ വർഗ്ഗസംഖ്യ കാണുക. ആ സംഖ്യയെ ഹാരകമായും, ഹരണഫലമായും എഴുതുക. ഇവിടെ ഇടത്തെ അറ്റത്തെ സംഖ്യ 5 ആകുന്നു. 5 നുള്ളിൽ അടങ്ങിയിട്ടുള്ള വർഗ്ഗ സംഖ്യ 2 ആകുന്നു. ഇതിനെയാണ് നമ്മൾ ഹാരകവും, ഹരണഫലവുമായി എടുക്കേണ്ടത്.



വഴി 3:

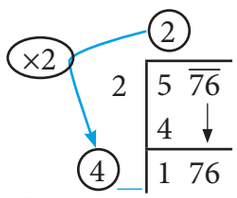
76 നെ താഴെ ശിഷ്ടം 1ന്റെ വലതു വശത്തേക്ക് കൊണ്ട് വരിക.

ഇപ്പോൾ പുതിയ ഹാര്യം 176 ആകുന്നു.



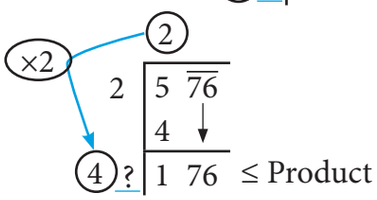
വഴി 4:

പുതിയ ഹാരകത്തിനായി പഴയ ഹരണഫലത്തെ 2 (എല്ലായ്പ്പോഴും) കൊണ്ട് ഗുണിക്കുക. അതിന്റെ അരികിൽ സ്ഥലം വിടുക.



വഴി 5:

പുതിയ ഹാരകം 4 ഉം വലതുവശത്ത് ഒരു അക്കവും ഉള്ള സംഖ്യയാണ് . 4 ന് അരികിൽ ഒരു സംഖ്യ ചേർത്ത് അതേ സംഖ്യ കൊണ്ട് ഗുണിക്കുക. ഗുണനഫലം 176 തുല്യമായോ അല്ലെങ്കിൽ കുറവായോ ഉള്ള സംഖ്യയെ തിരഞ്ഞെടുക്കുക.



വഴി 6:

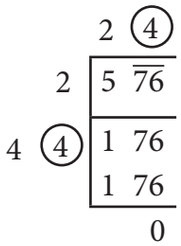
വ്യക്തമായി നമ്മൾ ആവശ്യപ്പെട്ട സംഖ്യ 4 അല്ലെങ്കിൽ 6 ആകുന്നു. (എന്തുകൊണ്ട്)

നമ്മൾ കണക്കാക്കുമ്പോൾ

$46 \times 6 = 276$ എന്നാൽ $44 \times 4 = 176$

അതുകൊണ്ട് 4 നെ ചേർക്കുക. 176 ന് താഴെ 176 നെ എഴുതി കുറയ്ക്കുക. ശിഷ്ഠം 0 എന്ന് കിട്ടുന്നു.

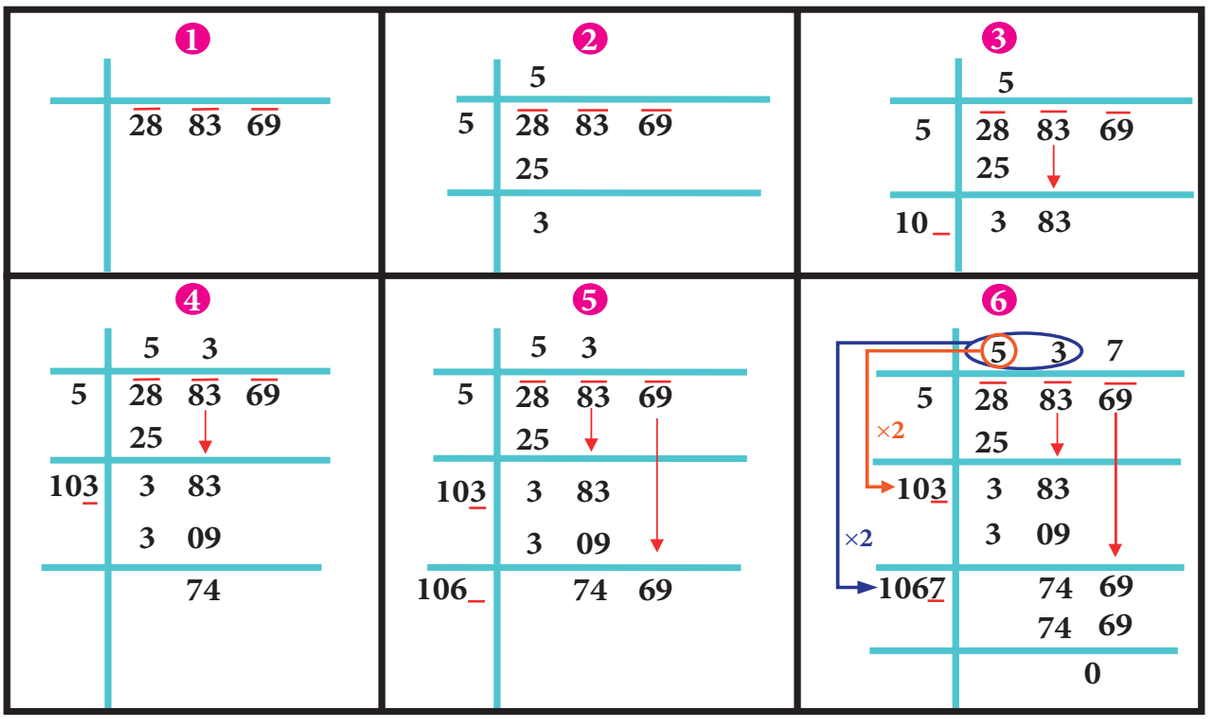
$\therefore \sqrt{576} = 24$.



ഉദാഹരണം 2

താഴെ തന്നിട്ടുള്ള ഉദാഹരണത്തിൽ 288369 ന്റെ വർഗ്ഗമൂലം കാണുന്ന രീതി ഘട്ടം ഘട്ടമായി കാണിച്ചിരിക്കുന്നു. ചിത്രങ്ങളെ ക്രമമായി നോക്കി വിശദീകരണം മനസ്സിലാക്കുക.

01_8th_Maths_Numbers_Chap 1_Malayalam.indd 30 1/26/2023 11:11:31 AM



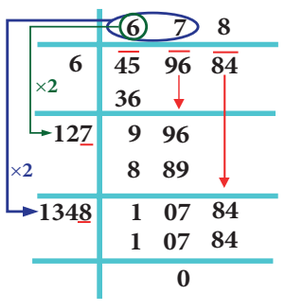
$\sqrt{288369} = 537$ എന്ന് നമ്മൾ കണ്ടുപിടിച്ചു.

ഉദാഹരണം 1.25

459684 ദീർഘഹരണ രീതിയിൽ വർഗ്ഗമൂലം കാണുക.

നിർദ്ധാരണം:

താഴെ തന്നിട്ടുള്ള രീതിയിൽ 459684 ന്റെ വർഗ്ഗമൂലം ദീർഘഹരണ രീതിയിൽ കാണാം.



$\therefore \sqrt{459684} = 678$

ഉദാഹരണം 1.26

ഒരു സമചതുര പാടത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം 3136 മീ^{2}. അതിന്റെ ചുറ്റളവ് കാണുക



നിർദ്ധാരണം:

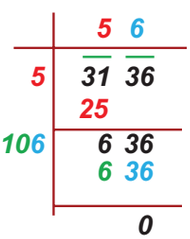
സമചതുരപാടത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = 3136 മീ^{2}.

$\therefore$ പാടത്തിന്റെ വശം = $\sqrt{3136}$ = 56 മീ

$\therefore$ സമചതുര പാടത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് = 4 × വശം

= 4 × 56

= 224 മീ



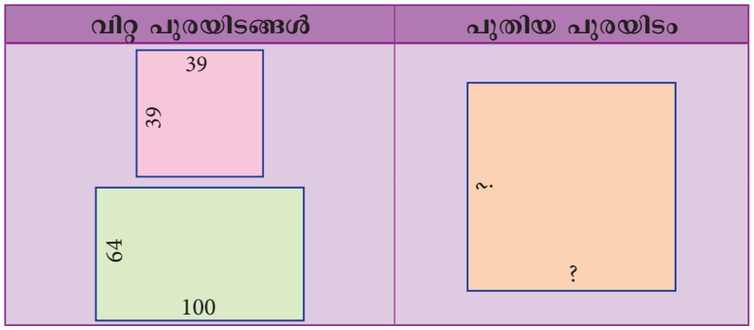
01_8th_Maths_Numbers_Chap 1_Malayalam.indd 31 1/26/2023 11:11:32 AM

ഉദാഹരണം 1.27

ഒരാൾക്ക് 39 മീ വശമുള്ള സമചതുരാകൃതിയിലുള്ള ഒരു പുരയിടവും 100മീ നീളം, 64മീ വീതിയുമുള്ള ദീർഘചതുരാകൃതിയിലുള്ള രണ്ട് പുരയിടങ്ങളും ഉണ്ട്. ഇവയെ വിറ്റ് അയാൾ അതേ വിസ്തീർണ്ണമുള്ള പുതിയ സമചതുരപുരയിടം വാങ്ങി . എങ്കിൽ പുതിയ പുരയിടത്തിന്റെ നീളം കാണുക?

നിർദ്ധാരണം:

ഇടപാടുകളെ ഇങ്ങനെ ചുരുക്കിപ്പറയാം.



വാങ്ങിയ സമചതുര പുരയിടത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = വിറ്റ സമചതുര പുരയിടത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം + വിറ്റ ദീർഘചതുര പുരയിടത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം

$= 39 \times 39 + 100 \times 64$

$= 1521 + 6400$

$= 7921$ മീ^{2}

പുതിയ സമചതുര പുരയിടത്തിന്റെ വശം = $\sqrt{7921} = 89$ മീ

	8	9
8	79	21
	64	
169	15	21
	15	21
		0

ശ്രമിക്കുക

ദീർഘഹരണ രീതിയിൽ വർഗ്ഗമൂലം കാണുക. 1. 400 2. 1764 3. 9801

1.7.3 ഒരു പൂർണ്ണ വർഗ്ഗ സംഖ്യയുടെ വർഗ്ഗ മൂലത്തിലുള്ള അക്കങ്ങളുടെ എണ്ണം

ഹരണ രീതിയിൽ വർഗ്ഗ മൂലം കണ്ടുപിടിക്കുന്നതിനായി ബാർ ഉപയോഗിക്കുന്നു. ഇങ്ങനെ രേഖപ്പെടുത്തുന്ന ബാറുകൾ ഒരു പൂർണ്ണ വർഗ്ഗസംഖ്യയുടെ വർഗ്ഗമൂലത്തിൽ എത്ര അക്കങ്ങൾ ഉണ്ടായിരിക്കും എന്ന് കണ്ടുപിടിക്കുന്നതിന് സഹായിക്കുന്നു. താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന ഉദാഹരണങ്ങൾ നിരീക്ഷിക്കുക. (ദീർഘഹരണരീതിയിൽ വർഗ്ഗമൂലം കണ്ടുപിടിക്കുമ്പോൾ ബാർ കാണിച്ചിരിക്കുന്നു).

സംഖ്യകളുടെ വർഗ്ഗമൂലം	ബാറുകളുടെ എണ്ണം	വർഗ്ഗമൂലത്തിലുള്ള അക്കങ്ങളുടെ എണ്ണം	സംഖ്യയുടെ വർഗ്ഗമൂലം	ബാറുകളുടെ എണ്ണം	വർഗ്ഗമൂലത്തിലുള്ള അക്കങ്ങളുടെ എണ്ണം
$\sqrt{\overline{169}} = 13$	2	2	$\sqrt{\overline{4356}} = 66$	2	2
$\sqrt{\overline{441}} = 21$	2	2	$\sqrt{\overline{6084}} = 78$	2	2
$\sqrt{\overline{12544}} = 112$	3	3	$\sqrt{\overline{27225}} = 165$	3	3

ഇതിൽ നിന്നും ബാറുകളുടെ എണ്ണം വർഗ്ഗമൂലത്തിലുള്ള അക്കങ്ങളുടെ എണ്ണത്തെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു എന്ന നിഗമനത്തിൽ എത്തിച്ചേരാം

ശ്രമിക്കുക

വർഗ്ഗമൂലം കണ്ടുപിടിക്കാതെ താഴെ തന്നിട്ടുള്ള സംഖ്യകളുടെ വർഗ്ഗമൂലത്തിൽ എത്ര അക്കങ്ങൾ ഉണ്ടായിരിക്കും എന്ന് ഊഹിക്കുക. 1. 14400 2. 390625 3. 100000000

01_8th_Maths_Numbers_Chap 1_Malayalam.indd 32 1/26/2023 11:11:34 AM

1.7.4 ദശാംശ സംഖ്യകളുടെ വർഗ്ഗമൂലം

ദശാംശ സംഖ്യകളുടെ വർഗ്ഗമൂലം കണ്ടുപിടിക്കുന്നതിന് താഴെ തന്നിട്ടുള്ള വഴികൾ പാലിക്കുക.

വഴി 1

ദശാംശ സംഖ്യയുടെ വലത്തേ അറ്റത്തിൽ രണ്ട് അക്കങ്ങൾ വരത്തക്ക രീതിയിൽ പൂജ്യങ്ങൾ ചേർക്കുക. (ആവശ്യമെങ്കിൽ മാത്രം).

കാണുക $\sqrt{42.25}$

വഴി 2:

ദശാംശ സംഖ്യക്ക് പൂർണ്ണസംഖ്യാഭാഗം, ദശാംശഭാഗം ഉണ്ടായിരിക്കുന്നതാണ്. പൂർണ്ണസംഖ്യാഭാഗത്തിൽ പതിവു ദീർഘ ഹരണ രീതി പോലെ ബാറുകൾ ഇടുക.

ഇതുപോലെ ബാറുകൾ ഇടുക $\sqrt{\overline{42}.\overline{25}}$

വഴി 3:

ദശാംശഭാഗത്തെ ഇടത്തു (ആദ്യത്തെ ദശാംശ സ്ഥാനത്തിൽ) നിന്നും വലത്തോട്ട് എന്ന ക്രമത്തിൽ ജോഡികളാക്കുക.

വഴി 4:

ഇപ്പോൾ, ദീർഘഹരണരീതിയിൽ വർഗ്ഗമൂലം കണ്ടുപിടിക്കുക.

```
        6  5
    ---------
6   | 42 25
      36
    ---------
125   6 25
      6 25
    ---------
        0
```

വഴി 5:

പൂർണ്ണ സംഖ്യാ ഭാഗത്ത് വർഗ്ഗമൂലം കണ്ടുപിടിച്ച ശേഷം ദശാംശ ബിന്ദു ഇടുക. $\therefore \sqrt{42.25} = 6.5$

1.7.5 ഗുണനഫലരൂപം, ഹരണഫല രൂപത്തിലുള്ള സംഖ്യകളുടെ വർഗ്ഗമൂലം

ഏതൊരു ധന സംഖ്യകൾ a, b യ്ക്കും

(i) $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$ കൂടാതെ (ii) $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ $(b \neq 0)$

ശ്രമിക്കുക

വർഗ്ഗമൂലം കണ്ടുപിടിക്കുക

1. 5.4756 2. 19.36 3. 116.64

ഉദാഹരണം 1.28

$\sqrt{256}$ ന്റെ മൂല്യം കാണുക

നിർദ്ധാരണം:

$\sqrt{256} = \sqrt{16 \times 16} = \sqrt{16} \times \sqrt{16} = 4 \times 4 = 16$ (or) $\sqrt{256} = \sqrt{64 \times 4} = \sqrt{64} \times \sqrt{4} = 8 \times 2 = 16.$

ചിന്തിക്കുക

$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$ ഉപയോഗിച്ച് പൂരിപ്പിക്കാൻ ശ്രമിക്കുക..

$\sqrt{36} = 6$	$\sqrt{9} \times \sqrt{4} = 3 \times 2 = 6$	$\sqrt{36} = \sqrt{9} \times \sqrt{4}$?	$\sqrt{81} = ?$	$\sqrt{9} \times \sqrt{9} = __ \times __ = __$	$\sqrt{81} = \sqrt{9} \times \sqrt{9}$?
$\sqrt{144} = ?$	$\sqrt{9} \times \sqrt{16} = __ \times __ = __$	$\sqrt{144} = \sqrt{9} \times \sqrt{16}$?	$\sqrt{144} = ?$	$\sqrt{36} \times \sqrt{4} = __ \times __ = __$	$\sqrt{144} = \sqrt{36} \times \sqrt{4}$?
$\sqrt{100} = ?$	$\sqrt{25} \times \sqrt{4} = __ \times __ = __$	$\sqrt{100} = \sqrt{25} \times \sqrt{4}$?	$\sqrt{1225} = ?$	$\sqrt{25} \times \sqrt{49} = __ \times __ = __$	$\sqrt{1225} = \sqrt{25} \times \sqrt{49}$?

പ്രവർത്തി

മുകളിലുള്ള പട്ടിക പോലെ പട്ടിക രൂപീകരിക്കുക. a കൂടാതെ b പൂർണ്ണ വർഗ്ഗങ്ങളാണെങ്കിൽ

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad (b \neq 0)$$

ഈ ആശയം ഉപയോഗിച്ച് വർഗ്ഗമൂലം കണക്കുകൾ എളുപ്പത്തിൽ ചെയ്യാം.

01_8th_Maths_Numbers_Chap 1_Malayalam.indd 33 1/26/2023 11:11:40 AM

ഉദാഹരണം 1.29

മൂല്യം കാണുക $\sqrt{42.25}$.

നിർദ്ധാരണം:

ഇതിനെ ഇങ്ങനെ എഴുതാം $\sqrt{42.25} = \sqrt{\frac{4225}{100}} = \frac{\sqrt{4225}}{\sqrt{100}}$

ഇപ്പോൾ, ദശാംശ ബിന്ദു ഇല്ലാതെ 4225 ന്റെ വർഗ്ഗമൂലം കണ്ടെത്താം. ഇപ്പോൾ ഹരണരീതി ഉപയോഗിക്കാതെ ദശാംശ സംഖ്യകളുടെ കണക്കുകൾ മറ്റൊരു രീതിയിൽ ചെയ്യാം. $\sqrt{4225} = 65$ ഇപ്പോൾ

$$\sqrt{42.25} = \sqrt{\frac{4225}{100}} = \frac{\sqrt{4225}}{\sqrt{100}} = \frac{65}{10} = 6.5$$



ശ്രമിക്കുക

മുകളിലുള്ള രീതി ഉപയോഗിച്ച് 1.2321 കൂടാതെ 11.9025 എന്നിവയുടെ വർഗ്ഗമൂലം കാണുക.

ഉദാഹരണം 1.30

ലഘൂകരിക്കുക: $\sqrt{12} \times \sqrt{3}$ (ii) $\sqrt{\frac{98}{162}}$

നിർദ്ധാരണം:

(i) നിയമം ഓർമ്മിക്കാം , $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$

$$\sqrt{12} \times \sqrt{3} = \sqrt{12 \times 3} = \sqrt{36} = \sqrt{6^2} = 6$$

(ii) നിയമം ഓർമ്മിക്കാം , $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\ (b \neq 0)$

$$\sqrt{\frac{98}{162}} = \sqrt{\frac{2 \times 49}{2 \times 81}} = \sqrt{\frac{49}{81}} = \sqrt{\frac{7^2}{9^2}} = \frac{7}{9}$$

ഉദാഹരണം 1.31

ലഘൂകരിക്കുക: (i) $\sqrt{2\frac{7}{9}}$ (ii) $\sqrt{1\frac{9}{16}}$

നിർദ്ധാരണം:

(i) $\sqrt{2\frac{7}{9}} = \sqrt{\frac{25}{9}} = \sqrt{\frac{5^2}{3^2}} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$ (ii) $\sqrt{1\frac{9}{16}} = \sqrt{\frac{25}{16}} = \sqrt{\frac{5^2}{4^2}} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$

കുറിപ്പ്: രണ്ടാമത്തെ കണക്കിന് എളുപ്പത്തിൽ $1\frac{3}{4}$ എന്ന് കണ്ടെത്തി പക്ഷേ ഇത് ശരിയല്ല മിശ്ര ഭിന്നത്തെ, വിഷമ ഭിന്നമായി മാറ്റി $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\ (b \neq 0)$ എന്ന നിയമം ഉപയോഗിക്കുക.

1.7.6 വർഗ്ഗ മൂലത്തിന്റെ ഏകദേശ മൂല്യനിർണ്ണയം.

തന്നിട്ടുള്ള സംഖ്യകൾ $\sqrt{40}$, 6, 7 നെ ആരോഹണ ക്രമത്തിൽ എഴുതാമോ? ഇവിടെ $\sqrt{40}$ ഒരു പൂർണ്ണ വർഗ്ഗ സംഖ്യ അല്ല. അതു കൊണ്ട് ഇതിന്റെ വർഗ്ഗമൂലം കാണുന്നത് എളുപ്പമല്ല. എന്നിരുന്നാലും $\sqrt{40}$ ന്റെ ഏകദേശം മൂല്യം കാണാം.

40ന് അടുത്തുള്ള പൂർണ്ണ വർഗ്ഗ സംഖ്യകൾ 36 കൂടാതെ 49 ആണെന്ന് നമുക്കറിയാം

അതിനാൽ $36 < 40 < 49$ ഇതിനെ $6^2 < 40 < 7^2$ എന്ന് എഴുതാം.

വർഗ്ഗമൂലം കണ്ടുപിടിക്കുമ്പോൾ $6 < \sqrt{40} < 7$.



ശ്രമിക്കുക

എന്നിവയെ ആരോഹണ ക്രമത്തിൽ എഴുതുക..

1. 4, $\sqrt{14}$, 5 2. 7, $\sqrt{65}$, 8

01_8th_Maths_Numbers_Chap 1_Malayalam.indd 34 1/26/2023 11:11:43 AM

അഭ്യാസം 1.4

1. **പൂരിപ്പിക്കുക.**

   (i) 77 ന്റെ വർഗ്ഗത്തിൽ ഒറ്റയുടെ സ്ഥാനത്തെ അക്കം _____.

   (ii) 24^2 നും 25^2 ഇടയിലുള്ള പൂർണ്ണ വർഗ്ഗങ്ങളല്ലാത്ത സംഖ്യകളുടെ എണ്ണം _____.

   (iii) 300 നും 500 നും ഇടയിലുള്ള പൂർണ്ണ വർഗ്ഗ സംഖ്യകളുടെ എണ്ണം _____.

   (iv) ഒരു സംഖ്യയിൽ 5 അല്ലെങ്കിൽ 6 അക്കങ്ങൾ ഉണ്ടെങ്കിൽ അതിന്റെ വർഗ്ഗമൂലത്തിൽ _____ അക്കങ്ങൾ ഉണ്ടായിരിക്കും.

   (v) $\sqrt{180}$ ന്റെ മൂല്യം _____ നും, _____ ഇടയിലായിരിക്കും.

2. **ശരിയോ തെറ്റോ എന്ന് പ്രസ്താവിക്കുക.**

   ((i) ഒരു വർഗ്ഗ സംഖ്യ 6 ൽ അവസാനിക്കുന്നു. എങ്കിൽ അതിന്റെ വർഗ്ഗമൂലത്തിൽ ഒറ്റയുടെ സ്ഥാനത്തിലുള്ള അക്കം 6 ആയിരിക്കും.

   (ii) ഒറ്റ സംഖ്യയുടെ വർഗ്ഗത്തിന്റെ അവസാനം ഒറ്റ സംഖ്യയുടെ എണ്ണത്തിൽ പൂജ്യങ്ങൾ ഉണ്ടായിരിക്കുന്നതല്ല.

   (iii) 961000 എന്ന സംഖ്യയുടെ വർഗ്ഗത്തിന്റെ അവസാനം 9 പൂജ്യങ്ങൾ ഉണ്ടായിരിക്കും

   (iv) 75 ന്റെ വർഗ്ഗം 4925.

   (v) 225 ന്റെ വർഗ്ഗമൂലം 15.

3. താഴെ പറയുന്ന സംഖ്യകളുടെ വർഗ്ഗത്തിൽ ഒറ്റയുടെ സ്ഥാനത്തുള്ള സംഖ്യ.

   (i) 17 (ii) 203 (iii) 1098

4. താഴെ പറയുന്ന സംഖ്യകളിൽ പൂർണ്ണവർഗ്ഗ സംഖ്യകൾ അല്ലാത്തവ ഏവ. ന്യായീകരിക്കുക.

   (i) 725 (ii) 190 (iii) 841 (iv) 1089

5. അഭാജ്യ ഘടകരീതിയിൽ വർഗ്ഗ മൂലം കാണുക.

   (i) 144 (ii) 256 (iii) 784 (iv) 1156 (v) 4761 (vi) 9025

6. ദീർഘഹരണരീതിയിൽ വർഗ്ഗ മൂലം കാണുക.

   (i) 1764 (ii) 6889 (iii) 11025 (iv) 17956 (v) 418609

7. താഴെ തന്നിട്ടുള്ളവയുടെ വർഗ്ഗമൂലം ഏറ്റവും അടുത്ത പൂർണ്ണസംഖ്യയിൽ കണക്കാക്കുക.

   (i) $\sqrt{440}$ (ii) $\sqrt{800}$ (iii) $\sqrt{1020}$

8. താഴെ തന്നിട്ടുള്ള ദശാംശസംഖ്യകളുടെ വർഗ്ഗമൂലം കാണുക.

   (i) 2.89 (ii) 67.24 (iii) 2.0164 (iv) $\frac{144}{225}$ (v) $7\frac{18}{49}$

9. 6666 നെ പൂർണ്ണ വർഗ്ഗമാക്കുന്നതിന് അതിൽ നിന്നും കുറയ്ക്കേണ്ട ഏറ്റവും ചെറിയ സംഖ്യയെ കാണുക. ആ പൂർണ്ണ വർഗ്ഗ സംഖ്യയുടെ വർഗ്ഗമൂലം കാണുക

10. ഏത് ചെറിയ സംഖ്യ കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാലാണ് 1800 ഒരു പൂർണ്ണ വർഗ്ഗമാവുന്നത്. ആ പൂർണ്ണ വർഗ്ഗ സംഖ്യയുടെ വർഗ്ഗമൂലം കാണുക.

01_8th_Maths_Numbers_Chap 1_Malayalam.indd 35 1/26/2023 11:11:44 AM

ശരിയായ ഉത്തരം തെരഞ്ഞെടുത്തെഴുതുക

11. 43 ന്റെ വർഗ്ഗം അവസാനിക്കുന്ന അക്കം _____.

(A) 9 (B) 6 (C) 4 (D) 3

12. 24^2 ന്റെ കൂടെ _____ കൂട്ടിയാൽ 25^2 കിട്ടും.

(A) 4^2 (B) 5^2 (C) 6^2 (D) 7^2

13. $\sqrt{48}$ ന്റെ ഏകദേശ മൂല്യം _____.

(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8

14. $\sqrt{128} - \sqrt{98} + \sqrt{18} =$ _____.

(A) $\sqrt{2}$ (B) $\sqrt{8}$ (C) $\sqrt{48}$ (D) $\sqrt{32}$

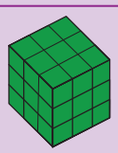
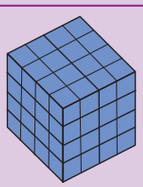
15. 123454321 ന്റെ വർഗ്ഗമൂലത്തിൽ എത്ര അക്കങ്ങൾ ഉണ്ടായിരിക്കും.

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7

1.8 ഘനങ്ങളും, ഘനസംഖ്യകളും.

ഒരു സംഖ്യയെ അതേ സംഖ്യ കൊണ്ടു ഗുണിച്ച് വീണ്ടും ഗുണിക്കുമ്പോൾ കിട്ടുന്ന ഫലമാണ് ഘനസംഖ്യ. ഒരു സംഖ്യയെ അതേ സംഖ്യകൊണ്ട് മൂന്ന് പ്രാവശ്യം ഗുണിക്കുമ്പോഴാണ് ഓരോ ഘനസംഖ്യകളും കിട്ടുന്നത്. സംഖ്യ n ആണെങ്കിൽ അതിന്റെ ഘനസംഖ്യ n^3 ആയിരിക്കും.

ഘന സംഖ്യകളെ 3D രൂപത്തിലുള്ള സമചതുരഘനികളായി ചിത്രീകരിക്കാം. ഘനസംഖ്യകൾ, പൂർണ്ണഘന സംഖ്യകൾ എന്നും അറിയപ്പെടുന്നു. ആദ്യത്തെ നിസർഗ്ഗ സംഖ്യകളുടെ ഘന സംഖ്യകൾ 1, 8, 27, 64, 125, 216, ... എന്നിവയാണ്. നിങ്ങൾക്കറിയാമോ.

ജ്യാമിതീയ രൂപം	ഗുണനഫല രൂപം	ചിഹ്നം.	പൂർണ്ണ ഘന സംഖ്യ.
	$1 \times 1 \times 1$	1^3	1
	$2 \times 2 \times 2$	2^3	8
	$3 \times 3 \times 3$	3^3	27
	$4 \times 4 \times 4$	4^3	64



രാമാനുജൻ സംഖ്യ - $1729 = 12^3+1^3 = 10^3+9^3$

ഒരിക്കൽ പ്രൊഫസർ ഹാർഡി പൂറ്റ്നിയിൽ അസുഖം ബാധിച്ച രാമാനുജനെ 1729 എന്ന നമ്പറുള്ള കാറിൽ കാണാനെത്തി. രാമാനുജനോട് സംസാരിക്കുന്ന കൂട്ടത്തിൽ കാറിന്റെ നമ്പർ ഒരു മോശമായ സംഖ്യയായി ഹാർഡി വിശേഷിപ്പിച്ചു. രാമാനുജൻ ഉടൻ തന്നെ ആ സംഖ്യ വളരെ രസകരമായ ഒരു സംഖ്യയാണെന്ന് ചൂണ്ടിക്കാട്ടി. 2 ജോഡി സംഖ്യകളുടെ ഘനങ്ങളുടെ തുകയായി രണ്ട് രീതിയിൽ എഴുതാൻ കഴിയുന്ന ഏറ്റവും ചെറിയ സംഖ്യയാണെന്ന് അദ്ദേഹം പറഞ്ഞു. 4104, 13832, 20683 എന്നിവ രാമാനുജൻ - ഹാർഡി സംഖ്യകൾക്കുള്ള കുറച്ച് ഉദാഹരണങ്ങളാണ്.

01_8th_Maths_Numbers_Chap 1_Malayalam.indd 36 1/26/2023 11:11:45 AM

1.8.1 ഘന സംഖ്യകളുടെ ഗുണങ്ങൾ

	ഗുണങ്ങൾ	ഉദാഹരണങ്ങൾ
1.	ഒരു ധനസംഖ്യയുടെ ഘനസംഖ്യ ധനസംഖ്യ ആയിരിക്കും.	$6^3 = 6\times6\times6 = 216.$
2.	ഒരു ഋണസംഖ്യയുടെ ഘനസംഖ്യ ഋണസംഖ്യ ആയിരിക്കും.	$(-7)^3 = (-7)\times(-7)\times(-7) = -343$
3.	ഇരട്ടസംഖ്യയുടെ ഘനസംഖ്യ ഇരട്ടസംഖ്യ ആയിരിക്കും.	$8^3 = 8 \times 8 \times 8 = 512$ എല്ലാം ഇരട്ടകളാണ്.
4.	ഒറ്റ സംഖ്യകളുടെ ഘനങ്ങൾ ഒറ്റ സംഖ്യകളായിരിക്കും.	$9^3 = 9 \times 9 \times 9 = 729$ എല്ലാം ഒറ്റകളാണ
5.	ഒരി നിസർഗ്ഗ സംഖ്യ 0, 1, 4, 5, 6, 9 ഇവയിൽ അവസാനിച്ചാൽ അതിന്റെ ഘനങ്ങളും 0, 1, 4, 5, 6, 9 ൽ ക്രമേണ അവസാനിക്കും.	$10^3 = 1000$, $11^3 = 1331$, $14^3 = 2744$ $15^3 = 3375$, $16^3 = 4096$, $19^3 = 6859$
6.	ഒരു നിസർഗ്ഗ സംഖ്യ 2, 8 ഇവയിൽ അവസാനിച്ചാൽ അതിന്റെ ഘനങ്ങളും 2, 8 ൽ ക്രമേണ അവസാനിക്കും.	$12^3 = 1728$, $18^3 = 5832$
7.	ഒരു നിസർഗ്ഗ സംഖ്യ 3, 7 ൽ അവസാനിച്ചാൽ അതിന്റെ ഘനങ്ങളും 3, 7 ൽ ക്രമേണ അവസാനിക്കും.	$13^3 = 2197$, $17^3 = 4913$
8.	ആദ്യത്തെ n നിസർഗ്ഗ സംഖ്യകളുടെ ഘനങ്ങളുടെ തുക അവയുടെ തുകയുടെ വർഗ്ഗത്തിന് തുല്യമായിരിക്കും.	$1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + n^3 = (1+2+3+.....+n)^2$ ശരി നോക്കുക. $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 = (1+2+3+4)^2$

കുറിപ്പ്

- ഒരു പൂർണ്ണ ഘനസംഖ്യ രണ്ട് പൂജ്യത്തിൽ അവസാനിക്കില്ല.
- രണ്ടക്ക സംഖ്യയുടെ ഘന സംഖ്യയിൽ 4, 5, 6 അക്കങ്ങൾ ഉണ്ടായിക്കും

ശ്രമിക്കുക

താഴെ തന്നിട്ടുള്ള സംഖ്യകളുടെ ഘന സംഖ്യകൾ കാണുക.
അവയുടെ ഒറ്റയുടെ സ്ഥാനത്തെ അക്കം കാണുക.

1. 12	2. 27	3. 38
4. 53	5. 71	6. 84

1.8.2 ഘനമൂലങ്ങൾ

ഒരു സംഖ്യയുടെ ഘനമൂലം എന്നത് ഒരു സംഖ്യയെ മൂന്ന് പ്രാവശ്യം ഗുണിക്കുമ്പോൾ യഥാർത്ഥ സംഖ്യ കിട്ടണം. ഉദാഹരണമായി 27 ന്റെ ഘനമൂലം 3 ആകുന്നു. എന്തു കൊണ്ടെന്നാൽ 3 ന്റെ ഘന സംഖ്യ 27 ആണ്

ഉദാഹരണം:

x എന്ന സംഖ്യയുടെ ഘനമൂലത്തെ $\sqrt[3]{x}$ അല്ലെങ്കിൽ $x^{\frac{1}{3}}$ എന്ന് കുറിക്കുന്നു

ഇവിടെ കുറച്ച് ഘനങ്ങളും, ഘനമൂലങ്ങളും തന്നിട്ടുണ്ട്.

$\sqrt[3]{1} = 1$ എന്തുകൊണ്ടെന്നാൽ $1^3 = 1$,

$\sqrt[3]{8} = 2$ എന്തുകൊണ്ടെന്നാൽ $2^3 = 8$,

$\sqrt[3]{27} = 3$ എന്തുകൊണ്ടെന്നാൽ $3^3 = 27$,

ഘനങ്ങൾ	ഘന മൂലങ്ങൾ	ഘനങ്ങൾ	ഘന മൂലങ്ങൾ
1	1	729	9
8	2	1000	10
27	3	1331	11
64	4	1728	12
125	5	2197	13
216	6	2744	14
343	7	3375	15
512	8	4096	16

01_8th_Maths_Numbers_Chap 1_Malayalam.indd 37 1/26/2023 11:11:48 AM

$\sqrt[3]{64}$ = 4 എന്തുകൊണ്ടെന്നാൽ $4^3 = 64$,
$\sqrt[3]{125}$ = 5 എന്തുകൊണ്ടെന്നാൽ $5^3 = 125$ and so on.

ഉദാഹരണം 1.32

400 ഒരു ഘനസംഖ്യ ആണോ?

നിർദ്ധാരണം:

അഭാജ്യ ഘടക രീതിയിൽ $400 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5$.
ഇവിടെ ഒരു ത്രിത്രയം മാത്രമേ ഉള്ളൂ. ഇനിയുംത്രിത്രയങ്ങൾ രൂപീകരിക്കാൻ രണ്ടു 2കളും, ഒരു 5ഉം ആവശ്യമായി വരുന്നു. അതുകൊണ്ട് 400 ഒരു പർണ്ണ ഘന സംഖ്യ അല്ല

ഉദാഹരണം 1.33

675 നെ പൂർണ്ണ ഘന സംഖ്യയായി മാറ്റുന്നതിന് ഗുണിക്കേണ്ട ഏറ്റവും ചെറിയ സംഖ്യകാണുക.

നിർദ്ധാരണം:

$675 = 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5$ .....(i)

675 ന്റെ അഭാജ്യസംഖ്യകളെ ത്രിത്രയങ്ങളായി തരം തിരിക്കുമ്പോൾ 5×5 ബാക്കി വരുന്നു. അതുകൊണ്ട് ഒരു 5 കൂടി പൂർണ്ണ ഘനമായിമാറ്റുന്നതിന് ആവശ്യമായി വരുന്നു.

3	675
3	225
3	75
5	25
5	1
	1

$675 \times 5 = 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5$

$3375 = 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5$

675 നെ പൂർണ്ണ ഘന സംഖ്യയായി മാറ്റുന്നതിന് 5 കൊണ്ട് രണ്ട് വശങ്ങളേയും ഗുണിക്കേണ്ടതാണ്. ഇപ്പോൾ 3375ഒരു പൂർണ്ണ ഘനസംഖ്യയാണ് അതുകൊണ്ട് 675 നെ പൂർണ്ണ ഘനസംഖ്യയായി മാറ്റുന്നതിന് 5 കൊണ്ട് ഗുണിക്കേണ്ടതാണ്.



ചിന്തിക്കുക

മുകളിലുള്ള ചോദ്യത്തിൽ 'ഗുണനം' എന്നതിന് പകരം 'ഹരണം' എന്ന വാക്കായിരുന്നിരുന്നെങ്കിൽ ഉത്തരം എങ്ങനെ മാറുമായിരുന്നു?

1.8.3 അഭാജ്യ ഘടകരീതിയിൽ ഘനമൂലം

വഴി 1: തന്നിട്ടുള്ള സംഖ്യയെ അഭാജ്യ ഘടകങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക.
വഴി 2: അഭാജ്യ ഘടകങ്ങളെ മുമ്മൂന്നായി പിരിക്കുക
വഴി 3: മുമ്മൂന്നു തുല്യ ഘടകങ്ങളിൽ നിന്ന് ഓരോന്നു വീതം എടുത്തു ഗുണനഫലം കാണുക.

ഉദാഹരണം 1.34

27000 ന്റെ ഘനമൂലം കാണുക.

നിർദ്ധാരണം:

അഭാജ്യ ഘടകരീതിയിൽ നിന്ന് $27000 = 2\times2\times2\times3\times3\times3\times5\times5\times5$

$$\therefore \sqrt[3]{27000} = 2\times3\times5 = 30.$$

ഉദാഹരണം 1.35

മൂല്യം കാണുക(i) $\sqrt[3]{\frac{9261}{8000}}$ (ii) $\sqrt[3]{\frac{1728}{729}}$

നിർദ്ധാരണം

(i) $\sqrt[3]{\frac{9261}{8000}} = \frac{\sqrt[3]{9261}}{\sqrt[3]{8000}} = \frac{(21\times21\times21)^{\frac{1}{3}}}{(20\times20\times20)^{\frac{1}{3}}} = \frac{\left(21^3\right)^{\frac{1}{3}}}{\left(20^3\right)^{\frac{1}{3}}} = \frac{21}{20} = 1\frac{1}{20}$

(ii) $\sqrt[3]{\frac{1728}{729}} = \frac{\sqrt[3]{1728}}{\sqrt[3]{729}} = \frac{(12\times12\times12)^{\frac{1}{3}}}{(9\times9\times9)^{\frac{1}{3}}} = \frac{\left(12^3\right)^{\frac{1}{3}}}{\left(9^3\right)^{\frac{1}{3}}} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$

01_8th_Maths_Numbers_Chap 1_Malayalam.indd 38 1/26/2023 11:11:50 AM

അഭ്യാസം 1.5

1. **പൂരിപ്പിക്കുക:**
   (i) 73 ന്റെ ഘന സംഖ്യയിൽ ഒറ്റയുടെ സ്ഥാനത്തെ അക്കം_____.
   (ii) രണ്ടക്ക സംഖ്യയുടെ ഘന സംഖ്യയിലുള്ള പരമാവധി അക്കങ്ങളുടെ എണ്ണം _____.
   (iii) 3333 നെ പൂർണ്ണ ഘന സംഖ്യയായി മാറ്റുന്നതിന് കൂട്ടേണ്ട ഏറ്റവും ചെറിയ സംഖ്യ _____
   (iv) 540×50 ന്റെ ഘനമൂലം _____.
   (v) 0.000004913 ന്റെ ഘനമൂലം _____.



2. **ശരിയോ തെറ്റോ പ്രസ്താവിക്കുക:**
   (i) 24 ന്റെ ഘനമൂലം 4 ൽ അവസാനിക്കുന്നു.
   (ii) 1729 ൽ നിന്ന് 10^3 കുറച്ചാൽ 9^3 ലഭിക്കുന്നു.
   (iii) 0.0012 ന്റെ ഘന സംഖ്യ 0.000001728.
   (iv) 79570 ഒരു പൂർണ ഘന സംഖ്യ അല്ല
   (v) 250047 ന്റെ ഘനമൂലം 63.
3. 1944 ഒരു പൂർണ്ണ ഘന സംഖ്യ അല്ല എന്ന് തെളിയിക്കുക
4. 10985 നെ ഏത് ഏറ്റവും ചെറിയ സംഖ്യ കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ഹരണഫലം പൂർണ്ണ സംഖ്യയായി മാറും?
5. 200 നെ പൂർണ്ണ ഘന സംഖ്യയായി മാറ്റുന്നതിന് ഗുണിക്കേണ്ട ഏറ്റവും ചെറിയ സംഖ്യ കാണുക
6. ഘനമൂലം കാണുക $24 \times 36 \times 80 \times 25$.
7. അഭാജ്യ ഘടക രീതിയിൽ 6859, 729 എന്നിവയുടെ ഘനമൂലം കാണുക
8. 46656 ന്റെ ഘനമൂലത്തിന്റെ വർഗ്ഗമൂലം എത്ര
9. ഒരു വർഗ്ഗ സംഖ്യയുടെ ഘനസംഖ്യ 729 എങ്കിൽ അതിന്റെ വർഗ്ഗമൂലം
10. ഏത് ഏറ്റവും ചെറിയ രണ്ട് വർഗ്ഗ സംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലമാണ് പൂർണ്ണ ഘന സംഖ്യയായി കിട്ടും എന്ന് കാണുക.

പ്രവർത്തി

നീരിക്ഷിക്കുക

$$2^3 - 1^3 = 1 + 2 \times 1 \times 3$$
$$3^3 - 2^3 = 1 + 3 \times 2 \times 3$$
$$4^3 - 3^3 = 1 + 4 \times 3 \times 3$$

മുകളിലുള്ള ഘടനയിൽ നിന്ന് $15^3 - 14^3$ ന്റെ മൂല്യം കാണുക

നീരിക്ഷിക്കുക

$$1^3 = 1 = 1$$
$$2^3 = 8 = 3 + 5$$
$$3^3 = 27 = 7 + 9 + 11$$

മുകളിലുള്ള ഘടന നീരിക്ഷിച്ച് 7^3 ന്റെ മൂല്യത്തെ അടുത്തടുത്തുള്ള ഒറ്റ സംഖ്യകളുടെ തുകയായി എഴുതുക.

1.9 ഘാതാങ്കങ്ങളും കൃത്യങ്കങ്ങളും

ചില സംഖ്യകളെ വർഗ്ഗങ്ങളായും ഘനങ്ങളായും എഴുതാം എന്ന് നമുക്കറിയാം ഉദാഹരണമായി 25 നെ 5^2 എന്നും 125 നെ 5^3 എന്നെഴുതാം



പൊതുവായി ഒരേ ഘടകത്തിന്റെ ആവർത്തിച്ചിട്ടുള്ള ഗുണനത്തെ പ്രതിനിധീകരിക്കുന്ന ഒരു പ്രയോഗത്തെ **കൃത്യങ്കം** എന്ന് പറയുന്നു

5 എന്നത് **ആധാരവും** 2 എന്നത് ഘാതാങ്കം അല്ലെങ്കിൽ കൃത്യങ്കവുമാകുന്നു. **ഘാതാങ്കം** എന്നത് ആധാരത്തിനെ എത്ര പ്രാവശ്യം ഘടകമായി ഉപയോഗിച്ചു എന്നതിനെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു

01_8th_Maths_Numbers_Chap 1_Malayalam.indd 39 1/26/2023 11:11:50 AM

1.9.1 ധന കൃത്യങ്കങ്ങളുള്ള ഘാതാങ്കങ്ങൾ

പൂർണ സംഖ്യ ഘാതാങ്കങ്ങൾ നല്കുന്ന കൃത്യങ്കങ്ങളുടെ മൂല്യം വളരെ വേഗത്തിൽ വർദ്ധിക്കുന്നു ഇനിപ്പറയുന്ന ഉദാഹരണം നിരീക്ഷിക്കുക

$$2^1 = 2$$
$$2^2 = 2\times2=4$$
$$2^3 = 2\times2\times2=8$$
$$2^4 = 2\times2\times2\times2=16$$
$$2^5 = 2\times2\times2\times2\times2=32$$
$$2^6 = 2\times2\times2\times2\times2\times2=64$$
$$2^7 = 2\times2\times2\times2\times2\times2\times2=128$$
$$2^8 = 2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2=256$$
$$2^9 = 2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2=512$$
$$2^{10} = 2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2=1024$$

ഈ വേഗതയിൽ 2^{100} എത്ര ആയിരിക്കും

യഥാർത്ഥത്തിൽ, 2^{100}=1,267, 650, 600, 228, 229, 401, 496, 703, 205, 376

ഇതിൽ നിന്നും വലിയ സംഖ്യകൾ കൈകാര്യം ചെയ്യുമ്പോൾ ധനകൃത്യങ്കങ്ങളുള്ള ധനഘാതാങ്കങ്ങളുടെ ഉപയോഗം മനസ്സിലാവുന്നു

1.9.2 പൂജ്യ ഘാതാങ്കം, ഋണ കൃത്യങ്കം:

ഈ ഘടന നിരീക്ഷിക്കുക :

$2^5 = 32$
$2^4 = 16$
$2^3 = 8$
$2^2 = 4$
$2^1 = 2$
$2^0 = ?$

അടുത്ത പടികളിൽ എന്തു സംഭവിക്കും ഫലം അതിന്റെ മുമ്പത്തെ ഫലത്തിന്റെ പകുതിയാണ്. അങ്ങനെയാണെങ്കിൽ 2^0 എന്തായിരിക്കും. 3^5, 3^4, 3^3, എന്നീ രീതിയില പട്ടിക തയ്യാറാക്കിയാൽ 3^0 നെ കുറിച്ച് എന്തു പറയാം? ഈ ഘടന ആവർത്തിക്കുകയുണെങ്കിൽ പൂജ്യമല്ലാത്ത സംഖ്യയുടെ ഘാതം പൂജ്യമാണെങ്കിൽ തീർച്ചയായും ഫലം 1 ആയിരിക്കും

$a^0 = 1$, ഇവിടെ $a \neq 0$

ഈ ഘടന താഴോട്ട് ആവരത്തിച്ചാൽ നേരത്തെപ്പോലെ ഫലം മുമ്പത്തെ ഫലത്തിന്റെ പകുതിയായിരിക്കും

2^0 = 1 ആയതു കൊണ്ട് അടുത്ത പടി 2^{-1}, ഇതിന്റെ മുമ്പത്തെ പടിയുടെ മൂല്യം 1നെ 2 കൊണ്ട് ഹരിക്കുന്നു. അതായത് $\frac{1}{2}$ അടുത്തത് 2^{-2}, ഇത് $\frac{1}{2}$ നെ 2 കൊണ്ട് ഹരിക്കുന്നത് പോലെയാണ് അതായത് $\frac{1}{4}$

$2^3 = 8$
$2^2 = 4$
$2^1 = 2$
$2^0 = 1$
$2^{-1} = \frac{1}{2}$
$2^{-2} = \frac{1}{4}$
$2^{-3} = \frac{1}{8}$

പൊതുവായി, $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$, ഒരു m പൂർണ്ണ സംഖ്യ

01_8th_Maths_Numbers_Chap 1_Malayalam.indd 40 1/26/2023 11:11:53 AM

1.9.3 ഘാതാങ്ക രീതിയിൽ സംഖ്യകളുടെ വികസിത രൂപം

താഴ്ന്ന ക്ലാസുകളിൽ ഒരു പൂരണ്ണ സംഖ്യയെ വികസിത രൂപത്തിൽ എഴുതുന്നത് എങ്ങനെ എന്ന് പഠിച്ചിട്ടുണ്ട്.

ഉദാഹരണമായി

$5832 = (5\times1000) + (8\times100) + (3\times10) + (2\times1)$

$= 5\times10^3 + 8\times10^2 + 3\times10^1 + 2$, (ഘാതാങ്ക ചിഹ്നം ഉപയോഗിക്കുമ്പോൾ).

ദശാംശ സംഖ്യകൾ വരുമ്പോൾ എന്തു ചെയ്യാം? 10 ന്റെ ഋണ ഘാതാങ്കങ്ങളായി എഴുതാം

$$58.32 = 50 + 8 + \frac{3}{10} + \frac{2}{100}$$

$$= 5\times10 + 8\times1 + 3\times\frac{1}{10} + 2\times\frac{1}{100}$$

$$= 5\times10^1 + 8\times10^0 + 3\times10^{-1} + 2\times10^{-2}$$



ശ്രമിക്കുക

ഘാതാങ്കങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് വികസിപ്പിക്കുക

1. 8120
2. 20305
3. 3652.01
4. 9426.521

1.9.4 ഘാതാങ്ക നിയമങ്ങൾ

ചില അടിസ്ഥാന ആശയങ്ങളിൽ നിന്നും രൂപപ്പെട്ടതാണ് ഘാതാങ്ക നിയമങ്ങൾ ഘാതാങ്കം ഒരു സംഖ്യയെ **എത്ര പ്രാവശ്യം** ഗുണനത്തിൽ ഉപയോഗിക്കുന്നു എന്നതിനെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു. ഒരു **ഋണ പൂർണ്ണാങ്കം ഹരണത്തെ** സൂചിപ്പിക്കുന്നു എന്തുകൊണ്ടെന്നാൽ ഗുണനത്തിന്റെ വിപരീതമാണ് ഹരണം.

ഗുണന നിയമം

ഒരേ ആധാരമുള്ള രണ്ട് ഘാതാങ്കങ്ങളെ ഗുണിക്കുമ്പോൾ അവയുടെ ഘാതാങ്കങ്ങളെ കൂട്ടിയാൽ മതിയാകും

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

a $(a\neq0)$, m, n ഇവിടെ പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളാണ്. രണ്ട് സംഖ്യകളുടെയും ആധാരം ഒരു പോലെയായിരിക്കണം എന്നത് ശ്രദ്ധിക്കുക

ഉദാഹരണം:

a)	$2^3\times2^2 = 2^5$ അർത്ഥമാക്കുന്നത് $8\times4 = 32$; ഹരണ നിയമം $2^{3\times2}$)
b)	$(-2)^{-4}\cdot (-2)^{-3} = (-2)^{(-4)+(-3)}$ നിയമ പ്രകാരം $= (-2)^{-7}$ (അല്ലെങ്കിൽ) $(-2)^{-4}\cdot (-2)^{-3} = \frac{1}{(-2)^4}\cdot\frac{1}{(-2)^3} = \frac{1}{(-2)^4\cdot(-2)^3} = \frac{1}{(-2)^{4+3}} = \frac{1}{(-2)^7} = (-2)^{-7}$
c)	$(-5)^3\cdot (-5)^{-3} = (-5)^{3-3}$ നിയമ പ്രകാരം $= (-5)^0 = 1$

● ഹരണ നിയമം

ഒരേ ആധാരമുള്ള രണ്ട് സംഖ്യകളെ ഹരിക്കുന്നതിന് അവയുടെ ഘാതാങ്കങ്ങളെ കുറച്ചാൽ മതിയാകും.

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

a $(a\neq0)$, m, n ഇവിടെ പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളാണ്. രണ്ട് സംഖ്യകളുടെയും ആധാരം ഒരു പോലെയായിരിക്കണം എന്നത് ശ്രദ്ധിക്കുക

01_8th_Maths_Numbers_Chap 1_Malayalam.indd 41 1/26/2023 11:11:54 AM

ഉദാഹരണം:

a)	$\frac{(-3)^5}{(-3)^2} = (-3)^{5-2}$ നിയമ പ്രകാരം $(-3)^3 = -27$ (അല്ലെങ്കിൽ) $\frac{(-3)^5}{(-3)^2} = (-3)^5 \times (-3)^{-2} = (-3)^{5-2} = (-3)^3$ (അല്ലെങ്കിൽ) $\frac{(-3)^5}{(-3)^2} = \frac{(-3)\times(-3)\times(-3)\times(-3)\times(-3)}{(-3)\times(-3)} = (-3)\times(-3)\times(-3) = (-3)^3$
b)	$\frac{(-7)^{100}}{(-7)^{98}} = (-7)^{100-98}$ നിയമ പ്രകാരം $(-7)^2 = 49$ (അല്ലെങ്കിൽ) $\frac{(-7)^{100}}{(-7)^{98}} = \frac{(-7)\times(-7)\times(-7)\times\ldots 100 \text{ തവണ}}{(-7)\times(-7)\times(-7)\times\ldots 98 \text{ തവണ}} = (-7)\times(-7) = 49$

● ഘാത നിയമം

ഘാതത്തിന് മേൽ ഘാതമുള്ള സംഖ്യകളുടെ മൂല്യം കാണുന്നതിന് രണ്ട് ഘാതകങ്ങളെ തമ്മിൽ ഗുണിച്ചാൽ മതി

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

a ($a \neq 0$), m, n ഇവിടെ പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളാണ്.

ഉദാഹരണം::

$[(-2)^3]^2 = (-2)^{3\times 2}$ നിയമ പ്രകാരം $(-2)^6 = 64$

(അല്ലെങ്കിൽ)

$[(-2)^3]^2 = [(-2)\times(-2)\times(-2)]^2 = [-8]^2 = 64$



ശ്രമിക്കുക

താഴെ തന്നിട്ടുള്ള നിയമങ്ങൾ ശരി നോക്കുക. a,b പൂജ്യമല്ലാത്ത പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളാണ്.

1. പൂജ്യം ഘാത നിയമം : $a^0 = 1$.
2. ഒരു പോലത്തെ ഘാതങ്ങളുള്ള രണ്ട് സംഖ്യകളുടെ ഗുണനം : $a^m \times b^m = (ab)^m$
3. ഒരു പോലത്തെ ഘാതങ്ങളുള്ള രണ്ട് സംഖ്യകളുടെ ഹരണം : $\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$

ഉദാഹരണം 1.36

മൂല്യം കാണുക (i) 4^{-3} (ii) $\frac{1}{2^{-3}}$ (iii) $(-2)^5 \times (-2)^{-3}$ (iv) $\frac{3^2}{3^{-2}}$

നിർദ്ധാരണം:

(i) $4^{-3} = \frac{1}{4^3} = \frac{1}{4\times 4\times 4} = \frac{1}{64}$ (ii) $\frac{1}{2^{-3}} = 2^3 = 2\times 2\times 2 = 8$

01_8th_Maths_Numbers_Chap 1_Malayalam.indd 42 1/26/2023 11:11:56 AM

(iii) $(-2)^5 \times (-2)^{-3} = (-2)^{5-3} = (-2)^2 = -2 \times -2 = 4$ (iv) $\frac{3^2}{3^{-2}} = 3^2 \times 3^2 = 9 \times 9 = 81$

ഉദാഹരണം 1.37

ലഘൂകരിച്ച ഉത്തരം ഘാതങ്ക രൂപത്തിൽ എഴുതുക.

(i) $(3^5 \div 3^8)^5 \times 3^{-5}$ (ii) $(-3)^4 \times \left(\frac{5}{3}\right)^4$

നിർദ്ധാരണം:

(i) $\left(\frac{3^5}{3^8}\right)^5 \times 3^{-5} = (3^{5-8})^5 \times 3^{-5} = (3^{-3})^5 \times 3^{-5} = 3^{-3\times5} \times 3^{-5} = 3^{-15} \times 3^{-5} = 3^{-15-5} = 3^{-20}$

(ii) $(-3)^4 \times \left(\frac{5}{3}\right)^4 = 3^4 \times \frac{5^4}{3^4} = 5^4$

ഉദാഹരണം 1.38

x ന്റ മൂല്യം കാണുക $(-7)^{x+2} \times (-7)^5 = (-7)^{10}$

നിർദ്ധാരണം:

$$(-7)^{x+2} \times (-7)^5 = (-7)^{10}$$

$$(-7)^{x+2+5} = (-7)^{10}$$

ആധാരങ്ങൾ തുല്ല്യമായതു കൊണ്ട് ഘാതങ്ങളെ താരതമ്യം ചെയ്യുമ്പോൾ കിട്ടുന്നത

$$x + 7 = 10$$

$$\Rightarrow x = 10 - 7 = 3$$

1.9.5 സാധാരണ രൂപം, ശാസ്ത്രീയാങ്കന രൂപം (Standard notation and Scientific notation)

സാധാരണ രൂപം, എന്നത് നമ്മൾ സാധാരണയായി എഴുതുന്ന സംഖ്യയാണ്. ഓരോ അക്കങ്ങളുടെയും മൂല്യത്തിനെ സൂചിപ്പിക്കുന്നതിനായി വികസിത രൂപത്തിൽ എഴുതാം. ഓരോ അക്കങ്ങളുടെയും അവയുടെ സ്ഥാന വില കൊണ്ട് ഗുണിച്ച് തുക കാണാം. (ഒറ്റ, പത്ത്, നൂറ്, ആയിരം)ഉദാഹരണമായി: **195** ന്റെ സാധാരണ രൂപം. **195 = 1 × 100 + 9 × 10 + 5 × 1**

ജ്യോതി ശാസ്ത്രജ്ഞൻ ജീവ ശാസ്ത്രജ്ഞൻ, എഞ്ചീനിയർ, ഭൗതിക ശാസ്ത്രജ്ഞൻമാർ, തുടങ്ങി നിരവധി പേർ ചെറുതും വലുതുമായ അളവുകൾ ഉപയോഗിക്കുന്നു. അവർ സാധാരണ രൂപത്തിൽ അക്കങ്ങൾ എഴുതുകയാണെങ്കിൽ അത് മനസ്സിലാക്കാനോ കണക്കുകൂട്ടലുകൾ നടത്താനോ മറ്റുള്ളവരെ സഹായിച്ചേക്കില്ല. ഈ സംഖ്യകൾ ഉപയോഗിച്ച് പ്രവർത്തിക്കുന്നത് എളുപ്പമാക്കുന്നതിനുള്ള ഒരു മാർഗമാണ് ശാസ്ത്രീയ രൂപം.

ശാസ്ത്രീയ രൂപത്തിലുള്ള ഒരു സംഖ്യയെ ഒരു സംഖ്യയുടെ (പൂർണ്ണ സംഖ്യ അല്ലെങ്കിൽ ദശാംശ) 10 ന്റെ ഘാതമായി നൽകിയിരിക്കുന്നു. 1 നും 10 നും ഇടയിൽ ഒരു സംഖ്യ കിട്ടുന്നത് വരെ ദശാംശ സ്ഥാനത്തെ മുന്നോട്ടോ പിന്നോട്ടോ നീക്കുന്നു. അതിനു ശേഷം പത്തിന്റെ ഘാതം കൊണ്ട് ഗുണിക്കുന്നു. ഇതിലൂടെ നിങ്ങൾ ദശാംശത്തെ മുന്നോട്ടോ പിന്നോട്ടോ നീക്കിയത് എത്ര സ്ഥാനങ്ങളാണ് എന്നറിയാം.

01_8th_Maths_Numbers_Chap 1_Malayalam.indd 43 1/26/2023 11:11:57 AM

ഉദാഹരണം

സാധാരണരൂപം	ശാസ്ത്രീയാങ്കനരൂപം	സാധാരണരൂപം	ശാസ്ത്രീയാങ്കനരൂപം
0.00123	1.23×10^{-3}	123	1.23×10^{2}
0.0123	1.23×10^{-2}	1230	1.23×10^{3}
0.123	1.23×10^{-1}	12300	1.23×10^{4}
1.23	1.23×10^{0}	123000	1.23×10^{5}
12.3	1.23×10^{1}	1230000	1.23×10^{6}

കുറച്ചുകൂടി ഉദാഹരണങ്ങൾ

(a) ഭൂമിയുടെ വ്യാസം 12756000 മൈൽ ആണ്. ഇതിന്റെ ശാസ്ത്രീയാങ്കനരൂപം 1.2756×10^{7} മൈൽ ആണ്.

(b) വ്യാഴ ഗ്രഹത്തിന്റെ വ്യാപ്തം 143,300,000,000,000 കി.മീ^{3}. ഇതിന്റെ ശാസ്ത്രീയാങ്കന രൂപം 1.433×10^{14} കി. മീ^{3}

(c) ഒരു ഏകകോശ ജീവിയുടെ വലിപ്പം 0.00000085 മി.മി ഈ വലിപ്പത്തിനെ 8.5×10^{-7} എന്ന് ശാസ്ത്രീയാങ്കനത്തിൽ എഴുതാം

കുറിപ്പ്

1. 1.3×10^{12} ൽ **ധനഘാതം** വലിയ സംഖ്യയെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു.
2. 7.89×10^{-21} ൽ **ഋണഘാതം** ചെറിയ സംഖ്യയെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു

ഉദാഹരണം 1.39

ശാസ്ത്രീയാങ്കനത്തിൽ എഴുതുക.: (i) $\left(7 \times 10^{2}\right)\left(5.2 \times 10^{7}\right)$ (ii) $\left(3.7 \times 10^{-5}\right)\left(2 \times 10^{-3}\right)$

നിർദ്ധാരണം:

(i) $\left(7 \times 10^{2}\right)\left(5.2 \times 10^{7}\right) = 36.4 \times 10^{9} = 3.64 \times 10^{10}$

(ii) $\left(3.7 \times 10^{-5}\right)\left(2 \times 10^{-3}\right) = 7.4 \times 10^{-8}$

ഉദാഹരണം 1.40

സാധാരണ രൂപത്തിൽ എഴുതുക: (i) 2.27×10^{-4} (ii) സെക്കന്റിൽ 1.86×10^{5} മൈൽ വേഗതയിൽ പ്രകാശം സഞ്ചരിക്കുന്നു.

നിർദ്ധാരണം:

(i) $2.27 \times 10^{-4} = 0.000227$.

(ii) സെക്കന്റിൽ 1.86×10^{5} മൈൽ വേഗതയിൽ പ്രകാശം സഞ്ചരിക്കുന്നു. = 186000 മൈൽ സെക്കന്റ്

ശ്രമിക്കുക

1. സാധാരണ രൂപത്തിൽ എഴുതുക. യുറാനസ് ഗ്രഹത്തിന്റെ പിണ്ഡം 8.68×10^{25} *kg*.
2. ശാസ്ത്രീയാങ്കനരൂപത്തിൽ എഴുതുക.: (i) 0.000012005 (ii) 4312.345
   (iii) 0.10524 (iv)സൂര്യനും, ശനിയും തമ്മിലുള്ള ദൂരം 1.4335×10^{12} മൈൽ

01_8th_Maths_Numbers_Chap 1_Malayalam.indd 44 1/26/2023 11:11:59 AM

അഭ്യാസം 1.6

1. **പൂരിപ്പിക്കുക**

(i) $(-1)^{\text{ഇരട്ട പൂർണ്ണാങ്കം}}$ എന്നത് _____.

(ii) $a \neq 0, a^0$ എന്നത് _____.

(iii) $4^{-3} \times 5^{-3} =$ _____.

(iv) $(-2)^{-7} =$ _____.

(v) $\left(-\frac{1}{3}\right)^{-5} =$ _____.

2. **ശരിയോ തെറ്റോ എന്ന് പ്രസ്താവിക്കുക.**

(i) $8^x = \frac{1}{64}$, എങ്കിൽ x ന്റെ മൂല്യം. -2.

(ii) $(256)^{\frac{-1}{4}} \times 4^2$ ന്റെ ലഘൂകരിച്ച രൂപം $\frac{1}{4}$.

(iii) ഘാതാങ്കനിയമം ഉപയോഗിച്ചാൽ $\left(3^7\right)^{-2} = 3^5$

(iv) 2×10^{-4} ന്റെ സാധാരണ രൂപം 0.0002.

(v) 23.456 ന്റെ ശാസ്ത്രീയാങ്കനരൂപം 1.23456×10^{-2}.

3. മൂല്യം നിർണ്ണയിക്കുക: (i) $\left(\frac{1}{2}\right)^3$ (ii) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-5}$ (iii) $\left(\frac{-5}{6}\right)^{-3}$ (iv) $\left(2^{-5} \times 2^7\right) \div 2^{-2}$ (v) $\left(2^{-1} \times 3^{-1}\right) \div 6^{-2}$

4. മൂല്യം നിർണ്ണയിക്കുക: (i) $\left(\frac{2}{5}\right)^4 \times \left(\frac{5}{2}\right)^{-2}$ (ii) $\left(\frac{4}{5}\right)^{-2} \div \left(\frac{4}{5}\right)^{-3}$ (iii) $2^7 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$

5. മൂല്യം നിർണ്ണയിക്കുക: (i) $\left(5^0 + 6^{-1}\right) \times 3^2$ (ii) $\left(2^{-1} + 3^{-1}\right) \div 6^{-1}$ (iii) $\left(3^{-1} + 4^{-2} + 5^{-3}\right)^0$

6. ലഘൂകരിക്കുക: (i) $(3^2)^3 \times (2 \times 3^5)^{-2} \times (18)^2$ (ii) $\frac{9^2 \times 7^3 \times 2^5}{84^3}$ (iii) $\frac{2^8 \times 2187}{3^5 \times 32}$

7. മൂല്യം കാണുക: (i) $\frac{2^{2x-1}}{2^{x+2}} = 4$ (ii) $\frac{5^5 \times 5^{-4} \times 5^x}{5^{12}} = 5^{-5}$

8. ഘതാങ്കങ്ങളുടെ തുകയായി വികസിപ്പിച്ചെഴുതുക:(i) 6054.321 (ii) 897.14

9. ഇതിനെ സാധാരണ രൂപത്തിൽ എഴുതുക

(i) $8 \times 10^4 + 7 \times 10^3 + 6 \times 10^2 + 5 \times 10^1 + 2 \times 1 + 4 \times 10^{-2} + 7 \times 10^{-4}$

(ii) $5310^3\ 1\ 5310^1\ 1\ 5310^{-1}\ 1\ 5310^{-3}$

(iii) ഹൈഡ്രജൻ അണുവിന്റെ വ്യാസാർദ്ധം 2.5×10^{-11} മീ ഇതിനെ സാധാരണ രൂപത്തിൽ എഴുതുക.

10. താഴെ തന്നിട്ടുള്ള സംഖ്യകളെ ശാസ്ത്രീയാങ്കന രൂപത്തിൽ എഴുതുക.

(i) 467800000000 (ii) 0.000001972 (iii) 1642.398

(iv) ഭൂമിയുടെ വ്യാപ്തം 1,083,000,000,000 കിമീ.

(v) നിങ്ങൾ ഒരു ബക്കറ്റിനെ അഴുക്ക് കൊണ്ട് നിറയ്ക്കുകയാണെങ്കിൽ ബക്കറ്റിലുള്ള ഭൂമിയുടെ ഭാഗം 0.00000000000000000000000016 കിലോഗ്രാം ആയിരിക്കും

01_8th_Maths_Numbers_Chap 1_Malayalam.indd 45 1/26/2023 11:12:02 AM

ശരിയായ ഉത്തരം തെരഞ്ഞെടുത്ത് എഴുതുക

11. ഏത് സംഖ്യ കൊണ്ട് ഗുണിക്കുമ്പോഴാണ് $(-4)^{-1}$ ഗുണനഫലം 10^{-1} ? ആകുന്നത്.

(A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{-2}{5}$ (C) $\frac{5}{2}$ (D) $\frac{-5}{2}$

12. $(-2)^{-3} \times (-2)^{-2} =$ _____.

(A) $\frac{-1}{32}$ (B) $\frac{1}{32}$ (C) 32 (D) –32

13. ശരിയല്ലാത്തത് ഏതാണ

(A) $\left(\frac{-1}{4}\right)^2 = 4^{-2}$ (B) $\left(\frac{-1}{4}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^4$ (C) $\left(\frac{-1}{4}\right)^2 = 16^{-1}$ (D) $-\left(\frac{1}{4}\right)^2 = 16^{-1}$

14. $\frac{10^x}{10^{-3}} = 10^9$, എങ്കിൽ x _____.

(A)4 (B) 5 (C) 6 (D) 7

15. 0.0000000002020 ശാസ്ത്രീയാങ്കനരൂപം _____.

(A) 2.02×10^9 (B) 2.02×10^{-9} (C) 2.02×10^{-8} (D) 2.02×10^{-10}

അഭ്യാസം 1.7

വിവിധ തരം പരിശീലന പ്രശ്നങ്ങൾ

1. ഒരു ബോക്സിലെ $\frac{3}{4}$ ഭാഗം ആപ്പിളുകളുടെ ഭാരം 3 കി.ഗ്രാം 225 ഗ്രാം, ആകുന്നു. ഒരു ബോക്സ് മുഴുവൻ ആപ്പിളുകളുടെ ഭാരം എന്ത്?



2. മംഗലം $3\frac{4}{5}$ ലിറ്റർ കൊള്ളളവുള്ള ഒരു ജഗ്ഗ് വാങ്ങി. അവൾ നേരത്തെ വാങ്ങിയ ചെറിയ ജെഗ്ഗിനെ അപേക്ഷിച്ച് $2\frac{2}{3}$ തവണ വലിപ്പമുള്ള മറ്റൊരു ജെഗ്ഗ് വാങ്ങി യെങ്കിൽ, വലിയ ജെഗ്ഗിൽ ചെറുതിനെ അപേക്ഷിച്ച് എത്ര ലിറ്റർ ഉൾകൊള്ളും?

3. രവി $\frac{25}{8}$, $\frac{16}{15}$ എന്നീ രണ്ടു സംഖ്യകളെ ഗുണിച്ചപ്പോൾ $\frac{400}{120}$. എന്ന് ലഭിച്ചു. ആ സംഖ്യയുടെ ലഘുരൂപം $\frac{10}{3}$ എന്ന് രവിയും ചന്ദ്രു $3\frac{1}{3}$. എന്നും പറഞ്ഞു. ആര് പറഞ്ഞതാണ് ശരി? രണ്ടു പേരും പറഞ്ഞ ഉത്തരങ്ങൾ ശരിയാണോ? വിശദമാക്കുക.

4. വീതി $2\frac{11}{20}$ മീറ്ററും വിസ്തീർണ്ണം $\frac{153}{10}$ ചതുര മീറ്ററും ഉള്ള ഒരു മുറിയുടെ നീളം എന്ത്?

5. 4489 സെന്റിമീറ്റർ^2 വിസ്തീർണ്ണം ഉൾക്കൊള്ളുന്ന ഒരു നേതാവിന്റെ ചിത്രത്തിൽ ഓരോ വശത്തും 2 സെമീ അകശീല (ലൈനർ) ഉണ്ടെങ്കിൽ അതിന്റെ വീസ്തിർണ്ണം എന്തായിരിക്കും.

6. ഒരു ആശംസാ കാർഡിന്റെ വീസ്തീർണ്ണം 90 സെമി എങ്കിൽ ഏത് രണ്ട് പൂർണ്ണ സംഖകടകൾക്കിടയിലാണഅ അതിന്റെ വശത്തിന്റെ നീളം.

7. ഒരു ചതുരശ്ര സെന്റീമീറ്റർ വീസ്തീർണ്ണമുള്ള 225 സമചതുര ആകൃതിയിലുള്ള മൊസൈക്ക് ടൈലുകൾ കൊണ്ട് സമചതുരാകൃതിയിലുള്ള വരാന്തയെ കൃത്യമായി മൂടുന്നു. എങ്കിൽ വരാന്തയുടെ വശത്തിന്റെ നീളം കാണുക.

8. $\sqrt[3]{1906624} \times \sqrt{x} = 3100$, എങ്കിൽ x കാണുക

9. If $2^{m-1} + 2^{m+1} = 640$, എങ്കിൽ m കാണുക

01_8th_Maths_Numbers_Chap 1_Malayalam.indd 46 1/26/2023 11:12:07 AM

10. ശാസ്ത്രീയാങ്കത്തിൽ ഉത്തരം നൽകുക:
ഒരു മനുഷ്യ ഹൃദയം മിനിറ്റിൽ ശരാശരി 80 സ്പന്ദനങ്ങൾ അടിക്കുന്നു. ഒരു മണിക്കൂറിൽ, ഒരു ദിവസത്തിൽ, ഒരു വർഷത്തിൽ, 100 വർഷത്തിൽ എത്ര തവണ ഇത് അടിക്കുന്നു.

വെല്ലുവിളി ഉളവാക്കുന്ന ചോദ്യങ്ങൾ

11. ഒരു മാപ്പിൽ 120 കി.മീ ഒരു ഇഞ്ച് സൂചിപ്പിക്കുന്നു. A യിൽ നിന്ന് സിറ്റി B യ്ക്ക് $4\frac{1}{6}$ ഇഞ്ച് ദൂരവും സിറ്റി C യ്ക്ക് $3\frac{1}{3}$ ഇഞ്ച് ദൂരവും B യ്ക്കും C യ്ക്കും A യിലേയ്ക്ക് എത്തുന്നതിനുള്ള ദൂരം കാണുക ?

12. താഴെ തന്നിട്ടുള്ള നിയമങ്ങൾ പരിശോധിച്ച് അവയ്ക്ക് ഒരു ഉദാഹരണം കൊടുക്കുക.
   (i) പൂജ്യമല്ലാത്ത പരിമേയസംഖ്യകളുടെ ശേഖരം ഹരണത്തിൽ സംവൃതഗുണം പാലിക്കുന്നു.
   (ii) പരിമേയസംഖ്യകളുടെ വ്യവകലനം ക്രമവിനിമേയനിയമം പാലിക്കുന്നില്ല.
   (iii) പരിമേയസംഖ്യകളുടെ ഹരണം സംയോജന നിയമം പാലിക്കുന്നില്ല.
   (iv) വ്യവകലനത്തിന് മേലുള്ള ഗുണനം പരിമേയസംഖ്യകളിൽ വിതരണനിയമം പാലിക്കുന്നു അതായത്, $a(b-c)=ab-ac$.
   (v) പരിമേയസംഖ്യകളുടെ ശരാശരി പരിമേയ സംഖ്യയായും ആ സംഖ്യ അവയ്ക്കിടയിലായും വരുന്നു.

13. $\frac{1}{4}$ ഭാഗം കൂവരകിന്റെ ഭാരം 120ഗ്രാം എങ്കിൽ $\frac{2}{3}$ ഭാഗം കൂവരകിന്റെ ഭാരം എന്തായിരിക്കും?

14. $p+2q=18$ ഉം $pq=40$ ഉം, എങ്കിൽ $\frac{2}{p}+\frac{1}{q}$ എന്ത്?.

15. $5\frac{x}{5}\times 3\frac{3}{4}=21$. എങ്കിൽ '$x$' ന്റെ മൂല്യം കാണുക?

16. ഏതു സംഖ്യയാണ് ഉയർന്നത് $\frac{1}{\left(\frac{10}{11}\right)}$, $\frac{\left(\frac{1}{10}\right)}{11}$?

17. 1536 പട്ടാളക്കാർ അടങ്ങുന്ന ഒരു സംഘം ഒരു സമചതുര ആകൃതിയിൽ പരേട് നടത്തം നടത്താൻ ആഗ്രഹിച്ചു ഇത് സാധ്യമാണോ. സാധ്യമല്ലെങ്കിൽ ഇനിയും എത്ര പട്ടാളക്കാർ ആവശ്യമാണ്

18. മൂല്യം നിർണ്ണയിക്കുക: $\sqrt{286225}$ അതുപയോഗിച്ച് $\sqrt{2862.25}+\sqrt{28.6225}$ കണാക്കാക്കുക.

19. ലഘുകരിക്കുക: $(3.769\times 10^5)+(4.21\times 10^5)$

20. തന്നിട്ടുള്ളവയിൽ ഏറ്റവും ചെറിയ സംഖ്യയിൽ നിന്ന് വലിയ സംഖ്യകളായി ക്രമീകരിക്കുക $16^{25}, 8^{100}, 3^{500}, 4^{400}, 2^{600}$

സംഗ്രഹം

- ഒരു സംഖ്യയെ $\frac{a}{b}$ എന്ന രൂപത്തിൽ സൂചിപ്പിച്ചാൽ (ഇവിടെ a യും b യും പൂർണാങ്കവും കൂടാതെ $b\neq 0$) അതിനെ പരിമേയസംഖ്യ എന്നു പറയുന്നു.
- എണ്ണൽസംഖ്യകൾ, അഖണ്ഡസംഖ്യകൾ, പൂർണാങ്കങ്ങൾ, ഭിന്നസംഖ്യകൾ ഇവയെല്ലാം പരിമേയ സംഖ്യകളാണ്.
- എല്ലാ പരിമേയസംഖ്യകളേയും സംഖ്യാരേഖയിൻമേൽ സൂചിപ്പിക്കാവുന്നതാണ്.
- 0 എന്നത് ഒരു ധനപരിമേയസംഖ്യയോ ഋണ പരിമേയസംഖ്യയോ അല്ല.
- ഒരു പരിമേയസംഖ്യയുടെ പൊതുരൂപം $\frac{a}{b}$ എന്നും അതിന്റെ ഛേദം b ഒരു ധനപൂർണ്ണാങ്കവും HCF $(a,b)=1$ ഉം ആകുന്നു.

01_8th_Maths_Numbers_Chap 1_Malayalam.indd 47 1/26/2023 11:12:11 AM

- രണ്ട് പരിമേയസംഖ്യകൾക്കിടയിൽ അനവധി അവസാനിക്കാത്തരീതിയിലുള്ള പരിമേയസംഖ്യകൾ ഉണ്ട്.
- രണ്ടു പരിമേയ സംഖ്യകളുടെ വ്യവകലനം ചെയ്യുന്നതിന് സമമാണ് ആദ്യത്തെ പരിമേയ സംഖ്യയോട് രണ്ടാമത്തെ സംഖ്യയുടെ സങ്കലന വിപരീത കൂട്ടുന്നത്.
- രണ്ടു പരിമേയസംഖ്യകളുടെ ഗുണനത്തിന് സമമാണ് അവയുടെ ഛേദത്തേയും അംശത്തേയും പ്രത്യേകം പ്രത്യേകം ഗുണിച്ച് അവയുടെ ഗുണനഫലങ്ങൾ പൊതുരൂപത്തിൽ എഴുതുന്നത്.
- ഒരു പരിമേയസംഖ്യയെ മറ്റൊരു പരിമേയസംഖ്യ കൊണ്ട് ഹരിക്കുന്നതിന് സമമാണ് ആദ്യത്തെ പരിമേയസംഖ്യയോട് രണ്ടാമത്തെ പരിമേയസംഖ്യയുടെ വ്യുൽക്രമം കൊണ്ട് ഗുണിക്കുന്നത്.
- താഴെതന്നിട്ടുള്ള പട്ടിക പരിമേയസംഖ്യകളുടെ ($\mathbb{Q}$) നിയമങ്ങളെ പറ്റിയുള്ളതാകുന്നു.

$\mathbb{Q}$	സംവൃതഗുണം	ക്രമവിനിമേയം	സംയോജനം	ഗുണനത്തിന് +/- ന് മേൽ ഉള്ള വിതരണ നിയമം
+	✓	✓	✓	✓
2	✓	×	×	✓
×	✓	✓	✓	-
÷	×	×	×	-

- പരിമേയ സംഖ്യകളുടെ സങ്കലനത്തിന്റെയും ഗുണനത്തിന്റെയും അനന്യതകളാണ് 0, 1 എന്നിവ.
- $\frac{a}{b}$ യുടെ സങ്കലന വിപരീതം $\frac{-a}{b}$ ആകുന്നു.
- പരിമേയസംഖ്യ $\frac{a}{b}$ യുടെ വ്യുൽക്രമം അല്ലെങ്കിൽ ഗുണനവിപരീതങ്ങൾ യഥാക്രമം $\frac{b}{a}$, $\frac{a}{b}\times\frac{b}{a}=1$ ആകുന്നു.
- ഒരു നിസർഗ സംഖ്യ n നെ വർഗ്ഗ സംഖ്യ എന്ന് പറയുന്നതിന് മറ്റൊരു നിസർഗ്ഗ m നെ $n = m^2$ എന്ന രീതിയിൽ കണ്ടുപിടിക്കാൻ സാധിക്കണം..
- ഒരു സംഖ്യ n ന്റെ വർഗ്ഗമൂല്യം $\sqrt{n}$ അല്ലെങ്കിൽ $n^{\frac{1}{2}}$,എന്നത് ഒരു സംഖ്യയെ അതേ സംഖ്യകൊണ്ട് ഗുണിക്കുമ്പോൾ ലഭിക്കുന്നു.
- വർഗ്ഗത്തിലുള്ള അഭാജ്യ ഘടകങ്ങളുടെ എണ്ണം = സംഖ്യയിലുള്ള അഭാജ്യ ഘടകത്തിന്റെ ഇരട്ടിയാണ്.
- ഏതൊരു a, b ധന സംഖ്യകൾ ക്ക് നമ്മുക്കറിയാം.

(i) $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\times\sqrt{b}$, (ii) $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\ (b\neq 0)$

- ഒരു സംഖ്യയെ അതേ സംഖ്യ കൊണ്ടു ഗുണിക്കുക, വീണ്ടും അതേ സംഖ്യ കൊണ്ടു ഗുണിക്കുമ്പോൾ കിട്ടുന്ന ഫലമാണ് ഘന സംഖ്യ.
- ഒരു സംഖ്യയുടെ ഘനമൂല്യം എന്നത് ഒരു സംഖ്യയെ മൂന്ന് പ്രാവിശ്യം ഗുണിക്കുമ്പോൾ യഥാർത്ഥ സംഖ്യ കിട്ടണം.
- പൊതുവായി ഒരേ ഘടകത്തിന്റെ ആവർത്തിച്ചുള്ള ഗുണനത്തെ പ്രതീനീധികരിക്കുന്ന ഒരു പദ പ്രയോഗത്തെ കൃത്യങ്കം എന്ന് പറയുന്നുr.
- ഘതാങ്കം എന്നത് ആധാരത്തിനെ എത്ര പ്രവാശ്യം ഘടകമായി ഉപയോഗിച്ചു എന്നതിനെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു.
- ഘതാങ്ക നിയമങ്ങൾ : (i) $a^m \times a^n = a^{m+n}$ (ii) $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ (iii) $(a^m)^n = a^{mn}$
- മറ്റ് ഫലങ്ങൾ : (i) $a^0 = 1$ (ii) $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$ (iii) $a^m \times b^m = (ab)^m$ (iv) $\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$
- ശാസ്തീയാങ്കന രൂപത്തിൽ എഴുതുന്നതിന് $N\times 10^a$ എന്ന രൂപം അനുകരിക്കുക. N എന്നത് 1 നും 10 നും ഇടയിലുള്ള സംഖ്യയായിരിക്കും. എന്നാൽ 10 ആയിരിക്കില്ല. a ഒരു പൂർണ്ണാങ്കമായിരിക്കും. (ധനം അല്ലെങ്കിൽ ഋണ സംഖ്യ).

01_8th_Maths_Numbers_Chap 1_Malayalam.indd 48 1/26/2023 11:12:13 AM

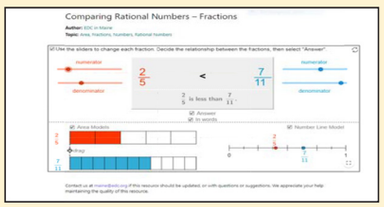
ഇന്റർനെറ്റ് പ്രവർത്തി

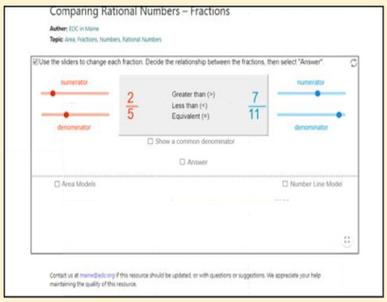
ഘട്ടം – 1 ബ്രൗസർ തുറന്ന് www.ജിയോ ജീബ്രാ എന്നോ താഴെ തന്ന രീതിയിൽ QR CODE സ്കാൻ ചെയ്യുകയോ വേണം.

ഘട്ടം – 2 സേർച്ച് കോളത്തിൽ പരിമേയസംഖ്യകൾ എന്ന് അച്ചടിക്കുക

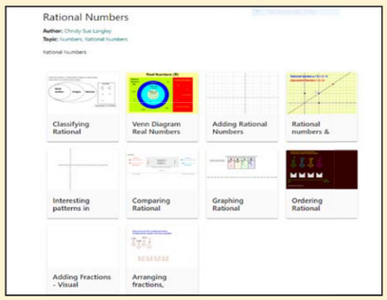
ഘട്ടം – 3 ഛേദം, അംശം സ്ലൈടുകൾ ചലിപ്പിക്കുമ്പോൾ പ ലതരത്തിലുള്ള പരിമേയ സംഖ്യകൾ വെളിപ്പെടുകയും സംഖ്യാരേഖയുടെ രൂപങ്ങൾ കാണിക്കയും അവയിൽ അമർത്തുകയും വേണം..

അതിലൂടെ പരിമേയ സംഖ്യകളെ മന സ്സിലാക്കുന്നതിനും അവയുടെ ക്രിയകള യും നിയമങ്ങളെയും നല്ല രീതിയിൽ പഠിക്കുന്നുതിനും സാധിക്കും.





ഘട്ടം 1



ഘട്ടം 2

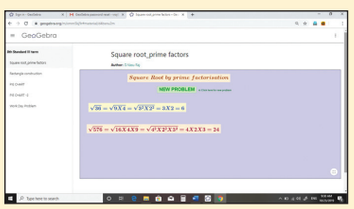
Web URL rational numbers (rational number links)
Web URL https://www.geogebra.org/m/n92AKzBF#material/ca5D7VbZ
*Pictures are indicatives only.
*If browser requires, allow Flash Player or Java Script to load the page.

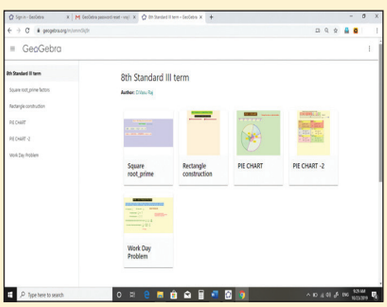
ഇന്റർനെറ്റ് പ്രവർത്തി

ഘട്ടം – 1 ബ്രൗസർ തുറന്നു URL ടൈപ്പ് ചെയ്യുക. അല്ലെങ്കിൽ QR കോഡ് സ്കാൻ ചെയ്യുക. അപ്പോൾ “8th Standard III term” എന്ന ജീയോ ജിബ്ര വർക്ക് ഷീറ്റ് പ്രത്യക്ഷപ്പെട്ടു. അതിൽ നിന്ന് “Square root_prime factors” എന്ന വർക്ക് ഷീറ്റ് തെരഞ്ഞെടുക്കുക.

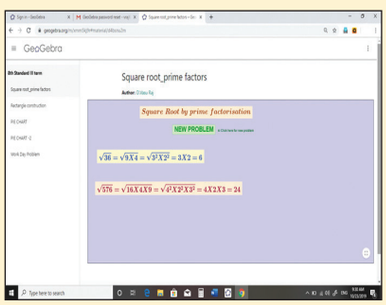
ഘട്ടം – 2 NEW PROBLEM നെ അമർത്തുക. കണക്കു കൂട്ടലുകൾ ശരി നോക്കുക.

പ്രതീക്ഷിക്കുന്ന ഫലം





ഘട്ടം 1



ഘട്ടം 2

Browse in the link
Numbers:
https://www.geogebra.org/m/xmm5kj9r or Scan the QR Code.

01_8th_Maths_Numbers_Chap 1_Malayalam.indd 49 1/26/2023 11:12:13 AM

2 അളവുകൾ

പഠന ഫലങ്ങൾ

- വൃത്തത്തിന്റെ ഭാഗങ്ങളെപ്പറ്റി മനസ്സിലാക്കൽ.
- വൃത്തഖണ്ഡത്തിന്റെ ചാപനീളം, ചുറ്റളവ്, വിസ്തീർണ്ണം കണക്കാക്കൽ.
- മിശ്രരൂപങ്ങളിലുള്ള ചുറ്റളവും വിസ്തീർണ്ണവും കണക്കാക്കൽ.
- 2-D രൂപങ്ങളിലൂടെ 3-D രൂപങ്ങൾ പ്രതിനിധീകരിക്കുന്ന വിധം മനസ്സിലാക്കൽ.
- സമചതുരഘനികയിലൂടെ 3-D വസ്തുക്കൾ പ്രതിനിധീകരിക്കുന്ന വിധം മനസ്സിലാക്കൽ.

2.1 മുഖവുര

മാനവരാശിയുടെ ജീവിതത്തിൽ വളരെ അത്യാവശ്യമായ ഒരു ഘടകമാണ് അളക്കൽ എന്നത്. ചരടിന്റെ നീളം അളക്കൽ, രണ്ടു സ്ഥലങ്ങൾക്കിടയിലുള്ള ദൂരം അളക്കൽ, ചുറ്റളവ് കണ്ടുപിടിക്കൽ, നിലങ്ങളുടെ വിസ്തീർണ്ണം കണ്ടുപിടിക്കൽ, നിശ്ചിത അളവിൽ രൂപഘടനകളുടെ നിർമ്മിതി തുടങ്ങിയവ അളക്കൽ എന്ന ആശയത്തിന് ചില ഉദാഹരണങ്ങളാണ്.

മനുഷ്യന്റെ കണ്ടുപിടിത്തങ്ങളിൽ ഏറ്റവും പ്രശസ്തമായത് ചക്രം ആണെന്ന് പറയപ്പെടുന്നു. ചക്രത്തെ **'കണ്ടുപിടിത്തങ്ങളുടെ തൊട്ടിൽ'** എന്നും അറിയപ്പെടുന്നു. ചക്രത്തിന്റെ രൂപമെന്താണ്? വൃത്തം, അല്ലേ? നാം നിത്യം ഉപയോഗിക്കുന്ന എല്ലാ വസ്തുക്കളിലും വൃത്തം കൂടാതെ ത്രികോണം, സമചതുരം, ദീർഘചതുരം തുടങ്ങിയ വിവിധ തരം രൂപങ്ങളും കാണുവാൻ സാധിക്കും.

അളവുകൾ എല്ലാവരുടെയും ജീവിതത്തിലും ഒരു സുപ്രധാന പങ്ക് വഹിക്കുന്നു. സ്കൂളുകളിൽ പോയി ക്രമമായി ഗണിതം പഠിക്കുന്ന മനുഷ്യർ മാത്രമല്ല, സാധാരണ മനുഷ്യന്റെ ജീവിതത്തിലും അളക്കൽ പ്രക്രീയകൾ ആവശ്യാനുസരണം പ്രയോജനപ്പെടുന്നു. ഉദാഹരണത്തിന്, ഒരു തച്ചൻ ഒരു രഥത്തിന്റെ ചക്രം ചെതുക്കുമ്പോൾ, അതിന്റെ പരിധി ഒരു ഇരുമ്പു നാടയുപയോഗിച്ച് തിട്ടപ്പെടുത്തുന്നു. അവരുടെ അനുഭവസമ്പത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ ഒരു 7 അടി ഉയരമുള്ള (വ്യാസം) മരചക്രം നിർമ്മിക്കുന്നതിന് 22 അടി നീളമുള്ള ഇരുമ്പു നാട ആവശ്യമാണെന്ന് പറയുന്നു.

ദൈനംദിന ജീവിതത്തിൽ ഗണിതം – ചുറ്റളവും വിസ്തീർണ്ണവും



വൃത്തഖണ്ഡങ്ങൾ ഊണുമേശയുടെ നിർമ്മാണത്തിന് ഉപയോഗിക്കുന്നു



മിശ്രരൂപങ്ങൾ കെട്ടിടനിർമ്മാണത്തിൽ ഉപയോഗിക്കുന്നു.

02_8th_Maths_Measurements_Chap 2.indd 50 1/25/2023 5:06:19 PM

കഴിഞ്ഞ ക്ലാസുകളിൽ വൃത്തത്രികോണങ്ങൾ, സമചതുരങ്ങൾ, ദീർഘചതുരങ്ങൾ, ലംബകങ്ങൾ, സാമാന്തരികങ്ങൾ തുടങ്ങിയവയുടെ ചുറ്റളവും വിസ്തീർണ്ണവും കണ്ടുപിടിക്കുന്ന വിധം പഠിച്ചു കഴിഞ്ഞു. ഈ അദ്ധ്യായത്തിൽ വൃത്തത്തിന്റെ വിവിധ ഭാഗങ്ങളെപ്പറ്റിയും വൃത്തഖണ്ഡങ്ങളുടെ ചുറ്റളവ്, വിസ്തീർണ്ണത്തെപ്പറ്റിയും മിശ്രരൂപങ്ങളെപ്പറ്റിയും പഠിക്കാം.

പുനഃരാഖ്യാനം

ടീച്ചർ വിദ്യാർത്ഥികളോട് 7 സെ.മീ വ്യാസാർദ്ധമുള്ള ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കണ്ടുപിടിക്കാൻ ആവശ്യപ്പെടുന്നു. കൂടുതൽ വിദ്യാർത്ഥികളും രീതി I ൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന വിധം നിർദ്ധാരണം ചെയ്തു എന്നാൽ ചില വിദ്യാർത്ഥികൾ രീതി 2 ൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന വിധമാണ് പ്രശ്നം പരിഹരിച്ചത്.

രീതി:1	**രീതി:2**
വൃത്തത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം, $A = \pi r^2$ ച.മാത്രകൾ $= \frac{22}{7} \times 7 \times 7$ $= 154$ ച.സെ.മീ	വൃത്തത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം, $A = \pi r^2$ ച.മാത്രകൾ $= 3.14 \times 7 \times 7$ $= 153.86$ ച.സെ.മീ

അതിനുശേഷം അവർക്കിടയിലുള്ള സംഭാഷണം:

സുധ : ഇതിലേതുത്തരമാണ് ശരി, ടീച്ചർ ?

ടീച്ചർ : രണ്ടുത്തരവും ഏകദേശം ശരിയാണ്.

സുധ : ഒരു ചോദ്യത്തിന് രണ്ട് ഉത്തരം ഇതെങ്ങനെ സാധ്യമാകും, ടീച്ചർ?

ടീച്ചർ : യഥാർത്ഥത്തിൽ, ഈ ചോദ്യത്തിന് കൃത്യമായ ഉത്തരം $\pi \times 7 \times 7 = 49\pi$ ച.സെ.മീ ആകുന്നു.

മീന : നമ്മൾ ചതുരത്തിന്റെയും ദീർഘചതുരത്തി ന്റെയും മറ്റും വിസ്തീർണ്ണം കണ്ടു പിടിക്കു മ്പോൾ എല്ലാവർക്കും ഒരേ ഉത്തരമല്ലേ ലഭിക്കുക, പിന്നെ എന്തുകൊണ്ട് വൃത്തത്തിന് മാത്രം അപ്രകാരം ലഭിക്കുന്നില്ല ?

ടീച്ചർ : π യുടെ വില എന്ത്?

മീന : π യുടെ വില $\frac{22}{7}$ അല്ലെങ്കിൽ 3.14 ആകുന്നു

ടീച്ചർ : യഥാർത്ഥത്തിൽ ഇത് $\frac{22}{7}$ ഉം അല്ല 3.14. ഉം അല്ല. ഇവ രണ്ടും ഏകദേശമൂല്യങ്ങളാണ്.

മീന : എങ്കിൽ π യുടെ യഥാർത്ഥമൂല്യം എന്താണ്?

ടീച്ചർ : π എന്നത് അവസാനിക്കാത്തതും ആവർത്തിക്കാത്തതുമായ ദശാംശ സംഖ്യയാണ്. അതുകൊണ്ട് അതിന്റെ യഥാർത്ഥമൂല്യം ഉപയോഗിക്കാൻ സാധ്യമല്ല. കണക്കിടലുകൾ എളുപ്പത്തിലാക്കുന്നതിനു വേണ്ടി, π യുടെ ഏകദേശമൂല്യം $\frac{22}{7}$ അല്ലെങ്കിൽ 3.14 എന്നെടുക്കുന്നു.

ചിന്തിക്കുക

1. $\frac{22}{7}$ അല്ലെങ്കിൽ 3.14 പരിമേയ സംഖ്യയാണോ 'π' ഒരു പരിമേയസംഖ്യയല്ലേ? എന്തു കൊണ്ട്?
2. 'π' ദിനം എന്നാണ് ആഘോഷിക്കുന്നത്? എന്തുകൊണ്ട്?

മീന : വൃത്തത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം എപ്പോഴും ഏകദേശമൂല്യമാണോ, ടീച്ചർ?

ടീച്ചർ : അല്ല, π യുടെ വില $\frac{22}{7}$ അല്ലെങ്കിൽ 3.14 എന്നെടുക്കാതിരുന്നാൽ മൂല്യം കൃത്യമായിരിക്കും.

മീന : അതായത്, മുകളിൽ പറഞ്ഞ ചോദ്യത്തിന് 49π ച.സെ.മീ കൃത്യമായി ഉത്തരവും 154 ച.സെ.മീ, 153.86 ച.സെ.മീ എന്നിവ ഏകദേശ മൂല്യങ്ങളും ആണ് ശരിയല്ലേ, ടീച്ചർ?

ടീച്ചർ : അതേ, തികച്ചും ശരിയാണ്, മീനാ.

02_8th_Maths_Measurements_Chap 2.indd 51 1/25/2023 5:06:20 PM

നിങ്ങൾക്ക് അറിയാമോ?

ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ പരിധി $2\pi r$ യൂണിറ്റ് ആകുന്നു. ഇതിനെ πd യൂണിറ്റ് എന്നും എഴുതാം $\pi = 3.14$ (ഏകദേശമൂല്യം) എന്നതിന് 3, നെക്കാൾ ഒരു ചെറിയ വ്യത്യാസം മാത്രം ഉള്ളതിനാൽ പെട്ടെന്ന് ഊഹിച്ചു പറയുമ്പോൾ d യൂണിറ്റ് വ്യാസമുള്ള ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ പരിധി, വ്യാസത്തിന്റെ 3 മടങ്ങി നേക്കാൾ അല്പം കൂടുതലായിരിക്കും



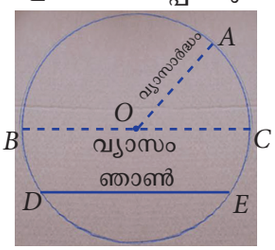
ഉദാഹരണത്തിന്

3 അടി വ്യാസമുള്ള ഒരു വൃത്താകാര മേശ ചുറ്റും അലങ്കരിക്കുന്നതിന് 9 അടിയേക്കാൾ കുറച്ചുകൂടി പൂമാല ആവശ്യമായി വരും.

2.2 വൃത്തത്തിന്റെ ഭാഗങ്ങൾ

ഒരു നിശ്ചിത ബിന്ദുവിൽ നിന്നും തുല്യ അകലത്തിൽ സഞ്ചരിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളുടെ പാതയെ വൃത്തം എന്നു പറയുന്നു. ആ നിശ്ചിത ബിന്ദുവിനെ വൃത്തത്തിന്റെ **'കേന്ദ്രം'** എന്നും ആ തുല്യ അകലത്തെ **'വ്യാസാർദ്ധം'** എന്നും വിളിക്കുന്നു.

ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ പരിധിയിലുള്ള ഏതെങ്കിലും രണ്ട് ബിന്ദുക്കളെ യോജിപ്പിക്കുന്ന രേഖാഖണ്ഡത്തെ **'ഞാൺ'** എന്നു പറയുന്നു ഒരു ഞാൺ വൃത്തത്തെ രണ്ടു ഭാഗങ്ങളായി വിഭജിക്കുന്നു. ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രത്തിൽ കൂടി കടന്നു പോകുന്ന ഞാണിനെ **'വ്യാസം'** എന്നു പറയുന്നു. ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസം വൃത്തത്തെ രണ്ട് തുല്യഭാഗങ്ങളായി വിഭജിക്കുന്നു. ഒരു വൃത്തത്തിലെ 'ഏറ്റവും നീളം കൂടിയ ഞാൺ' വ്യാസം ആകുന്നു.



ചിത്രം. 2.2

പ്രവർത്തി

1. വള ഉപയോഗിച്ച് ഒരു പേപ്പറിൽ വൃത്തം വരച്ച് അതിനെ വെട്ടിയെടുക്കുക അതിന്റെ പരിധിയിൽ A, B എന്നീ രണ്ടു ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക. A യും B യും വരത്തക്കവിധം പേപ്പർ മടക്കുക. ഇപ്പോൾ കിട്ടിയ രേഖാഖണ്ഡം ഞാണിനെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു.
2. പേപ്പർ മടക്കി രണ്ടു വ്യാസങ്ങൾ കണ്ടുപിടിക്കുക. അങ്ങനെ വൃത്തകേന്ദ്രവും കണ്ടുപിടിക്കുക.
3. ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസം, വ്യാസാർദ്ധത്തിന്റെ രണ്ടു മടങ്ങാണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക.

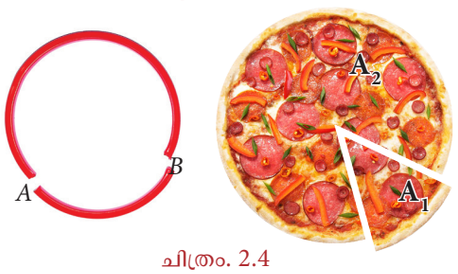
2.2.1 വൃത്തചാപവും വൃത്തഖണ്ഡവും

ചിത്രം. 2.3 ൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന വളയും പിസ്സായും ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം വീക്ഷിക്കുക. ഇതിൽ നിന്നും എന്ത് മനസ്സിലാകും.


ചിത്രം. 2.3

വള വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റുമുള്ള അളവിനെയും പിസ്സാ വൃത്തത്തിനകത്ത് ഉൾകൊള്ളുന്ന ഭാഗത്തിന്റെ അളവിനെയും സൂചിപ്പിക്കുന്നു. അതായത് വള വൃത്തപരിധിയേയും പിസ്സായുടെ ഭാഗത്തെ വൃത്തഖണ്ഡം എന്നും അറിയപ്പെടുന്നു. ചിത്രം. 2.3 ൽ കാണുന്നതുപോലെ ചിത്രം. 2.4 അവയിൽ നിന്നും ഓരോ ഭാഗം വെട്ടി എടുക്കുക.

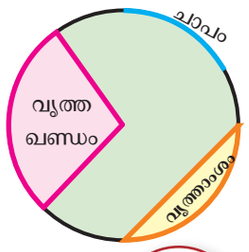
സൂചിപ്പിക്കുന്നു. ഇവിടെ ചാപം AB $\left(\overset{\frown}{AB}\right)$ ചെറിയ ചാപവും ചാപം BA ($\overset{\frown}{BA}$) വലിയ ചാപവും ആണ്. ചെറിയ ചാപത്തെ ലഘുചാപമെന്നും വലിയ ചാപത്തെ ദീർഘചാപമെന്നും വിളിക്കുന്നു.



ചിത്രം. 2.4

02_8th_Maths_Measurements_Chap 2.indd 52 1/25/2023 5:06:21 PM

- ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ പരിധിയിലുള്ള ഒരു ഭാഗത്തെ വൃത്തചാപം എന്നു വിളിക്കുന്നു.
- രണ്ടു വ്യാസാർദ്ധങ്ങൾക്കും അതുൾക്കൊള്ളുന്ന വൃത്തചാപത്തിനും ഇടയിലുള്ള തലത്തെ വൃത്തഖണ്ഡം എന്നു വിളിക്കുന്നു.
- ഒരു ഞാൺ കൊണ്ട് വിഭജിക്കപ്പെടുന്ന വൃത്തത്തിന്റെ ഭാഗങ്ങളെ വൃത്താംശം എന്നു വിളിക്കുന്നു.



കുറിപ്പ്

ലഘുചാപം ഉള്ള വൃത്ത ഭാഗ ത്തെ **'ലഘുവൃത്താംശം'** എന്നും ദീർഘചാപം ഉള്ള വൃത്തഭാഗ ത്തെ **'ദീർഘ വൃത്താംശം'** എന്നും വിളിക്കുന്നു.



ചിന്തിക്കുക

തന്നിരിക്കുന്ന വൃത്തത്തെ 6 തുല്യ ഭാഗങ്ങളായി വിഭജിച്ചിരിക്കുന്നു ഓരോ ഭാഗത്തെയും വൃത്ത ഖണ്ഡങ്ങൾ എന്ന് വിളിക്കാമോ? എന്തു കൊണ്ട്?



ചിത്രം. 2.6

കേന്ദ്ര കോൺ

ഒരു വൃത്തഖണ്ഡം അതിന്റെ കേന്ദ്രത്തിലുണ്ടാക്കുന്ന കോൺ കേന്ദ്രകോൺ എന്നറിയപ്പെടുന്നു. കേന്ദ്രകോണിന്റെ ശീർഷം വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രം ആയിരിക്കും. കോണിന്റെ രണ്ടു കരങ്ങളും വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസാർദ്ധങ്ങളായിരിക്കും ചിത്രം. 2.8, നിഴലിട്ട വൃത്തഖണ്ഡത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ, $\angle AOB = \theta^\circ$ (തീറ്റ എന്ന് വായിക്കുക) കൂടാതെ അതിന്റെ രണ്ട് കരങ്ങൾ OA,OB എന്നിവ വ്യാസാർദ്ധങ്ങളും ആണ്.

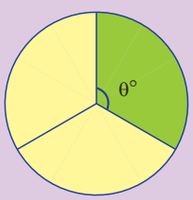
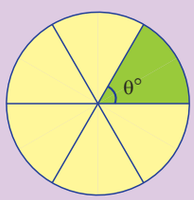
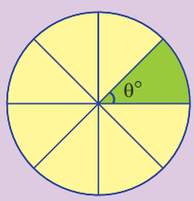
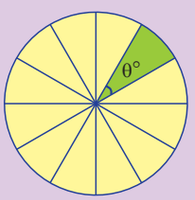
ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ 360°. ആകുന്നു. ഒരു വൃത്തത്തെ 'n' തുല്യ വൃത്തഖണ്ഡങ്ങളായി ഭാഗിച്ചാൽ, ഓരോ ഭാഗത്തിന്റെയും കേന്ദ്രകോൺ $\theta^\circ = \frac{360^\circ}{n}$ ആയിരിക്കും. ഉദാഹരണത്തിന്,

അർദ്ധവൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ $= \frac{360^\circ}{2} = 180^\circ$,

വൃത്തചതുർത്ഥാംശത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ $= \frac{360^\circ}{4} = 90^\circ$.

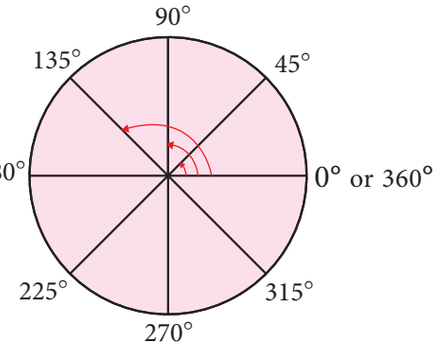
ശ്രമിക്കുക

നിഴലിട്ട വൃത്തഖണ്ഡങ്ങളുടെ കേന്ദ്രകോൺ കണ്ടുപിടിച്ചെഴുതുക. (വൃത്തങ്ങൾ തുല്യഭാഗങ്ങളായി പിരിച്ചിരിക്കുന്നു)

വൃത്തഖണ്ഡം				
കേന്ദ്രകോൺ $\theta^\circ \left(= \frac{360^\circ}{n}\right)$	$\theta^\circ = 120^\circ$			

02_8th_Maths_Measurements_Chap 2.indd 53 1/25/2023 5:06:23 PM

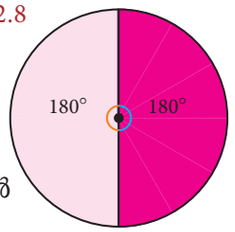
2.2.2 ചാപനീളവും വൃത്തഖണ്ഡത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണവും



ചിത്രം. 2.8

'r' യൂണിറ്റ് വ്യാസാർദ്ധമുള്ള ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ
കേന്ദ്രകോൺ = $360°$
വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് = $2\pi r$ യൂണിറ്റ്
വൃത്തത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = πr^2 ച. യൂണിറ്റ്.

ആയിരിക്കും എന്ന് നമ്മൾ പഠിച്ചു കഴിഞ്ഞു. ആദ്യമായി ഒരു അർദ്ധവൃത്തം എടുക്കുക. ഒരു വൃത്തം രണ്ടു സമ വൃത്തഖണ്ഡങ്ങളായി പിരിയുമ്പോൾ രണ്ട് അർദ്ധവൃത്തങ്ങൾ ലഭിക്കുന്നു. വൃത്തത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണത്തിന്റെ നേർപ കുതിയായിരിക്കും ഒരു അർദ്ധ വൃത്തത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം, അതായത്,

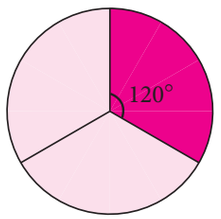


ചിത്രം. 2.9

അർദ്ധവൃത്തചാപത്തിന്റെ നീളം $= \frac{1}{2} \times 2\pi r = \frac{180°}{360°} \times 2\pi r$ മാത്രകൾ

അർദ്ധവൃത്തത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം $= \frac{1}{2} \times \pi r^2 = \frac{180°}{360°} \times \pi r^2$ ച. മാത്രകൾ

ഇപ്പോൾ ഒരു വൃത്തത്തെ മൂന്ന് തുല്യഭാഗങ്ങളായി ഭാഗിക്കുകയാണെങ്കിൽ

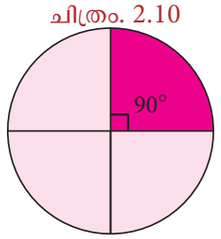


ചിത്രം. 2.10

വൃത്തഖണ്ഡത്തിന്റെ ചാപനീളം $= \frac{1}{3} \times 2\pi r = \frac{120°}{360°} \times 2\pi r$ മാത്രകൾ

വൃത്തഖണ്ഡത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം $= \frac{1}{3} \times \pi r^2 = \frac{120°}{360°} \times \pi r^2$ ച. മാത്രകൾ

ഇതേ രീതിയിൽ, ഒരു വൃത്തത്തെ നാല് സമ വൃത്തഖണ്ഡങ്ങളാക്കിയാൽ,



ചിത്രം. 2.11

വൃത്ത സതുർത്ഥാംശത്തിന്റെ ചാപനീളം $= \frac{1}{4} \times 2\pi r = \frac{90°}{360°} \times 2\pi r$ മാത്രകൾ

ചതുർത്ഥാംശത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം $= \frac{1}{4} \times \pi r^2 = \frac{90°}{360°} \times \pi r^2$ ച. മാത്രകൾ

നമുക്ക് മനസ്സിലായതിൽ നിന്നും എന്തു ലഭിക്കുന്നു?

വൃത്തഖണ്ഡത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോണും വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോണുകളും തമ്മിലുള്ള അനുപാതം എന്നത് വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവും വിസ്തീർണ്ണവും തമ്മിലുള്ള ഗുണനഫലമാണ്, നമുക്ക് ആ വൃത്തഖണ്ഡത്തിന്റെ ചാപനീളവും വിസ്തീർണ്ണവും തുടർന്ന് കണ്ടുപിടിക്കാം.

അതായത് 'r' വ്യാസാർത്ഥമുള്ള വൃത്തഖണ്ഡത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ $\theta°$ ആണെന്ന് സങ്കല്പിക്കുക,
അടുത്ത്, $\theta°$ മുതൽ $360°$ വരെയുള്ള കേന്ദ്രകോണിന്റെ അനുപാതം $\frac{\theta°}{360°}$ ആകുന്നു.

ചാപനീളം, $l = \frac{\theta°}{360°} \times 2\pi r$ മാത്രകൾ

വൃത്തത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം, $A = \frac{\theta°}{360°} \times \pi r^2$ ച.മാത്രകൾ.

ചിന്തിക്കുക

$\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ കൂടാതെ $\frac{1}{4}$, എന്നിവ കൊണ്ട് ഗുണിക്കുന്നതിനുപകരം $\frac{180°}{360°}$, $\frac{120°}{360°}$

കൂടാതെ $\frac{90°}{360°}$ എന്നിവകൊണ്ട് ഗുണിക്കുന്നു എന്തുകൊണ്ട്?

02_8th_Maths_Measurements_Chap 2.indd 54 1/25/2023 5:06:27 PM

കുറിപ്പ്

1. r വ്യാസാർദ്ധമുള്ള ഒരു വൃത്തം n എണ്ണം സമവൃത്തഖണ്ഡങ്ങളായി പിരിഞ്ഞു, അടുത്തതായി

ഓരോ വൃത്തഖണ്ഡങ്ങളുടെയും ചാപനീളം $= \frac{1}{n} \times 2\pi r$ മാത്രകൾ കൂടാതെ

ഓരോ വൃത്തഖണ്ഡങ്ങളുടെയും വിസ്തീർണ്ണം $= \frac{1}{n} \times \pi r^2$ ച.മാത്രകൾ

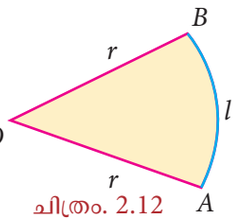
2. വീണ്ടും വൃത്തഖണ്ഡത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം ലഭിക്കുന്നത്

$$= \frac{\theta^\circ}{360^\circ} \times \pi r^2$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{\theta^\circ}{360^\circ} \times 2\pi r\right) \times r$$

$$= \left(\frac{1}{2} \times l\right) \times r = \frac{lr}{2} \text{ ച. മാത്രകൾ}$$

2.2.3 വൃത്തഖണ്ഡത്തിന്റെ ചുറ്റളവ്



ചിത്രം. 2.12

നാം നേരത്തേ മനസ്സിലാക്കി, പരിധിയിലെ മുഴുവൻ നീളവും അടങ്ങി വരുന്ന അടഞ്ഞ ഭാഗമാണ് അതിന്റെ ചുറ്റളവ്. അല്ലയോ? വൃത്തഖണ്ഡത്തിലെ പരിധി O എന്നാൽ എന്താണ്? **രണ്ട് വ്യാസാർദ്ധങ്ങളാണ്** (OA യും OB യും) കൂടാതെ **ചാപം** $\left(\overset{\frown}{AB}\right)$ യും.

അതുകൊണ്ട്, ചാപത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് = ചാപനീളം + രണ്ട് വ്യാസാർദ്ധങ്ങളുടെ നീളം

$$P = l + 2r \text{ മാത്രകൾ}$$

∴ **വൃത്തഖണ്ഡത്തിന്റെ ചുറ്റളവ്**, $P = l + 2r$ മാത്രകൾ

നിങ്ങൾക്ക് അറിയാമോ?

തമിഴ്ജനതയ്ക്ക് എല്ലായിപ്പോഴും ഗണിതഭൂമിശാസ്ത്രത്തിൽ ഒരു പ്രധാനപ്പെട്ട പങ്ക് ഉണ്ട്. ആയിരക്കണക്കിന് വർഷങ്ങളായി കണക്കധികാരം എന്ന തലക്കെട്ടോടുകൂടിയ എങ്ങനെയാണ് വൃത്തത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കണ്ടുപിടിക്കേണ്ടത് എന്നതിന് ഒരു പാട്ടിന്റെ രൂപത്തിൽ രേഖപ്പെടുത്തി വച്ചിട്ടുണ്ട്. ആ പാട്ട് താഴെ കാണുന്നതു പോലെയാണ്.

"വട്ടത്തരൈ കൊണ്ടു വിട്ടത്തരൈ താക്കച്
ചട്ടെനത് തോന്റും കുഴി "

അർത്ഥം:

'വട്ടത്തരൈ' അർത്ഥമാക്കുന്നത് ചുറ്റളവിന്റെ ചക്രപകുതിയെയും **'വിട്ടത്തരൈ'** അർത്ഥമാക്കുന്നത് വ്യാസത്തിന്റെ പകുതിയായ വ്യാസാർദ്ധവും **കുഴി** വിസ്തീർണ്ണത്തേയുമാണ്. ഈ പാട്ടിൽ തമിഴ് ജനതരേഖപ്പെടുത്തുന്നത് ചുറ്റളവിന്റെ പകുതിയോടു വ്യാസത്തിന്റെ പകുതി ഗുണിച്ച്, വൃത്തത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കണക്കാക്കുന്നു.

വൃത്തത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = **വട്ടത്തരൈ** × **വിട്ടത്തരൈ**

$$= \frac{1}{2} \text{ ചുറ്റളവ്} \times \frac{1}{2} \text{ വ്യാസം} = \left(\frac{1}{2} \times 2\pi r\right) \times r$$

∴ വൃത്തത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം, $A = \pi r^2$ ച.മാത്രകൾ

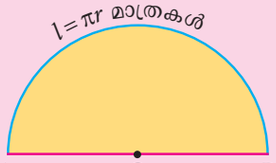
02_8th_Maths_Measurements_Chap 2.indd 55 1/25/2023 5:06:30 PM

കുറിപ്പ്

1. അർദ്ധവൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവ്

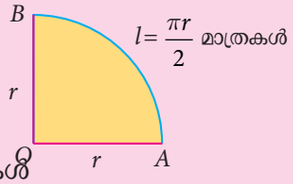
$P = l+2r$ മാത്രകൾ

$= \pi r + 2r = (\pi + 2)r$ മാത്രകൾ



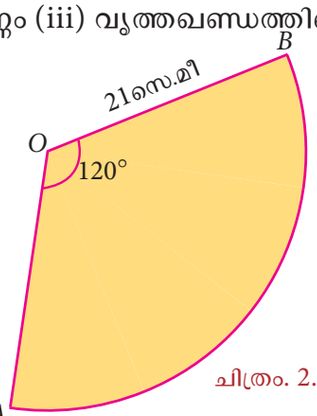
2. വൃത്ത ചതുർത്ഥാംശത്തിന്റെ ചുറ്റളവ്

$$P = l + 2r = \frac{\pi r}{2} + 2r = \left(\frac{\pi}{2} + 2\right) r \text{ മാത്രകൾ}$$



ഉദാഹരണം 2.1

ഒരു വൃത്തഖണ്ഡത്തിന്റെ വ്യാസാർദ്ധം 21 സെ.മീ ഉം അതിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ 120° യും ആണ്.(i)ചാപത്തിന്റെ നീളം (ii) വൃത്തഖണ്ഡത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം (iii) വൃത്തഖണ്ഡത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് എന്നിവ കണക്കാക്കുക. $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$



ചിത്രം. 2.13

നിർദ്ധാരണം:

വ്യാസാർദ്ധം, r = 21 സെ.മീ, കേന്ദ്രകോൺ $\theta = 120^\circ$.

(i) ചാപനീളം, $l = \frac{\theta^\circ}{360^\circ} \times 2\pi r$ മാത്രകൾ

$$= \frac{120^\circ}{360^\circ} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 21$$

$= 44$ സെ.മീ (ഏകദേശം)

(ii) വൃത്തഖണ്ഡത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം, $A = \frac{\theta^\circ}{360^\circ} \times \pi r^2$ ച. മാത്രകൾ

$$= \frac{120^\circ}{360^\circ} \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21$$

$A = 462$ ച. മാത്രകൾ (ഏകദേശം)

മറ്റൊരു രീതി:
വൃത്തഖണ്ഡത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം

$$A = \frac{lr}{2} \text{ ച.സെ.മീ}$$

$$= \frac{44 \times 21}{2} = 462 \text{ സെ.മീ}^2$$

(iii) വൃത്തഖണ്ഡത്തിന്റെ ചുറ്റളവ്, $P = l + 2r$ മാത്രകൾ

$= 44+2\times21$

$= 44+42 = 86$സെ.മീ (ഏകദേശം)

ഉദാഹരണം 2.2

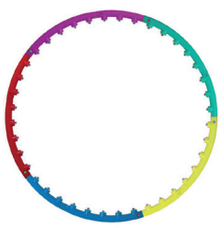
35 സെ.മീ അളവുള്ള ഒരു വൃത്താകാരരൂപത്തിലുള്ള കായികക്കളരി വളയത്തിനെ 5 സമവൃത്തഖണ്ഡങ്ങളായി പിരിച്ച് പലതരത്തിലുള്ള വർണങ്ങൾ പൂശപ്പെട്ടിട്ടുണ്ട്. ഓരോ വൃത്തഖണ്ഡങ്ങളുടെയും നീളം കാണുക?

നിർദ്ധാരണം:

വ്യാസാർദ്ധം, r = 35 സെ.മീ കൂടാതെ $n = 5$.

ഓരോ വൃത്തഖണ്ഡത്തിന്റെയും നീളം, , $l = \frac{1}{n} \times 2\pi r$ സെ.മീ

$$= \frac{1}{5} \times 2 \times \pi \times 35 = 14\pi \text{ സെ.മീ.}$$


ചിത്രം. 2.14

02_8th_Maths_Measurements_Chap 2.indd 56 1/25/2023 5:06:34 PM

ഉദാഹരണം 2.3

7.5 സെ.മീ വ്യാസാർദ്ധമുള്ള ഒരു പമ്പരത്തെ 6 സമവൃത്തഖണ്ഡങ്ങളായി പിരിക്കുന്നു. ഓരോ വൃത്തഖണ്ഡത്തിന്റെയും വിസ്തീർണ്ണം കാണുക?

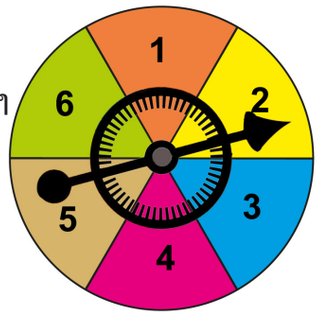
നിർദ്ധാരണം:

വ്യാസാർദ്ധം,, $r = 7.5$ സെ.മീ കൂടാതെ $n = 6$.

ഓരോ വൃത്തഖണ്ഡത്തിന്റെയും വിസ്തീർണ്ണം, $A = \frac{1}{n} \times \pi r^2$ ച.സെ.മീ

$$= \frac{1}{6} \times \pi \times 7.5 \times 7.5$$

$$= 9.375\pi \text{ ച.സെ.മീ}$$



ചിത്രം. 2.15

ഉദാഹരണം 2.4

70 സെ.മീ വ്യാസാർദ്ധമുള്ള വൃത്താകൃതിയിലുള്ള ഒരു ഊണുമേശ കമലേഷിനുണ്ടായിരുന്നു. അതുപോലെ 140 സെ.മീ വ്യാസാർദ്ധമുള്ള വൃത്തചതുർത്ഥാംശാകൃതിയിലുള്ള ഊണുമേശ തരുണിനും ഉണ്ടായിരുന്നു. അതിൽ ആരുടെ ഊണു മേശയ്ക്കാണ് വിസ്തീർണ്ണം കൂടുതലായുള്ളത്?


ചിത്രം. 2.16

നിർദ്ധാരണം:

കമലേഷിന്റെ ഊണു മേശയുടെ വിസ്തീർണ്ണം $= \pi r^2$ ച.മാത്ര

$$= \frac{22}{7} \times 70 \times 70$$

$A = 15400$ ച.സെ.മീ (ഏകദേശം.)

വൃത്തചതുർത്ഥാംശ ആകൃതിയിലുള്ള തരുണിന്റെ ഊണുമേശയുടെ വിസ്തീർണ്ണം

$$= \frac{1}{4}\pi r^2 = \frac{1}{4} \times \frac{22}{7} \times 140 \times 140$$

$A = 15400$ ച.സെ.മീ (ഏകദേശം.)

ഇതിൽ നിന്നും നാം മനസിലാക്കുന്നത് ഊണുമേശകൾ രണ്ടിനും ഒരേ വിസ്തീർണ്ണമാകുന്നു.


ചിത്രം. 2.17

ചിന്തിക്കു



വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസാർദ്ധം ഇരട്ടിക്കുമ്പോൾ ഉണ്ടാകുന്ന പുതിയ രൂപത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം എന്താണ്?

ഉദാഹരണം 2.5

7 സെ.മീ വ്യാസമുള്ള സമാനമായ 4 നാണയങ്ങൾ ഒന്നിനൊന്ന് ചേർത്ത് ചിത്രം 2.18 ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നു. എങ്കിൽ നാണയങ്ങൾക്കിടയിലുള്ള നിഴലിട്ട ഭാഗത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക? $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$


ചിത്രം. 2.18

02_8th_Maths_Measurements_Chap 2.indd 57 1/25/2023 5:06:35 PM

നിർദ്ധാരണം:

വ്യാസം, $d = 7$ സെ.മീ, $\therefore \quad r = \frac{7}{2}$ സെ.മീ.

നിഴലിട്ട ഭാഗത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = സമചതുരത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം – 4 × ചതുർത്ഥാംശത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം

$$= a^2 - 4 \times \frac{1}{4}\pi r^2$$

$$= (7 \times 7) - \left(4 \times \frac{1}{4} \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2}\right)$$

$= 49 - 38.5 = 10.5$ ച.മാത്ര. (ഏകദേശം)

അഭ്യാസം2.1

1. **പൂരിപ്പിക്കുക**

   (i) ഏതൊരു വൃത്തത്തിന്റെ പ്രതല വിസ്തീർണ്ണത്തിനും വ്യാസത്തിനും തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം _____.

   (ii) ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ പരിധിയിൽ ഉള്ള രണ്ടു ബിന്ദുക്കളെ യോജിപ്പിക്കുമ്പോൾ കിട്ടുന്ന രേഖാബണ്ഡം _____.

   (iii) ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ ഏറ്റവും നീളം കൂടിയ ഞാൺ _____.

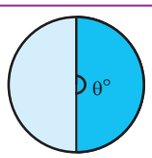
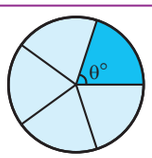
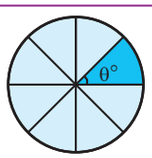
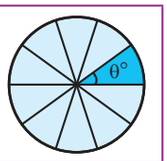
   (iv) 24 സെ.മീ വ്യാസമുള്ള വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസാർദ്ധം _____.

   (v) ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ പരിധിയുടെ ഒരു ഭാഗത്തെ _____ എന്നു പറയുന്നു.

2. **യോജിപ്പിക്കുക:**

(i) വൃത്തത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം	-(a)	$\frac{1}{4}\pi r^2$
(ii) വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവ്	-(b)	$(\pi + 2)r$
(iii) വൃത്തഖണ്ഡത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം	-(c)	πr^2
(iv) അർദ്ധവൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവ്	-(d)	$2\pi r$
(v) വൃത്തചതുർത്ഥാംശത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം	-(e)	$\frac{\theta^\circ}{360^\circ} \times \pi r^2$

3. നിഴലിട്ടിട്ടുള്ള വൃത്തഖണ്ഡങ്ങളുടെ കേന്ദ്രകോൺ കാണുക? (ഓരോ വൃത്തത്തേയും സമവൃത്തഖണ്ഡങ്ങളായി പിരിച്ചിരിക്കുന്നു).

വൃത്തഖണ്ഡങ്ങൾ				
ഓരോ വൃത്തഖണ്ഡത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ (θ°)				

4. തന്നിട്ടുള്ള അളവുകൾ ഉപയോഗിച്ച് വൃത്തഖണ്ഡത്തിന്റെ ചാപനീളം, വിസ്തീർണ്ണം, ചുറ്റളവ്, എന്നിവ കാണുക?(π=3.14)

   (i) കേന്ദ്രകോൺ 45° , r = 16 സെ.മീ (ii) കേന്ദ്രകോൺ 120°, d =12.6 സെ.മീ

5. താഴെതന്ന അളവുകൾ ഉപയോഗിച്ച് വൃത്തഖണ്ഡങ്ങളുടെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക.

   (i) ചാപനീളം = 48 മീ, r = 10 മീ (ii) ചാപനീളം = 50 സെ.മീ , r = 13.5 സെ.മീ

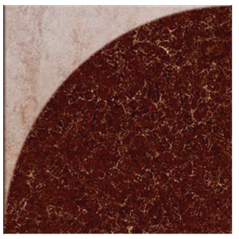
02_8th_Maths_Measurements_Chap 2.indd 58 1/25/2023 5:06:36 PM

6. താഴെതന്നിട്ടുള്ള വൃത്തഖണ്ഡങ്ങളുടെ കേന്ദ്രകോൺ കാണുക. $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

(i) വിസ്തീർണ്ണം = 462 സെ.മീ^{2}, r = 21 സെ.മീ (ii) ചാപനീളം = 44 മീ, r = 35 മീ

7. 120 മീ വ്യാസമുള്ള ഒരു വൃത്തത്തെ തുല്യ അളവുകളുള്ള 8 വൃത്തഖണ്ഡങ്ങളായി പിരിച്ചിരിക്കുന്നു. അവ ഓരോന്നിന്റെയും ചാപനീളം കാണുക?

8. 70 സെ.മീ വ്യാസാർദ്ധമുള്ള ഒരു വൃത്തത്തെ തുല്യ അളവുകളുള്ള 5 വൃത്തഖണ്ഡങ്ങളായി വിഭജിച്ചിരിക്കുന്നു. ഓരോന്നിന്റെയും വിസ്തീർണ്ണം കാണുക?



9. 30 സെ.മീ വശമുള്ള സമചതുരാകൃതിയിലുള്ള റ്റൈൽസ് ഉപയോഗിച്ച് തറയിടുവാൻ ദാമു തീരുമാനിച്ചു. ആ റ്റൈൽസിന് ചിത്രത്തിൽ കാണിച്ചതു പോലെ സമചതുരത്തിനുമേൽ വൃത്തഖണ്ഡത്തിന്റെ ആകൃതിയാണുള്ളത്. എങ്കിൽ വൃത്തഖണ്ഡത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക. ($\pi = 3.14$)..

10. ഒരു വൃത്തത്തെ തുല്യ അളവുകളുള്ള 8 വൃത്തഖണ്ഡ ആകൃതിയുള്ള ഗ്രാനൈറ്റ് കല്ലുകൾ പതിപ്പിച്ച രൂപമാണ് ചിത്രത്തിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നത് ഓരോ വൃത്തഖണ്ഡത്തിന്റെയും വ്യാസാർദ്ധം 56 സെ.മീ ഉം കേന്ദ്രകോൺ 45° യും ആകുന്നു. എങ്കിൽ ഓരോ ഗ്രാനൈറ്റ് കല്ലുകളുടെയും വിസ്തീർണ്ണം കാണുക $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$



2.3 മിശ്ര രൂപങ്ങൾ

നമ്മുടെ ദൈനം ദിനം ജീവിതത്തിൽ ധാരാളം വസ്തുക്കളുടെ രൂപങ്ങൾ നാം ഉപ യോഗിക്കാറുണ്ടല്ലോ? അവ വൃത്തം, ത്രികോണം, സമചതുരം, ദീർഘചതുരം, ലംബകം അങ്ങനെ യല്ലേ? അവയെ നാം ഉപയോഗിക്കുന്നത് തനിതനിയായോ, അതേസമയം രണ്ട്, അല്ലെങ്കിൽ മൂന്ന്, അല്ലെങ്കിൽ അതിൽ കൂടുതൽ രൂപങ്ങൾ കൂട്ടിച്ചേർത്ത രൂപത്തിലോ ആയിരിക്കും. ഉദാഹരണമായി,

			
കണ്ണാടി ജാലകം	മോഡൽ ഹൗസ്	സ്വീകരണകത്ത്	ലോക്കർ

മുകളിൽ കൊടുത്തിട്ടുള്ള ചിത്രങ്ങളിൽ നിന്നും നിങ്ങൾ എന്തു മനസ്സിലാക്കുന്നു?

ഇവയിൽ കണ്ണാടിജാലകം ദീർഘചതുരത്തിനു മുകളിൽ അർദ്ധവൃത്തം ഘടിപ്പിച്ച പോ ലെയാണ് അതു പോലെ മോഡൽഹൗസിന്റെ മുൻഭാഗം സമചതുരത്തിനു മുകളിൽ ത്രികോണം ഘടിപ്പിച്ചപോലെയാണ് രൂപീകരിച്ചിരിക്കുന്നത്.

സ്വീകരണകത്ത്, ലോക്കർ എന്നിവ തയ്യാറാക്കുവാൻ ഉപയോഗിച്ച ആകൃതികളുടെ ലിസ്റ്റ് തയ്യാറാക്കുക.

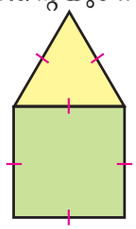
അതായത്, ഒരേ അളവുകളുള്ള രണ്ടോ അല്ലെങ്കിൽ അതിൽ കൂടുതൽ സമതലരൂപങ്ങളുടെ വശങ്ങളെ ഒന്നു ചേർത്താൽ, കിട്ടുന്ന പുതിയ രൂപത്തെ മിശ്രരൂപങ്ങൾ എന്നു പറയുന്നു.

02_8th_Maths_Measurements_Chap 2.indd 59 1/25/2023 5:06:37 PM

2.3.1 മിശ്രരൂപങ്ങളുടെ ചുറ്റളവ്

മിശ്രരൂപങ്ങളുടെ ചുറ്റളവ് എന്നത് അതിന്റെ അടഞ്ഞ അതിർത്തിയുടെ നീളങ്ങളുടെ തുകയാണ്.

ഉദാഹരണമായി, ചിത്രം. 2.19 നെ ശ്രദ്ധിക്കുക a മാത്ര അളവുള്ള സമചതുരത്തിന്റെയും a മാത്ര അളവുള്ള സമഭുജ ത്രികോണത്തിന്റെയും കൂട്ടിച്ചേർത്തരൂപമാണ്.

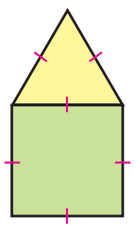


ചിത്രം. 2.19

അതായത് ഒരു ചതുരത്തിന് 4 വശങ്ങളും, ഒരു സമഭുജത്രികോണത്തിന് 3 വശങ്ങളുമാണ്. ഇവയെ കൂട്ടിച്ചേർക്കുമ്പോൾ നമുക്ക് 5 വശങ്ങളുടെയും അതിർത്ഥികളുടെ തുകയാണ് കിട്ടുന്നത്, 7 വശങ്ങളുടെ തുകയല്ല. അങ്ങനെയല്ലേ? അതുകൊണ്ട് മിശ്രരൂപത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം $5a$ മാത്രയാണ്.

2.3.2 മിശ്രരൂപത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം

മിശ്രരൂപത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുന്നതിന്, മിശ്രരൂപത്തെ ലഘുരൂപമായി പിരിക്കുക. അവയുടെ വിസ്തീർണ്ണം തനിത്തനിയെ കണ്ടുപിടിച്ച് അവയെ കൂട്ടുക എന്നതാണ്. അതായത് മിശ്രരൂപങ്ങളുടെ വിസ്തീർണ്ണം എന്നത് ലഘുരൂപങ്ങളുടെ വിസ്തിർണ്ണത്തിന്റെ തുകയാണ്.

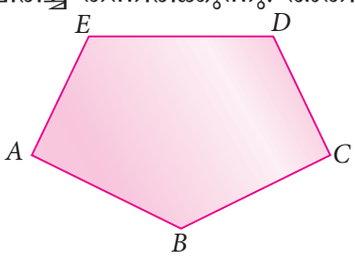


ചിത്രം. 2.20

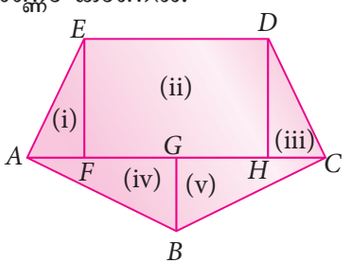
ചിത്രം.2.20, ന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുവാൻ ചതുരത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണവും സമഭുജത്രികോണത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണവും തനിത്തനിയെ കണ്ടുപിടിച്ച് അവ രണ്ടും ചേർത്ത് കൂട്ടുക.

നാം ദൈനംദിന ജീവിതത്തിൽ കണ്ടുവരുന്ന അനേകം മിശ്രരൂപങ്ങളും ക്രമരഹിതമായ ബഹുഭുജമാണ് അവയുടെ വിസ്തീർണ്ണം കണ്ടുപിടിക്കുന്നതിന് നാം അവയുടെ ലഘുരൂപങ്ങൾ കണ്ടുപിടിച്ച് അവയുടെ വിസ്തീർണ്ണം തനിത്തനിയെ കണ്ട് രണ്ടും ചേർത്ത് കൂട്ടണം.

ഉദാഹരണമായി, ക്രമരഹിതമായ ബഹുഭുജ ആകൃതിയിലുള്ള ഒരു വയലിനെ ലഘുരൂപാകൃതിയിൽ പിരിച്ച് തന്നിരിക്കുന്നു. അതിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കാണൽ.



ചിത്രം. 2.21



ചിത്രം. 2.22

നിങ്ങൾക്കറിയാമോ?

മൂന്നോ അതിലധികമോ വശങ്ങളോടു കൂടിയ അടഞ്ഞ രൂപത്തെ ബഹുഭുജം എന്നു പറയുന്നു. വശങ്ങളെ അടിസ്ഥാനമാക്കി കുറെ ബഹുഭുജങ്ങളെ താഴെ ക്രമീകരിച്ചിരിക്കുന്നു.

വശങ്ങളുടെ എണ്ണം	3	4	5	6	7	8	9	10
ബഹുഭുജത്തിന്റെ പേര്	ത്രികോണം	ചതുർഭുജം	പഞ്ചഭുജം	ഷഡ്ഭുജം	സപ്തഭുജം	അഷ്ടഭുജം	നവഭുജം	ദശഭുജം

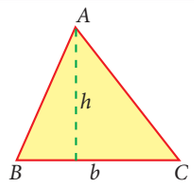
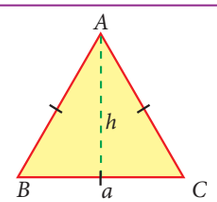
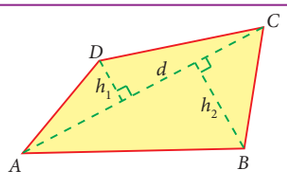
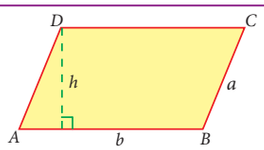
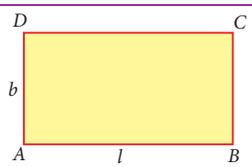
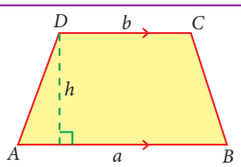
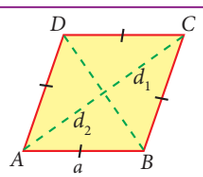
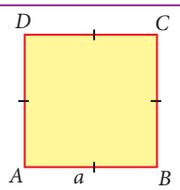
എല്ലാ വശങ്ങളും എല്ലാ കോണുകളും തുല്യമായുള്ള ബഹുഭുജത്തെ ക്രമബഹുഭുജം എന്നു പറയുന്നു. **ഉദാഹരണം :** സമഭുജത്രികോണം, സമചതുരം മുതലായവ, ബാക്കിയുള്ള ബഹുഭുജങ്ങളെ ക്രമരഹിത ബഹുഭുജം എന്നു പറയുന്നു. **ഉദാഹരണം :** വിഷമഭുജത്രികോണം, ദീർഘചതുരം മുതലായവ.

02_8th_Maths_Measurements_Chap 2.indd 60 1/25/2023 5:06:37 PM

ചിന്തിക്കുക

ഒരു ബഹുഭുജത്തിന്റെ എല്ലാവശങ്ങളും തുല്യമാണെങ്കിൽ അതിനെ ക്രമബഹുഭുജം എന്നു പറയുന്നു

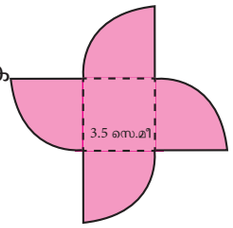
നിങ്ങൾ കഴിഞ്ഞ ക്ലാസ്സിൽ പഠിച്ച അടഞ്ഞ രൂപങ്ങളുടെ വിസ്തീർണ്ണം, ചുറ്റളവ് എന്നിവയുടെ സൂത്രങ്ങൾ താഴെതന്നിരിക്കുന്നു. ആ സൂത്രങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് മിശ്രരൂപങ്ങളുടെ വിസ്തീർണ്ണവും, ചുറ്റളവും കണ്ടുപിടിക്കുക.

ക്ര. നമ്പർ	രൂപം	പേര്	വിസ്തീർണ്ണം (ച.മാത്രകൾ)	ചുറ്റളവ് (മാത്രകൾ)
1		ത്രികോണം	$\frac{1}{2}\times b\times h$	മൂന്നുവശങ്ങളുടെയും തുക
2		സമഭുജ ത്രികോണം	$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2\left(h=\frac{\sqrt{3}}{2}a\right)$	$3a$
3		ചതുർഭുജം	$\frac{1}{2}\times d\times(h_1+h_2)$	4 വശങ്ങളുടെയും തുക
4		സാമാന്തരികം	$b\times h$	$2(a+b)$
5		ദീർഘചതുരം	$l\times b$	$2(l+b)$
6		ലംബകം	$\frac{1}{2}\times h\times(a+b)$	4 വശങ്ങളുടെയും തുക
7		സമഭുജ സാമാന്തരികം	$\frac{1}{2}\times d_1\times d_2$	4a
8		സമചതുരം	a^2	4a

02_8th_Maths_Measurements_Chap 2.indd 61 1/25/2023 5:06:40 PM

ഉദാഹരണം 2.6

തന്നിട്ടുള്ള ചിത്രത്തിന്റെ ചുറ്റളവും, വിസ്തീർണ്ണവും കാണുക. ചിത്രം.2.23. $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$



ചിത്രം. 2.23

നിർദ്ധാരണം:

വൃത്തചതുർത്ഥാംശത്തിന്റെ വ്യാസാർദ്ധം, $r = 3.5$ സെ.മീ
സമചതുരത്തിന്റെവശം, $a = 3.5$ സെ.മീ.

നാലുവൃത്തചതുർത്ഥാംശങ്ങളെ ഒരു സമചതുരത്തിന്റെ ഓരോ വശത്തായി ഘടിപ്പിച്ച രൂപത്തിലാണ് തന്നിട്ടുള്ള ചിത്രത്തെ രൂപീകരിച്ചിരിക്കുന്നത്. ചിത്രത്തിന്റെ അതിർത്ഥികൾക്ക് നാലു ചാപങ്ങളും, നാലു വ്യാസാർദ്ധങ്ങളുമാണുള്ളത്.

(i) തന്നിട്ടുള്ള മിശ്രരൂപത്തിന്റെ ചുറ്റളവ്

$= (4 \times$ വൃത്തചതുർത്ഥാംശത്തിന്റെചാപനീളം$) + (4 \times$ വ്യാസാർദ്ധം$)$

$$= \left(4 \times \frac{1}{4} \times 2\pi r\right) + 4r$$

$$= \left(4 \times \frac{1}{4} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 3.5\right) + (4 \times 3.5)$$

$= 22 + 14 = 36$ സെ.മീ (ഏകദേശമായി)

(ii) മിശ്രരൂപത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം

= സമചതുരത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം + $4 \times$ വൃത്തചതുർത്ഥാംശങ്ങളുടെ വിസ്തീർണ്ണം

$$= a^2 + \left(4 \times \frac{1}{4}\pi r^2\right)$$

$$= (3.5 \times 3.5) + \left(\frac{22}{7} \times 3.5 \times 3.5\right)$$

$A = 12.25 + 38.5 = 50.75$ സെ.മീ^{2} (ഏകദേശമായി)

ഉദാഹരണം 2.7

5 സെ.മീ വശമുള്ള ഒരു സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശത്ത് സമഭുജത്രികോണവും മറ്റേവശത്ത് അർദ്ധവൃത്തവും ഘടിപ്പിച്ച രൂപത്തിലാണ് ഒരു കീ ചെയിനിന്റെ ആകൃതി ആണ്. ചിത്രം.2.30 ൽ തന്നിട്ടുള്ളത് അതിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക. $\left(\pi = 3.14, \sqrt{3} = 1.732\right)$



ചിത്രം. 2.24

നിർദ്ധാരണം:

സമചതുരത്തിന്റെ വശം = 5 സെ.മീ

അർദ്ധവൃത്തത്തിന്റെവ്യാസം = 5 സെ.മീ ∴ വ്യാസാർദ്ധം = 2.5 സെ.മീ

സമഭുജത്രികോണത്തിന്റെ വശം = 5 സെ.മീ

∴ കീ ചെയിനിന്റെ വിസ്തിർണ്ണം = അർദ്ധവൃത്തത്തിന്റെവിസ്തീർണ്ണം + സമചതുരത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം + സമഭുജത്രികോണത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം

$$= \frac{1}{2}\pi r^2 + a^2 + \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$$

$$= \left(\frac{1}{2} \times 3.14 \times 2.5 \times 2.5\right) + (5 \times 5) + \left(\frac{\sqrt{3}}{4} \times 5 \times 5\right)$$

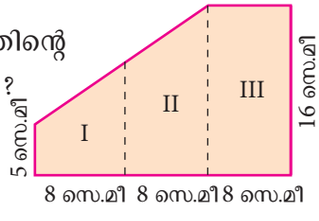
$$= 9.81 + 25 + 10.83$$

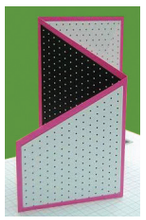
$= 45.64$ സെ.മീ^{2} (ഏകദേശമായി)

02_8th_Maths_Measurements_Chap 2.indd 62 1/25/2023 5:06:42 PM

ഉദാഹരണം 2.8

ചിത്രം.2.25. ൽ മൂന്നുമടക്കുള്ള ഒരു ക്ഷണകത്തിന്റെ അളവുകൾ തന്നിട്ടുണ്ട് അതിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക ?





ചിത്രം. 2.25

നിർദ്ധാരണം:

ചിത്രം I, II ഉം പ്രത്യേകമായും ഒപ്പമായും സംയോജിപ്പിച്ചിരിക്കുന്ന ലംബകത്തെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു.

സംയോജിപ്പിച്ച ലംബകത്തിന്റെ സമാന്തരവശങ്ങൾ ചിത്രം (I, II) യഥാക്രമം 5 സെ.മീ ഉം 16 സെ.മീ ഉം ആകുന്നു, ഉയരം, $h = 8 + 8 = 16$ സെ.മീ, ദീർഘചതുരത്തിന്റെ നീളം (III) = 16 സെ.മീ, ദീർഘചതുരത്തിന്റെ വീതി = 8സെ.മീ.

∴ സംയോജിപ്പിച്ച ക്ഷണക്കത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം

= സംയോജിപ്പിച്ച ലംബകങ്ങളുടെ വിസ്തീർണ്ണം + ദീർഘ ചതുരത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം

$$= \frac{1}{2} \times h \times (a + b) + l \times b$$

$$= \frac{1}{2} \times 16 \times (5 + 16) + 16 \times 8$$

$$= 168 + 128 = 296 \ \text{സെ.മീ}^2$$

മറ്റൊരു വഴി:

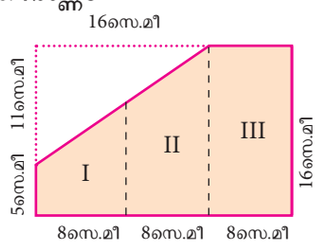
ക്ഷണക്കത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം

= ദീർഘ ചതുരത്തിന്റെ ബാഹ്യ വിസ്തീർണ്ണം – സമകോണ ത്രികോണത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം

$$= l \times b - \frac{1}{2} \times b \times h$$

$$= 24 \times 16 - \frac{1}{2} \times 11 \times 16$$

$$= 384 - 88 = 296 \ \text{സെ.മീ}^2$$



ചിത്രം. 2.26

ഉദാഹരണം 2.9

ചിത്രത്തിൽ കാണിച്ചിട്ടുള്ളതുപോലെ അടുക്കളയിൽ ഇടാൻ ഉപയോഗിക്കുന്ന ഒരു തറവിരിപ്പ് വാങ്ങാൻ സീനു തീരുമാനിച്ചു. തറവിരിപ്പിന്റെ വില ഒരു ചതുരശ്ര അടിയ്ക്ക് ₹ 20 ആണ്. എങ്കിൽ തറവിരിപ്പിന്റെ ആകെ വില എന്ത്?



ചിത്രം. 2.27

നിർദ്ധാരണം:

തറ വിരിപ്പിനെ ചിത്രത്തിൽ കാണിച്ചിട്ടുള്ളതുപോലെ രണ്ട് ദീർഘചതുരങ്ങളായി വിഭജിച്ചിരിക്കുന്നു.

02_8th_Maths_Measurements_Chap 2.indd 63 1/25/2023 5:06:44 PM

∴ തറവിരിപ്പിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം

= ദീർഘചതുരം I ന്റെ വിസ്തീർണ്ണം

+ ദീർഘ ചതുരം II ന്റെ വിസ്തീർണ്ണം

$= l_1 \times b_1 + l_2 \times b_2$

$= 5 \times 2 + 9 \times 2 = 10 + 18 = 28$ ച. അടി



ചിത്രം. 2.28

ഒരു ചതുരശ്ര അടിയ്ക്കാവുന്ന വില = ₹ 20

∴ തറവിരിപ്പിന്റെ ആകെ വില = 28 × ₹ 20 = ₹ 560.

ശ്രമിച്ച് നോക്കുക

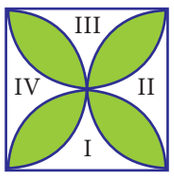
മുകളിൽ പറഞ്ഞിട്ടുള്ള ഉദാഹരണത്തിൽ തന്നിട്ടുള്ള തറവിരിപ്പിനെ രണ്ടു ലംബ കങ്ങളായി വിഭജിച്ച് ഉത്തരം ശരി നോക്കുക.

ഉദാഹരണം 2.10

ചിത്രം 2.29 ൽ10 സെ.മീ വശമുള്ള ഒരു സമചതുരത്തിൽ നിഴലിട്ട ഭാഗത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക. $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

നിർദ്ധാരണം:

തന്നിട്ടുള്ള ചിത്രത്തിൽ നിഴലിടാത്ത ഭാഗത്തെ I, II, III, IV എന്ന് അടയാളപ്പെടുത്തുക



ചിത്രം. 2.29

I, III എന്നീ ഭാഗങ്ങളുടെ വിസ്തീർണ്ണം = സമചതുരത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം

– 2 അർദ്ധവൃത്തങ്ങളുടെ വിസ്തീർണ്ണം

$= a^2 - \left(2 \times \frac{1}{2} \pi r^2\right)$

$= 10 \times 10 - \frac{22}{7} \times 5 \times 5$ = 100 – 78.57 = 21.43 സെ.മീ^{2}.

ഇതുപോലെ, II, IV എന്നീ ഭാഗങ്ങളുടെ വിസ്തീർണ്ണം = 21.43 സെ.മീ^{2}.

∴ നിഴലിടാത്ത ഭാഗത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം (I, II, III, IV)

= 21.43 ×2 = 42.86 സെ.മീ^{2} (ഏകദേശമായി.)

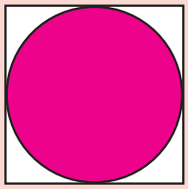
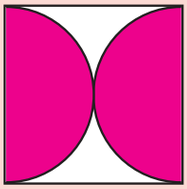
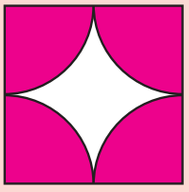
∴ നിഴലിട്ടഭാഗത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = സമചതുരത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം

– നിഴലിടാത്ത ഭാഗത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം

= 100 – 42.86 = 57.14 സെ.മീ^{2} (ഏകദേശമായി.)

നിങ്ങൾക്ക് അറിയാമോ?

1. താഴെ തന്നിട്ടുള്ള ഓരോ ചിത്രത്തിലും a മാത്ര വശമുള്ള സമചതുരത്തിൽ നിഴലിടാത്ത ഭാഗത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം എല്ലാ രീതിയിലും തുല്യമാണെന്ന് തെളിയിക്കുക.

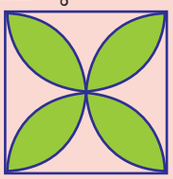




02_8th_Maths_Measurements_Chap 2.indd 64 1/25/2023 5:06:45 PM

2. ഒരു സമചതുരത്തിൽ നിന്നും വെട്ടി എടുക്കാവുന്ന ഏറ്റവും വലിയ വൃത്തത്തിന്റെ വശം 'a' മാത്രയാണ്, എങ്കിൽ സമചതുരത്തിന്റെ ബാക്കിയുള്ള ഭാഗത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം $\frac{3}{14}a^2$ ച.മാത്രയാണ്. $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

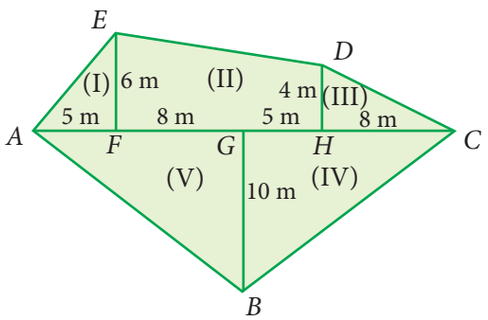
3. 'a' മാത്രയുള്ള ഒരു സമചതുരത്തിൽ നിന്നും വെട്ടി എടുക്കാവുന്ന ഏറ്റവും വലിയ വൃത്തത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = $\frac{11}{14}a^2$ ച.മാത്ര (ഏകദേശമായി)

4. തന്നിട്ടുള്ള ചിത്രത്തിൽ $\pi = \frac{22}{7}$, എന്ന മൂല്യം ഉപയോഗിച്ച് a മാത്ര വശമുള്ള സമചതുരത്തിൽ നിഴലിടാത്ത ഭാഗത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം ഏകദേശമായി $\frac{3}{7}a^2$ ച.മാത്രയും നിഴലിട്ട ഭാഗത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം ഏകദേശമായി $\frac{4}{7}a^2$ ച.മാത്രയുമാണ്.



ഉദാഹരണം 2.11

ചിത്രത്തിൽ (ചിത്രം. 2.30) കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ക്രമരഹിത ബഹു ഭുജത്തിന്റെ ആകൃതിയിലുള്ള വയലിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക.



ചിത്രം. 2.30

നിർദ്ധാരണം:

ചിത്രത്തിൽ തന്നിരിക്കുന്ന വയലിൽ നാല് ത്രികോണങ്ങളും (I, III, IV & V) ഒരു ലംബകവും (II) ആണുള്ളത്.

ത്രികോണത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം (I) $= \frac{1}{2} \times b \times h = \frac{1}{2} \times 5 \times 6 = 15$ മീ^{2}

ലംബകത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം (II) $= \frac{1}{2} h(a+b) = \frac{1}{2} \times 13 \times (6+4) = 65$ മീ^{2}

ത്രികോണത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം (III) $= \frac{1}{2} \times b \times h = \frac{1}{2} \times 8 \times 4 = \frac{32}{2} = 16$ മീ^{2}

ത്രികോണത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം (IV) $= \frac{1}{2} \times b \times h = \frac{1}{2} \times 13 \times 10 = 65$ മീ^{2}

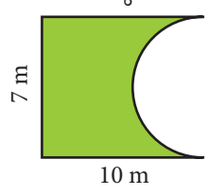
ത്രികോണത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം (V) $= \frac{1}{2} \times b \times h = \frac{1}{2} \times 13 \times 10 = 65$ മീ^{2}

$\therefore$ വയലിന്റെ ആകെ വിസ്തീർണ്ണം $= 15 + 65 + 16 + 65 + 65 = 226$ മീ^{2}

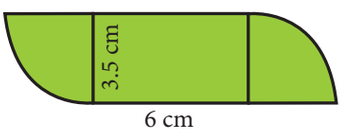
അഭ്യാസം 2.2

1. താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന മിശ്രരൂപങ്ങളുടെ ചുറ്റളവും വിസ്തീർണ്ണവും കാണുക. $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

(i)



(ii)



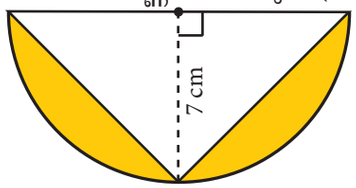
02_8th_Maths_Measurements_Chap 2.indd 65 1/25/2023 5:06:49 PM

2. ചിത്രത്തിൽ നിഴലിട്ട ഭാഗത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക.($\pi = 3.14$)

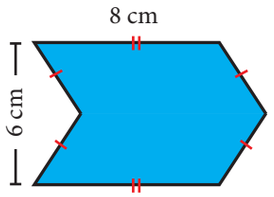
(i)



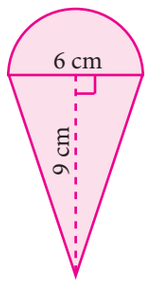
(ii)



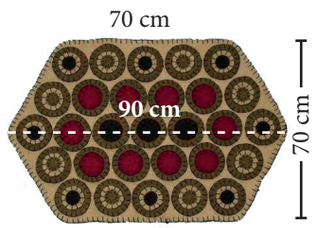
3. ചിത്രത്തിൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന രണ്ട് സാമാന്തരീകങ്ങൾ ചേർത്തു ലഭിച്ച മിശ്രരൂപത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക.



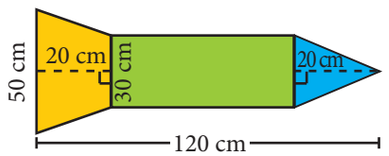
4. 6 സെ.മീ വ്യാസമുള്ള ഒരു അർദ്ധവൃത്തവും പാദം 6 സെ.മീ ഉയരം 9 സെ.മീ ഉള്ള ഒരു ത്രികോണവും ചേർത്തുണ്ടാക്കിയ മിശ്രരൂപത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക. ($\pi = 3.14$)



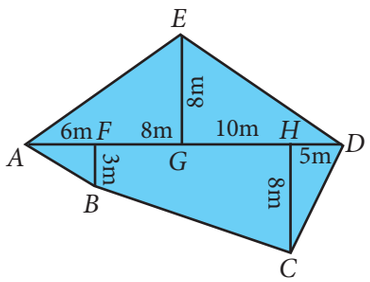
5. ഷഡ്ഭുജാകൃതിയിലുള്ള വാതിൽചവിട്ടിയുടെ അളവുകൾ ചിത്രത്തിൽകൊടുത്തിരിക്കുന്നു. വിസ്തീർണ്ണം കാണുക.



6. ഒരു റോക്കറ്റ് മോഡലിന്റെ അളവുകൾ ചിത്രത്തിൽ തന്നിരിക്കുന്നു. അതിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക



7. ക്രമരഹിത ബഹുഭുജാകൃതിയിലുള്ള വയലിന്റെ അളവുകൾ താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. അവയുടെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക.



2.4 3-D രൂപങ്ങൾ (ത്രിമാന രൂപങ്ങൾ)

ഒരു ₹ 2 നാണയം, ₹ 10 നോട്ട് സമചതുരാകൃതിയിലുള്ള ബിസ്ക്കറ്റ് എന്നിവയുടെ രൂപം ഒരു പേപ്പറിൽ അടയാളപ്പെടുത്തുക.



ചിത്രം. 2.31

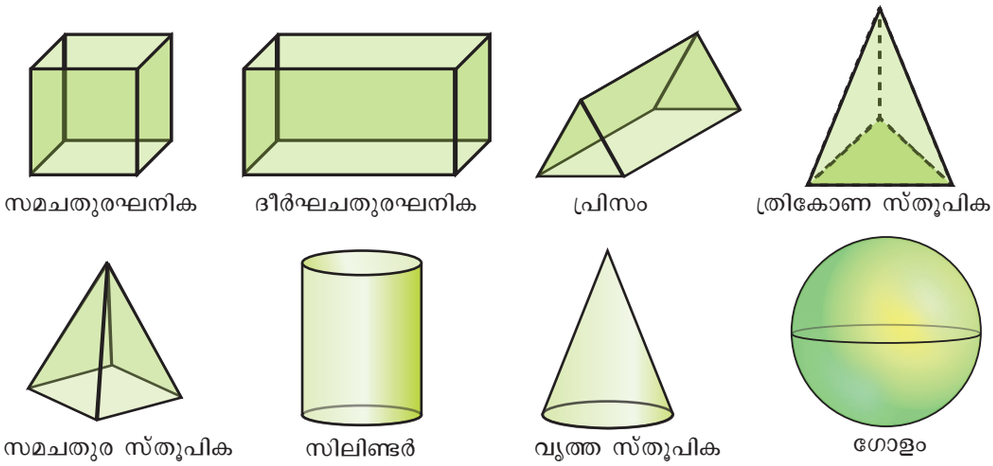
02_8th_Maths_Measurements_Chap 2.indd 66 1/25/2023 5:06:50 PM

നിങ്ങൾക്ക് ലഭിച്ച രൂപങ്ങൾ ഏതെല്ലാം? ഒരു വൃത്തം, ഒരു ദീർഘചതുരം, ഒരു സമചതുരം ഇവയെല്ലാം സമതല രൂപങ്ങളാണ്. അവയ്ക്ക് നീളം, വീതി എന്ന രണ്ട് അളവുകളാണുള്ളത് ഇപ്പോൾ കുറെ 2 രൂപ നാണയങ്ങൾ, കുറെ 10 രൂപാ നോട്ടുകൾ, കുറെ സമചതുരാകൃതിയിലുള്ള ബിസ്ക്കറ്റുകൾ എടുത്ത് ഒന്നിനു മുകളിൽ ഒന്നായി ചിത്രത്തിൽ കാണുന്നതു പോലെ അടുക്കി വയ്ക്കുക.



ചിത്രം. 2.32

ഇപ്പോൾ കിട്ടിയ രൂപങ്ങൾ ഏതെല്ലാം ? ഒരു സിലിണ്ടർ, ഒരു ദീർഘചതുരഘനിക ഒരു സമചതുര ഘനിക ഈ രൂപങ്ങൾ തലത്തിൽ മാത്രം ഉൾകൊള്ളുന്നവയല്ലേ, അവയ്ക്കരികിൽ കുറച്ച് സ്ഥലം ആവശ്യമാണ് അതായത്, അവയ്ക്ക് നീളം,വീതി കൂടാതെ ഉയരം എന്ന മൂന്നാമതൊരു അളവു കൂടിയുണ്ട്. അങ്ങനെ, നീളം, വീതി, ഉയരം (ആഴം) എന്നീ മൂന്നളവുകളുള്ള രൂപങ്ങളെ ത്രിമാന രൂപങ്ങൾ എന്നു വിളിക്കുന്നു. ചുരുക്കത്തിൽ **3-D** രൂപങ്ങൾ എന്ന് വിളിക്കുന്നു. 3-D രൂപങ്ങൾക്ക് ചില ഉദാഹരണങ്ങൾ

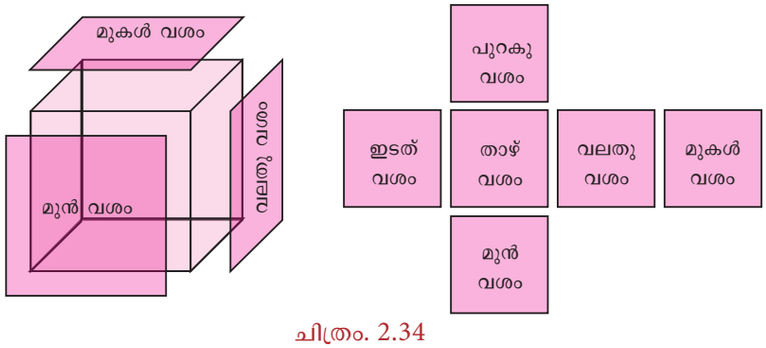


ചിത്രം. 2.33

2.4.1 മുഖങ്ങൾ, വശങ്ങൾ, ശീർഷങ്ങൾ

താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന രൂപം ശ്രദ്ധിക്കുക. അതിന്റെ പേര് എന്താണ്? സമചതുരഘനിക 6 സമചതുരങ്ങൾ കൂട്ടിചേർത്താൽ ഒരു സമചതുരഘനിക ലഭിക്കും ഈ 6 സമചതുരങ്ങളും സമചതുരഘനികയുടെ മുഖങ്ങൾ എന്ന് അറിയപ്പെടുന്നു.

രണ്ടു മുഖങ്ങളെ യോജിപ്പിക്കുന്ന രേഖാഖണ്ഡം വശങ്ങൾ എന്ന് അറിയപ്പെടുന്നു. മൂന്ന് വശങ്ങൾ ചേരുന്ന ബിന്ദു ശീർഷം എന്നറിയപ്പെടുന്നു. അതായത്, ഒരു സമചതുരഘനികയ്ക്ക് 6 മുഖങ്ങൾ, 12 വശങ്ങൾ കൂടാതെ 8 ശീർഷകങ്ങളും ഉണ്ടായിരിക്കും.

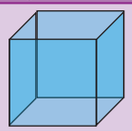
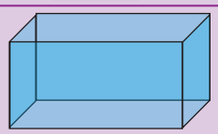
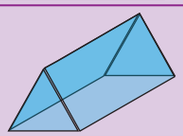
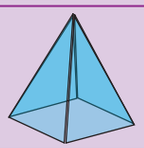
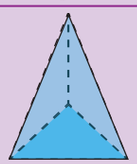


ചിത്രം. 2.34

02_8th_Maths_Measurements_Chap 2.indd 67 1/25/2023 5:06:50 PM

ശ്രമിച്ച് നോക്കുക

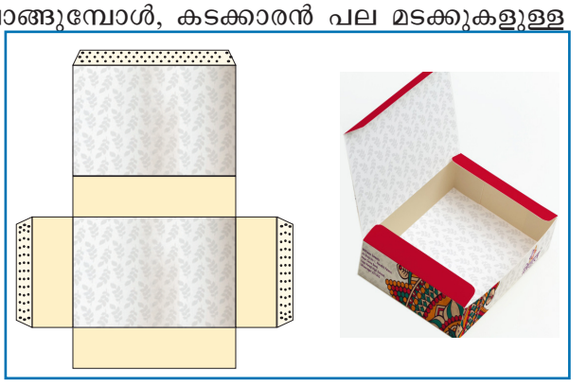
താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ബഹുമുഖ രൂപങ്ങളുടെ മുഖങ്ങളുടെ എണ്ണം(F), ശീർഷങ്ങളുടെ എണ്ണം(V) വശങ്ങളുടെ എണ്ണം (E) കണ്ടുപിടിക്കുക F+V–E

രൂപങ്ങൾ	പേര്	F	V	E	F+V–E
	സമചതുര ഘനിക	6	8	12	
	ദീർഘ ചതുരഘനിക				
	ത്രികോണ പ്രിസം				
	സമചതുര സ്തൂപിക				
	ത്രികോണ സ്തൂപിക				

മുകളിലത്തെ പട്ടികയിൽ നിന്നും നിങ്ങൾ എന്ത് മനസ്സിലാക്കി? എല്ലാ രൂപങ്ങൾക്കും, F+V–E =2 എന്ന് കിട്ടി. എല്ലാ ബഹുമുഖ രൂപങ്ങൾക്കും ഈ ബന്ധം ശരിയാണ് F+V-E =2 എന്നത് ഓയ്ലർ സൂത്രവാക്യം (**Euler's formula**) എന്നറിയപ്പെടുന്നു.

2.4.2 ത്രിമാന (3-D) രൂപങ്ങൾ നിർമ്മിക്കുന്നതിനാവശ്യമായ ശൃംഖലകൾ

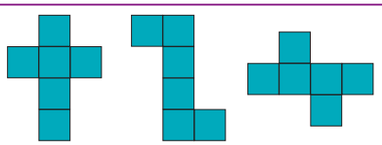
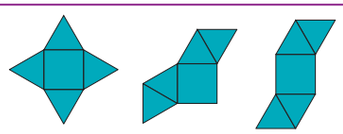
നാം കടയിൽ പോയി മധുരപലഹാരങ്ങൾ വാങ്ങുമ്പോൾ, കടക്കാരൻ പല മടക്കുകളുള്ള ഒരു പരന്ന കാർഡ് എടുത്ത്, അതിനെ ചിത്രത്തിൽ കാണുന്നപോലെ മടക്കി, ഒരു ദീർഘചതുരഘനി കയാക്കി മാറ്റുന്നു. പിന്നീട്, മധുരപലഹാരങ്ങൾ അതിനകത്ത് അടുക്കി വച്ച് നമുക്ക് നല്കുന്നു.



ചിത്രം. 2.35

മടക്കുകൾ ഇടല്ലാത്ത (dotted lines) വിവിധ തരം ഘന രൂപങ്ങൾ നിർമ്മിക്കാനാവശ്യമായ കാർഡുകൾ ശൃംഖല എന്നറിയപ്പെടുന്നു.

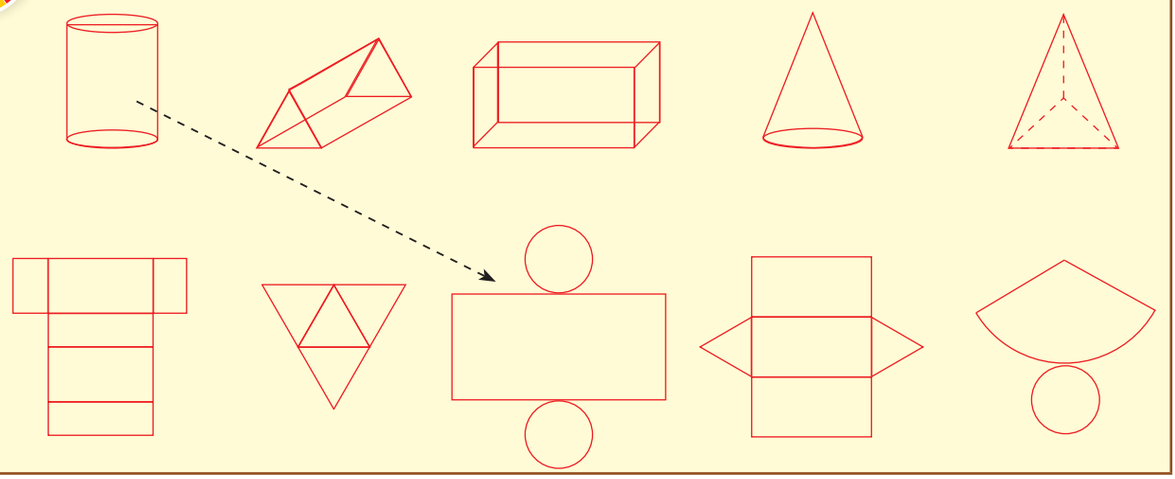
ഉദാഹരണത്തിന്, താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ശൃംഖലകൾ ഉപയോഗിച്ച് സമചതുരഘനികയും ത്രികോണസ്തൂപികയും നിർമ്മിക്കാം.

	
സമചതുരഘനികയുടെ ശൃംഖല	ത്രികോണ സ്തൂപികയുടെ ശൃംഖല

02_8th_Maths_Measurements_Chap 2.indd 68 1/25/2023 5:06:51 PM

പ്രവൃത്തി

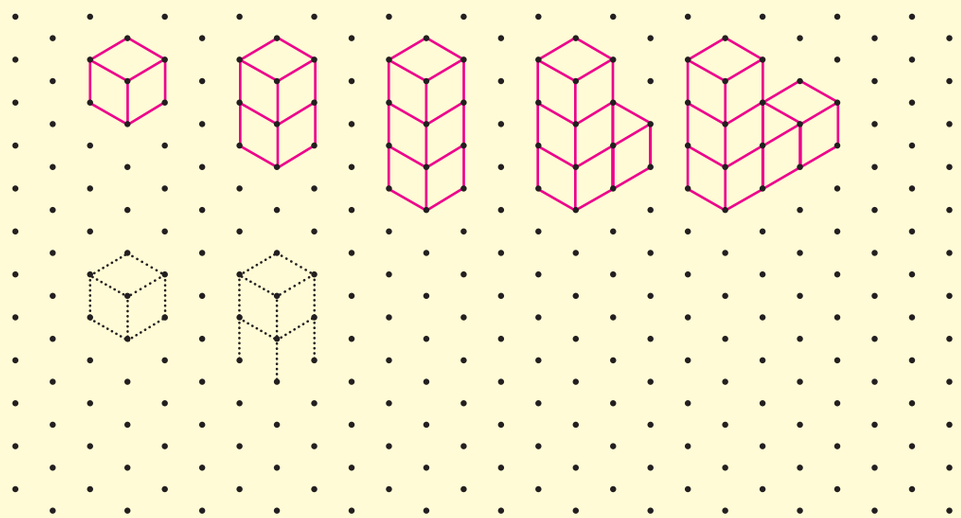
താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഘനരൂപങ്ങളെ അവയ്ക്കനുയോജ്യമായ ശൃംഖലയുമായി യോജിപ്പിക്കുക.



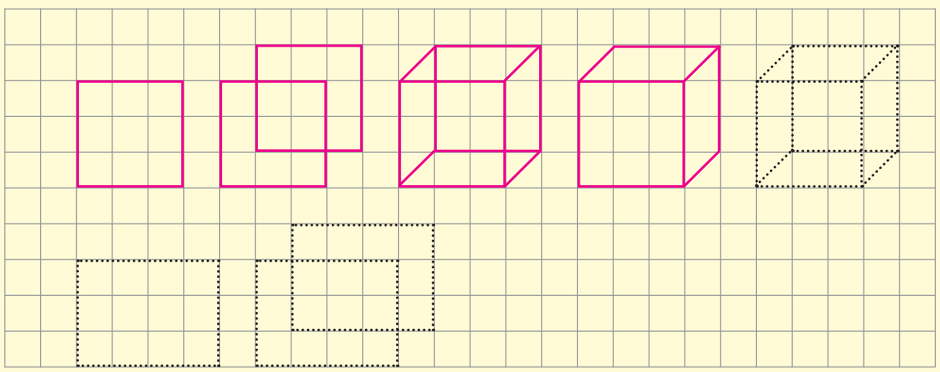
2.4.3 സമനീയബിന്ദുക്കൾ ഉള്ള പേപ്പറിലും സമനീയ ചതുരക്കളങ്ങൾ ഉള്ള പേപ്പറിലും 3-D രൂപങ്ങൾ വരയ്ക്കുന്ന വിധം.

പ്രവൃത്തി

1. സമനീയബിന്ദുക്കൾ ഉള്ള പേപ്പറിൽ താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഘനരൂപങ്ങൾ വരച്ച് നോക്കുക

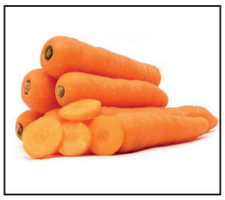
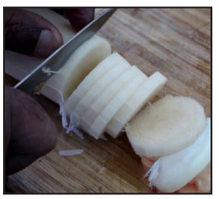


2. സമനീയചതുരക്കളങ്ങൾ ഉള്ള പേപ്പറിൽ താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഘന രൂപങ്ങൾ വരച്ച് നോക്കുക



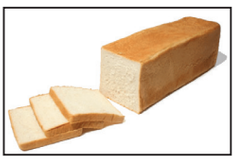
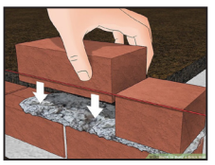
02_8th_Maths_Measurements_Chap 2.indd 69 1/25/2023 5:06:51 PM

2.4.4 ഘന രൂപങ്ങളുടെ ക്രോസ് സെക്ഷൻ (Cross section of solid shapes)

ചിത്രം. 2.36

നാം പാചകത്തിനായി പച്ചക്കറികൾ മുറിക്കുമ്പോൾ, പലതരത്തിലുള്ള സമതലരൂപങ്ങൾ കാണുവാൻ സാധിക്കും. ഉദാഹരണത്തിന് ക്യാരറ്റ്, വാഴത്തണ്ട് തുടങ്ങിയവ മുറിക്കുമ്പോൾ വൃത്തം ലഭിക്കുന്നു.

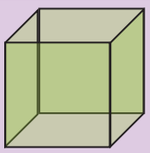
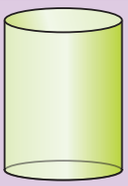
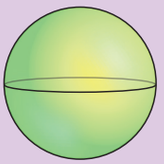
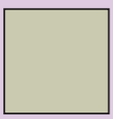



ചിത്രം. 2.37

ഇതേപോലെ, റൊട്ടി, ഇഷ്ടിക തുടങ്ങിയവയുടെ തിര്യക് ഛേദം ദീർഘചതുരമായിരിക്കും.,

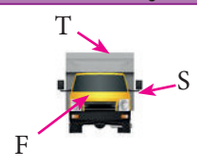
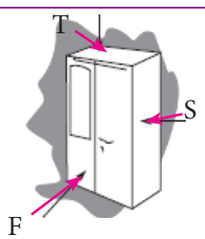
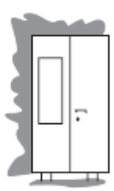
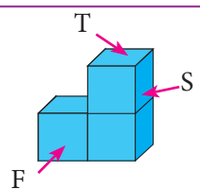
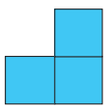
പ്രവൃത്തി

താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഘനരൂപങ്ങളുടെ ഛേദത്തിൽ വരും ദ്വിമാന രൂപങ്ങൾ വരച്ച് അവയുടെ പേര് എഴുതുക.

ഘന രൂപങ്ങൾ			
2-D രൂപം			
പേര്	ചതുരം		

2.4.5 പലദിശകളിൽ 3-D രൂപങ്ങൾ

ഒരു 3-D വസ്തു പല ദിശകളിൽ നിന്നു നോക്കുവാൻ സാധിക്കും. പല ദിശകളിൽ നിന്നും നോക്കുമ്പോൾ 3D രൂപങ്ങൾ വ്യത്യസ്ത രൂപങ്ങളിൽ കാണപ്പെടും. മുൻകാഴ്ച, മുകൾകാഴ്ച, വശകാഴ്ച തുടങ്ങിയവ രൂപങ്ങളെ നോക്കുന്ന ചില രീതികളാണ് ചില ഉദാഹരണങ്ങൾ താഴെ ചിത്രീകരിച്ചിരിക്കുന്നു.

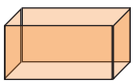
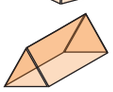
വസ്തു	മുൻകാഴ്ച	മുകൾകാഴ്ച	വശകാഴ്ച
			
			
			

02_8th_Maths_Measurements_Chap 2.indd 70 1/25/2023 5:06:52 PM

അഭ്യാസം 2.3

1. **പൂരിപ്പിക്കുക:**
   (i) ഒരു ദീർഘചതുരഘനികയുടെ മൂന്ന് അളവുകൾ _____ ആകുന്നു.
   (ii) ഒരു ഘനരൂപത്തിന്റെ രണ്ടിൽ കൂടുതൽ വശങ്ങൾ ചേരുന്ന ബിന്ദു_____ എന്നറിയപ്പെടുന്നു.
   (iii) ഒരു സമചതുരഘനികയ്ക്ക് _____ മുഖങ്ങളുണ്ട്.
   (iv) ഒരു ഘനസിലിണ്ടർ ഛേദിക്കുമ്പോൾകിട്ടുന്ന സമതല രൂപം _____ ആകുന്നു.
   (v) ഒരു 3-D രൂപത്തിന്റെ ശൃംഖലയ്ക്ക് ആറ് സമചതുരങ്ങളാണുള്ളതെങ്കിൽ, അതിനെ _____ എന്നു വിളിക്കുന്നു.

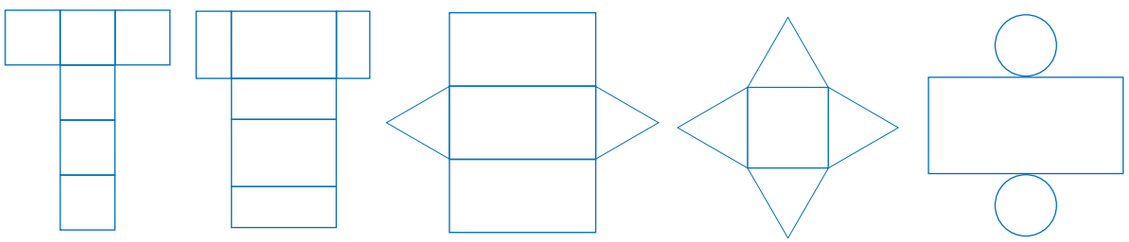
2. **യോജിപ്പിക്കുക :**

(i)		-	(a) സിലിണ്ടർ
(ii)		-	(b) ദീർഘചതുരഘനിക
(iii)		-	(c) ത്രികോണ പ്രിസം
(iv)		-	(d) ത്രികോണ സ്തൂപിക

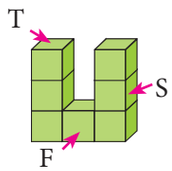
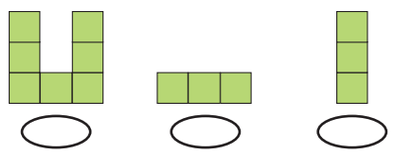
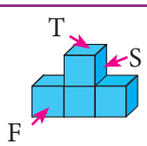
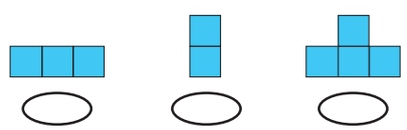
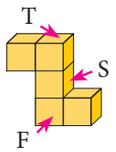
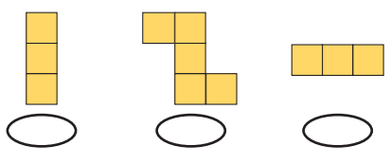
E64KN

3. താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന 3-D ശൃംഖലകൾ ഏത് ഘനരൂപങ്ങളെ കുറിക്കുന്നു? വരച്ച് നോക്കുക.

(i) (ii) (iii) (iv) (v)



4. താഴെ ചില ഘനരൂപങ്ങളുടെ വിവിധ വശങ്ങളിൽ കാണുന്ന രൂപത്തിന്റെ ശൃംഖല വരച്ചിരിക്കുന്നു. അവ ഏത് തരം കാഴ്ചകളാണെന്ന് കണ്ടുപിടിച്ച് മുകൾകാഴ്ച T എന്നും വശകാഴ്ച S എന്നും എഴുതുക.

ഘന രൂപങ്ങൾ	മൂന്നു തരം കാഴ്ചകൾ
	
	
	

02_8th_Maths_Measurements_Chap 2.indd 71 1/25/2023 5:06:52 PM

5. താഴെ പട്ടികയിൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന വിവരങ്ങൾക്ക് ഓയ്‌ലർ സൂത്രവാക്യം ശരിയോക്കുക.

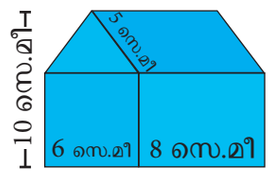
ക്രമ. നമ്പർ	മുഖങ്ങൾ	ശീർഷങ്ങൾ	വശങ്ങൾ
(i)	4	4	6
(ii)	10	6	12
(iii)	12	20	30
(iv)	20	13	30
(v)	32	60	90

അഭ്യാസം 2.4

പലവക കണക്കുകളുടെ പരിശീലനം

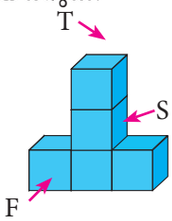


1. ഒരു വായനശാലയിൽ രണ്ടുവാതിലുകൾ ഘടിപ്പിച്ചിട്ടുണ്ട്. വാതിലുകൾ എളുപ്പത്തിൽ തുറക്കുവാനായി വാതിലിൽ നിന്നും ചുവരിലേക്ക് 6 അടി വ്യത്യാസത്തിൽ ഒരു ചക്രം ഘടിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നു. ഒരു വാതിൽ 90° യിൽ തുറക്കുന്നു. എങ്കിൽ ചക്രം ചുറ്റി വന്ന ദൂരം കണക്കാക്കുക. ($\pi = 3.14$).
2. ഒരാൾ തന്റെ സാധാരണ വേഗതയിൽ 150 മീ വ്യാസാർദ്ധത്തിൽ ഒരു ചക്രിയപാതയെ ചുറ്റി വരാൻ 9 മിനിട്ടുകൾ എടുക്കുന്നു. എങ്കിൽ അയാൾ 3 മിനിട്ടിൽ ചുറ്റിവരാൻ എടുക്കുന്ന ദൂരം കാണുക ($\pi = 3.14$).
3. തന്നിട്ടുള്ള ചിത്രത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക.

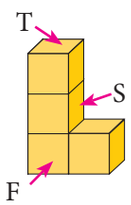


4. താഴെ തന്നിട്ടുള്ള ഘനരൂപത്തിന്റെ മുകൾഭാഗം, മുൻഭാഗം, വശഭാഗം എന്നിവ നോക്കി വരയ്ക്കുക.

(i)

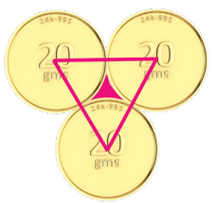


(ii)



ചിന്താത്മകത പ്രശ്നങ്ങൾ

5. ഗുണ തന്റെ മുറിയിൽ 3 അടി വീതിയുള്ള ഒരു പാളി കതക് ഘടിപ്പിച്ചു. നന്ദൻ തന്റെ മുറിയിൽ $1\frac{1}{2}$ അടി വീതിയുള്ള ഇരുപാളി കതക് ഘടിപ്പിച്ചു. കതകിന്റെ അടഞ്ഞ അവസ്ഥയിൽ നിന്നും ഒരുപാളികതകും, രണ്ടുപാളികതകും 120°, യിൽ തുറക്കാവുന്നതാണ്. ആരുടെ കതകിനാണ് കുറഞ്ഞ സ്ഥലം ആവശ്യപ്പെടുന്നത്?
6. 15 മീ × 8മീ, എന്നീ അളവുകൾ ഉള്ള ദീർഘചതുരാകൃതിയിലുള്ള ഒരു വയലിന്റെ 4 മൂലകളിലും മധ്യത്തിലും 3 മീ നീളമുള്ള കയറുകൊണ്ട് പശുക്കളെ കെട്ടിയിട്ടുണ്ട്. ഒരു പശുവിനും മേയാത്ത സ്ഥലത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക. ($\pi = 3.14$)
7. 6 സെ.മീ വ്യാസമുള്ള ഒന്നുപോലുള്ള മൂന്നു നാണയങ്ങൾ ചിത്രത്തിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നു. നാണയങ്ങൾക്കിടയിലുള്ള നിഴലിട്ട ഭാഗത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക ($\pi = 3.14$) ($\sqrt{3}$ =1.732)



02_8th_Maths_Measurements_Chap 2.indd 72 1/25/2023 5:06:54 PM

8. ഓയ്‌ലേഴ്സ് സൂത്രവാക്യമുപയോഗിച്ച് അറിയാത്തവ കാണുക.

ക്രമ.ന	മുഖം	ശീർഷങ്ങൾ	വശങ്ങൾ
(i)	?	6	14
(ii)	8	?	10
(iii)	20	10	?

സംഗ്രഹം

- ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ പരിധിയിലുള്ള രണ്ട് ബിന്ദുക്കളെ തമ്മിൽ യോജിപ്പിക്കുന്ന രേഖാഖണ്ഡമാണ് ഞാൺ.
- ഒരു വൃത്തത്തിലെ വ്യാസം, വൃത്തത്തെ ഇരു സമഭാഗങ്ങളായി വിഭജിക്കുന്നു. ഇതാണ് വൃത്തത്തിലെ ഏറ്റവും വലിയ ഞാൺ.
- വൃത്തത്തിലെ ചുറ്റളവിന്റെ ഒരു ഭാഗത്തെ വൃത്തചാപം എന്നറിയപ്പെടുന്നു.
- ഒരു വൃത്തത്തിലെ രണ്ടു വ്യാസാർദ്ധങ്ങൾക്കും അവയ്ക്കിടയിൽ വരുന്ന ചാപത്തിനും ഇടയിലുള്ള സമതലത്തെ വൃത്തഖണ്ഡം എന്ന് പറയുന്നു.
- ഒരു വൃത്തഖണ്ഡം കേന്ദ്രത്തിലുണ്ടാക്കുന്ന കോൺ കേന്ദ്രകോൺ എന്ന് അറിയപ്പെടുന്നു.
- ഒരു മിശ്രരൂപത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് എന്നത് അടഞ്ഞ പരിധിയിലൂടെ വശങ്ങളുടെ നീളങ്ങളുടെ തുകയാണ്.
- ഒരു മിശ്രരൂപത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം എന്നത് ഓരോ രൂപഭാഗത്തിന്റെയും വിസ്തീർണ്ണങ്ങളുടെ തുകയാണ്.
- മൂന്ന് അളവുകളായ നീളം, വീതി, ഉയരം എന്നിവയടങ്ങിയ രൂപങ്ങുടെ പേരാണ് ത്രിമാനരൂപങ്ങൾ (ലഘുരൂപത്തിൽ ഇതിനെ 3-D രൂപങ്ങൾ) എന്നു പറയുന്നു.
- ഒരു സമചതുരഘനികയ്ക്ക് 6 മുഖങ്ങളും, 12 വശങ്ങളും കൂടാതെ 8 ശീർഷങ്ങളുമുണ്ട്.

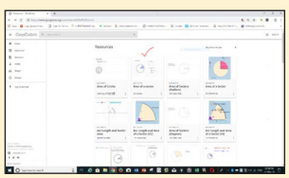
ഐ.സി.റ്റി. കോർണർ

ഈ പ്രവർത്തനം മൂലം നിങ്ങൾക്ക് വൃത്തഖണ്ഡത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം, ചുറ്റളവ് എന്നിവ കണ്ടുപിടിക്കുന്നതെങ്ങനെ എന്ന് അറിയാൻ സാധിക്കും.

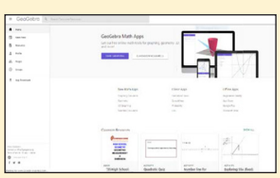
ഘട്ടം-1 Browser ഓപ്പൺ ചെയ്ത് www.Geogebra.com type ചെയ്യുക. (അല്ലെങ്കിൽ) താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന QR CODE Scan ചെയ്യുക.

ഘട്ടം-2 search ബോക്സിൽ Area of Sector (വൃത്തഖണ്ഡത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം) എന്ന് Type ചെയ്യുക

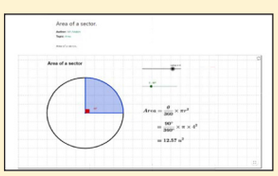
ഘട്ടം-3 radius slide കൂടാതെ degree slide. എന്നിവയെ ചലിപ്പിച്ചാൽ നിങ്ങൾക്ക് വിവിധ ഫലങ്ങൾ ലഭിക്കും.



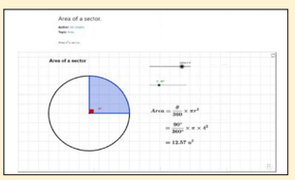
ഘട്ടം 1



ഘട്ടം 2



ഘട്ടം 3

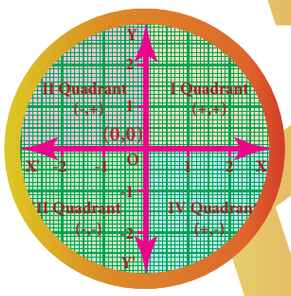


ഈ അധ്യായത്തിൽ നൽകിയിരിക്കുന്ന ശേഷിക്കുന്ന വർക്ക്ഷീറ്റിലൂടെ പോകുക

Web URL Measurement (measurements links)
https://www.geogebra.org/m/FSqNDNxN
*Pictures are indicatives only.
*If browser requires, allow Flash Player or Java Script to load the page.

02_8th_Maths_Measurements_Chap 2.indd 73 1/25/2023 5:06:55 PM

3 ബീജഗണിതം



YUTO6

പഠന ലക്ഷ്യങ്ങൾ

- വ്യംജകങ്ങളുടെ സങ്കലനവും വ്യവകലനവും ഓർമ്മ പുതുക്കൽ.
- പൂർണ്ണാങ്ക ഗുണോത്തരങ്ങൾ കൊണ്ട് ബീജഗണിത വ്യംജകങ്ങളെ എങ്ങനെ ഗുണിക്കാമെന്ന് മനസ്സിലാക്കൽ.
- ഏകപദം കൊണ്ട് ബീജഗണിത വ്യംജകങ്ങളെ ഹരിക്കുന്നതിന് മനസ്സിലാക്കൽ.
- $(a+b)^2,(a-b)^2,(a^2-b^2)$, $(x+a)(x+b)$ എന്നീ സർവസമവാക്യങ്ങളുടെ ഓർമ്മ പുതുക്കൽ.
- $(a+b)^3,(a-b)^3,(x+a)(x+b)(x+c)$ എന്നീ സർവസമവാക്യങ്ങൾ മനസ്സിലാക്കി, അവ പ്രശ്നങ്ങളിൽ പ്രയോഗിക്കൽ.
- $(a+b)^3$, $(a-b)^3$ എന്നിവ കൊണ്ട് ഘടകങ്ങളാക്കാവുന്ന വ്യംജകങ്ങളെ തിരിച്ചറിയൽ.
- ലോകോത്തര പ്രശ്നങ്ങൾ ഉൾക്കൊള്ളുന്ന രേഖീയസമവാക്യങ്ങളുടെ നിർദ്ധാരണം.
- ഗ്രാഫ് പേപ്പറിൽ ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തുന്നതിനെക്കുറിച്ചുള്ള അറിവ്.
- രേഖീയ സമീകരണങ്ങളുടെ ഗ്രാഫ് വരയ്ക്കുന്ന വിധം.

പുനരാഖ്യാനം

സ്ഥിരാങ്കങ്ങൾ, ചരങ്ങൾ, സജാതീയ പദങ്ങൾ, വിജാതീയ പദങ്ങൾ, ഗുണോത്തരങ്ങൾ, സംഖ്യ, ബീജഗണിത വ്യംജകങ്ങൾ എന്നിവ മുൻ ക്ലാസ്സുകളിൽ പഠിച്ചിട്ടുണ്ട്. പിന്നീട് നമ്മൾ ബീജഗണിത വ്യംജകത്തിൽ ചില അടിസ്ഥാന ക്രിയകളായ സങ്കലനവും വ്യവകലനവും ചെയ്തിട്ടുണ്ട്. ഇപ്പോൾ അവ ശേഖരിച്ച് പഠനം വിശാലമാക്കാം.

താഴെപ്പറയുന്ന ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ഉത്തരം നൽകുക :

1. താഴെപ്പറയുന്ന വ്യംജകങ്ങളിലെ പദങ്ങളുടെ എണ്ണം എഴുതുക

   (i) $x+y+z-xyz$ (ii) m^2n^2c

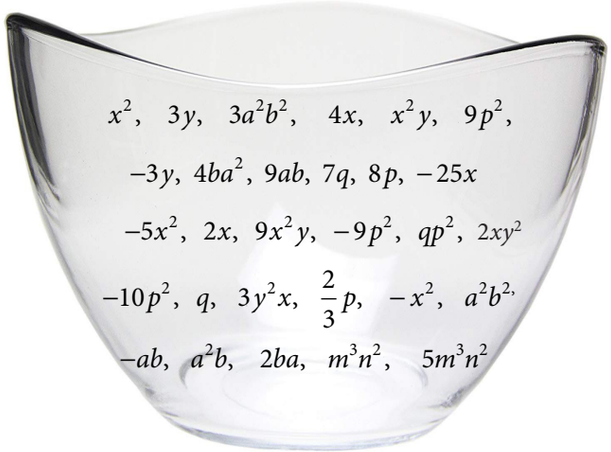
   (iii) $a^2b^2c-ab^2c^2+a^2bc^2+3abc$ (iv) $8x^2-4xy+7xy^2$

2. താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന വ്യംജകത്തിലെ ഓരോ പദങ്ങളിലേയും സംഖ്യാ ഗുണോത്തരങ്ങൾ എഴുതുക.

   (i) $2x^2-5xy+6y^2+7x-10y+9$ (ii) $\frac{x}{3}+\frac{2y}{5}-xy+7$

03_8th_Maths_Algebra_Chap 3_Malayalam.indd 74 1/26/2023 12:18:06 PM

3. താഴെ കൊടുത്തിട്ടുള്ളവയിൽ നിന്ന് സജാതീയ പദങ്ങൾ തെരഞ്ഞെടുത്തെഴുതുക:



സജാതീയപദങ്ങൾ

ചരങ്ങളും ഘാതങ്ങളും സമമായിട്ടുള്ളവ

സജാതീയ പദങ്ങൾ

ഉദാഹരണങ്ങൾ : $x^2, 4x^2$

$a^2b^2, -5a^2b^2$

$2m, -7m$



4. കൂട്ടുക : $2x, 6y, 9x, -2y$

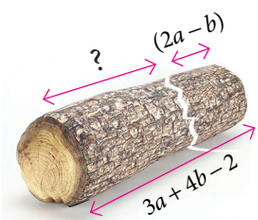
5. ലഘൂകരിക്കുക : $(5x^3y^3 - 3x^2y^2 + xy + 7) + (2xy + x^3y^3 - 5 + 2x^2y^2)$

6. ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾ $2x - 5y + 9$, $3y + 6x - 7$, $-4x + y + 10$. ആയാൽ ത്രികോണത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് കാണുക.

7. $6mn$ ൽ നിന്ന് $-2mn$ കുറയ്ക്കുക .

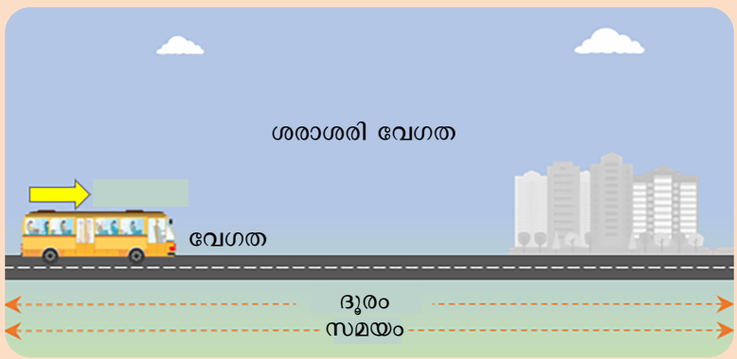
8. $4a^2 - 3ab + b^2$ ൽ നിന്ന് $6a^2 - 5ab + 3b^2$ കുറയ്ക്കുക.

9. $3a + 4b - 2$ നീളമുള്ള ഒരു തടിയിൽ നിന്ന് $(2a - b)$ നീളുമള്ള ഒരു കഷണം മുറിച്ച് മാറ്റുന്നു. ശേഷിച്ച തടിയുടെ നീളം എന്ത്?

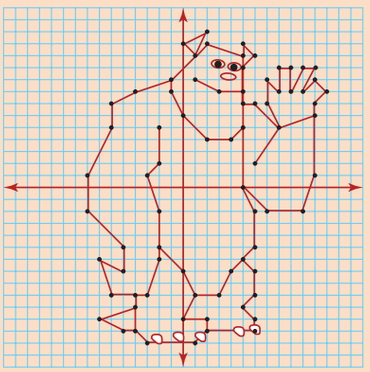


10. ഒരു ടിന്നിൽ 'x' ലിറ്റർ എണ്ണ ഉണ്ട്. മറ്റൊരു ടിന്നിൽ $(3x^2 + 6x - 5)$ ലിറ്റർ എണ്ണ ഉണ്ട്. കടക്കാരൻ രണ്ടാമത്തെ ടിന്നിൽ $(x+7)$ ലിറ്റർ എണ്ണ കൂടുതലായി ഒഴിക്കുന്നു. എന്നിട്ട് രണ്ടാമത്തെ ടിന്നിൽ നിന്ന് (x^2+6) ലിറ്റർ എണ്ണ അയാൾ വിൽക്കുന്നു. രണ്ടാമത്തെ ടിന്നിൽ അവശേഷിക്കുന്ന എണ്ണയുടെ അളവ് എത്ര?

ഗണിത രൂപീകരണം യഥാർത്ഥ ജീവിതത്തിൽ നിന്നും ഗ്രാഫ്



വേഗത, ദൂരം, സമയം, ശരാശരി, തുക, വേഗത എന്നിവയിൽ രേഖീയ സമീകരണങ്ങൾ ഉപയോഗിക്കുന്നു.



ചിത്രം വരയ്ക്കുന്നതിന് ഗ്രാഫ് ഉപയോഗിക്കുന്നു.

03_8th_Maths_Algebra_Chap 3_Malayalam.indd 75 1/26/2023 12:18:13 PM

3.1 മുഖവുര



തന്നിരിക്കുന്ന സാഹചര്യം പരിഗണിക്കുക, ഗണേഷ് വൃക്ഷത്തൈകൾ ഉദ്യാനത്തിൽ നട്ടു. 5 വൃക്ഷത്തൈകൾ വച്ച് 10 വരികൾ അയാൾ നട്ടു. എത്ര തൈകൾ നട്ടു എന്ന് നിങ്ങൾക്ക് പറയാൻ കഴിയുമോ?

അതെ, ഞങ്ങൾക്ക് അറിയാം, ആകെ വൃക്ഷത്തൈകളുടെ എണ്ണം എന്നത് വരികളുടെ എണ്ണത്തിന്റെയും ഓരോ വരിയിലെയും വൃക്ഷത്തൈകളുടെ എണ്ണത്തിന്റെയും ഗുണനഫലമാണ്.

അങ്ങനെ ആകെ വൃക്ഷത്തൈകളുടെ എണ്ണം

= 10 വരികൾ × ഓരോ വരിയിലെയും 5 വൃക്ഷത്തൈകൾ

$=10\times5=50$ വൃക്ഷത്തൈകൾ

അതുപോലെ, ഡേവിഡ് കുറച്ച് വൃക്ഷത്തൈകൾ നട്ടു. എന്നാൽ ആകെ വരികളോ, ഓരോ വരിയിൽ എത്ര തൈകളെന്നോ അറിയില്ല. ആകെ വൃക്ഷത്തൈകൾ എത്ര എന്ന് സൂചിപ്പിക്കുന്നതെങ്ങനെ?

അറിയാത്ത അളവുകളെ നമുക്ക് 'x' , 'y'. എന്ന് വിളിക്കാം. അതുകൊണ്ട്, ആകെ വൃക്ഷത്തൈകളുടെ എണ്ണം = 'x' വരികൾ × ഓരോ വരിയിലും 'y' വൃക്ഷത്തൈകൾ

$=$ '$x \times y$' $= xy$ വൃക്ഷത്തൈകൾ

ഈ സാഹചര്യം കുറച്ചു കൂടി വിശാലമാക്കിയാൽ, ഓരോ വരിയിലും $3y^2$ വൃക്ഷത്തൈകളോടു കൂടിയ, $(2x^2+5x-7)$ വരികളിൽ റഹീം വൃക്ഷത്തൈകൾ നട്ടു. റഹീം നട്ട വൃക്ഷത്തൈകളുടെ എണ്ണം കാണുന്നതിന് മുകളിലത്തെ ആശയം നമ്മെ സഹായിക്കും.

ആകെ വൃക്ഷത്തൈകളുടെ എണ്ണം $=(2x^2+5x-7)$ വരികൾ × ഓരോ വരിയിലും $3y^2$ വൃക്ഷത്തൈകൾ.

$=3y^2\times(2x^2+5x-7)$

മുകളിലത്തെ ബീജഗണിത വ്യംജകത്തിന്റെ ഗുണനഫലം എങ്ങനെ കണ്ടുപിടിക്കാം?

നമ്മൾ ഇപ്പോൾ പഠിക്കാൻ പോകുന്നത് ബീജഗണിത വ്യാജകങ്ങളുടെ ഗുണനമാണ്, വ്യംജകങ്ങളുടെ ഗുണനഫലം കാണാൻ ഇവിടെ നാല് വഴികളാണുള്ളത്.

കുറിപ്പ്

ബഹുപദ വ്യംജകം	ഒരു പ്രത്യേകതരം ബീജഗണിത വ്യംജകമാണ് ബഹുപദവ്യംജകം. ഒരു ബഹുപദ വ്യംജകത്തിലെ ചരങ്ങളുടെ കൃതികളെല്ലാം പൂർണ്ണ സംഖ്യകൾ ആയിരിക്കും. $a^2+2ab+b^2$ $4x^2+3x-7$ $x+y+z$ mn ഒരു ബഹുപദവ്യംജകത്തിൽ അടങ്ങിയിരിക്കരുത് : 1) ഒരു ചരം കൊണ്ടുള്ള ഹരണം. ഉദാ. $4x^2-\frac{5}{1+x}$ ഒരു ബഹുപദ വ്യംജകം അല്ല. 2) ഋണഘാതങ്ങൾ . ഉദാ.$7x^{-2}+5x-6$ ഒരു ബഹുപദ വ്യംജകം അല്ല. 3) ഭിന്ന ഘാതങ്ങൾ. ഉദാ. $3x^3+4x^{\frac{1}{2}}+5$ ഒരു ബഹുപദ വ്യംജകം അല്ല
ഏകപദം	ഒരു വ്യംജകത്തിൽ ഒരു പദം മാത്രമാണ് ഉള്ളത് എങ്കിൽ അതിനെ ഏകപദ വ്യംജകം എന്ന് പറയാം. ഉദാഹരണം: $4x$, $3x^2y$, $-2y^2$.
ദ്വിപദം	ഒരു വ്യംജകത്തിൽ രണ്ട് പദം മാത്രമാണ് ഉള്ളത് എങ്കിൽ അതിനെ ദ്വിപദ വ്യംജകം എന്ന് പറയാം. ഉദാഹരണം : $2x+3$, $5y^2+9y$, a^2b^2+2b.
ത്രിപദം	ഒരു വ്യംജകത്തിൽ മൂന്ന് പദം മാത്രമാണ് ഉള്ളത് എങ്കിൽ അതിനെ ത്രിപദ വ്യംജകം എന്ന് പറയാം ഉദാഹരണം : $2a^2b-8ab+b^2$, m^2-n^2+3.

03_8th_Maths_Algebra_Chap 3_Malayalam.indd 76 1/26/2023 12:18:17 PM

3.2 ബീജഗണിത വ്യംജകങ്ങളുടെ ഗുണനം

ബീജഗണിത വ്യംജകങ്ങളുടെ ഗുണനം ചെയ്യുന്നതിന് മുമ്പ്, താഴെ കൊടുത്തിട്ടുള്ള വഴികൾ മനസ്സിലാക്കാം.

Step 1: പദങ്ങളുടെ ചിഹ്നങ്ങൾ ഗുണിക്കുക. അതായത് രണ്ട് സജാതീയ ചിഹ്നങ്ങളുടെ ഗുണനഫലം എല്ലായ്പ്പോഴും പോസിറ്റീവും രണ്ട് വിജാതീയ ചിഹ്നങ്ങളുടെ ഗുണനഫലം എല്ലായ്പ്പോഴും നെഗറ്റീവും ആയിരിക്കും.

സജാതീയ ചിഹ്നങ്ങൾ	$(+)\times(+)=+$	$(-)\times(-)=+$
വിജാതീയ ചിഹ്നങ്ങൾ	$(+)\times(-)=-$	$(-)\times(+)=-$

ഘട്ടം 2: യഥാക്രമം പദങ്ങളുടെ ഗുണോത്തരങ്ങൾ ഗുണിക്കുക.

ഘട്ടം 3: ഘാതാങ്കനിയമങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് ചരങ്ങളുടെ ഘടകങ്ങൾ ഗുണിക്കുക.

'x' ഒരു ചരവും m, n എന്നിവ ധനപൂർണാങ്കവും ആയാൽ,

$$x^m \times x^n = x^{m+n}$$

ഉദാഹരണമായി, $x^3 \times x^4 = x^{3+4} = x^7$

ചിന്തിക്കുക



എല്ലാ ബീജഗണിത വ്യംജകങ്ങളും ഒരു ബഹുപദവ്യംജകം. ഈ പ്രസ്താവന ശരിയാണോ? എന്തുകൊണ്ട്?

നിങ്ങൾക്കറിയാമോ?

ഒരു ബഹുപദവ്യംജകവും ഒരു ബീജഗണിതവ്യംജകവും തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം.

ബീജഗണിത വ്യംജകം

അവയുടെ ചരങ്ങളുടെ കൃതി നെഗറ്റീവോ ഭിന്നസംഖ്യയോ, പൂർണസംഖ്യകളോ ഉൾക്കൊള്ളാം.

ഉദാഹരണം: $4x^{3/2}-3x+9$, $2y^2+\frac{5}{y}-3$, $3x^2-4x+1$

ബഹുപദവ്യംജകം

അവയുടെ ചരങ്ങളുടെ കൃതി പൂർണ്ണസംഖ്യകൾ മാത്രം ഉൾക്കൊള്ളുന്നു.

ഉദാഹരണം: $4x^2-3x+9$, $2y^6+5y^3-3$

കുറിപ്പ്

രണ്ട് പദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലം ഈ ചിഹ്നങ്ങൾ ( ), പൂർണവിരാമം (.) അല്ലെങ്കിൽ × ഉപയോഗിച്ച് സൂചിപ്പിക്കാം.

ഉദാഹരണമായി,

$4x^2$, xy ഇവയെ ഗുണിക്കുന്നതിന് താഴെയുള്ള ഏതെങ്കിലും ഒരു വഴിയിൽ എഴുതാവുന്നതാണ്.

$(4x^2)(xy)$	$4x^2 \times xy$	$4x^2(xy)$	$(4x^2)\times xy$	$4x^2 \cdot xy$

3.2.1 രണ്ടോ അതിലധികമോ ഏകപദങ്ങളുടെ ഗുണനം

₹ 5 വിലയുള്ള 3 പേനകൾ ഗീത വാങ്ങി എന്ന് കരുതുക. എന്നാൽ കടക്കാരന് അവൾ എത്രരൂപ കൊടുക്കണം?

ഗീത കടക്കാരന് കൊടുക്കേണ്ട രൂപ $= 3 \times ₹\ 5$

$= ₹\ 15$



03_8th_Maths_Algebra_Chap 3_Malayalam.indd 77 1/26/2023 12:18:22 PM

ഇവിടെ 'x' പേനകളും ഓരോ പേനയുടെയും വില ₹ 'y' യും, ആയാൽ ₹ $5y$ വച്ച് ഗീത വാങ്ങിയ $(3x^2)$ പേനകളുടെ വില

@ - എന്ന നിരക്കിൽ

$$= (3x^2) \times 5y$$
$$= (3 \times 5)(x^2 \times y)$$
$$= ₹\ 15x^2y$$

ഉദാഹരണം 3.1

ഒരു ദീർഘചതുരാകൃതിയിലുള്ള പെയിന്റിംഗിന്റെ നീളവും വീതിയും $4xy^3$ ഉം $3x^2y$ ഉം ആയാൽ അതിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക.



നിർദ്ധാരണം:

ദീർഘചതുരാകൃതിയിലുള്ള പെയിന്റിംഗിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം,

$A = (l \times b)$ ച.മാത്രകൾ

$$= (4xy^3) \times (3x^2y)$$
$$= (4 \times 3)(x \times x^2)(y^3 \times y)$$

$A = 12x^3y^4$ ച.മാത്രകൾ

ഉദാഹരണം 3.2

$2x^2y^2, 3y^2z, -z^2x^3$ ഇവയുടെ ഗുണനഫലം കാണുക

നിർദ്ധാരണം:

തന്നിട്ടുള്ളത്, $(2x^2y^2) \times (3y^2z) \times (-z^2x^3)$

$$= (+) \times (+) \times (-)(2 \times 3 \times 1)(x^2 \times x^3)(y^2 \times y^2)(z \times z^2)$$
$$= -6x^5y^4z^3$$



ശ്രമിക്കുക

ഗുണനഫലം കാണുക

(i) $3ab^2, -2a^2b^3$

(ii) $4xy, 5y^2x, (-x^2)$

(iii) $2m, -5n, -3p$

3.2.2 ബഹുപദവ്യംജകത്തെ ഏകപദം കൊണ്ടുള്ള ഗുണനം

ഇവിടെ 'a' കടകളും ഓരോ കടകളിലും 8 ബാസ്ക്കറ്റിൽ 'x' ആപ്പിളുകളും 3 ബാസ്ക്കറ്റിൽ 'y' ഓറഞ്ചുകളും 5 ബാസ്ക്കറ്റിൽ 'z' വാഴപ്പഴങ്ങളും ഉണ്ടെങ്കിൽ, ആകെ ആപ്പിളുകൾ, ഓറഞ്ചുകൾ, വാഴപ്പഴങ്ങളുടെയും എണ്ണം എന്നത്

$= a \times (8x + 3y + 5z)$

$= a(8x) + a(3y) + a(5z)$

(വിതരണ നിയമം ഉപയോഗിച്ച്).

$= 8ax + 3ay + 5az$



ഏകപദം × ഏകപദം	= ഏകപദം
ദ്വിപദം × ഏകപദം	= ദ്വിപദം
ദ്വിപദം × ദ്വിപദം	= ദ്വിപദം/ ബഹുപദ വ്യംജകം
ബഹുപദ വ്യംജകം × ഏകപദം	= ബഹുപദ വ്യംജകം



കുറിപ്പ്

വിതരണ നിയമം	a ഒരു സ്ഥിരപദവും, x, y എന്നിവ ചരങ്ങളും ആയാൽ $a(x+y) = ax + ay$ ഉദാഹരണമായി, $5(x+y) = 5x + 5y$

03_8th_Maths_Algebra_Chap 3_Malayalam.indd 78 1/26/2023 12:18:29 PM

ഉദാഹരണം 3.3

$3x^2y$, $(2x^3y^3 - 5x^2y + 9xy)$ ഇവ ഗുണിക്കുക

ചിന്തിക്കുക

$3+(4x-7y) \neq 12x-21y$
എന്തുകൊണ്ട്?

നിർദ്ധാരണം:

ഇപ്പോൾ, $(3x^2y) \times (2x^3y^3 - 5x^2y + 9xy)$

$= 3x^2y(2x^3y^3) - 3x^2y(5x^2y) + 3x^2y(9xy)$

ബഹുപദ വ്യംജകത്തിന്റെ ഓരോ പദത്തേയും ഏകപദം കൊണ്ട് ഗുണിക്കുക

$= (3\times2)(x^2\times x^3)(y\times y^3) - (3\times5)(x^2\times x^2)(y\times y) + (3\times9)(x^2\times x)(y\times y)$

$= 6x^5y^4 - 15x^4y^2 + 27x^3y^2$

ഉദാഹരണം 3.4

റാം ₹ 2000 ന്റെ 'x' എണ്ണവും ₹ 500 ന്റെ 'y' എണ്ണവും ₹ 100 ന്റെ 'z' എണ്ണവും ഒരു ബാങ്കിൽ നിക്ഷേപിച്ചു. എന്നാൽ വേലൻ, റാം നിക്ഷേപിച്ച തുകയുടെ '$3xy$' മടങ്ങ് നിക്ഷേപിച്ചു. എത്ര തുകയാണ് വേലൻ ബാങ്കിൽ നിക്ഷേപിച്ചത്?



നിർദ്ധാരണം:

റാം നിക്ഷേപിച്ച തുക

$= (x \times ₹\ 2000 + y \times ₹\ 500 + z \times ₹\ 100)$

$= ₹(2000x + 500y + 100z)$

വേലൻ നിക്ഷേപിച്ച തുക $= 3xy$ മടങ്ങ് $\times$ റാം നിക്ഷേപിച്ച തുക

$= 3xy \times (2000x + 500y + 100z)$

$= (3\times2000)(x\times x\times y) + (3\times500)(x\times y\times y) + (3\times100)(x\times y\times z)$

$= ₹\ (6000x^2y + 1500xy^2 + 300xyz)$

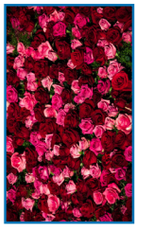
ശ്രമിക്കുക

ഗുണിക്കുക

(i) $(5x^2 + 7x - 3)$ നെ $-4x^2$ കൊണ്ട്
(ii) $(10x - 7y + 5z)$ നെ $6xyz$ കൊണ്ട്
(ii) $(ab+3bc-5ca)$ നെ $3a^2bc$ കൊണ്ട്
(iv) $(4m^2 - 3m + 7)$ നെ $-5m^3$ കൊണ്ട്

3.2.3 രണ്ട് ദ്വിപദങ്ങളുടെ ഗുണനം

ഒരു ദീർഘചതുരാകൃതിയിലുള്ള പൂമെത്തയുടെ യഥാർത്ഥ നീളത്തിൽ നിന്ന് 5 യൂണിറ്റ് കുറയ്ക്കുകയും യഥാർത്ഥ വീതിയിൽ നിന്ന് 3 യൂണിറ്റ് കൂട്ടുകയും ചെയ്യുന്നു എന്ന് കരുതുക. എന്നാൽ ദീർഘചതുരാകൃതിയിലുള്ള പൂമെത്തയുടെ വിസ്തീർണ്ണമെന്ത്?



ദീർഘചതുരാകൃതിയിലുള്ള പൂമെത്തയുടെ വിസ്തീർണ്ണം $= l \times b$

$A = (l-5) \times (b+3)$ ച.മാത്രകൾ

ഇവിടെ എങ്ങനെയാണ് ഗുണിക്കുന്നത്?

ഇപ്പോൾ നമുക്ക് എങ്ങനെയാണ് രണ്ട് ദ്വിപദങ്ങളെ ഗുണിക്കുന്നത് എന്ന് പഠിക്കാം.

03_8th_Maths_Algebra_Chap 3_Malayalam.indd 79 1/26/2023 12:18:34 PM

$(x+y)$, $(p+q)$ എന്നിവ രണ്ട് ദ്വിപദങ്ങളായാൽ, അവയുടെ ഗുണന ഫലം താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന വിധം കണ്ടുപിടിക്കാം,

(i) തിരശ്ചീന വിതരണ സമീപനം

$$(x+y)(p+q) = x(p+q) + y(p+q)$$
$$= xp + xq + yp + yq$$

(ii) ലംബ വിതരണ സമീപനം

$$\begin{array}{r} x+y \\ p+q \\ \hline xq+yq \\ xp+yp \\ \hline = xp+xq+yp+yq \end{array}$$

(iii) ഗ്രിഡ് സമീപനം

×	x	y
p	xp	yp
q	xq	yq

$= xp + xq + yp + yq$

(iv) FOIL സമീപനം

നമുക്ക് ഇത് നേരിട്ട് ചെയ്യാൻ കഴിയും, $(x+y)(p+q) = \underset{\text{ആദ്യത്തെ}}{x(p)} + \underset{\text{വെളിയിൽ}}{x(q)} + \underset{\text{ഉള്ളിൽ}}{y(p)} + \underset{\text{അവസാനത്തെ}}{y(q)}$

അതുകൊണ്ട്, മുകളിലത്തെ ദീർഘചതുരത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം $= (l-5)\times(b+3)$

(**തിരശ്ചീന വിതരണ സമീപനപ്രകാരം**) $= l(b+3) - 5(b+3)$

$A = (lb + 3l - 5b - 15)$ ച.മാത്രകൾ

മറ്റൊരു രീതി

×	l	-5
b	lb	$-5b$
3	$3l$	-15

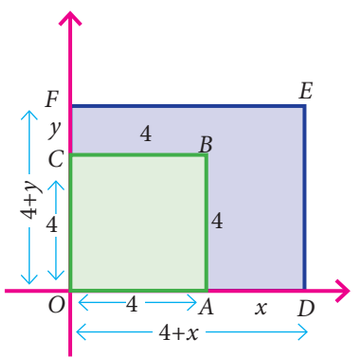
$= (lb + 3l - 5b - 15)$

ഒരു ഉദാഹരണം കൂടി നമുക്ക് പരിഗണിക്കാം. കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ചിത്രം പരിഗണിച്ച്, സമചതുരം $OABC$ യിൽ,

$OA = 4$ യൂണിറ്റ് ; $OC = 4$ യൂണിറ്റ്

സമചതുരം $OABC$ യുടെ വിസ്തീർണ്ണം $= 4 \times 4$

$A = 16$ ച. മാത്രകൾ



സമചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങൾ 'x' യൂണിറ്റും 'y' യൂണിറ്റും വീതം യഥാക്രമം കൂട്ടിയാൽ. വശം $OD=(4+x)$ യൂണിറ്റും $OF=(4+y)$ യൂണിറ്റും ഉള്ള ദീർഘചതുരം $ODEF$ നമുക്ക് ലഭിക്കുന്നു.

ഇപ്പോൾ ദീർഘചതുരം $ODEF$ യുടെ വിസ്തീർണ്ണം $= (4+x)(4+y)$

(FOIL **സമീപനപ്രകാരം**) $A = 16 + 4y + 4x + xy$ ച. മാത്രകൾ.

(വിജാതീയ പദങ്ങൾ കൂട്ടാൻ സാധ്യമല്ല)

മറ്റൊരു രീതി

×	$2x$	$5y$
$3x$	$6x^2$	$15xy$
$-4y$	$-8xy$	$-20y^2$

$= 6x^2 - 8xy + 15xy - 20y^2$

$= 6x^2 + 7xy - 20y^2$

ഉദാഹരണം 3.5

$(2x+5y)$, $(3x-4y)$ ഇവ ഗുണിക്കുക

നിർദ്ധാരണം:

തിരശ്ചീന വിതരണ സമീപനപ്രകാരം,

$$(2x+5y)(3x-4y) = 2x(3x-4y) + 5y(3x-4y)$$
$$= 6x^2 - 8xy + 15xy - 20y^2$$
$$= 6x^2 + 7xy - 20y^2 \text{ (സജാതീയപദങ്ങൾ ലഘൂകരിക്കുക)}$$

03_8th_Maths_Algebra_Chap 3_Malayalam.indd 80 1/26/2023 12:18:39 PM

ശ്രമിക്കുക

ഗുണിക്കുക

(i) $(a-5)$, $(a+4)$

(ii) $(a+b)$, $(a-b)$

(iii) (m^4+n^4) , $(m-n)$

(iv) $(2x+3)$, $(x+4)$

(v) $(3x+7)$, $(x-5)$

(vi) $(x-2)$, $(6x-3)$

ചിന്തിക്കുക



(i) $3x^2\,(x^4-7x^3+2)$, എന്ന വ്യംജകത്തിൽ ഏറ്റവും കൂടിയ കൃതി ഏതാണ്?

(ii) $-5y^2+2y-6 = -(5y^2+2y-6)$ ശരിയാണോ ? അല്ലെങ്കിൽ ശരിയാക്കുക.

അഭ്യാസം 3.1

1. പട്ടിക പൂർത്തിയാക്കുക.

×	$2x^2$	$-2xy$	x^4y^3	$2xyz$	$(__)xz^2$
x^4					
$(___)$			$4x^5y^4$		
$-x^2y$					
$2y^2z$					$-10xy^2z^3$
$-3xyz$					
$(___)$				$-14xyz^2$	

2. പദങ്ങളുടെ ഗുണനഫലം കാണുക.

   (i) $-2mn, (2m)^2, -3mn$ (ii) $3x^2y, -3xy^3, x^2y^2$

3. $l=4pq^2$, $b=-3p^2q, h=2p^3q^3$ ആയൽ $l\times b\times h$ ന്റെ മൂല്യം കാണുക.

4. വികസിപ്പിക്കുക

   (i) $5x(2y-3)$ (ii) $-2p(5p^2-3p+7)$

   (iii) $3mn(m^3n^3-5m^2n+7mn^2)$ (iv) $x^2(x+y+z)+y^2(x+y+z)+z^2(x-y-z)$

5. ഗുണനഫലം കാണുക

   (i) $(2x+3)(2x-4)$ (ii) $(y^2-4)(2y^2+3y)$

   (iii) $(m^2-n)(5m^2n^2-n^2)$ (iv) $3(x-5)\times 2(x-1)$

6. വിട്ടുപോയ പദം കാണുക.

   (i) $6xy\times$ _____ $=-12x^3y$ (ii) _____ $\times(-15m^2n^3p)=45m^3n^3p^2$

   (iii) $2y(5x^2y-$ ___ $+3$ ___ $)=10x^2y^2-2xy+6y^3$

03_8th_Maths_Algebra_Chap 3_Malayalam.indd 81 1/26/2023 12:18:50 PM

7. താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നവ യോജിപ്പിക്കുക.

a)	$4y^2 \times -3y$	(i)	$20x^2y - 20x$
b)	$-2xy(5x^2 - 3)$	(ii)	$5x^3 - 5xy^2 + 5x^2y$
c)	$5x(x^2 - y^2 + xy)$	(iii)	$4x^2 - 9$
d)	$(2x + 3)(2x - 3)$	(iv)	$-12y^3$
e)	$5x(4xy - 4)$	(v)	$-10x^3y + 6xy$

A) iv, v, ii, i, iii B) v, iv, iii, ii, i C) iv, v, ii, iii, i D) iv, v, iii, ii, i

8. ഒരു കാർ $(x + 30)$ കിമീ/മണിക്കൂറിൽ നിശ്ചിത വേഗതയിൽ സഞ്ചരിക്കുന്നു. അടുത്ത $(y + 2)$ മണിക്കൂറിൽ കാർ സഞ്ചരിച്ച ദൂരം കാണുക (സൂചന: ദൂരം = വേഗത × സമയം).

ഒബ്ജക്റ്റീവ് ടൈപ്പ് ചോദ്യങ്ങൾ

9. $7p^3$ ന്റെയും $(2p^2)^2$ ന്റെയും ഗുണനഫലം

(A) $14p^{12}$ (B) $28p^7$ (C) $9p^7$ (D) $11p^{12}$

10. ഈ ഗുണനഫലത്തിൽ വിട്ടുപോയ പദങ്ങൾ $-3m^3n \times 9(_____) = _____ m^4n^3$

(A) $mn^2, 27$ (B) $m^2n, 27$ (C) $m^2n^2, -27$ (D) $mn^2, -27$

11. ഒരു സമചതുരത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം $36x^4y^2$ ആണെങ്കിൽ അതിന്റെ വശം _____

(A) $6x^4y^2$ (B) $8x^2y^2$ (C) $6x^2y$ (D) $-6x^2y$

12. ഒരു ദീർഘചതുരത്തിന്റെ വിസതീർണ്ണം $48m^2n^3$ ഉം അതിന്റെ നീളം $8mn^2$ ഉം ആയാൽ അതിന്റെ വീതി _____.

(A) $6\ mn$ (B) $8m^2n$ (C) $7m^2n^2$ (D) $6m^2n^2$

13. ഒരു ദീർഘചതുരാകൃതിയിലുള്ള സ്ഥലത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം $(a^2 - b^2)$ ച..മാത്രകൾ വീതി $(a - b)$ എങ്കിൽ അതിന്റെ നീളം_____

(A) $a - b$ (B) $a + b$ (C) $a^2 - b$ (D) $(a + b)^2$

3.3 ബീജഗണിതവ്യംജകങ്ങളുടെ ഹരണം

മുൻപുള്ള ഭാഗങ്ങളിൽ, ബീജഗണിത വ്യംജകങ്ങളുടെ സങ്കലനം, വ്യവകലനം, ഗുണനം എന്നിവ നമ്മൾ പഠിച്ചുകഴിഞ്ഞു. ഇപ്പോൾ നമ്മൾ പഠിക്കാൻ പോകുന്നത് വേറൊരു അടിസ്ഥാന ക്രിയയായ ഹരണം, ബീജഗണിത വ്യംജകത്തിൽ ഹരണം എന്നത് ഗുണനത്തിന്റെ എതിർ ക്രിയയാണ് എന്നുള്ളത് നമുക്കറിയാം.

₹ 5 വിലയുള്ള 10 പന്തിന്റെ വില $= 10 \times 5$

$= ₹\ 50$

അതുപോലെ നമുക്ക് ₹ 50 യ്ക്ക്,10 പന്ത് ആവശ്യമെങ്കിൽ,

ഒരു പന്തിന്റെ വില $= ₹\ \frac{50}{10} = ₹\ 5$

03_8th_Maths_Algebra_Chap 3_Malayalam.indd 82 1/26/2023 12:19:01 PM

മുകളിൽ നിന്നും സംഖ്യകളുടെ ഹരണമാണ് കാണാൻ കഴിഞ്ഞത് എന്നാൽ എങ്ങനെയാണ് ഒരു ബീജഗണിത വ്യംജകത്തെ മറ്റൊരു ബീജഗണിത വ്യാജകം കൊണ്ട് ഹരിക്കാൻ സാധിക്കുക?

തീർച്ചയായും, ഘാതാങ്കനിയമങ്ങളുടെ സഹായത്തോടു കൂടി ബീജഗണിത വ്യാജകങ്ങൾക്കും അതേ രീതി തന്നെ പിൻതുടരുവാൻ നമുക്ക് സാധിക്കും.

'x' ഒരു ചരവും m, n എന്നിവ സ്ഥിരപദങ്ങളും ആയാൽ $x^m \div x^n = x^{m-n}$, $m > n$

3.3.1 ഒരു ഏകപദത്തെ മറ്റൊരു ഏകപദം കൊണ്ടുള്ള ഹരണം

ഒരു ഏകപദം $10p^4$ നെ മറ്റൊരു ഏകപദമായ $2p^3$, കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ നമുക്ക് കിട്ടുന്നത്

$$10p^4 \div 2p^3$$

$$\frac{10p^4}{2p^3} = \frac{\cancel{10}^{5} \times p \times \cancel{p} \times \cancel{p} \times \cancel{p}}{\cancel{2} \times \cancel{p} \times \cancel{p} \times \cancel{p}} \text{ (കൃതികൾ വികസിപ്പിച്ചത്)}$$

$$= 5p$$

ചിന്തിക്കുക

താഴെ കൊടുത്തിട്ടുള്ളവ ശരിയാണോ?

(i) $\frac{x^3}{x^8} = x^{8-3} = x^5$

(ii) $\frac{10m^4}{10m^4} = 0$

(iii) ഒരു ഏകപദത്തെ അതേ ഏകപദം കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ നമുക്ക് 1 ലഭിക്കും?

എന്നിരുന്നാലും നമുക്ക് ഘാതാങ്കനിയമങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ചും ഹരിക്കാം,

$$\frac{\cancel{10}^{5} p^4}{\cancel{2} p^3} = 5p^{4-3}$$

$$= 5p$$

$$\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$$

ഉദാഹരണം 3.6



വേലു തന്റെ സ്ക്രാപ് ബുക്കിലെ ഒരു പേജിൽ '$4xy$' ചിത്രങ്ങൾ ഒട്ടിച്ചു. അവന് $100x^2y^3$ ചിത്രങ്ങൾ ഒട്ടിക്കാൻ എത്രപേജുകൾ ആവശ്യമാണ്? (x, y എന്നിവ ധന പൂർണാങ്കങ്ങൾ)

നിർദ്ധാരണം:

ചിത്രങ്ങളുടെ ആകെ എണ്ണം $= 100x^2y^3$

ഒരു പേജിലെ ചിത്രങ്ങളുടെ എണ്ണം $= 4xy$ ചിത്രങ്ങൾ

ആവശ്യമായ പേജുകളുടെ എണ്ണം $=$ $\frac{\text{ചിത്രങ്ങളുടെ ആകെ എണ്ണം}}{\text{ഒരു പേജിലെ ചിത്രങ്ങളുടെ എണ്ണം}}$

$$= \frac{\cancel{100}^{25} x^2 y^3}{\cancel{4}xy} = 25x^{2-1}y^{3-1}$$

$$= 25xy^2 \text{ പേജുകൾ}$$

ശ്രമിക്കുക

ഹരിക്കുക

(i) $12x^3y^2$ by x^2y

(ii) $-20a^5b^2$ by $2a^3b^7$

(iii) $28a^4c^2$ by $21ca^2$

(iv) $(3x^2y)^3 \div 6x^2y^3$

(v) $64m^4(n^2)^3$ । $4m^2n^2$

(vi) $(8x^2y^2)^3$ । $(8x^2y^2)^2$

(vii) $81p^2q^4$ । $\sqrt{81p^2q^4}$

(viii) $(4x^2y^3)^0$ । $\frac{(x^3)^2}{x^6}$

03_8th_Maths_Algebra_Chap 3_Malayalam.indd 83 1/26/2023 12:19:08 PM

3.3.2 ഒരു ബീജഗണിതവ്യംജകത്തെ (ബഹുപദവ്യംജകം) ഏകപദം കൊണ്ടുള്ള ഹരണം

ഒരു ബഹുപദവ്യംജകത്തെ ഏകപദം കൊണ്ട് ഹരിക്കാൻ, ബഹുപദവ്യംജകത്തിലെ ഓരോ പദത്തെയും ഏകപദം കൊണ്ട് ഹരിക്കുക.

ഉദാഹരണം 3.7

$(5y^3 - 25y^2 + 8y)$ നെ $5y$ കൊണ്ട് ഹരിക്കുക

നിർദ്ധാരണം:

തന്നിട്ടുള്ളത്, $(5y^3 - 25y^2 + 8y) \div 5y$

$$= \frac{5y^3 - 25y^2 + 8y}{5y}$$

$$= \frac{\cancel{5}y^3}{\cancel{5}y} - \frac{25y^2}{\cancel{5}y} + \frac{8y}{5y}$$

$$= y^{3-1} - 5y^{2-1} + \frac{8}{5}$$

$$= y^2 - 5y + \frac{8}{5}$$

ചിന്തിക്കുക



താഴെ കൊടുത്തിട്ടുള്ള ഹരണങ്ങൾ ശരിയാണോ?

(i) $\frac{4y+3}{4} = y + 3$ (ii) $\frac{5m^2+9}{9} = 5m^2$

(iii) $\frac{2x^2+8}{4} = 2x^2 + 2$. അല്ലെങ്കിൽ ശരിയാക്കുക.



ശ്രമിക്കുക

(i) $(16y^5 - 8y^2) \div 4y$

(ii) $(p^5q^2 + 24p^3q - 128q^3) \div 6q$

(iii) $(4m^2n + 9n^2m + 3mn) \div 4mn$

3.4 ചില സാധാരണ തെറ്റുകൾ ഒഴിവാക്കുക

S.No	തെറ്റ്	ശരി	കാരണം
1.	$2xx = 2x$	$2xx = 2 \times x^1 \times x^1 = 2x^2$	ചരങ്ങളുടെ ഗുണനഫലം
2.	$-3x - 4x = -1x$	$-3x - 4x = -7x$	ഒരേ ചിഹ്നമുള്ള ഘടകങ്ങൾ കൂട്ടിയിട്ട് അതേ ചിഹ്നം നൽകുക
3.	$4y + 3y + y = 7y$	$4y + 3y + y = 8y$	y എന്നത് $1y$, യ്ക്ക് സമമാണ് ഗുണോത്തരം 1 ഉള്ള പദങ്ങളിൽ സാധാരണ എഴുതാറില്ല.
4.	$5x + 3x = 8x^2$	$5x + 3x = 8x$	സജാതീയപദങ്ങൾ കൂട്ടുകയോ കുറയ്ക്കുകയോ ചെയ്യുമ്പോൾ, സജാതീയ പദങ്ങളുടെ ഗുണോത്തരങ്ങൾ കൂട്ടുകയോ കുറയ്ക്കുകയോ ചെയ്തിട്ട് ചരം അതുപോലെ വയ്ക്കുക.
5.	$9x + 1 = 10x$	$9x + 1 = 9x + 1$	വിജാതീയപദങ്ങൾ തമ്മിൽ കൂട്ടാനോ കുറയ്ക്കാനോ സാധ്യമല്ല
6.	$3x + 4y = 7xy$	$3x + 4y = 3x + 4y$	വിജാതീയ പദങ്ങൾ കൂട്ടാൻ സാധ്യമല്ല
7.	$3(4x + 9)$ $= 12x + 9$	$3(4x + 9) = 12x + 27$	പൊതുഘടകമായ 3 കൊണ്ട് രണ്ട് പദങ്ങളെയും ഗുണിക്കുന്നു.
8.	$5 + (3y - 4)$ $= 15y - 20$	$5 + (3y - 4)$ $= 5 + 3y - 4$	സങ്കലനചിഹ്നമാണ് രണ്ട് പദങ്ങൾക്കിടയിലും വന്നത്, ഗുണനമല്ല

03_8th_Maths_Algebra_Chap 3_Malayalam.indd 84 1/26/2023 12:19:15 PM

9.	$(-7x^2+2x+3)$ $=-(7x^2+2x+3)$	$-7x^2+2x+3$ $=-(7x^2-2x-3)$	(-1), പൊതുഘടകം എടുത്ത് എല്ലാ പദങ്ങളുടെയും ചിഹ്നം വ്യത്യാസപ്പെടുത്തുകയുണ്ടായി.
10.	$(2x)^2=2x^2$	$(2x)^2=2^2\times x^2=4x^2$	കൃതി ഒരുപോല ആയതിനാൽ ആധാരഘടകങ്ങളെ ഒരു ബ്രായ്ക്കറ്റിൽ എടുക്കാം
11.	$(2x-5)(3x-4)$ $=6x^2+20$	$(2x-5)(3x-4)$ $=2x(3x-4)-5(3x-4)$ $=6x^2-8x-15x+20$ $=6x^2-23x+20$	വിതരണനിയമം അനുസരിച്ച്
12.	$(x-9)^2=x^2-9^2$	$(x-9)^2=(x-9)(x-9)$ $=x^2-2(x)(9)+9^2$ $=x^2-18x+81$	ദ്വിപദങ്ങളുടെ ഗുണനം $(a+b)^2$, $(a-b)^2$ എന്നീ സർവസമ വാക്യങ്ങളുടെ ഉപയോഗം
13.	$\frac{p^2}{p^5}=p^{5-2}=p^3$	$\frac{p^2}{p^5}=\frac{1}{p^{5-2}}=\frac{1}{p^3}$	ഘാതാങ്ക നിയമങ്ങൾ $x^m\div x^n=x^{m-n}$, $m>n$
14.	$\frac{x^2+5}{5}=x^2$	$\frac{x^2+5}{5}=\frac{x^2}{5}+\frac{5}{5}$ $=\frac{x^2}{5}+1$	വ്യംജകത്തിന്റെ ഓരോ പദത്തെ യും ഛേദം കൊണ്ട് ഹരിക്കുക
15.	$\frac{5m^2}{5m^2}=0$	$\frac{5m^2}{5m^2}=1$	ഒരു പദത്തെ അതെ പദം കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്നത് 1

അഭ്യാസം 3.2

1. വിട്ടുപോയവ പൂരിപ്പിക്കുക

(i) $\frac{18m^4(__)}{2m^3n^3}=_____mn^5$ (ii) $\frac{l^4m^5n^{(_)}}{2lm^{(_)}n^6}=\frac{l^3m^2n}{(__)}$ (iii) $\frac{42a^4b^5(__)}{6a^4b^2}=(__)b^{(_)}c^2$

2. ശരിയോ, തെറ്റോ എന്ന് പറയുക

(i) $8x^3y\div 4x^2=2xy$

(ii) (ii) $7ab^3\div 14ab=2b^2$

3. ഹരിക്കുക

(i) $27y^3$ by $3y$ (ii) x^3y^2 by x^2y

(iii) $45x^3y^2z^4$ by $(-15xyz)$ (iv) $(3xy)^2$ by $9xy$

4. ലഘൂകരിക്കുക

(i) $\frac{3m^2}{m}+\frac{2m^4}{m^3}$ (ii) $\frac{14p^5q^3}{2p^2q}-\frac{12p^3q^4}{3q^2}$

5. ഹരിക്കുക:

(i) $(32y^2-8yz)$ നെ $2y$ കൊണ്ട് ഹരിക്കുക

(ii) $(4m^2n^3+16m^4n^2-mn)$ നെ $2mn$ കൊണ്ട് ഹരിക്കുക

(iii) $5xy^2-18x^2y^3+6xy$ നെ $6xy$ കൊണ്ട് ഹരിക്കുക

(iv) $81(p^4q^2r^3+2p^3q^3r^2-5p^2q^2r^2)$ നെ $(3pqr)^2$ കൊണ്ട് ഹരിക്കുക

03_8th_Maths_Algebra_Chap 3_Malayalam.indd 85 1/26/2023 12:19:25 PM

6. തെറ്റ് തിരിച്ചറിഞ്ഞ് അവ തിരുത്തുക.

(i) $7y^2 - y^2 + 3y^2 = 10y^2$ (ii) $6xy + 3xy = 9x^2y^2$

(iii) $m(4m-3) = 4m^2 - 3$ (iv) $(4n)^2 - 2n + 3 = 4n^2 - 2n + 3$

(v) $(x-2)(x+3) = x^2 - 6$ (vi) $-3p^2 + 4p - 7 = -(3p^2 + 4p - 7)$

7. പ്രസ്താവന A: $24p^2q$ നെ $3pq$ കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ ഹരണഫലം $8p$ ന്റെ ലഘൂകരണം.

പ്രസ്താവന B: $\frac{(5x+5)}{5}$ ന്റെ ലഘൂകരണം $5x$.

(i) A യും B യും ശരി (ii) A ശരി B തെറ്റ്

(iii) A തെറ്റ് B ശരി (iv) A യും B യും തെറ്റ്

8. പ്രസ്താവനA: $4x^2 + 3x - 2 = 2(2x^2 + \frac{3x}{2} - 1)$

പ്രസ്താവന B: $(2m-5)-(5-2m) = (2m-5) + (2m-5)$

(i) A യും B യും ശരി (ii) A ശരി B തെറ്റ്

(iii) A തെറ്റ് B ശരി (iv) A യും B യും തെറ്റ്

3.5 സർവസമവാക്യങ്ങൾ

മുൻ ക്ലാസ്സുകളിൽ നമ്മൾ ബീജഗണിത സർവസമവാക്യങ്ങൾ പഠിച്ചിട്ടുണ്ട്. ചരങ്ങളുടെ സ്ഥാനത്ത് ഏത് വില ആരോപിച്ചാലും തൃപ്തികരമാക്കുന്ന ഒരു സമവാക്യമാണ് സർവസമവാക്യം ഇപ്പോൾ നമുക്ക് അറിയാവുന്ന നാല് സർവസമവാക്യങ്ങൾ ഓർത്തെടുക്കാൻ പോവുകയാണ്. അവ,

$(a+b)^2 \equiv a^2 + 2ab + b^2$ $(a-b)^2 \equiv a^2 - 2ab + b^2$

$(a^2 - b^2) \equiv (a+b)(a-b)$ $(x+a)(x+b) \equiv x^2 + (a+b)x + ab$

സർവ്വസമതയെ സൂചിപ്പിക്കാൻ = നു പകരം ≡ ഉപയോഗിക്കുന്നു.



ശ്രമിക്കുക

താഴെയുള്ളവ വികസിപ്പിക്കുക

(i) $(p+2)^2 = \ldots\ldots\ldots$ (ii) $(3-a)^2 = \ldots\ldots\ldots$

(iii) $(6^2 - x^2) = \ldots\ldots\ldots$ (iv) $(a+b)^2 - (a-b)^2 = \ldots\ldots$

(v) $(a+b)^2 = (a+b) \times \ldots\ldots$ (vi) $(m+n)(\ldots\ldots) = m^2 - n^2$

(vii) $(m+\ldots)^2 = m^2 + 14m + 49$ (Viii) $(k^2 - 49) = (k+\ldots)(k-\ldots)$

(ix) $m^2 - 6m + 9 = \ldots\ldots\ldots$ (x) $(m-10)(m+5) = \ldots\ldots$



കുറിപ്പ്

$7x + 3 = 10$ ന്റെഒര ഒരു നിർദ്ധാരണം $x=1$ ആണ്. $(x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$ ൽ x ന്റെ എല്ലാ മൂല്യവും ശരിയായിരിക്കും. അതാൽ $7x + 3 = 10$ ഒരു സമീകരണവും $(x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$ ഒരു സർവ്വസമവാക്യവുമാണ് ഒരു സർവ്വസമവാക്യം ഒരു സമീകരണമാണ് എന്നാൽ മറിച്ചല്ല

3.5.1 സർവസമവാക്യങ്ങളുടെ ഉപയോഗം

സംഖ്യകളുടെയും ബീജഗണിതവ്യാജകങ്ങളുടെ ഗുണനവും തമ്മിൽ പ്രശ്നങ്ങൾ പരിഹരിക്കുന്നതിന് സർവസമവാക്യങ്ങൾ ഇതരമാർഗമായി ഉപയോഗിക്കുന്നു

03_8th_Maths_Algebra_Chap 3_Malayalam.indd 86 1/26/2023 12:19:32 PM

ഉദാഹരണം 3.8

$(3a+4c)^2$ ന്റെ മൂല്യം $(a+b)^2$ എന്ന സർവസമവാക്യം ഉപയോഗിച്ച് കാണുക.

നിർദ്ധാരണം:

$(3a+4c)^2$ ഉം $(a+b)^2$, തമ്മിൽ താരതമ്യം ചെയ്താൽ നമുക്ക് കിട്ടുന്നത് $a=3a, b=4c$

ഇപ്പോൾ $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$

$\therefore (3a+4c)^2 = (3a)^2+2(3a)(4c)+(4c)^2$ (a യുടെയും b യുടെയും വിലകൾ ആരോപിക്കുന്നു)

$= 3^2a^2+(2\times3\times4)(a\times c)+4^2c^2$

$(3a+4c)^2 = 9a^2+24ac+16c^2$

ഉദാഹരണം 3.9

998^2 ന്റെ മൂല്യം $(a-b)^2$ എന്ന സർവസമവാക്യം ഉപയോഗിച്ച് കാണുക.

നിർദ്ധാരണം:

നമുക്ക് അറിയാവുന്നത്, 998 നെ $(1000-2)$ എന്ന് എഴുതാം

$\therefore \quad (998)^2 = (1000-2)^2$

ഇത് $(a-b)^2$, എന്നപോലെയാണ്, നമുക്ക് കിട്ടുന്നത് $a=1000, \quad b=2$

ഇപ്പോൾ $(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$

$(1000-2)^2 = (1000)^2-2(1000)(2)+(2)^2$

$(998)^2 = 1000000-4000+4 = 996004$

ചിന്തിക്കുക



ഏതാണ് ശരി?

$(3a)^2 =$

(i) $3a^2$ (ii) 3^2a

(iii) $6a^2$ (iv) $9a^2$

ഉദാഹരണം 3.10

$(3x+5y)(3x-5y)$ യെ $(a+b)$ $(a-b)$ ഉപയോഗിച്ച് ലഘൂകരിക്കുക.

നിർദ്ധാരണം:

$(3x+5y)(3x-5y)$ യെ $(a+b)(a-b)$ യോട് സദൃശ്യപ്പെടുത്തിയാൽ $a=3x \quad b=5y$ എന്ന് കിട്ടുന്നതാണ്.

ഇപ്പോൾ $(a+b)(a-b) = a^2-b^2$

$(3x+5y)(3x-5y) = (3x)^2-(5y)^2$ (a, b ഇവയുടെ വില ആരോപിച്ചാൽ)

$= 3^2x^2-5^2y^2$

$(3x+5y)(3x-5y) = 9x^2-25y^2$

ഉദാഹരണം 3.11

a^2-b^2 എന്ന സൂത്രവാക്യം ഉപയോഗിച്ച് y^2-16 നെ വിപുലീകരിക്കുക

നിർദ്ധാരണം:

y^2-16 നെ y^2-4^2 എന്നെഴുതാം

a^2-b^2, നോട് സദൃശ്യപ്പെടുത്തിയാൽ $a=y, b=4$ എന്ന് കിട്ടും.

ഇപ്പോൾ $a^2-b^2 = (a+b)(a-b)$

$y^2-4^2 = (y+4)(y-4)$

$y^2-16 = (y+4)(y-4)$

03_8th_Maths_Algebra_Chap 3_Malayalam.indd 87 1/26/2023 12:19:41 PM

ഉദാഹരണം 3.12

$(x+a)\ (x+b)$ എന്ന സൂത്രവാക്യം ഉപയോഗിച്ച് $(5x+3)(5x+4)$ നെ ക്രിയ ചെയ്യുക.

നിർദ്ധാരണം:

തന്നിട്ടുള്ളത് $(5x+3)(5x+4)$

$(x+a)(x+b)$, യോട് സദൃശ്യപ്പെടുത്തിയാൽ $x=5x$ ഉം $a=3, b=4$ ഉം ആകുന്നു

$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$ (a, b യുടെ വില പ്രതിസ്ഥാപിക്കുക)

$$(5x+3)(5x+4) = (5x)^2 + (3+4)\ (5x) + (3)\ (4)$$
$$= 5^2x^2 + (7)(5x) + 12$$
$$(5x+3)(5x+4) = 25x^2 + 35x + 12$$

ശ്രമിക്കുക

ഉചിതമായ സൂത്രവാക്യങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് വിപുലീകരിക്കുക.

(i) $(3p+2q)^2$ (ii) $(105)^2$ (iii) $(2x-5d)^2$

(iv) $(98)^2$ (v) $(y-5)(y+5)$ (vi) $(3x)^2-5^2$

(vii) $(2m+n)(2m+p)$ (viii) 203×197

(ix) ഒരു സമചതുരത്തിന്റെ വശം $(x-2)$ ആയാൽ അതിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക.

(x) ഒരു ദീർഘച.തുരത്തിന്റെ നീളം $(y+4)$ ഉം വീതി $(y-3)$ ഉം ആയാൽ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക.

3.6 ത്രിഘാത സർവ്വസമവാക്യങ്ങൾ

I. $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

$$LHS = (a+b)^3$$
$$= \big[(a+b)(a+b)\big](a+b) \quad \text{(വികസിത രൂപം)}$$
$$= (a+b)^2(a+b)$$
$$= (a^2+2ab+b^2)(a+b) \quad \text{(സൂത്രവാക്യം ഉപയോഗിച്ച്)}$$
$$= a(a^2+2ab+b^2)+b(a^2+2ab+b^2) \quad \text{(വിതരണ നിയമം ഉപയോഗിച്ച്)}$$
$$= a^3+2a^2b+ab^2+ba^2+2ab^2+b^3$$
$$= a^3+(2a^2b+ba^2)+(ab^2+2ab^2)+b^3 \quad \text{(സദൃശപദങ്ങളെ തരം തിരിക്കണം)}$$
$$= a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$$
$$= RHS$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

അതുകൊണ്ട്, തിരശ്ചീനഗുണനരീതിയിൽ ഈ ത്രിഘാതസർവ്വ സമവാക്യം തെളിയിക്കാവുന്നതാണ്.

മറ്റൊരു രീതി

×	a^2	$2ab$	b^2
a	a^3	$2a^2b$	ab^2
b	a^2b	$2ab^2$	b^3

$= a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

പ്രവൃത്തി

$(a+b)^3$ എന്നതിനെ ഒരു അധ്യാപികയുടെ സഹായത്തോടെ ദൃശ്യവൽക്കരിക്കുക .

03_8th_Maths_Algebra_Chap 3_Malayalam.indd 88 1/26/2023 12:19:49 PM

II. $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

താഴെ കാണുന്ന സമവാക്യത്തെ തിരശ്ചീന രീതിയിൽ തെളിയിക്കുക

$(a-b)^3 = (a-b)(a-b)(a-b)$ എന്നിരിക്കട്ടെ

$= (a-b)^2 \times (a-b)$

$= (a^2 - 2ab + b^2)(a-b)$

$= a(a^2 - 2ab + b^2) - b(a^2 - 2ab + b^2)$

$= a^3 - 2a^2b + ab^2 - ba^2 + 2ab^2 - b^3$

$= a^3 - 2a^2b - ba^2 + ab^2 + 2ab^2 - b^3$

$= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

$= RHS$

$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3a^2b - b^3$ എന്ന് തെളിയിച്ചു.

മറ്റൊരു രീതി

$\times$	a^2	$-2ab$	b^2
a	a^3	$-2a^2b$	ab^2
$-b$	$-a^2b$	$2ab^2$	$-b^3$

$= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

$a^2b = ba^2$ ഗുണനം ക്രമവിനിമേയമാണ്

III. $(x+a)(x+b)(x+c) = x^3 + (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x + abc$

ഈ സൂത്രവാക്യത്തിൽ നിന്നും $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$. ഇതിനെ $(x+c)$. എന്ന ദ്വിപദം കൊണ്ട് ഗുണിക്കുക. അപ്പോൾ ഇപ്രകാരം കിട്ടുന്നതാണ്.

$(x+a)(x+b)(x+c) = \big[(x+a)(x+b)\big](x+c)$

$= (x^2 + (a+b)x + ab) \times (x+c)$

$= x\big[x^2 + (a+b)x + ab\big] + c\big[x^2 + (a+b)x + ab\big]$ (വിതരണ നിയമം)

$= x^3 + (a+b)x^2 + abx + cx^2 + (a+b)xc + abc$

$= x^3 + ax^2 + bx^2 + abx + cx^2 + acx + bcx + abc$

$= x^3 + (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x + abc$ (x^2, x പദങ്ങൾ എന്നിവയോജിപ്പിക്കുക)

$(x+a)(x+b)(x+c) = x^3 + (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x + abc$

ഇപ്രകാരം ത്രിഘാത സമവാക്യങ്ങളുടെ ഒരു നിഗമനത്തിലെത്താം:

- $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
- $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
- $(x+a)(x+b)(x+c) = x^3 + (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x + abc$

ചുരുക്കുക:

മുകളിൽ കൊടുത്തിട്ടുള്ള സമവാക്യങ്ങളെ ഇപ്രകാരം ചുരുക്കാവുന്നതാണ്

(i) $(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$

(ii) $a^3 + b^3 = (a+b)\left(a^2 - ab + b^2\right)$

(iii) $(a-b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a-b)$

(iv) $a^3 - b^3 = (a-b)\left(a^2 + ab + b^2\right)$



എങ്ങനെ? പരിശോധിക്കൂ!

03_8th_Maths_Algebra_Chap 3_Malayalam.indd 89 1/26/2023 12:19:58 PM

3.6.1 ത്രിഘാത സൂത്രവാക്യങ്ങളുടെ ഉപയോഗിക്കൽ

I. $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ എന്ന സൂത്രവാക്യം ഉപയോഗിച്ച് ചുവടെ കൊടുത്തിട്ടുള്ളവ ക്രിയ ചെയ്യുക

ഉദാഹരണം 3.13

വിപുലീകരിക്കുക $(x+4)^3$

നിർദ്ധാരണം:

$(x+4)^3$, $(a+b)^3$, ഇവ താരതമ്യപ്പെടുത്തുക, അപ്പോൾ $a = x$, $b = 4$ എന്ന് എഴുതാം.

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

$(x+4)^3 = (x)^3 + 3(x)^2(4) + 3(x)(4)^2 + (4)^2$

$= (x)^3 + 3x^2(4) + 3(x)(16) + 16$

$(x+4)^3 = x^3 + 12x^2 + 48x + 16$

ഉദാഹരണം 3.14

$(103)^3$ ന്റെ വില കാണുക

$(4)^2 = 4 \times 4 = 16$

$(4)^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$

നിർദ്ധാരണം:

$(103)^3 = (100+3)^3$

$(a+b)^3$, നോട് താരതമ്യപ്പെടുത്തിയാൽ $a = 100$, $b = 3$

$(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$ ഉപയോഗിച്ച് വികസിപ്പിക്കുക

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ a, b ഇവയുടെ വില ഉപയോഗിക്കുക,

$(100+3)^3 = (100)^3 + 3(100)^2(3) + 3(100)(3)^2 + (3)^3$

$= 1000000 + 3(10000)(3) + 3(100)(9) + 27$

$= 1000000 + 90000 + 2700 + 27$

$(103)^3 = 1092727$

II. $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ എന്ന സൂത്രവാക്യം ഉപയോഗിച്ച് വിപുലീകരിക്കുക

ഉദാഹരണം 3.15

വിപുലീകരിക്കുക: $(y-5)^3$

നിർദ്ധാരണം:

$(y-5)^3$, $(a-b)^3$, ഇവ താരതമ്യപ്പെടുത്തുക അപ്പോൾ $a = y$, $b = 5$ എന്നു കിട്ടുന്നു

$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

$(y-5)^3 = (y)^3 - 3(y)^2(5) + 3(y)(5)^2 - (5)^3$

$= (y)^3 - 3y^2(5) + 3(y)(25) - 125$

$(y-5)^3 = y^3 - 15y^2 + 75y - 125$

$(a-b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a-b)$ ഉപയോഗിച്ച് വികസിപ്പിക്കുക

03_8th_Maths_Algebra_Chap 3_Malayalam.indd 90 1/26/2023 12:20:05 PM

ഉദാഹരണം 3.16

$(98)^3$ ന്റെ വില കാണുക

നിർദ്ധാരണം:

$(98)^3 = (100-2)^3$

$(a-b)^3$, നോട് താരതമ്യപ്പെടുത്തുക അപ്പോൾ $a=100, b=2$ എന്ന് കിട്ടുന്നു.

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$(100-2)^3 = (100)^3 - 3(100)^2(2) + 3(100)(2)^2 + (2)^2$$

$$= 1000000 - 3(10000)(2) + 3(100)(4) - 8$$

$$= 1000000 - 60000 + 1200 - 8$$

$$= 941192$$

III. സർവ്വസമവാക്യം $(x+a)(x+b)(x+c) = x^3 + (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x + abc$ ഉപയോഗിക്കൽ

ഉദാഹരണം 3.17

വിപുലീകരിക്കുക: $(x+3)(x+5)(x+2)$

നിർദ്ധാരണം:

$(x+3)(x+5)(x+2)$

$(x+a)(x+b)(x+c)$, യോട് താരതമ്യപ്പെടുത്തിയാൽ $x=x, a=3, b=5, c=2$ ആകുന്നു

$$(x+a)(x+b)(x+c) = x^3 + (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x + abc$$

$$(x+3)(x+5)(x+2) = (x)^3 + (3+5+2)(x)^2 + (3\times5 + 5\times2 + 2\times3)x + (3)(5)(2)$$

$$= x^3 + 10x^2 + (15+10+6)x + 30$$

$$(x+3)(x+5)(x+2) = x^3 + 10x^2 + 31x + 30$$



ശ്രമിക്കുക

വിപുലീകരിക്കുക : (i) $(x+5)^3$ (ii) $(y-2)^3$ (iii) $(x+1)(x+4)(x+6)$

അഭ്യാസം 3.3

1. വിപുലീകരിക്കുക
   (i) $(3m+5)^2$ (ii) $(5p-1)^2$ (iii) $(2n-1)(2n+3)$ (iv) $4p^2 - 25q^2$
2. വിപുലീകരിക്കുക
   (i) $(3+m)^3$ (ii) $(2a+5)^3$ (iii) $(3p+4q)^3$ (iv) $(52)^3$ (v) $(104)^3$
3. വിപുലീകരിക്കുക
   (i) $(5-x)^3$ (ii) $(2x-4y)^3$ (iii) $(ab-c)^3$ (iv) $(48)^3$ (v) $(97xy)^3$
4. ചുരുക്കുക $(p-2)(p+1)(p-4)$
5. ഒരു സമചതുരഘനികയുടെ വശം $(x+1)$ സെ.മീ ആയാൽ അതിന്റെ വ്യാപ്തം കാണുക
6. $(x+2), (x-1), (x-3)$ എന്നീ അളവുകളുള്ള ഒരു ദീർഘചതുരഘനികയുടെ വ്യാപ്തം കാണുക

03_8th_Maths_Algebra_Chap 3_Malayalam.indd 91 1/26/2023 12:20:14 PM

ഒബ്ജക്റ്റീവ് ടൈപ്പ് ചോദ്യങ്ങൾ

7. $x^2-y^2 = 16$ കൂടാതെ $(x+y) = 8$ എങ്കിൽ $(x-y)$ = _____

(A) 8 (B) 3 (C) 2 (D) 1

8. $\frac{(a+b)(a^3-b^3)}{(a^2-b^2)}$ = _____

(A) a^2-ab+b^2 (B) a^2+ab+b^2 (C) $a^2+2ab+b^2$ (D) $a^2-2ab+b^2$

9. $(p+q)(p^2-pq+q^2)$ = _____

(A) p^3+q^3 (B) $(p+q)^3$ (C) p^3-q^3 (D) $(p-q)^3$

10. $(a-b)=3$ കൂടാതെ $ab=5$ എങ്കിൽ a^3-b^3 = _____

(A) 15 (B) 18 (C) 62 (D) 72

11. $a^3+b^3 = (a+b)^3$ – _____

(A) $3a(a+b)$ (B) $3ab(a-b)$ (C) $-3ab(a+b)$ (D) $3ab(a+b)$

3.7 ഘടകങ്ങളാക്കൽ

ഒരു ബഹുപദത്തെ അതിന്റെ ഘടകങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുന്ന പ്രക്രിയയാണ് ഘടകങ്ങളാക്കൽ എന്നു പറയുന്നത്.12 ന്റെ അഭാജ്യഘടകങ്ങളായി ഇപ്രകാരം എഴുതാവുന്നതാണ്. അതായത് $12 = 2\times2\times3$. ഇതിനെയാണ് അഭാജ്യഘടകങ്ങളാക്കൽ എന്നു പറയുന്നത്. എങ്ങനെയാണ് ഒരു ബീജഗണിത വ്യംജകത്തെ ഘടകങ്ങളാക്കുന്നത്? അതെ എങ്ങനെയാണെന്നു വച്ചാൽ രണ്ടോ അതിലധികമോ വ്യംജകമായി ഒരു ബീജഗണിത വ്യംജകത്തെ എഴുതാൻ സാധിക്കുമെങ്കിൽ അതിനെ ഘടകങ്ങളാക്കൽ പ്രക്രിയയായി കണക്കാക്കാം.



കുറിപ്പ്

1 ഉം അതേ സംഖ്യയും മാത്രം ഭാജകങ്ങളായ സംഖ്യകൾ (or) ഒരു സംഖ്യയ്ക്ക് 2 ഘടകങ്ങൾ മാത്രം കാണുന്നവയെ അഭാജ്യ സംഖ്യകൾഎന്നു പറയുന്നു. ഉദാഹരണം: 2, 3, 5. 7. 11, ...

2 ൽ കൂടുതൽ ഘടകങ്ങൾ ഉണ്ടായിരിക്കുന്നവയെ ഭാജ്യ സംഖ്യകൾ എന്നു പറയുന്നു. ഉദാഹരണം: 4, 6, 8, 9, 10, 12, ...

ഉദാഹരണം, (i) a^2-b^2 നെ ഘടകങ്ങളായി ഇപ്രകാരം എഴുതാവുന്നതാണ് $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$. $(a+b)(a-b)$ ഇവയാണ് a^2-b^2 ന്റെ ഘടകങ്ങൾ

(ii) $5y+30=5(y+6)$, ഇവിടെ 5, $(y+6)$ ഇവയാണ് $5y+30$ ന്റെ ഘടകങ്ങൾ

ഒരു വ്യംജകത്തെ $(1)\times$ വ്യംജകം എന്നും ഘടകങ്ങളാക്കാം

ഉദാഹരണമായി, a^2-b^2 യെ ഇപ്രകാരവും ഘടകങ്ങളാക്കാം.

$$(1)\times\left(a^2-b^2\right) \text{ or } (-1)\times\left(b^2-a^2\right)$$

എന്തുകൊണ്ടെന്നാൽ '1' എന്നത് എല്ലാ സംഖ്യയുടെയും വ്യംജകത്തിന്റെയും ഒരു ഘടകമാണ് അതുകൊണ്ട് '1' കൂടാതെ രണ്ടോ, അതിലധികമോ ഘടകങ്ങൾ വരുന്ന ഒരു വ്യംജകത്തിൽ താഴെ കാണുന്ന വിധം ഘടകങ്ങളാക്കാവുന്നതാണ്. എല്ലാ ഘടകങ്ങളും എഴുതിയതിനുശേഷം അവയെ ക്രമമായി എഴുതി പൂർത്തീകരിക്കാവുന്നതാണ്.

രീതി: 1 പൊതുഘടകം കണ്ടുപിടിച്ച് ഘടകങ്ങളാക്കൽ.

ഉദാഹരണം 3.18

ഘടകങ്ങളാക്കുക: $4x^2y+8xy$

നിർദ്ധാരണം:

$$4x^2y+8xy$$
$$= (2\times2\times x\times x\times y)+(2\times2\times2\times x\times y)$$

03_8th_Maths_Algebra_Chap 3_Malayalam.indd 92 1/26/2023 12:20:19 PM

പൊതുഘടകം $2, 2, x, y$,

$$= 2 \times 2 \times x \times y(x+2)$$

$$= 4xy(x+2)$$

രീതി: 2 രണ്ട് പദങ്ങളിലുള്ള പൊതുഘടകം പുറത്തെടുത്ത് ഘടകങ്ങളാക്കുന്ന രീതി

ഉദാഹരണം 3.19

(i) ഘടകങ്ങളാക്കുക:
$(2x+5)(x-y)+(4y)(x-y)$

നിർദ്ധാരണം:

$(2x+5)(x-y)+(4y)(x-y)$

പൊതുഘടകം $(x-y)$

$(x-y)\big(2x+5+4y\big)$ എന്ന് ലഭിക്കുന്നു

(ii) ഘടകങ്ങളാക്കുക $3n(p-2)+4(2-p)$

നിർദ്ധാരണം:

$3n(p-2)+4(2-p)$ (പൊതുപദം)

$3n(p-2)-4(p-2)$

പൊതുഘടകം $(p-2)$ പുറത്തെടുക്കുക

$(p-2)(3n-4)$ എന്ന് ലഭിക്കുന്നു

രീതി: 3 ഗ്രൂപ്പുകളാക്കുന്ന രീതിയിലൂടെ ഘടകങ്ങളാക്കൽ

ഈ രീതിയിൽ പദങ്ങളെ ഗ്രൂപ്പുകളായി ക്രമീകരിച്ച് പൊതുഘടകം പുറത്ത് എടുക്കുക.

ഉദാഹരണം 3.20

ഘടകങ്ങളാക്കുക : $x^2 + yz + xy + xz$

നിർദ്ധാരണം:

അനുയോജ്യമായ രീതിയിൽ
ഗ്രൂപ്പുകളാക്കിയാൽ, $= (x^2 + xy) + (yz + xz)$

$= x(x+y) + z(y+x)$

$= x(x+y) + z(x+y)$ (സങ്കലനം സംയോജനമാണ്)

$= (x+y)(x+z)$ [പൊതുഘടകം $(x+y)$] പുറത്തെടുക്കുക

രീതി: 4 സൂത്രവാക്യങ്ങളിലൂടെ ഘടകങ്ങളാക്കൽ

(i) $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ (ii) $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ (iii) $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

ഉദാഹരണം 3.21

ഘടകങ്ങളാക്കുക : $x^2 + 8x + 16$

നിർദ്ധാരണം:

ഇതിനെ $x^2 + 8x + 4^2$ എന്ന് എഴുതാവുന്നതാണ്

$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$ നോട് താരതമ്യപ്പെടുത്തിയാൽ $a = x$; $b = 4$

$(x^2) + 2(x)(4) + (4)^2 = (x+4)^2$

$x^2 + 8x + 16 = (x+4)^2$ എന്നിവ ഘടകങ്ങൾ

$(x+4), (x+4)$ എന്നിവ രണ്ട് ഘടകങ്ങൾ

03_8th_Maths_Algebra_Chap 3_Malayalam.indd 93 1/26/2023 12:20:27 PM

ഉദാഹരണം 3.22

ഘടകങ്ങളാക്കുക $49x^2 - 84xy + 36y^2$

നിർദ്ധാരണം:

$$49x^2 - 84xy + 36y^2 = 7^2x^2 - 84xy + 6^2y^2$$
$$= (7x)^2 - 2(7x)(6y) + (6y)^2$$

$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$ നോട് താരതമ്യപ്പെടുത്തിയാൽ $a = 7x$, $b = 6y$

$$(7x)^2 - 2(7x)(6y) + (6y)^2 = (7x - 6y)^2$$
$$\therefore 49x^2 - 84xy + 36y^2 = (7x - 6y)^2$$

$(7x-6y)$, $(7x-6y)$ എന്നിവ രണ്ട് ഘടകങ്ങൾ.

ശ്രമിക്കുക

ഘടകങ്ങൾ കണ്ടെത്തുക

ഘടകം 1	ഘടകം 2	ഗുണനം	തുക
		35	12
		-40	-3
		60	-17
		-51	+14
		-32	-4

ഉദാഹരണം 3.23

ഘടകങ്ങളാക്കുക : $49x^2 - 64y^2$

നിർദ്ധാരണം:

$$49x^2 - 64y^2 = 7^2x^2 - 8^2y^2$$
$$= (7x)^2 - (8y)^2$$

$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ യോട് താരതമ്യപ്പെടുത്തിയാൽ

we get $a = 7x$, $b = 8y$ ആകുന്നു

$$(7x)^2 - (8y)^2 = (7x + 8y)(7x - 8y)$$

$(7x+8y)$, $(7x-8y)$ എന്നിവ രണ്ട് ഘടകങ്ങൾ

രീതി: 5 വ്യംജകത്തെ ഘടകങ്ങളാക്കൽ ($ax^2 + bx + c$)

ഉദാഹരണം 3.24

ഘടകങ്ങളാക്കുക $x^2 + 8x + 15$

ഗുണനഫലം = 15	തുക = 8
1×15 = 15	1+15 = 16
3 × 5 = 15	**3+5 = 8** ✓

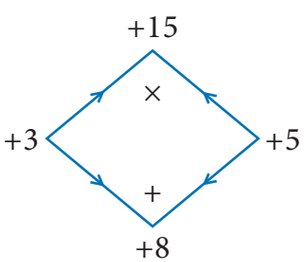
നിർദ്ധാരണം:

ഇത് $ax^2 + bx + c$ എന്ന രൂപത്തിൽ ആകുന്നു

അതുകൊണ്ട്, $a = 1, b = 8, c = 15$

ഗുണനഫലം $= a \times c$ തുക $= b$

$= 1 \times 15$ $b = 8$



$$x^2 + 8x + 15 = x^2 + 3x + 5x + 15$$
$$= (x^2 + 3x) + (5x + 15) \quad \text{(മധ്യപദം } 8x \text{ നെ } 3x+5x \text{ എന്നെഴുതാം)}$$
$$= x(x+3) + 5(x+3) \quad \text{(പൊതുഘടകം } x+3\text{)}$$
$$= (x+3)(x+5)$$
$$x^2 + 8x + 15 = (x+3)(x+5)$$

$(x+3)$, $(x+5)$ എന്നിവ രണ്ട് ഘടകങ്ങൾ

ചിന്തിക്കുക

$x^2-4(x-2) = (x^2-4)(x-2)$
ശരിയാണോ? ഇല്ലെങ്കിൽ ശരിയാക്കുക.

03_8th_Maths_Algebra_Chap 3_Malayalam.indd 94 1/26/2023 12:20:37 PM

ഉദാഹരണം 3.25

ഘടകങ്ങളാക്കുക $7c^2 + 2c - 5$

ഗുണനഫലം = –35	തുക = 2
$1\times(-35) = -35$	$1-35 = -34$
$-1 \times 35 = -35$	$-1+35 = 34$
$5 \times (-7) = -35$	$5-7 = -2$
$-5 \times 7 = -35$	**$-5+7 = 2$** ✓

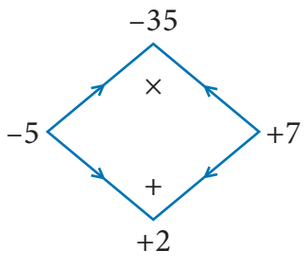
നിർദ്ധാരണം:

$7c^2 + 2c - 5$

$ax^2 + bx + c$ എന്ന രൂപത്തിൽ

$a = 7,\ b = 2,\ c = -5$

ഗുണനഫലം $= a \times c = 7 \times (-5) = -35$ തുക $b = 2$



$7c^2 + 2c - 5 = (7c^2 - 5c) + (7c - 5)$

(മധ്യപദം $2c$ യെ $-5c+7c$ എന്നെഴുതുക)

$= c(7c - 5) + 1(7c - 5)$

(പൊതുഘടകം $7c-5$)

$= (7c - 5)(c + 1)$

$(7c-5)$, $(c+1)$ എന്നിവ രണ്ട് ഘടകങ്ങൾ

ശ്രമിക്കുക

ഘടകങ്ങളാക്കുക

1) $3y + 6$ 2) $10x^2 + 15y^2$ 3) $7m(m-5) + 1(5-m)$ 4) $64 - x^2$ 5) x^2-3x+2

6) $y^2-4y-32$ 7) $p^2+2p-15$ 8) $m^2+14m+48$ 9) x^2-x-90 10) $9x^2-6x-8$

3.7.1 ത്രിഘാതസൂത്രവാക്യങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ചുള്ള ഘടകങ്ങളാക്കൽ

ത്രിഘാതസൂത്രവാക്യങ്ങൾ

(i) $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

(ii) $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

കുറിപ്പ്

$8a^3 = 2 \times 2 \times 2 \times a^3$

$= 2^3 a^3 = (2a)^3$

I. $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ സൂത്രവാക്യം ഉപയോഗിച്ചുള്ള ഘടകങ്ങൾ

ഉദാഹരണം 3.26

ഘടകങ്ങളാക്കുക : $x^3 + 15x^2 + 75x + 125$

നിർദ്ധാരണം:

$x^3 + 15x^2 + 75x + 125$ തന്നിട്ടുണ്ട്

$x^3 + 15x^2 + 75x + 5^3$ എന്നെഴുതാം

$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = (a+b)^3$ നോട് താരതമ്യം ചെയ്താൽ $a = x$, $b = 5$

തന്നിരിക്കുന്ന വ്യംജകത്തെ

$(x)^3 + 3(x)^2(5) + 3(x)(5)^2 + (5)^3 = (x + 5)^3$

$= (x + 5)(x + 5)(x + 5)$ എന്ന് ഘടകങ്ങളാക്കാം.

പൂർണ്ണ ഘനസംഖ്യകൾ

ഒരു സംഖ്യയെ $x \times x \times x$ എന്ന രീതിയിൽ എഴുതാൻ സാധിക്കുമെങ്കിൽ അതിനെ പൂർണ്ണ ഘനസംഖ്യകൾ എന്നു പറയുന്നു.

ഉദാഹരണങ്ങൾ

$8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$

$27 = 3 \times 3 \times 3 = 3^3$

$125 = 5 \times 5 \times 5 = 5^3$

ഇവിടെ 8, 7, 125 ഇവ പൂർണ്ണ ഘന സംഖ്യകളാണ്.

03_8th_Maths_Algebra_Chap 3_Malayalam.indd 95 1/26/2023 12:20:42 PM

II. $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ സൂത്രവാക്യം ഉപയോഗിച്ചുള്ള ഘടകങ്ങൾ

ഉദാഹരണം 3.27

ഘടകങ്ങളാക്കുക: $8p^3 - 12p^2q + 6pq^2 - q^3$

നിർദ്ധാരണം:

$8p^3 - 12p^2q + 6pq^2 - q^3$ തന്നിട്ടുണ്ട്

$(2p)^3 - 12p^2q + 6pq^2 - (q)^3$ എന്നെഴുതാം

$a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = (a-b)^3$ നോട് താരതമ്യം ചെയ്താൽ $a = 2p, b = q$

തന്നിരിക്കുന്ന വ്യംജകത്തെ

$(2p)^3 - 3(2p)^2(q) + 3(2p)(q)^2 - (q)^3 = (2p-q)^3$

$= (2p-q), (2p-q), (2p-q)$ എന്ന് ഘടകങ്ങളാക്കാം.

അഭ്യാസം 3.4

1. പൊതുഘടകം കണ്ടുപിടിച്ച് താഴെ കാണുന്നവയെ ഘടകങ്ങളാക്കുക

(i) $18xy - 12yz$ (ii) $9x^5y^3 + 6x^3y^2 - 18x^2y$ (iii) $x(b-2c) + y(b-2c)$

(iv) $(ax+ay) + (bx+by)$ (v) $2x^2(4x-1) - 4x + 1$ (vi) $3y(x-2)^2 - 2(2-x)$

(vii) $6xy - 4y^2 + 12xy - 2yzx$ (viii) $a^3 - 3a^2 + a - 3$ (ix) $3y^3 - 48y$ (x) $ab^2 - bc^2 - ab + c^2$

2. ഘടകങ്ങളാക്കുക

(i) $x^2 + 14x + 49$ (ii) $y^2 - 10y + 25$ (iii) $c^2 - 4c - 12$ (iv) $m^2 + m - 72$ (v) $4x^2 - 8x + 3$

3. $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ എന്ന സൂത്രവാക്യം ഉപയോഗിച്ച് താഴെ കാണുന്നവയെ ഘടകങ്ങളാക്കുക

(i) $64x^3 + 144x^2 + 108x + 27$ (ii) $27p^3 + 54p^2q + 36pq^2 + 8q^3$

4. $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ എന്ന സൂത്രവാക്യം ഉപയോഗിച്ച് താഴെ കാണുന്നവയെ ഘടകങ്ങളാക്കുക

(i) $y^3 - 18y^2 + 108y - 216$ (ii) $8m^3 - 60m^2n + 150mn^2 - 125n^3$

ഒബ്ജക്റ്റീവ് ടൈപ്പ് ചോദ്യങ്ങൾ

5. $9x^2 + 6xy$ ന്റെ ഘടകങ്ങൾ

(A) $3y, (x+2)$ (B) $3x, (3x+3y)$ (C) $6x, (3x+2y)$ (D) $3x, (3x+2y)$

6. $4 - m^2$ ന്റെ ഘടകങ്ങൾ

(A) $(2+m)(2+m)$ (B) $(2-m)(2-m)$ (C) $(2+m)(2-m)$ (D) $(4+m)(4-m)$

7. $(x+4)$ കൂടാത $(x-5)$ എന്നിവ _____ ന്റെ ഘടകങ്ങൾ

(A) $x^2 - x + 20$ (B) $x^2 - 9x - 20$ (C) $x^2 + x - 20$ (D) $x^2 - x - 20$

8. $x^2 - 5x + 6$ ന്റെ ഘടകങ്ങൾ $(x-2)(x-p)$ ആണെങ്കിൽ p യുടെ മൂല്യം _____

(A) -3 (B) 3 (C) 2 (D) -2

9. $1 - m^3$ ന്റെ ഘടകങ്ങൾ

(A) $(1+m), (1+m+m^2)$ (B) $(1-m), (1-m-m^2)$

(C) $(1-m), (1+m+m^2)$ (D) $(1+m), (1-m+m^2)$

10. $x^3 + y^3$ ന്റെ ഒരു ഘടകങ്ങൾ

(A) $(x-y)$ (B) $(x+y)$ (C) $(x+y)^3$ (D) $(x-y)^3$

03_8th_Maths_Algebra_Chap 3_Malayalam.indd 96 1/26/2023 12:20:47 PM

അഭ്യാസം 3.5

CZQXY

മറ്റു ചില പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങൾ

1. $5y^2(x^2y^3 - 2x^4y + 10x^2)$ ൽ നിന്നും $-2(xy)^2(y^3 + 7x^2y + 5)$ നെ കുറയ്ക്കുക
2. ഗുണിക്കുക $\left(4x^2 + 9\right)$, $\left(3x - 2\right)$
3. വർഷം $7b\%$ പലിശ നിരക്കിൽ $4ab$ വർഷത്തേയ്ക്ക് $5a^2b^2$ രൂപയുടെ സാധാരണ പലിശ കണക്കാക്കുക.
4. ഒരു നോട്ട്ബുക്കിന്റെ വില $10ab$. ബാബുവിന്റെ കൈയിൽ $\left(5a^2b + 20ab^2 + 40ab\right)$ രൂപയുണ്ട്. എങ്കിൽ എത്ര ബുക്കുകൾ അവന് വാങ്ങാൻ സാധിക്കും?
5. ഘടകങ്ങളാക്കുക : $\left(7y^2 - 19y - 6\right)$

ബുദ്ധിപരിശോധന ഉണർത്തുന്ന ചോദ്യങ്ങൾ

6. ഒരു കോൺട്രാക്ടർ വീട് വയറിംഗ് ചെയ്യുന്നതിനാവശ്യമായ വയറിന്റെ തുക $4x^2 + 11x + 6$ എന്ന വ്യാജകരൂപത്തിൽ അവതരിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നു. മുറികളുടെ എണ്ണമായ $\left(x + 2\right)$ നോട് പുറത്തെ മുറികളുടെ എണ്ണം ഗുണിക്കുമ്പോൾ മുകളിൽ തന്നിട്ടുള്ള വ്യാജകം കിട്ടുന്നു. എങ്കിൽ പുറത്തുള്ള മുറികളുടെ എണ്ണം 'x'. ഉൾപ്പെടുന്ന രീതിയിൽ കണക്കാക്കുക [Hint : $4x^2 + 11x + 6$ നെ ഘടകങ്ങളാക്കുക]
7. ഒരു മേസ്തിരി തറയുടെ വിസ്തീർണ്ണത്തെ $x^2 + 6x + 8$ എന്ന രൂപത്തിൽ അവതരിപ്പിക്കുന്നു. മുറിയുടെ നീളം $\left(x + 4\right)$, എന്നാണ് കണക്കാക്കിയിരിക്കുന്നത്. എങ്കിൽ മുറിയുടെ വീതി x പദം ഉൾപ്പെടുന്ന രീതിയിൽ കാണുക
8. വിട്ടുപോയ ഭാഗം പൂരിപ്പിക്കുക: $y^2 + (\ldots)x + 56 = (y + 7)(y + \ldots)$
9. ഘടകങ്ങളാക്കുക : $16p^4 - 1$
10. ഘടകങ്ങളാക്കുക : $3x^3 - 45x^2y + 225xy^2 - 375y^3$

3.8 ഒന്നോ അതിലധികമോ ചരങ്ങളോടു കൂടിയ രേഖീയ സമീകരണങ്ങൾ:

3.8.1 മുഖവുര

ബീജഗണിതത്തെക്കുറിച്ചുള്ള ആധുനിക ചിന്താഗതിയെക്കുറിച്ച് നമുക്ക് ചെറുതായൊന്നു ഓർമ്മ പുതുക്കാം.

ദീർഘചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് കണ്ടു പിടിക്കുന്നതിനുള്ള സൂത്രവാക്യം എന്താണ്? നാം നീളത്തെ l എന്നും വീതിയെ b എന്നും കുറിക്കുകയാണെങ്കിൽ ചുറ്റളവ് p തരുന്നത് $p = 2(l + b)$ എന്നാകുന്നു. ഈ സൂത്രവാക്യത്തിൽ നിന്നും 2 എന്ന സ്ഥിര സംഖ്യയും പദാനുപദങ്ങളായ p, l കൂടാതെ b എന്നീവ ചരങ്ങളെയുമാണ് പ്രതിനിധീകരിക്കുന്നത് ദീർഘചതുരത്തിന്റെ രൂപത്തെയും p, l, b, എന്നീ **ചരങ്ങളെയുമാണ്**. കൂടാതെ വ്യത്യസ്ത തരത്തിലുള്ള ദീർഘചതുരങ്ങളുടെ മൂല്യങ്ങൾക്ക് മാറ്റം വന്നു കൊണ്ടേഇരിക്കും. 2 എന്നത് ഒരു **സ്ഥിരസംഖ്യ** ആയിരിക്കും. (ഇത് അർത്ഥമാക്കുന്നത് ഒരു ദീർഘ ചതുരത്തിന്റെ രൂപത്തിന് മാറ്റം വരില്ല).

ബീജ ഗണിത **വ്യംജകം** എന്ന ഗണിതപദം ഉൾക്കൊള്ളുന്നത് ഒന്നോ അതിലധികമോ ബീജഗണിത പദങ്ങളും അവയിൽ ചരങ്ങളും സ്ഥിര പദങ്ങളും ഒപ്പം ക്രിയകളുടെ അടയാളങ്ങളുടേയും സംയോജനമാണ് (പോസിറ്റീവ്, നെഗറ്റീവ് ചിഹ്നങ്ങൾ)

ഉദാഹരണം: $4x^2 + 5x + 7xy + 100$ എന്നു ബീജഗണിതവ്യംജകത്തിന്റെ ആദ്യപദമായ $4x^2$ ന്റെ ചരം x^2 ഉം സ്ഥിരസംഖ്യ 4ഉം. ആകുന്നു അതുപോലെ $7xy$ എന്ന വ്യംജകത്തിൽ ചരം ഉണ്ടോ?

ഗുണാങ്കം എന്നത് ഒരു പദത്തിലെ ചരത്തിന്റെ സംഖ്യാഭാഗമാണ്. $4x^2 + 5x + 7xy + 100$ എന്നതിൽ ആദ്യ പദത്തിന്റെ ഗുണാങ്കം 4 ആകുന്നു. രണ്ടാം പദത്തിന്റെ ഗുണാങ്കം എന്താണ്? അത് 5 ആകുന്നു. xy പദത്തിന്റെ ഗുണാങ്കം 7 ആകുന്നു.

03_8th_Maths_Algebra_Chap 3_Malayalam.indd 97 1/26/2023 12:20:50 PM

3.8.2 ബീജഗണിത വ്യംജകങ്ങളുടെ രൂപവൽകരണം.

നാം ഇപ്പോൾ ചില പ്രസ്താവനകളുടെ ബീജഗണിതാഭാഷാ രൂപവൽകരണത്തെയും ഒരു വ്യംജത്തിന്റെ രൂപീകരണത്തെയും കുറിച്ച് ഓർമ്മ പുതുക്കാം. ഇവിടെ കുറെ ഉദാഹരണങ്ങൾ കൊടുത്തിട്ടുണ്ട്.

പ്രസ്ഥാവന	വ്യംജകം	അഭിപ്രായം
8,7 എന്നിയവുടെ തുക	$8 + 7$	ലഘൂകരണത്തിലൂടെ ഒരു സംഖ്യലഭിച്ചു. ഇതൊരു സംഖ്യാവ്യംജകമാകുന്നു.
x,7ന്റെ തുക	$x + 7$	x+7 എന്ന ബീജഗണിത വ്യംജകംലഭിച്ചു. അതിനാൽ x ഒരു ചരമാകുന്നു
16 നെ y കൊണ്ട് ഹരിച്ചു	$\frac{16}{y}$	ഇവിടെ y എന്നത് ഒരു ചരമാകുന്നു.
p യുടെ മൂന്നിരട്ടിയോട് ഒന്ന് കൂടുതൽ	$3p+1$	ഇവിടെ p ചരവും 3, pയുടെ ഗുണാങ്കവുമാണ്
ഒരു സംഖ്യയുടെ ഗുണനഫലവും ആ സംഖ്യയിൽ നിന്നും 5 കുറവ്	$x(x - 3)$	ഇവിടെ x എന്നത് വ്യംജകത്തിലുടനീളം ഒരേ. സംഖ്യയെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു. (ഗുണനത്തെ സൂചിപ്പിക്കുന്നതിന് ഇവിടെ (ബ്രാക്കറ്റുകൾ ഉപയോഗിക്കുന്നു)

3.8.3 സമീകരണങ്ങൾ

ഒരു സമവാക്യം എന്ന പ്രസ്ഥാവന സ്ഥാപിക്കുന്നത് രണ്ട് വ്യംജകങ്ങളുടെ സമത്വത്തെയാണ് ഒരു ചിഹ്നത്തിനു ഇരുവശങ്ങളിലുമായി ഈ വ്യംജകങ്ങളെ എഴുതുന്നു.

ഉദാഹരണമായി $2x$+7=17 ഒരു സമവാക്യം (ഇവിടെ x എന്നത് സമവാക്യത്തിന്റെ ഇടതുവശവും $2x$+7 എന്നത് വലതുവശവുമാണ്.

രേഖീയ സമീകരണങ്ങൾ

ഒരേയൊരു ചരത്തോടു കൂടിയതും ഏറ്റവും വലിയ കൃതി ഒന്ന് ഉള്ളതുമായ സമീകരണത്തെ രേഖീയ സമീകരണമെന്നു വിളിക്കാം. ഉദാഹരണമായി: $3x - 7 = 10$.

ഒന്നോ അതിലധികമോ ചരങ്ങളോടു കൂടിയ രേഖീയ സമീകരണങ്ങൾ:

ഒരു സമവാക്യം രൂപം കൊള്ളുന്നത് ഒരു പ്രസ്താവനയ്ക്ക് ഗണിത പദങ്ങൾ ആരോപിക്കുമ്പോഴാണ്. ഇവിടെ ചില ഉദാഹരണങ്ങൾ കൊടുത്തിട്ടുണ്ട്

(i) ഒരു സംഖ്യയോട് 5 കൂട്ടുമ്പോൾ 25 ലഭിക്കുന്നു.

ഈ പ്രസ്താവനയെ x+5=25 എന്ന് എഴുതാം.

x+5=25 എന്ന സമീകരണം രൂപം കൊണ്ടിരിക്കുന്നത് ഒരു ചരമായ x ഉം അതിന്റെ ഏറ്റവും വലിയ കൃതിയായ 1 ഉം ചേർന്നാണ് അതിനാൽ ഇതിനെ ഒരു ചരത്തോടു കൂടിയ രേഖീയ സമീകരണം എന്ന് വിളിക്കാം.

അതുകൊണ്ട് ഒരേയൊരു ചരത്തോടു കൂടിയതും ഏറ്റവും വലിയ കൃതി ഒന്ന് ഉള്ളതുമായ സമീകരണത്തെ ഒരു ചരത്തിലുള്ള രേഖീയ സമീകരണമെന്നു വിളിക്കാം.

ഉദാഹരണങ്ങൾ: $5x - 2 = 8$, $3y + 24 = 0$

ഒരു ചരമുള്ള ഇത്തരം രേഖീയ സമീകരണങ്ങളെ ലഘു സമവാക്യങ്ങൾ എന്നും പറയാം.

03_8th_Maths_Algebra_Chap 3_Malayalam.indd 98 1/26/2023 12:20:53 PM

(ii) രണ്ടു സംഖ്യകളുടെ തുക 45 ആകുന്നു

ഈ പ്രസ്താവനയെ $x + y = 45$ എന്ന് എഴുതാം. $x+y$ എന്ന സമീകരണം രൂപം കൊണ്ടിട്ടുള്ളത് x,y എന്നീ ചരങ്ങളും ഏറ്റവും വലിയ കൃതി 1 ഉം ചേർന്നാണ്. അതിനാൽ ഇതിനെ രണ്ടു ചരങ്ങളോടു കൂടിയ രേഖീയ സമീകരണം എന്നറിയപ്പെടുന്നു.

ഇപ്പോൾ ഈ ക്ലാസിൽ എങ്ങനെ ഒരു ചരത്തോടു കൂടിയ രേഖീയ സമീകരണം നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുന്നത് എന്ന് പഠിക്കാം. മറ്റു തരത്തിലുള്ള സമീകരണങ്ങൾ നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുന്നത് ഉയർന്ന ക്ലാസ്സുകളിൽ പഠിക്കാം.

കുറിപ്പ്

ഒന്നിനേക്കാൾ ഉയർന്ന (2,3,....) കൃതിയോടു കൂടിയ ചരങ്ങളുള്ള സമീകരണങ്ങൾ ളെ ദ്വിഘാത, ത്രിഘാത സമീകരങ്ങൾ എന്നു വിളിക്കുന്നു.

ഉദാഹരണങ്ങൾ (i) $x^2 + 4x + 7 = 0$ എന്നത് ഒരു ദ്വിഘാത സമീകരണം ആകുന്നു.

(ii) $5x^3 - x^2 + 3x = 10$ എന്നത് ഒരു ത്രിഘാത സമീകരണം ആകുന്നു.

ശ്രമിച്ചു നോക്കാം

താഴെ തന്നിട്ടുള്ളവയിൽ രേഖീയ സമീകരണങ്ങൾ ഏതെല്ലാമെന്ന് തിരിച്ചറിയുക.

(i) $2 + x = 19$ (ii) $7x^2 - 5 = 3$ (iii) $4p^3 = 12$ (iv) $6m+2$ (v) $n=10$

(vi) $7k - 12 = 0$ (vii) $\frac{6x}{8} + y = 1$ (viii) $5 + y = 3x$ (ix) $10p+2q=3$ (x) x^2-2x-4

താഴെ തന്നിട്ടുള്ള പ്രസ്താവനയെ രേഖീയ സമീകരണങ്ങളാക്കുക.:

ഉദാഹരണം 3.28

ഒരു സംഖ്യയോട് 7 കൂട്ടുമ്പോൾ 19 കിട്ടുന്നു.

നിർദ്ധാരണം:

സംഖ്യ n എന്നിരിക്കട്ടെ

ആ സംഖ്യയോട് 7 കൂട്ടിയാൽ $n + 7$ എന്നു ലഭിക്കുന്നു.

ഇതിനുത്തരം 19 എന്നു ലഭിക്കുന്നു.

അതുകൊണ്ട്, സമീകരണം $n + 7 = 19$ എന്ന് ലഭിക്കുന്നു.

ചിന്തിക്കുക

(i) $t(t - 5) = 10$ എന്നത് ഒരു രേഖീയ സമീകരണമാണോ? എന്തുകൊണ്ട്?

(ii) $x^2 = 2x$ എന്നത് ഒരു രേഖീയസമീകരണമാണോ? എന്തുകൊണ്ട്.

ഉദാഹരണം 3.29

ഒരു സംഖ്യയുടെ നാലു മടങ്ങിനോട് 18 കൂട്ടിയാൽ 28 ആകുന്നു.

നിർദ്ധാരണം:

സംഖ്യ x എന്നിരിക്കട്ടെ

സംഖ്യയുടെ നാലുമടങ്ങ് $4x$ ആകുന്നു.

ഇപ്പോൾ അതിനോട് 18 കൂട്ടിയാൽ $18 + 4x$ എന്ന് ലഭിക്കുന്നു.

ഇപ്പോൾ ഫലം 28 ആകുന്നു.

അങ്ങനെ, $18 + 4x = 28$ എന്ന സമീകരണം ലഭിക്കും.

03_8th_Maths_Algebra_Chap 3_Malayalam.indd 99 1/26/2023 12:20:56 PM

ശ്രമിച്ച് നോക്കുക

താഴെ തന്നിട്ടുള്ള സമീകരണങ്ങളെ രേഖീയ സമീകരണങ്ങളാക്കുക

1. ഞാൻ ഒരു സംഖ്യയോടും 5 ന്റെ ഗുണനഫലത്തിൽ നിന്നും 8 കുറയ്ക്കുകയും ചെയ്താൽ 32 എന്ന് ലഭിക്കുന്നു.
2. അടുത്തടുത്ത മൂന്ന് പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളുടെ തുക 78 എന്ന് ലഭിക്കുന്നു.
3. പീറ്ററിന്റെ കൈവശം ഒരു ഇരുന്നൂറു രൂപാനോട്ട് ഉണ്ടായിരുന്നു. ഒരു ബുക്കിന്റെ ഏഴു പകർപ്പുകൾ വാങ്ങിയതിനുശേഷം 60 രൂപ തിരികെ ലഭിക്കുകയുണ്ടായി.
4. ഒരു ദ്വിസമഭുജ ത്രികോണത്തിന്റെ പാദ കോണുകൾ സമവും അതിന്റെ ശീർഷകോണിന്റെ അളവുകൾ 80° യുമാണ്
5. ത്രികോണം ABC യിൽ $\angle B$ യേക്കാൾ 10^0 കൂടുതലാണ് കൂടാതെ $\angle A$ യുടെ മൂന്ന് മടങ്ങാണ് $\angle C$ കോൺ $\angle B$ യെ പദങ്ങളാക്കിയുള്ള സമീകരണം രൂപീകരിക്കുക.

3.8.4 ഒരു രേഖീയ സമീകരണത്തിന്റെ നിർദ്ധാരണം

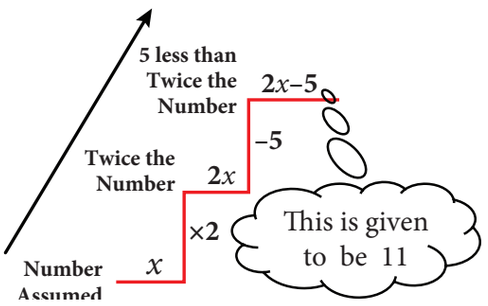
ഒരു സമീകരണത്തിലെ ചരത്തിന്റെ മൂല്യം മാറ്റുമ്പോൾ സമീകരണത്തിന്റെ ഇരുവശവും സമമായൽ അത് നിർദ്ധാരണം അല്ലെങ്കിൽ സമീകരണത്തിന്റെ മൂല്യം എന്നറിയപ്പെടുന്നു.

ഉദാഹരണം 3: $2x = 10$

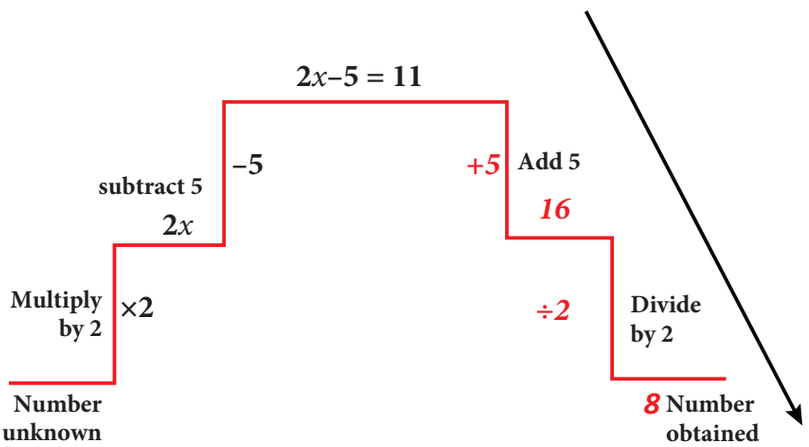
X=5 എന്ന മൂല്യം സമീകരണത്തെ തൃപ്തമാക്കുന്നത് കണ്ടുപിടിക്കാം. അതായത്, x=5 നെ സമീകരണത്തിൽ ആരോ.പിക്കുമ്പോൾ L.H.S ഉം R.H.S ഉം സമമായി വരുന്നു. x =5 എന്നത് സമീകരണത്തിന്റെ നിർദ്ധാരണം ആകുന്നു. അങ്ങനെ x =5 എന്നതാണ് ഈ സമീകരണത്തിന്റെ നിർദ്ധാരണം

(i) പ്രവൃത്തി- പ്രവൃത്തിയിലല്ലാതെയുള്ള വഴി:

പ്രസ്താവന (തന്നിട്ടുള്ളത്)	നിങ്ങൾ  ചിന്തിക്കുക
ഒരു സംഖ്യയുടെ ഇരട്ടിയിൽ നിന്നും 5 കുറയ്ക്കുമ്പോൾ 11 ലഭിക്കുന്നു	ആവശ്യമായസംഖ്യഏതാണെന്നറിയില്ല അത് x എന്നെടുക്കുക.സംഖ്യയുടെ ഇരട്ടി 2x എന്ന് ലഭിക്കുന്നു. 5 കുറവ് എന്നത് 2x-5 ആകുന്നു. ഇതിനുത്തരം 11 എന്ന് ലഭിച്ചു



ഈ സമീകരണത്തിന്റെ രൂപീകരണം ഭാവനാരൂപേണ താഴെ കാണിച്ചിരിക്കുന്നു. x എന്ന സംഖ്യയിൽ നിന്നും, സങ്കലനം, വ്യവകലനം തുടങ്ങിയ ക്രിയകളിലൂടെ $2x$-5-ൽ എത്തിച്ചേരുന്നു. x ന്റെ മൂല്യത്തിലേയ്ക്ക് മടങ്ങുന്നതിന് $2x$-5=11 നാം പിന്തുടരുന്നു. അങ്ങനെ "പ്രവൃത്തിയിലൂടെ സമീകരണം" രൂപീകരിച്ച് "പ്രവൃത്തിയിലില്ലാത്ത" വഴിയിലൂടെ നിർദ്ധാരണം കണ്ടെത്തുന്നു.



03_8th_Maths_Algebra_Chap 3_Malayalam.indd 100 1/26/2023 12:20:57 PM

ഉദാഹരണം 3.30

(a) X-7 =6 എന്ന സമികരണം നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുക.

നിർദ്ധാരണം:

$x - 7 = 6$ (തന്നിട്ടുള്ളത്)

$x - 7 + 7 = 6 + 7$ (ഇരുവശത്തും7കൂട്ടുക

$x = 13$

(b) $3x = 51$ എന്ന സമീകരണം നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുക.

നിർദ്ധാരണം:

$3x = 51$ (തന്നിട്ടുള്ളത്)

$3 \times x = 51$

$\frac{3 \times x}{3} = \frac{51}{3}$ (3 കൊണ്ട് ഇരുവശത്തും ഹരിക്കുക)

$x = 17$

(ii) Transposition method

ഒരു സമീകരണത്തിൽ ഒരു വശത്തു നിന്നും സംഖ്യകളെ മറ്റേവശത്തേയ്ക്കു മാറ്റുന്ന രീതിയാണ് പരസ്പര മാറ്റ രീതി . മുകളിലത്തെ ഉദാഹരണത്തിന്റെ ഇരുവശത്തും 7 കൂട്ടുന്നതിനു തുല്യമാണ് ഇടതുവശത്തു നിന്നും -7 ന്റെ സങ്കലന വിപരീതം +7 വലതുവശത്തേയ്ക്കു മാറ്റി കൂട്ടുന്നത്.

$x - 7 = 6$

$x = 6 + 7$

$x = 13$

ചിന്തിക്കുക

രേഖീയ സമീകരത്തിന് ഒന്നിലധികം നിർദ്ധാരണം ലഭിക്കുമോ?

അതുപോലെ, 3 കൊണ്ട് ഇരുവശത്തും ഹരിക്കുന്നതിനു സമമാണ് ഇടതുവശത്തു വരുന്ന 3 ന്റെ വ്യുൽക്രമമായ $\frac{1}{3}$ നെ വലതുവശത്ത് കൊണ്ട് ചെന്ന് ഗുണിക്കുന്നതും.

ഉദാഹരണമായി: (i) $6x = 12$

$x = \frac{12}{6}$

$x = 2$

(ii) $\frac{y}{7} = 10$

$y = 10 \times 7$

കുറിപ്പ്

താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന രേഖീയ സമീകരണം പുനഃക്രമപ്പെടുത്തുമ്പോൾ, സമാനപദങ്ങൾ സമ ചിഹ്നത്തിനു ഒരു വശത്ത് ഗ്രൂപ്പ് ചെയ്യുകയും തുടർന്ന് ഗണിത അടിസ്ഥാന ക്രിയകൾ ഉപയോഗിച്ച് വ്യംജകത്തിലുള്ള ചിഹ്നത്തിനനുസൃതമായി കാണുക..

ഉദാഹരണം 3.31

നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുക $2x + 5 = 9$

നിർദ്ധാരണം:

$2x + 5 = 9$

$2x = 9 - 5$

$2x = 4$

$x = \frac{\cancel{4}^{2}}{\cancel{2}} = 2$

ഉദാഹരണം 3.32

നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുക $\frac{4y}{3} - 7 =$

നിർദ്ധാരണം:

(സമാനപദങ്ങൾ പുനഃക്രമപ്പെടുത്തുക)

$\frac{4y}{3} - \frac{2y}{5} = 7$

ശ്രമിച്ച് നോക്കുക

1. നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുക $2x + 5 = 9$

(i) $2x = 10$ (ii) $3 + x = 5$

(iii) $x - 6 = 10$ (iv) $3x + 5 = 2$

(v) $\frac{2x}{7} = 3$ (vi) $-2 = 4m - 6$

(vii) $4(3x - 1) = 80$ (viii) $3x - 8 = 7 - 2x$

(ix) $7 - y = 3(5 - y)$ (x) $4(1 - 2y) - 2(3 - y) = 0$

03_8th_Maths_Algebra_Chap 3_Malayalam.indd 101 1/26/2023 12:21:02 PM

$$\frac{20y-6y}{15}=7$$

$$14y=7\times15$$

$$y=\frac{\cancel{7}\times15}{\cancel{14}_{2}}$$

$$y=\frac{15}{2}$$

ചിന്തിക്കുക

"ഒരു സമീകരണത്തിനു ഇരുവശത്തുമായി പൂജ്യമല്ലാത്തൊരു സംഖ്യ കൊണ്ട് ഗുണിക്കുകയോ ഹരിയ്ക്കുകയോ ചെയ്യുക" നിർദ്ധാരണത്തിൽ എന്തെങ്കിലും മാറ്റം വരുമോ?

ഒരു സമീകരണത്തിനു ഇരുവശത്തുമായി രണ്ടു വ്യത്യസ്തസംഖ്യകൾ കൊണ്ട് ഗുണിക്കുകയോ ഹരിക്കുകയോചെയ്യുക സമീകരണത്തിനു എന്ത് സംഭവിക്കും?

അഭ്യാസം 3.6

1. **വിട്ടുപോയവ പൂരിപ്പിക്കുക.**

(i) $x+5=12$ എന്ന സമീകരണത്തിലെ x ന്റെ മൂല്യം _____ ആകുന്നു.

(ii) $y-9=(-5)+7$ എന്ന സമീകരണത്തിൽ y യുടെ മൂല്യം _____ ആകുന്നു.

(iii) $8m=56$ എന്ന സമീകരണത്തിലെ m ന്റെ മൂല്യം _____ ആകുന്നു.

(iv) $\frac{2p}{3}=10$ എന്ന സമീകരണത്തിലെ p യുടെ മൂല്യം _____ ആകുന്നു.

(v) ഒരു രേഖീയ സമീകരണത്തിലെ ചരത്തിന് _____ നിർദ്ധാരണം ഉണ്ട്.

2. **ശരിയോ തെറ്റോ എന്നു പറയുക.**

(i) ഒരു രേഖീയ സമീകരണത്തിൽ ഒരു വശത്തു നിന്നും മറ്റേ വശത്തേയ്ക്ക് സംഖ്യയെ മാറ്റുന്നതിനെ പരസ്പര മാറ്റരീതി എന്നറിയപ്പെടുന്നു.

(ii) രേഖീയ സമീകരണത്തിലെ ഒരു ചരത്തിന്ഒരു കൃതിയുള്ള ഒരു ചരം ഉണ്ടായിരിക്കും.

3. **ചേരും പടി ചേർക്കുക.**

(a) $\frac{x}{2}=10$	(i) $x=4$
(b) $20=6x-4$	(ii) $x=1$
(c) $2x-5=3-x$	(iii) $x=20$
(d) $7x-4-8x=20$	(iv) $x=\frac{8}{3}$
(e) $\frac{4}{11}-x=\frac{-7}{11}$	(v) $x=-24$

(A) (i), (ii), (iv), (iii), (v)
(B) (iii), (iv), (i), (ii), (v)
(C) (iii), (i), (iv), (v), (ii)
(D) (iii), (i), (v), (iv), (ii)

4. x ന്റെ വില കാണുക p (i) $\frac{2x}{3}-4=\frac{10}{3}$ (ii) $y+\frac{1}{6}-3y=\frac{2}{3}$ (iii) $\frac{1}{3}-\frac{x}{3}=\frac{7x}{12}+\frac{5}{4}$

5. x ന്റെ വില കാണുക: (i) $-3(4x+9)=21$ (ii) $20-2(5-p)=8$
(iii) $(7x-5)-4(2+5x)=10(2-x)$

6. x കൂടാതെ m ന്റെ വില കാണുക(i) $\frac{3x-2}{4}-\frac{(x-3)}{5}=-1$ (ii) $\frac{m+9}{3m+15}=\frac{5}{3}$

03_8th_Maths_Algebra_Chap 3_Malayalam.indd 102 1/26/2023 12:21:10 PM

3.8.5 രേഖീയസമീകരണങ്ങളിലടങ്ങിയിട്ടുള്ള ലോകോത്തര പ്രശ്നങ്ങൾ

പദപ്രശ്നങ്ങൾ പരിഹരിക്കുന്നതിന്റെ പ്രസ്താവനകളെ സമവാക്യങ്ങളിലേക്ക് വിവർത്തനം ചെയ്യുക എന്നതാണ് അത്തരം പ്രശ്നങ്ങൾ തെരെഞ്ഞെടുത്ത് അവ നിർദ്ധാരണം ചെയ്യാൻ ശ്രമിക്കുക എന്നതാണ്.

ഉദാഹരണം 3.33

രണ്ട് സംഖ്യകളുടെ തുക 36ഉം ഒരുസംഖ്യ മറ്റെ സംഖ്യയെക്കാൾ 8 കൂടുന്നു. സംഖ്യകൾ കാണുക.

നിർദ്ധാരണം:

ചെറിയസംഖ്യ x ഉം വലിയസംഖ്യ $x+8$ ഉം എന്നിരിക്കട്ടെ

തന്നിട്ടുള്ളത്, രണ്ട് സംഖ്യകളുടെ തുക = 36

$$x + (x+8) = 36$$
$$2x + 8 = 36$$
$$2x = 36 - 8$$
$$2x = 28$$
$$x = \frac{28}{2} = 14$$

അങ്ങനെ,

(i) ചെറിയസംഖ്യ, $x = 14$

(ii) വലിയസംഖ്യ, $x + 8 = 14 + 8 = 22$

ഉദാഹരണം 3.34

56 യാത്രക്കാരെ വഹിച്ചു കൊണ്ടു പോകുന്ന ഒരു ബസിൽ ചില ആളുകൾ ₹8 ടിക്കറ്റും ബാക്കി പേർ ₹10 ടിക്കറ്റും എടുക്കുകയുണ്ടായി. യാത്രക്കാരിൽ നിന്നും ലഭിച്ച ആകെ തുക ₹500 ആണെങ്കിൽ ഓരോ തരം ടിക്കറ്റുള്ള യാത്രക്കാരുടെ എണ്ണം കാണുക?

നിർദ്ധാരണം:

₹8 ടിക്കറ്റ് ഉള്ള യാത്രക്കാരുടെ എണ്ണം y എന്നിരിക്കട്ടെ അടുത്തായി ₹10 ടിക്കറ്റുകൾ ഉള്ള യാത്രക്കാരുടെ എണ്ണം (56-y) യും ആകുന്നു.

യാത്രക്കാരിൽ നിന്നും ലഭിച്ച ആകെ തുക = 500.

അതായത്, $y \times 8 + (56 - y) \times 10 = 500$

$$8y + 560 - 10y = 500$$
$$8y - 10y = 500 - 560$$
$$-2y = -60$$
$$y = \frac{60}{2}$$
$$y = 30$$

അങ്ങനെ, യാത്രക്കാരുടെ കൈയ്യിലെ ടിക്കറ്റുകളുടെ എണ്ണം

(i) ₹8 ടിക്കറ്റുകൾ = 30

(ii) ₹10 ടിക്കറ്റുകൾ = 56 − 30 = 26

ഉദാഹരണം 3.35

ഒരു ദീർഘചതുരാകൃതിയിലുള്ള നിലത്തിന്റെ നീളം വീതിയേക്കാൾ 9 അധികരിക്കുന്നു. നിലത്തിന്റെ നീളവും വീതിയും കാണുക?

നിർദ്ധാരണം:

നിലത്തിന്റെ വീതി x മീറ്റർ എന്നെടുക്കുക: അടുത്തായി, അതിന്റെ വീതി $(x+9)$ മീറ്റർ

ദീർഘചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് = 2 (നീളം+വീതി) $= 2(x + 9 + x) = 2(2x + 9)$

തന്നിട്ടുള്ളത് $2(2x + 9) = 154$.

$$4x + 18 = 154$$
$$4x = 154 - 18$$
$$4x = 136$$
$$x = 34$$

അങ്ങനെ,

(i) ദീർഘചതുര നിലത്തിന്റെ വീതി $= 34m$

(ii) ദീർഘചതുര നിലത്തിന്റെ നീളം $= x + 9 = 34 + 9 = 43m$

03_8th_Maths_Algebra_Chap 3_Malayalam.indd 103 1/26/2023 12:21:12 PM

ഉദാഹരണം 3.36

ഒരു തടിക്കഷണത്തിന്റെ നീളം $2\,m$ ആകുന്നു. ഒരു ആശാരി രണ്ടു കഷ്ണങ്ങളാക്കിയതിൽ ആദ്യ കഷണം രണ്ടാമത്തേതിന്റെ ഇരട്ടിയിൽ നിന്നും 40 കുറവ് എന്ന തരത്തിലാണ്. ചെറിയ കഷണത്തിന്റെ നീളം എന്ത്?

നിർദ്ധാരണം:

ആദ്യ കഷണത്തിന്റെ നീളം x എന്ന് സങ്കല്പിക്കുക.

അടുത്ത് രണ്ടാമത്തെ കഷണത്തിന്റെ നീളം (200സെ.മീ. – x സെ.മീ.) അതായത്, $(200 - x)$ സെ.മീ.

തുടർന്ന് തന്നിട്ടുള്ള പ്രസ്താവനയിൽ നിന്നും (മീറ്ററിനെ സെ.മീ ആക്കുക)

ആദ്യകഷണം = രണ്ടാമത്തെ കഷണത്തിന്റെ ഇരട്ടിയിൽ നിന്നും 40 കുറവ്.

$$x = 2\times (200 - x) - 40$$

$$x = 400 - 2x - 40$$

$$x + 2x = 360$$

$$3x = 360$$

$$x = \frac{360}{3}$$

$$x = 120$$

ചിന്തിക്കുക

ആദ്യകഷ്ണം x എന്നും രണ്ടാമത്തെ കഷ്ണം (200-x) എന്നും എടുക്കുക. എങ്ങനെ നില മാറും? ഉത്തരം വ്യത്യസ്തമായിരിക്കുമോ?

അങ്ങനെ,

(i) ആദ്യ കഷണത്തിന്റെ നീളം 12 സെ.മീ ഉം

(ii) രണ്ടാമത്തെ കഷണത്തിന്റെ നീളം = 200 സെ.മീ–120 സെ.മീ = 80 സെ.മീ ലഭിക്കുന്നു. അത് ചെറുതായിരിക്കും.

ഉദാഹരണം 3.37

ഒരമ്മയ്ക്ക് മകളെക്കാൾ അഞ്ചിരട്ടി പ്രായമുണ്ട്- 2 വർഷങ്ങൾക്കുശേഷം അമ്മയ്ക്ക് മകളെക്കാൾ നാലിരട്ടി പ്രായമുണ്ടാകും. അമ്മയുടെ ഇപ്പോഴത്തെപ്രായം എന്താണ്?

നിർദ്ധാരണം:

വയസ്സ്/ വ്യക്തി	ഇപ്പോൾ	2 വർഷങ്ങൾക്കു ശേഷം
മകൾ	x	$x+2$
അമ്മ	$5x$	$5x+2$

തന്നിട്ടുള്ള നിബന്ധന: രണ്ടു വർഷങ്ങൾക്കുശേഷമുള്ള അമ്മയുടെ വയസ്സ്= മകളുടെ വയസ്സിന്റെ 4 മടങ്ങ

$$5x + 2 = 4(x + 2)$$

$$5x + 2 = 4x + 8$$

$$5x - 4x = 8 - 2$$

$$x = 6$$

അതുകൊണ്ട് മകളുടെ ഇപ്പോഴത്തെ വയസ്സ് = 6 വർഷങ്ങൾ

കൂടാതെ അമ്മയുടെ ഇപ്പോഴത്തെ വയസ്സ് $= 5x = 5 \times 6 = 30$ വർഷങ്ങൾ

ഉദാഹരണം 3.38

ഒരു സംഖ്യയുടെ അംശത്തേക്കാൾ 5 കൂടുതലാണ് ഛേദത്തിന്. അംശത്തോടു 2 കൂട്ടുകയും ഛേദത്തോടു 9 കൂട്ടുകയും ചെയ്തപ്പോൾ ഭിന്നസംഖ്യ $\frac{5}{6}$. ആയി മാറുന്നു എങ്കിൽ യഥാർത്ഥ ഭിന്നം കാണുക?

നിർദ്ധാരണം:

യഥാർത്ഥ ഭിന്നസംഖ്യ $\frac{x}{y}$ എന്നിരിക്കട്ടെ.

03_8th_Maths_Algebra_Chap 3_Malayalam.indd 104 1/26/2023 12:21:15 PM

തന്നിട്ടുള്ളത്; $y = x + 3$. (ഛേദം=അംശം + 3).

അതുകൊണ്ട്, ഭിന്നസംഖ്യയെ $\frac{x}{x+3}$ എന്ന് എഴുതാം. മുകളിലത്തെ നിബന്ധന പ്രകാരം, $\frac{x+2}{(x+3)+9} = \frac{5}{6}$

വജ്രഗുണനരീതിയിലൂടെ, $6(x+2) = 5(x+3+9)$

$$6x+12 = 5(x+12)$$
$$6x+12 = 5x+60$$
$$6x - 5x = 60 - 12$$
$$x = 60 - 12$$
$$x = 48.$$

അതുകൊണ്ട് യഥാർത്ഥ ഭിന്ന സംഖ്യ $\frac{x}{x+3} = \frac{48}{48+3} = \frac{48}{51}$ ആകുന്നു.

ഉദാഹരണം 3.39

ഒരു രണ്ടക്കസംഖ്യയുടെ അക്കങ്ങളുടെ തുക 8 ആകുന്നു. ആ മൂല്യത്തോട് 18 കൂട്ടുമ്പോൾ അക്കങ്ങൾക്ക് മാറ്റം വരുന്നു. എങ്കിൽ സംഖ്യയേത്?

നിർദ്ധാരണം:

രണ്ടക്കസംഖ്യ x എന്നിരിക്കട്ടെ (അതായത്, ഒറ്റയുടെ സ്ഥാനത്തെ അക്കം y ഉം പത്തിന്റെസ്ഥാന അക്കം x ഉം)

മൂല്യങ്ങൾ നിർവ്വചിക്കുന്നത് $10x+y$ എന്നാകുന്നു.

തന്നിട്ടുള്ളത്, $x + y = 8$ ഇതിൽ നിന്നും $y = 8 - x$ എന്നു ലഭിക്കുന്നു.

അതുകൊണ്ട് അതിന്റെ മൂല്യം $10x+y$ എന്നു ലഭിക്കുന്നു

$$= 10x + 8 - x$$
$$= 9x + 8.$$

പുതിയ സംഖ്യയായ yx ന്റെ മൂല്യം $10y+x$ ആകുന്നു

$$= 10(8 - x) + x$$
$$= 80 - 9x$$

എപ്പോഴാണോ 18 തന്നിട്ടുള്ള സംഖ്യ (xy) യോടൊപ്പം കൂട്ടുന്നത് അപ്പോൾ (yx) എന്ന പുതിയ സംഖ്യ ലഭിക്കുന്നു.

$$(9x + 8) + 18 = 80 - 9x$$

ഇതിനെ ലഘൂകരിച്ചാൽ $9x + 9x = 80 - 8 - 18$

$$18x = 54$$
$$x = 3 \Rightarrow y = 8 - 3 = 5$$

രണ്ടക്കസംഖ്യ $xy = 35$ ആകുന്നു

ഉദാഹരണം 3.40

രാജൻ തന്റെ വീട്ടിൽ നിന്നും 35 കി.മീ/ മണിക്കൂർ വേഗതിൽ ബൈക്ക് ഓടിച്ച് 5 മിനിറ്റ് വൈകി ഓഫീസിലെത്തുന്നു. അദ്ദേഹം 50 കി.മീ / മണിക്കൂർ വേഗതയിൽ ബൈക്ക് ഓടിച്ച് 4 മിനിറ്റ് നേരേത്തേയായി ഓഫീസിലെത്തുന്നു. വീട്ടിൽ നിന്നും ഓഫീസിലെത്തുന്നതിനുള്ള ദൂരം എത്രയാണെന്ന് കാണുക?

വേഗത= 35 കി.മീ/ മണിക്കൂർ
വേഗത= 50 കി.മീ/ മണിക്കൂർ

നിർദ്ധാരണം:

ദൂരം x കി.മീ എന്നിരിക്കട്ടെ (സമയം = $\frac{\text{ദൂരം}}{\text{വേഗത}}$)

35 കി.മീ വേഗതയിൽ x കി.മീ ദൂരം സഞ്ചരിക്കാനെടുത്ത സമയം $T_1 = \frac{x}{35}$ മണിക്കൂർ

50 കി.മീ വേഗതയിൽ x കി.മീ ദൂരം സഞ്ചരിക്കാനെടുത്ത സമയം : $T_2 = \frac{x}{50}$ മണിക്കൂർ

03_8th_Maths_Algebra_Chap 3_Malayalam.indd 105 1/26/2023 12:21:19 PM

അതനുസരിച്ച്, രണ്ടു സമയങ്ങൾക്കുമുള്ള വ്യത്യാസം

$= 4-(-5)$

$= 4+5 = 9$ മിനിറ്റ്

$= \frac{9}{60}$ മിനിറ്റുകൾ (മിനിറ്റിനെ മണിക്കുറുകളാക്കി മാറുന്നു)

തന്നിട്ടുള്ളത്, $T_1 - T_2 = \frac{9}{60}$

$$\frac{x}{35} - \frac{x}{50} = \frac{9}{60}$$

$$\frac{10x - 7x}{350} = \frac{9}{60}$$

$$\frac{3x}{350} = \frac{9}{60}$$

$$x = \frac{9}{60} \times \frac{350}{3}$$

അദ്ദേഹത്തിന്റെ ഓഫീസ് വരെയുള്ള ദൂരം $x = 17\frac{1}{2}$ കി.മീ.

അഭ്യാസം 3.7

1. **വിട്ടുപോയത് പൂരിപ്പിക്കുക**
   (i) ax+b=0 എന്ന സമീകരണത്തിന്റെ നിർദ്ധാരണം ------ ആകുന്നു.
   (ii) a യും b യും ഏതെങ്കിലും രണ്ട് ധന പൂർണാങ്കങ്ങളായിരുന്നാൽ ax=b എന്ന സമീകരണത്തിന്റെ നിർദ്ധാരണം എല്ലായിപ്പോഴും ------ ആകുന്നു
   (iii) ഒരു സംഖ്യയിൽ നിന്നും അതിന്റെ ആറിൽ ഒരു ഭാഗം കുറയ്ക്കുമ്പോൾ 25 കിട്ടുന്നു. എങ്കിൽ സംഖ്യ ---------- ആകുന്നു
   (iv) ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ കോണളവുകൾ 2:3:4 എന്ന അനുപാതത്തിലാണ് എങ്കിൽ വലിയ കോണിൽ നിന്നും ചെറിയ കോണിലേയ്ക്കുള്ള വ്യത്യാസം--------- ആകുന്നു
   (v) a + b = 23 എന്ന സമവാക്യത്തിലെ a യുടെ മൂല്യം 14 ആയാൽ b യുടെ മൂല്യം ------ ആകുന്നു.
2. **ശരിയോ തെറ്റോ എന്നെഴുതുക?**
   (i) ഒരു സംഖ്യയും അതിന്റെ ഇരട്ടിയുടെയും തുക 48 എങ്കിൽ അതിനെ y+2y=48 എന്ന് നിർവ്വചിക്കാം
   (ii) 5(3x+2) = 3(5x−7) എന്നത് ഒരു ചരത്തോടുകൂടിയ രേഖീയ സമീകരണം ആണ്
   (iii) ഒരു സംഖ്യയുടെ മുന്നിലൊന്നിൽ നിന്നും 10 കുറവായതിന്റെ നിർദ്ധാരണം $x = 25$ ആകുന്നു.
3. ഒരു സംഖ്യ മറ്റേതിന്റെ 7 മടങ്ങാണ്. അവയുടെ വ്യത്യാസം 18 എങ്കിൽ സംഖ്യകൾ കാണുക?
4. മൂന്ന് അടുത്തടുത്ത ഒറ്റസംഖ്യകളുടെ തുക 75 ആകുന്നു. അവയിൽ വലുത് ഏത്?
5. ഒരു ദീർഘചതുരത്തിന്റെ നീളം വീതിയുടെ $\frac{1}{3}$ ആകുന്നു. അതിന്റെ ചുറ്റളവ് 64 എങ്കിൽ ദീർഘചതുരത്തിന്റെ നീളവും വീതിയും കാണുക?
6. 90 കറൻസി നോട്ടുകളിൽ 5,10 എന്നിവയുടെ നോട്ടുകളെ തുകയാക്കിയത് 500 ആകുന്നു. ഓരോ നോട്ടുകളുടെ എണ്ണം കാണുക?
7. ഇപ്പോഴത്തെ തേൻമൊഴിയുടെ വയസ്, മുരളിയുടെ വയസിനേക്കാൾ 5 കൂടുതലാണ് അഞ്ചു വർഷങ്ങൾക്കു മുൻപ് തേൻമൊഴിയുടേതിൽ നിന്നും മുരളിയുടെ വയസ്സ് 3:2 എന്ന അനുപാതത്തിലാണ് ഇപ്പോഴത്തെ അവരുടെ വയസ് എന്ത്?

03_8th_Maths_Algebra_Chap 3_Malayalam.indd 106 1/26/2023 12:21:24 PM

8. ഒരു രണ്ടക്കസംഖ്യയുടെ അക്കങ്ങളുടെ തുക 9 സംഖ്യയിൽ നിന്നും 27 കുറച്ചയ്ക്കുകയാണെങ്കിൽ അക്കങ്ങൾ പരസ്പരം മാറ്റപ്പെടുന്നു എന്നാൽ ആ സംഖ്യ ഏത്?

9. ഒരു ഭിന്നസംഖ്യയുടെ ഛേദം അതിന്റെ അംശത്തോട് 8 കൂടുതലാണ്. ഛേദത്തോട് 8 കൂട്ടുകയും അംശത്തോട് 17 കുറയ്ക്കുകയും ചെയ്തപ്പോൾ $\frac{3}{2}$ എന്നു കിട്ടുന്നു. ശരിയായ ഭിന്നം കാണുക?

10. മണിക്കൂറിൽ 60 കി.മീ വേഗതയിൽ ഓടുന്ന ഒരു തീവണ്ടി 15 മിനിറ്റ് വൈകി ലക്ഷ്യ സ്ഥാനത്തെത്തുന്നു. എന്നാൽ ഇത് 35 കി.മീ വേഗതയിൽ ഓടുമ്പോൾ 4 മിനിറ്റുകൾ മാത്രം വൈകി എത്തുന്നു. തീവണ്ടി സഞ്ചരിക്കേണ്ട ദൂരം കാണുക?

ശരിയായ ഉത്തരം തെരഞ്ഞെടുത്തെഴുതുക

11. ഒരു സംഖ്യയുടേയും അതിന്റെ പകുതിയുടേയും തുകയ്ക്ക് 30 തുല്യമാണ് എങ്കിൽ സംഖ്യ ------ ആകുന്നു.
(a) 15 (b) 20 (c) 25 (d) 40

12. ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ ബാഹ്യ കോണിന്റെ അളവ് 120° യും ഉൾ എതിർ കോണിന്റെ അളവ് 58° യും, ആയാൽ മറ്റേ ഉൾ എതിർ കോണിന്റെ അളവ് _____ ആകുന്നു.
(a) 62° (b) 72° (c) 78° (d) 68°

13. 500 മുതലിന് 1 വർഷത്തേക്ക് 5% നിരക്കിൽ സാധാരണ പലിശയ്ക്ക് ലഭിക്കുന്ന തുക എന്ത്?
(a) 50000 b) 30000 (c) 10000 (d) 5000

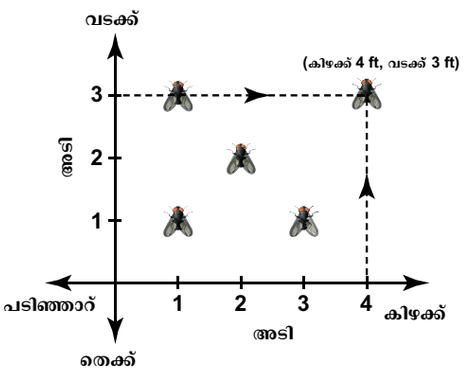
14. രണ്ടു സംഖ്യകളുടെ ലസാഗു. ഉ.സാ.ഘ ഇവയുടെ ഗുണനഫലം 24 ആകുന്നു. ഒരു സംഖ്യ 6 എങ്കിൽ മറ്റേ സംഖ്യ -------- ആകുന്നു.
(a) 6 (b) 2 (c) 4 (d) 8

15. മൂന്ന് തുടർച്ചയായിട്ടുള്ള പദങ്ങളിൽ ഏറ്റവും വലിയ സംഖ്യ $x+1$ എങ്കിൽ ഏറ്റവും ചെറിയ സംഖ്യ ഏത്?
(A) x (B) $x+1$ (C) $x+2$ (D) $x-1$

3.9 ഗ്രാഫ്

3.9.1 മുഖവുര:

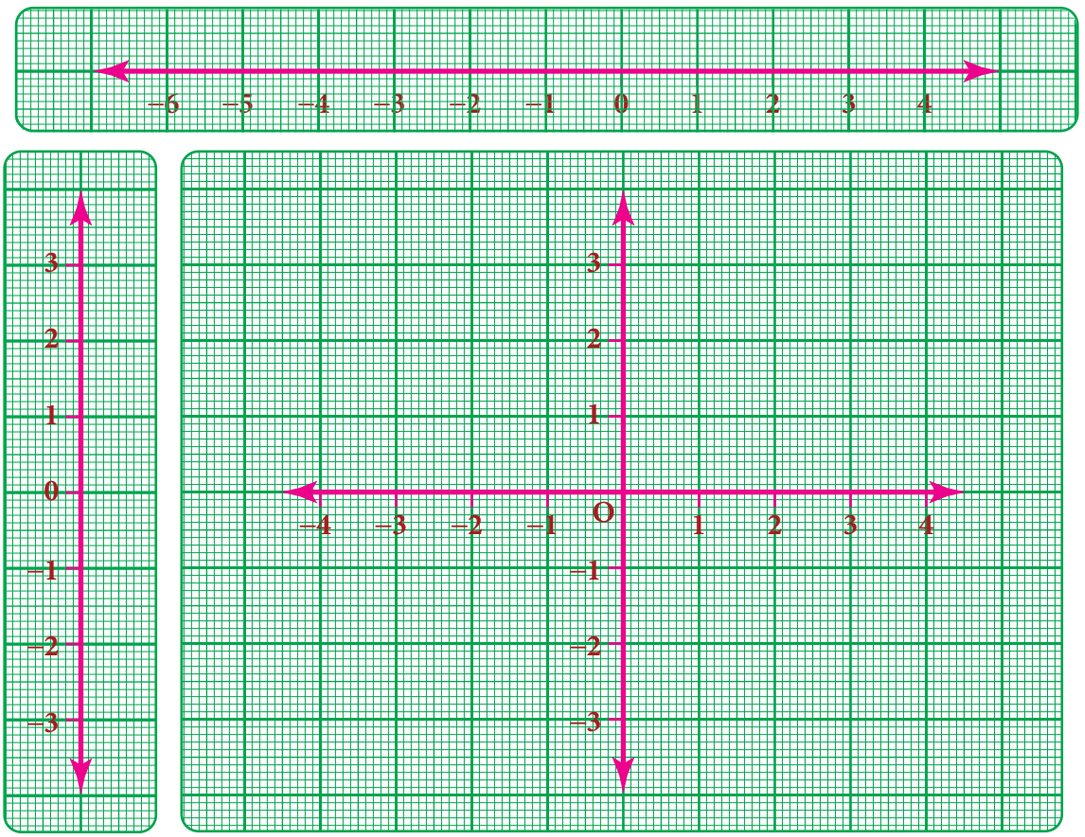
17-ാം നൂറ്റാണ്ടിൽ റെനെഡെക്കാർട്ടേ എന്ന പേരു കേട്ട ഗണിതാശാസ്ത്രജ്ഞൻ അസുഖം മൂലം കിടക്കയിൽ ആയിരുന്നപ്പോൾ ഒരു പ്രാണി (ഈച്ച) ചുമരിന്റെ ഒരു മൂലയിൽ ഇരുന്ന് പലസ്ഥലത്തേയ്ക്കായി ചലിക്കുന്ന ഒരു ദൃശ്യം കാണാനിടയായി. പ്രാണി ചലിച്ച സ്ഥലങ്ങളെ അദ്ദേഹം. തിരിച്ചറിയാൻ ആഗ്രഹിച്ചു. പെട്ടെന്ന് അദ്ദേഹം മുറിയുടെ മുഗൾ ഭാഗം ഒരു പേപ്പറിൽ രേഖപ്പെടുത്തി അതിൽ തിരശ്ചീന, ലംബ രേഖകൾക്ക് രൂപം കൊടുത്തു ഈ ലംബരേഖകളെ അടിസ്ഥാനമാക്കി കിഴക്ക്, പടിഞ്ഞാറ്, വടക്ക്, തെക്ക് എന്നീ ദിശകളിൽ ചലിക്കുന്ന ഈച്ചയുടെ ചലനം കുത്തുകളായി രേഖപ്പെടുത്തി ദിശയെ സൂചിപ്പിച്ചു. ആ പ്രതലത്തെ (x,y) എന്നും അതിൽ ഒന്ന് (x) തിരശ്ചീന ദിശയേയും മറ്റേത് (y) ലംബ ദിശയുമാക്കി. (കിഴക്ക്,വടക്ക്) ഗ്രാഫിന്റെ ആശയം ഉടലെടുത്തത് ഇങ്ങനെയാണ്



3.9.2 ഗ്രാഫ് പേപ്പർ

സംഖ്യകളുടെ ബന്ധത്തെ വർണിക്കുന്ന ഒരു പ്രദർശനരീതിയാണ് ഗ്രാഫ്. ഇത് പൂർണാങ്കങ്ങളെ സംഖ്യാരേഖയിൻമേൽസൂചിപ്പിക്കുന്നവിധത്തെക്കുറിച്ച്പഠിപ്പിക്കുന്നു.കഴിഞ്ഞക്ലാസിൽഎങ്ങനെയാണ് തിരശ്ചീനസംഖ്യാ രേഖയിൻമേൽ പൂർണാങ്കങ്ങളെ സൂചിപ്പിക്കാമെന്നു പഠിച്ചു. ഇപ്പോൾ ഒന്നിലധികം ലംബസംഖ്യാരേഖകൾ എടുക്കുന്നു. നാം സംഖ്യാരേഖകളെ ഒരോ രീതിയിൽ ഗ്രാഫ് പേപ്പറിൽ സ്ഥാപിക്കുകയാണെങ്കിൽ പരസ്പരം 0 - യ്ക്ക് ലംബമായി വരുന്നതു കാണാം. അങ്ങനെ രണ്ടു അളവുകളുടെ സഹായത്താൽ ഒന്ന് ലംബമായും മറ്റേത് തിരശ്ചീന മായും ഗ്രാഫ് പേപ്പറിൽ പൂർണാങ്കങ്ങളെ ഇരുണ്ട വരകൾക്കൊപ്പം രേഖപ്പെടുത്താം.

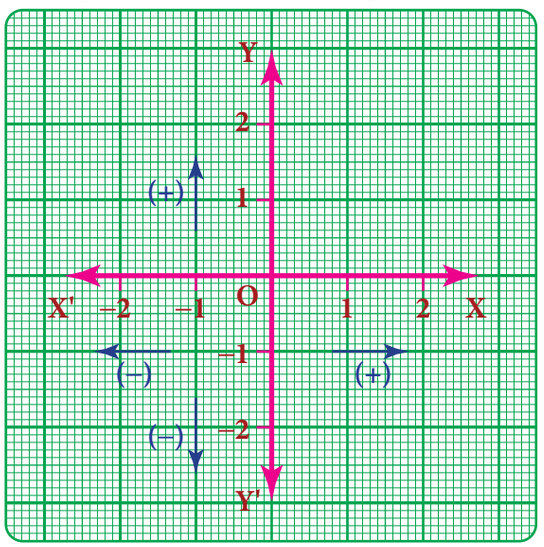
03_8th_Maths_Algebra_Chap 3_Malayalam.indd 107 1/26/2023 12:21:25 PM



ലംബരേഖകളുടെ സംഗമ ബിന്ദുവായ *o* സൂചിപ്പിക്കുന്നത് മൂലബുന്ദു (0 , 0) ആകുന്നു.

കാർട്ടിഷ്യൻ സംമ്പ്രദായം

രണ്ടു അളവുകളുടെ സഹായത്താൽ ഒന്ന് ലംബമായും മറ്റൊന്ന് തിരശ്ചീനവും ആയി ഒരു ബിന്ദുവിനെ പ്രതിഷ്ഠിക്കാൻ സഹായിക്കുന്ന രീതിയെ കാർട്ടിഷ്യൻ സമ്പ്രദായം എന്നു പറയുന്നു. തിരശ്ചീന രേഖ XOX′ എന്ന പേരോടുകൂടിയ തിരശചീനരേഖ X - അക്ഷം എന്നറിയപ്പെടുന്നു. YOY′ എന്ന പേരോടുകൂടിയ ലംബരേഖ അക്ഷം എന്നറിയപ്പെടുന്നു. ഈ അക്ഷങ്ങളെ നിർദ്ദേശാങ്ക അക്ഷങ്ങൾ എന്നറിയപ്പെടുന്നു. അക്ഷവും Y-അക്ഷവും അടങ്ങിയിട്ടുള്ള ഒരു പ്രത്യേക പ്രതലത്തെ നിർദ്ദേശാങ്കപ്രതലം അല്ലെങ്കിൽ കാർട്ടീഷ്യൻ പ്രതലം എന്നറിയപ്പെടുന്നു



3.9.3 ഗ്രാഫിലെ ചിഹ്നങ്ങൾ

1. ഒരു ബിന്ദുവിന്റെനിർദ്ദേശാങ്കം ox ലുടനീളം പോസിറ്റീവും ox' ലുട നീളം നെഗറ്റീവുമാണ്.
2. ബിന്ദുവിന്റെ y നിർദ്ദേശാങ്കം oy യിലുടനീളം പോസിറ്റീവും oy' ലുടനീളം നെഗറ്റീവുമാണ് '

3.9.4 ക്രമജോടികൾ:

ഒരു പ്രതലത്തെ ഒരു പ്രത്യേക സ്ഥാനത്തെ കുറിക്കുന്നതാണ് ഒരു ബിന്ദു. (a,b) എന്ന ഒരു ബിന്ദുവിനെ നിർദ്ദിഷ്ടക്രമത്തിൽ അടയാളപ്പെടുത്തുന്നതിന് അവയിലുള്ള രണ്ടു സംഖ്യകളായ (a,b) എന്നിവയിലെ a യെ X അക്ഷരത്തിന് മേലും b യെ Y അക്ഷരത്തിന് മേലും രേഖപ്പെടുത്തുന്നു. ഇതിനെ ക്രമജോടി (a,b) എന്നറിയപ്പെടുന്നു. പ്രതലത്തെ ഒരു ബിന്ദുവിനെ കൃത്യമായി അടയാളപ്പെടുത്തുന്നതിന് ഇത് സഹായിക്കുന്നു. ഓരോ ബിന്ദുവും കൃത്യമായി സൂചിപ്പിച്ചിട്ടുള്ള ഒരു ജോടി സംഖ്യയാണ് .

03_8th_Maths_Algebra_Chap 3_Malayalam.indd 108 1/26/2023 12:21:26 PM

(b,a) എന്ന ബിന്ദുവിന് സമമല്ലാത്ത മറ്റൊരു ബിന്ദുവാണ് (a,b) എന്നത് കൃത്യമായി ഇത് മനസ്സിലാക്കിത്തരുന്നു.

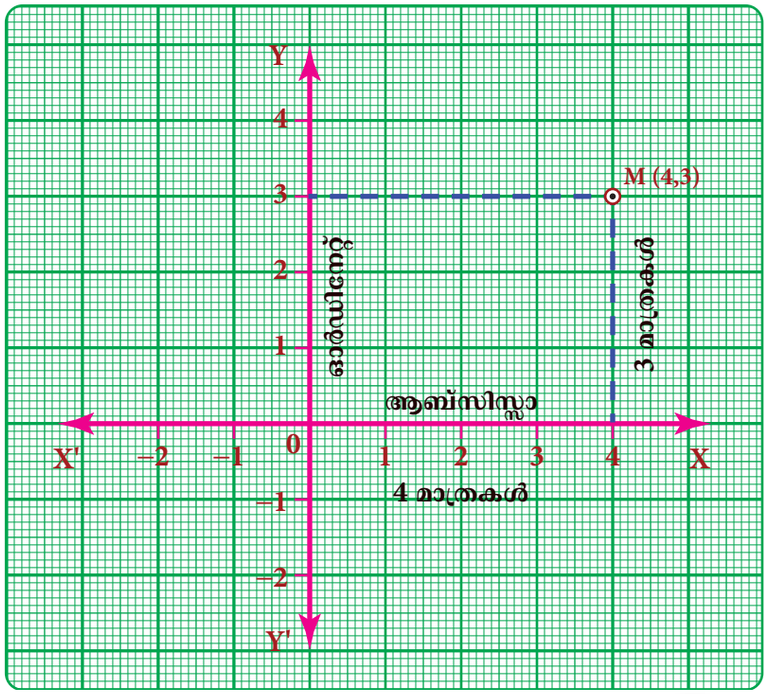
XOX' ഉം YOY' ഉം നിർദ്ദേശാങ്ക അക്ഷങ്ങളാണെന്ന് നമുക്കറിയാം. പ്രതലത്തെ ഒരു ബിന്ദുവായ (4,3) നെ M എന്ന് എടുക്കുക. M നെ കേന്ദ്രീകരിച്ച്

(i) നിങ്ങൾ (എല്ലായിപ്പോഴും) സ്ഥിര ബിന്ദുവായ O യിൽ ആരംഭിക്കുന്നു. (അത് മൂലബിന്ദു എന്നു അറിയപ്പെടുന്നു).

(ii) അവിടെ നിന്നും തിരശ്ചീന ദിശയിലേയ്ക്ക് 4 മാത്രകൾ ചലിപ്പിക്കുന്നു. (അതായത് x അക്ഷദിശ)

(iii) കൂടാതെ y ദിശയിലേയ്ക്ക് 3 മാത്രകൾ ചലിപ്പിക്കുക

എങ്ങനെയാകുന്നു M ലേയ്ക്ക് എത്തിച്ചേരുന്നത് എന്ന് മനസ്സിലാക്കി (4,3) എന്ന് രേഖപ്പെടുത്തുക.



ചിന്തിക്കുക

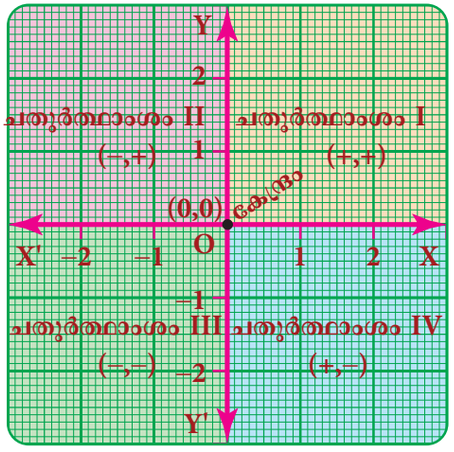
(4,3) നോടനുബന്ധിച്ച് (3,4) അടയാളപ്പെടുത്തി അതിനെ വീണ്ടും M എന്ന് സൂചിപ്പിക്കാമോ?

4 നെ x നിർദ്ദേശാങ്കമെന്നും 3 നെ y നിർദ്ദേശാങ്ക മെന്നും അറിയപ്പെടുന്നു. x നിർദ്ദേശാങ്ക സ്ഥാനത്തെ ആബ്സിസ്സാ എന്നും y നിർദ്ദേശാങ്ക സ്ഥാനത്തെ ഓർഡിനേറ്റ് എന്നും അറിയപ്പെടുന്നു. (4,3) എന്നത് ഒരു ക്രമജോടിയാകുന്നു.

3.9.5 ചതുർത്ഥാംശങ്ങൾ

ഗ്രാഫ് പ്രതലത്തെ നിർദ്ദേശാങ്ക അക്ഷങ്ങൾ നാലു ഭാഗങ്ങളായി പിരിക്കുന്നതിനെ ചതുർത്ഥാംശങ്ങൾ എന്നു വിളിക്കുന്നു. X അക്ഷത്തിന്റെ പോസിറ്റീവ് വശത്തുനിന്ന് ആരംഭിച്ച് ആന്റി ക്ലോക്ക് ദിശ വഴി തിരിച്ചാണ് ചതുർത്ഥാംശങ്ങൾക്ക് പേര് കൊടുത്തിട്ടുള്ളത്.

ചതുർത്ഥാംശം	ചിഹ്നം
I XOY മേഖല	$x>0$, $y>0$, എങ്കിൽ നിർദ്ദേശാങ്കങ്ങൾ (+,+) ആകുന്നു **ഉദാഹരണം:** (5,7) (2,9) (10,15)
II X'OY മേഖല	$x<0$, $y>0$ എങ്കിൽ നിർദ്ദേശാങ്കങ്ങൾ (−,+) ആകുന്നു **ഉദാഹരണം** (−2,8) (−1,10) (−5,3)
III X'OY' മേഖല	$x<0, y<0$ എങ്കിൽ നിർദ്ദേശാങ്കങ്ങൾ (−,−) ആകുന്നു **ഉദാഹരണം:** (−2,−3) (−7,−1) (−5,−7)
IV XOY' മേഖല	$x>0$, $y<0$ എങ്കിൽ നിർദ്ദേശാങ്കങ്ങൾ (+,−) ആകുന്നു **ഉദാഹരണം** : (1,−7) (4,−2) (9,−3)



03_8th_Maths_Algebra_Chap 3_Malayalam.indd 109 1/26/2023 12:21:26 PM

അക്ഷത്തിനുമേൽ ഒരു ബിന്ദുവിന്റെ നിർദ്ദേശാങ്കങ്ങൾ:

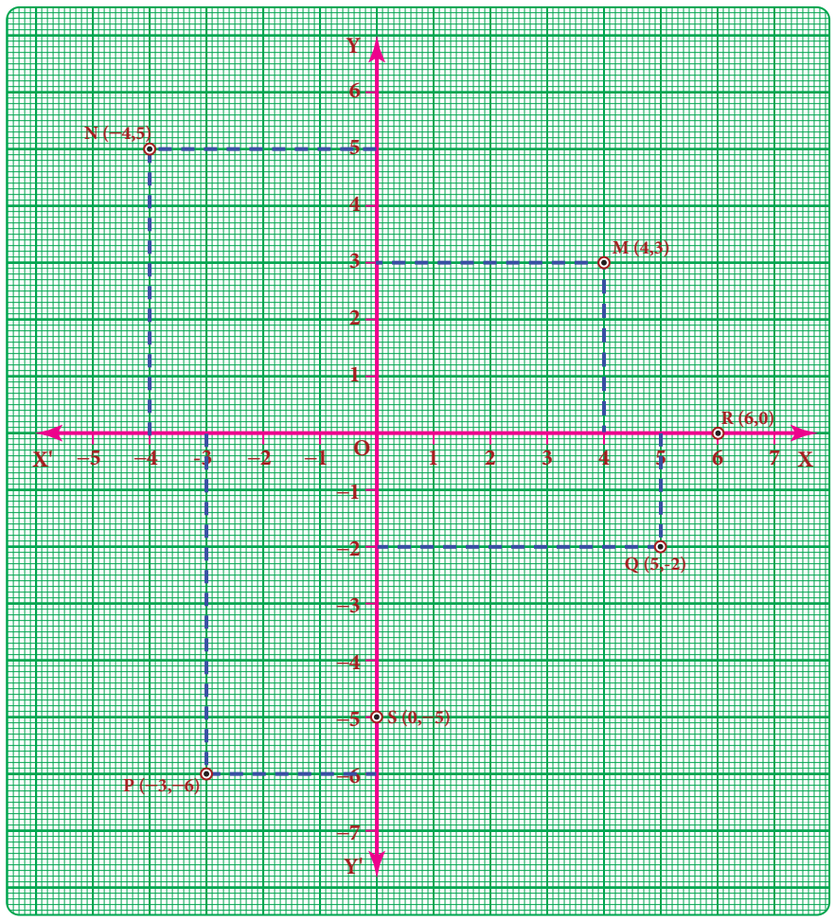
- $y=0$ ആയാൽ നിർദ്ദേശാങ്കങ്ങൾ$(x,0)$ എന്നത് x-അക്ഷത്തിനുമേൽ സ്ഥിതിചെയ്യുന്നു.
  ഉദാഹരണം : (2,0) (-5,0) (7,0) എന്നിവ x- അക്ഷത്തിൻമേലുള്ള ബിന്ദുക്കളാണ്
- $x=0$ ആയാൽ നിർദ്ദേശങ്കങ്ങൾ $(0,y)$ എന്നത് y-അക്ഷത്തിനുമേൽ സ്ഥിതിചെയ്യുന്നു.
  ഉദാഹരണം (0,3) (0,-4) (0,9) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ y-അക്ഷത്തിൽമേലാണുള്ളത്.

3.9.6 തന്നിട്ടുള്ള ബിന്ദുക്കളെ ഗ്രാഫ് ഷീറ്റിൽ കുറിക്കുക.

(4,3), (–4,5), (–3,–6), (5,–2), (6,0), (0,–5) എന്നീ ബിന്ദുക്കളെ പരിഗണിക്കുക.

(i) (4,3) എന്ന ബിന്ദുവിനെ അടയാളപ്പെടുത്തുന്നതിന്.

ആദ്യം മൂലബിന്ദുവായ O യിൽ തുടങ്ങി OX അക്ഷം വഴി 4 മാത്ര x അക്ഷത്തിനു വലതുവശത്തായി നീങ്ങുക വീണ്ടും 4 ൽ നിന്നും 3 മാത്ര OY അക്ഷത്തിനു സമാന്തരമായി നീങ്ങുമ്പോൾ അത് M(4,3) എന്ന ബിന്ദുവിൽ സംഗമിക്കുന്നു.



(ii) (-4,5) നെ അടയാളപ്പെടുത്തുന്നതിന് :

മൂലബിന്ദുവിൽ നിന്നും 4 -മാത്രകൾ OX' ലുള്ള ദിശയിലോട്ട് –4 എന്ന ബിന്ദുവിന്റെ ഇടതുവശത്തായി നീങ്ങുക. വീണ്ടും 5 -മാത്രകൾ OY യ്ക്ക് സമാന്തരമായി കുറിക്കുമ്പോൾ അത് N(–4,5) ൽ സംഗമിക്കുന്നു.

(iii) (-3,-6) നെ അടയാളപ്പെടുത്തുന്നതിന് :

മൂലബിന്ദുവിൽ നിന്നും 3-മാത്രകൾ OX' ൽ ഇടതുഭാഗത്ത് കുറിക്കുമ്പോൾ –3ൽ എത്തുന്നു. വീണ്ടും 6 മാത്രകൾ OY' നു സമാന്തരമായി –6 എന്ന ബിന്ദുവിൽ ചലിപ്പിക്കുമ്പോൾ P(-3,-6) ൽ എത്തുന്നു.

(iv) (5,–2) നെ അടയാളപ്പെടുത്തുന്നതിന്:

ആദ്യ മൂലബിന്ദുവിൽ നിന്നും 5 മാത്രകൾ OX അക്ഷത്തിനുമേൽ ചലിപ്പിച്ച് അവിടെ നിന്നും 2 മാത്രകൾ OY' അക്ഷത്തിന്മേൽ സമാന്തരമായി ചലിപ്പിക്കുമ്പോൾ അത് Q(5,–2) ൽ സംഗമിക്കുന്നു.

(v) (6,0) യും (0, – 5) ഉം അടയാളപ്പെടുത്തുന്നതിന്:

തന്നിട്ടുള്ള (6,0) എന്ന ബിന്ദുവിനെ X അക്ഷത്തിൻമേൽ 6-നെയും Y അക്ഷത്തിൽ പൂജ്യത്തെയും കുറിക്കുക. ഇവ X അക്ഷത്തിനുമേൽ സ്ഥിതി ചെയ്യുന്നു. 6 മാത്രകൾ മൂലബിന്ദുവിൽ നിന്നും OX അക്ഷത്തിൽ ചലിപ്പിക്കുമ്പോൾ അവ R(6, 0) ൽ ചേദിക്കുന്നു.

തന്നിട്ടുള്ള (0,–5) എന്ന ബിന്ദുവിനെ X അക്ഷത്തിൽ പൂജ്യത്തെയും, Y അക്ഷത്തിൽ –5 നെയും കുറിക്കുമ്പോൾ ഇവ Y അക്ഷത്തിനുമേൽ സ്ഥിതിചെയ്യുന്നു. വീണ്ടും 5 മാത്രകൾ മൂലബിന്ദുവിൽ നിന്നും OY' അക്ഷത്തിൽ ചലിപ്പിക്കുമ്പോൾ അത് S (0,–5) ൽ സംഗമിക്കുന്നു.

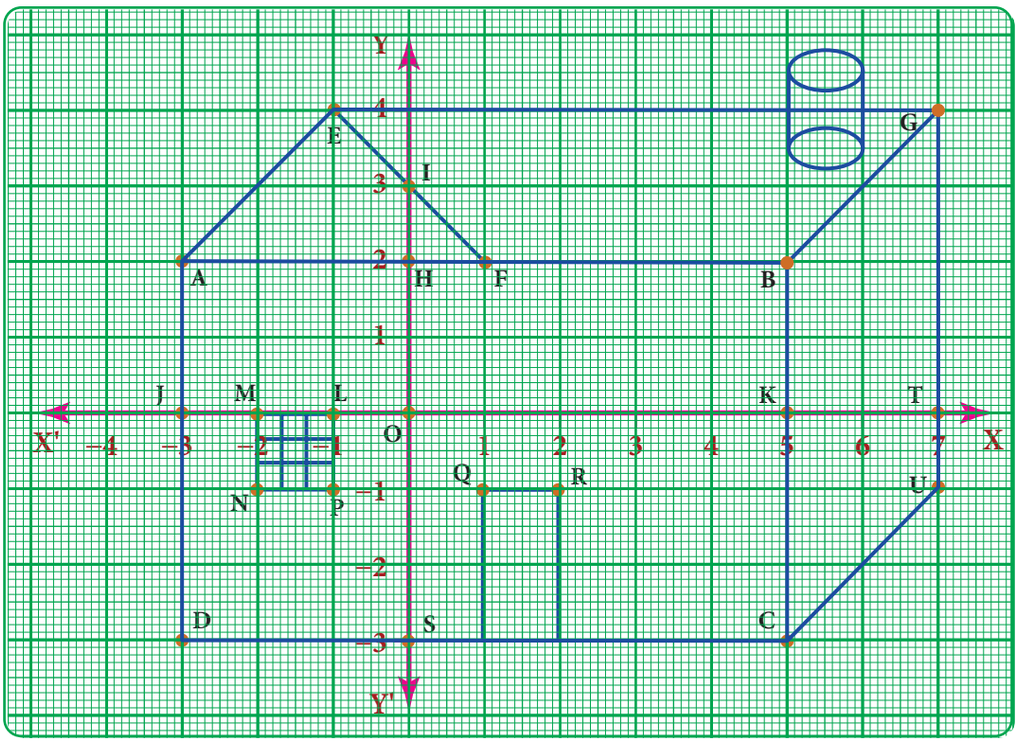
03_8th_Maths_Algebra_Chap 3_Malayalam.indd 110 1/26/2023 12:21:27 PM

ശ്രമിച്ച് നോക്കുക

1. താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന പട്ടിക പൂർത്തിയാക്കുക.

ക്രമ സംഖ്യ	ബിന്ദുക്കൾ	X -അക്ഷത്തിന്റെ ചിഹ്നം	Y- അക്ഷത്തിന്റെ ചിഹ്നം	ചതുർത്ഥാംശം
1	(−7,2)			
2	(10,−2)			
3	(−3,−7)			
4.	(3,1)			
5.	(7,0)			
6.	(0,−4)			

2. തന്നിട്ടുള്ള ചിത്രത്തിൽ കുറിച്ചിട്ടുള്ള ബിന്ദുക്കളുടെ നിർദ്ദേശാങ്കങ്ങൾ എഴുതുക.



അഭ്യാസം 3.8

1 പൂരിപ്പിക്കുക.

(i) X-അക്ഷവും Y-അക്ഷവും ഛേദിക്കുന്നത് _____ ആകുന്നു.

(ii) മൂന്നാം ചതുർത്ഥാംശത്തിലെ ബിന്ദുക്കളുടെ നിർദ്ദേശാങ്കങ്ങൾ _____ ആകുന്നു.

(iii) (0, −5) എന്ന ബിന്ദു _____ അക്ഷത്തിൽ സ്ഥിതി ചെയ്യുന്നു.

(iv) X-നിർദ്ദേശാങ്കം എപ്പോഴും Y-നിർദ്ദേശാങ്കത്തിന് _____ ആയിരിക്കും.

(v) Y-അക്ഷത്തിനു സമാന്തരമായ രേഖ _____ നിർദ്ദേശാങ്കങ്ങൾക്ക് തുല്യമായിരിക്കും.

03_8th_Maths_Algebra_Chap 3_Malayalam.indd 111 1/26/2023 12:21:27 PM

2. ശരിയോ തെറ്റോ എന്ന് പറയുക.

(i) $(-10,20)$ എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ രണ്ടാം ചതുർത്ഥാംശത്തിൽ സ്ഥിതി ചെയ്യുന്നു.

(ii) $(-9, 0)$ എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ x-അക്ഷത്തിനുമേൽ സ്ഥിതി ചെയ്യുന്നു.

(iii) മൂലബിന്ദുവിന്റെ നിർദ്ദേശാങ്കം $(1,1)$ ആകുന്നു.

3. ഗ്രാഫ് പേപ്പറിൽ അടയാളപ്പെടുത്താതെ താഴെ തന്നിട്ടുള്ള ബിന്ദുക്കൾ ഏതു ചതുർത്ഥാംശമാണെന്ന് കാണുക.

$(3, -4), (5,7), (2,0), (-3, -5), (4, -3), (-7,2), (-8,0), (0,10), (-9,50)$.

4. താഴെ തന്നിട്ടുള്ള ബിന്ദുക്കളെ ഗ്രാഫ് പേപ്പറിൽ കുറിക്കുക.

$A(5,2), B(-7, -3), C(-2,4), D(-1,-1), E(0, -5), F(2,0), G(7, -4), H(-4,0), I(2,3), J(8,-4), K(0,7)$.

5. ഗ്രാഫ് ഉപയോഗിച്ച് ഓരോ ചിത്രത്തിന്റെയും നിർദ്ദേശാങ്കങ്ങൾ കണ്ടുപിടിക്കുക.

(a) നക്ഷത്രം _____

(b) പക്ഷി _____

(c) ചുവന്ന വൃത്തം _____

(d) രത്നം _____

(e) ത്രികോണം _____

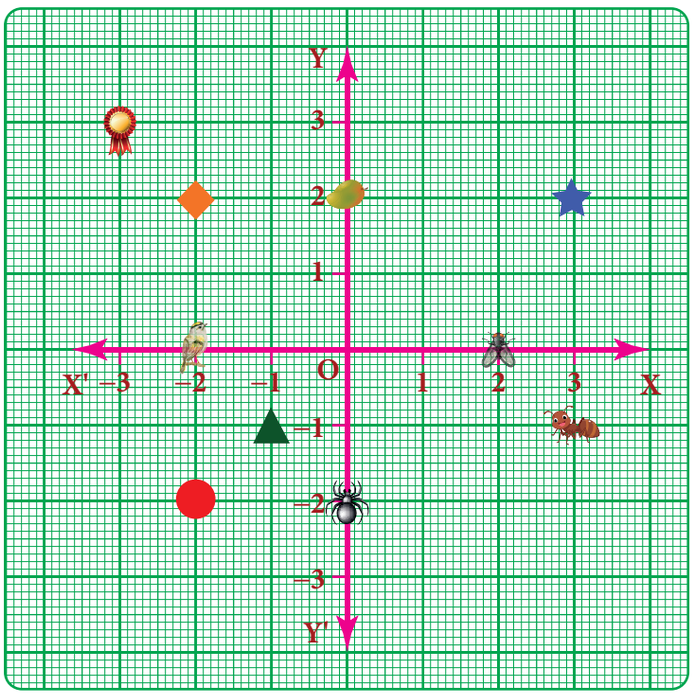
(f) ഉറുമ്പ് _____

(g) മാമ്പഴം _____

(h) ഈച്ച _____

(i) മെഡൽ _____

(j) ചിലന്തി _____



3.9.7 നേർരേഖ ലഭിക്കുന്നത്:

ഇപ്പോൾ നമ്മുക്ക് ഗ്രാഫ് ഉപയോഗിച്ച് ബിന്ദുക്കൾ അയൊളപ്പെടുത്തുന്നത് എങ്ങനെ എന്ന് മനസിലായല്ലോ? ഗ്രാഫിലെ ബിന്ദുക്കൾ വ്യത്യസ്ഥമായ ക്രമത്തിലാണ് സ്ഥിതിച്ചെയ്യുന്നത്. ഏതെങ്കിലും രണ്ട് ബിന്ദുക്കളെ യോജിപ്പിച്ചാൽ ഒരു നേർരേഖനമുക്കു ലഭിക്കുന്നു.

ഉദാഹരണം 3.41

$A(-2,6)$, $B(4,-3)$, എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ ഉപയോഗിച്ച് ഒരു നേർരേഖ വരയ്ക്കുക.

നിർദ്ധാരണം:

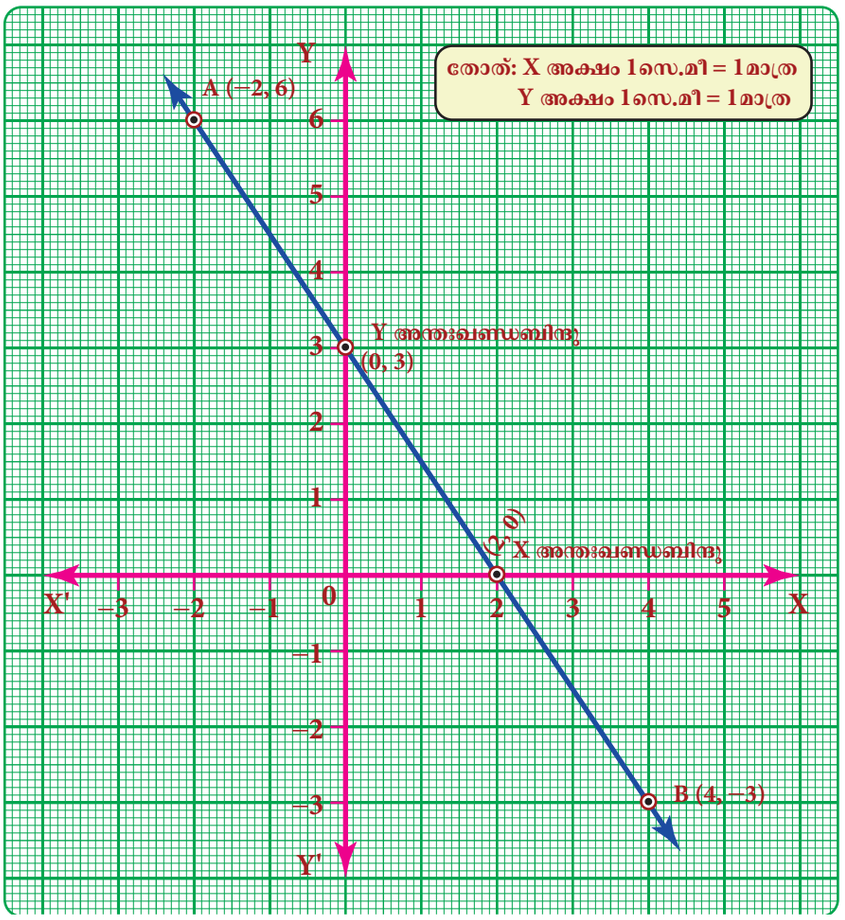
തന്നിട്ടുള്ള ആദ്യത്തെ ബിന്ദുവായ $A(-2,6)$ രണ്ടാമത്തെ ചതുർത്ഥാംശത്തിൽ സ്ഥിതി ചെയ്യുന്നു. അതിനെ അടയാളപ്പെടുത്തുക. രണ്ടാമത്തെ ബിന്ദുവായ $B(4,-3)$ നാലാമത്തെ ചതുർത്ഥാംശത്തിൽ സ്ഥിചെയ്യുന്നു.അതിനെ അടയാളപ്പെടുത്തുക.

ഇപ്പോൾ A എന്ന ബിന്ദുവിനെയും B എന്ന ബിന്ദുവിനെയും ഒരു സ്കെയിൽ ഉപയോഗിച്ച് യോജിപ്പിച്ച് നീട്ടുക. നമുക്ക് ഒരു നേർരേഖ ലഭിക്കുന്നു.

കുറിപ്പ്:

ഈ നേർരേഖ X -അക്ഷത്തിൽ $(2,0)$ എന്ന ബിന്ദുവിലും y –അക്ഷത്തിൽ $(0,3)$ എന്ന ബിന്ദുവിലും ഛേദിക്കുന്നു.

03_8th_Maths_Algebra_Chap 3_Malayalam.indd 112 1/26/2023 12:21:29 PM

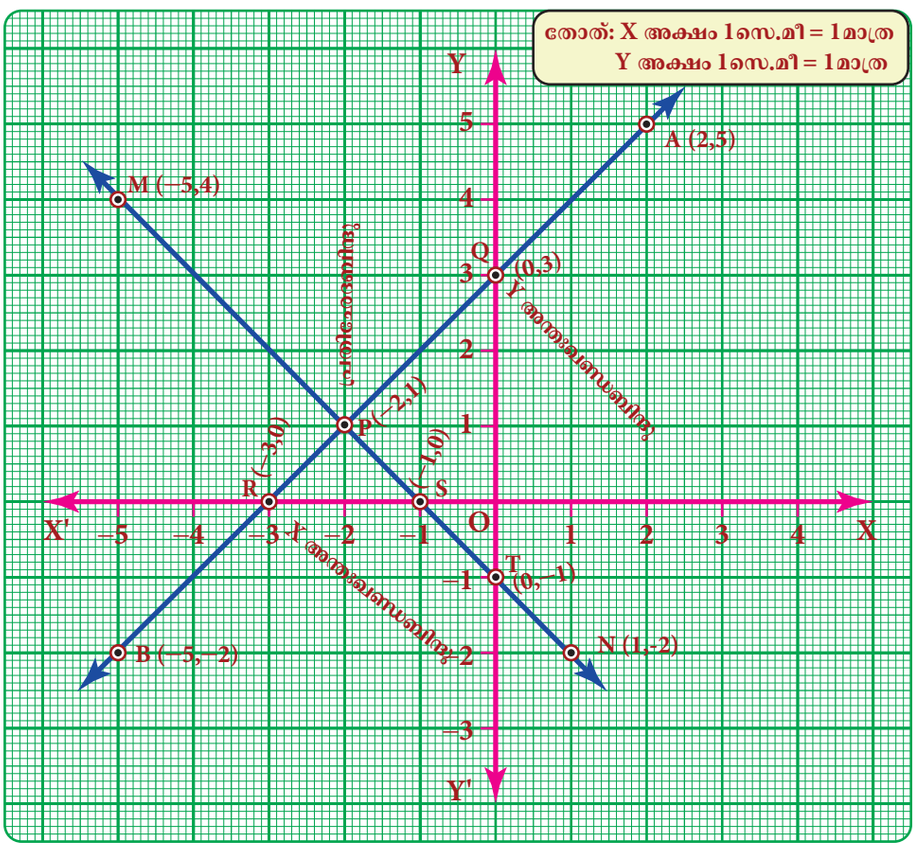


ഉദാഹരണം 3.42

A(2, 5) B(−5,−2) M(−5, 4) N(1,−2) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ ഉപയോഗിച്ച് നേർരേഖകൾ വരച്ച് ഛേദിക്കുന്ന ബിന്ദുവിനെ കാണുക ?

നിർദ്ധാരണം:

Pആദ്യം A,B എന്നീ ഒരു ജോടി ബിന്ദുക്കളെ I-ാമത്തെയും III-ാമത്തെയും ചതുർത്ഥാംശങ്ങളിൽ അടയാളപ്പെടുത്തുക. അവയെ യോജിപ്പിച്ച് AB എന്ന നേർരേഖ വരച്ച് നീട്ടുക. അതുപോലെ രണ്ടാമത്തെ ജോടി ബിന്ദുക്കളായ M നെയും N നെയും II-ാമത്തെയും IV-ാമത്തെയും ചതുർത്ഥാംശങ്ങളിൽ രേഖപ്പെടുത്തുക.



03_8th_Maths_Algebra_Chap 3_Malayalam.indd 113 1/26/2023 12:21:30 PM

ഇവയെ യോജിപ്പിക്കുമ്പോൾ MN എന്ന നേർരേഖ ലഭിക്കുന്നു. അതിനെ വീണ്ടും നീട്ടുക. ഇപ്പോൾ രണ്ടുരേഖകളും $p(-2,1)$ എന്ന ബിന്ദുവിൽ ഛേദിക്കുന്നു.

(i) രേഖ AB ഛേദിക്കുന്ന നിർദ്ദേശാങ്കഅക്ഷം. അതായത് x -അക്ഷത്തിൽ $R(-3,0)$ ലും y-അക്ഷത്തിൽ $Q(0,3)$ ലും ഛേദിക്കുന്നു.

(ii) രേഖ MN ഛേദിക്കുന്ന നിർദ്ദേശാങ്കഅക്ഷം. അതായത് x -അക്ഷത്തിൽ $S(-1,0)$ ലും y -അക്ഷത്തിന്റെ $T(0,-1)$ ലും ഛേദിക്കുന്നു.

3.9.8 നിർദ്ദേശാങ്കങ്ങൾക്ക് സമാന്തരമായ രേഖ വരയ്ക്കുന്നത്

- ഒരു രേഖ X-അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമാണെങ്കിൽ, ആ രേഖയ്ക്കും X-അക്ഷത്തിനും ഇടയ്ക്കുള്ള ദൂരം തുല്യമാണ്.അതിനെ $y = c$ എന്ന് പ്രതിനിധീകരിക്കാം.
- ഒരു രേഖ Y-അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമാണെങ്കിൽ, ആ രേഖയ്ക്കും Y-അക്ഷത്തിനും ഇടയ്ക്കുള്ള ദൂരം തുല്യമാണ്.അതിനെ $x = k$ എന്ന് എഴുതാം. (ഇവിടെ c യും k യും സ്ഥിരാങ്കമാണ്)

ഉദാഹരണം 3.43

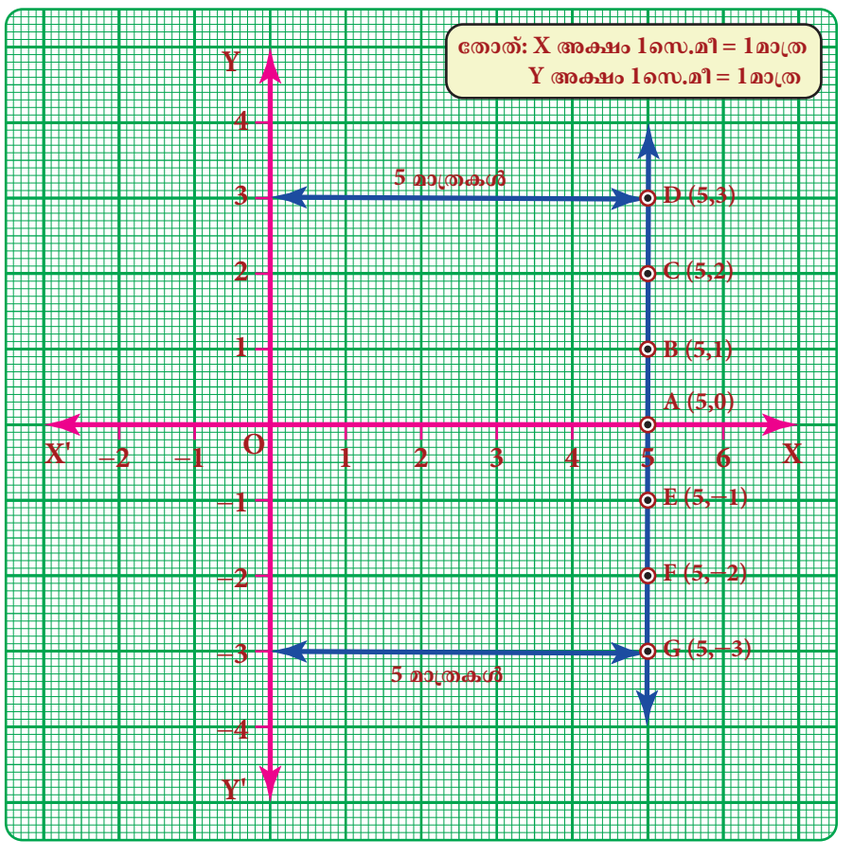
X=5 എന്നതിന്റെ ഗ്രാഫ് വരയ്ക്കുക?

നിർദ്ധാരണം:

x=5 എന്നതിന്റെ അർത്ഥം Y-നിർദ്ദേശാങ്കം ഏതു മൂല്യമായാലും x-നിർദ്ദേശാങ്കം 5 മാത്രമാണ്. അതുകൊണ്ട് Y-യ്ക്ക് ഏതു മൂല്യവും നല്കാവുന്നതാണ്.

X	5	5	5	5	5
Y	−2	−1	0	2	3

തന്നിട്ടുള്ളത് x =5 (ഉറപ്പിച്ച മൂല്യം)
Y യ്ക്ക് ഏതു മൂല്യവും എടുക്കാവുന്നതാണ്. എന്തു കൊണ്ട്?



കുറിപ്പ്

X അക്ഷത്തിന്റെ സമീകരണം Y =0

Y അക്ഷത്തിന്റെ സമീകരണം X=0

ചിന്തിക്കൂ.

(5, −10) (0, 5) (5, 20) എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ ഏതു ബിന്ദുവാണ് X = 5 എന്ന രേഖയിന്മേൽ സ്ഥിതി ചെയ്യുന്നത്.

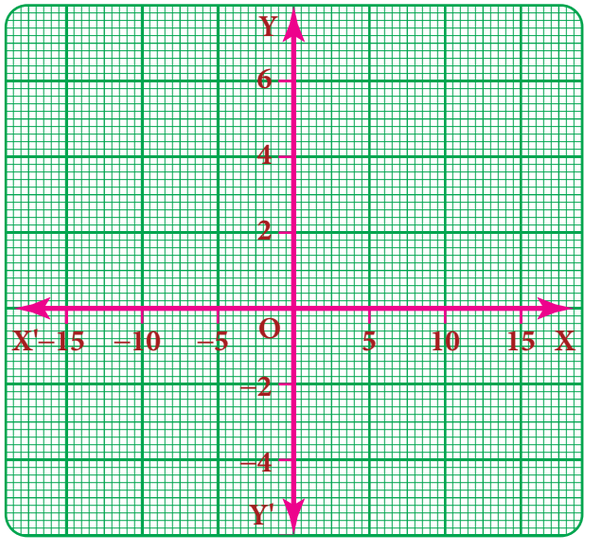
5,−1) (5,−2) (5,0) (5,2) (5,3) എന്നീ ബിന്ദുക്കളെ ഗ്രാഫ് പേപ്പറിൽ അടയാളപ്പെടുത്തി അവയെ യോജിപ്പിക്കുക. അപ്പോൾ നമുക്ക് ഒരു നേർരേഖ ലഭിക്കുന്നു. ആ നേർരേഖ Y അക്ഷത്തിനു സമാന്തരമായും Y അക്ഷത്തിൽ നിന്നും 5 മാത്ര ദൂരത്തിലും ആയിരിക്കും

03_8th_Maths_Algebra_Chap 3_Malayalam.indd 114 1/26/2023 12:21:30 PM

3.9.9 ഗ്രാഫിലെ തോത

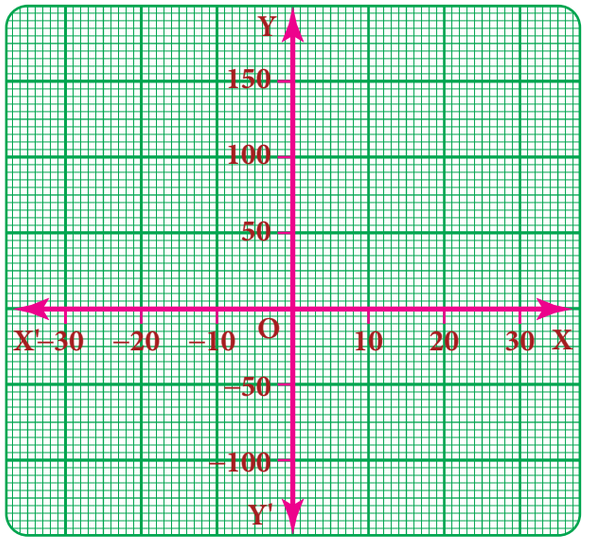
ഗ്രാഫ് വരയ്ക്കുന്നതിനുള്ള സാഹചര്യം വരുമ്പോൾ 'y' എന്നത് 'x' ന്റെ വലിയഗുണിതവും യൂണിറ്റുകളിലെ സാധാരണ ഗ്രാഫ് 'y' നിർദ്ദേശാങ്കങ്ങൾ തിരിച്ചും കണ്ടെത്തുന്നതിന് പര്യാപ്തമല്ലാത്ത ഒരു ഗ്രാഫ് വരയ്ക്കുന്നതിനുള്ള സാഹചര്യങ്ങൾ ഉണ്ടാകും .

ഈ സാഹചര്യത്തിൽ ആവശ്യാനുസരണം രണ്ടു അക്ഷങ്ങളിലും സ്കെയിൽ എന്ന ആശയം ഞങ്ങൾ ഉപയോഗിക്കിന്നു. ഗ്രാഫിന്റെ വലതു കോണിൽ ഒരു സ്കെയിൽ കാര്യപ്രദമായി പ്രതിനിധീകരിക്കുക. കുറച്ച് ഉദാഹരണം താഴെ തന്നിരിക്കുന്നു.



ഉദാഹരണം1

X അക്ഷത്തിൽ 1 സെ.മി = 5 മാത്രകൾ.
y അക്ഷത്തിൽ 1 സെ.മി = 2 മാത്രകൾ.



ഉദാഹരണം2

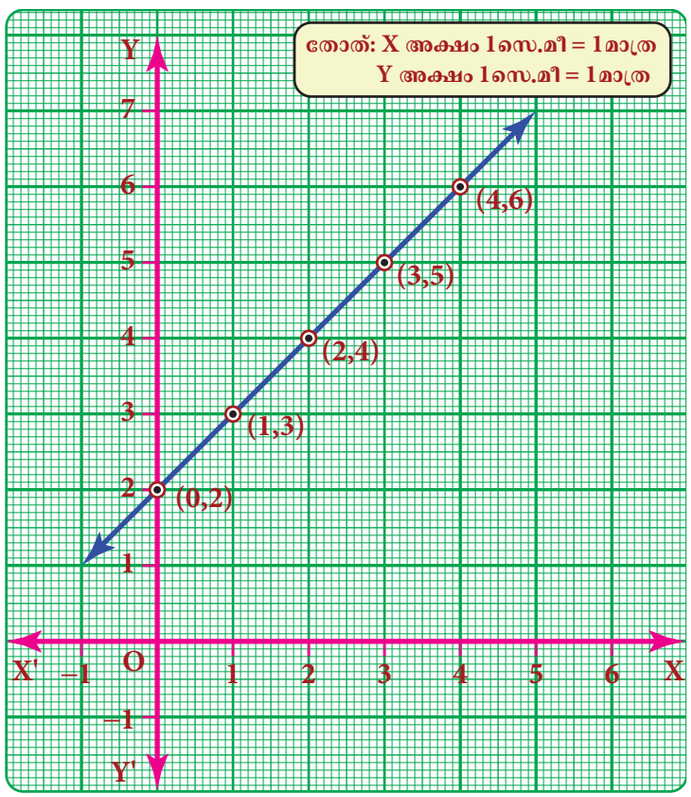
X അക്ഷത്തിൽ 1 സെ.മി =10 മാത്രകൾ.
y അക്ഷത്തിൽ 1 സെ.മി = 50 മാത്രകൾ

3.10 രേഖീയ ഗ്രാഫ്

3.10.1 രേഖീയ മാതൃക

(0, 2), (1, 3), (2, 4), (3, 5), (4, 6) എന്നീ ബിന്ദുക്കളെ നിർദ്ദേശാങ്കതലത്തിൽ രേഖപ്പെടുത്തുക. നിനക്ക് എന്തു ലഭിക്കുന്നു? ഇവയെല്ലാം ഒരേ രേഖയിൽ സ്ഥിതി ചെയ്യുന്നു. കുറയെ ക്രമങ്ങൾ ശ്രദ്ധിക്കാം. നിർദ്ദേശങ്കത്തിലുള്ള ക്രമിത ജോടികൾ നോക്കുക. 2 = 0+2; 3 = 1+2; 4 = 2+2; 5 = 3+2; 6 = 4+2 ഓരോ ജോടിയിലും Y-നിർദ്ദേശങ്കം X-നിർദ്ദേശങ്കത്തേക്കാൾ 2 അധികമായിട്ടാണ് കാണുന്നത്. നിർദ്ദേശങ്കങ്ങളിലെ ഓരോ ബിന്ദുവിനും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം ഒരേപോലെയാണ്. രേഖപ്പെടുത്തിയിട്ടുള്ള എല്ലാ ബിന്ദുക്കളും ഒരു നേർരേഖയിലാണുള്ളത്.

ഈ സാഹചര്യത്തിൽ രേഖപ്പെടുത്തിയ എല്ലാ ബിന്ദുക്കളും ഒരേ നേർരേഖയിലായതുകൊണ്ട് ഇതിനെ നാം "ഒരു രേഖീയ മാതൃക എന്നു പറയുന്നു".



03_8th_Maths_Algebra_Chap 3_Malayalam.indd 115 1/26/2023 12:21:31 PM

ഈ ഉദാഹരണത്തിൽ, നാം കാണുന്നത് ഓരോ ക്രമിത ജോടിയിലും y യുടെ മൂല്യം = x ന്റെ മൂല്യം +2 ആകുന്നു. അതുകൊണ്ട് ഈ രേഖീയ മാതൃകയെ ബീജഗണിത സമവാക്യമായ $y= x+2$ എന്ന് എഴുതാം. ഈ തരത്തിലുള്ള സമീകരണത്തെ "രേഖീയ സമവാക്യം" എന്നു പറയുന്നു. ഈ രേഖീയ സമീകരണത്തിലെ രേഖയെ "രേഖീയ ഗ്രാഫ്" എന്നു പറയുന്നു.

ഒന്നോ അതിൽകൂടുതലോ ചരങ്ങൾ ഒന്ന് മറ്റെതിനെ ആശ്രയിക്കുമ്പോൾ രേഖീയ സമീകരണം നാം ഉപയോഗിക്കുന്നു.

ഒരു ടാക്സിയിൽ നാം കൂടുതൽ ദൂരം സഞ്ചരിക്കുമ്പോൾ കൂടുതൽ പണം കൊടുക്കണം. സഞ്ചരിച്ച ദൂരം ചരത്തിന് ഉദാഹരണമാണ്. ദൂരത്തെ ആശ്രയിച്ചിരിക്കുകയാണെങ്കിൽ ടാക്സിക്ക് കൊടുത്ത പണത്തെയാണ് ആശ്രയമുള്ള ചരം എന്നു പറയുന്നത്.

ഒരാൾ കൂടുതൽ കറണ്ട് ഉപയോഗിക്കുകയാണെങ്കിൽ കറണ്ടിനാകുന്ന തുകയും കൂടുതലായിരിക്കും. ഉപയോഗിക്കുന്ന കറണ്ടിന്റെ അളവിനെ പരാശ്രയം കൂടാത്ത ചരത്തിന് ഉദാഹരണമായും കറണ്ടിന് അടയ്ക്കുന്ന തുകയെ ആശ്രയിക്കുന്ന ചരത്തിനു ഉദാഹരണമായും കണക്കാക്കുന്നു.

3.10.2 രണ്ടു ചരങ്ങളുള്ള രേഖീയ ഫലനത്തിനുള്ള ഗ്രാഫ്

നാം സമാന്തരരേഖകളെപറ്റിയും പ്രതിഛേദന രേഖകളെപറ്റിയും പറഞ്ഞുവല്ലോ. പക്ഷെ അവ ജ്യാമിതിയിൽ എത്ര ദൂരെയാണെന്നോ അവ എവിടെയാണെന്നോ ഒരിക്കലും നോക്കിയിട്ടില്ല. ഗ്രാഫുകൾ വരയ്ക്കുന്നത് വരികൾ സ്ഥാപിക്കാൻ ഞങ്ങളെ സഹായിക്കുന്നു. ഒരു രേഖീയ സമവാക്യം രണ്ടു ചരങ്ങളുള്ള (xy പോലുള്ള) സമവാക്യമാണ്. അതിന്റെ ഗ്രാഫ് ഒരു വരിയാണ്. ഒരു രേഖീയ സമവാക്യം ഗ്രാഫ് വരയ്ക്കുന്നതിന് നമുക്ക് കുറഞ്ഞത് രണ്ടു ബിന്ദുക്കളെങ്കിലും വേണം. എന്നാൽ സാധാരണയായി രണ്ടു ബിന്ദുക്കൾ കൂടുതൽ ഉപയോഗിക്കുന്നത് സുരക്ഷിതമാണ്. (എന്തുകൊണ്ട്?) ബിന്ദുക്കൾ തെരെഞ്ഞെടുക്കുമ്പോൾ ധനമൂല്യങ്ങളും ഋണമൂല്യങ്ങളും, പൂജ്യവും ഉൾപ്പെടുന്നത് നന്നായിരിക്കും. ഏതു ജോഡി ബിന്ദുക്കളിലൂടെയും കടന്നുപോകുന്ന ഒരു അദ്വിതീയ രേഖയുണ്ട്.

ഉദാഹരണം 3.44

$y = 5x$ ന്റെ ഗ്രാഫ് വരയുക.

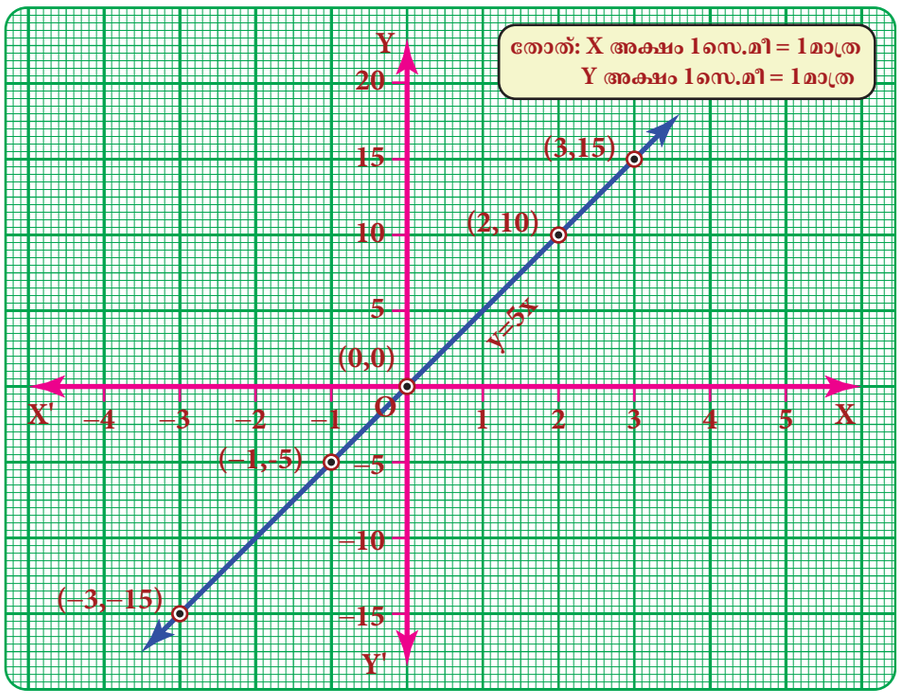
x	−3	−1	0	2	3
y	−15	−5	0	10	15

നിർദ്ധാരണം:

$y = 5x$ എന്ന സമീകരണത്തിന്റെ അർത്ഥമെന്തെന്നാൽ x ന്റെ ഏതൊരു മൂല്യത്തിനും Y യുടെ മൂല്യം x ന്റെ 5 മടങ്ങാണ്.

(−3,−15) (−1,−5) (0,0) (2,10) (3,15) എന്നീ ബിന്ദുക്കളെ ഗ്രാഫിൽ അടയാളപ്പെടുത്തുക

x	$y = 5x$
−3	$y = 5 \times (-3) = -15$
−1	$y = 5 \times (-1) = -5$
0	$y = 5 \times (0) = 0$
2	$y = 5 \times (2) = 10$
3	$y = 5 \times (3) = 15$



03_8th_Maths_Algebra_Chap 3_Malayalam.indd 116 1/26/2023 12:21:32 PM

ഉദാഹരണം 3.45

$y = x + 1$ എന്ന സമീകരണത്തിന്റെ ഗ്രാഫ് വരയ്ക്കുക

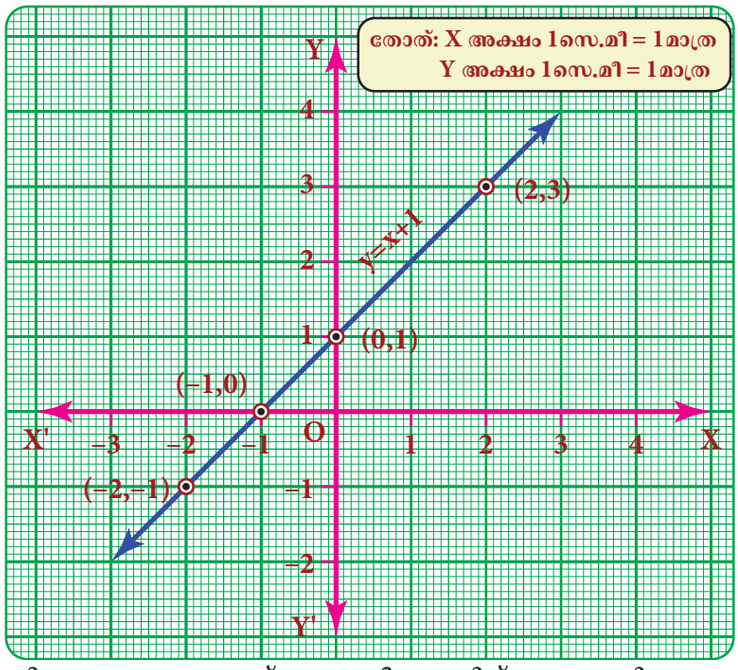
ആദ്യമായി x, y എന്നിവയ്ക്ക് ഒരു ജോടി മൂല്യങ്ങൾ തെരഞ്ഞെടുക്കുക. അത് എങ്ങനെ സഹായകമായി ഇരിക്കുമെന്ന് നോക്കാം.

(i) x ന് പൂജ്യം നൽകുമ്പോൾ y യ്ക്ക് എന്തു സംഭവിക്കുന്നു.

(ii) y യ്ക്ക് പൂജ്യം നൽകുമ്പോൾ x ന് എന്തു സംഭവിക്കുന്നു.

അതിനു ശേഷം നമുക്ക് ഒന്നോ അതിൽ കൂടുതലോ മൂല്യങ്ങൾ നൽകുകയും ചെയ്യാവുന്നതാണ്.

വീണ്ടും കുറഞ്ഞത് രണ്ടുജോഡി ബിന്ദുക്കളെങ്കിലും എടുത്ത് ഗ്രാഫ് വരയ്ക്കാവുന്നതാണ്. എളിയ രീതിയിൽ രേഖ വരയ്ക്കുവാൻ ഭിന്ന സംഖ്യാരൂപത്തിലുള്ള ബിന്ദുക്കളെ നീക്കിക്കളയാവുന്നതാണ്. നാം തീരുമാനിച്ച് ആലോചിക്കേണ്ടതാണ്.



x	–2	–1	0	1	2
y	–1	0	1	2	3

x	$y = x+1$
–2	$y = -2+1 = -1$
–1	$y = -1+1 = 0$
0	$y = 0+1 = 1$
1	$y = 1+1 = 2$
2	$y = 2+1 = 3$

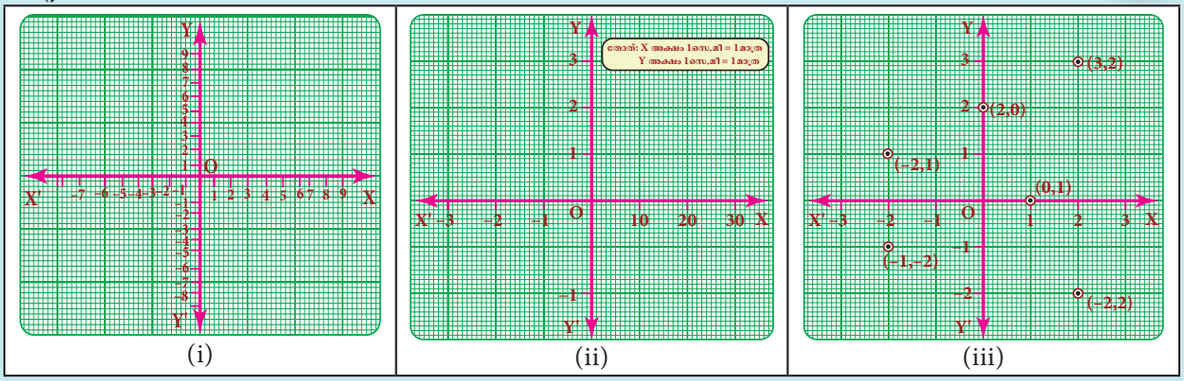
കുറിപ്പ്

തോത് എടുക്കുന്നതിനനുസരിച്ച് ഗ്രാഫിന്റെ ഓറിയന്റേഷനും വ്യത്യാസപ്പെടുന്നു.

ഇപ്പോൾ നമുക്ക് ഗ്രാഫിലെ അഞ്ചു ജോഡി ബിന്ദുക്കൾ തന്നിരിക്കുന്നു:
(–2,–1) (–1, 0) (0, 1) (1, 2),(2, 3).

ശ്രമിച്ച് നോക്കുക

തെറ്റ് കണ്ടെത്തി തിരുത്തുക



അഭ്യാസം 3.9

1. തന്നിട്ടുള്ളവയെ പൂരിപ്പിക്കുക:

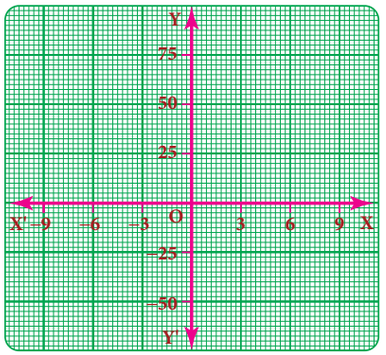
(i) $y = px$, $p \in z$ എപ്പോഴും _____ വഴി ചെല്ലുന്നു.

(ii) $x = 4$ ന്റെ യും $y = -4$ ന്റെ ഛേദനബിന്ദു _____ആകുന്നു.

03_8th_Maths_Algebra_Chap 3_Malayalam.indd 117 1/26/2023 12:21:33 PM

(iii) തന്നിട്ടുള്ള ഗ്രാഫിന്റെ തോത്,
x-അക്ഷത്തിൽ 1 സെ:മീ = ------- മാത്രകൾ
y- അക്ഷത്തിൽ 1 സെ:മീ = ------- മാത്രകൾ

2. ശരിയോ തെറ്റോ എന്ന് പറയുക



(i) ബിന്ദുക്കൾ (1,1) (2,2) (3,3) എന്നിവ ഒരേ നേർരേഖയിലാണ് സ്ഥിതിചെയ്യുന്നത് ?

(ii) $y = -9x$ എന്ന രേഖ മൂല ബിന്ദു വഴി ചെല്ലുന്നു.

3. (2,0)ഉം (0,2) ഉം ഛേദിക്കുന്ന ബിന്ദു വഴി (2,2) എന്ന രേഖ കടന്നു ചെല്ലുന്നുവോ?.

4. (4,2) എന്ന ബിന്ദു വഴി ചെല്ലുന്ന രേഖ y- അക്ഷത്തിൽ (0,2) എന്ന ബിന്ദുവിൽ ഛേദിക്കുന്നു. എങ്കിൽ രണ്ടാം ചതുർത്ഥാംശത്തിലെ ആ രേഖയുടെ ഒരു ബിന്ദുവിനെ കാണുക?

5. P(5,3) Q(3,3) R(3,4) ഉം, S എന്ന ബിന്ദുവിനെയും യോചിപ്പിക്കുബോൾ ഒരു ദീർഘചതുരം ലഭിക്കുന്നു. എങ്കിൽ S എന്നതിന്റെ നിർദ്ദേശാങ്കങ്ങൾ കാണുക ?

6. (6,0), (0,6) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ വഴി ചെല്ലുന്ന രേഖയുടെയും (-3,0), (0,3) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ വഴി ചെല്ലുന്ന രേഖയുടെയും ഏതൊക്കെ ശീർഷങ്ങളെ യോചിപ്പിക്കുമ്പോൾ ഒരു ലംബകം ലഭിക്കുന്നു.

7. (−3, 7) (2, −4) കൂടാതെ (4,6) (−5,−7) എന്നീ ബിന്ദുക്കളുടെ ഛേദകബിന്ദു കാണുക. അവയുടെ ഛേദകബിന്ദുവും x അക്ഷത്തിലെ ഛേദകബിന്ദുവും കാണുക?

8. താഴെതന്നിട്ടുള്ള സമീകരണത്തിന് ഗ്രാഫ് വരയ്ക്കുക? (i) $x = -7$ (ii) $y = 6$

9. ഗാഫ് വരയ്ക്കുക (i) $y = -3x$ ii) $y = x-4$ iii) $y = 2x+5$

10. മൂല്യം കാണുക.

a)

$y = x + 3$				
x	0		−2	
y		0		−3

b)

$2x + y - 6 = 0$				
x	0		−1	
y		0		−2

c)

$y = 3x+1$				
x	−1	0	1	2
y				

അഭ്യാസം 3.10

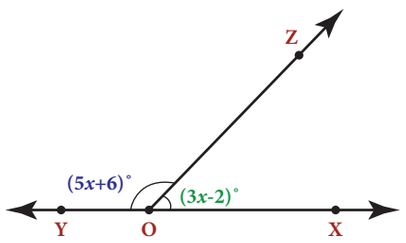
ചിന്താത്മകമായ പരിശീലനത്തിനുള്ള പ്രശ്നങ്ങൾ

1. മൂന്നു സംഖ്യകളുടെ തുക 58 ആകുന്നു. രണ്ടാമത്തെ സംഖ്യ ആദ്യത്തെ സംഖ്യയുടെ നാലിൽ രണ്ടു ഭാഗത്തിന്റെ മൂന്നുമടങ്ങും മൂന്നാമത്തെ സംഖ്യ ആദ്യത്തെ സംഖ്യയിൽ നിന്നും 6 കുറവു മാണ്.ആ മൂന്നുസംഖ്യകൾ കാണുക.

2. ത്രികോണം ABC യിൽ ∠B യുടെ അളവ് ∠A യുടെ അളവിന്റെ മൂന്നിൽ രണ്ടു ഭാഗമാണ്. ∠C യുടെ അളവ് ∠A യുടെ അളവിനെക്കാൾ 200 കൂടുതലാണ്. എങ്കിൽ മൂന്നു കോണുകളുടെയും അളവ് കാണുക?

3. രണ്ടു വശങ്ങൾ തുല്യഅളവുള്ള വിഷമഭുജ ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾ 5y−2 യും 4y+9 യുമാണ്. ആ ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്നാമത്തെ വശം 2y+5 മാത്രമാണ്. എങ്കിൽ'y' കാണുക. കൂടാതെ ത്രികോണത്തിന്റെ ചുറ്റളവും കാണുക?

4. തന്നിട്ടുള്ള ചിത്രത്തിൽ ∠XOZ യും ∠ZOY യും രേഖീയജോടികളാണ്. എങ്കിൽ x ന്റെ മൂല്യം കാണുക.



5. തന്നിട്ടുള്ള പട്ടികയ്ക്ക് ഗ്രാഫ് വരയ്ക്കുക:

സമചതുരത്തിന്റെ വശം (സെ.മീ.)	2	3	4	5	6
വിസ്തീർണ്ണം (സെ.മീ.^{2})	4	9	16	25	36

ഈ ഗ്രാഫ് രേഖീയ ബന്ധത്തെ പ്രതിനിധികരിക്കുന്നുവോ?

ചിന്താത്മകമായ പ്രശ്നങ്ങൾ

03_8th_Maths_Algebra_Chap 3_Malayalam.indd 118 1/26/2023 12:21:34 PM

6. അടുത്തടുത്തുള്ള മൂന്നു പൂർണ്ണാങ്കങ്ങളെ അധികരിക്കുന്ന ക്രമത്തിൽ എടുത്ത് അവയെ 2,3,4 എന്നീ സംഖ്യകൾ കൊണ്ട് ഗുണിക്കുമ്പോൾ തുക 74 ലഭിക്കുന്നു. എങ്കിൽ ആ മൂന്നു സംഖ്യകൾ കാണുക?
7. 331 വിദ്യർത്ഥികൾ ഒരു ഉല്ലാസ യാത്രയ്ക്ക് പോയി. 6 ബസ്സുകളിൽ വിദ്യർത്ഥികളെ ഇരുത്തിയ ശേഷം ബസ്സിൽ കയറാൻ പറ്റാത്ത ബാക്കി 7 വിദ്യാർത്ഥികൾ വാനിൽ സഞ്ചരിച്ചു അങ്ങനെയായാൽ ഓരോ ബസ്സിലും എത്ര വിദ്യാർത്ഥികളാണുള്ളത്?
8. ഒരു കച്ചവടക്കാരന്റെ പക്കൽ 22 വിൽപന സാധനങ്ങൾ ഉണ്ട്. അവയിൽ കുറെ പെൻസിലുകളും, ബാക്കിയുള്ളവ ബാൾ പോയിന്റ് പേനകളുമാണ്. കുറുപ്പിട്ട ഒരു ദിവസം അയാൾ പെൻസിലുകളും, ബാൾ പേനകളും വിൽക്കുകയുണ്ടായി. ഓരോ പെൻസിലുകളെയും ₹15 നും ബാൾ പേനകളെ ₹20 നും വിൽക്കുകയും ചെയ്തു. അയാൾ വിറ്റ തുക ₹380 ആകുന്നു. എങ്കിൽ എത്ര പെൻസിലുകൾ വിൽക്കുകയുണ്ടായി?
9. $y = x$, $y = 2x$, $y = 3x$ കൂടതെ $y = 5x$ എന്നീ നേർരേഖകളെ ഓരോ ഗ്രാഫ് പേപ്പറിൽ വരയുക? ഈ ഗ്രാഫുകൾക്ക് എന്തെങ്കിലും പ്രത്യേകത ഉണ്ടോ എന്ന് നിനക്കു കണ്ടുപിടിക്കാൻ സാധിക്കുന്നുണ്ടോ?
10. ഒരു ബഹുഭുജത്തിന്റെ കോണുകളുടെ എണ്ണം അവയുടെ വശങ്ങളുടെ എണ്ണത്തേയും താഴെ തന്ന പട്ടികയിൽ എഴുതുക:

ബഹുഭുജത്തിന്റെ പേര്	കോണുകളുടെ എണ്ണം	വശങ്ങളുടെ എണ്ണം

ഇതിനെ ഗ്രാഫ് മുഖേന ബഹുഭുജത്തിന്റെ കോണുകളുടെ എണ്ണത്തിനും വശങ്ങളുടെ എണ്ണത്തിനും തമ്മിലുള്ള ബന്ധത്തെ വ്യഖ്യാനിക്കുക!

സംഗ്രഹം

- രണ്ട് ബീജഗണിത വ്യാജകങ്ങൾ ഗുണിക്കുമ്പോൾ താഴെ കാണുന്ന രീതി പാലിക്കണം,
  പദങ്ങളുടെ ചിഹ്നങ്ങൾ ഗുണിക്കണം,
  പദങ്ങളുടെ ഗുണോത്തരങ്ങൾ ഗുണിക്കണം.
  ചരങ്ങളുടെ ഘടകങ്ങളെ വ്യാജകനിയമം അനുസരിച്ച് ഗുണിക്കണം.
- ഒരു ബഹുപദത്തെ ഏകപദം കൊണ്ട് ഹരിക്കുന്നതിന്, ബഹുപദത്തിലെ ഓരോ പദത്തെയും ഏകപദം കൊണ്ട് ഹരിക്കണം.
- സർവ്വസമത : ഒരു സമവാക്യത്തിലുള്ള ചരങ്ങൾക്ക് ഏതുമൂല്യം ആരോപിച്ചാലും സമവാക്യം സത്യമാകുകയാണെങ്കിൽ ആ സമവാക്യത്തെ സർവ്വസമവാക്യം എന്നു പറയുന്നു.

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $\qquad$ $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ $\qquad$ $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ $\qquad$ $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

$(x+b)(x+b)(x+c) = x^3 + (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x + abc$

- തന്നിട്ടുള്ള ബീജഗണിത വ്യാജകങ്ങളെയും, സംഖ്യകളെയും ക്രമം മാറ്റി ഗുണിച്ചാലും അത് സർവ്വ സമത ആയിരിക്കും.
- ഒരു സമവാക്യത്തിലെ ചരത്തിനെ മാറ്റി സ്ഥാപിക്കുന്ന മൂല്യത്തെ സമവാക്യത്തിന്റെ ഇരു വശങ്ങളും തുല്യമാകുന്നതിന് സമവാക്യത്തിന്റെ നിർദ്ധാരണം അല്ലെങ്കിൽ മൂല്യം എന്നു പറയാം.
- ഒരു സമീകരണത്തിലെ സംഖ്യയെ ഒരു വശത്തുനിന്നും മറ്റൊരു വശത്തോട്ടുമാറ്റുന്നതിനെ പരസ്പരമാറ്റരീതി എന്നു പറയുന്നു.
- അക്കങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം കാണിക്കുന്നതുനുള്ള ഒരു പ്രദർശന രീതിയാണ് ഗ്രാഫിങ്ങ്.
- XOX', എന്ന സമാന്തര രേഖയെ X-അക്ഷം എന്നു പറയുന്നു. ലംബരേഖയായ YOY'-നെ Y-അക്ഷം എന്നും പറയുന്നു. ഈ രണ്ടു അക്ഷങ്ങളെയും നിർദേശാങ്കങ്ങൾ എന്നു പറയുന്നു. x അക്ഷവും y-അക്ഷവും സ്ഥിതി ചെയ്യുന്ന തലത്തെ നിർദേശാങ്ക തലം അല്ലെങ്കിൽ കാർട്ടീഷ്യൻ തലം എന്നു പറയുന്നു.
- ഒരു ബിന്ദുവിനെ (a,b) എന്ന ഒരു ജോടിയായ രണ്ടു സംഖ്യകൾ മുഖേന കുറിക്കാവുന്നതാണ്. അതിൽ 'a' എന്ന സംഖ്യയെ X- അക്ഷത്തിന്റെ ദൂരമായും 'b' എന്ന സംഖ്യ Y അക്ഷത്തിന്റെ ദൂരമായും പ്രതിനിധീകരിക്കാവുന്നതാണ്. (a,b) യെ ക്രമിത ജോടി എന്നു പറയുന്നു.
- ഒരു ഗ്രാഫിന്റെ തലത്തെ നിർദ്ദേശാങ്കങ്ങൾ നാലു ഭാഗമായി വിഭജിക്കുന്നു. ഇവയെ ചതുർത്ഥാംശങ്ങൾ എന്നു പറയുന്നു.
- ഒരു രേഖയുടെ ഗ്രാഫായ രേഖീയസമികരണത്തെ രേഖീയ ഗ്രാഫ് എന്ന് പറയുന്നു.

03_8th_Maths_Algebra_Chap 3_Malayalam.indd 119 1/26/2023 12:21:37 PM

ICT CORNER

ഈ പ്രവൃത്തിയിലൂടെ ബീജഗണിതത്തെ കുറിച്ച് മനസ്സിലാക്കാം. കൂടാതെ അവയുടെ നിയമങ്ങളെക്കുറിച്ചും മനസ്സിലാക്കാം.

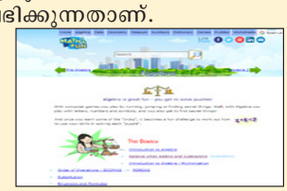
ഘട്ടം-1 ബ്രൗസർ തുറന്ന് താഴെകാണുന്ന രീതിയിൽ URL അടിക്കുക.

ഘട്ടം-2 ഇതുമായി ബന്ധപ്പെട്ട ഏതെങ്കിലും ഒന്നിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്ത് ബീജഗണിതത്തിലെ അടിസ്ഥാനങ്ങൾ, പോളിനോമിയൽസ്, ബഹുപദ സമവാക്യങ്ങൾ, പദങ്ങൾ ഇവയെയൊക്കെ മനസ്സിലാക്കാവുന്നതാണ്.

ഘട്ടം-3 ഉദാഹരണമായി "Balance While adding and subtracting", ക്ലിക്ക് ചെയ്ത് അടിസ്ഥാന ആശയവുമായി ബന്ധിപ്പിക്കുക ഒരു പുതിയ Tab ഓപ്പൺ ചെയ്യുകയും ബീജഗണിതത്തിലെ സങ്കലനം, വ്യവകലനം എന്നിവയെക്കുറിച്ചുള്ള ധാരാളം രസകരമായ കളികൾ കിട്ടുന്നതാണ്.



ഘട്ടം-4 ഇതുപോലെ ബീജഗണിതത്തിലെ രസകരമായ ധാരാളം കാര്യങ്ങൾ ലഭിക്കുന്നതാണ്.



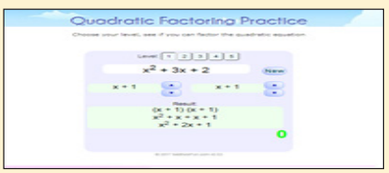
ഘട്ടം.1



ഘട്ടം.2



ഘട്ടം.3



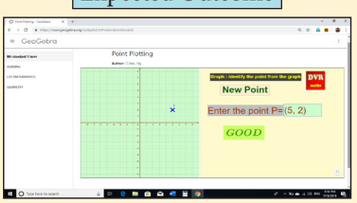
ഘട്ടം.4

AZR3S

Web URL **Algebra:**
https://www.mathsisfun.com/algebra/index.html
*Pictures are indicatives only.
*If browser requires, allow Flash Player or Java Script to load the page.

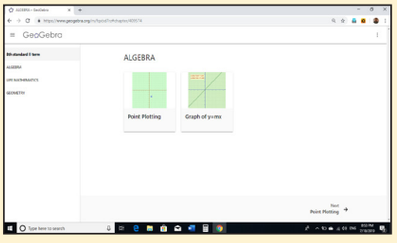
ICT CORNER

Expected Outcome

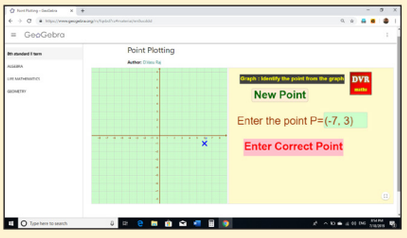


ഘട്ടം-1 Open the Browser ചെയ്ത് താഴെ കാണുന്ന URL Link type ചെയ്യുക.(അല്ലെങ്കിൽ) QR Code Scan ചെയ്യുക. GeoGebra യുടെ work book "ALGEBRA" (ബീജഗണിതം) എന്ന വർക്ക് ഭാഗം open ആകും. worksheet നെ Click ചെയ്യുമ്പോൾ "Point Plotting". (ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക) എന്ന ഭാഗം തെളിയും അതിനെ Select ചെയ്യുക.

ഘട്ടം-2 തന്നിട്ടുള്ള വർക്ക് ഷീറ്റിൽ പുതിയ ബിന്ദുക്കൾ Click ചെയ്യുമ്പോൾ "New point". (പുതിയ ബിന്ദുക്കൾ) കിട്ടുന്നു. input box ലെ orrect point ൽ Enter ചെയത് Enter key press ചെയ്യുക.



ഘട്ടം.1



ഘട്ടം.2

OJYE7

Browse in the link

ബീജഗണിതം:
https://www.geogebra.org/m/fqxbd7rz#chapter/409574 or Scan the QR Code.

03_8th_Maths_Algebra_Chap 3_Malayalam.indd 120 1/26/2023 12:21:37 PM

4 ദൈനംദിന ഗണിതം



പഠന ലക്ഷ്യങ്ങൾ

NVEI4

- ലാഭം, നഷ്ടം, സാധാരണ പലിശ എന്നിവയെക്കുറിച്ചുള്ള ഓർമ്മപുതുക്കൽ
- ശതമാനം, ലാഭനഷ്ടം, നികുതികൾ, വിലക്കിഴിവ്, എന്നിവയിലുള്ള പ്രശ്ന നിർദ്ധാരണം
- കൂട്ടുപലിശയെക്കുറിച്ചും അവ കണ്ടുപിടിക്കുന്ന രീതികളെക്കുറിച്ചും അതുപയോഗിച്ച് ലഘുപ്രശ്നങ്ങൾ നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുന്ന വിധവും മനസ്സിലാക്കൽ
- രണ്ടു വർഷത്തേക്കും മൂന്നു വർഷത്തേക്കും സാധാരണ പലിശയ്ക്കും കൂട്ടുപലിശയ്ക്കും ഉള്ള വ്യത്യാസം കണ്ടുപിടിക്കുന്ന വിധങ്ങൾ മനസ്സിലാക്കൽ
- സമാനുപാതത്തിന്റെയും വിപരീതാനുപാതത്തിന്റെയും ഓർമ്മപുതുക്കൽ
- മിത്രാനുപാതങ്ങൾ മനസ്സിലാക്കി അതുപയോഗിച്ചുള്ള പ്രശ്ന പരിഹാരം
- സമയ-ജോലി പ്രശ്ന പരിഹാരം

4.1 മുഖവുര

VIIIാം ക്ലാസിലെ ഒരു ഗണിത വിഭാഗത്തിൽ നടന്ന സംഭാഷണം താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു.

ടീച്ചർ : പ്രിയപ്പെട്ട വിദ്യാർത്ഥികളെ നാം ഇപ്പോൾ കൊടിദിനത്തിനുവേണ്ടി പണം ശേഖരിച്ചുകൊണ്ടിരിക്കുന്നു. VIIാം ക്ലാസിലെ 40 വിദ്യാർത്ഥികളിൽ 32 വിദ്യാർത്ഥികളും നമ്മുടെ ക്ലാസിലെ 50 വിദ്യാർത്ഥികളിൽ 42 വിദ്യാർത്ഥികളും സംഭാവന നൽകിയിരിക്കുന്നു. ആരുടെ സംഭാവനയാണ് കൂടുതൽ മെച്ചമെന്ന് ആർക്കെങ്കിലും പറയാമോ?

ശങ്കർ : ടീച്ചർ, 40 ൽ 32 എന്നതിന്റെ ഭിന്നം $\frac{32}{40}$, 50ൽ 42 എന്നതിന്റെ ഭിന്നം $\frac{42}{50}$,ഇതിന്റെ സമാനഭിന്നങ്ങൾ യഥാക്രമം $\frac{160}{200}$, $\frac{168}{200}$ ആകുന്നു. അതുകൊണ്ട്നമ്മുടെ ക്ലാസ് വിദ്യാർത്ഥികളാണ് കൂടുതൽ സംഭാവന ചെയ്തത്.

ടീച്ചർ : ശരി, ശങ്കർ. വേറെ ഏതെങ്കിലും രീതിയിൽ താരതമ്യം ചെയ്യാൻ ആർക്കെങ്കിലും അറിയാമോ?

ബുഗ്രാ : ടീച്ചർ, ശതമാന രീതി ഉപയോഗിക്കാം $\frac{32}{40}=\frac{32}{40}\times 100=80\ \%$ കൂടാതെ $\frac{42}{50}=\frac{42}{50}\times 100=84\%$

അതായത്, നമ്മുടെ ക്ലാസ്, VIIാം ക്ലാസിനേക്കാൾ 4%കൂടുതൽ സംഭാവന ചെയ്തിരിക്കുന്നു.

ടീച്ചർ : വളരെ ശരിയാണ് ബുഗ്രാ. ശതമാനങ്ങൾ വേറെ ഏതെല്ലാം മേഖലകളിൽ ഉപയോഗിക്കാമെന്ന് ആർക്കെങ്കിലും പറയാമോ?

പുവി: ഞാൻ പറയാം ടീച്ചർ എന്റെ അച്ഛൻ ലാഭനഷ്ടം, വിലക്കിഴിവ്, നികുതികൾ, പങ്കുചന്തകളുടെ വളർച്ച, തളർച്ച തുടങ്ങിയവ താരതമ്യം ചെയ്യാൻ ശതമാന രീതിയാണ് ഉപയോഗിക്കുന്നത്.

04_8th_Maths_Life Mathematics_Chap 4_Malayalam.indd 121 2/21/2023 6:48:26 PM

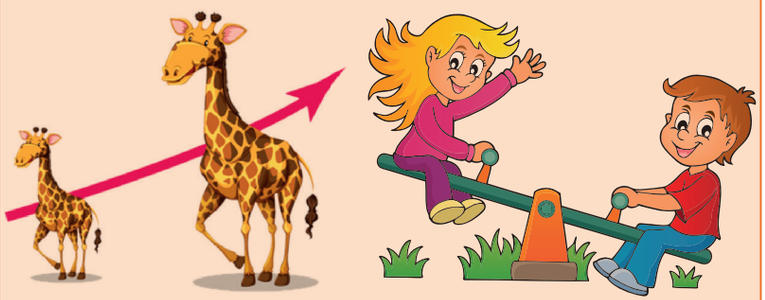
ടീച്ചർ: കൊള്ളാം പുവി, ഈ പാഠത്തിൽ നമ്മൾ പഠിക്കുവാൻ പോകുന്ന കാര്യങ്ങളും ഇതു തന്നെയാണ്. അതായത് പുവി പറഞ്ഞ തലക്കെട്ടുകളിൽ ശതമാനം കണ്ടുപിടിക്കുന്ന വിധം.

മുകളിൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന സംഭാഷണത്തിൽ നിന്നും ശതമാനങ്ങൾ എവിടെയെല്ലാം ഉപയോഗിക്കാം എന്നും ദൈനംദിന ജീവിതത്തിൽ സാധാരണ കാണുന്ന പ്രശ്നങ്ങൾ ഏതെല്ലാമെന്നും മനസ്സിലായി.

ദൈനംദിന ജീവിതത്തിൽ ഗണിതം



കൂട്ടുപലിശയിൽ പണം പെട്ടെന്ന് വളരുന്നു.



ഒരു ജിറാഫിന്റെ വളർച്ച സമാനുപാതത്തിലും, സീ-സായുടെ പ്രവർത്തനം വിപരീതാനുപാതത്തിലുമാണ്.



ശ്രമിക്കുക

താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന സംഖ്യകൾക്ക് തന്നിരിക്കുന്ന നിരക്കിൽ ശതമാന മൂല്യം കാണുക.

സംഖ്യ / %	60	240	660	852	1200
10 %					
20 %					
25 %					
$33\frac{1}{3}$ %					

4.2 പ്രശ്നങ്ങളിൽ ശതമാനത്തിന്റെ പ്രയോഗം

ശതമാനം എന്നത് നൂറിന്റെ മാനം അഥവാ ഛേദം നൂറ്, എന്നിവയാണ് എന്ന് നമുക്കറിയാം. ഇതിനെ % എന്ന ചിഹ്നമുപയോഗിച്ച് സൂചിപ്പിക്കുന്നു. അതായത് $x\%$ എന്നത് $\frac{x}{100}$ എന്ന ഭിന്നത്തെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു, ഇത് വസ്തുതകളെ താരതമ്യം ചെയ്യുന്ന പ്രക്രിയകളെ ലളിതമാക്കുന്നു. ചില ഉദാഹരണങ്ങൾ മൂലം നമുക്കിതിനെ മനസ്സിലാക്കാം.

ഉദാഹരണം 4.1

600 ന്റെ x%, 450 ആയാൽ x ന്റെ വില കാണുക

നിർദ്ധാരണം:

Given, $x\%$ of $600 = 450$

$$\frac{x}{100} \times 600 = 450$$

$$x = \frac{450}{6}$$

$$x = 75$$

04_8th_Maths_Life Mathematics_Chap 4_Malayalam.indd 122 2/21/2023 6:48:32 PM

ഉദാഹരണം 4.2

ഒരു സംഖ്യ 25% കുറയുമ്പോൾ 120 ആയി മാറുന്നു. എങ്കിൽ സംഖ്യ കാണുക

നിർദ്ധാരണം:

സംഖ്യ x എന്നെടുക്കുക.

$$\text{Given, } x - \frac{25}{100}x = 120$$

$$\frac{100x - 25x}{100} = 120$$

$$\frac{75x}{100} = 120$$

$$\Rightarrow x = \frac{120 \times 100}{75}$$

$$\Rightarrow x = 160$$



A എന്ന മൂല്യം $x\%$ കുറഞ്ഞാൽ, കുറഞ്ഞ മൂല്യം

$$D = \left(1 - \frac{x}{100}\right) A$$

മറ്റൊരു രീതി: മുകളിലെ സൂത്രവാക്യമുപയോഗിച്ച്

$$D = \left(1 - \frac{25}{100}\right) A \Rightarrow 120 = \frac{75}{100} \times A$$

$$A = 120 \times \frac{100}{75} = 160$$

ഉദാഹരണം 4.3

അഖില ഒരു പരീക്ഷയിൽ 80% മാർക്ക് നേടി അവളുടെ മാർക്ക് 576 ആയാൽ ആ പരീക്ഷയിലെ ആകെ മാർക്ക് എത്ര?

നിർദ്ധാരണം:

ആകെ മാർക്ക് x എന്നെടുക്കുക.

$$\text{ഇപ്പോൾ, } 80\% \text{ of } x = 576$$

$$\frac{80}{100} \times x = 576$$

$$\Rightarrow x = 576 \times \frac{100}{80} = 720 \text{ മാർക്ക്}$$

അതായത് ആ പരീക്ഷയിലെ ആകെ മാർക്ക് = 720 മാർക്ക്

ഉദാഹരണം 4.4

ഒരു കിലോ ഉഴുന്നിന് 20% വില ഉയർന്നതിനു ശേഷം അതിന്റെ വില ₹96 ആകുന്നു. എങ്കിൽ അതിന്റെ യഥാർത്ഥ വില കാണുക ?

നിർദ്ധാരണം:

ഉഴുന്നിന്റെ യഥാർത്ഥ വില ₹x എന്നെടുക്കുക.

20% വർദ്ധനവിനു ശേഷം വില

$$= x + \frac{20}{100}x = \frac{120x}{100}$$

$$\frac{120x}{100} = 96$$

$$\therefore x = \frac{96 \times 100}{120}$$

∴ ഉഴുന്നിന്റെ യഥാർത്ഥ വില = ₹80



(i) A എന്ന മൂല്യം $x\%$ വർദ്ധിച്ചാൽ വർദ്ധിച്ച മൂല്യം

$$I = \left(1 + \frac{x}{100}\right) A$$

മറ്റൊരു രീതി: മുകളിലെ സൂത്രവാക്യമുപയോഗിച്ച

$$I = \left(1 + \frac{20}{100}\right) A$$

$$\Rightarrow 96 = \frac{120}{100} \times A$$

$$A = 96 \times \frac{100}{120}$$

A = ₹80

04_8th_Maths_Life Mathematics_Chap 4_Malayalam.indd 123 2/21/2023 6:48:45 PM

ശ്രമിക്കുക

1. ഒരു ദിവസത്തിൽ 10 മണിക്കൂർ എന്നത് എത്ര ശതമാനം?
2. ₹350 നെ P, Q, R എന്നിവർക്കിടയിൽ താഴെ കോടുത്തിരിക്കുന്ന നിബദ്ധനകൾക്കനുസരിച്ച് വിഭജിക്കുക. P യ്ക്ക് Q വിന്റെ 50% വും Q വിന് R ന്റെ 50% കിട്ടുന്നു.

ചിന്തിക്കൂ

ഒരു വില 200 ൽ നിന്നും 600 ലേക്കുയരുമ്പോൾ അവിടെ വരുന്ന ഉയർവ് 200% എന്ന് നമുക്ക് വ്യക്തമാണ് . (ശരി) വളരെ അഭിമാനത്തോടെ ഒരു പോലീസ് കമ്മീഷണർ തന്റെ റിപ്പോർട്ടിൽ ഇങ്ങനെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു, കഴിഞ്ഞ ഒരു വർഷത്തിൽ പട്ടണത്തിൽ നടന്ന വിപത്തുകൾ 200% കുറഞ്ഞിരിക്കുന്നു. അദ്ദേഹം വിപത്തുകൾ കുറഞ്ഞതിനെ കുറിച്ച് അതായത്600ൽ 200 ലേക്ക് കുറഞ്ഞതിനെ കുറിച്ച് പറഞ്ഞിരിക്കുന്നു. മുകളിൽ പറഞ്ഞിരിക്കുന്ന ഉയർവും ഇപ്പോൾ പറഞ്ഞ കുറവും തുല്യമാണോ ? ചിന്തിക്കൂ.



ഉദാഹരണം 4.5

ഒരുവ്യക്തിയുടെ വരുമാനം 10% ഉയർന്ന ശേഷം 10% കുറയുന്നു, എങ്കിൽ വരുമാനത്തിൽ വരുന്ന വിത്യാസത്തിന്റെ ശതമാനം കാണുക.

നിർദ്ധാരണം:

വരുമാനം ₹ x എന്നെടുക്കാം.

10% ഉയർന്നശേഷം വരുമാനം

$₹\, x + \left(\frac{10}{100} \times x\right) = ₹\, \frac{110}{100}\ x$ (or) $₹\, \frac{11}{10}\, x$

വീണ്ടും 10% കുറയുമ്പോൾ വരുമാനം

$₹\, \frac{11x}{10} - \frac{10}{100}\left(\frac{11x}{10}\right)$

$\frac{11x}{10} - \frac{11x}{100} = \frac{110x - 11x}{100} = ₹\, \frac{99x}{100}$

$\therefore$ വരുമാനത്തിലുള്ള വിത്യാസം $= x - \frac{99x}{100} = \frac{x}{100}$

$\therefore$ വിത്യാസത്തിന്റെ ശതമാനം $= \frac{\frac{x}{100}}{x} \times 100\,\% = 1\%$

അതായത് വരുമാനം 1% കുറയുന്നു.

(or)

മറ്റൊരു രീതി:

വരുമാനം ₹100 എന്നെടുക്കുക

10% ഉയർന്ന ശേഷം വരുമാനം

$100 + 100 \times \frac{10}{100} = ₹110.$

വീണ്ടും 10% കുറയുമ്പോൾ വരുമാനം,

$110 - 110 \times \frac{10}{100} = 110 - 11 = ₹99$

$\therefore$ വരുമാനത്തിലുള്ള വിത്യാസം = 100 – 99 = 1

$\therefore$ വിത്യാസത്തിന്റെ ശതമാനം $= \frac{1}{100} \times 100\,\% = 1\%$

അതായത് വരുമാനം 1% കുറയുന്നു.

കുറിപ്പ്

തന്നിരിക്കുന്ന രണ്ട് സംഖ്യകളിൽ ഒന്ന് $x\%$ വർദ്ധിക്കുകയോ കുറയുകയോ ചെയ്യുന്നു മറ്റൊന്ന് $y\%$ വർദ്ധിക്കുകയോ കുറയുകയോ ചെയ്യുമ്പോൾ അതിന്റെ ഗുണനഫലം $\left(x + y + \frac{xy}{100}\right)\%$ വർദ്ധിക്കുകയോ കുറയുകയോ ചെയ്യും .വിലക്കുറവിന് നെഗറ്റീവ് ചിഹ്നമുപയോഗിക്കുക.

04_8th_Maths_Life Mathematics_Chap 4_Malayalam.indd 124 2/21/2023 6:48:56 PM

അഭ്യാസം 4.1

1. **പൂരിപ്പിക്കുക:**
   (i) x ന്റെ 30% എന്നത് 150 ആകയാൽ x ന്റെ വില _____.
   (ii) 2 മിനിട്ട് എന്നത് 1 മണിക്കൂറിന്റെ _____ %.
   (iii) x ന്റെ x % എന്നത് 25 ആയാൽ x ന്റെ വില _____.
   (iv) ഒരു വിദ്യാലയത്തിലെ ആകെ 1400 വിദ്യാർത്ഥികളിൽ 420 പേർ പെൺകുട്ടികളാണ്. എങ്കിൽ ആൺകുട്ടികളുടെ ശതമാനം _____ ആകുന്നു.
   (v) 0.5252 = _____ % .

2. താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന പ്രസ്ഥാവനകളിൽ അടിയിൽ വരയിട്ടിരിക്കുന്നവയെ ശതമാന രൂപത്തിലെഴുതുക.
   (i) ഒരുകേക്കിന്റെ രണ്ടിലൊന്ന് ഭാഗം വിദ്യാർത്ഥികൾക്ക് വിഭജിച്ചു കൊടുത്തു.
   (ii) അപർണ ഒരു മൽസരത്തിൽ 10ൽ 7.5 പോയിന്റ് നേടി
   _____
   (iii) ഈ പ്രതിമ ശുദ്ധവെള്ളിയിൽ നിർമ്മിച്ചതാണ്.
   (iv) 50 ൽ 48 വിദ്യാർത്ഥികൾ കളികളിൽ പങ്കെടുത്തു.
   _____
   (v) 3 വ്യക്തികളിൽ 2 പേർ മാത്രം ഇന്റർവ്യൂവിൽ തെരഞ്ഞെടുക്കപ്പെട്ടു.
   _____

3. ഒരു സംഖ്യയുടെ 32% ,40 ആയാൽ സംഖ്യ കാണുക.
4. 400ന്റെ 30% ന്റെ 25% എത്ര?
5. ₹300000 ന്റെ ഒരു കാർ ₹200000 ന് വിൽക്കുന്നു. എങ്കിൽ വിലക്കുറവിന്റെ ശതമാനം കാണുക?



6. ഒരു സംഖ്യയുടെ 75% ത്തിന്റെയും 60% ത്തിന്റെയും വിത്യാസം 82.5 ആയാൽ ആ സംഖ്യയുടെ 20% എത്ര?
7. ഒരു സംഖ്യ 18% ഉയരുമ്പേൾ 236 കിട്ടുന്നുഎങ്കിൽ സംഖ്യ കാണുക.
8. ഒരു സംഖ്യ 20% കുറയുമ്പോൾ 80 കിട്ടുന്നു എങ്കിൽ സംഖ്യ കാണുക.
9. ഒരു സംഖ്യ 25% കൂടിയിട്ട് 20% കുറയുന്നു, സംഖ്യയിൽ വരുന്ന വിത്യാസം കാണുക?
10. ഒരു ക്ലാസിലെ ആൺകുട്ടികളുടെയും പെൺകുട്ടികളുടെയും അനുപാതം 5:3 ആകുന്നു. 16% ആൺകുട്ടികളും 8% പെൺകുട്ടികളും ഒരു പരീക്ഷയ്ക്ക് തോറ്റു എങ്കിൽ ജയിച്ച വിദ്യാർത്ഥികളുടെ ശതമാനം എത്ര?

ശരിയായ ഉത്തരം തിരഞ്ഞെടുത്തെഴുതുക

11. 250 ലിറ്ററിന്റെ 12% എന്നത് 150 ലിറ്ററിന്റെ _____ ന് തുല്യമാണ്
    (a) 10 % (b) 15 % (c) 20 % (d) 30 %
12. ഒരു സ്കൂൾ തിരഞ്ഞെടുപ്പിൽ A, B, C എന്നിവർക്ക് യഥാക്രമം 153,245,102 വോട്ടുകൾ ലഭിച്ചു.എങ്കിൽ തിരഞ്ഞെടുപ്പിൽ ജയിച്ച വ്യക്തിയുടെ വോട്ടിന്റെ ശതമാനം.
    (a) 48% (b) 49% (c) 50% (d) 45%
13. 10000 ന്റെ 15% ന്റെ 25%_____.
    (a) 375 b) 400 c) 425 d) 475
14. ഒരു സംഖ്യയുടെ 60%ൽ നിന്നും 60 കുറച്ചാൽ 60 കിട്ടുന്നു എങ്കിൽ സംഖ്യ _____
    (a) 60 (b) 100 (c) 150 (d) 200
15. 48 ന്റെ 48% = x ന്റെ 64% ആയാൽ x =_____
    (a) 64 (b) 56 (c) 42 (d) 36

04_8th_Maths_Life Mathematics_Chap 4_Malayalam.indd 125 2/21/2023 6:48:57 PM

4.3 ലാഭ നഷ്ടം, വിലക്കിഴിവ്, വസ്തുക്കളിൻമേൽ ഉള്ള മറ്റു ചിലവുകൾ

4.3.1 ലാഭവും നഷ്ടവും



ശ്രമിക്കുക

1. വാങ്ങിയ വിലയേക്കാൾ വിറ്റ വില കുറവാണെങ്കിൽ അത് _____.
2. ₹5000 വിലയുള്ള സാധനം ₹4850 വിറ്റു. ലാഭമോ നഷ്ടമോ? ശതമാനം എത്ര?
3. വാങ്ങി വിലയ്ക്കു വിറ്റ് വിലയും തമ്മിലുള്ള അനുപാതം 5:7, ആയാൽ ലാഭം/നഷ്ടം_____%.

വാങ്ങിയ വില (C.P)

ഒരു സാധനം വാങ്ങുവാൻ ആവശ്യമായ തുകയെ വാങ്ങിയ വില ($C.P$) എന്നറിയപ്പെടുന്നു

വിറ്റ വില (S.P)

ഒരു സാധനം വിൽക്കുമ്പോൾ കിട്ടുന്ന തുകയെ വിറ്റവില ($S.P$) എന്ന് അറിയപ്പെടുന്നു

ലാഭം (നേട്ടം)

$S.P$ എന്നത് $C.P$, യേക്കാൾ കൂടുതലാകുമ്പോൾ അവിടെ ലാഭം അഥവ നേട്ടം ഉണ്ടാകുന്നു.അതായത് ലാഭം/ നേട്ടം = $S.P - C.P$

നഷ്ടം

$S.P$ എന്നത് $C.P$, യേക്കാൾ കുറവാകുമ്പോൾ അവിടെ നഷ്ടം ഉണ്ടാകുന്നു അതായത്, നഷ്ടം = $C.P - S.P$

ഒരു സാധനം വിൽക്കുമ്പോൾ വരുന്ന ലാഭമോ നഷ്ടമോ എല്ലായ്പ്പോഴും അതിന്റെ വാങ്ങിയ വിലയിൽ കണക്കാക്കപ്പെടുന്നു.

സൂത്രവാക്യങ്ങൾ:

(i) ലാഭത്തിന്റെ % $= \left(\frac{\text{ലാഭം}}{C.P} \times 100\right)\%$

(ii) നഷ്ടത്തിന്റെ % $= \left(\frac{\text{നഷ്ടം}}{C.P} \times 100\right)\%$

(iii) $S.P = \frac{(100 + \text{ലാഭ}\ \%)}{100} \times$ C.P (or) $C.P = \left(\frac{100}{100 + \text{ലാഭ}\ \%}\right) \times S.P$

(iv) $S.P = \frac{(100 - \text{നഷ്ട}\ \%)}{100} \times$ C.P (or) $C.P = \frac{100}{(100 - \text{നഷ്ട}\ \%)} \times$ S.P

4.3.2 വിലക്കിഴിവ്:

വിൽപ്പന വർദ്ധിപ്പിക്കുന്നതിനും പഴയ ഉൽപ്പനങ്ങൾ വിറ്റഴിക്കുന്നതിനും വേണ്ടി ആടി മാസത്തിലും ഉത്സവകാലങ്ങളിലും കട ഉടമസ്ഥർ തങ്ങളുടെ കടയിലുള്ള സാധനങ്ങളിൽ കുറിച്ചിരിക്കുന്ന വിലയിൽ നിന്നും വിലക്കുറച്ച് സാധനങ്ങൾ വിൽക്കുന്നു. ഇപ്രകാരം ലഭിക്കുന്ന വിലക്കുറവിനെ വിലക്കിഴിവ് എന്നു പറയുന്നു.

04_8th_Maths_Life Mathematics_Chap 4_Malayalam.indd 126 2/21/2023 6:48:59 PM

മുദ്രണം ചെയ്യപ്പെട്ട വില (marked price)

വലിയ വലിയ കടകളിലും ഡിപ്പാർട്ട്മെന്റൽ സ്റ്റോറുകളിലും എല്ലാ സാധനങ്ങളിലും അവയുടെ വില എഴുതിയ ഒരു കാർഡ് ഘടിപ്പിച്ചിട്ടുണ്ടാവും. ഇപ്രകാരമുള്ള കാർഡിൽ എഴുതിയിരിക്കുന്ന വിലയെ മുദ്രണം ചെയ്യപ്പെട്ട വില (marked price) എന്ന് അറിയപ്പെടുന്നു.

ഇപ്രകാരം കുറിച്ചിരിക്കുന്ന വിലയിൽ നിന്നാണ് കട ഉടമസ്ഥൻ ഒരു നിശ്ചിത ശതമാനം വിലക്കിഴിവ് അനുവദിക്കുന്നത്. വിലക്കിഴിവ് കുറച്ച് വിൽക്കുന്ന വിലയെ ഇവിടെ വിറ്റവില എന്നറിയപ്പെടുന്നു.

അതായത് വിറ്റവില = മുദ്രണം ചെയ്യപ്പെട്ട വില – വിലക്കിഴിവ്

4.3.3 വസ്തുക്കളിൻമേലുള്ള മറ്റു ചിലവുകൾ:

കട ഉടമസ്ഥർ, വാണിഭം ചെയ്യുന്നവർ, മൊത്ത വില്പനക്കാർ, ചില്ലറ വിൽപ്പനക്കാർ തുടങ്ങി എല്ലാവരും സാധനങ്ങൾ വാങ്ങി വിൽക്കുന്നവരാണ് ഇപ്രകാരം, യന്ത്രങ്ങൾ,മരസാധനങ്ങൾ,വൈദ്യുതോപകരണങ്ങൾ തുടങ്ങിയവ വാങ്ങുമ്പോൾ അവർക്ക് അറ്റകുറ്റപ്പണികൾ, കയറ്റിയിറക്കു ചെലവുകൾ, കൂലികൾ, തുടങ്ങി മറ്റു ചിലവുകളും വരും. ഈ ചിലവുകൾ വാങ്ങിയ വിലയോടു കൂടി ചേർത്ത് കണക്കാക്കുന്നു. ഇത്തരം ചിലവുകളെ വസ്തുക്കളിൻ മേലുള്ള ചിലവുകൾ എന്നറിയപ്പെടുന്നു.

∴ ആകെ വാങ്ങിയവില =വാങ്ങിയവില+ മറ്റുചിലവുകൾ

4.3.4 ചരക്ക് സേവന നികുതി (G S T):

G S T എന്നത് ഇന്ത്യയിലുള്ള എല്ലാ നിത്യോപയോഗ സാധനങ്ങൾക്കും സേവനങ്ങൾക്കും നല്കുന്ന പൊതുവായ നികുതിയാകുന്നു. G S T എന്നത് വ്യാപാരികളും ഉപഭോക്താക്കളും സർക്കാരിന് ഒരുപോലെ വരുമാനം നേടിത്തരുന്നു. ഇപ്പോൾ 3 തരം G S T കൾ പൊതുവെ നിലവിലുണ്ട്. അവ കേന്ദ്ര G S T (C G S T),സംസ്ഥാന G S T (S G S T), സംയോജിത G S T (I G S T) എന്നിവയാകുന്നു. കൂടാതെ കേന്ദ്രഭരണ പ്രദേശങ്ങൾക്ക് UTGST എന്ന പ്രത്യേകതരം GST യും ഉണ്ട്.

GST എന്നത് കേന്ദ്രസർക്കാരും സംസ്ഥാന സർക്കാരും തുല്യമായി പങ്കു വയ്ക്കപ്പെടുന്നു. മുട്ട, തേൻ പാൽ,ഉപ്പ് തുടങ്ങിയ ഉൽപ്പന്നങ്ങളെ GST യിൽ നിന്നും ഒഴിവാക്കിയിട്ടുണ്ട്. പെട്രോൾ, ഡീസൽ, തുടങ്ങിയ വയ്ക്കും GST ഇല്ല, പകരം വേറെ നികുതികൾ അവയ്ക്കുണ്ട്. 1300 തരം വസ്തുക്കൾക്കും 500 തരം സേവനങ്ങൾക്കും സ്ലാബ് വ്യവസ്ഥയിൽ നികുതികൾ തരം തിരിച്ചിരിക്കുന്നു. അവ 5%,12%,18%,28%,എന്നിവയാണ്.

ഉദാഹരണം 4.6

രഞ്ജിത്ത് ഒരു അലക്കുയന്ത്രം ₹.16150ന് വാങ്ങി അത് കൊണ്ടുവരുന്നതിനായി ₹.1350 വണ്ടിവാടക കൊടുക്കുന്നു.പിന്നീട് അത് ₹.19250ന് വിൽക്കുന്നു എങ്കിൽ ലാഭമോ, നഷ്ടമോ എത്ര ശതമാനം?.



നിർദ്ധാരണം:

അലക്കുയന്ത്രത്തിന്റെ CP

= C.P + മറ്റു ചിലവുകൾ

= 16150 + 1350 = ₹17500

S.P = ₹19250

S.P > C.P. ആയതുകൊണ്ട് ലാഭം കിട്ടുന്നു.

$$\text{ലാഭ } \% = \left(\frac{Gain}{C.P}\times 100\right)\% = \left(\frac{19250-17500}{17500}\times 100\right)\%$$

$$= \left(\frac{1750}{17500}\times 100\right)\% = 10\%$$

04_8th_Maths_Life Mathematics_Chap 4_Malayalam.indd 127 2/21/2023 6:49:00 PM

ഉദാഹരണം 4.7

ഒരു LED TV യുടെ വിറ്റ വില അതിന്റെ വാങ്ങിയ വിലയുടെ 5/4 ന് തുല്യമാണ്. എങ്കിൽ അതിന്റെ ലാഭ ശതമാനം കാണുക?

നിർദ്ധാരണം:



LED TV യുടെ വാങ്ങിയവില (C P) = x എന്നെടുക്കുക

$$\therefore \text{ S.P} = \frac{5}{4}x$$

$$\text{ലാഭം} = \text{S.P} - \text{C.P} = \frac{5}{4}x - x = \frac{x}{4}$$

$$\text{ലാഭ \%} = \left(\frac{Profit}{C.P} \times 100\right)\%$$

$$\therefore \text{ ലാഭ \%} = \left(\frac{x/4}{x} \times 100\right)\% = \left(\frac{1}{4} \times 100\right)\% = 25\%$$

ഉദാഹരണം 4.8

16 പെട്ടി സ്ട്രോബെറിപ്പഴങ്ങളുടെ വാങ്ങിയ വില 20 പെട്ടി സ്ട്രോബെറിപ്പഴങ്ങളുടെ വിറ്റ വിലയ്ക്ക് തുല്യമാണ് എങ്കിൽ ലാഭമോ നഷ്ടമോ എത്ര ശതമാനം?

നിർദ്ധാരണം:

1 പെട്ടി സ്ട്രോബെറി പഴത്തിന്റെ C.P ₹ x . എന്നെടുക്കുക.

20 പെട്ടി സ്ട്രോബെറിയുടെ C.P = $20x$.

20 പെട്ടി സ്ട്രോബെറിയുടെ S.P = 16 പെട്ടി സ്ട്രോബെറികളുടെ C.P = $16x$.



ഇവിടെ S.P<C.P ആയതുകൊണ്ട് നഷ്ടം സംഭവിക്കുന്നു.

$$\text{നഷ്ടം} = \text{C.P} - \text{S.P} = 20x - 16x = 4x$$

$$\text{നഷ്ടം \%} = \left(\frac{Loss}{C.P} \times 100\right)\%$$

$$= \left(\frac{4x}{20x} \times 100\right)\%$$

$$\therefore \text{ നഷ്ടം \%} = 20\ \%$$



x വസ്തുക്കളുടെ വാങ്ങിയവില = y വസ്തുക്കളുടെ വിറ്റവില ആയാൽ ലാഭ % $= \left(\frac{x-y}{y} \times 100\right)\%$. ഉത്തരം നെഗറ്റീവ് സംഖ്യയായൽ അതിനെ നഷ്ടമായി കണക്കാക്കണം. (ഉദാഹരണം4.8ൽ ഈ സൂത്രവാക്യം ഉപയോഗിച്ച് ഉത്തരം ശരിനോക്കുക)

ഉദാഹരണം 4.9

ഒരു സൈക്കിൾ 4275 യ്ക്ക് വിൽക്കുമ്പോൾ കടക്കാരന് 5% നഷ്ടം സംഭവിക്കുന്നു. എങ്കിൽ എത്ര രൂപയ്ക്ക് വിറ്റാൽ അയാൾക്ക് 5% ലാഭം ലഭിക്കും എന്ന് കണ്ടുപിടിക്കുക?

04_8th_Maths_Life Mathematics_Chap 4_Malayalam.indd 128 2/21/2023 6:49:09 PM

നിർദ്ധാരണം:



സൈക്കിളിന്റെ വിറ്റവില = ₹4275

നഷ്ടം = 5%

$$\therefore \text{ C.P} = \frac{100}{(100 - Loss\%)} \times \text{ S.P}$$

$$= \frac{100}{95} \times 4275 = ₹4500$$

ഇപ്പോൾ, C.P = ₹4500 ആവശ്യമായ ലാഭം = 5%

$$\therefore \text{ S.P} = \frac{(100 + Profit\%)}{100} \times \text{C.P}$$

$$= \frac{100+5}{100} \times 4500 = 105 \times 45 = ₹4725$$

∴ ലാഭം കിട്ടുന്നതിനാവശ്യമായ വിറ്റവില ₹4725.

ഉദാഹരണം 4.10

ഒരു മഴക്കുപ്പായം (rain coat) ശൈത്യകാലത്ത് ₹1060 ൽ നിന്നും ₹901 യി വിലക്കുറച്ച് ഒരു കടക്കാരൻ വിൽക്കുന്നു. എങ്കിൽ വിലക്കിഴിവിന്റെ ശതമാനം കാണുക?



നിർദ്ധാരണം:

വിലക്കിഴിവ് = മുദ്രണം ചെയ്യപ്പെട്ട വില – വിറ്റവില

= 1060 – 901

= ₹159

$$\therefore \text{ വിലക്കിഴിവ് \%} = \left(\frac{159}{1060} \times 100\right)\%$$

= 15%



ചിന്തിക്കുക

ഒരു കടക്കാരൻ ഒരു മാർക്കർ ബോർഡിന് അതിന്റെ വാങ്ങിയ വിലയേക്കാൾ 15% കൂടുതൽ മുദ്രണം ചെയ്യപ്പെട്ട വിലയായി കുറിക്കുന്നു. പിന്നീട് അതിന് 15% വിലക്കിഴിവ് അനുവദിക്കുന്നു. എങ്കിൽ അയാൾക്ക് ലാഭമോ? നഷ്ടമോ?

ഉദാഹരണം 4.11

തുടർച്ചയായി രണ്ട് പ്രാവശ്യം 25%, 20% വിലക്കിഴിവ് അനുവദിച്ച ഒരു വസ്തുവിന്റെ ഒറ്റ വിലക്കിഴിവ് എത്ര ശതമാനം എന്ന് കണ്ടുപിടിക്കുക.

നിർദ്ധാരണം:

വസ്തുവിന്റെ മുദ്രണം ചെയ്യപ്പെട്ട വില ₹100 എന്നെടുക്കുക.

ആദ്യം അനുവദിച്ച കിഴിവ് 25 % $= 100 \times \frac{25}{100} = ₹25$

∴ ആദ്യ കിഴിവിനുശേഷം വില $= 100 - 25 = ₹75$

രണ്ടാമത് അനുവദിച്ച കിഴിവ് 20 % $= 75 \times \frac{20}{100} = ₹15$

04_8th_Maths_Life Mathematics_Chap 4_Malayalam.indd 129 2/21/2023 6:49:16 PM

$\therefore$ രണ്ടാമത്തെ കിഴിവിന് ശേഷം വില = 75 – 15 = ₹60

$\therefore$ ഒറ്റ വിലക്കിഴിവ് = ₹60

$\therefore$ ഒറ്റ വിലക്കിഴിവ് = (100–60)% = 40%.



കുറിപ്പ്

- തുടർച്ചയായ രണ്ട് വിലക്കിഴിവുകൾ $a\%$, $b\%$ അനുവദിക്കുമ്പോൾ

$$S.P = \left(1-\frac{a}{100}\right)\left(1-\frac{b}{100}\right)\times M.P.$$

- തുടർച്ചയായ മൂന്ന് വിലക്കിഴിവുകൾ $a\%$, $b\%$, $c\%$ ന് തുല്യമായ ഒറ്റക്കിഴിവ്

$$=\left\{1-\left(1-\frac{a}{100}\right)\left(1-\frac{b}{100}\right)\left(1-\frac{c}{100}\right)\right\}\times 100\%.$$

(ഈ സൂത്രവാക്യം ഉദാഹരണം 6ൽ പരിശോധിക്കുക.)

ഉദാഹരണം 4.12

ഒരു വ്യാപാരി ഒരു വാട്ടർ ഹീറ്റർ അതിന്റെ GST 18% വും ഉൾപ്പെടുത്തി ₹10502/- വിൽക്കുന്നു. അയാൾക്ക് 11% ലാഭം കിട്ടുന്നു. എങ്കിൽ ആ വാട്ടർ ഹീറ്ററിന്റെ മുദ്രണം ചെയ്യപ്പെട്ട വില (M.P) യും GST യും ലാഭവും കാണുക?

നിർദ്ധാരണം:

മുദ്രണം ചെയ്യപ്പെട്ട വില ₹ x എന്നെടുക്കുക.

$$\text{ഇപ്പോൾ, } x+\frac{18x}{100} = 10502$$

$$\frac{118x}{100} = 10502$$

$\therefore$ മുദ്രണം ചെയ്യപ്പെട്ട വില, x = ₹8900

GST at 18% = ₹10502 – ₹8900 = ₹1602

(or)

$$= 8900 \times \frac{18}{100} = ₹1602$$

ഉദാഹരണം 4.13

ഒരു കുടുംബം ഒരു ഹോട്ടലിൽ പോയി കഴിച്ചിട്ട് ₹350/- ആഹാരത്തിനു വേണ്ടിയും 5% GST ആയും ബില്ലടച്ചു. എങ്കിൽ CGST യും SGST യും കാണുക?

നിർദ്ധാരണം:

ആഹാരത്തിന്റെ വില = ₹350

5% GST കേന്ദ്രസർക്കാരും സംസ്ഥാന സർക്കാരും തുല്യമായി പങ്കുവെയ്ക്കുന്നു (അതായത് 2.5% വീതം)

$$\therefore \text{CGST} = \text{SGST} = 350 \times \frac{2.5}{100} = ₹8.75$$

അഭ്യാസം 4.2

1. പൂരിപ്പിക്കുക:

(i) നഷ്ടം അല്ലെങ്കിൽ ലാഭശതമാനം എല്ലായ്പ്പോഴും _____ ന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിലാണ് കണക്കാക്കുന്നത്.

04_8th_Maths_Life Mathematics_Chap 4_Malayalam.indd 130 2/21/2023 6:49:20 PM

(ii) ഒരു മൊബൈൽ ഫോൺ 20% ലാഭത്തിൽ ₹8,400 ന് വിൽക്കുകയുണ്ടായി. ആ മൊബൈൽ ഫോണിന്റെ വാങ്ങിയ വില _____ ആകുന്നു.

(iii) ഒരു ലേഖനം $7\frac{1}{2}$ % നഷ്ടത്തിൽ ₹555 ന് വിറ്റു. ആ ലേഖനത്തിന്റെ വാങ്ങിയ വില _____ആകുന്നു.

(iv) ഒരു മിക്സിയുടെ മുദ്രണം ചെയ്യപ്പെട്ട വില ₹4500 ആകുന്നു. കിഴിവിനു ശേഷം അതിന്റെ വില ₹4140 ആകുന്നുവെങ്കിൽ കിഴിവ് നിരക്ക് _____ ആകുന്നു.

(v) ₹575 വിലയുള്ള ഒരു ഷർട്ടിന്റെയും ₹325 വിലയുള്ള ഒരു ടീഷർട്ടിന്റെയും, അവയുടെ 5% GST യും ചേർത്തുള്ള ആകെ ബിൽ തുക _____ ആകുന്നു.

2. ഒരു ലേഖനം ₹820 ന് വിറ്റപ്പോൾ അതിന്റെ വിറ്റവിലയിൽ 10% നഷ്ടമുണ്ടായി. അതിന്റെ വാങ്ങിയ വില കാണുക.

3. ഒരു ലേഖനം ₹810 ന് വിറ്റപ്പോൾ കിട്ടിയ ലാഭം ആ ലേഖനം ₹530 ന് വിറ്റപ്പോൾ ഉണ്ടായ നഷ്ടത്തിന് തുല്യമാണെങ്കിൽ ആ ലേഖനത്തിന്റെ വാങ്ങിയ വില കാണുക.

4. ചില ലേഖനങ്ങൾ 2 എണ്ണം 15 രൂപയ്ക്ക് വാങ്ങി. 3 എണ്ണം 25 രൂപ എന്ന നിരക്കിൽ വിറ്റു. ലാഭശതമാനം കണ്ടുപിടിക്കുക.e.

5. 10 സ്കെയിലുകളുടെ വിറ്റവില, 15 സ്കെയിലുകളുടെ വാങ്ങിയ വിലയ്ക്ക് തുല്യമാണെങ്കിൽ ലാഭശത മാനം കണ്ടുപിടിക്കുക.

6. ഒരു മനുഷ്യൻ ഒരു സ്പീക്കർ ₹768 നു വിറ്റപ്പോൾ അയാൾക്ക് 20% നഷ്ടമുണ്ടായി. 20% ലാഭ മുണ്ടാകണമെങ്കിൽ അയാൾ ആ സ്പീക്കർ എത്ര രൂപയ്ക്ക് വിൽക്കണം.



7. അജ്ഞാത മൂല്യങ്ങൾ x, yകൂടാതെ z എന്നിവ കാണുക.

ക്രമനമ്പർ	വസ്തുക്കളുടെ പേര്	രേഖപ്പെടുത്തിയ വില	വിറ്റവില	വിലക്കിഴിവ്
(i)	പുസ്തകം	₹225	x	8%
(ii)	LED ടി.വി	y	₹11970	5%
(iii)	ഡിജിറ്റൽ ഘടികാരം	₹750	₹615	z

8. താഴെ തന്നിട്ടുള്ള വിവരങ്ങളുടെ ആകെ ബിൽ തുക കണ്ടുപിടിക്കുക..:

ക്രമനമ്പർ	വസ്തുക്കളുടെ പേര്	രേഖപ്പെടുത്തിയ വില	വിലക്കിഴിവ്	GST
(i)	സ്കൂൾ ബാഗ്	₹500	5%	12%
(ii)	ഹെയർ ഡ്രയർ	₹2000	10%	28%

9. ഒരു ബ്രാൻഡ് AC യുടെ മുദ്രണം ചെയ്യപ്പെട്ട വില ₹37250 ആകുന്നു. ഉപഭോക്താവിന് രണ്ട് സാധ്യ തകൾ നൽകിയിട്ടുണ്ട്.

(i) വിറ്റവില ₹37250 അതോടൊപ്പം ₹3000 വിലമതിപ്പുള്ള ആകർഷണ മായ സമ്മാനം.



(അല്ലെങ്കിൽ)

(ii) വിലക്കിഴിവ് 8% പക്ഷേ സമ്മാനം ഇല്ല. ഇതിൽ ഏതാണ് കൂടുതൽ മെച്ചം?

04_8th_Maths_Life Mathematics_Chap 4_Malayalam.indd 131 2/21/2023 6:49:21 PM

10. ഒരു കട്ടിലിന്റെ മുദ്രണം ചെയ്യപ്പെട്ട വില ₹7500 ആകുന്നു. തുടർച്ചയായ രണ്ട് വിലക്കിഴിവുകൾ 10 % കൂടാതെ 20 % എന്നിവയ്ക്ക് ശേഷം ഉപഭോക്താവിന് അടയ്ക്കേണ്ടി വന്ന തുക കാണുക.

ശരിയായ ഉത്തരം തെരെഞ്ഞെടുത്തെഴുതുക

11. ഒരു പഴകച്ചവടക്കാരൻ ₹200 പഴങ്ങൾ വിറ്റപ്പോൾ അയാൾക്ക് ₹40 രൂപ ലാഭമുണ്ടായി. എങ്കിൽ ലാഭ ശതമാനം.

(A) 20% (B) 22% (C) 25% (D) $16\frac{2}{3}\%$

12. ഒരു പൂച്ചട്ടി ₹528 രൂപയ്ക്ക് വിറ്റപ്പോൾ ഒരു സ്ത്രീയ്ക്ക് 20 % ലാഭം കിട്ടി. 25 % ലാഭം കിട്ടണമെങ്കിൽ അവൾ എത്ര രൂപയ്ക്ക് ആ പൂച്ചട്ടി വിൽക്കണം.?

(A) ₹500 (B) ₹550 (C) ₹553 (D) ₹573

13. ഒരാൾ ഒരു സാധനം ₹150 രൂപയ്ക്ക് വാങ്ങി. അതിനെ മോടിപിടിപ്പിക്കുന്നതിനായി വാങ്ങിയ വിലയുടെ 12 % ചെലവാക്കി. 5 % ലാഭം ലഭിക്കണമെങ്കിൽ അയാൾ ആ സാധനം എത്ര രൂപയ്ക്ക് വിൽക്കണം?

(A) ₹180 (B) ₹168 (C) ₹176.40 (D) ₹88.20

14. ഒരു തൊപ്പിയുടെ വില ₹210 രൂപ ആകുന്നു. 16 % കിഴിവ് ലഭിച്ചെങ്കിൽ ആ തൊപ്പിയുടെ മുദ്രണം ചെയ്യപ്പെട്ട വില എന്ത്?

(A) ₹243 (B) ₹176 (C) ₹230 (D) ₹250

15. ഒരു ഒറ്റ കിഴിവ് തുടർച്ചയായിട്ടുള്ള രണ്ട് കിഴിവുകൾ 20 % കൂടാതെ 25 % എന്നിവയ്ക്ക് തുല്യമാണെങ്കിൽ ആ കിഴിവ് എന്തായിരിക്കും.

(A) 40% (B) 45% (C) 5% (D) 22.5%

4.4 കൂട്ടുപലിശ

ഈ പ്രപഞ്ചത്തിലെ ഏറ്റവും ശക്തമായ ബലം _____ ആകുന്നു. ഈ ഉദ്ധരണിയെ നിങ്ങൾ എങ്ങനെ പൂരത്തീകരിക്കും. ലോകപ്രശസ്ത ഭൗതീകശാസ്ത്രജ്ഞൻ ആൽബർട്ട് ഐൻസ്ടീൻ കൂട്ടുപലിശ എന്ന പദമുപയോഗിച്ച് ഈ ഉദ്ധരണി പൂർത്തീകരിച്ചു.

സാധാരണ പലിശയിൽ ($I = \frac{PNR}{100}$)പണം കടം വാങ്ങുകയോ നിക്ഷേപിക്കുകയോ ചെയ്യുമ്പോൾ മുതലിൻമേലുള്ള പലിശ, വായ്പ അല്ലെങ്കിൽ നിക്ഷേപ കാലയളവിലുടനീളം തുല്യമായി കണക്കാക്കപ്പെടുന്നു.



ശ്രമിക്കുക

1. ഒരു തുകയുടെ സാധാരണ പലിശ കണക്കാക്കുന്ന സൂത്രം _____.
2. ₹900, 8 % നിരക്കിൽ 73 ദിവസങ്ങൾ ക്കുള്ള സാധാരണ പലിശ കാണുക.
3. ₹2000, 10 % വാർഷിക നിരക്കിൽ ₹3600 ആയി മാറാൻ എത്ര വർഷം എടുക്കും?

പോസ്റ്റ് ഓഫീസുകൾ, ബാങ്കുകൾ, ഇൻഷുറൻസ് കമ്പനികൾ, മറ്റ് ധനകാര്യസ്ഥാപനങ്ങൾ എന്നിവയിൽ മറ്റൊരു തരത്തിലുള്ള പലിശ കണക്കാക്കലും വാഗ്ദാനം ചെയ്യുന്നു. ഇവിടെ ആദ്യത്തെ കാലയളവിൽ (6 മാസം എന്ന് പറയുക) നേടിയ പലിശ യഥാർത്ഥമുതലിനോടൊപ്പം കൂട്ടി, ലഭിച്ച തുകയെ രണ്ടാമത്തെ കാലയളവിന്റെ (അടുത്ത 6 മാസം എന്ന് പറയുക) മുതലായി കണക്കാക്കപ്പെടുന്നു. ഇത് കടം കൊടുക്കുന്നവനും കടം വാങ്ങുന്നവനും തമ്മിലുള്ള നിശ്ചിതസമയ ഉടമ്പടി വരെ തുടരുന്നു.

04_8th_Maths_Life Mathematics_Chap 4_Malayalam.indd 132 2/21/2023 6:49:23 PM

ഇപ്രകാരം ഒരു നിശ്ചിതകാലയാളവിനു ശേഷം ലഭിച്ച ആകെതുകയ്ക്കു, കടം വാങ്ങിയതോ അല്ലെങ്കിൽ നിക്ഷേപിച്ചതോ ആയ തുകയ്ക്കും തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസത്തെ കൂട്ടുപലിശ എന്ന് പറയുന്നു. ഇതിന്റെ ലഘുരൂപം C.I. ആകുന്നു. വ്യകതമായി കൂട്ടുപലിശ സാധാരണ പലിശയെക്കാൾ കൂടുതൽ ആയിരിക്കും. കാരണം ഓരോ കാലയളവിലും മുതൽ മാറിക്കൊണ്ടേയിരിക്കും.

പലിശ മുതലിനോടൊപ്പം ചേർത്തതിനുശേഷമുള്ള കാലയളവിനെ പരിവർത്തന കാലയളവ് എന്ന് നാം വിളിക്കുന്നു. ഉദാഹരണമായി കാൽ വാർഷിക കൂട്ടുപലിശ കണക്കാകുമ്പോൾ, ഒരു വർഷത്തിൽ, ഓരോ 3 മാസം കഴിയും തോറും ഓരോ കാലയളവ് വീതം ആകെ നാല് പരിവർത്തന കാലയളവുകൾ സാധ്യമാണ്. ഇത്തരം സന്ദർഭങ്ങളിൽ വാർഷിക പലിശ നിരക്ക് എന്നത് വാർഷിക നിരക്കിന്റെ നാലിൽ ഒന്നാണ്. കൂട്ടുപലിശ കണക്കാക്കുന്നതിനുള്ള കാലം വാർഷിക പലിശ കണക്കാക്കുന്നതിനുള്ള കാലത്തിന്റെ നാലു മടങ്ങാണ്.

സാധാരണ പലിശയുടെ കാര്യത്തിൽ ആകെ കാലയളവിലുടനീളം പലിശ തുല്യമായിരിക്കും. എന്നാൽ കൂട്ടുപലിശയുടെ കാര്യത്തിൽ ഓരോ പരിവർത്തന കാലയളവിലും മുതൽ മാറിക്കൊണ്ടേയിരിക്കും. ആദ്യത്തെ പരിവർത്തന കാലയളവിൽ സാധാരണ പലിശയും, കൂട്ടുപലിശയും തുല്യമായിരിക്കും.

വിശദീകരണം

10% വാർഷിക പലിശനിരക്കിൽ 4 വർഷത്തേയ്ക്ക് ₹20000 രൂപ നിക്ഷേപിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന കൂട്ടുപലിശയും, സാധാരണപലിശയും തമ്മിൽ താരതമ്യം ചെയ്യുക.

കൂട്ടുപലിശ കണക്കാക്കൽ

ആദ്യ വർഷത്തെ മുതൽ = ₹20000

ആദ്യ വർഷത്തെ പലിശ $\left(\frac{20000\times10\times1}{100}\right)$ = ₹2000

ആദ്യ വർഷാവസാന തുക (P+I) = ₹22000

അതായത് രണ്ടാമത്തെ വർഷത്തെ മുതൽ = ₹22000

രണ്ടാമത്തെ വർഷത്തെ പലിശ $\left(\frac{22000\times10\times1}{100}\right)$ = ₹2200

രണ്ടാം വർഷ അവസാന തുക = ₹24200

അതായത് മൂന്നാം വർഷ മുതൽ = ₹24200

മൂന്നാം വർഷ പലിശ $\left(\frac{24200\times10\times1}{100}\right)$ = ₹2420

മൂന്നാം വർഷ അവസാന തുക = ₹26620

അതായത്, നാലാം വർഷമുതൽ = ₹26620

നാലാം വർഷ പലിശ $\left(\frac{26620\times10\times1}{100}\right)$ = ₹2662

∴ നാലാം വർഷ അവസാനതുക = ₹29282

∴ 4 വർഷത്തേക്കുള്ള കൂട്ടുപലിശ = A – P = 29282 – 20000 = ₹9282

സാധാരണപലിശ കണക്കാക്കൽ

സാധാരണപലിശ, $I=\frac{PNR}{100}$

ഇവിടെ, P = ₹20000

N = 4 years

R = 10%

$\therefore I = \frac{20000\times4\times10}{100}$

I = ₹ 8000

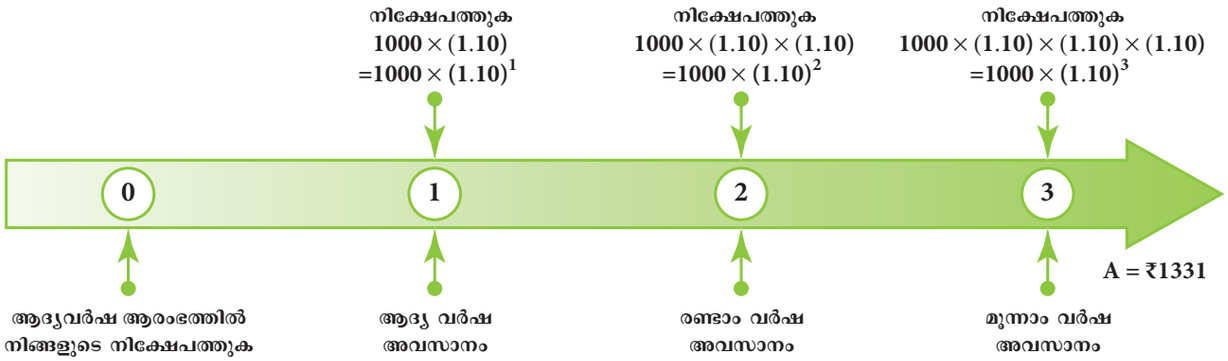
കൂട്ടുപലിശയുടെ കണക്കുകൂട്ടലുകളിൽ നിന്നും 4 വർഷത്തേയ്ക്കുള്ള എന്നത് 1.1 കൊണ്ടുള്ള മുതലിന്റെ ആവർത്തിച്ചുള്ള ഗുണനഫലം അതായത് 20000, (×1.1) 22000, (×1.1) 24200, (×1.1) 26620, (×1.1)29282 എന്ന് നമുക്ക് കാണാം. ഇതിൽ നിന്നും, കൂട്ടുപലിശ(₹9,282) വളരെ വേഗത്തിൽ വർദ്ധിച്ചതായും അത് സാധാരണ പലിശ (₹8,000) യേക്കാൾ കൂടുതൽ ആണെന്നും നമുക്ക് വ്യകതമാണ്. കാലയളവ് കൂടു

04_8th_Maths_Life Mathematics_Chap 4_Malayalam.indd 133 2/21/2023 6:49:28 PM

തലാകുമ്പോൾ മുകളിൽ പറഞ്ഞ രീതി ഒരുപാട് സമയമെടുക്കുന്നു. അതിനാൽ കൂട്ടുപലിശയും ആകെത്തുകയും എളുപ്പത്തിൽ കണ്ടുപിടിക്കുന്നതിന് നാം സൂത്രവാക്യം ഉപയോഗിക്കുന്നു.

വിശദീകരണം 2

₹1,000 ന് 10% പലിശനിരക്കിൽ 3 വർഷത്തേയ്ക്ക് ലഭി ക്കുന്ന കൂട്ടുപലിശയും ആകെത്തുകയും കണക്കാക്കുന്നതിന്



10% വാർഷികപലിശ കണക്കാക്കുന്നതിനുള്ള രേഖാചിത്രം

ഇത് I-ാം വർഷത്തെ തുക $P\left(1+\frac{r}{100}\right)$ എന്നും II -ാംവർഷത്തെ തുക $P\left(1+\frac{r}{100}\right)\left(1+\frac{r}{100}\right)$ എന്നും, III-ാം വർഷതുക $P\left(1+\frac{r}{100}\right)\left(1+\frac{r}{100}\right)\left(1+\frac{r}{100}\right)$ (തുടർച്ചയായി) എന്നും ഉള്ള ഒരു മാതൃകയിലേക്ക് നയിക്കുന്നു. പൊതുവായി n-ാം വർഷത്തെ ആകെത്തുക $A = P\left(1+\frac{r}{100}\right)^n$ ഇവിടെ $A = 1000\left(1+\frac{10}{100}\right)^3 = ₹1331$. C.I = A – P = ₹331

നിങ്ങൾക്ക് അറിയാമോ?

1626, ൽ പീറ്റർ മിന്യൂട്ട് മാനഹട്ടൻ ദ്വീപ് 24 ഡോളറിന് അയാൾക്ക് വിൽക്കുന്നതിന് മാപ്പിംഗർ ഇന്ത്യക്കാരെ പ്രേരിപ്പിച്ചു. സ്വദേശികളായ അമേരിക്കക്കാർ ആ 24 ഡോളറുകൾ പ്രതിമാസം 5% വാർഷിക പലിശനിരക്കിൽ ഒരു ബാങ്കിൽ നിക്ഷേപിച്ചാൽ 2020-ാം വർഷം ആകുമ്പോഴേക്കും അവർക്ക് ആകെത്തുക 5.5 ബില്യൺ (550 കോടി) ഡോളറിലധികം ആകുമായിരുന്നു. ഇതാണ് കൂട്ടുപലിശയുടെ ശക്തി.



തന്നിട്ടുള്ള കാലയളവുകൾക്കുള്ള കൂട്ടുപലിശ കണ്ടു പിടിക്കുന്നതിന് താഴെക്കാണുന്ന സൂത്രവാക്യങ്ങൾ ഉപയോഗിക്കുന്നു.

(i) വാർഷിക പലിശയാണ് കണക്കാക്കുന്നതെങ്കിൽ, $A = P\left(1+\frac{r}{100}\right)^n$

ഇവിടെ എന്നത് ആകെത്തുക A -മുതൽ, P -വാർഷിക പലിശനിരക്ക് r കൂടാതെ n -വർഷങ്ങളുടെ എണ്ണം ആകുന്നു. കൂടാതെ നമുക്ക് കൂട്ടുപലിശ = ആകെത്തുക - മുതൽ എന്ന് ലഭിക്കുന്നു.

(ii) അർദ്ധവാർഷിക പലിശയാണ് കണക്കാക്കുന്നതെങ്കിൽ

$$A = P\left(1+\frac{r}{200}\right)^{2n}$$

04_8th_Maths_Life Mathematics_Chap 4_Malayalam.indd 134 2/21/2023 6:49:33 PM

(iii) കാൽ വാർഷിക പലിശയാണ് കണക്കാക്കുന്നതെങ്കിൽ

$$A = P\left(1+\frac{r}{400}\right)^{4n}$$

(iv) വാർഷിക പലിശ കണക്കാക്കുകയും എന്നാൽ പലിശ നിരക്ക് വർഷം തോറും മാറുകയും ചെയ്താൽ

$$A = P\left(1+\frac{a}{100}\right)\left(1+\frac{b}{100}\right)\left(1+\frac{c}{100}\right)...$$

ഇവിടെ a, b, c എന്നിവ I, II കൂടാതെ III ാം വർഷ പലിശ നിരക്ക് എന്ന സൂത്രവാക്യം ഉപയോഗിക്കാം.

(v) വാർഷിക പലിശ കണക്കാക്കുകയും എന്നാൽ കാലം ഒരു ഭിന്നം ($a\frac{b}{c}$ വർഷങ്ങൾ) ആയാൽ

$$A = P\left(1+\frac{r}{100}\right)^{a}\left(1+\frac{\frac{b}{c}\times r}{100}\right) \text{ ആകുന്നു}$$

(ദൈർഘ്യമേറിയ കണക്കുകൂട്ടലുകൾക്കും, ഉത്തരങ്ങൾ ശരിനോക്കുന്നതിനും കാൽക്കുലേറ്ററുകളുടെ ഉപയോഗം അനുവദിച്ചിട്ടുണ്ട്.)

ഉദാഹരണം 4.14

താഴെ തന്നിട്ടുള്ള വിവരണങ്ങൾക്ക് കൂട്ടുപലിശ കാണുക.:

(i) മുതൽ = ₹4000, r = 5% വാർഷിക നിരക്ക്, n=2 വർഷങ്ങൾ വാർഷിക പലിശ കണക്കാക്കപ്പെടുന്നു.

(ii) മുതൽ = ₹5000, r = 4% വാർഷിക നിരക്ക്, $n= 1\frac{1}{2}$ വർഷങ്ങൾ അർദ്ധ വാർഷികപലിശ കണക്കാക്കപ്പെടുന്നു.

(iii) മുതൽ = ₹30000, r = 7% ആദ്യവർഷം r = 8% രണ്ടാമത്തെ വർഷം, വാർഷിക പലിശ കണക്കാക്കപ്പെടുന്നു.

(iv) മുതൽ = ₹10000, r = 8% വാർഷിക നിരക്ക്, $n= 2\frac{3}{4}$ വർഷങ്ങൾ വാർഷികപലിശ കണക്കാക്കപ്പെടുന്നു.

നിർദ്ധാരണം:

(i) തുക, $A = P\left(1+\frac{r}{100}\right)^{n}$

$$= 4000\left(1+\frac{5}{100}\right)^{2}$$

$$= 4000 \times \frac{21}{20} \times \frac{21}{20}$$

$$A = ₹4410$$

$$\therefore C.I = A - P = 4410 - 4000 = ₹410$$

(ii) തുക, $A = P\left(1+\frac{r}{200}\right)^{2n} = 5000\left(1+\frac{4}{200}\right)^{2\times\frac{3}{2}} = 5000 \times \frac{51}{50} \times \frac{51}{50} \times \frac{51}{50}$

$$= 51 \times 10.2 \times 10.2$$

$$= ₹5306.04$$

$$\therefore C.I = A - P = ₹5306.04 - ₹5000$$

$$= ₹306.04$$

04_8th_Maths_Life Mathematics_Chap 4_Malayalam.indd 135 2/21/2023 6:49:40 PM

(iii) $A = P\left(1+\frac{a}{100}\right)\left(1+\frac{b}{100}\right)$

$= 3000\left(1+\frac{7}{100}\right)\left(1+\frac{8}{100}\right)$

$= 30000 \times \frac{107}{100} \times \frac{108}{100}$

$= ₹34668$

$\therefore$ C.I = A – I =34668-30000 = ₹4668.

(iv) $A = P\left(1+\frac{r}{100}\right)^a\left(1+\frac{\frac{b}{c}\times r}{100}\right) = 10000\left(1+\frac{8}{100}\right)^2\left(1+\frac{\frac{3}{4}\times 8}{100}\right)$

$= 10000\left(\frac{27}{25}\right)^2\left(\frac{53}{50}\right)$

$= 10000 \times \frac{27}{25} \times \frac{27}{25} \times \frac{53}{50}$

$A = 12363.84$

$\therefore$ C.I $= 12363.84 - 10{,}000 = ₹2363.84$

4.4.1 കൂട്ടുപലിശ സൂത്രവാക്യത്തിന്റെ പ്രയോഗങ്ങൾ:

താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന സന്ദർഭങ്ങളിൽ കൂട്ടുപലിശ സൂത്രവാക്യം ഉപയോഗിക്കുന്നു.

(i) ജനസംഖ്യയിലെ വർദ്ധനവ് $\left[P\left(1+\frac{r}{100}\right)^n\right]$ അല്ലെങ്കിൽ കുറവ് $\left[P\left(1-\frac{r}{100}\right)^n\right]$ കണ്ടുപിടിക്കുന്നതിന്

(ii) വളർച്ചാനിരക്ക് തന്നിരുന്നാൽ കോശങ്ങളുടെ വളർച്ച കണ്ടുപിടിക്കുന്നതിന്

(iii) യന്ത്രങ്ങൾ, വാഹനങ്ങൾ മറ്റ് ഉപയോഗസാമഗ്രികൾ എന്നിവയുടെ മൂല്യങ്ങളിലുള്ള വിലയിടിവ് കണ്ടുപിടിക്കുന്നതിന്.,

ഉദാഹരണം 4.15

രണ്ടു വർഷങ്ങൾക്കു മുൻപ് ഒരു മോട്ടോർ സൈക്കിളിന്റെ വില ₹70,000 രൂപ ആകുന്നു. അതിന്റെ മൂല്യം വർഷം തോറും 4% എന്ന നിരക്കിൽ കുറയുന്നു. എങ്കിൽ അതിന്റെ ഇപ്പോഴത്തെ വില കാണുക.

നിർദ്ധാരണം:

വിലയിടിവിന് ശേഷമുള്ള $= P\left(1-\frac{r}{100}\right)^n$

$= 70000\left(1-\frac{4}{100}\right)^2$

$= 70000 \times \frac{96}{100} \times \frac{96}{100}$

$= ₹64512$



04_8th_Maths_Life Mathematics_Chap 4_Malayalam.indd 136 2/21/2023 6:49:46 PM

ഉദാഹരണം 4.16

ഒരു പരീക്ഷണശാലയിൽ ഒരു പ്രത്യേക പരീക്ഷണത്തിൽ ബാക്ടീരിയകളുടെ എണ്ണം ആദ്യത്തെ മണിക്കൂറിൽ 5% വർദ്ധിക്കുകയും രണ്ടാമത്തെ മണിക്കൂറിൽ 8% കുറയുകയും വീണ്ടും മൂന്നാമത്തെ മണിക്കൂറിൽ 10% വർദ്ധിക്കുകയും ചെയ്യുന്നു. ബാക്ടീരിയകളുടെ ആദ്യത്തെ എണ്ണം 10,000 ആണെങ്കിൽ 3 മണിക്കൂറുകൾക്ക് ശേഷം അവയുടെ എണ്ണം കാണുക.

നിർദ്ധാരണം:

3 മണിക്കൂറുകൾക്ക് ശേഷമുള്ള ബാക്ടീരിയകളുടെ എണ്ണം

$$A = P\left(1+\frac{a}{100}\right)\left(1-\frac{b}{100}\right)\left(1+\frac{c}{100}\right)$$

$$= 10000\left(1+\frac{5}{100}\right)\left(1-\frac{8}{100}\right)\left(1+\frac{10}{100}\right) \text{ ('–' കാരണം, കുറവ്)}$$

$$= 10000 \times \frac{105}{100} \times \frac{92}{100} \times \frac{110}{100}$$

$$A = ₹10626$$

ഉദാഹരണം 4.17

ഒരു നഗരത്തിലെ ജനസംഖ്യ ഓരോ വർഷവും 6% എന്ന നിരക്കിൽ വർദ്ധിക്കുന്നു. 2018 -ാമത്തെ വർഷത്തിൽ ജനസംഖ്യ 2,38,765 എങ്കിൽ 2016 കൂടാതെ 2020 എന്നീ വർഷങ്ങളിലെ ജനസംഖ്യ കാണുക.

നിർദ്ധാരണം:

2016-ലെ ജനസംഖ്യ 'P' എന്നിരിക്കട്ടെ

എങ്കിൽ, $A = P\left(1+\frac{r}{100}\right)^n$

$$\Rightarrow 238765 = P\left(1+\frac{6}{100}\right)^2 = P\left(\frac{53}{50}\right)^2$$

$$\Rightarrow P = 238765 \times \frac{50}{53} \times \frac{50}{53}$$

$$\therefore P = 212500$$

2020 -ലെ ജനസംഖ്യ 'A'

എങ്കിൽ, $A = P\left(1+\frac{r}{100}\right)^n$

$$\therefore A = 238765\left(1+\frac{6}{100}\right)^2$$

$$= 238765 \times \frac{53}{50} \times \frac{53}{50}$$

$$= 95.506 \times 53 \times 53$$

$$A = 268276$$

∴ അതിനാൽ 2016-ാം വർഷത്തെ ജനസംഖ്യ 2,12,500 ഉം കൂടാതെ 2020-ാം വർഷത്തെ ജനസംഖ്യ 2,68,276 ഉം ആകുന്നു.

04_8th_Maths_Life Mathematics_Chap 4_Malayalam.indd 137 2/21/2023 6:49:53 PM

4.4.2 S.I യ്ക്കും C.I യ്ക്കും തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം:

- ആദ്യത്തെ പരിവർത്തന കാലയളവിൽ S.I യ്ക്കും C.I യ്ക്കും തമ്മിൽ ഒരു വ്യത്യാസവുമില്ല.
- 2 വർഷത്തേയ്ക്ക് S.I യ്ക്കും C.I യ്ക്കും തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം

$$C.I - S.I = P\left(\frac{r}{100}\right)^2$$

- 3 വർഷത്തേയ്ക്കും S.I യ്ക്കും C.I യ്ക്കും തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം.

$$C.I - S.I = P\left(\frac{r}{100}\right)^2\left(3+\frac{r}{100}\right)$$

ഉദാഹരണം 4.18

താഴെ തന്നിട്ടുള്ള വിവരങ്ങളിൽ നിന്നും C.I യ്ക്കും S.I യ്ക്കും തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം കാണുക.

(i) P = ₹5000, r = 4% വാർഷിക നിരക്കിൽ, n = 2 വർഷങ്ങൾ.

(ii) P = ₹8000, r = 5% വാർഷിക നിരക്കിൽ, n = 3 വർഷങ്ങൾ.

നിർദ്ധാരണം:

(i) 2 വർഷത്തേയ്ക്ക്, $C.I - S.I = P\left(\frac{r}{100}\right)^2 = 5000 \times \frac{4}{100} \times \frac{4}{100} = ₹8$

(ii) 3 വർഷത്തേയ്ക്ക്, $C.I - S.I = P\left(\frac{r}{100}\right)^2\left(3+\frac{r}{100}\right)$

$$= 8000 \times \frac{5}{100} \times \frac{5}{100} \times \left(3+\frac{5}{100}\right)$$

$$= 20 \times \frac{61}{20} = ₹61$$

അഭ്യാസം 4.3

1. പൂരിപ്പിക്കുക:

(i) വാർഷിക പലിശ കണക്കാക്കുന്നതിൽ ₹50,000 രൂപയ്ക്ക് 2 വർഷത്തേയ്ക്ക് 12% വാർഷിക നിരക്കിൽ ലഭിക്കുന്ന കൂട്ടുപലിശ_____ആകുന്നു.

(ii) അർദ്ധ വാർഷിക പലിശ കണക്കാക്കുന്നതിൽ ₹8000 രൂപയ്ക്ക് 10% വാർഷിക നിരക്കിൽ ഒരു വർഷത്തേയ്ക്ക് ലഭിക്കുന്ന കൂട്ടുപലിശ _____ ആകുന്നു.

(iii) ഒരു പട്ടണത്തിലെ ജനസംഖ്യയുടെ വാർഷിക വളർച്ചാനിരക്ക് 10% ആകുന്നു. ഇപ്പോഴത്തെ ജനസംഖ്യ 26620 ആണെങ്കിൽ 3 വർഷങ്ങൾക്കുമുമ്പുള്ള ജനസംഖ്യ_____.

(iv) കാൽവാർഷിക കൂട്ടുപലിശ കണക്കാക്കുന്നതിൽ തുക കാണുന്നതിനുള്ള സൂത്രവാക്യം _____ആകുന്നു.

(v) ₹5000 ന് 8% വാർഷിക നിരക്കിൽ 2 വർഷത്തേയ്ക്ക് C.I യ്ക്കും S.I യ്ക്കും തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം _____.

04_8th_Maths_Life Mathematics_Chap 4_Malayalam.indd 138 2/21/2023 6:49:57 PM

2. ശരിയോ തെറ്റോ എന്നെഴുതുക.

(i) വിലയിടിവ് മൂല്യം കണ്ടുപിടിക്കുന്നതിനുള്ള സൂത്രവാക്യം $P\left(1-\frac{r}{100}\right)^n$ ആകുന്നു.

(ii) ഒരു നഗരത്തിലെ ഇപ്പോഴത്തെ ജനസംഖ്യ P കൂടാതെ ജനസംഖ്യ $r\%$ വാർഷിക നിരക്കിൽ വർദ്ധിക്കുന്നു എങ്കിൽ n വർഷങ്ങൾക്ക് ശേഷമുള്ള ജനസംഖ്യ $P\left(1+\frac{r}{100}\right)^n$ ആയിരിക്കും.

(iii) ഒരു യന്ത്രത്തിന്റെ ഇപ്പോഴത്തെ വില ₹16800, 25% വാർഷിക നിരക്കിൽ അതിന്റെ വില യിടിയുന്നുവെങ്കിൽ 2 വർഷങ്ങൾക്കു ശേഷം യന്ത്രത്തിന്റെ വില ₹9450 ആകുന്നു.

(iv) വാർഷിക പലിശ കണക്കാക്കുന്നതിൽ, 20% വാർഷിക നിരക്കിൽ ₹1000 എന്നത് ₹1331 ആകുന്നതിനുള്ള കാലം 3 വർഷങ്ങൾ ആകുന്നു.

(v) കാൽ വാർഷിക പലിശ കണക്കാക്കുന്നതിൽ ₹ 16000 ന് 20% വാർഷിക നിരക്കിൽ 9 മാസത്തേയ്ക്ക് ലഭിക്കുന്ന കൂട്ടുപലിശ ₹ 2522 ആകുന്നു.

3. വാർഷിക പലിശ കണക്കാക്കുതിൽ, ₹ 3200 ന് 2.5% വാർഷിക നിരക്കിൽ 2 വർഷ ത്തേയ്ക്ക് ലഭിക്കുന്ന കൂട്ടുപലിശ കാണുക.

4. വാർഷിക പലിശ കണക്കാക്കുതിൽ , ₹ 4000 ന് 10% വാർഷിക നിരക്കിൽ $2\frac{1}{2}$ വർഷ ത്തേയ്ക്ക് ലഭിക്കുന്ന കൂട്ടുപലിശ കാണുക.

5. ഒരു മുതൽ 4% വാർഷിക നിരക്കിൽ കൂട്ടുപലിശ കണക്കാക്കുമ്പോൾ 2 വർഷത്തേയ്ക്ക് ₹ 2028 ആകുന്നുവെങ്കിൽ മുതൽ എത്ര?

6. $13\frac{1}{3}\%$ വാർഷിക നിരക്കിൽ അർധ വാർഷിക പലിശ കണക്കാക്കുമ്പോൾ ₹ 3375 എന്നത് ₹ 4096 ആയി മാറുന്നതിന് എത്ര വർഷങ്ങൾ വേണ്ടി വരും.

7. I, II കൂടാതെ III എന്നീ വർഷങ്ങളിലെ പലിശ നിരക്ക് 15%, 20% കൂടാതെ 25% ആണെങ്കിൽ ₹ 15,000 ന് 3 വർഷത്തേയ്ക്ക് ലഭിക്കുന്ന കൂട്ടുപലിശ കാണുക

8. അർധവാർഷിക പലിശ കണക്കാക്കുമ്പോൾ ₹ 5000 ന് 2% വാർഷിക നിരക്കിൽ 1 വർഷ ത്തേയ്ക്ക് ലഭിക്കുന്ന S.I യ്ക്കും C.I യ്ക്കും തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം കാണുക.

9. വാർഷിക പലിശ കണക്കാക്കുമ്പോൾ ₹ 8000 ന് 2 വർഷത്തേയ്ക്ക് ലഭിക്കുന്ന സാധാരണ പലി ശയ്ക്കും കൂട്ടുപലിശയ്ക്കും തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം ₹ 20 ആണെങ്കിൽ പലിശനിരക്ക് കാണുക.

10. 15% വാർഷികനിരക്കിൽ 3 വർഷത്തേയ്ക്ക് ലഭിക്കുന്ന സാധാരണ പലിശയ്ക്കും കൂട്ടുപലി ശയ്ക്കും തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം ₹ 1134 എങ്കിൽ മുതൽ കാണുക.

ശരിയായ ഉത്തരം തെരഞ്ഞെടുത്തെഴുതുക

11. മുതലിൻ മേലുള്ള പലിശ കണക്കാക്കുന്നത് ഓരോ 2 വർഷത്തിലും ആണെങ്കിൽ പരിവർത്ത നകാലയളവിന്റെ എണ്ണം_____ ആകുന്നു.

(A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 12

12. 10% വാർഷികനിരക്കിൽ അർധ വാർഷിക പലിശ കണക്കാക്കുമ്പോൾ ₹ 4400 എന്നത് ₹ 4851 ആയി മാറുന്നതിന് ആവശ്യമായ സമയം _____.

(A) 6 മാസങ്ങൾ (B) 1 വർഷം (C) 1 വർഷങ്ങൾ (D) 2 വർഷങ്ങൾ

13. ഒരു യന്ത്രത്തിന്റെ വില ₹ 18,000 ആകുന്നു. അതിന്റെ വില പ്രതിവർഷം $16\frac{2}{3}\%$ വാർഷിക നിര ക്കിൽ കുറയുന്നു. എങ്കിൽ 2 വർഷങ്ങൾക്ക് ശേഷം യന്ത്രത്തിന്റെ വില _____ ആകുന്നു.

(A) ₹12000 (B) ₹12500 (C) ₹15000 (D) ₹16500

04_8th_Maths_Life Mathematics_Chap 4_Malayalam.indd 139 2/21/2023 6:50:01 PM

14. വാർഷിക പലിശ കണക്കാക്കുമ്പോൾ ഒരു തുക 10% വാർഷിക നിരക്കിൽ 3 വർഷത്തേയ്ക്ക് ₹ 2662 ആയി മാറുന്നുവെങ്കിൽ ആ തുക _____ ആകുന്നു.

(A) ₹2000 (B) ₹1800 (C) ₹1500 (D) ₹2500

15. 2% വാർഷികനിരക്കിൽ 2 വർഷത്തേയ്ക്ക് ലഭിക്കുന്ന സാധാരണ പലിശയ്ക്കും കൂട്ടുപലിശയ്ക്കും തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം ₹ 1 എങ്കിൽ മുതൽ _____.

(A) ₹2000 (B) ₹1500 (C) ₹3000 (D) ₹2500

4.5 മിശ്ര വ്യതിയാനം

രണ്ട് അളവുകളിൽ ഒരു അളവ് കൂടുകയോ കുറയുകയോ ചെയ്യുമ്പോൾ മറ്റേ അളവും അതിനനുസൃതമായി കൂടുകയോ കുറയുകയോ (ഒരേ തരം) ചെയ്യുമ്പോൾ ആ അളവുകൾ സമാനുപാതത്തിലാണെന്ന് പറയുന്നു. അതായത്, x, y എന്നീ അളവുകൾ സമാനുപാതത്തിലായാൽ $y=kx$ $k = \frac{y}{x}$ ആയിരിക്കും (k എന്നത് ഒരു പോസിറ്റീവ് സ്ഥിര സംഖ്യ)

എന്റെ ജൻമദിന പാർട്ടിക്ക് പങ്കെടുക്കുന്നവർക്ക്, 2പേന വീതം ഒരാൾക്ക് കൊടുക്കുവാൻ തിരുമാനിച്ചു.പാർട്ടിയിൽ പങ്കെടുക്കുന്ന കൂട്ടുകാരുടെ എണ്ണവും ഞാൻ വാങ്ങിക്കേണ്ട പേനകളുടെ എണ്ണവും സമാനുപാതത്തിലാണ് താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന പട്ടികയിൽ ഇത് വ്യക്തമായി മനസ്സിലാകും,

കൂട്ടുകാരുടെ എണ്ണം (x)	1	2	5	12	15
പേനകളുടെ എണ്ണം (y)	2	4	10	24	30

ഈ സാഹചര്യത്തിൽ ആനുപാതിക സ്ഥിരത എന്ന് $k = \frac{y}{x} = \frac{2}{1} = \frac{4}{2} = \frac{10}{5} = \frac{24}{12} = \frac{30}{15} = 2$ കാണാം.

സമാനുപാതത്തിന് ഉദാഹരണങ്ങൾ

1. ദൂര-സമയം (നിശ്ചിത വേഗതയിൽ) ദൂരം കൂടുന്തോറും സമയവും കൂടും. അതുപോലെ തന്നെ തിരിച്ചും.
2. സാധനങ്ങളുടെ എണ്ണവും വാങ്ങുവാനെടുക്കുന്ന സമയവും: സാധനങ്ങളുടെ എണ്ണം കൂടുന്തോറും അവ വാങ്ങുവാനെടുക്കുന്ന സമയവും കൂടും. അതുപോലെ തന്നെ തിരിച്ചും
3. ജോലി ചെയ്യുന്ന സമയവും കൂലിയും: ജോലി ചെയ്യുന്ന സമയം കൂടുന്തോറും കൂലിയും കൂടും. അതുപോലെ തന്നെ തിരിച്ചും.

രണ്ട് അളവുകളിൽ ഒരു അളവ് കൂടുകയോ കുറയുകയോ ചെയ്യുന്നതിനനുസൃതമായി മറ്റേ അളവ് കുറയുകയോ കൂടുകയോ (വിപരീത തരം) ചെയ്യുമ്പോൾ അതിനെ വിപരീതാനുപാതം എന്നു പറയുന്നു. അതായത് x, y എന്നീ അളവുകൾ വിപരീതാനുപാതത്തിലായാൽ $xy = k$ ആയിരിക്കും (k പോസിറ്റീവ് ധനസംഖ്യ)

ഒരു ക്ലാസിലുള്ള 30 വിദ്യാർത്ഥികളും ഒരു ഗ്രാമ ശുചീകരണ പ്രവർത്തനത്തിനായി പോയി എന്ന് വിചാരിക്കുക. അവരെ വരിയായും നിരയായും ക്രമീകരിച്ചാൽ താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന പട്ടികയിൽ നിന്നും വ്യക്തമായി മനസ്സിലാക്കാം

നിരയിലുള്ള വിദ്യാർത്ഥികളുടെ എണ്ണം (x)	1	2	3	5	6
വരിയിലുള്ള വിദ്യാർത്ഥികളുടെ എണ്ണം (y)	30	15	10	6	5

04_8th_Maths_Life Mathematics_Chap 4_Malayalam.indd 140 2/21/2023 6:50:02 PM

ഈ ക്രമീകരണത്തെ നമുക്ക് ⁞⁞⁞⁞⁞⁞⁞ (5 വരികൾ/ 6 നിരകൾ) എന്നും ⁞⁞⁞⁞⁞ (6 വരികൾ/ 5 നിരകൾ) എന്നും ചിത്രീകരിക്കാം വരിയിലും നിരയിലും എതിർ വ്യതിയാനങ്ങൾ കാണാം.

ഈ സാഹചര്യത്തിൽ ആനുപാതിക സ്ഥിരത k എന്നത് 30 ആണെന്ന് കാണാം.

വിപരീതാനുപാതത്തിനുദാഹരണങ്ങൾ

1. വിലയും ഉപയോഗവും : ഒരു സാധനത്തിന്റെ വില കൂടുതലായാൽ അതിന്റെ ഉപയോഗം കുറവായിരിക്കും, അതുപോലെ തന്നെ തിരിച്ചും
2. ജോലിക്കാരും സമയവും: ജോലിക്കാരുടെ എണ്ണം കൂടുന്തോറും ജോലി ചെയ്തു തീർക്കാനെടുക്കുന്ന സമയം കുറയും, അതുപോലെ തന്നെ തിരിച്ചും
3. വേഗതയും സമയവും (തുല്യ ദൂരത്തിന്): വേഗത കൂടുന്തോറും ഒരു നിശ്ചിത ദൂരം എത്തിച്ചേരുന്നതിനുള്ള സമയം കുറയും, അതുപോലെ തന്നെ തിരിച്ചും

സമാനുപാതത്തിന്റെയും വിപരീതാനുപാതത്തിന്റെയും ആശയങ്ങളുപയോഗിച്ച് താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ചോദ്യങ്ങൾക്കുത്തരം കണ്ടുപിടിക്കാൻ ശ്രമിക്കുക



ശ്രമിച്ച് നോക്കുക

1. താഴെക്കൊടുത്തിരിക്കുന്നവയെ സമാനുപാതത്തിലും വിപരീതാനുപാതത്തിലുമായി തരം തിരിക്കുക
   (i) ധാന്യങ്ങളുടെ ഭാരവും വിലയും
   (ii) ദൂരവും യാത്രാക്കൂലിയും
   (iii) കളിക്കാരന്റെ ഓട്ടപ്പന്തയത്തിലുള്ള വേഗതയും ദൂരം കണക്കാക്കാനെടുക്കുന്ന സമയവും
   (iv) ഒരു നിശ്ചിത ജോലി പൂർത്തിയാക്കാനെടുക്കുന്ന ജോലിക്കാരുടെ എണ്ണവും സമയവും
   (v) വൃത്തത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണവും വ്യാസാർദ്ധവും
2. ഒരു വിദ്യാർത്ഥിക്ക് 15 മിനിറ്റിൽ 21 പേജുകൾ അച്ചടിക്കാൻ സാധിക്കും. എങ്കിൽ ആ വിദ്യാർത്ഥിക്ക് 84 പേജുകൾ അച്ചടിക്കാൻ എത്ര ദിവസം വേണ്ടി വരും?
3. 35 സ്ത്രീകൾക്ക് ഒരു ജോലി 16 ദിവസം കൊണ്ട് ചെയ്തു തീർക്കാമെങ്കിൽ, അതേജോലി 28 സ്ത്രീകൾ എത്ര ദിവസം കൊണ്ട് ചെയ്തുതീർക്കും?

ഒരേ പ്രശ്നത്തിൽ രണ്ടിൽ കൂടുതൽ വ്യതിയാനങ്ങൾ ഒരുമിച്ച് വരുന്നതിന് മിശ്ര വ്യതിയാനം എന്ന് പറയുന്നു. മിശ്ര വ്യതിയാനത്തിനുള്ള സാധ്യതകൾ, **സമവും സമവും, സമവും വിപരീതവും, വിപരീതവും സമവും, വിപരീതവും വിപരീതവും**



കുറിപ്പ്

ചില സാഹചര്യങ്ങളിൽ സമാനുപാതമോ വിപരീതാനുപാതമോ പ്രതിനിധീകരിക്കാൻ സാധ്യമല്ല. ഉദാഹരണത്തിന് ഒരാൾക്ക് ഒരു കണ്ണുകൊണ്ട് ഒരു നിശ്ചിത ദൂരത്തിലായിരിക്കുന്ന ഒരു തത്തയെ കാണുവാൻ സാധിക്കും. ഇതിന്റെ അർത്ഥം രണ്ട് കണ്ണുകൾകൊണ്ട് രണ്ട് തത്തയെ കാണുവാൻ സാധിക്കും എന്നല്ല. അതുപോലെ, ഒരു വട ഉണ്ടാക്കുന്നതിന് 5 മിനിറ്റ് ആയാൽ, 20 വട ഉണ്ടാക്കുന്നതിന് 100 മിനിറ്റ് ആകും എന്ന് അർത്ഥമില്ല.

നമുക്കിനി മിശ്ര വ്യതിയാനത്തിൽ വരുന്ന ചില പ്രശ്നങ്ങൾ നിർദ്ധാരണം ചെയ്യാം. ഇവിടെ നമ്മൾ അറിയപ്പെടുന്ന മൂല്യത്തെ അറിയപ്പെടാത്ത മൂല്യവുമായി താരതമ്യം ചെയ്യുകയാണ് ചെയ്യുന്നത്. മിശ്രവ്യതിയാന പ്രശ്നങ്ങൾ നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുന്നതിന് ചില വഴികളുണ്ട്. അവ

04_8th_Maths_Life Mathematics_Chap 4_Malayalam.indd 141 2/21/2023 6:50:02 PM

4.5.1 അംശബന്ധ രീതി

ഈ രീതിയിൽ, രണ്ട് അളവുകളെ താരതമ്യപ്പെടുത്തി അവ ഏത് അനുപാതത്തിലാണെന്ന് കണ്ടുപിടിച്ച് അവയെ അംശബന്ധരൂപത്തിലെഴുതി

അഗ്രവിലകളുടെ ഗുണനഫലം = മധ്യവിലകളുടെ ഗുണനഫലം

എന്ന വസ്തുത ഉപയോഗിച്ച് അറിയപ്പെടാത്ത മൂല്യം (x) കണ്ടുപിടിക്കാം

4.5.2 ഗുണന ഘടക രീതി

വിശദീകരണം:

ആളുകൾ	മണിക്കൂർ	ദിവസം
D $\begin{matrix} a \\ x \end{matrix}$ I	D $\begin{matrix} c \\ d \end{matrix}$	$\begin{matrix} e \\ f \end{matrix}$ I

ഇവിടെ അറിയപ്പെടാത്ത മൂല്യം (x) ആളുകളെ, അറിയപ്പെടുന്ന മൂല്യങ്ങളായ മണിക്കൂറിനോടും ദിവസത്തോടും താരതമ്യം ചെയ്യുന്നു. ആളുകളും മണിക്കൂറും സമാനുപാതത്തിൽ (D) ആയാൽ, ഗുണനഘടകം $\frac{d}{c}$ എന്നെടുക്കണം (വ്യുൽക്രമം) ആളുകളും ദിവസവും വിപരീതാനുപാതത്തിൽ (I) ആയാൽ, ഗുണനഘടകം $\frac{e}{f}$ എന്നെടുക്കണം(മാറ്റമില്ല). അങ്ങനെ നമുക്ക് അറിയപ്പെടാത്ത മൂല്യം (x) ആളുകൾ എന്നത് $x = a \times \frac{d}{c} \times \frac{e}{f}$. ഉപയോഗിച്ച് കണ്ടുപിടിക്കാം.

4.5.3 സൂത്രവാക്യ രീതി

തന്നിരിക്കുന്ന വിവരങ്ങളിൽ നിന്ന് ആളുകളെ (P) എന്നും ദിവസങ്ങളെ (D) എന്നും മണിക്കൂറിനെ (H) എന്നും ജോലിയെ (W) എന്നും എടുത്താൽ

$$\frac{P_1 \times D_1 \times H_1}{W_1} = \frac{P_2 \times D_2 \times H_2}{W_2}$$

എന്ന സൂത്രവാക്യം ഉപയോഗിക്കാം. ഇവിടെ 1 എന്ന സംഖ്യ ചോദ്യത്തിൽ തന്നിരിക്കുന്ന ആദ്യത്തെ വിവരത്തെയും 2 എന്ന സംഖ്യ ചോദ്യത്തിൽ തന്നിരിക്കുന്ന രണ്ടാമത്തെ വിവരത്തെയും സൂചിപ്പിക്കുന്നു. അതായത്, ഈ സൂത്രവാക്യത്തിൽ P_1 ആളുകൾ W_1 യൂണിറ്റ് ജോലി D_1 ദിവസത്തിൽ H_1 മണിക്കൂർ ചെയ്യുന്നു എന്നും അത് P_2 ആളുകൾ W_2 യൂണിറ്റ് ജോലി D_2 ദിവസത്തിൽ H_2 മണിക്കൂറിൽ ചെയ്യുന്നതിന് തുല്യമായിരിക്കും എന്നതാണ്. W_1, W_2 എന്ന ജോലികൾ കൃത്യമായി കണ്ടുപിടിക്കേണ്ടതുണ്ട്. ഇത് അറിയപ്പെടാതെ മൂല്യം (x) പെട്ടെന്ന് കണ്ടുപിടിക്കാൻ സഹായിക്കും

ഉദാഹരണം 4.19 **(നേർ - നേർ വ്യതിയാനം)**

ഒരു കമ്പനി 15 ജോലിക്കാർക്ക് 20 ദിവസത്തേക്ക് ₹6 ലക്ഷം നല്കുന്നു. എങ്കിൽ 5 ജോലിക്കാർക്ക് 12 ദിവസത്തേക്ക് എത്ര രൂപ നൽകണം

നിർദ്ധാരണം:

അംശബന്ധ രീതി:

ജോലിക്കാർ	ശമ്പളം	ദിവസം
D $\begin{matrix} 15 \\ 5 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 6 \\ x \end{matrix}$ D D	$\begin{matrix} 20 \\ 12 \end{matrix}$ D

ഇവിടെ അറിയപ്പെടാത്ത മൂല്യം (x) എന്നത് ശമ്പളമാകുന്നു. ഇതിനെ ജോലിക്കാരോടും ദിവസത്തോടും താരതമ്യം ചെയ്യുന്നു

04_8th_Maths_Life Mathematics_Chap 4_Malayalam.indd 142 2/21/2023 6:50:04 PM

ഘട്ടം 1:

ഇവിടെ ദിവസം കുറയുമ്പോൾ ശമ്പളം കുറയുന്നു. അതുകൊണ്ട് സമാനമാറ്റം

∴ അതിന്റെ അംശബന്ധം $20 : 12 :: 6 : x$ ⟶ (1)

ഘട്ടം 2:

കുറച്ച് ജോലിക്കാർ എന്നത് കുറച്ച് ശമ്പളം എന്ന് അർത്ഥമാക്കുന്നു. അതുകൊണ്ട് വീണ്ടും സമാനമാറ്റം

∴ അതിന്റെ അംശബന്ധം $15 : 5 :: 6 : x$ ⟶ (2)

ഘട്ടം 3:

(1) & (2) യോജിപ്പിച്ചാൽ

$$\left.\begin{matrix} 20 : 12 \\ 15 : 5 \end{matrix}\right\} :: 6 : x$$

അഗ്രവിലകളുടെ ഗുണനഫലം = മധ്യവിലകളുടെ ഗുണനഫലം എന്ന് നമുക്കറിയാം

അഗ്രവില		മധ്യവില		അഗ്രവില
20 15	: :	12 : 6 5	:	x

$$20 \times 15 \times x = 12 \times 6 \times 5 \Rightarrow x = \frac{12 \times 6 \times 5}{20 \times 15} = ₹\ 1.2 \text{ ലക്ഷം.}$$

ഗുണനഘടക രീതി:

ജോലിക്കാർ	ശമ്പളം (ജോലി)	ദിവസം
15 D 5	6 D x	20 D 12

ഇവിടെ അറിയപ്പെടാത്ത വില (x) ശമ്പളം, അതിനെ ജോലിക്കാരും ദിവസങ്ങളുമായി താരതമ്യം ചെയ്യുക

ഘട്ടം 1:

കുറഞ്ഞ ദിവസം കുറഞ്ഞ ശമ്പളം, അത് ഒരു സമാനുപാത മാറ്റം

∴ ഗുണനഘടകം $\frac{12}{20}$ (വ്യുൽക്രമം)

ഘട്ടം 2:

കുറഞ്ഞ ജോലിക്കാർ കുറഞ്ഞ ശമ്പളം, അതും ഒരു സമാനുപാത മാറ്റം

∴ ഗുണനഘടകം $\frac{5}{15}$ (വ്യുൽക്രമം)

ഘട്ടം 3:

$$\therefore x = 6 \times \frac{12}{20} \times \frac{5}{15}$$

$x = ₹\ 1.2$ ലക്ഷം

സൂത്രവാക്യരീതി

ഇവിടെ, $P_1 = 15, D_1 = 20$, $W_1 = 6$

$P_2 = 5, D_2 = 12$, $W_2 = x$

സൂത്രവാക്യമുപയോഗിച്ച്, $\frac{P_1 \times D_1}{W_1} = \frac{P_2 \times D_2}{W_2}$

04_8th_Maths_Life Mathematics_Chap 4_Malayalam.indd 143 2/21/2023 6:50:08 PM

അതായത്, $\frac{15\times20}{6}=\frac{5\times12}{x}$

$\Rightarrow x=\frac{5\times12\times6}{15\times20}=$ ലക്ഷം.

ഉദാഹരണം 4.20 **(നേർ - വിപരീത വ്യതിയാനം)**



15 സ്ത്രീകൾ 12 ദിവസം കൊണ്ട് 180 മീറ്റർ നീളമുള്ള പായ് നെയ്യുന്നു. 32 സ്ത്രീകൾ 512 മീറ്റർ നീളമുള്ള പായ് നെയ്യുന്നതിന് എത്ര ദിവസം എടുക്കും?

നിർദ്ധാരണം:

അംശബന്ധരീതി:

നീളം (ജോലി)		സ്ത്രീകൾ		ദിവസം	
D	180 512	15 32	I	D 12 x	I

ഇവിടെ അറിയപ്പെടാത്ത മൂല്യം (x)ദിവസങ്ങൾ ആകുന്നു. ഇതിനെ പായയുടെ നീളത്തിനോടും സ്ത്രീകളുടെ എണ്ണത്തിനോടും താരതമ്യം ചെയ്യണം.

ഘട്ടം 1:

കൂടുതൽ ജോലിക്ക് കൂടുതൽ ദിവസങ്ങളാകും അത് ഒരു സമാനുപാതം

$\therefore$ അംശബന്ധം എന്നത് $: 512 :: 12 : x$ ⟶ (1)

ഘട്ടം 2:

കൂടുതൽ സ്ത്രീകൾക്ക് കുറഞ്ഞ ദിവസം മതിയാകും. അതുകൊണ്ട് അത് വിപരീതാനുപാതം

$\therefore$ അംശബന്ധം $32 : 15 :: 12 : x$ ⟶ (2)

ഘട്ടം 3:

(1) & (2) യോജിപ്പിച്ചാൽ

$$\left.\begin{matrix}180:512\\32:15\end{matrix}\right\}::12:x$$

അഗ്ര വിലകളുടെ ഗുണനഫലം = മധ്യവിലകളുടെ ഗുണനഫലം ആയതുകൊണ്ട്

അഗ്രവില		മധ്യവില		അഗ്രവില
180	:	512 : 12	:	x
32	:	15		

അതായത് $180\times32\times x=512\times12\times15 \Rightarrow x=\frac{512\times12\times15}{180\times32}=16$ ദിവസങ്ങൾ

ഗുണന ഘടക രീതി:

നീളം (ജോലി)		സ്ത്രീകൾ		ദിവസം	
D	180 512	15 32	I	D 12 x	I

ഇവിടെ അറിയപ്പെടാത്ത മൂല്യം (x) എന്നത് ദിവസങ്ങൾ. ഇതിനെ നീളത്തിനോടും സ്ത്രീകളുടെ എണ്ണത്തിനോടും താരതമ്യം ചെയ്യണം

04_8th_Maths_Life Mathematics_Chap 4_Malayalam.indd 144 2/21/2023 6:50:09 PM

ഘട്ടം 1:

ഇവിടെ കൂടുതൽ നീളം എന്നത് കൂടുതൽ ദിവസം എന്നാണ് അർത്ഥം. അതുകൊണ്ട് ഇത് ഒരു സമാനുപാതം

$\therefore$ ഗുണനഘടകം $\frac{512}{180}$ (വ്യുൽക്രമം).

ഘട്ടം 2:

സ്ത്രീകളുടെ എണ്ണം കൂടുന്തോറും ദിവസം കുറയുന്നു. അതുകൊണ്ട് ഇത് വിപരീതാനുപാത ത്തിലാണ്.

$\therefore$ ഗുണനഘടകം $\frac{15}{32}$ ആകുന്നു.

ഘട്ടം 3:

$\therefore x = 12 \times \frac{512}{180} \times \frac{15}{32} = 16$ ദിവസങ്ങൾ.

സൂത്രവാക്യ രീതി:

ഇവിടെ, $P_1 = 15,\ D_1 = 12\ ,\ W_1 = 180$

$P_2 = 32,\ D_2 = x\ ,\ W_2 = 512$

സൂത്രവാക്യം, $\frac{P_1 \times D_1}{W_1} = \frac{P_2 \times D_2}{W_2}$

അതായത്, $\frac{15 \times 12}{180} = \frac{32 \times x}{512}$

$\Rightarrow\ 1 = \frac{32 \times x}{512}\ \Rightarrow\ x = \frac{512}{32} = 16$ ദിവസങ്ങൾ.

പരാമർശം: വിദ്യാർത്ഥികൾ മുകളിൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന മൂന്നു രീതികളിൽ ഏതെങ്കിലും ഒരു രീതി ഉപയോഗിച്ചാൽ മതിയാകും.



ശ്രമിക്കുക

1. x , y എന്നിവ സമാനുപാത മാറ്റത്തിലായാൽ $^{x=y=5}$ ഉം $y = 5$ ഉം ആയാൽ k യുടെ വില കാണുക
2. x , y എന്നിവ വിപരീതാനുപാത മാറ്റത്തിലും $x = 64$, $y = 0.75$ ആയാൽ, വ്യതിയാന സ്ഥിരാങ്കം കാണുക



പ്രവൃത്തി

തന്നിരിക്കുന്ന വ്യാസാർദ്ധത്തിൽ ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കുക. ആ വൃത്തത്തിന് വ്യാസാർദ്ധങ്ങൾ വരയ്ക്കുക. വ്യാസാർദ്ധങ്ങൾക്കിടയിലുള്ള കോണുകൾ തുല്യമായിരിക്കണം. ആദ്യം 3 വ്യാസാർദ്ധങ്ങൾ ഇപ്രകാരം വരയ്ക്കുക. പിന്നീട് എണ്ണം കൂട്ടി കൂട്ടി 12 വ്യാസാർദ്ധങ്ങൾ വരെ വരയ്ക്കുക. വ്യാസാർദ്ധങ്ങളുടെ എണ്ണവും കോണളവുകളും ഒരു പട്ടികാരൂപത്തിലെഴുതുക. ഇത് ഒരു വിപരീതാനുപാതത്തിലാണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക. ആനുപാതിക സ്ഥിരത കാണുക.

ഉദാഹരണം 4.21 **(വിപരീത - നേർ വ്യതിയാനം)**

81 വിദ്യാർത്ഥികൾക്ക് 56 ദിവസം കൊണ്ട് 448 മീറ്റർ നീളമുള്ള ഒരു ചുവരിൽ ചായം പൂശാം. എങ്കിൽ 160 മീറ്റർ നീളമുള്ള അതേപോലുള്ള ഒരു ചുവർ ചായം പൂശുന്നതിന് 27 ദിവസം ആകുമെങ്കിൽ എത്ര വിദ്യാർത്ഥികൾ ആവശ്യമാണ്?

നിർദ്ധാരണം:

ഗുണന ഘടകരീതി:

ചുവരിന്റെ നീളം (ജോലി)	ദിവസം	ചുവരിന്റെ നീളം (ജോലി)
81	56	448
I x D	I 27	160 D

04_8th_Maths_Life Mathematics_Chap 4_Malayalam.indd 145 2/21/2023 6:50:14 PM

ഇവിടെ വിദ്യാർത്ഥികളുടെ എണ്ണം (x) കണ്ടുപിടിക്കണം ഇതിനെ ദിവസങ്ങൾ ഓടും ചുവരിന് നീളത്തിൽ ഓടും താരതമ്യം ചെയ്യണം.

ഘട്ടം 1:



ചുവരിന്റെ നീളം കുറയുന്തോറും വിദ്യാർത്ഥികളുടെ എണ്ണവും കുറയുന്നു. അതുകൊണ്ട് ഇത് ഒരു സമാനുപാത മാറ്റം

$\therefore$ ഗുണനഘടകം $\frac{56}{27}$ ആകുന്നു.

ഘട്ടം 2:

ചുവരിന്റെ നീളം കുറയുന്തോറും വിദ്യാർത്ഥികളുടെ എണ്ണവും കുറയുന്നു. അതുകൊണ്ട് ഇത് ഒരു സമാനുപാത മാറ്റം

$\therefore$ ഗുണനഘടകം $\frac{160}{448}$ ആകുന്നു.

ഘട്ടം 3:

$$\therefore x = 81 \times \frac{56}{27} \times \frac{160}{448}$$

$x = 60$ വിദ്യാർത്ഥികൾ.

സൂത്രവാക്യ രീതി:

ഇവിടെ, $P_1 = 81,\ D_1 = 56,\ W_1 = 448$

$P_2 = x,\ D_2 = 27,\ W_2 = 160$

സൂത്രമുപയോഗിച്ച്, $\frac{P_1 \times D_1}{W_1} = \frac{P_2 \times D_2}{W_2}$

അതായത്, $\frac{81 \times 56}{448} = \frac{x \times 27}{160}$

$$\Rightarrow x = \frac{81 \times 56}{448} \times \frac{160}{27}$$

$x = 60$ വിദ്യാർത്ഥികൾ.

ഉദാഹരണം 4.22 **(വിപരീത - വിപരീത വ്യതിയാനം)**

81 വിദ്യാർത്ഥികൾക്ക് 56 ദിവസം കൊണ്ട് 448

48 ആളുകൾ ഒരു ദിവസം 7 മണിക്കൂർ ജോലി ചെയ്താൽ ഒരു ജോലി പൂർത്തിയാക്കാൻ 24 ദിവസം വേണ്ടിവരും. എങ്കിൽ അതേ ജോലി 28 ആളുകൾ 8 മണിക്കൂർ വീതം ഒരു ദിവസം ജോലി ചെയ്താൽ എത്ര ദിവസം കൊണ്ട് ആ ജോലി പൂർത്തിയാകും?

നിർദ്ധാരണം:

ഗുണന ഘടകരീതി

ആളുകൾ		മണിക്കൂർ		ദിവസം	
	48		7		24
I		I		I	I
	28		8		x

ഇവിടെ ദിവസങ്ങൾ (x) കണ്ടുപിടിക്കണം ഇതിനെ ആളുകളുടെ എണ്ണം മണിക്കൂറുകൾ എന്നിവയോടു താരതമ്യം ചെയ്യണം.

04_8th_Maths_Life Mathematics_Chap 4_Malayalam.indd 146 2/21/2023 6:50:16 PM

ഘട്ടം 1:

ഇവിടെ, ആളുകളുടെ എണ്ണം കുറയുന്തോറും ദിവസങ്ങളുടെ എണ്ണം കൂടും, അതുകൊണ്ട് അത് ഒരു വിപരീതാനുപാതമാറ്റം

$\therefore$ ഗുണനഘടകം $\frac{48}{28}$ ആകുന്നു.

ഘട്ടം 2:

മണിക്കൂറുകളുടെ എണ്ണം കൂടുന്തോറും ദിവസങ്ങളുടെ എണ്ണം കുറയുന്നു. അതുകൊണ്ട് അത് ഒരു വിപരീതാനുപാതമാറ്റം

$\therefore$ ഗുണനഘടകം $\frac{7}{8}$ ആകുന്നു.

ഘട്ടം 3:

$\therefore x = 24 \times \frac{48}{28} \times \frac{7}{8} = 36$ ദിവസങ്ങൾ.

സൂത്രവാക്യ രീതി:

ഇവിടെ, $P_1 = 48,\ D_1 = 24,\ H_1 = 7\ ,\ W_1 = 1$

$P_2 = 28,\ D_2 = x,\ H_2 = 8\ ,\ W_2 = 1$

സൂത്രവാക്യം, $\frac{P_1 \times D_1 \times H_1}{W_1} = \frac{P_2 \times D_2 \times H_2}{W_2}$

അതായത്, $\frac{48 \times 24 \times 7}{1} = \frac{28 \times x \times 8}{1}$

$\Rightarrow x = \frac{48 \times 24 \times 7}{28 \times 8} = 36$ ദിവസങ്ങൾ.



ശ്രമിക്കുക

താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ചോദ്യങ്ങളിലുള്ള വിവിധതരം വ്യതിയാനങ്ങൾ തിരിച്ചറിയുക

1. 24 ആളുകൾക്ക് 48 സാധനങ്ങൾ 12 ദിവസത്തിൽ നിർമ്മിക്കാം. എങ്കിൽ 6 ആളുകൾക്ക് 6 ദിവസം കൊണ്ട് _____ സാധനങ്ങൾ നിർമ്മിക്കാം
2. 15 ജോലിക്കാർ 4 മണിക്കൂർ കൊണ്ട് 4 കി.മീ ദൂരം റോഡ് ശരിയാക്കും. എങ്കിൽ 8 മണിക്കൂർ കൊണ്ട് 8 കി.മീ ദൂരം റോഡ് ശരിയാക്കാൻ _____ ജോലിക്കാർ ആവശ്യമാണ്.
3. 25 സ്ത്രീകൾ ഒരു ദിവസം 12 മണിക്കൂർ ജോലി ചെയ്താൽ ഒരു ജോലി പൂർത്തിയാക്കാൻ 36 ദിവസം ആവശ്യമാണ്. എങ്കിൽ 20 സ്ത്രീകൾ ഒരു ദിവസം _____ മണിക്കൂർ ജോലി ചെയ്താൽ ആ ജോലി 30 ദിവസം കൊണ്ട് പൂർത്തിയാകും?
4. ഒരു ക്യാമ്പിൽ, 480 കി.ഗ്രാം അരി, 98 ആളുകൾക്ക് 45 ദിവസത്തേക്ക് ആവശ്യമായതാണ്, എങ്കിൽ 60 കി.ഗ്രാം അരി, 42 ആളുകൾക്ക് _____ ദിവസത്തേക്ക് തികയും?

4.6 സമയവും ജോലിയും

ചെയ്യേണ്ട ജോലിയെ സാധാരണയായി ഒരു യൂണിറ്റ് ആയി കണക്കാക്കപ്പെടുന്നു. ജോലികൾ പല തരത്തിലുണ്ട്. ഉദാഹരണത്തിന് ചുവർ നിർമ്മിക്കുക, റോഡ് നിർമ്മിക്കുക, ടാങ്കിൽ വെള്ളം നിറയ്ക്കുകയോ ഒഴിവാക്കുകയോ ചെയ്യുക അല്ലെങ്കിൽ ഒരു നിശ്ചിത അളവ് ഭക്ഷണം കഴിക്കുക തുടങ്ങിയവ

സമയം മണിക്കൂറിലോ ദിവസത്തിലോ കണക്കാക്കപ്പെടുന്നു. ചില നിഗമനങ്ങൾ, ചെയ്യുന്ന ജോലികൾ ഓരോ വ്യക്തിയും കൊടുക്കുന്ന സമയവും സംഘമായി ചെയ്യുമ്പോൾ എടുക്കുന്ന സമയവും തുല്യമായിരിക്കും എന്ന് പറയുന്നു

04_8th_Maths_Life Mathematics_Chap 4_Malayalam.indd 147 2/21/2023 6:50:19 PM

സംഘ രീതി

രണ്ട് വ്യക്തികൾ X, Y എന്നിവർക്ക് ഒരു ജോലി a, b എന്നീ ദിവസങ്ങളിൽ യഥാക്രമം ചെയ്തു തീർക്കാമെങ്കിൽ അവരുടെ ഒരു ദിവസത്തെ ജോലി എന്നത് $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}$ യഥാക്രമം ആകുന്നു

സംഘമായി അവരുടെ ഒരു ദിവസത്തെ ജോലി $= \frac{1}{a}+\frac{1}{b} = \frac{a+b}{ab}$

അങ്ങനെ X, Y എന്നിവർ സംഘമായി $\frac{ab}{a+b}$ ദിവസങ്ങളിൽ ഒരു ജോലി പൂർത്തിയാക്കും

ഉദാഹരണം 4.23

AA, B എന്നിവർ ചേർന്ന് ഒരു ജോലി 16 ദിവസം കൊണ്ട് പൂർത്തിയാക്കും. A ആ ജോലി പൂർത്തിയാക്കുന്നതിന് 48 ദിവസം എടുക്കുമെങ്കിൽ B ആ ജോലി പൂർത്തിയാക്കുന്നതിന് എത്ര ദിവസം വേണ്ടി വരും?

കുറിപ്പ്

ഒരു ജോലി ചെയ്തു തീർക്കാനെടുക്കുന്ന സമയം വിവിധ ഘടകങ്ങളെ ആശ്രയിച്ചിരിക്കും. ആളുകളുടെ എണ്ണം, അവരുടെ ജോലി ചെയ്യുന്നതിനുള്ള കഴിവ്,ജോലിയുടെ ഘടന, ഓരോ ദിവസവും ചിലവഴിക്കുന്ന മണിക്കൂർ തുടങ്ങിയവ.

നിർദ്ധാരണം:

$(A+B)$ ചേർന്ന് ഒരു ദിവസം ചെയ്യുന്ന ജോലി $= \frac{1}{16}$

A യുടെ ഒരു ദിവസത്തെ ജോലി $= \frac{1}{48}$

$\therefore$ B യുടെ ഒരു ദിവസത്തെ ജോലി $= \frac{1}{16}-\frac{1}{48}$

$= \frac{3-1}{48} = \frac{2}{48} = \frac{1}{24}$

$\therefore$ B തനിയേ ആജോലി 24 ദിവസം കൊണ്ട് പൂർത്തിയാക്കും.

ഉദാഹരണം 4.24

P, Q എന്നീ രണ്ടു വ്യക്തികൾ ഒരു ജോലി യഥാക്രമം 20 ദിവസംങ്ങൾ 30 ദിവസങ്ങളിൽ ചെയ്തു തീർക്കും. രണ്ടു പേരും ഒരുമിച്ച് ജോലി ചെയ്വ്ൻ തുടങ്ങി. കുറേ ദിവസം കഴിഞ്ഞപ്പോൾ Q പിരിഞ്ഞുപോയി. P തനിയെ ബാക്കിയുള്ള ജോലി 5 ദിവസങ്ങളിൽ പൂർത്തിയാക്കി. എങ്കിൽ Q എത്ര ദിവസം ജോലി ചെയ്തു?

നിർദ്ധാരണം:

P' യുടെ ഒരു ദിവസത്തെ ജോലി $= \frac{1}{20}$, Q' യുടെ ഒരു ദിവസത്തെ ജോലി $= \frac{1}{30}$

P' യുടെ 5 ദിവസത്തെ ജോലി $= \frac{1}{20}\times 5 = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$

അതായത് , ബാക്കി ജോലി $= 1-\frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ (ആകെ ജോലി എപ്പോഴും 1 ആയിരിക്കു)

ബാക്കി ജോലി P യും Q യും ചേർന്ന് ചെയ്യുന്നു.

P യും Q യും ചേർന്ന് ഒരു ദിവസം ചെയ്യുന്ന ജോലി $= \frac{1}{20}+\frac{1}{30} = \frac{5}{60} = \frac{1}{12}$

അതായത് അവർ ഒരു മിച്ച് ജോലി ചെയ്ത ദിവസങ്ങളുടെ എണ്ണം $= \frac{3/4}{1/12} = \frac{3}{4}\times\frac{12}{1} = 9$ ദിവസങ്ങൾ

അതായത് Q ജോലി തുടങ്ങി 9 ദിവസങ്ങൾ കഴിഞ്ഞപ്പോൾ പിരിഞ്ഞു പോയി.

ഉദാഹരണം 4.25

A എന്ന B വ്യക്തി യേക്കാൾ 3 മടങ്ങ് വേഗത്തിൽ ഒരു ജോലി ചെയ്തു തീർക്കും. എടുക്കുന്ന ദിവയത്തിനേക്കാൾ 24 ദിവസം കുറച്ചേ ജോലി ചെയ്തു തീർക്കാൻ എടുക്കുകയുള്ളൂ. എങ്കിൽ

04_8th_Maths_Life Mathematics_Chap 4_Malayalam.indd 148 2/21/2023 6:50:27 PM

അവർ രണ്ടു പേരും ചേർന്ന് ആ ജോലി ദിവസം കൊണ്ട് ചെയ്തു തീർക്കും?

നിർദ്ധാരണം:

B എന്ന വ്യക്തി 3 ദിവസം എടുക്കുന്ന ഒരു ജോലി A എന്ന വ്യക്തി 1 ദിവസം കൊണ്ട് ചെയ്തു തീർക്കും അതായത് വിത്യാസം 2 ദിവസം ഇവിടെ A യ്ക്കും B യ്ക്കും ഉള്ള വിത്യാസം 24 ദിവസം എന്ന് തന്നിരിക്കുന്നു. അതുകൊണ്ട് A എടുക്കുന്ന ദിവസം $\frac{24}{2}=12$ ദിവസങ്ങൾ B എടുക്കുന്ന ദിവസം $3\times12=36$ ദിവസങ്ങൾ.

A യും B യും രണ്ടു പേരും ചേർന്ന് ജോലി പൂർത്തിയാക്കാൻ എടുക്കുന്ന സമയം = $\frac{ab}{a+b}$ ദിവസങ്ങൾ.

$=\frac{12\times36}{12+36}=\frac{12\times36}{48}=9$ ദിവസങ്ങൾ.

കുറിപ്പ്

A, B യെക്കാൾ $\frac{a}{b}$ മടങ്ങ് നല്ലൊരു തൊഴിലാളിയാണെങ്കിൽ, ജോലി പൂർത്തിയാക്കാൻ, A, B യുടെ $\frac{b}{a}$ ഭാഗം സമയം എടുക്കും.

4.6.1 ജോലി ചെയ്തതിനുള്ള വേതനം പങ്കു വയ്ക്കൽ

ഒരു സംഘം ആളുകൾ ഒരു മിച്ച് ഒരു ജോലി ചെയ്യുമ്പോൾ , ഓരോരുത്തരും ചെയ്യുന്ന ജോലിക്കനുസരിച്ച് വേതനം അവർക്കിടയിൽ പങ്കു വയ്ക്കപ്പെടും . പൊതുവായി പറഞ്ഞാൽ ഓരോരുത്തരും ചെയ്ത ജോലിയുടെ അംശബന്ധത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ വേതനം പങ്കു വയ്ക്കപ്പെടുന്നു.

നിങ്ങൾക്ക് അറിയാമോ?

- A, B എന്നിവർ ജോലി ചെയ്യുന്ന സമയത്തിന്റെ അംശബന്ധം $x : y$ ആയാൽ ചെയ്യുന്ന ജോലിയുടെ അംശബന്ധം $\frac{1}{x}:\frac{1}{y}=y:x$ ആയിരിക്കും. ഇത് അവർ തനിയെ ചെയ്യുന്ന ജോലിയുടെ വേതനത്തിന്റെ അംശബന്ധം കൂടി ആകുന്നു.
- മൂന്ന് വ്യക്തികൾ A, B, C എന്നിവർ ഒരു ജോലി യഥാക്രമം x, y, z എന്നീ ദിവസങ്ങളിൽ ചെയ്താൽ അവരുടെ വേതനം പങ്കു വയ്ക്കപ്പെടുന്ന അംശബന്ധം $\frac{1}{x}:\frac{1}{y}:\frac{1}{z}$ ആകുന്നു.

ഉദാഹരണം 4.26



X, Y, Z എന്നിവർ ഒരു ജോലി യഥാക്രമം 4,6,10 എന്നീ ദിവസങ്ങളിൽ ചെയ്തു തീർക്കുന്നു. X, Y, Z എന്നിവർ ചേർന്ന് ഈ ജോലി ചെയ്തു തീർത്താൽ വേതനം ₹ 31000 ഇവർക്കിടയിൽ എപ്രകാരം പങ്കുവയ്ക്കപ്പെടും?

നിർദ്ധാരണം

അവർക്ക് ലഭിക്കുന്ന വേതനത്തിന്റെ അംശബന്ധവും അവർ ഒരു ദിവസം ചെയ്യുന്ന ജോലിയുടെ അംശബന്ധവും തുല്യമായതിനാൽ,

$\frac{1}{4}:\frac{1}{6}:\frac{1}{10}=\frac{15}{60}:\frac{10}{60}:\frac{6}{60}=15:10:6$ ആയിരിക്കും.

ആകെ അംശബന്ധം =15+10+6 = 31

A യുടെ പങ്ക് = $\frac{15}{31}\times31000=₹15000$, B യുടെ പങ്ക് = $\frac{10}{31}\times31000=₹10000$ C യുടെ പങ്ക്

₹ 31000 – (₹ 15000 + ₹ 10000)= ₹ 6000.

04_8th_Maths_Life Mathematics_Chap 4_Malayalam.indd 149 2/21/2023 6:50:32 PM

ശ്രമിക്കുക

1. വിക്രമിന് ഒരു ജോലിയുടെ മൂന്നിലൊന്ന് ഭാഗം p ദിവസങ്ങളിൽ ചെയ്യാം. എങ്കിൽ ആജോലിയുടെ $\frac{3}{4}$ ഭാഗം _____ ദിവസങ്ങളിൽ ചെയ്യാം.
2. m ആളുകൾക്ക് ഒരു ജോലി n ദിവസങ്ങളിൽ ചെയ്തു തീർക്കാമെങ്കിൽ $4m$ ആളുകളുകൾക്ക് ഈ ജോലി _____ ദിവസങ്ങളിൽ ചെയ്തു തീർക്കാം. കൂടാതെ $\frac{m}{4}$ ആളുകൾക്ക് ഈ ജോലി _____ ദിവസങ്ങളിൽ ചെയ്തു തീർക്കാം.

SEYHZ

അഭ്യാസം 4.4

1. പൂരിപ്പിക്കുക.

(i) A ഒരു ജോലി 3 ദിവസം കൊണ്ടും B ഒരു ജോലി 6 ദിവസം കൊണ്ടും ചെയ്തു തീർത്താൽ രണ്ടു പേരും ചേർന്ന് ആ ജോലി _____ ദിവസങ്ങൾ കൊണ്ട് ചെയ്തു തീർക്കാം.

(ii) 5 ആളുകൾക്ക് 5ജോലികൾ 5 ദിവസം കൊണ്ട് ചെയ്യാമെങ്കിൽ 50 ആളുകൾക്ക് 50 ജോലികൾ _____. ദിവസങ്ങൾ കൊണ്ട് ചെയ്തു തീർക്കാം.

(iii) A യ്ക്ക് ഒരു ജോലി 24 ദിവസങ്ങൾ കൊണ്ട് ചെയ്തു തീർക്കാം. A യും B യും ചേർന്ന് 6 ദിവസങ്ങൾ കൊണ്ട് ആ ജോലി ചെയ്തു തീർത്താൽ B തനിയെ ആജോലി _____ ദിവസങ്ങൾ കൊണ്ട് ചെയ്തു തീർക്കാം.

(iv) A യ്ക്ക് ഒരു ജോലി 35 ദിവസങ്ങളിൽ ചെയ്തു തീർക്കാൻ സാധിക്കും. B, A യേക്കാൾ 40% ജോലിയിൽ നിപുണനായ വ്യക്തിയാണ്. എങ്കിൽ B ആജോലി _____ ദിവസങ്ങളിൽ ചെയ്തു തീർക്കും.

(v) A തനിയെ ഒരു ജോലി 10 ദിവസം കൊണ്ടും B തനിയെ അതേ ജോലി 15 ദിവസം കൊണ്ടും ചെയ്തു തീർക്കും .അവർക്ക് ലഭിക്കുന്ന വേതനം 200000 ആയാൽ A യ്ക്ക് ലഭിക്കുന്ന തുക _____ ആയിരിക്കും.

2. 210 ആളുകൾ ഒരു ദിവസം 12 മണിക്കൂർ വീതം ജോലി ചെയ്ത് 18 ദിവസങ്ങൾ കൊണ്ട് ഒരു ജോലി പൂർത്തിയാക്കും. എങ്കിൽ ഒരു ദിവസം 14 മണിക്കൂർ വീതം ജോലി ചെയ്ത് 20 ദിവസങ്ങൾ കൊണ്ട് ജോലി പൂർത്തിയാക്കാൻ എത്ര ആളുകൾ ആവശ്യമാണ്?
3. ഒരു സിമന്റ് ഫാക്ടറി 7000 സിമന്റ് ചാക്കുകൾ 12 ദിവസങ്ങൾ കൊണ്ട് 36 യന്ത്രങ്ങളുടെ സഹായത്തോടെ നിർമ്മിക്കുന്നു. എങ്കിൽ 18 ദിവസങ്ങൾ കൊണ്ട് 24 യന്ത്രങ്ങളുടെ സഹായത്തോടെ എത്ര ചാക്ക് സിമന്റ് നിർമ്മിക്കാം?
4. ഒരു സോപ്പ് ഫാക്ടറി ഒരുദിവസം 15 മണിക്കൂർ വീതം ജോലി ചെയ്ത് 6 ദിവസങ്ങൾ കൊണ്ട് 9600 സോപ്പുകൾ നിർമ്മിക്കുന്നു. ഓരോ ദിവസവും 3 മണിക്കൂർ കൂടുതൽ നേരം ജോലി ചെയ്ത് 14400 സോപ്പുകൾനിർമ്മിക്കുന്നതിന് എത്ര ദിവസങ്ങൾ ആവശ്യമാണ്?
5. 6 ലോറികൾക്ക് 5 ദിവസം കൊണ്ട് 135 ടൺ 4 ദിവസം കൊണ്ട് 180 ടൺ ചരക്കുകൾ കയറ്റിയിറക്കാൻ എത്ര ലോറികൾ കൂടുതലായി ആവശ്യമുണ്ട്?
6. A യ്ക്ക് ഒരു ജോലി 12 മണിക്കൂർ കൊണ്ട് ചെയ്തു തീർക്കും. B യും C യും ചേർന്ന് ആജോലി 3മണിക്കൂർകൊണ്ടും A യും C യും ചേർന്ന് ആ ജോലി 6 മണിക്കൂർകൊണ്ടും ചെയ്തു തീർക്കുമെങ്കിൽ B തനിയെ ആ ജോലി എത്ര ദിവസം കൊണ്ടു ചെയ്തു തീർക്കും?
7. A യും B യും ചേർന്ന് ഒരു ജോലി 12 ദിവസങ്ങൾ കൊണ്ടും B യും C യും ചേർന്ന് അതേ ജോലി 15 ദിവസങ്ങൾകൊണ്ടും A യും C യും ചേർന്ന് അതേ ജോലി 20 ദിവസങ്ങൾ കൊണ്ടും ചെയ്തു തീർക്കുന്നു എങ്കിൽ ഓരോരുത്തരും തനിത്തനിയേ ആ ജോലി ചെയ്തു തീർക്കാൻ എത്ര ദിവസം എടുക്കും?
8. A എന്ന ഒരു മരപ്പണിക്കാരൻ ഒരു കസേരയുടെ ഭാഗങ്ങൾ യോജിപ്പിക്കാൻ 15 മിനിറ്റ് എടുക്കുന്നു. എന്ന മരപ്പണിക്കാരൻ അതേ ജോലി ചെയ്യാൻ 3 മിനിട്ട് കൂടുതലായി എടുക്കും. അവർരണ്ടു

04_8th_Maths_Life Mathematics_Chap 4_Malayalam.indd 150 2/21/2023 6:50:32 PM

പേരും ചേർന്ന് 22 കസേരകൾ യോജിപ്പിച്ചെടുക്കാൻ എത്ര സമയം ആകും?

9. A എന്ന വ്യക്തിക്ക് ഒരു ജോലി 45 ദിവസങ്ങൾ കൊണ്ട് ചെയ്ത് തീർക്കാം എന്ന വ്യക്തി 15 ദിവസങ്ങൾ ജോലി ചെയ്ത ശേഷം അവശേഷിച്ച ജോലി B തനിയെ 24 ദിവസങ്ങൾകൊണ്ട് ചോയ്തു തീർക്കുന്നു. എങ്കിൽ അവർ രണ്ടു പേരും ചേർന്ന് 80%ജോലി പൂർത്തിയാക്കാനെടുക്കുന്ന സമയം കാണുക?
10. A എന്ന ആൾ B യേക്കാൾ മൂന്ന് മടങ്ങ് വേഗത്തിൽ ജോലി ചെയ്യുന്നു. B യ്ക്ക് തനിയേ ഒരു ജോലി 24 ദിവസങ്ങൾ കൊണ്ട് ചെയ്തു തീർക്കാമെങ്കിൽ രണ്ടു പേരും ചേർന്ന് ആജോലി എത്ര ദിവസങ്ങൾ കൊണ്ട് ചെയ്ത് തീർക്കു?

അഭ്യാസം 4.5

പലവകചോദ്യങ്ങൾ



1. ഒരു പഴക്കച്ചവടക്കാരൻ കുറേ മാങ്ങകൾ കുറേ മാങ്ങകൾ വാങ്ങി. അതിന്റെ 10% അഴുകിയതായിരുന്നു. ബാക്കിയുള്ളതിന്റെ $33\frac{1}{3}\%$ വിറ്റു. അയാളുടെ കൈയ്യിൽ ബാക്കി 240 മാങ്ങകൾ ഉണ്ടെങ്കിൽ അയാൾ വാങ്ങിയ മാങ്ങകളുടെ എണ്ണം എത്ര?
2. ഒരു വിദ്യാർത്ഥി ഒരുപരീക്ഷയിൽ 31% മാർക്ക് വാങ്ങി. എന്നാൽ 12 മാർക്കിന് തോറ്റു പോയി. ജയിക്കാൻ വേണ്ട മാർക്ക് 35% ആകയാൽ ആകെ മാർക്ക് എത്ര ?
3. സുൽത്താന ഒരു പലചരക്ക് കടയിൽ നിന്നും താഴെ കാണുന്ന സാധനങ്ങൾ വാങ്ങി. അവൾ അടയ്ക്കേ ആകെ ബിൽത്തുക കാണുക.

(i) ₹800 വിലയുള്ള മരുന്നുകൾ. അതിന്റെ GST 5%



(ii) സൗന്ദര്യവർദ്ധക വസ്തുക്കൾ ₹650 അതിന്റെ GST 12%



(iii) ധാന്യങ്ങൾ ₹900 അതിന്റെ GST 0%



(iv) സൺഗ്ലാസ് ₹1750 അതിന്റെ GST 18%



(v) എയർകിഷണർ ₹28,500 അതിന്റെ GST 28%

4. P യുടെ വരുമാനം Q വിനെക്കാൾ 25% അധികമാണ് Q വിന്റെ വരുമാനം P യെക്കാൾ എത്ര ശതമാനമാണ് കുറവ്



5. വൈദേഹി ഓരോന്നും ₹2200 വീതം വിലവരുന്ന രണ്ടു സാരികൾ വിറ്റു. ഒന്നിന് 10% ലാഭവും മറ്റൊന്നിന് 10% നഷ്ടവും അവൾക്ക് ലഭിച്ചു. വില്പനയിൽ അവൾക്കുണ്ടായ ലാഭം അല്ലെങ്കിൽ നഷ്ടശതമാനം കണ്ടുപിടിക്കുക.
6. 32 ആളുകൾ 12 മണിക്കൂർ വീതം ഒരു ദിവസം ജോലി ചെയ്താൽ 15 ദിവസം കൊണ്ട് ഒരു ജോലി പൂർത്തിയാകും. എങ്കിൽ 24 ദിവസങ്ങൾ കൊണ്ട് ആ ജോലി പൂർത്തിയാക്കാൻ എത്ര ആളുകൾ ആവശ്യമാണ്?

04_8th_Maths_Life Mathematics_Chap 4_Malayalam.indd 151 2/21/2023 6:50:33 PM

7. അമുത 18 ദിവസങ്ങൾ കൊണ്ട് ഒരു സാരി നെയ്തു തീരും. അഞ്ജലി ,അമുതയേക്കാൾ രണ്ടു മടങ്ങ് നല്ല നെയ്ത്തു കാരിയാണ്. രണ്ടു പേരും ഒരു മിച്ച് നെയ്താൽ എത്ര ദിവസം കൊണ്ട് ഒരു സാരി നെയ്തു തീർക്കും.
8. P, Q എന്നിവർ ഒരു ജോലി യഥാക്രമം 12 ദിവസങ്ങൾ 15 ദിവസങ്ങളിൽ ചെയ്തു തീർക്കും. P ജോലി ചെയ്ത് തുടങ്ങിയതിന് 3 ദിവസങ്ങൾക്കു ശേഷമാണ് Q ജോലിയിൽ ചേർന്നത്. എങ്കിൽ എത്ര ദിവസങ്ങൾ കൊണ്ട് ആജോലി പൂർത്തിയാകും?

വെല്ലുവിളിഉണർത്തുന്ന ചോദ്യങ്ങൾ



9. ഒരു ഭിന്ന സംഖ്യയുടെ ഛേദം 10% വും അംശം 50% വും വർദ്ധിക്കുമ്പോൾ സംഖ്യ 2/5 ആയിമാറുന്നു. എങ്കിൽ ആദ്യത്തെ ഭിന്നം കാണുക.
10. ഗോപി ഒരു ലാപ്ടോപ്പ് 12% ലാഭത്തിൽ വിറ്റു. ₹1200 കൂടുതലായി വിൽക്കുകയാ ണെങ്കിൽ ലാഭം 20% ആകും. ലാപ്ടോപ്പിന്റെ വാങ്ങിയ വില കാണുക
11. ഒരു വ്യാപാരി മുദ്രണം ചെയ്യപ്പെട്ട വില ₹180 ഉം കൂടാതെ വിറ്റവില ₹108 ഉം ഉള്ള ഒരു വസ്തു വിന് തുടർച്ചയായിട്ടുള്ള രണ്ട് കിഴിവുകൾ നൽകി. രണ്ടാമത്തെ കിഴിവ് 25% എങ്കിൽ ആദ ്യത്തെ കിഴിവ് ശതമാനം കാണുക.
12. 2 വർഷത്തിൽ ഒരു മുതൽ അതിന്റെ 1.69 മടങ്ങ് ആകുന്നുവെങ്കിൽ കൂട്ടുപലിശാനിരക്ക് കാണുക.
13. ഒരു ചെറുകിട വ്യവസായ ശാല 40 ജോലിക്കാരെ കൊണ്ട്150 ദിവസത്തിൽ 540 പമ്പ് സെറ്റുകൾ നിർമ്മിച്ചു തരാമെന്ന് ഒരു ഉടമ്പടി ചെയ്തുരുന്നു. 75 ദിവസങ്ങൾക്കു ശേഷം വ്യവസായ ശാലയ്ക്ക് 180 പമ്പ് സെറ്റുകൾ മാത്രമേ നിർമ്മിക്കുവാൻ സാധിച്ചുള്ളൂ. എങ്കിൽ പറഞ്ഞ സമയത്ത് ജോലി ചെയ്തു തീർക്കാൻ എത്ര ജോലിക്കാരെ കൂടുതൽ നിയമിക്കണം.?
14. P തനിയെ ഒരു ജോലിയുടെ $\frac{1}{2}$ ഭാഗം 6 ദിവസങ്ങൾ കൊണ്ടും Q തനിയെ അതേ ജോലിയുടെ $\frac{2}{3}$ ഭാഗം 4 ദിവസങ്ങൾ കൊണ്ടും ചെയ്തു തീർക്കുന്നു. എങ്കിൽ രണ്ടുപേരും ചേർന്ന് ആ ജോലിയുടെ $\frac{3}{4}$ ഭാഗം എത്ര ദിവസം കൊണ്ട് ചെയ്തു തീർക്കും.
15. X തനിയെ ഒരു ജോലി 6 ദിവസങ്ങൾ കൊണ്ടും Y തനിയെ ആ ജോലി 8 ദിവസങ്ങൾ കൊണ്ടും ചെയ്തു തീർക്കും. X നും Y യ്ക്കും ചേർത്ത് ആ ജോലിക്കുള്ള വേതനം ₹48000 ലഭിക്കുന്നു. Z ന്റെ സഹായത്തോടെ അവർ ആ ജോലി 3 ദിവസത്തിൽ ചെയ്തു തീർക്കുന്നു. എങ്കിൽ Z ന് ലഭിക്കുന്ന വേതനം കാണുക

സംഗ്രഹം

- ഒരു വസ്തു വാങ്ങുന്ന വിലയെ വാങ്ങിയ വില *(C.P)* എന്ന് വിളിക്കുന്നു.
- ഒരു വസ്തു വിൽക്കുമ്പോൾ ലഭിക്കുന്ന തുകയെ വിറ്റവില *(S.P)* എന്ന് വിളിക്കുന്നു.
- *S.P* എന്നത് *C.P* യെക്കാൾ കൂടുതലാണെങ്കിൽ ലാഭം സംഭവിക്കുന്നു. ലാഭം= *S.P – C.P.*
- *S.P* എന്നത് *C.P* യെക്കാൾ കുറവാണെങ്കിൽ നഷ്ടം സംഭവിക്കുന്നു. നഷ്ടം= *C.P – S.P.*
- **സൂത്രവാക്യങ്ങൾ**

(i) ലാഭ % $= \left(\frac{\text{ലാഭം}}{C.P} \times 100\right)\%$

(ii) നഷ്ട % $= \left(\frac{\text{നഷ്ടം}}{C.P} \times 100\right)\%$

(iii) S.P $= \frac{(100 + \text{ലാഭ \%})}{100} \times$ (or) C.P $= \left(\frac{100}{100 + \text{ലാഭ \%}}\right) \times$ S.P

(iv) S.P $= \frac{(100 - \text{നഷ്ട \%})}{100} \times$ C.P (or) C.P $= \frac{100}{(100 - \text{നഷ്ട \%})} \times$ S.P

04_8th_Maths_Life Mathematics_Chap 4_Malayalam.indd 152 2/21/2023 6:50:34 PM

- വാർഷിക കൂട്ടുപലിശ, $A= P\left(1+\frac{r}{100}\right)^{n}$.
- അർദ്ധ വാർഷിക കൂട്ടുപലിശ, $A= P\left(1+\frac{r}{200}\right)^{2n}$.
- കാൽ വാർഷിക കൂട്ടുപലിശ, $A= P\left(1+\frac{r}{400}\right)^{4n}$.
- വാർഷിക കൂട്ടുപലിശ കണക്കാക്കുകയും എന്നാൽ പലിശ നിരക്കിൽ വർഷംതോറും വ്യത്യസ്തമാവുകയും ചെയ്താൽ, $A=P\left(1+\frac{a}{100}\right)\left(1+\frac{b}{100}\right)\left(1+\frac{c}{100}\right)\ldots$ ഇവിടെ a, b കൂടാതെ c എന്നിവ യഥാക്രമം I, II കൂടാതെ III എന്നീ വർഷങ്ങളിലെ പലിശ നിരക്കുകൾ ആകുന്നു.
- വാർഷിക കൂട്ടുപലിശ കണക്കാക്കുകയും എന്നാൽ കാലം ഒരു ഭിന്നസംഖ്യ വർഷങ്ങൾ $a\frac{b}{c}$ ആണെങ്കിൽ $A=P\left(1+\frac{r}{100}\right)^{a}\left(1+\frac{\frac{b}{c}\times r}{100}\right)$ എന്നു പറയാം.
- C.I = തുക – മുതൽ (A–P).
- സാധാരണപലിശയും കൂട്ടുപലിശയും ആദ്യത്തെ പരിവർത്തനകാലയളവിൽ തുല്യമായിരിക്കും.
- രണ്ടുവർഷത്തേക്ക് S.I യ്ക്കും C.I യ്ക്കും തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം $C.I - S.I = P\left(\frac{r}{100}\right)^{2}$.
- 3 വർഷത്തേയ്ക്ക് C.I യ്ക്കും S.I യ്ക്കും തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം $C.I - S.I = P\left(\frac{r}{100}\right)^{2}\left(3+\frac{r}{100}\right)$
- x, y എന്നീ അളവുകൾ സമാവുപാതത്തിലായാൽ $k=\frac{y}{x}$ ആയിരിക്കും k ഒരു പോസിറ്റീവ് സ്ഥിരസംഖ്യ
- x, y എന്നിവ വിപരീതാനുപാത്തിലായാൽ $xy = k$ ആയിരിക്കും k ഒരു പോസിറ്റീവ് ധനസംഖ്യ.
- ഒരേ പ്രശ്നത്തിൽ രണ്ടോ അതിൽ കൂടുതലോ വ്യതിയാനങ്ങൾ ഒരുമിച്ച് വരുന്നതിനെ മിശ്ര വ്യതിയാനം എന്ന് പറയുന്നു.
- വ്യതിയാനങ്ങളുടെ അംശബന്ധം കണ്ടുപിടിച്ച ശേഷം , അഗ്രവിലകളുടെ ഗുണനഫലം = മധ്യവിലകളുടെ ഗുണനഫലം എന്ന തത്വമുപയോഗിച്ച് അറിയപ്പെടാത്ത മൂല്യം (x) കണ്ടുപിടിക്കാവുന്നതാണ്.
- $\frac{P_1\times D_1\times H_1}{W_1}=\frac{P_2\times D_2\times H_2}{W_2}$ എന്ന സൂത്രവാക്യം ഉപയോഗിച്ചും അറിയപ്പെടാത്ത മൂല്യം (x) കണ്ടുപിടിക്കാം
- ഗുണന ഘടക രീതി ഉപയോഗിച്ചും അറിയപ്പെടാത്ത മൂല്യം (x) കണ്ടുപിടിക്കാം
- X, Y എന്നീ രണ്ടു വ്യക്തികൾ ഒരു ജോലി യഥാക്രമം a, b എന്നീ ദിവസങ്ങളിൽ തീർക്കുന്നു. എങ്കിൽ അവരുടെ ഒരു ദിവസത്തെ ജോലി യഥാക്രമം $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{b}$ ആകുന്നു. X, Y എന്നിവർ ചേർന്ന് ആ ജോലി $\frac{ab}{a+b}$ ദിവസങ്ങളിൽ പൂർത്തിയാക്കും.

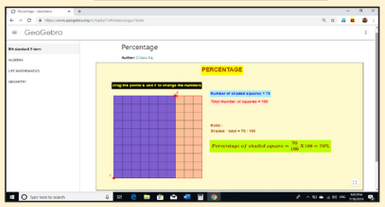
04_8th_Maths_Life Mathematics_Chap 4_Malayalam.indd 153 2/21/2023 6:50:41 PM

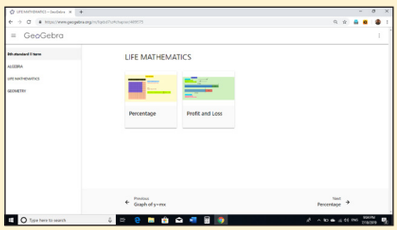
ഐ.സി.ടി കോർണർ

ഘട്ടം -1 Browser open ചെയ്ത് താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന URL Link type ചെയ്യുക അല്ലെങ്കിൽ (or) QR Code scan. “LIFE MATHEMATICS” (ദൈനംദിതഗണിതം) എന്ന ജിയോജിബ്രയുടെ വർക്കുബുക്ക് ഭാഗം ഓപ്പൺ ആകും “Percentage (ശതമാനം)”. എന്ന വർക്ക് ഷീറ്റ് ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക

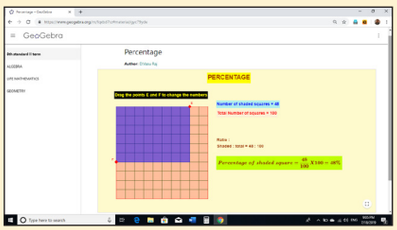
ഘട്ടം-2 തന്നിരിക്കുന്ന വർക്കുഷീറ്റിൽ ചുവന്ന ബിന്ദുക്കൾ E കൂടാതെ എന്നിവയെ F വലിച്ചു നീട്ടിയാൽ (drag) നീലദീർഘചതുരം മാറുന്നതായി കാണാം. നീല ദീർഘ ചതുരം കൂടാതെ ആകെ ദീർഘചതുരം എന്നിവയുടെ അംശബന്ധം ചതുരങ്ങളെ എണ്ണികണ്ടുപിടിക്കുക. കൂടാതെ അവയുടെ അംശബന്ധം, ശതമാനം എന്നിവ പരിശോധിക്കുക.

പ്രതീക്ഷിക്കുന്ന ഫലം





ഘട്ടം 1



ഘട്ടം 2

SKT0B

ഈ അദ്ധ്യായത്തിൽ നൽകിയിരിക്കുന്ന ശേഷിക്കുന്ന വർക്ക്ഷീറ്റുകളും ചെയ്തു നോക്കുക.

Browse in the link

Life Mathematics:

https://www.geogebra.org/m/fqxbd7rz#chapter/409575 or Scan the QR Code.

*Pictures are indicatives only.

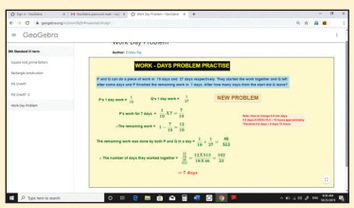
*If browser requires, allow Flash Player or Java Script to load the page.

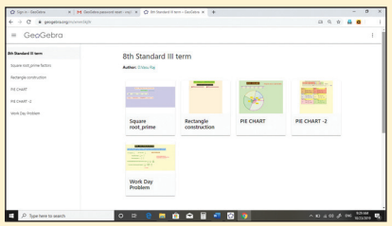
ഐ.സി.ടി കോർണർ

ഘട്ടം -1 ബ്രൗസർ തുറന്ന് ചുവടെ നല്കിയിരിക്കുന്ന URL ലിങ്ക് അച്ചടിക്കുക. അല്ലെങ്കിൽ QR കോഡ് സ്കാൻ ചെയ്യുക. 8 ാം തരം ഘട്ടം എന്ന് പേരുള്ള വർക്ക് ഷീറ്റ് സ്ക്രീനിൽ തെളിയും. തൽക്ഷണം വർക്ക് ഡേ പ്രശ്നം എന്ന വർക്ക് ഷീറ്റിനെ തെരഞ്ഞെടുക്കുക.

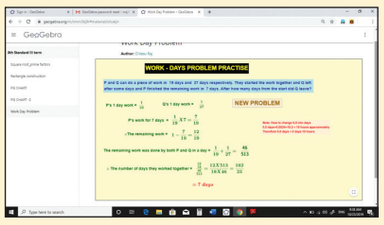
ഘട്ടം-2 പുതിയ പ്രശ്നം എന്നതിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക. ക്രിയകൾ സ്വയം പരിശോധിച്ച് പ്രവർത്തിക്കുക.

പ്രതീക്ഷിച്ച ഫലം





ഘട്ടം 1



ഘട്ടം 2

CA6TY

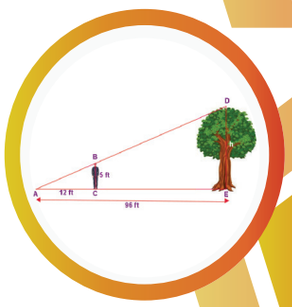
Browse in the link

Life Mathematics:

https://www.geogebra.org/m/xmm5kj9r or Scan the QR Code.

04_8th_Maths_Life Mathematics_Chap 4_Malayalam.indd 154 2/21/2023 6:50:42 PM

5 ജ്യാമിതി



പഠന ഫലങ്ങൾ

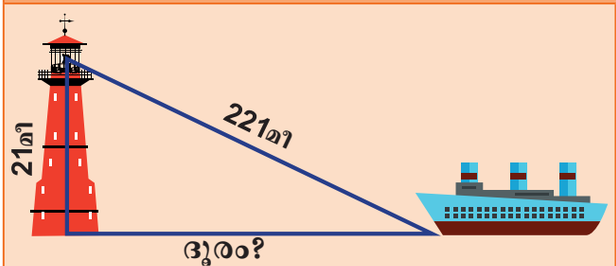
- ത്രികോണങ്ങളുടെ സദൃശത, സർവ്വസമത്വം, സവിശേഷതകൾ എന്നിവയെ ഓർമ്മപ്പെടുത്തൽ.
- ത്രികോണങ്ങളുടെ സവിശേഷതകളെ അടിസ്ഥാനമാക്കിയുള്ള സിദ്ധാന്തങ്ങൾ മനസ്സിലാക്കി അതുപയോഗിച്ച് നിർദ്ധാരണം ചെയ്യൽ.
- പൈതഗോറസ് സിദ്ധാന്തത്തെക്കുറിച്ച് മനസ്സിലാക്കുകയും അതുപയോഗിച്ചുള്ള കണക്കുകൾ ചെയ്യുകയും ചെയ്യുന്നു
- ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ ഉന്നതി, കോണദ്വിഭാജകം ലംബദ്വിഭാജം മധ്യമങ്ങളുടെ സംഗാമി, എന്നിവയെ കുറിച്ചുള്ള അറിവ്
- വിവിധതരം ചതുർഭുജങ്ങളുടെ നിർമ്മിതി.

S7T8P

5.1 ആമുഖം

ജ്യാമിതി എന്നത് ബിന്ദുക്കൾ, വൃത്തങ്ങൾ, ത്രികോണങ്ങൾ തുടങ്ങിയ ദ്വിമാനരൂപങ്ങൾ, ഘന രൂപങ്ങൾ എന്നിവയെ കുറിച്ചുള്ള പഠനമാണെന്ന് നമുക്കറിയാം. മുൻപത്തെ ക്ലാസ്സുകളിൽ നാം ത്രികോണങ്ങളുടെ ചില സവിശേഷതകളെക്കുറിച്ച് പഠിച്ചു കഴിഞ്ഞു. ഈ ഘട്ടത്തിൽ അവയെ വീണ്ടും ഓർമ്മിക്കുകയും, ത്രികോണങ്ങളുടെ സദൃശതയെക്കുറിച്ചും, സർവ്വസമത്വത്തെക്കുറിച്ചും, കൂടുതൽ പഠിക്കുകയും ചെയ്യാം. കൂടാതെ, പൈതഗോറിയൻ സിദ്ധാന്തം ഒരു ത്രികോണത്തിലെ മധ്യമങ്ങൾ, ഉന്നതികൾ, കോൺ ദ്വിഭാജകങ്ങൾ, ലംബ ദ്വിഭാജകങ്ങൾ എന്നിവയുടെ സമന്വയത്തെക്കുറിച്ചും നമ്മൾ പഠിക്കും. കൂടാതെ, വിവിധ തരം ചതുർഭുജങ്ങൾ എങ്ങനെ നിർമ്മിക്കാമെന്നും കാണാം.

ഗണിതം പ്രകൃതിയിൽ – നിത്യ ജീവിതത്തിൽ ജ്യാമിതി



വസ്തുക്കളുടെ ദൂരം, ഉയരം, എന്നിവ കണ്ടു പിടിക്കുന്നതിന് പൈതഗോറസ് സിദ്ധാന്തം ഉപയോഗിക്കുന്നു

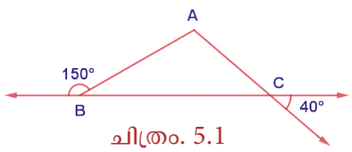


കൂടുതൽ ശക്തിയ്ക്കും സ്ഥിരതയ്ക്കും കെട്ടിട നിർമ്മാണത്തിൽ സദൃശ ത്രികോണങ്ങൾ.

05_8th_Maths_Geometry_Chap 5_Malayalam.indd 155 1/25/2023 5:29:01 PM

ത്രികോണങ്ങളുടെ സവിശേഷതകളെ ഓർമ്മിക്കൽ താഴെ തരുന്ന ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ഉത്തരമെഴുതുക:

1. ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്നു കോണുകളുടെ തുക _____ ആകുന്നു.
2. ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ ബാഹ്യകോൺ_____ കോണുകളുടെ തുകയ്ക്ക് തുല്യമായിരിക്കും.
3. ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ രണ്ടു വശങ്ങളുടെ തുക മൂന്നാമത്തെ വശത്തിനേക്കാൾ _____ ആയിരിക്കും.
4. ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ സമവശങ്ങളുടെ എതിർ കോണുകൾ _____ ആയിരിക്കും. ഇത് തിരിച്ചും ആയിരിക്കുന്നതാണ്.
5. ABC എന്ന ത്രികോണത്തിൽ $\angle A$ എന്താണ്?

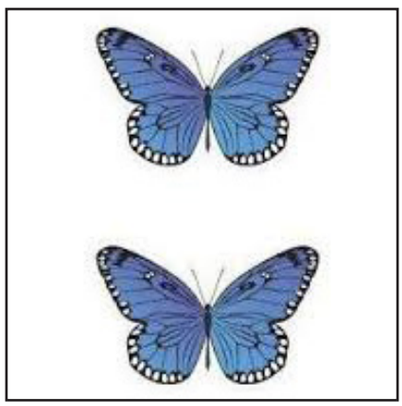
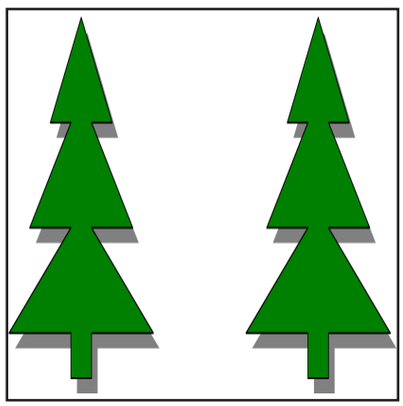


ചിത്രം. 5.1

5.2 സർവ്വസമ സദൃശ രൂപങ്ങൾ

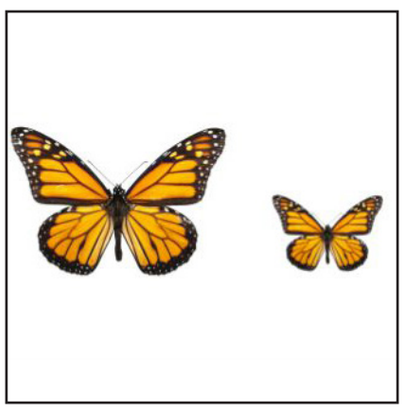
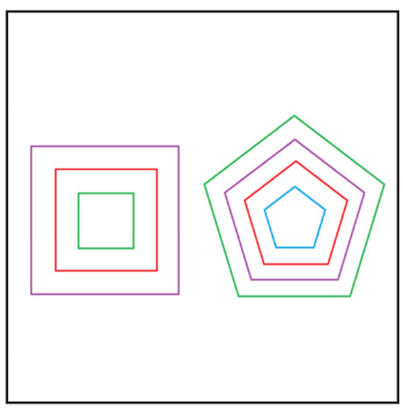
സർവ്വസമ രൂപങ്ങൾ കൃത്യമായി ഒരേ ആകൃതിയും, വലിപ്പവും ഉള്ളവയാണ്. രണ്ടു രൂപങ്ങൾ സർവ്വ സമങ്ങളാണെങ്കിൽ ഒന്നു മറ്റേതിൻമേൽ ചേർത്തു വച്ചാൽ ഒന്നിനോടൊന്ന് പതിഞ്ഞിരിക്കും.

ഉദാഹരണങ്ങൾ

സദൃശ രൂപങ്ങൾക്ക് ഗണിതപരമായി ഒരേ ആകൃതിയും, വ്യത്യസ്ത വലിപ്പവുമാണ് ഉള്ളത്. രണ്ടു ജ്യാമിതീയ രൂപങ്ങൾ സദൃശങ്ങളാണെങ്കിൽ ($\sim$) അവയുടെ സമാന അളവുകളുടെ അംശബന്ധം ഒരു സ്ഥിരാങ്കം ആയിരിക്കും. മറ്റൊരു രീതിയിൽ പറഞ്ഞാൽ ഒരു രൂപത്തിനെ ഫോട്ടോഗ്രാഫിക് രീതിയിൽ വലുതാക്കുമ്പോൾ അതിന്റെ സദൃശ രൂപങ്ങൾ കിട്ടുന്നു.

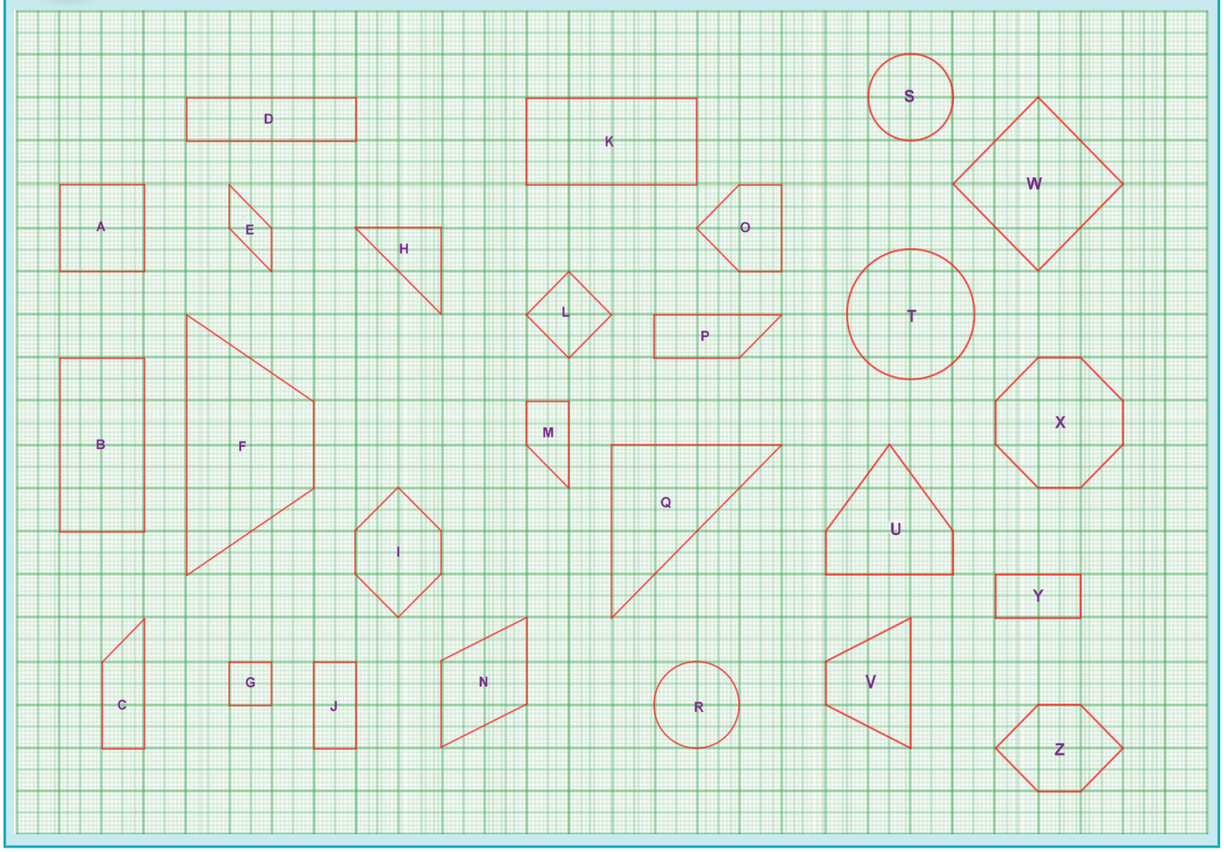
ഉദാഹരണങ്ങൾ

05_8th_Maths_Geometry_Chap 5_Malayalam.indd 156 1/25/2023 5:29:02 PM

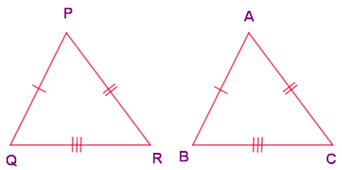
ശ്രമിക്കുക

സദൃശ രൂപങ്ങളെയും, സർവ്വസമരൂപങ്ങളെയും, കണ്ടുപിടിച്ച് അക്ഷരം കൊണ്ട് കുറിക്കുക.



5.2.1 സർവ്വസമ ത്രികോണങ്ങൾ

തന്നിട്ടുള്ള ത്രികോണങ്ങൾ PQR, ABC എന്നിവ പരിഗണിക്കുക. ഇവ സർവ്വസമങ്ങളാണ് (≡) PQ=AB, QR=BC PR=AC കൂടാതെ $\angle P = \angle A$, $\angle Q = \angle B$, $\angle R = \angle C$. രണ്ടു ത്രികോണങ്ങളും എല്ലാ രീതിയിലും ഒന്നിനോടൊന്നു പൊരുത്തപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു. ഇതിനെ $\Delta PQR \equiv \Delta ABC$ എന്നു കുറിയ്ക്കാം.



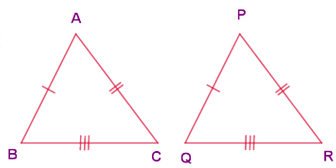
ചിത്രം. 5.2

രണ്ടു ത്രികോണങ്ങൾ സർവ്വസമമാണെന്നു തെളിയിക്കുന്നതിന് 4 വഴികളുണ്ട്.

(i) SSS (വശം – വശം – വശം) സർവ്വസമത

ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്നു വശങ്ങൾ മറ്റൊരു ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്നു വശങ്ങളോട് തുല്യമാണെങ്കിൽ ത്രികോണങ്ങൾ രണ്ടും സർവ്വസമമായിരിക്കും. അതായത് $AB = PQ$, $BC = QR$ കൂടാതെ $AC = PR$

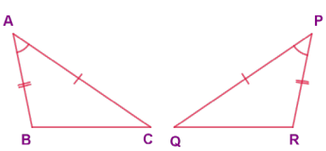
$\Rightarrow \Delta ABC \equiv \Delta PQR$.



ചിത്രം. 5.3

(ii) SAS (വശം – കോൺ – വശം) സർവ്വസമത

ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ രണ്ടു വശങ്ങളും അവ ഉൾകൊള്ളുന്ന കോണും മറ്റൊരു ത്രികോണത്തിന്റെ രണ്ടു വശങ്ങളോടും, അവയെ ഉൾക്കൊള്ളുന്ന കോണിനോടും തുല്യമാണെങ്കിൽ ആ ത്രികോണങ്ങൾ രണ്ടും സർവ്വസമമായിരിക്കും, $AC = PQ$, $\angle A = \angle P$ കൂടാതെ $AB = PR$ അതിനാൽ $\Delta ACB \equiv \Delta PQR$.

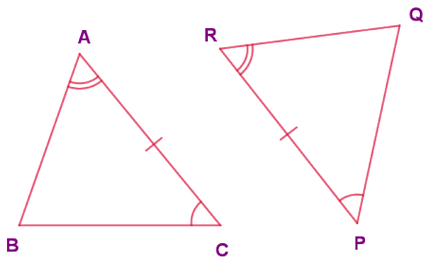


ചിത്രം. 5.4

05_8th_Maths_Geometry_Chap 5_Malayalam.indd 157 1/25/2023 5:29:05 PM

(iii) ASA (കോൺ-വശം-കോൺ) സർവ്വസമത

ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ രണ്ടു കോണുകളും അവയെ ഉൾക്കൊള്ളുന്ന വശവും, മറ്റേ ത്രികോണത്തിന്റെ രണ്ടു കോണുകളോടും അവയെ ഉൾക്കൊള്ളുന്ന വശത്തിനോടും തുല്യമാണെങ്കിൽ ആ ത്രികോണങ്ങൾ രണ്ടും സർവ്വസമമായിരിക്കും, $\angle A = \angle R$, CA=PR കൂടാതെ $\angle C = \angle P$ അതിനാൽ $\Delta ABC \equiv \Delta RQP$



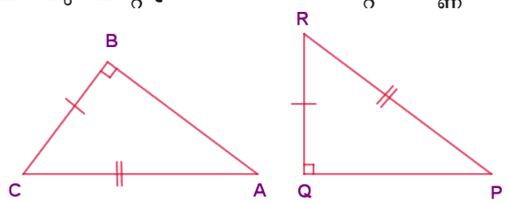
ചിത്രം. 5.5

(iv) RHS (സമകോൺ – കർണ്ണം – വശം) സർവ്വസമത

ഒരു സമകോണ ത്രികോണത്തിന്റെ കർണ്ണവും, പാദവശവും മറ്റെ ത്രികോണത്തിന്റെ കർണ്ണത്തിനോടും, പാദവശത്തിനോടും തുല്യമാണെങ്കിൽ ത്രികോണങ്ങൾ രണ്ടും സർവ്വസമമായിരിക്കും. ഇവിടെ, $\angle B = \angle Q = 90°$, $BC = QR$ കൂടാതെ $AC = PR$

(സമകോൺ) (പാദവശം) (കർണ്ണം)

അതിനാൽ $\Delta ABC \equiv \Delta PQR$.



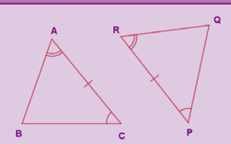
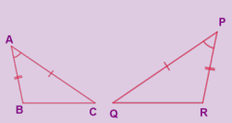
ചിത്രം. 5.6

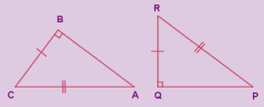
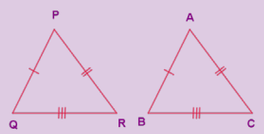
കുറിപ്പ്

- ഓരോ രേഖാഖണ്ഡവും, കോണും അതിനോടു തന്നെ സർവ്വസമമാണ്.ഇതിനെ പ്രതിഫലന സവിശേഷത എന്നു പറയുന്നു.
- രണ്ടു ത്രികോണങ്ങൾ സർവ്വസമമാണെങ്കിൽ, അവയുടെ ഓരോ സമാന ഭാഗവും സർവ്വ സമമാണ്. ഇതിനെ **CPCTC (Corresponding parts of Congruent Triangles are Congruent)** സർവ്വസമത്രികോണങ്ങളുടെ സമാനവശങ്ങൾ സർവ്വസമം എന്നു പറയുന്നു.
- കോണുകൾ ഉടനെ വശങ്ങൾ എന്നത് അർത്ഥമാക്കുന്നത് ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ രണ്ടു കോണുകൾ സമമായാൽ അവയ്ക്കെതിരെയുള്ള വശങ്ങൾ സമമായിരിക്കും എന്നാണ്.
- വശങ്ങൾ ഉടനെ കോണുകൾ എന്നത് അർത്ഥമാക്കുന്നത് ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ രണ്ടു വശങ്ങൾ സമമായാൽ അവയ്ക്കെതിരെയുള്ള കോണുകൾ സമമായിരിക്കും എന്നാണ്.

ശ്രമിക്കുക

സർവ്വസമ പ്രമാണം ഉപയോഗിച്ച് യോജിപ്പിക്കുക

ക്രമ നമ്പർ	A	B
1		RHS
2		SSS

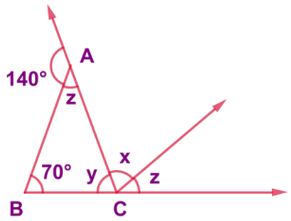
ക്രമ നമ്പർ	A	B
3		SAS
4		ASA

05_8th_Maths_Geometry_Chap 5_Malayalam.indd 158 1/25/2023 5:29:05 PM

ഉദാഹരണം 5.1

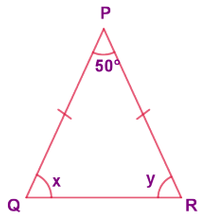
താഴെ തരുന്ന ചിത്രങ്ങളിൽ x, y, z കണ്ടുപിടിക്കുക

(i)



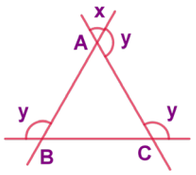
ചിത്രം. 5.7(i)

(ii)



ചിത്രം. 5.7(ii)

(iii)



ചിത്രം. 5.7(iii)

നിർദ്ധാരണം:

(i) ചിത്രം. 5.7 (i) ൽ, $140° + z = 180$ (രേഖാകോൺ)

$\Rightarrow z = 180° - 140° = 40°$

കൂടാതെ $x + z = 70° + z$ (ബാഹ്യകോൺ പ്രമാണം)

$\Rightarrow x = 70°$

കൂടാതെ $z + y + 70° = 180°$ (Δ ABC യുടെ കോണുകളുടെ തുകയുടെ സവിശേഷത)

$\Rightarrow 40° + y + 70° = 180°$

$\Rightarrow y = 180° - 110° = 70°$

(ii) ചിത്രം 5.7(ii) ൽ നിന്ന്, $PQ = PR$

$\Rightarrow \angle Q = \angle R$ (സമവശങ്ങളുടെ എതിർകോണുകൾ തുല്യം)

$\Rightarrow x = y$

$\Rightarrow x + y + 50° = 180°$ (ΔPQR ന്റെ കോണുകളുടെ തുക)

$\Rightarrow 2x = 130°$

$\Rightarrow x = 65°$

$\Rightarrow y = 65°$

(iii) ചിത്രം. 5.7(iii) ൽ നിന്ന്, in ΔABC $\angle A = x$ (ശീർഷാഭിമുഖകോണുകൾ)

ഇതുപോലെ $\angle B = \angle C = x$ (എന്തുകൊണ്ട്?)

$\Rightarrow \angle A + \angle B + \angle C = 180°$ (ΔABC യുടെ കോണുകളുടെ തുക)

$\Rightarrow 3x = 180°$

$\Rightarrow x = 60°$

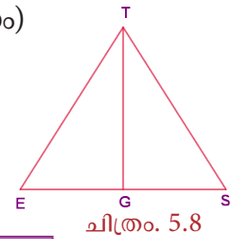
$\Rightarrow y = 180° - 60° = 120°$

05_8th_Maths_Geometry_Chap 5_Malayalam.indd 159 1/25/2023 5:29:10 PM

ഉദാഹരണം 5.2 (SSS സർവ്വസമത SAS സർവ്വസമത എന്നിവയുടെ വിശദീകരണം)

$\angle E = \angle S$, G എന്നത് ES, ന്റെ മദ്ധ്യബിന്ദു

$\Delta\ GET \equiv \Delta\ GST$ എന്നു തെളിയിക്കുക.

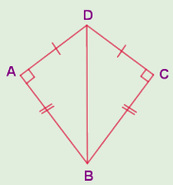


ചിത്രം. 5.8

തെളിവ്:

	പ്രസ്താവനകൾ	കാരണങ്ങൾ
1	$\angle E \equiv \angle S$	തന്നിട്ടുള്ളത്
2	$ET \equiv ST$	കോണുകൾ ഉടനെ വശങ്ങൾ
3	G എന്നത് ES, ന്റെ മദ്ധ്യബിന്ദു	തന്നിട്ടുള്ളത്
4	$EG \equiv SG$	3 ൽ നിന്ന്
5	$TG \equiv TG$	പൊതുവശം (പ്രതിഫലന സവിശേഷത)
6	$\Delta\ GET \equiv \Delta\ GST$	SSS (2,4,5) കൂടാതെ SAS (2,1,4)

ചിന്തിക്കുക



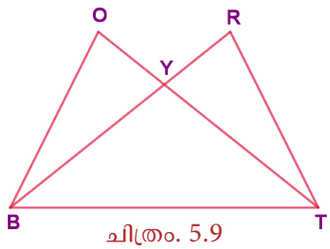
ചിത്രത്തിൽ , $DA = DC$, $BA = BC$. ത്രികോണങ്ങൾ DBA യും DBC യും സർവ്വസമമാണോ?

എന്തുകൊണ്ട്?

ഉദാഹരണം 5.3 (ASA സർവ്വസമത വിശദീകരണം)

$\angle YTB \equiv \angle YBT$ കൂടാതെ $\angle BOY \equiv \angle TRY$,

$\Delta BOY \equiv \Delta TRY$ എന്ന് തെളിയിക്കുക



ചിത്രം. 5.9

തെളിവ്:

	പ്രസ്താവന	കാരണങ്ങൾ
1	$\angle BYO \equiv \angle TYR$	എതിർകോണുകൾ സമം
2	$\angle YTB \equiv \angle YBT$	തന്നിട്ടുള്ളത്
3	$BY \equiv TY$	കോണുകൾ ഉടനെ വശങ്ങൾ
4	$\angle BOY \equiv \angle TRY$	തന്നിട്ടുള്ളത്
5	$\angle OBY \equiv \angle RTY$	1, 4 ൽ നിന്ന്
6	$\Delta BOY \equiv \Delta$TRY	ASA (1,3,5)

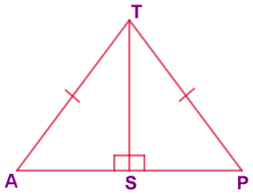
ഉദാഹരണം 5.3 (RHS ൽ സർവ്വസമത വിശദീകരണം)

TAP ഒരു ദ്വിസമഭുജത്രികോണമാണ് $TA = TP$ കൂടാതെ $\angle TSA = 90°$.

(i) $\triangle TAS \equiv \triangle TPS$ ആണോ? എന്തുകൊണ്ട്?

(ii) $\angle P = \angle A$ആണോ? എന്തുകൊണ്ട്?

(iii) $AS = PS$ ആണോ? എന്തുകൊണ്ട്?



ചിത്രം. 5.10

05_8th_Maths_Geometry_Chap 5_Malayalam.indd 160 1/25/2023 5:29:12 PM

തെളിവ്:

(i) TA = TP (കർണ്ണം) കൂടാതെ $\angle TSA = 90$

TS പൊതുവായത് (പാദം)

RHS സർവ്വസമപ്രമാണമനുസരിച്ച്, $\triangle TAS \equiv \triangle TPS$

(ii) TA = TP തന്നിട്ടുള്ളത്

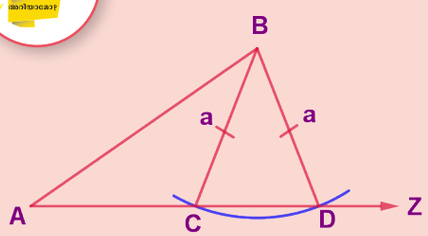
$\therefore \quad \angle P = \angle A$ (കോണുകൾ ഉടനെ വശങ്ങൾ)

(iii) $\triangle TAS \equiv \triangle TPS$, (i) ൽ നിന്ന്

CPCTC പ്രകാരം

$AS = PS$

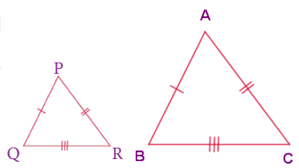




രണ്ടു ത്രികോണങ്ങൾ സർവ്വസമങ്ങളെന്നു തെളിയിക്കുന്നതിന് SSA, ASS സവിശേഷതകൾ മാത്രം പോര. ഇത് തന്നിട്ടുള്ള ചിത്രത്തിൽ വിശദമാക്കിയിട്ടുണ്ട്. ത്രികോണങ്ങൾ ABD, ABC,എന്നിവയിൽ BC = BD = a. കൂടാതെ, AB യും ∠BAZ ഉം പൊതുവാണ് എന്നാൽ AC ≠ AD. അതുകൊണ്ട്, ΔABDഎന്നത് ΔABC യ്ക്ക് സർവ്വസമമല്ല. അതിനാൽ SSA സവിശേഷത ശരിയാകുന്നില്ല.

5.2.2 സദൃശ ത്രികോണങ്ങൾ

തന്നിരിക്കുന്ന രണ്ട് ത്രികോണങ്ങളായ PQR, ABC എന്നിവ പരിഗണിക്കുക. അവ സദൃശമാകണമെങ്കിൽ (∼) അവയുടെ സമാന കോണുകൾ തുല്യവും സമാന വശങ്ങൾ ആനുപാതികവുമായിരിക്കണം.



ചിത്രം. 5.11

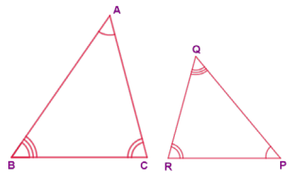
അതായത് $\angle P = \angle A, \angle Q = \angle B, \angle R = \angle C$ കൂടാതെ

$\frac{PQ}{AB} = \frac{PR}{AC} = \frac{QR}{BC}$. ഇതിനെ $\triangle PQR \sim \triangle ABC$. എന്ന് സൂചിപ്പിക്കാം

രണ്ടു ത്രികോണങ്ങൾ സദൃശമാണെന്നു തെളിയിക്കുന്നതിന് 4 വഴികളുണ്ട്:

(i) AAA (കോൺ – കോൺ – കോൺ) അഥവാ AA (കോൺ – കോൺ) സദൃശതാ

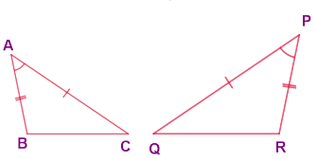
ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ രണ്ട് കോണുകൾ മറ്റൊരു ത്രികോണത്തിന്റെ സമാന കോണുകൾക്ക് തുല്യമെങ്കിൽ അവ സദൃശങ്ങളാണ് ചിത്രത്തിൽ, $\angle A = \angle P, \angle B = \angle Q$. അതിനാൽ, ΔABC ∼ ΔPQR.



ചിത്രം. 5.12

(ii) SAS (വശം – കോൺ – വശം) സദൃശതാ

രണ്ട് ത്രികോണങ്ങളിൽ ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ രണ്ട് വശങ്ങൾ മറ്റെ ത്രികോണത്തിന്റെ രണ്ട് വശങ്ങളുമായി ആനുപാതികവും വശങ്ങൾക്ക് ഇടയിലുള്ള കോണുകൾ തുല്യവുമാണെങ്കിൽ രണ്ടു ത്രികോണങ്ങളും സദൃശങ്ങളാണ്, $\frac{AC}{PQ} = \frac{AB}{PR}$ കൂടാതെ $\angle A = \angle P$ ആയതിനാൽ ΔACB ∼ ΔPQR.

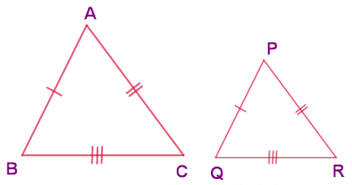


ചിത്രം. 5.13

05_8th_Maths_Geometry_Chap 5_Malayalam.indd 161 1/25/2023 5:29:14 PM

(iii) SSS (വശം - വശം - വശം) സദൃശതാ

രണ്ട് ത്രികോണങ്ങളിൽ ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾ മറ്റെ ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളുമായി ആനുപാതികമാണെങ്കിൽ ഈ രണ്ട് ത്രികോണങ്ങളും സദൃശങ്ങളാണ്. അതായത്, $\frac{AB}{PQ}=\frac{AC}{PR}=\frac{BC}{QR}$,



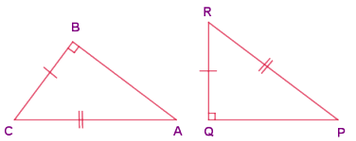
ചിത്രം. 5.14

ആയാൽ $\Delta ABC \sim \Delta PQR$.

(iv) RHS (സമകോൺ – കർണ്ണം – വശം) സദൃശതാ

രണ്ട് ത്രികോണങ്ങളിൽ ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ കർണ്ണവും, പാദവും, മറ്റെ ത്രികോണത്തിന്റെ കർണ്ണത്തോടും, സമാനവശത്തോടും ആനുപാതികമാണെങ്കിൽ ആ രണ്ടു ത്രികോണങ്ങളും സദൃശങ്ങളാണ്.

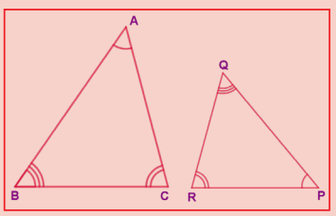
അതായത് $\angle B=\angle Q=90^\circ$ കൂടാതെ $\frac{AC}{PR}=\frac{BC}{QR}$ ആയാൽ, $\Delta ABC \sim \Delta PQR$.



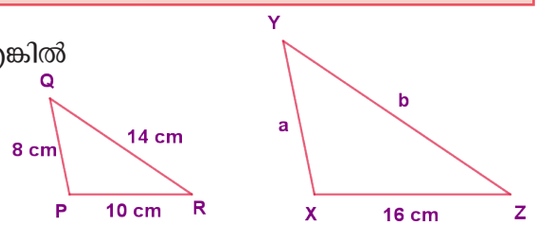
ചിത്രം. 5.15

നിങ്ങൾക്ക് അറിയാമോ?

$\Delta ABC \sim \Delta PQR$, ആണെങ്കിൽ ΔABC യിലെ AB, BC, AC എന്നിവയുടെ സമാനവശങ്ങൾ യഥാക്രമം PQ, QR, PR എന്നിവയും A, B, C എന്നീ കോണുകളുടെ സമാനകോണുകൾ യഥാക്രമം P,Q,R എന്നിവയും ആയിരിക്കും. ത്രികോണത്തിന് പേരിടുന്നത് പ്രാധാന്യമർഹിക്കുന്നതാണ്. ഉദാഹരണമായി $\Delta ABC \sim \Delta PQR$ എന്നാൽ ΔBAC എന്നത് ΔPQR. ന് സദൃശമല്ല.



ഉദാഹരണം 5.5 ചിത്രം. 5.16, ൽ $\Delta PQR \sim \Delta XYZ$,എങ്കിൽ a, b കാണുക



ചിത്രം. 5.16

നിർദ്ധാരണം:

തന്നിട്ടുള്ളത് $\Delta PQR \sim \Delta XYZ$

∴ സമാനവശങ്ങൾ ഒരേ അംശബന്ധത്തിലാണ്.

$$\Rightarrow \frac{PQ}{XY}=\frac{QR}{YZ}=\frac{PR}{XZ}$$

$$\Rightarrow \frac{8}{a}=\frac{14}{b}=\frac{10}{16}$$

$$\Rightarrow \frac{8}{a}=\frac{10}{16}$$

$$\Rightarrow a=\frac{8\times 16}{10}=\frac{128}{10}$$

$$a = 12.8 \text{ സെ.മീ.}$$

കൂടാതെ, $\frac{14}{b}=\frac{10}{16}$

$$\Rightarrow b=\frac{14\times 16}{10}=\frac{224}{10}$$

$$\therefore \quad b = 22.4 \text{ സെ.മീ.}$$

കുറിപ്പ്

- എല്ലാ വൃത്തങ്ങളും, സമചതുരങ്ങളും ഒന്നിനൊന്നു സദൃശങ്ങളാണ്.
- എല്ലാ ദീർഘചതുരങ്ങളും എപ്പോഴും സദൃശങ്ങളാകണമെന്നില്ല.
- രണ്ടു കോണുകൾ സമവും സംപൂരകകോണുകളും ആണെങ്കിൽ അവ സമകോണുകൾ ആയിരിക്കും.
- എല്ലാ സർവ്വസമത്രികോണങ്ങളും സദൃശങ്ങളാണ്.
- $\sim$ എന്ന ചിഹ്നം സദൃശതയെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു

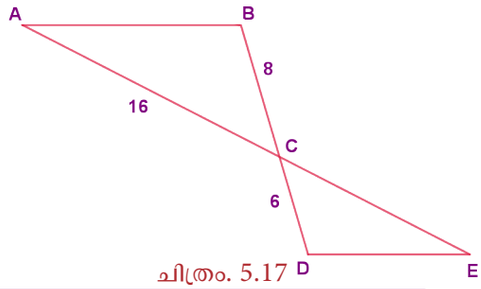
05_8th_Maths_Geometry_Chap 5_Malayalam.indd 162 1/25/2023 5:29:17 PM

ഉദാഹരണം 5.6 (AA സദൃശതയുടെ വിശദീകരണം)

ചിത്രം. 5.17 , $\angle ABC \equiv \angle EDC$ കൂടാതെ

ΔCDE യുടെ ചുറ്റളവ് 27 മാത്രകൾ, എങ്കിൽ

$AB \equiv EC$ എന്നു തെളിയിക്കുക.



ചിത്രം. 5.17

തെളിവ്:

	പ്രസ്താവന	കാരണങ്ങൾ
1	$\angle ABC \equiv \angle EDC$	തന്നിട്ടുള്ളത്
2	$\angle BCA \equiv \angle DCE$	ശീർഷാഭിമുഖ കോണുകൾ തുല്യമാണ്
3	$\Delta ABC \sim \Delta EDC$	AA സദൃശപ്രമാണം (1, 2)
4	$\frac{AB}{ED} = \frac{BC}{DC} = \frac{AC}{EC}$	സമാനവശങ്ങളുടെ അനുപാതം സമമാണ് (3)

$\Rightarrow \frac{8}{6} = \frac{16}{EC} \Rightarrow EC = 12$ മാത്രകൾ

തന്നിട്ടുള്ളത് ΔCDE യുടെ ചുറ്റളവ് = 27മാത്രകൾ,

$\therefore ED + DC + EC = 27 \Rightarrow ED + 6 + 12 = 27 \Rightarrow ED = 27-18 = 9$ മാത്രകൾ

$\therefore \frac{AB}{9} = \frac{8}{6} \Rightarrow AB = 12$ മാത്രകൾ അതിനാൽ $AB = EC$.

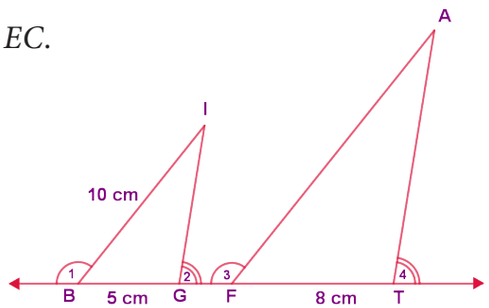
ഉദാഹരണം 5.7 (AA സദൃശതയുടെ വിശദീകരണം)

തന്നിട്ടുള്ള ചിത്രം. 5.18, ൽ

$\angle 1 \equiv \angle 3$ കൂടാതെ $\angle 2 \equiv \angle 4$, എങ്കിൽ

$\Delta BIG \sim \Delta FAT$ എന്നു തെളിയിക്കുക.

കൂടാതെ FA കാണുക.



ചിത്രം. 5.18

തെളിവ്:

	പ്രസ്താവന	കാരണങ്ങൾ
1	$\angle 1 \equiv \angle 3$	തന്നിട്ടുള്ളത്
2	$\angle IBG \equiv \angle AFT$	സംപൂരകകോണുകളുടെ അനുബന്ധ കോണുകളും സമമാണ്
3	$\angle 2 \equiv \angle 4$	തന്നിട്ടുള്ളത്
4	$\angle IGB \equiv \angle ATF$	സംപൂരകകോണുകളുടെ അനുബന്ധ കോണുകളും സമമാണ്
5	$\Delta BIG \sim \Delta FAT$	AAസദൃശത (2, 4)

കൂടാതെ സമാനവശങ്ങൾ ആനുപാതികമാണ്

$\Rightarrow \frac{BI}{FA} = \frac{BG}{FT} \Rightarrow \frac{10}{FA} = \frac{5}{8} \Rightarrow FA = \frac{10 \times 8}{5} = \frac{80}{5} = 16$ സെ.മീ.

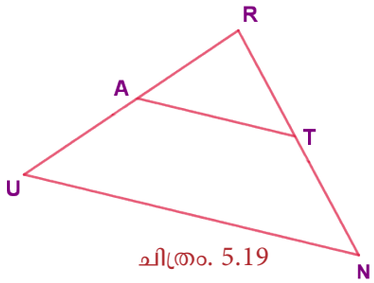
05_8th_Maths_Geometry_Chap 5_Malayalam.indd 163 1/25/2023 5:29:22 PM

ഉദാഹരണം 5.8 (SAS സദൃശതയുടെ വിശദീകരണം)

A എന്നത് RU ന്റെ മദ്ധ്യബിന്ദുവും

T എന്നത് RN ന്റെ മദ്ധ്യബിന്ദുവും,

ആണെങ്കിൽ $\Delta RAT \sim \Delta RUN$ എന്നു തെളിയിക്കുക.



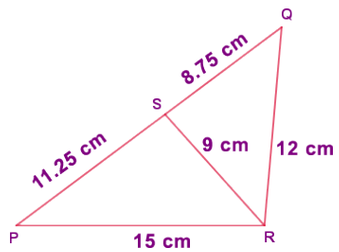
ചിത്രം. 5.19

തെളിവ്:

	പ്രസ്താവന	കാരണങ്ങൾ
1	$\angle ART = \angle URN$	ΔRAT യ്ക്കും ΔRUN നും $\angle R$ പൊതുവാണ്.
2	$RA = AU = \frac{1}{2}RU$	A എന്നത് RU ന്റെ മദ്ധ്യബിന്ദുവാണ്
3	$RT = TN = \frac{1}{2}RN$	T എന്നത് RN ന്റെ മദ്ധ്യബിന്ദുവാണ്
4	$\frac{RA}{RU} = \frac{RT}{RN} = \frac{1}{2}$	2, 4 ൽ നിന്നും വശങ്ങൾ ആനുപാതികമാണ്
5	$\Delta RAT \sim \Delta RUN$	SAS സദൃശത (1, 4 ൽ നിന്ന്)

ഉദാഹരണം 5.9 (SSS സദൃശതയുടെ വിശദീകരണം)

ചിത്രം 5.20. ൽ $\Delta PQR \sim \Delta PRS$ എന്നു തെളിയിക്കുക



ചിത്രം. 5.20

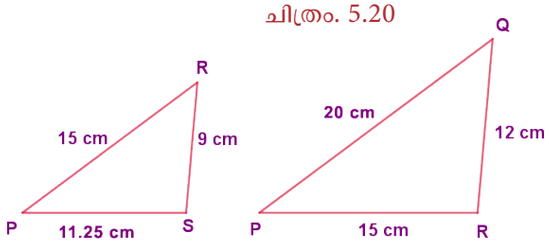
നിർദ്ധാരണം:

ഇപ്പോൾ, $\frac{PQ}{PR} = \frac{20}{15} = \frac{4}{3}$

$\frac{PR}{PS} = \frac{15}{11.25} = \frac{4}{3}$

കൂടാതെ, $\frac{QR}{RS} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$

$\frac{PQ}{PR} = \frac{PR}{PS} = \frac{QR}{RS}$ നമുക്ക് കിട്ടുന്നു

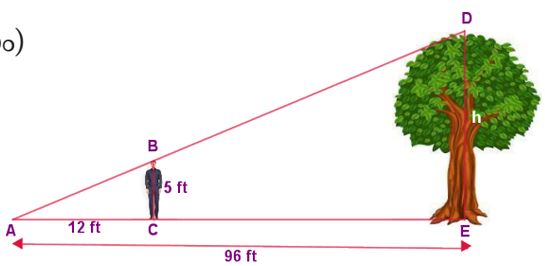


അതായത് സമാനവശങ്ങൾ ആനുപാതികമാണ്.

$\therefore$ SSS സദൃശത ഉപയോഗിച്ച് $\Delta PQR \sim \Delta PRS$

ഉദാഹരണം 5.10 (RHS സദൃശതയുടെ വിശദീകരണം)

ഒരാളിന്റെ ഉയരവും, നിഴലും ഉണ്ടാക്കുന്ന ത്രികോണം, അടുത്തുള്ള ഒരു, മരവും അതിന്റെ നിഴലും ഉണ്ടാക്കുന്ന ത്രികോണത്തിനു സദൃശമാണ് എന്നാൽ മരത്തിന്റെ ഉയരം കാണുക?



ചിത്രം. 5.21

05_8th_Maths_Geometry_Chap 5_Malayalam.indd 164 1/25/2023 5:29:26 PM

നിർദ്ധാരണം:

ഇവിടെ, $\Delta ABC \sim \Delta ADE$ (തന്നിട്ടുള്ളത്)

$\therefore$ സമാന വശങ്ങൾ ആനുപാതികമാണ് (RHS)..

$$\therefore \quad \frac{AC}{AE} = \frac{BC}{DE}$$

$$\Rightarrow \frac{12}{96} = \frac{5}{h}$$

$$\Rightarrow h = \frac{5 \times 96}{12} = 40 \text{ അടി}$$

$\therefore$ മരത്തിന്റെ ഉയരം 40 അടിയാണ്.

പ്രവൃത്തി

അദ്ധ്യാപിക ഒരു കാർഡ് ബോർഡിൽ നിന്നോ കട്ടിയുള്ള കടലാസ്സിൽ നിന്നോ കുറേ സദൃശ ത്രികോണങ്ങളും, സർവ്വസമ ത്രികോണങ്ങളും മുറിച്ചെടുത്ത് കുട്ടികളോട് ത്രികോണങ്ങളുടെ അളവുകളുടെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ സദൃശ ത്രികോണങ്ങളെയും, സർവ്വസമ ത്രികോണങ്ങളെയും കണ്ടു പിടിക്കാൻ ആവശ്യപ്പെടുക.

അഭ്യാസം 5.1

1. തന്നിട്ടുള്ള പദങ്ങളിൽ നിന്നും ശരിയായ പദങ്ങൾ തെരഞ്ഞെടുത്ത് പൂരിപ്പിക്കുക.
(ആനുപാതികമാണ്, സദൃശം, സമാനം, സർവ്വസമം, ആകൃതിയാണ്, വിസ്തീർണ്ണം, തുല്യനീളം)

(i) സദൃശത്രികോണങ്ങളുടെ സമാനവശങ്ങൾ _____ .

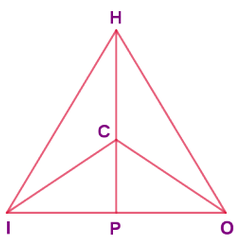
(ii) സദൃശത്രികോണങ്ങൾക്ക് ഒരേ _____ എന്നാൽ ഒരേ വലിപ്പം ഉണ്ടാകണമെന്നില്ല.

(iii) ഏതൊരു ത്രികോണത്തിലും, _____ ഉള്ള വശങ്ങൾ തുല്യ കോണുകൾക്ക് എതിർ ദിശയിലായിരിക്കും.

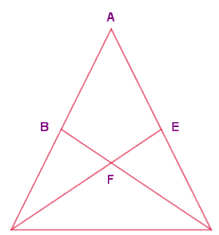
(iv) $\equiv$ എന്ന അടയാളം ത്രികോണങ്ങളിൽ _____ എന്നതിനെ പ്രതിനിധീകരിക്കുന്നു.

(v) $\sim$ എന്ന അടയാളം ത്രികോണങ്ങളിൽ _____ എന്നതിനെ പ്രതിനിധീകരിക്കുന്നു.

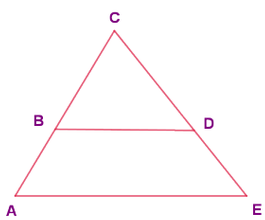
2. തന്നിട്ടുള്ള ചിത്രത്തിൽ $\angle CIP \equiv \angle COP$ കൂടാതെ $\angle HIP \equiv \angle HOP$. $IP \equiv OP$.
എന്നു തെളിയിക്കുക



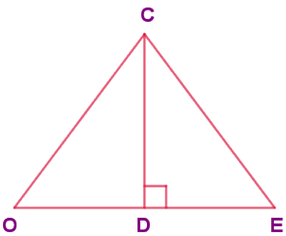
3. തന്നിട്ടുള്ള ചിത്രത്തിൽ, $AC \equiv AD$
കൂടാതെ $\angle CBD \equiv \angle DEC$.
$\Delta BCF \equiv \Delta EDF$ എന്നു
തെളിയിക്കുക.



4. തന്നിട്ടുള്ള ചിത്രത്തിൽ അടി വശം, BD ആയി വരുന്ന ഒരു ദ്വിസമഭുജത്രികോണമാണ് ΔBCD. $\angle BAE \equiv \angle DEA$.
$AB \equiv ED$ എന്നു തെളിയിക്കുക.

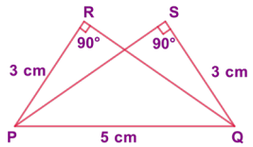


5. തന്നിട്ടുള്ള ചിത്രത്തിൽ, D എന്നത് OE യുടെ മദ്ധ്യബിന്ദു $\angle CDE = 90°$.
$\Delta ODC \equiv \Delta EDC$ എന്നു
തെളിയിക്കുക

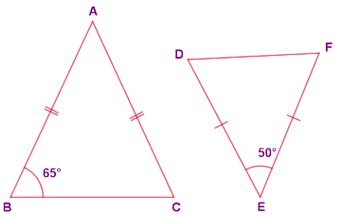


05_8th_Maths_Geometry_Chap 5_Malayalam.indd 165 1/25/2023 5:29:29 PM

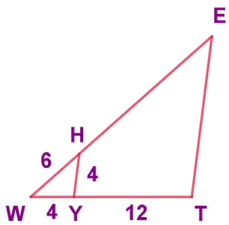
6. $\triangle PRQ \equiv \triangle QSP$? എന്തുകൊണ്ട്?



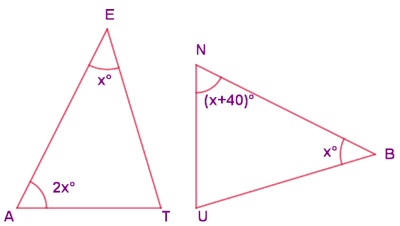
7. തന്നിട്ടുള്ള ചിത്രത്തിൽ $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ എന്നു തെളിയിക്കുക



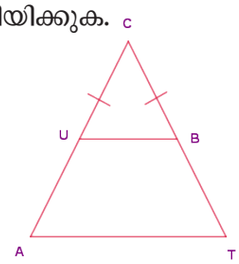
8. തന്നിട്ടുള്ള ചിത്രത്തിൽ $YH \parallel TE$. $\Delta WHY \sim \Delta WET$ എന്നു തെളിയിക്കുക കൂടാതെ HE, TE കണ്ടുപിടിക്കുക.



9. തന്നിട്ടുള്ള ചിത്രത്തിൽ $\Delta EAT \sim \Delta BUN$, എല്ലാ കോണുകളും കാണുക.



10. തന്നിട്ടുള്ള ചിത്രത്തിൽ, $UB \parallel AT$ കൂടാതെ $CU \equiv CB$ $\Delta CUB \sim \Delta CAT$ എന്നും ΔCAT ദ്വിസമഭുജത്രികോണമെന്നും തെളിയിക്കുക.





ശരിയായ ഉത്തരം തെരഞ്ഞെടുത്തെഴുതുക.

11. രണ്ടു സദൃശ ത്രികോണങ്ങൾ എപ്പോഴും _____കോണുകൾ ഉള്ളവയാണ്.

(A) ന്യൂനകോൺ (B) ബ്യഹത്കോൺ (C) സമകോൺ (D) ഒരുപോലെയുള്ള

12. PQR , XYZ, ൽ $\frac{PQ}{XY} = \frac{QR}{ZX}$ ഇവ സദൃശ ത്രികോണങ്ങൾ ആകണമെങ്കിൽ

(A) $\angle Q = \angle Y$ (B) $\angle P = \angle Y$ (C) $\angle Q = \angle X$ (D) $\angle P = \angle Z$

13. 15 മീറ്റർ ഉയരമുള്ള ഒരു കൊടി മരം 10 a.m ന്, 3 മീറ്റർ നിഴൽ ഉണ്ടാക്കുന്നു. അതേ സമയത്ത് ഒരു കെട്ടിടത്തിന്റെ നിഴൽ 18.6മീറ്ററാണ്. കെട്ടിടത്തിന്റെ ഉയരം.

(A) 90 മീറ്റർ (B) 91 മീറ്റർ (C) 92 മീറ്റർ (D) 93 മീറ്റർ

14. $\Delta ABC \sim \Delta PQR$ $\angle A = 53^\circ$ $\angle Q = 77^\circ$, എന്നാൽ $\angle R$ എന്നത്

(A) 50° (B) 60° (C) 70° (D) 80°

15. താഴെ തരുന്നവയിൽ ഏതു പ്രസ്താവനയാണ് ശരിയായിട്ടുള്ളത്?

(A) $AB = BD$ (B) $BD < CD$ (C) $AC = CD$ (D) $BC = CD$



05_8th_Maths_Geometry_Chap 5_Malayalam.indd 166 1/25/2023 5:29:34 PM

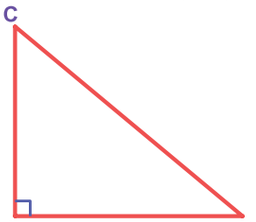
5.3 പൈതഗോറസ് സിദ്ധാന്തം

പുരാതന ഗ്രീക്ക് ഗണിത ശാസ്ത്രജ്ഞനായ പൈതഗോറസ് (570-495 BC) ആണ് കണക്കിലെ വളരെ പ്രശസ്തമായ പൈതഗോറസ് സിദ്ധാന്തം ആവിഷ്കരിച്ചത്. മറ്റു പ്രധാനപ്പെട്ട സിദ്ധാന്തത്തോടൊപ്പം തന്നെ ആളുകൾ ഈ സാദ്ധാന്തത്തെയും വളരെ ഫല പ്രദമായ രീതിയിൽ പല വഴികളിൽ അവതരിപ്പിക്കുന്നു. ആയിരക്കണക്കിനു വർഷങ്ങൾക്കു മുൻപു തന്നെ ഈ സിദ്ധാന്തം ജ്യാമിതിയിലും ബീജഗണിതത്തിനും പല തരത്തിൽ ഉപയോഗിച്ചു കൊണ്ടിരിക്കുന്നു.

സിദ്ധാന്തത്തിന്റെ പ്രസ്താവന

ഒരു സമകോണ ത്രികോണത്തിന്റെ കർണ്ണത്തിന്റെ വർഗ്ഗത്തിന് സമമാണ് മറ്റു രണ്ട് വശങ്ങളുടെയും വർഗ്ഗങ്ങളുടെ തുക

ΔABC, യിൽ $BC^2 = AB^2 + AC^2$

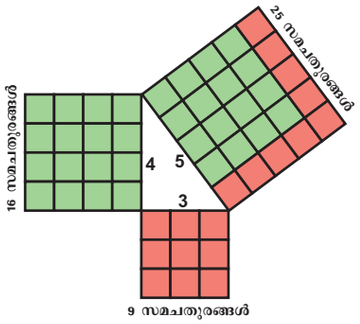


ചിത്രം. 5.22

ദൃശ്യ ചിത്രീകരണം:

3 യൂണിറ്റ്, 4 യൂണിറ്റ്, 5 യൂണിറ്റ്അളവുകളുള്ള ഒരു സമകോണ ത്രികോണം ചുവടെയുള്ള ചിത്രത്തിൽ നൽകിയിട്ടുണ്ട് ഇതിൽ നിന്നും വളരെ എളുപ്പത്തിൽ പൈതഗോറസ് സിദ്ധാന്തത്തെക്കുറിച്ച് മനസ്സിലാക്കാവുന്നതാണ്

ചിത്രത്തിൽ 3 യൂണിറ്റ്, 4 യൂണിറ്റ് അളവുകളുള്ള വശത്തെ സമകോണ ത്രികോണത്തിന്റെ പാദമായും 5 യൂണിറ്റ് അളവുള്ള വശത്തെ കർണ്ണമായും കണക്കാക്കുന്നു. കർണ്ണം എന്നത് ഏറ്റവും നീളം കൂടിയ വശമായി കണക്കാക്കുന്നു.



ചിത്രം. 5.23

ഇതിൽ നിന്നും 5 യൂണിറ്റ് വശമുള്ള $5 \times 5 = 25$ യൂണിറ്റ് അളവുമുള്ളസമചതുരങ്ങളും 3 യൂണിറ്റ് 4 യൂണിറ്റ് എന്നിവയ്ക്ക് $3 \times 3 = 9$ യൂണിറ്റ് അളവുമുള്ളസമചതുരങ്ങളും $4 \times 4 = 16$ യൂണിറ്റ് സമചതുരങ്ങളും ഉള്ളതായി നമുക്ക് കാണാൻ സാധിക്കും. ഈ സിദ്ധാന്തമനുസരിച്ച് കർണ്ണത്തിന്റെ യൂണിറ്റ് സമചതുരത്തിന്റെ എണ്ണത്തിന് സമമാണ് മറ്റു രണ്ട് വശങ്ങളുടെയും യൂണിറ്റ് സമചതുരങ്ങളുടെ എണ്ണങ്ങളുടെ തുക എന്നുള്ളത്. ഇത് വളരെ ആശ്ചര്യകരമായിരിക്കുന്നില്ലേ?

അതെ, നമ്മൾകണ്ടുപിടിച്ചതാണ്

$5 \times 5 = 3 \times 3 + 4 \times 4$

i.e. $25 = 9 + 16$ (ശരി) എന്ന് കണ്ടെത്തി

5.4 പൈതഗോറസ് സിദ്ധാന്തത്തിന്റെ വിപരീതം

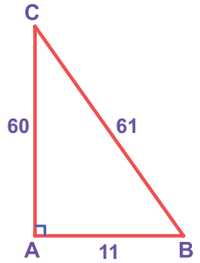
ഒരു ത്രികോണത്തിൽ ഏറ്റവും നീളം കൂടിയ വശത്തിന്റെ വർഗ്ഗം മറ്റു രണ്ട് വശങ്ങളുടെ വർഗ്ഗങ്ങളുടെ തുകയ്ക്ക് തുല്യവുമായാൽ അത് ഒരു സമത്രികോണം ആയിരിക്കും.

ഉദാഹരണം:

Δ ABC യിൽ,

$AB^2 + AC^2 = 11^2 + 60^2 = 3721 = 61^2 = BC^2$

ΔABC ഒരു സമകോണത്രികോണം ആകുന്നു



ചിത്രം. 5.24

05_8th_Maths_Geometry_Chap 5_Malayalam.indd 167 1/25/2023 5:29:36 PM

നിങ്ങൾക്ക് അറിയാമോ?

(i) പൈതഗോറിയൻ സിദ്ധാന്തം തെളിയിക്കുന്നതിനായി (a, b, c) എന്നീ രീതിയിൽ ചില പ്രത്യേക തരത്തിലുള്ള സംഖ്യകളെ തെരഞ്ഞെടുക്കാവുന്നതാണ്. അവയെ പൈതഗോറിയൻ ട്രിപ്ലറ്റ് എന്നു പറയാം ഉദാഹരണമായി (3, 4, 5) എന്നത് ഒരു പൈതഗോറിയൻ ട്രിപ്ലറ്റ് ആകുന്നു.

(ii) 1നേക്കാളും കുടുതലായ ഒരു ധനസംഖ്യ **k** എന്നിരിക്കുകയും (a, b, c) ഒരു പൈതഗോറിയൻ ട്രിപ്പ്ലറ്റായിരിക്കുകയും ചെയ്താൽ (ka, kb, kc) ഒരു പൈതഗോറിയൻ ട്രിപ്ലറ്റ് ആയിരിക്കും.

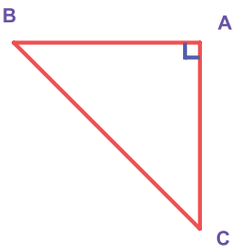
ഉദാഹരണം:

k	**(3,4,5)**	**(5,12,13)**
2k	(6,8,10)	(10,24,26)
3k	(9,12,15)	(15,36,39)
4k	(12,16,20)	(20,48,52)

ഇതിൽ നിന്നും വ്യക്തമാകുന്നത് ഏതെങ്കിലും ഒരു പൈതഗോറിയൻ ട്രിപ്ലറ്റിനോടുകൂടി **k**യെ ഗുണിക്കുമ്പോൾ എണ്ണമറ്റ പൈതഗോറിയൻ ട്രിപ്ലറ്റസ് കിട്ടുന്നു എന്നുള്ളതാണ്

പൈതഗോറസ് സിദ്ധാന്തം ഉപയോഗിച്ചുള്ള കണക്കുകളുടെ ഏതാനും ചില ഉദാഹരണങ്ങൾ നമുക്ക് നോക്കാവുന്നതാണ്

ഉദാഹരണം 5.11



ചിത്രം. 5.25

ചിത്രത്തിൽ, $AB \perp AC$

a) ഏതു തരം ത്രികോണമാണ് ABC?

b) ΔABC യുടെ എന്താണ് AB യും AC യും

c) CB യെ എന്താണ് വിളിക്കുന്നത്

d) $AC = AB$ ആയാൽ $\angle B$, $\angle C$ എന്നിവയുടെ അളവ് കണക്കാക്കുക.

നിർദ്ധാരണം:

a) ΔABC ഒരു സമത്രികോണം, $AB \perp AC$.

b) AB യും AC യും ΔABC യുടെ പാദങ്ങൾ ആകുന്നു

c) CB എന്നത് കർണ്ണമാകുന്നു

d) $\angle B + \angle C = 90^\circ$ യും തുല്യ വശങ്ങൾക്കതിരെയുള്ള കോണുകളും തുല്യം അതിനാൽ,

$$\angle B = \angle C = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$$

ഉദാഹരണം 5.12

5സെ.മീ. 12സെ.മീ.,13സെ.മീ. എന്നീ അളവുകൾ ഒരു സമകോണത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളാകാൻ സാധ്യമാണോ?

നിർദ്ധാരണം:

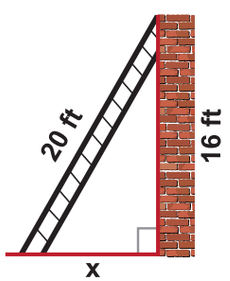
$a = 5$, $b = 12$, $c = 13$ എന്നിരിക്കട്ടെ

അപ്പോൾ, $a^2 + b^2 = 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169 = 13^2 = c^2$

പൈതഗോറസ് സിദ്ധാന്തത്തിന്റെ വിപരീതമനുസരിച്ച് ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ തന്നിട്ടുള്ള വശങ്ങൾ ഒരു സമകോണ ത്രികോണത്തിന്റേതാകാൻ സാധിക്കുന്നവയാണ്

ഉദാഹരണം 5.13

തറയിൽ നിന്നും 16 അടി ഉയരമുള്ള ഒരു ചുമരിൽ 20 അടി നീളമുള്ള ഒരു ഏണി ചാരിവച്ചിരിക്കുന്നു. എങ്കിൽ ഏണിയുടെ പാദവും തറയും തമ്മിലുള്ള അകലം കാണുക?



ചിത്രം. 5.26

നിർദ്ധാരണം:

തറയും ചുമരും തമ്മിൽ ഒരു സമകോണം രൂപപ്പെടുത്തുകയും ഏണി കർണ്ണമായും കണക്കാക്കാം. ചിത്രത്തിൽ നിന്നും പൈതഗോറസ് സിദ്ധാന്തമനുസരിച്ച്

05_8th_Maths_Geometry_Chap 5_Malayalam.indd 168 1/25/2023 5:29:39 PM

$$20^2 = 16^2 + x^2$$

$$\Rightarrow 400 = 256 + x^2$$

$$\Rightarrow \quad x^2 = 400 - 256 = 144 = 12^2 \quad \Rightarrow \quad x = 12 \text{ അടി}$$

അതായത് ചുമരിൽ നിന്നും തറയും ഏണിയുടെ പാദവും തമ്മിലുള്ള അകലം 12 എന്ന് കണക്കാക്കിയിരിക്കുന്നു.

പ്രവർത്തി

1. ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നവ ഉപയോഗിച്ച് നിങ്ങൾക്ക് ധാരാളം പൈതഗോറിയൻ ട്രിപ്ലറ്റ്സ് രൂപപ്പെടുത്താൻ സാധിക്കും.

m, n എന്നിവ ഏതെങ്കിലും രണ്ട് ധനസംഖ്യയായി കണക്കാക്കുക (m > n):
(a, b, c) ഒരു പൈതഗോറിയൻ ട്രിപ്പ്ലറ്റ്സ് ആയാൽ $a = m^2 - n^2, b = 2mn$, $c = m^2 + n^2$ (ചിന്തിക്കുക, എന്തു കൊണ്ട്?)

പട്ടിക പൂർത്തിയാക്കുക?

m	**n**	$a = m^2 - n^2$	$b = 2mn$	$c = m^2 + n^2$	**പൈതഗോറിയൻ ട്രിപ്ലറ്റ്**
2	1	___	___	___	_____
3	2	___	___	___	_____
4	1	15	8	17	(15, 8, 17)
7	2	45	28	53	(45, 28, 53)

2. കർണ്ണം 85 ആകത്തക്കരീതിയിലുള്ള പൂർണ്ണസംഖ്യയിലുള്ള സമകോണത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾ കാണുക?

ഉദാഹരണം 5.14

LM, MN, LN ഇവ കാണുക? കൂടാതെ ΔLON ന്റെവിസ്തീർണ്ണവും കാണുക.

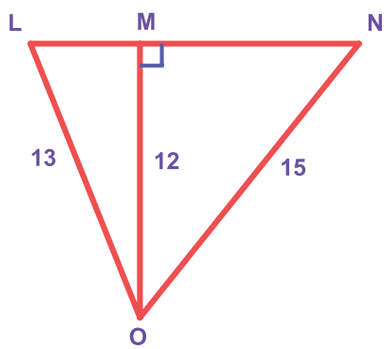
നിർദ്ധാരണം:

ΔLMO, എടുക്കുക, പൈതഗോറസ് സിദ്ധാന്തം അനുസരിച്ച്

$$LM^2 = OL^2 - OM^2$$

$$\Rightarrow LM^2 = 13^2 - 12^2 = 169 - 144 = 25 = 5^2$$

$$\therefore \quad LM = 5 \text{ മാത്രകൾ}$$



ചിത്രം. 5.27

ΔNMO, എടുക്കുക, പൈതഗോറസ് സിദ്ധാന്തമനുസരിച്ച്

$$MN^2 = ON^2 - OM^2$$

$$= 15^2 - 12^2 = 225 - 144 = 81 = 9^2$$

$$\therefore \quad MN = 9 \text{ മാത്രകൾ}$$

അതുകൊണ്ട്, $LN = LM + MN = 5 + 9 = 14$ മാത്രകൾ

$$\Delta LON \text{ ന്റെ വിസ്തീർണ്ണം} = \frac{1}{2} \times \text{പാദം} \times \text{ഉന്നതി}$$

$$= \frac{1}{2} \times LN \times OM$$

$$= \frac{1}{2} \times 14 \times 12 = 84 \text{ ച മാത്രകൾ.}$$

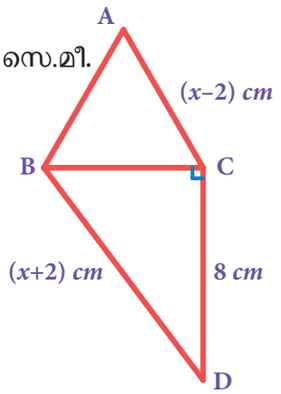
05_8th_Maths_Geometry_Chap 5_Malayalam.indd 169 1/25/2023 5:29:47 PM

ഉദാഹരണം 5.15

ΔABC ഒരു സമഭുജ ത്രികോണവും BCD ഒരു സമകോണ ത്രികോണവും CD = 8സെ.മീ. ഉം ആയാൽ സമഭുജ ത്രികോണം ABC യുടെ വശവും കൂടാതെ BD യുടെ നീളവും കാണുക?

നിർദ്ധാരണം:

ΔABC ഒരു സമഭുജ ത്രികോണം ചിത്രത്തിൽ നിന്നും, AB=BC=AC= $(x-2)$സെ.മീ.



ചിത്രം. 5.28

$\therefore$ ΔBCD, യിൽ പൈതഗോറസ് സിദ്ധാന്തമനുസരിച്ച്

$$BD^2 = BC^2 + CD^2$$

$$\Rightarrow (x+2)^2 = (x-2)^2 + 8^2$$

$$x^2 + 4x + 4 = x^2 - 4x + 4 + 8^2$$

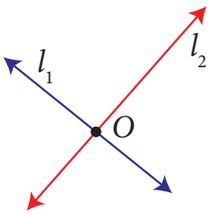
$$\Rightarrow 8x = 8^2$$

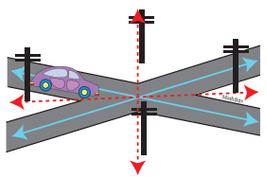
$$\Rightarrow x = 8,$$ സെ.മീ.

$\therefore$ ΔABCയുടെ വശങ്ങൾ 6 സെ.മീ. ഉം BD =10സെ.മീ. ഉം ആകുന്നു.

5.5 സംഗാമികൾ:

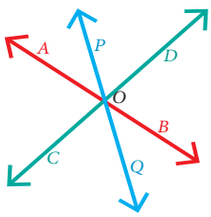
രണ്ടു നേർരേഖകൾ പരസ്പരം ഒന്നിനൊന്ന് ഛേദിക്കുകയാണെങ്കിൽ അത്തരം രേഖകൾ പ്രതിഛേദക രേഖകൾ എന്നറിയപ്പെടുന്നു. ഇവിടെ l_1, l_2 എന്നീ രേഖകൾ O എന്ന ബിന്ദുവിൽ ഛേദിക്കുകയും അതിനാൽ ഇതിനെ l_1, l_2 എന്നിവയുടെ പ്രതിഛേദക ബിന്ദു എന്ന് വിളിക്കുകയും ചെയ്യുന്നു.

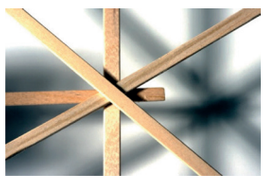



പ്രതിഛേദ റോഡുകൾ

രണ്ടോ അതിലധികമോ നേർരേഖകൾ സംഗാമികൾ എന്നു വിളിക്കണമെങ്കിൽ അവ ഒരേ ബിന്ദുവിലൂടെ കടന്നു പോകുന്നതാവണം.

ചിത്രത്തിൽ $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{CD}$ കൂടാതെ $\overleftrightarrow{PQ}$ എന്നിവ സംഗാമികളായ നേർരേഖകളും O എന്നത് സംഗമ ബിന്ദുവുമാണ്.




സംഗാമി തടി കഷണങ്ങൾ

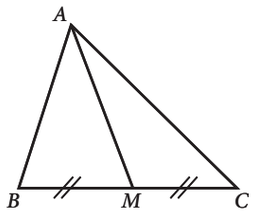
5.6 ത്രികോണങ്ങളുടെ മധ്യമം

ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ മധ്യമം എന്നത് ആ ത്രികോണത്തിന്റെ ഒരു ശീർഷത്തു നിന്നും അതിന്റെ എതിർ വശത്തേക്ക് വരയ്ക്കപ്പെടുന്ന രേഖാഖണ്ഡമാണ്.

ചിത്രത്തിൽ നിന്നും $\overline{AM}$ എന്നത് ΔABC യുടെ മധ്യമമാകുന്നു.

ΔABC യ്ക്ക്കൂടുതൽ മധ്യമം വരയ്ക്കുന്നതിന് സാധിക്കുമോ? സാധിക്കും.

ആയതിനാൽ ഒരു ത്രികോണത്തിന് മൂന്നു ശീർഷങ്ങളുള്ളതിനാൽ മൂന്ന് മാധ്യമങ്ങൾ ഉണ്ട് എന്ന് തിരിച്ചറിയാം.



ചിത്രം. 5.29

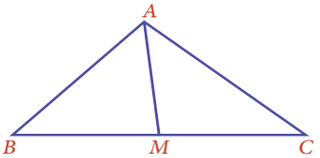
ഉദാഹരണം 5.16

ചിത്രത്തിൽ നിന്നും ABC എന്ന ത്രികോണത്തിലെ ഒരു മധ്യമമാണ് AM. BM = 3.5 സെമീ എങ്കിൽ BC എന്ന വശത്തിന്റെ നീളം കാണുക.

നിർദ്ധാരണം:

മധ്യമം AM ആകുന്നു. $\Rightarrow$ മധ്യബിന്ദുവാണ് M

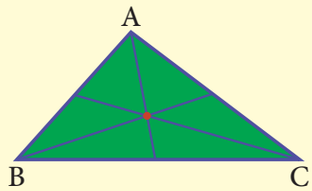
BM = 3.5 സെമീ എന്ന് തന്നിട്ടുണ്ട്, $BC = BM = 2 \times 3.5$ സെമീ = 7 സെമീ.



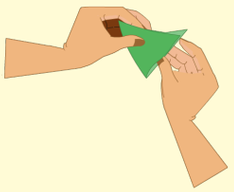
ചിത്രം. 5.30

05_8th_Maths_Geometry_Chap 5_Malayalam.indd 170 1/25/2023 5:29:52 PM

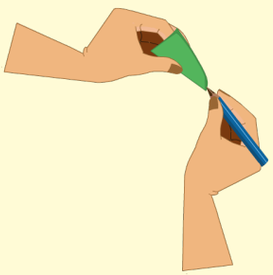
പ്രവൃത്തി



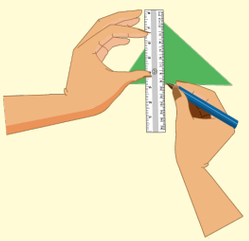
1. ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ പേപ്പർ കട്ട്ഔട്ട് പരിഗണിക്കുക.(ആദ്യം നമുക്ക് ഒരു ന്യൂന കോണുള്ള ത്രികോണം ഉണ്ടാക്കാം). ഇതിന് ABC എന്ന് പേര് നൽകുക.



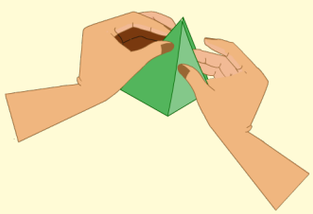
2. B, യും C യും ചേരക്കരീതിയിൽ A യിലൂടെ പേപ്പറിനെ മടക്കുക ഒരു മടക്കടയാളം ഉണ്ടാക്കി ഷീറ്റ് തുറക്കുക.



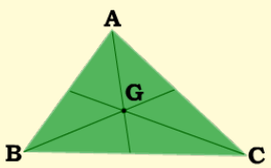
3. BC യിലെ മധ്യബിന്ദു M എന്ന് അടയാളപ്പെടുത്തുക.



4. നിങ്ങൾക്ക് വ്യക്തമായി കാണണമെങ്കിൽ ഇപ്പോൾ മധ്യമം AM വരയ്ക്കാം. (അല്ലെങ്കിൽ നിങ്ങൾക്ക് ഇത് ഒരു മടക്കായി വിടാം).



5. അതുപോലെ, മറ്റ് രണ്ട് മധ്യമത്തെയും മടക്കിവയ്ക്കുക.



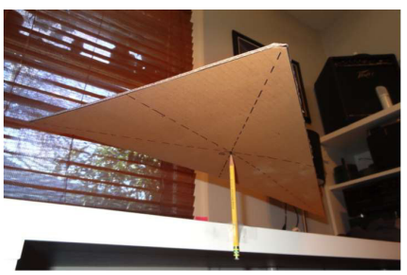
6. മധ്യമങ്ങൾ ഒരേ ബിന്ദുവിലൂടെ കടന്നുപോകുന്നുണ്ടോ?

ഇപ്പോൾ നിങ്ങൾ ഈ പ്രവർത്തി ഒരു ബ്യൂഹത്കോണ ത്രികോണത്തിനും ഒരു സമകോണത്രികോണത്തിനും പരിശോധിക്കുക. എന്താണ് നിങ്ങളുടെ നിഗമനം?

ഒരു ത്രികോണത്തിലെ മൂന്നു മധ്യമങ്ങളും സംഗാമികളാണ്.

5.6.1 കേന്ദ്രകം

ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ സമാനങ്ങളായ മൂന്നു മധ്യമങ്ങളും യോജിക്കുന്ന ബിന്ദുവിനെ **കേന്ദ്രകം** എന്നറിയപ്പെടുന്നു. ഇതിനെ **G** എന്ന അക്ഷരം കൊണ്ട് സൂചിപ്പിക്കുന്നു. രസകരമായി ഇവിടെ സംഭവിക്കുന്നത് ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ മുഖ്യ ഭാഗമെന്നതാണ്. ഈ ഘടകത്തെ എളുപ്പത്തിൽ ശരി നോക്കിയിട്ടുണ്ട്. ഒരു നിവർന്ന ത്രികോണാകൃതിയിൽ വെട്ടിയെടുത്ത പേപ്പർ എടുക്കുക.ഇതിനെ ഒരു കൈവിരലുപയോഗിച്ചോ ഒരു പെൻസിലിന്റെ കൂർത്ത അഗ്രം കൊണ്ടോ ബിന്ദുവിന് സമാന്തരമായി സ്ഥാപിക്കുക.



05_8th_Maths_Geometry_Chap 5_Malayalam.indd 171 1/25/2023 5:29:52 PM

എല്ലാ മധ്യമങ്ങളെയും ഇതേ രീതിയിൽ മടക്കി കേന്ദ്രകം കണ്ടുപിടിക്കുന്നതിന് സാധിക്കുമോ? ഇപ്പോൾ നിങ്ങൾ നിങ്ങളുടേതായ ഉത്തരങ്ങൾ താഴെ തന്നിട്ടുള്ള ചോദ്യങ്ങൾക്ക് എഴുതുക?

(i) ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ കേന്ദ്രകം കണ്ടുപിടിക്കുന്നതെങ്ങനെ?

(ii) ശീർഷത്തുനിന്നും ത്രികോണത്തിന്റെ കേന്ദ്രകം തുല്യ അകലത്തിലാണോ?

(iii) ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ ഉൾഭാഗത്താണോ അതിന്റെ കേന്ദ്രകത്തിന്റെ സ്ഥാനം?

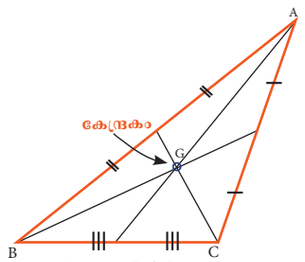
(iv) (a) ദ്വിസമഭുജത്രികോണം (b) സമഭുജ ത്രികോണം എന്നിവയിൽ ഏതെങ്കിലും തരത്തിലുള്ള പ്രത്യേകത മധ്യമത്തിന് ഉണ്ടോ?

ത്രികോണത്തിന്റെ കേന്ദ്രകത്തിനുള്ള പ്രമാണങ്ങൾ

ഒരു ത്രികോണത്തിലെ കേന്ദ്രകത്തിന്റെ സ്ഥാനത്തെ സംബന്ധിക്കുന്ന നിർബന്ധകൾ.

- അത് എല്ലായിപ്പോഴും ത്രികോണത്തിനുള്ളിൽ സ്ഥിതിചെയ്യുന്നു.
- ഏതൊരു ത്രികോണത്തിന്റെയും ഗുരുത്വകേന്ദ്രമാണ് ഇത്.
- താഴെ നൽകിയ കണക്ക് നിരീക്ഷിക്കുക. ഓരോ ശീർഷകത്തിൽ നിന്നും G യിലേക്ക് വരച്ച വരകൾ △ABG, △BCG, △CAG എന്നീ മൂന്ന് ത്രികോണങ്ങളായി മാറുന്നു. അതിശയകരമെന്നു പറയട്ടെ, ഈ ത്രികോണങ്ങളുടെ വിസ്തീർണങ്ങൾ തുല്യമാണ്.

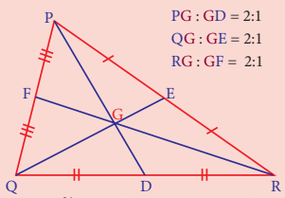
ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ മധ്യമങ്ങൾ അതിനെ തുല്യ വിസ്തൃതിയുടെ മൂന്ന് ചെറിയ ത്രികോണങ്ങളായി വിഭജിക്കുന്നു!



ചിത്രം. 5.31

നിങ്ങൾക്ക് അറിയാമോ?

ത്രികോണത്തിന്റെ കേന്ദ്രകം മധ്യമത്തെ രണ്ട് ഭാഗങ്ങളായി വിഭജിക്കുന്നു. ശീർഷഭാഗത്തുള്ള ഒന്ന് മറ്റേതിനേക്കാൾ രണ്ട് മടങ്ങ് വലുതാണ്.



ക്രേന്ദകം ഓരേ മധ്യമത്തെയും 2:1 എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ വിഭജിക്കുന്നു എന്നതാണ് ഇതിനർത്ഥം

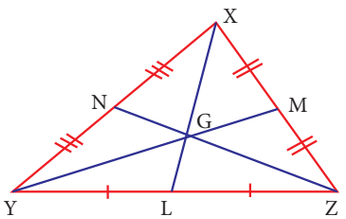
(ഉദാഹരണമായി GD എന്നത് PD യുടെ ⅓ ഭാഗമാണ്) (പേപ്പർ മടക്കിലൂടെ ഇത് ശരി നോക്കുക)

ഉദാഹരണം 5.17

ചിത്രത്തിൽ ത്രികോണം XYZ ന്റെ കേന്ദ്രകം ആണ് G.

(i) GL = 2.5 സെ. മീ ആയാൽ XL ന്റെ നീളം കാണുക?

(ii) YM = 9.3 സെ. മീ ആയാൽ GM ന്റെ നീളം കാണുക?



ചിത്രം. 5.32

നിർദ്ധാരണം:

(i) G കേന്ദ്രകം ആയതിനാൽ XG : GL = 2 : 1

അതിനാൽ, XG : 2.5 = 2 : 1.

അതിനാൽ, 1 × (XG) = 2 × (2.5) ⇒ XG = 5 സെ. മീ എന്നു ലഭിക്കുന്നു

നീളം XL = XG + GL = 5 + 2.5 = 7.5 സെ. മീ ആകുന്നു

(ii) YG എന്നത് രണ്ട് ഭാഗം ആയാൽ GM മറ്റൊരുഭാഗമായി വരുന്നു.(എന്തുകൊണ്ട്) ഇതിനർത്ഥം YM ന് 3 ഭാഗങ്ങളുണ്ട് എന്നതാണ്.

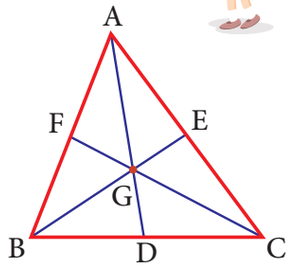


3ഭാഗങ്ങളും 9.3 സെ.മീ അളവോടുകൂടിയവയാണ്.

അതുകൊണ്ട് GM (ഒരു ഭാഗം) 9.3 ÷ 3 = 3.1 സെ മീ എന്ന് കിട്ടുന്നു.

ഉദാഹരണം 5.18

ABC എന്നത് ഒരു ത്രികോണവും G എന്നത് അതിന്റെ കേന്ദ്രകവുമാണ്. AD=12 സെ മീ BC=8 സെ മീ കൂടാതെ BE=9 സെ മീ ഉം എങ്കിൽ ΔBDG യുടെ ചുറ്റളവ് കാണുക?



ചിത്രം. 5.33

05_8th_Maths_Geometry_Chap 5_Malayalam.indd 172 1/25/2023 5:29:53 PM

നിർദ്ധാരണം:

ABC ഒരു ത്രികോണവും G എന്നത് അതിന്റെ കേന്ദ്രകവുമാണ്.

$AD = 12$ സെ.മീ $\Rightarrow GD = AD$ യുടെ $\frac{1}{3}$ ഭാഗം $= \frac{1}{3}(12) = 4$ സെ.മീ ,

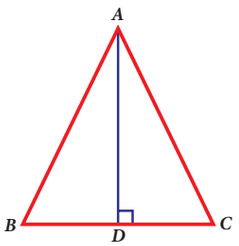
$BE = 9$ സെ.മീ $\Rightarrow BG = BE$ യുടെ $\frac{2}{3}$ ഭാഗം $= \frac{2}{3}(9) = 6$ സെ.മീ.

BC യുടെ മധ്യബിന്ദുവാണ് D $\Rightarrow BD = BC$ യുടെ $\frac{1}{2}$ ഭാഗം $= \frac{1}{2}(8) = 4$ സെ.മീ.

$\therefore \Delta BDG$ യുടെ ചുറ്റളവ് $= BD+GD+BG = 4+4+6 = 14$ സെമീ

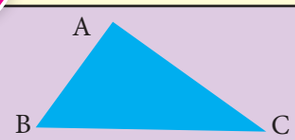
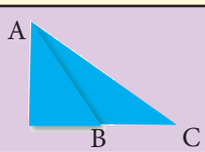
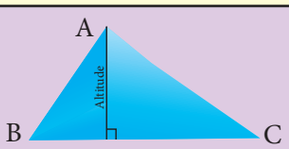
5.7 ത്രികോണത്തിലെ ഉന്നതി

ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ ഉന്നതിയെ ത്രികോണത്തിന്റെ ഉയരം എന്നും ത്രികോണത്തിന്റെ ശീർഷഭാഗത്തു നിന്നും എതിർവശത്തേയ്ക്ക് വരയ്ക്കപ്പെടുന്ന ലംബം എന്നും അറിയപ്പെടുന്നു.ഈ ഉന്നതി ത്രികോണത്തിന്റെ ആധാരവുമായി സമകോൺ ഉണ്ടാക്കുന്നു. ഇവിടെ $\triangle ABC$ യിൽ $AD \perp BC$ എന്നത് ഒരു ഉന്നതിയാണ്.



ചിത്രം. 5.34

പ്രവൃത്തി

		
1. ഒരു ന്യൂനകോണ ത്രികോണത്തിന്റെ പേപ്പറിൽ വെട്ടിയെടുത്ത രൂപം പരിഗണിക്കുക. ഇപ്പോൾ ഇതിനെ ABC എന്ന് വിളിക്കാം.	2. ത്രികോണത്തിന്റെ ഒരു വശം മടക്കുക. ഈ മടക്ക് ആ വശത്തിന്റെ എതിർശീർഷത്തിലൂടെ ആയിരിക്കണം.	3. ഇപ്പോൾ ഉന്നതി AM വരയ്ക്കുക. അത് നിങ്ങൾക്ക് വളരെ വ്യക്തമായി കാണാൻ കഴിയും.

ഇതേ രീതിയിൽ മറ്റു രണ്ടു വശങ്ങളുടെ ഉന്നതികൾ നിങ്ങൾക്ക് കാണാം.വീണ്ടും നിങ്ങളുടെ അദ്ധ്യാപികയുടെ സഹായത്തോടുകൂടി സമകോണ ത്രികോണത്തിന്റെയും ബ്യൂഹത്കോണ ത്രികോണത്തിന്റെയും ഉന്നതികൾ കാണാവുന്നതാണ്.ഒരു ത്രികോണത്തിലെ ഉന്നതികൾ എല്ലാം ഒരു ബിന്ദുവഴിയാണോ കടന്നു പോകുന്നത്?നിങ്ങളുടെ നിഗമനം എന്താണ്?

ഏതൊരു ത്രികോണത്തിന്റെയും മൂന്ന് ഉന്നതികളും സംഗാമികളാണ്.

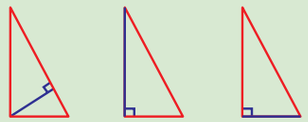
സംഗാമിയിലെ ബിന്ദുവിനെ ലംബകേന്ദ്രം H എന്ന അക്ഷരത്താലും സൂചിപ്പിക്കുന്നു.

ചിന്തിക്കുക

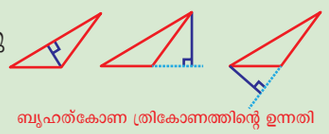
1. **ഏതെങ്കിലും ഒരു ന്യൂനത്രികോണത്തിലെ** മൂന്നു ഉന്നതികളുടെയും സ്ഥാനം ത്രികോണത്തിനുള്ളിലാണ്.എവിടെയാണ് ലംബകേന്ദ്രത്തിന്റെസ്ഥാനം വരുന്നത്? ത്രികോണത്തിന്റെ അകത്താണോ പുറത്താണോ?



2. **ഏതെങ്കിലും ഒരു സമകോണത്രികോണത്തിലെ** കർണവശത്തേയ്ക്കുള്ള ഉന്നതി ത്രികോണത്തിനുള്ളിലും മറ്റു രണ്ടു ഉന്നതികളും ത്രികോണത്തിന്റെ ഭുജങ്ങളിലുമായി വരുന്നു. ഇതിന്റെ ലംബകേന്ദ്രം നിങ്ങൾക്ക് നിർണ്ണയിക്കാമോ



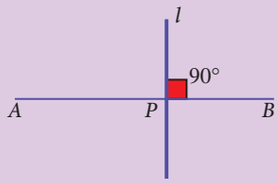
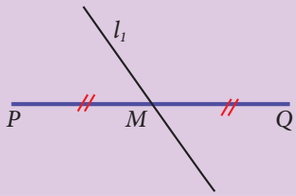
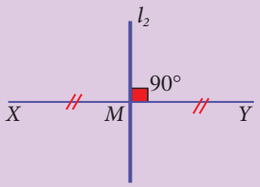
3. **ഏതെങ്കിലും ഒരു ബ്യൂഹത് ത്രികോണത്തിലെ,** ബ്യൂഹത്ശീർഷത്തു നിന്നുമുള്ള ഉന്നതി ത്രികോണത്തിനുള്ളിലായും മറ്റ് രണ്ട് ന്യൂനകാണിൽ നിന്നുമുള്ള ഉന്നതികൾ വരുന്നത് ത്രികോണത്തിനു പുറത്തുമാണ്. ഇത്തരത്തിലുള്ളവയുടെ ലംബകേന്ദ്രം തിരിച്ചറിയാൻ കഴിയുമോ



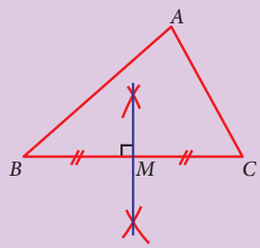
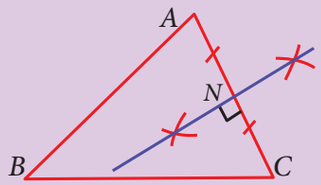
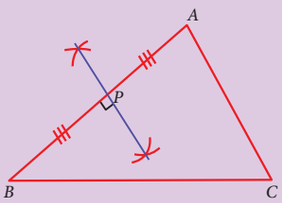
05_8th_Maths_Geometry_Chap 5_Malayalam.indd 173 1/25/2023 5:29:55 PM

5.8 ലംബദ്വിഭാജകം

ആദ്യം നമുക്ക് ഇനിപ്പറയുന്ന ആശയങ്ങൾ ഓർമ്മിക്കാം.

ലംബമായി	ദ്വിഭാജകം	ലംബദ്വിഭാജകം
		
$\overline{AB}$ ഒരു രേഖാഖണ്ഡമാകുന്നു l, $\overline{AB}$ യ്ക്ക് ലംബമാകുന്നു P ലംബത്തിന്റെ പാദമാണ് ഇവിടെ $\overline{AP}$ ↑ $\overline{PB}$ എന്നത് ശ്രദ്ധിക്കുക.	$\overline{PQ}$ ഒരു രേഖാഖണ്ഡമാകുന്നു l_1, $\overline{PQ}$ വിന്റെ ദ്വിഭാജകമാണ് M, $\overline{PQ}$ വിന്റെ മധ്യബിന്ദുവാണ് l_1, $\overline{PQ}$ വിന് ലംബമായി വരുന്നില്ല	$\overline{XY}$ ഒരു രേഖാഖണ്ഡമാകുന്നു l_2, $\overline{XY}$ യുടെ ദ്വിഭാജകമാകുന്നു l_2, $\overline{XY}$ യുടെ ലംബമാകുന്നു M, $\overline{XY}$ യുടെ മധ്യബിന്ദുവാകുന്നു

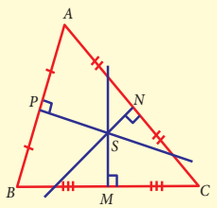
ABC എന്ന ത്രികോണം പരിഗണിച്ചാൽ അതിന് മൂന്നു വശങ്ങളുണ്ട്. ഓരോ വശത്തിനും ഓരോ ലംബദ്വിഭാജകം താഴെ കാണും വിധം വരയ്ക്കാവുന്നതാണ്.

		
വശം BC യുടെ ലംബദ്വിഭാജകം	വശം AC യുടെ ലംബദ്വിഭാജകം	വശം AB യുടെ ലംബദ്വിഭാജകം
$\overline{BC}$ യുടെ മധ്യബിന്ദുവാണ് M. M എന്ന ബിന്ദുവിലൂടെ ലംബം ലഭിക്കുന്നു.	$\overline{AC}$ യുടെ മധ്യബിന്ദുവാണ് N. N എന്ന ബിന്ദുവിലൂടെ ലംബം ലഭിക്കുന്നു.	$\overline{AB}$ യുടെ മധ്യബിന്ദുവാണ് P. P എന്ന ബിന്ദുവിലൂടെ ലംബം ലഭിക്കുന്നു.

അതിശയോക്തി പരമായി, ഒരു ത്രികോണത്തിലെ മൂന്നു വശങ്ങളുടേയും ലംബദ്വിഭാജകങ്ങൾ ഒരു ബിന്ദുവിൽ സംഗമിക്കുന്നു എന്നു മനസ്സിലാക്കാം.

പ്രവൃത്തി

പേപ്പർ മടക്ക് രീതിയിലൂടെ ലംബദ്വിഭാജകങ്ങൾ ഒരേയൊരു ബിന്ദുവിൽ സംഗമിക്കുന്നതെങ്ങനെ എന്ന ചിത്രീകരണരൂപം ഒന്നു നോക്കാം. ഇത് ശ്രമിച്ചു നോക്കുക



ഏതൊരു ത്രികോണത്തിലെയും വശങ്ങളുടെ ലംബദ്വിഭാജകങ്ങൾ സംഗാമികളാണ്.

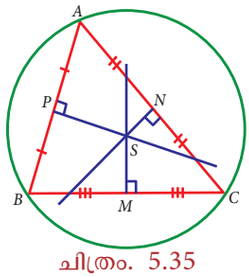
നേരത്തെ ചെയ്ത കേന്ദ്രകത്തിന്റെ പ്രവൃത്തിപോലെ തന്നെ, പലതരത്തിൽപ്പെട്ട ന്യൂന, ബ്യൂഹത്, സമകോണ, ദ്വിസമഭുജ, സമഭുജ ത്രികോണങ്ങളിലും ഇതേ പരീക്ഷണം ആവർത്തിക്കാവുന്നതാണ്. ഈ വിഭാഗത്തിൽ സമഭുജത്രികോണത്തിനു എന്തെങ്കിലും പ്രത്യേകത കണ്ടെത്താൻ കഴിഞ്ഞോ?

5.8.1 പരിവൃത്ത കേന്ദ്രം

ഒരു ത്രികോണത്തിലെ മൂന്നു വശങ്ങളുടേയും ലംബദ്വിഭാജകങ്ങളുടെ സംഗമബിന്ദുവാണ് **പരിവർത്തകേന്ദ്രം** ഇതിനെ **S** എന്ന അക്ഷരമുപയോഗിച്ച് സൂചിപ്പിക്കുന്നു.

05_8th_Maths_Geometry_Chap 5_Malayalam.indd 174 1/25/2023 5:30:01 PM

എന്തു കൊണ്ടാണ് ഇതിനെ അങ്ങനെ വിളിക്കേണ്ടത്? കാരണം ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്നു ശീർഷങ്ങളിലൂടെ കൃത്യമായി കടന്നുപോകുന്നതും ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ ലംബദ്വിഭാജകങ്ങളുടെ സംഗമ ബിന്ദു കേന്ദ്രവുമായ ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കാൻ സാധിക്കും. ആയതിനാൽ ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ പരിവൃത്തകേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും ശീർഷം വരെയുള്ള ദൂരം സമമായിരിക്കും.



ചിത്രം. 5.35

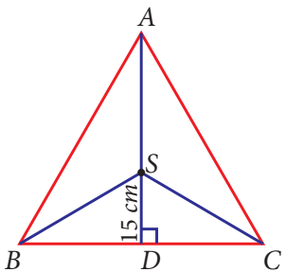
പ്രവൃത്തി

പേപ്പർ മടക്കൽ പ്രക്രിയ വഴി താഴെതന്നിട്ടുള്ളവ ശരിയാണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക.

1. ഒരു ന്യൂനകോണത്രികോണത്തിന്റെ പരിവൃത്തകേന്ദ്രം ത്രികോണത്തിനുള്ളിൽ സ്ഥിതി ചെയ്യുന്നു.
2. ഒരു ബ്യൂഹത്ത്രികോണത്തിന്റെ പരിവൃത്തകേന്ദ്രം ആ ത്രികോണത്തിനു വെളിയിൽ സ്ഥിതി ചെയ്യുന്നു.
3. ഒരു സമകോണത്രികോണത്തിന്റെ പരിവൃത്തകേന്ദ്രം കർണത്തിനു മധ്യഭാഗത്തായി സ്ഥിതി ചെയ്യുന്നു.

ഉദാഹരണം 5.19

ΔABC എന്ന ത്രികോണത്തിൽ S എന്നത് പരിവൃത്തകേന്ദ്രം BC = 72 സെ.മീ കൂടാതെ DS = 15 സെ.മീ എങ്കിൽ പരിവൃത്ത ആരം കണക്കാക്കുക.



ചിത്രം. 5.36

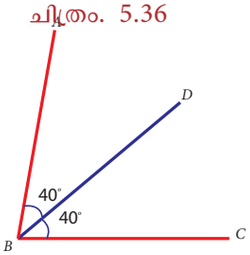
നിർദ്ധാരണം:

ΔABC യിലെ S എന്നത് പരിവൃത്തകേന്ദ്രവും A,B,C എന്നിവയിൽ നിന്നും സമദൂരത്തിലും ആകുന്നു S ന്റെ സ്ഥാനം. അതുകൊണ്ട് AS=BS=CS= പരിവൃത്തത്തിന്റെ ആരം. AD എന്നത് BC യുടെ ലംബ ദ്വിഭാജകമാണ്, $BD = \frac{1}{2} \times BC = \frac{1}{2} \times 72 = 36$ സെ.മീ

സമകോണത്രികോണം BDS ൽ നിന്നും പൈതഗോറസ് സിദ്ധാന്തം വഴി

$$BS^2 = BD^2 + SD^2 = 36^2 + 15^2 = 1521 = 39^2 \Rightarrow BS = 39 \text{ സെ.മീ}$$

$\therefore \Delta ABC$ യുടെ പരിവൃത്തആരം 39 സെ.മീ ആകുന്നു.

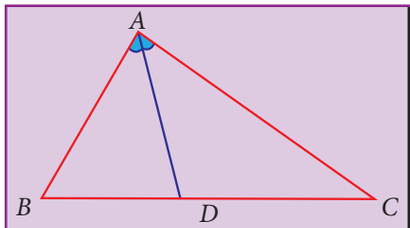
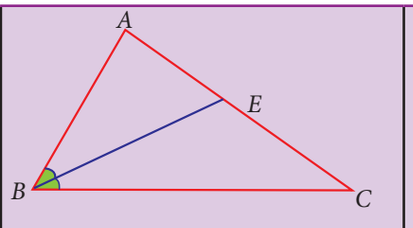
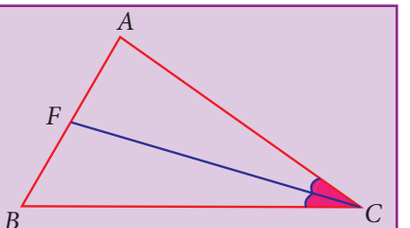


ചിത്രം. 5.37

5.9 ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ കോണദ്വിഭാജകം

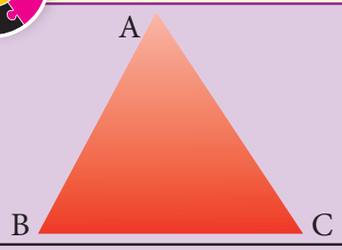
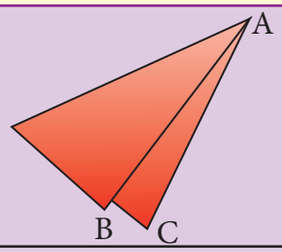
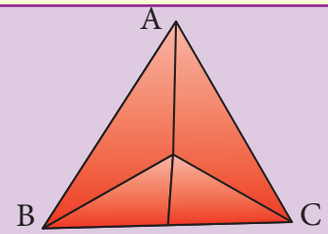
കഴിഞ്ഞ ക്ലാസിൽ കോണദ്വിഭാജകത്തെക്കുറിച്ച് പഠിച്ചുകഴിഞ്ഞു. ഒരു കോണദ്വിഭാജകം എന്നത് ഒരു രേഖ അല്ലെങ്കിൽ രശ്മി കോണിനുള്ളിൽ സമതലമായി പതിക്കുന്നതാണ്. ചിത്രത്തിൽ നിന്നും $\angle ABC$, BD എന്ന രേഖയാൽ വിഭജിക്കപ്പെട്ടു. ആയതിനാൽ $\angle ABD = \angle CBD$.

ABC പരിഗണിക്കുക. ഒരു ത്രികോണത്തിന് എത്ര കോണുകളുണ്ട്? മൂന്ന് കോണുകൾ. ഓരോ കോണുകൾക്കും, താഴെ തന്നിട്ടുള്ളതുപോലെ കോണദ്വിഭാജകങ്ങൾ നിങ്ങൾക്ക് വരയ്ക്കാം.

		
$\angle A$ യെ രണ്ടു സർവ്വ സമകോണുകളായി AD വിഭജിക്കുന്നുആയതിനാൽ ഇത് $\angle A$ യുടെ കോൺദ്വിഭാജകമാകുന്നു	$\angle B$ യെ രണ്ടു സർവ്വ സമകോണുകളായി BE വിഭജിപ്പിക്കുന്നു ആയതിനാൽ ഇത് $\angle B$ യുടെ കോണദ്വിഭാജകമാകുന്നു .	$\angle C$ യെ CF രണ്ടു സർവ്വ സമകോണുകളായി വിഭജിക്കുന്നു ആയതിനാൽ CF, $\angle C$ യുടെ കോണദ്വിഭാ ജകമാകുന്നു.

05_8th_Maths_Geometry_Chap 5_Malayalam.indd 175 1/25/2023 5:30:03 PM

പ്രവൃത്തി

		
1. ഒരു ത്രികോണത്തെ പേപ്പറിൽ വെട്ടിയെടുക്കുക. അതിൽ ABC എന്ന പേര് കൊടുക്കുക.	2. ത്രികോണം മടക്കിയെടുത്തുകൊണ്ട് ശീർഷം ഉൾക്കൊള്ളുന്ന തരത്തിൽ എതിർ വശങ്ങളെ യോജിപ്പിക്കുകയും ചെയ്യുക. ഈ പ്രക്രിയ ആവർത്തിക്കുകയും മറ്റു രണ്ടു കോണുകളുടെ കോണദ്വിഭാജകങ്ങളെയും മടക്കികാണിക്കുക	3. എല്ലാ മടക്കുകളെയും അടയാളം ചെയ്യുക. എല്ലാ കോണദ്വിഭാജകങ്ങളും ഒരേ ബിന്ദുവിലൂടെ കടന്നു പോകുന്നുണ്ടോ

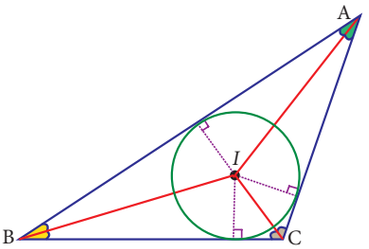
ഇപ്പോൾ ഇതേ പ്രവൃത്തി ബൃഹത്കോണ ത്രികോണത്തിലും സമകോണത്രികോണത്തിലും ആവർത്തിക്കാനാകും. എന്താണ് നിങ്ങളുടെ നിഗമനം?

എല്ലാ കോണദ്വിഭാജകങ്ങളും ഒരേ ബിന്ദുവിലൂടെ കടന്നുപോകുന്നുണ്ടോ?

ഒരു ത്രികോണത്തിലെ മൂന്ന് കോണദ്വിഭാജകങ്ങളും സംഗാമികളാണ്.

5.9.1 അന്തർവൃത്തകേന്ദ്രം

ഒരു ത്രികോണത്തിലെ മൂന്നുകോണദ്വിഭാജകങ്ങളും ഒരു ബിന്ദുവിന്റെ സംഗാമിക്കുന്നു. ഇതിനെ **അന്തർവൃത്തകേന്ദ്രം** എന്നു പറയുന്നു. അതിനെ **I** എന്ന അക്ഷരം കൊണ്ട് സൂചിപ്പിക്കുന്നു



ചിത്രം. 5.38

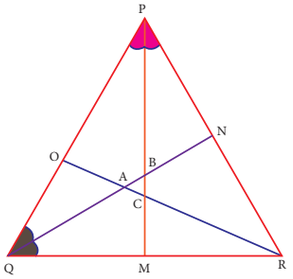
എന്തുകൊണ്ടാണ് ഇതിനെ അങ്ങനെ വിളിക്കുന്നു. കാരണം ത്രികോണത്തിനുള്ളിൽ ഒരു വൃത്തംവരയ്ക്കാൻ കഴിയും. അത് മൂന്ന് വശങ്ങളെയും ആന്തരികമായി സ്പർശിക്കുന്നു. കൂടാതെ കോണദ്വിഭാജകങ്ങൾ മധ്യഭാഗത്തായി ഒരേഒരു ബിന്ദുവിൽ സംഗമിക്കുന്നു. അന്തർവൃത്തകേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും ഓരോ വശത്തേക്കും വരച്ച ലംബരേഖയുടെ ദൈർഘ്യം തുല്യമാണെന്ന് കണ്ടെത്തി. അങ്ങനെ ആ ത്രികോണത്തിന്റെ വശത്തുനിന്നും അന്തർവൃത്ത കേന്ദ്രത്തേയ്ക്കു വരയ്ക്കപ്പെട്ട രേഖയുടെ നീളം തുല്യമാണ് എന്ന് ലഭിക്കുന്നു.

ഉദാഹരണം 5.20

ത്രികോണം PQR ന്റെ അന്തർവൃത്തകേന്ദ്രം തിരിച്ചറിയുക

നിർദ്ധാരണം:

കോണദ്വിഭാജകങ്ങളുടെ പരസ്പര ഛേദകരേഖകളുടെ സംഗമബിന്ദുവാണ് അന്തർവൃത്ത കേന്ദ്രം



ചിത്രം. 5.39

ഇവിടെ PM ഉം QN ഉം കോണദ്വിഭാജകങ്ങളായ $\angle P$, $\angle Q$ എന്നിവയുടെ ഛേദക ബിന്ദുവാണ് B.

അതുകൊണ്ട്, ത്രികോണം PQR ന്റെ അന്തർവൃത്ത കേന്ദ്രമാണ് B.

(ΔABC യുടെ അന്തർവൃത്തകേന്ദ്രം ആണ് A, C എന്ന് പറയാൻ കഴിയുമോ? എന്തുകൊണ്ട്?)

05_8th_Maths_Geometry_Chap 5_Malayalam.indd 176 1/25/2023 5:30:04 PM

നിങ്ങൾക്ക് അറിയാമോ?

കേന്ദ്രകം, ലംബകേന്ദ്രം, പരിവൃത്തം, അന്തർവൃത്തം എന്നീ വിഭിന്നമായവയുടെ സ്ഥാനം പലതരത്തിലുള്ള ത്രികോണത്തെ ആശ്രയിച്ചിരിക്കും. താഴെതന്നിട്ടുള്ള നിയമങ്ങൾ സ്ഥാപിക്കുന്നതിനും ഓർക്കുന്നതിനും നിങ്ങളെ ഇത് സഹായിക്കും.

(i) എല്ലാത്തരം ത്രികോണങ്ങൾക്കും, **കേന്ദ്രകം (G)** കൂടാതെ **അന്തർവൃത്തകേന്ദ്രം (I)** എന്നിവ **ത്രികോണങ്ങൾക്കുള്ളിലായിരിക്കും**

(ii) **ലംബകേന്ദ്രം (H)** ന്യൂനത്രികോണത്തിന്റെ **അകത്തും** ബൃഹത് ത്രികോണത്തിന്റെ **പുറത്തും** കൂടാതെ **സമകോണത്രികോണത്തിൽ** 90^0 യുള്ള ശീർഷത്തിലും ആയിരിക്കും.

(iii) **പരിവൃത്തകേന്ദ്രം (S)** ന്യൂനകോണത്രികോണത്തിന്റെ **ഉൾഭാഗവും** ബൃഹത്കോണത്രികോണത്തിനു **പുറംഭാഗത്തായും** ഒരു **സമകോണത്രികോണത്തിനു കർണ്ണത്തിലും** സ്ഥിതി ചെയ്യുന്നു.

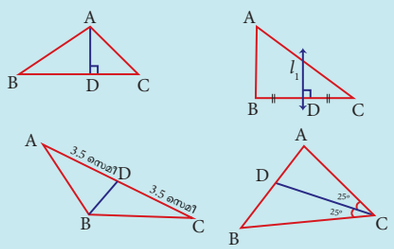
പ്രവൃത്തി

1. പേപ്പർ മടക്ക് പ്രക്രിയയിലൂടെ ഒരു സമകോണത്രികോണത്തിന്റെ കേന്ദ്രകം, ലംബകേന്ദ്രം, പരിവൃത്തകേന്ദ്രം, അന്തർവൃത്തകേന്ദ്രം എന്നിവ കാണുക. അവ യോജിക്കുന്നുണ്ടോ
2. പേപ്പർ മടക്ക് പ്രക്രിയയിലൂടെ ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ കേന്ദ്രകം (G), ലംബകേന്ദ്രം (H), പരിവൃത്തകേന്ദ്രം (S), അന്തർവൃത്തകേന്ദ്രം (I) എന്നിവ കാണുക. G,H,S, I എന്നിവ യോജിപ്പിക്കുക. അവ സമരേഖീയമാണോ?

ശ്രമിച്ചുനോക്കൂ

തന്നിട്ടുള്ള ഓരോ ത്രികോണത്തിൽ നിന്നും ആവശ്യമായ ഓരോ ഭാഗവും ഏതുതരമാണെന്ന് തരംതിരിച്ചറിയുക

(മധ്യമം, ഉന്നതി, ലംബദ്വിഭാജകം, കോണദ്വിഭാജകം)



(i) AD =_____ (ii) l_1 =_____

(iii) BD =_____ (iv) CD =_____

അഭ്യാസം 5.2

1. **പൂരിപ്പിക്കുക:**

(i) PQR ൽ $PR^2 = PQ^2 + QR^2$ ആയാൽ Δ PQR ന്റെ സമകോൺ —— ആണ്

(ii) 'l', 'm' ഇവ ഒരു സമകോണ ത്രികോണത്തിന്റെ പാദങ്ങളും 'n' എന്നത് കർണ്ണവും ആയാൽ l^2 = _____. ആയിരിക്കും.

(iii) ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾ 5:12:13 എന്ന അംശബന്ധത്തിലായാൽ അത് ഒരു —— ആയിരിക്കും

(iv) ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ മധ്യമങ്ങൾ _____ ൽ സംഗമിക്കുന്നു.

(v) ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ കേന്ദ്രകം ഓരോ മധ്യമത്തെയും _____ എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ വിഭജിക്കുന്നു.

05_8th_Maths_Geometry_Chap 5_Malayalam.indd 177 1/25/2023 5:30:05 PM

2. **ശരിയോ തെറ്റോ എന്നെഴുതുക.**

(i) 8,15,17 എന്നിവ ഒരു പൈതഗോറിയൻ ട്രിപ്പ്ൾ .

(ii) ഒരു സമകോണ ത്രികോണത്തിന്റെ ഏറ്റവും നീളം കൂടിയ വശമാണ് അതിന്റെ കർണ്ണം

(i) ഏതെങ്കിലും ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ കേന്ദ്രകവും അന്തർവൃത്തകേന്ദ്രവും ആ ത്രികോണത്തിനകത്ത് സ്ഥിതിചെയ്യുന്നു

(ii) ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ കേന്ദ്രകം, ലംബകേന്ദ്രം, അന്തർവൃത്തകേന്ദ്രം എന്നിവ സമരേഖീയമാണ്.

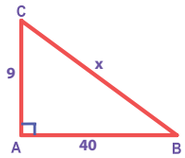
(iii) ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ അന്തർവൃത്തകേന്ദ്രം എന്നത് ആ ത്രികോണത്തിന്റെ ശീർഷത്തുനിന്നും തുല്യഅകലത്തിലായിരിക്കും.

3. പൈതഗോറസ് സിദ്ധാന്തം ഉപയോഗിച്ച് താഴെ കാണുന്ന വശങ്ങൾ ഒരു സമകോണ ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾ ആയിരിക്കാൻ സാധ്യമായവയാണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക?

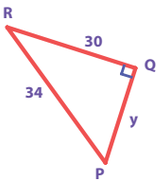
(i) 8,15,17 (ii) 12,13,15 (iii) 30,40,50 (iv) 9,40,41 (v) 24,45,51

4. താഴെ കാണുന്ന ത്രികോണങ്ങളിൽ തന്നിട്ടില്ലാത്ത വശങ്ങളുടെ അളവുകൾ കാണുക.

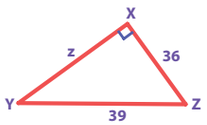
(i)



(ii)

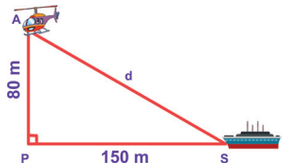


(iii)

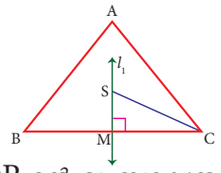


5. ഒരു ദ്വിസമഭുജ ത്രികോണത്തിന്റെ സമാനവശങ്ങൾ 13 സെ.മീ ഉം പാദം 24 സെ.മീ ആയാൽ അതിന്റെ ഉയരം കാണുക?

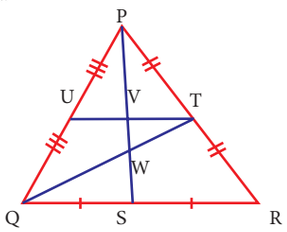
6. ഒരു വിമാനത്തിന്റെയും കപ്പലിന്റെയും ഇടയിലുള്ള ദൂരം കാണുക?.



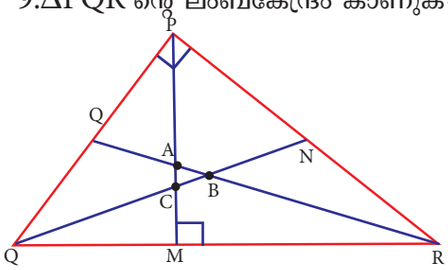
7. ത്രികോണം ABC യിൽ l_1 എന്നത് BC യുടെ ലംബദ്വിഭാജകം ആകുന്നു. BC= 12സെ.മീ, SM= 8സെ.മീ എങ്കിൽ CS കാണുക



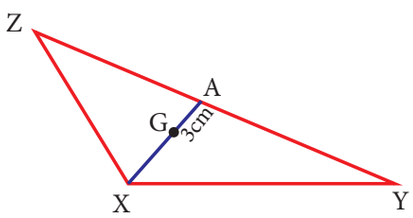
8. ΔPQR ന്റെ കേന്ദ്രകം തിരിച്ചറിയുക?



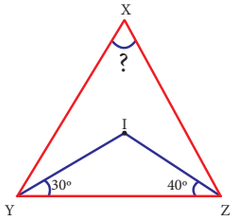
9.ΔPQR ന്റെ ലംബകേന്ദ്രം കാണുക?



10. താഴെതന്നിട്ടുള്ള ചിത്രത്തിൽ ത്രികോണം XYZ ൽ A എന്നത് YZ ന്റെ മധ്യബിന്ദുവും G കേന്ദ്രകവും ആകുന്നു. GA യുടെ നീളം 3 ഉം ആയാൽ XA കാണുക?



11. ΔXYZ ന്റെ പരിവൃത്തകേന്ദ്രമാണ് I, $\angle IYZ = 30°$ യും $\angle IZY = 40°$, യും എങ്കിൽ $\angle YXZ$ കാണുക



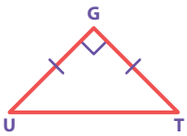
05_8th_Maths_Geometry_Chap 5_Malayalam.indd 178 1/25/2023 5:30:08 PM

ഉത്തരം തെരഞ്ഞെടുത്തെഴുതുക

12. ΔGUT ഒരു ദ്വിസമഭുജ സമകോണ ത്രികോണം ആയിരുന്നാൽ $\angle TUG$ = ———

(a) 30° (b) 40° (c) 45° (d) 55°

13. 12സെ.മീ, 16സെ.മീ വശങ്ങളുള്ള ഒരു സമകോണ ത്രികോണ ത്രികോണത്തിന്റെ കർണ്ണം ———



(a) 28 സെ.മീ (b) 20 സെ.മീ (c) 24 സെ.മീ (d) 21 സെ.മീ

14. നീളം 21 സെ.മീ വീതി 29 സെ.മീ ഉള്ള ഒരു ദീർഘചതുരത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം —— സെ.മീ ^{2}

(a) 609 (b) 580 (c) 420 (d) 210

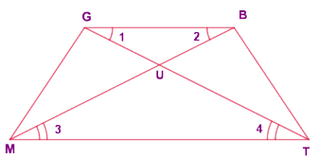
15. ഒരു സമകോണ ത്രികോണ ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾ 5:12:13 എന്ന അംശബന്ധത്തിലും അതിന്റെ ചുറ്റളവ് 120 മാത്രയും ആയാൽ വശങ്ങൾ ——.

(A) 25, 36, 59 (B) 10,24,26 (C) 36, 39, 45 (D) 20,48,52

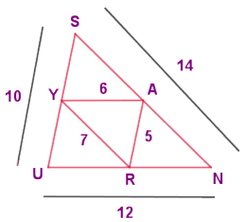
അഭ്യാസം 5.3

പലവകപ്രയോഗപ്രശ്നങ്ങൾ

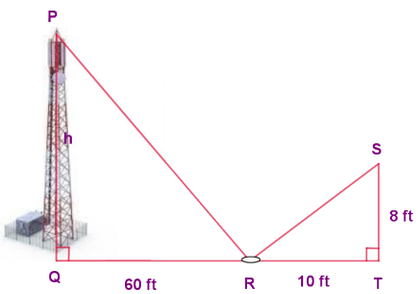
1. തന്നിട്ടുള്ള ചിത്രത്തിൽ $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 \equiv \angle 4$. $\Delta\ MUG \equiv \Delta\ TUB$ എന്നു തെളിയിക്കുക.



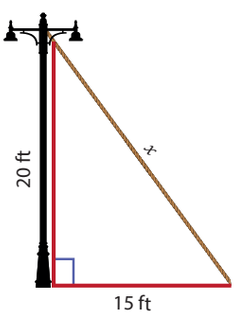
2. തന്നിട്ടുള്ള ചിത്രത്തിൽt $\Delta\ SUN \sim \Delta RAY$ എന്നു തെളിയിക്കുക.



3. ഒരു ഗോപുരത്തിന്റെ പ്രതിബിംബം കാണാൻ കഴിയുന്ന വിധത്തിൽ R എന്ന ബിന്ദുവിൽ കണ്ണാടി വച്ച് ഗോപുരത്തിന്റെ ഉയരം കണ ക്കാക്കുന്നു.$\Delta PQR \sim \Delta STR$ ആയാൽ ഗോപുരത്തിന്റെ ഉയരം കാണുക.



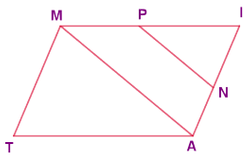
4. ഒരു ഇലക്ട്രിക് കമ്പി തറയുമായി ബന്ധിച്ചിരിക്കുന്നു എങ്കിൽ ആ ഇലക്ട്രിക് കമ്പി യടെ നീളം കാണുക



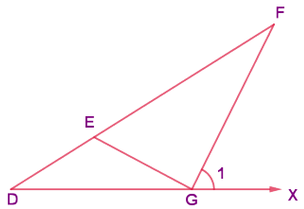
5. രാധിക 25 ഇഞ്ച് സ്ക്രീനുള്ള ഒരു LED TV വാങ്ങി അതിന്റെ ഉയരം 7 ഇഞ്ച് എങ്കിൽ അതിന്റെ അകലം എത്ര? ടെലിവിഷൻ കവറിന്റെ അകലം 20 ഇഞ്ച് എങ്കിൽ TV യെ കവറിനുള്ളിൽ വയ്ക്കുന്നതിന് സാധിക്കുമോ?

05_8th_Maths_Geometry_Chap 5_Malayalam.indd 179 1/25/2023 5:30:10 PM

6. തന്നിട്ടുള്ള ചിത്രത്തിൽ, $\angle TMA \equiv \angle IAM$ കൂടാതെ $\angle TAM \equiv \angle IMA$. P എന്നത് MI യുടെ മദ്ധ്യബിന്ദു. N എന്നത് AI യുടെ മദ്ധ്യബിന്ദു $\Delta\ PIN \sim \Delta ATM$ എന്നു തെളിയിക്കുക.

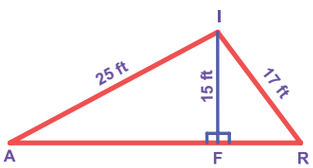


7. തന്നിട്ടുള്ള ചിത്രത്തിൽ, $\angle FEG \equiv \angle 1$ $DG^2 = DE.DF$ എന്നു തെളിയിക്കുക.



8. ഒരു സമചതുർഭുജത്തിന്റെ വികർണ്ണത്തിന്റെ നീളങ്ങൾ 12 സെ.മീ, 16 സെ.മീ ഇവയാണ്. എങ്കിൽ അതിന്റെ ചുറ്റളവ് കാണുക. (ഒരു സമചതുർഭുജത്തിന്റെ വികർണ്ണങ്ങൾ പരസ്പരം സമകോണിൽ സമഭാഗം ചെയ്യുന്നു).

9. ചിത്രത്തിൽ നിന്നും AR കാണുക.



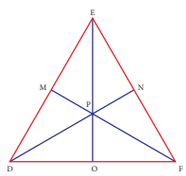
10. ΔDEF ൽ DN, EO, FM എന്നിവ മധ്യമങ്ങളും P എന്ന ബിന്ദു അതിന്റെ കേന്ദ്രകവുമാണ് എങ്കിൽ

(i) DE = 44, എങ്കിൽ DM = ?

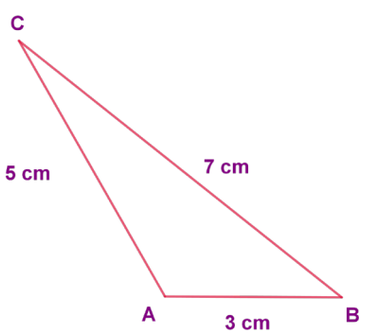
(ii) PD = 12, എങ്കിൽ PN = ?

(iii) DO = 8, എങ്കിൽ FD = ?

(iv) OE = 36 എങ്കിൽ EP = ?

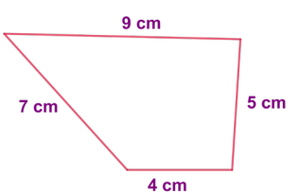


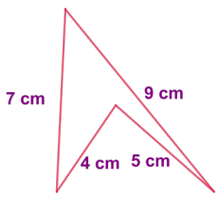
5.10 ചതുർഭുജങ്ങളുടെ നിർമ്മിതി

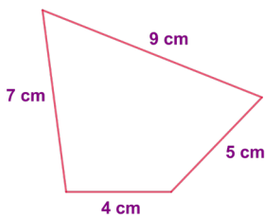


കഴിഞ്ഞ ക്ലാസ്സുകളിൽ നാം ത്രികോണങ്ങളുടെ നിർമ്മിതിയെ കുറിച്ച് പഠിച്ചു കഴിഞ്ഞു. ത്രികോണം എന്നത് മൂന്ന് വശങ്ങളുള്ള ഒരു ബഹുഭുജമാണ്. ഒരു ത്രികോണം വരക്കുന്നതിന് 3 സ്വതന്ത്ര അളവുകൾ ആവശ്യമാണ്. കൂടാതെ 3 വശങ്ങൾ തന്നിരുന്നാൽ ഒരു ത്രികോണം നിർമ്മിക്കുന്നതിന് ഒരേയൊരു വഴിയേ സാധ്യമാകുന്നുള്ളൂ. ഉദാഹരണമായി 3 സെമീ, 5 സെ.മീ, കൂടാതെ 7 സെ.മീ എന്നീ അളവുകളുള്ള ത്രികോണം നിർമ്മിക്കുന്നതിന് ഒരേയൊരു വഴിയേ സാധ്യമാകുന്നുള്ളൂ.

ഇപ്പോൾ നമുക്ക് ചതുർഭുജങ്ങളെ കുറിച്ച് നോക്കാം. 4 വശങ്ങളുള്ള ഒരു ബഹുഭുജത്തെ ചതുർഭുജം എന്ന് വിളിക്കാം. ശരിയാണോ? പക്ഷേ ഒരു ചതുർഭുജത്തിന് വ്യത്യസ്ത രൂപങ്ങൾ ഉണ്ടാകാം. തന്നിട്ടുള്ള 4 അളവുകൾക്ക് അവ ഒരേ രൂപത്തിൽ ഇരിക്കണമെന്നില്ല. ഉദാഹരണമായി,4 സെ.മീ, 5 സെ.മീ, 7 സെ.മീ, കൂടാതെ 9 സെ.മീ, എന്നീ അളവുകളുള്ള ചില ചതുർഭുജങ്ങൾ താഴെ കൊടുത്തിട്ടുണ്ട്.





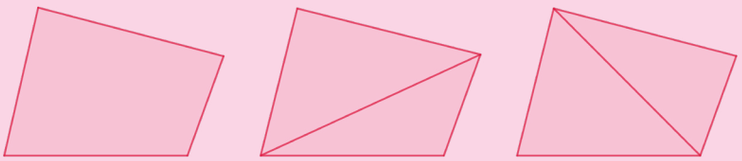


അതുകൊണ്ട് ഒരു പ്രത്യേക ചതുർഭുജം നിർമ്മിക്കുന്നതിന് നമുക്ക് അഞ്ചാമത് ഒരു അളവ് ആവശ്യമാണ്. അത് വികർണ്ണമോ കോണോ ആകാം. മാത്രമല്ല രണ്ടോ അല്ലെങ്കിൽ മൂന്നോ വശങ്ങൾ തന്നിരുന്നാലും, വികർണ്ണങ്ങൾ കൂടാതെ കോണുകൾ എന്നിവയുടെ അളവുകൾ ഉപയോഗിച്ച് നമുക്ക് ചതുർഭുജം നിർമ്മിക്കാൻ സാധിക്കും.

05_8th_Maths_Geometry_Chap 5_Malayalam.indd 180 1/25/2023 5:30:14 PM

കുറിപ്പ്

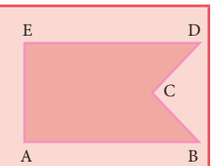
ഒരു വികർണ്ണം വരയ്ക്കുന്നതിലൂടെ ഒരു ചതുർഭുജത്തെ നമുക്ക് രണ്ട് ത്രികോണങ്ങളായി വിഭജിക്കാൻ സാധിക്കും.



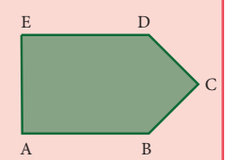
മുകളിൽ കാണുന്ന ചിത്രങ്ങളിൽ ഒരു ചതുർഭുജത്തെ അതിന്റെ വികർണ്ണങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് രണ്ട് വിധത്തിൽ വിഭജിച്ചിരിക്കുന്നു. അതിനാൽ ഒരു വികർണ്ണം തന്നിരുന്നാൽ ആദ്യം രണ്ട് വശങ്ങളും ഒരു വികർണ്ണവും ഉപയോഗിച്ച് താഴത്തെ ത്രികോണം വരയ്ക്കുക അതിനുശേഷം ബാക്കിയുള്ള രണ്ട് അളവുകൾ ഉപയോഗിച്ച് മുകളിലെ ത്രികോണം വരയ്ക്കുക

നിങ്ങൾക്ക് അറിയാമോ?

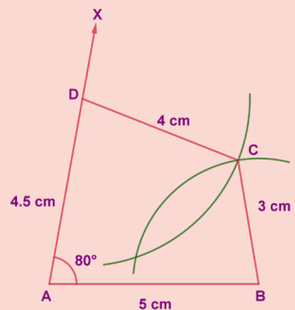
(i)
- ഒരു ബഹുഭുജത്തിൽ കുറഞ്ഞത് ഒരു കോണെങ്കിലും 180°, യെക്കാൾ കൂടുതലായിരുന്നാൽ ആ ബഹുഭുജത്തെ അവതല ബഹുഭുജം (Concave Polygon) എന്നു പറയാം. തന്നിട്ടുള്ള ബ ഹുഭുജത്തിൽ ആന്തരകോൺ C 180° യെക്കാൾ കൂടുതലാണ്.



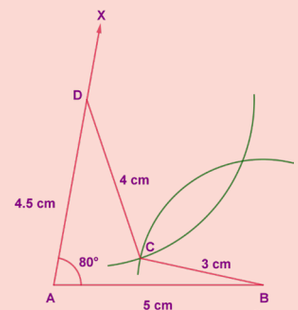
- ഒരു ബഹുഭുജത്തിന്റെ ഓരോ ആന്തരകോണും 180°, യെക്കാൾ കുറവായിരുന്നാൽ ആ ബഹുഭുജത്തെ ഉത്തല ബഹുഭുജം (Convex Polygon) എന്നു പറയാം. തന്നിട്ടുള്ള ബഹുഭുജത്തിൽ എല്ലാ ആന്തരകോണുകളും 180° യെക്കാൾ കുറവാണ്.



(ii) താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന ചതുർഭുജങ്ങളെ ശ്രദ്ധിക്കുക



ഉത്തല ചതുർഭുജം



അവതല ചതുർഭുജം

എന്നിരുന്നാലും മുകളിൽ പറഞ്ഞതുപോലെ ഒരു ചതുർഭുജം രണ്ട് വഴികളിലൂടെ നിർമ്മിക്കാൻ സാധിക്കുമെങ്കിലും നാം ഈ അദ്ധ്യായത്തിൽ അവതല ചതുർഭുജങ്ങളെ കണക്കിലെടുക്കുന്നില്ല. അതിനാൽ ഉത്തല ചതുർഭുജങ്ങളുടെ നിർമ്മാണം മാത്രമേ നാം ഇവിടെ കൈകാര്യം ചെയ്യുന്നുള്ളൂ.

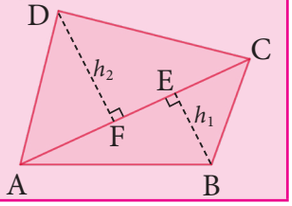
കുറിപ്പ്

തന്നിരിക്കുന്ന ABCD എന്ന ചതുർഭുജം പരിഗണിക്കുക AC ഒരു വികർണം B,D എന്നിവയിൽനിന്നും വരയ്ക്കുന്ന ഉന്നതികൾ ആണ് BE (h_1), DF (h_2)എന്നിവ

ABCD എന്ന ചതുർഭുജത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = ΔABCയുടെ വിസ്തീർണ്ണം + ΔACD യുടെ വിസ്തീർണ്ണം

$$= \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BE + \frac{1}{2} AC \cdot FD$$

$$= \frac{1}{2} \cdot d \cdot h_1 + \frac{1}{2} d \cdot h_2 = \frac{1}{2} \cdot d (h_1 + h_2) \text{ ച.മാത്രകൾ}$$



05_8th_Maths_Geometry_Chap 5_Malayalam.indd 181 1/25/2023 5:30:17 PM

താഴെ തന്നിട്ടുള്ള അളവുകൾ ഉപയോഗിച്ച് വിവിധതരം ചതുർഭുജങ്ങൾ നിർമ്മിക്കുന്നതെങ്ങനെ എന്ന് നമുക്ക് നോക്കാം :

(i) നാല് വശങ്ങളും ഒരു വികർണ്ണവും തന്നിരുന്നാൽ
(ii) മൂന്നു വശങ്ങളും രണ്ട് വികർണ്ണങ്ങളും തന്നിരുന്നാൽ.
(iii) നാല് വശങ്ങളും ഒരു കോണും തന്നിരുന്നാൽ.
(iv) മൂന്ന് വശങ്ങളും രണ്ട് കോണുകളും തന്നിരുന്നാൽ.
(v) രണ്ട് വശങ്ങളും മൂന്ന് കോണുകളും തന്നിരുന്നാൽ.

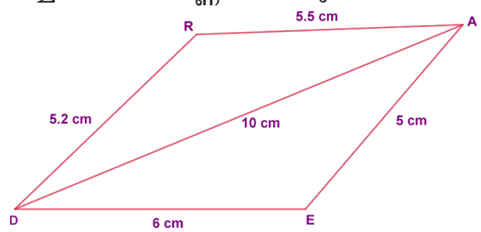
5.10.1 നാലു വശങ്ങളും ഒരു വികർണ്ണവും തന്നിരുന്നാൽ ചതുർഭുജത്തിന്റെ നിർമ്മിതി

ഉദാഹരണം 5.21

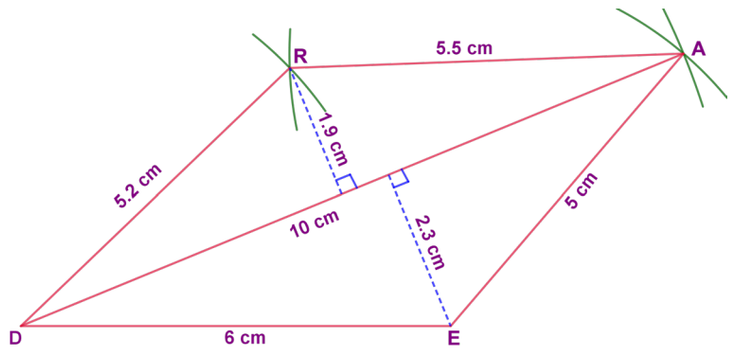
DE=6 സെ.മീ, EA = 5 സെ.മീ, AR = 5.5 സെ.മീ, RD = 5.2 സെ.മീ കൂടാതെ DA = 10 സെ.മീ. എന്നീ അളവുകളോടു കൂടിയ ചതുർഭുജം. $DEAR$ നിർമ്മിച്ച് വിസ്തീർണ്ണം കാണുക.

നിർദ്ധാരണം:

തന്നിട്ടുള്ളവ :
DE = 6 സെ.മീ, EA = 5 സെ.മീ, AR = 5.5 സെ.മീ, RD = 5.2 സെ.മീ കൂടാതെ വികർണ്ണം DA = 10 സെ.മീ



മാതൃക ചിത്രം



ചിത്രം. 5.40

വഴികൾ:

1. രേഖാഖണ്ഡം DE = 6 സെ.മീ വരക്കുക.
2. D കൂടാതെ E എന്നിവ കേന്ദ്രമാക്കി യഥാക്രമം 10 സെ.മീ കൂടാതെ 5 സെ.മീ വ്യാസാർദ്ധങ്ങളിൽ വൃത്തചാപങ്ങൾ വരയ്ക്കുക അവ A യിൽ ഛേദിക്കുന്നു.
3. DA കൂടാതെ EA എന്നിവ യോജിപ്പിക്കുക.
4. D കൂടാതെ E എന്നിവ കേന്ദ്രങ്ങളാക്കി യഥാക്രമം 5.2 സെ.മീ, 5.5 സെ.മീ എന്നീ വ്യാസാർദ്ധങ്ങളിൽ R ൽ ഛേദിക്കുന്ന വിധം വൃത്തചാപങ്ങൾ വരക്കുക.
5. DR കൂടാതെ AR എന്നിവ യോജിപ്പിക്കുക.
6. $DEAR$ ആവശ്യമായ ചതുർഭുജമാകുന്നു.

വിസ്തീർണ്ണം കണക്കാക്കൽ :

ചതുർഭുജം $DEAR$ ന്റെ വിസ്തീർണ്ണം $= \frac{1}{2} \times d \times (h_1 + h_2)$ ച.മാത്രകൾ

$= \frac{1}{2} \times 10 \times (1.9 + 2.3) = 5 \times 4.2 = 21$ സെ.മീ^{2}

05_8th_Maths_Geometry_Chap 5_Malayalam.indd 182 1/25/2023 5:30:19 PM

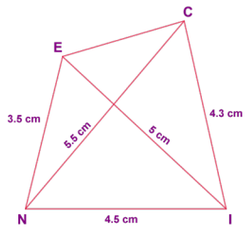
5.10.2 3 വശങ്ങളും 2 വികർണ്ണങ്ങളും തന്നിരുന്നാൽ ചതുർഭുജം നിർമ്മിക്കുന്ന വിധം

ഉദാഹരണം 5.22

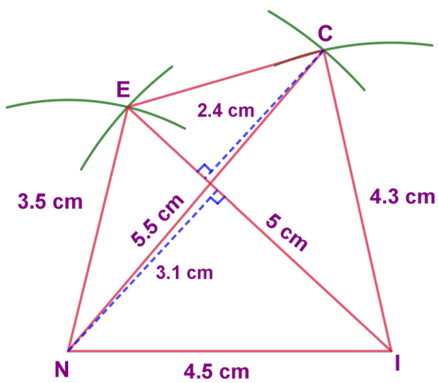
NI=4.5 സെ.മീ, *IC*= 4.3 സെ.മീ, *NE*= 3.5സെ.മീ, *NC*= 5.5 സെ.മീ, കൂടാതെ *IE* = 5 സെ.മീ എന്നീ അളവുകളോടു കൂടിയ ചതുർഭുജം *NICE* നിർമ്മിക്കുക. അതിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക

നിർദ്ധാരണം:

തന്നിട്ടുള്ളവ :
NI = 4.5 സെ.മീ, *IC*= 4.3 സെ.മീ,
NE = 3.5 സെ.മീ കൂടാതെ രണ്ട് വികർണ്ണങ്ങൾ,
NC = 5.5 സെ.മീ, *IE* = 5 സെ.മീ



മാതൃക ചിത്രം



ചിത്രം. 5.41

വഴികൾ:

1. *NI* = 4.5 സെ.മീ. ആകത്തക്കവിധം ഒരു രേഖാഖണ്ഡം വരയ്ക്കുക.
2. *N* കൂടാതെ *I* എന്നിവ കേന്ദ്രങ്ങളാക്കി യഥാക്രമം 5.5 സെ.മീ, 4.3 സെ.മീ എന്നീ വ്യാസാർദ്ധങ്ങളിൽ വൃത്തചാപങ്ങൾ *C* യിൽ ഛേദിക്കുന്ന വിധം വരയ്ക്കുക.
3. *NC* കൂടാതെ *IC* എന്നിവ യോജിപ്പിക്കുക.
4. *N* കൂടാതെ *I* എന്നിവ കേന്ദ്രമാക്കി യഥാക്രമം 3.5 സെ.മീ, 5 സെ.മീ എന്നീ വ്യാസാർദ്ധങ്ങളിൽ വൃത്തചാപങ്ങൾ *E* യിൽ ഛേദിക്കുന്ന വിധം വരയ്ക്കുക.
5. *NE*, *IE* കൂടാതെ *CE* എന്നിവ യോജിപ്പിക്കുക.
6. *NICE* ആവശ്യപ്പെട്ട ചതുർഭുജം ആകുന്നു.

വിസ്തീർണ്ണം കണക്കാക്കൽ:

ചതുർഭുജം *NICE* യുടെ വിസ്തീർണ്ണം= $\frac{1}{2} \times d \times (h_1 + h_2)$ ച.മാത്രകൾ

$= \frac{1}{2} \times 5 \times (2.4 + 3.1)$

$= 2.5 \times 5.5 = 13.75$ സെ.മീ^{2}

05_8th_Maths_Geometry_Chap 5_Malayalam.indd 183 1/25/2023 5:30:20 PM

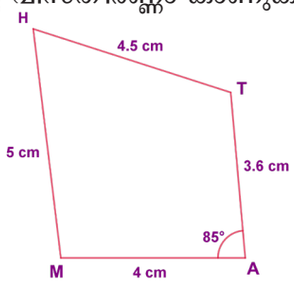
5.10.3 4 വശങ്ങളും കൂടാതെ ഒരു കോണും തന്നിരുന്നാൽ ചതുർഭുജം നിർമ്മിക്കുന്ന വിധം

ഉദാഹരണം 5.23

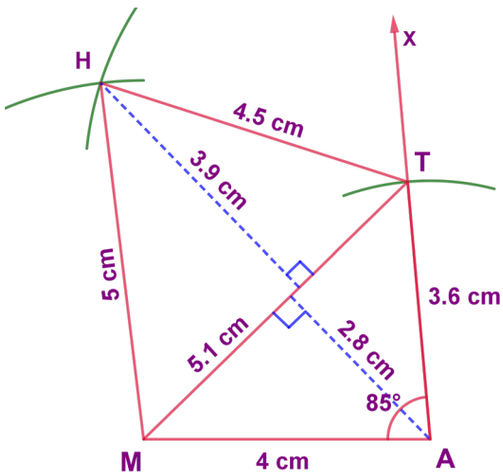
MA=4 സെ.മീ, AT= 3.6 സെ.മീ, TH = 4.5 സെ.മീ, MH= 5 സെ.മീ കൂടാതെ $\angle A = 85°$. എന്നീ അളവുകളോടു കൂടിയ ചതുർഭുജം $MATH$ വരച്ച് അതിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക.

നിർദ്ധാരണം:

തന്നിട്ടുള്ളവ :
MA=4 സെ.മീ, AT= 3.6 സെ.മീ,
TH = 4.5 സെ.മീ, MH= 5 സെ.മീ
കൂടാതെ $\angle A = 85°$



മാതൃക ചിത്രം



ചിത്രം. 5.42



വഴികൾ:

1. MA = 4 സെ.മീ ആകത്തക്കവിധം രേഖാഖണ്ഡം വരയ്ക്കുക.
2. $\angle A = 85°$ നിർമ്മിക്കുക.
3. A കേന്ദ്രമാക്കി 3.6 സെ.മീ വ്യാസാർദ്ധത്തിൽ ഒരു വൃത്തചാപം വരയ്ക്കുക ഇത്. AX എന്ന രശ്മിയെ T യിൽ ഛേദിക്കുന്നു.
4. M, T എന്നിവ കേന്ദ്രങ്ങളാക്കി യഥാക്രമം 5 സെ.മീ, 4.5സെ.മീ എന്നീ വ്യാസാർദ്ധങ്ങളിൽ വൃത്തചാപങ്ങൾ H ൽ ഛേദിക്കുന്ന വിധം വരയ്ക്കുക.
5. MH കൂടാതെ TH എന്നിവ യോജിപ്പിക്കുക.
6. ആവശ്യമായ ചതുർഭുജം $MATH$ ആകുന്നു.

വിസ്തീർണ്ണം കണക്കാക്കുക:

ചതുർഭുജം $MATH$ ന്റെ വിസ്തീർണ്ണം= $\frac{1}{2} \times d \times (h_1 + h_2)$ ച.മാത്രകൾ

$= \frac{1}{2} \times 5.1 \times (3.9 + 2.8)$

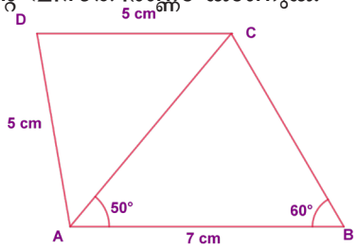
$= 2.55 \times 6.7 = 17.09$ സെ.മീ^{2}

05_8th_Maths_Geometry_Chap 5_Malayalam.indd 184 1/25/2023 5:30:22 PM

5.10.4 3 വശങ്ങളും 2 കോണുകളും തന്നിരുന്നാൽ ചതുർഭുജം നിർമ്മിക്കുന്ന വിധം

ഉദാഹരണം 5.24

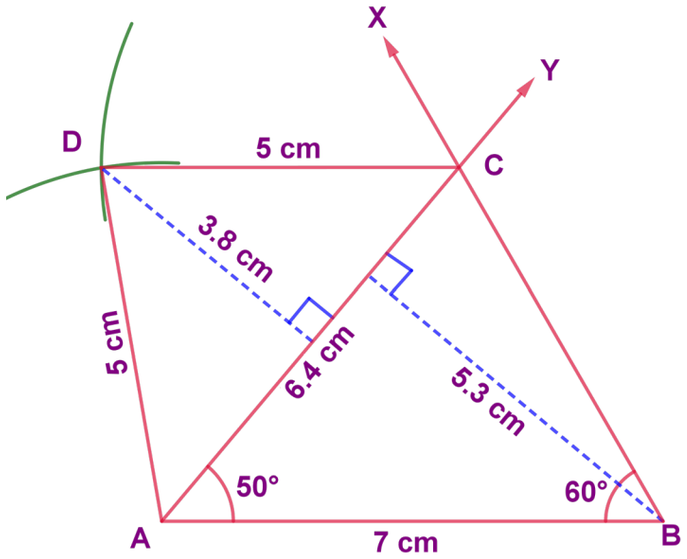
AB=7 സെ.മീ, AD= 5 സെ.മീ, CD = 5 സെ.മീ, $\angle BAC = 50°$ കൂടാതെ $\angle ABC = 60°$. എന്നീ അളവുകളോടു കൂടിയ ചതുർഭുജം $ABCD$ നിർമ്മിക്കുക. അതിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക.



മാതൃക ചിത്രം

നിർദ്ധാരണം:

തന്നിട്ടുള്ളവ :
AB=7 സെ.മീ, AD= 5 സെ.മീ, CD = 5 സെ.മീ കൂടാതെ രണ്ട് കോണുകൾ $\angle BAC = 50°$ കൂടാതെ $\angle ABC = 60°$



ചിത്രം. 5.43

വഴികൾ:

1. AB = 7 സെ.മീ നീളമുള്ള ഒരു രേഖാഖണ്ഡം വരയ്ക്കുക.
2. AB, എന്ന രേഖാഖണ്ഡത്തിന്റെ A യിൽ നിന്നും $\angle BAY = 50°$ നിർമ്മിക്കുക. കൂടാതെ AB യുടെ B യിൽ നിന്നും $\angle ABX = 60°$. നിർമ്മിക്കുക. അവ C യിൽ ഛേദിക്കുന്നു.
3. A കൂടാതെ C എന്നിവ കേന്ദ്രങ്ങളാക്കി, 5 സെ.മീ. വ്യാസാർദ്ധത്തിൽ D യിൽ ഛേദിക്കുന്ന വിധം വൃത്തചാപങ്ങൾ വരയ്ക്കുക.
4. AD കൂടാതെ CD എന്നിവ യോജിപ്പിക്കുക.
5. $ABCD$ ആണ് ആവശ്യപ്പെട്ട ചതുർഭുജം.

വിസ്തീർണ്ണം കണക്കാക്കൽ:

ചതുർഭുജം $ABCD$ യുടെ വിസ്തീർണ്ണം $= \frac{1}{2} \times d \times (h_1 + h_2)$ ച.മാത്രകൾ

$= \frac{1}{2} \times 6.4 \times (3.8 + 5.3)$

$= 3.2 \times 9.1 = 29.12$ സെ.മീ^{2}

05_8th_Maths_Geometry_Chap 5_Malayalam.indd 185 1/25/2023 5:30:28 PM

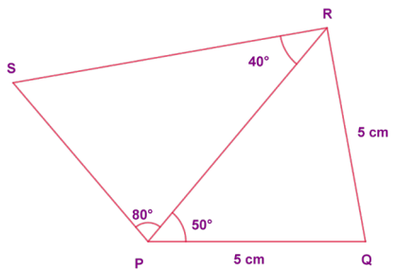
5.10.5 2 വശങ്ങളും കൂടാതെ 3 കോണുകളും തന്നിരുന്നാൽ ചതുർഭുജം വരയ്ക്കുന്ന വിധം

ഉദാഹരണം 5.25

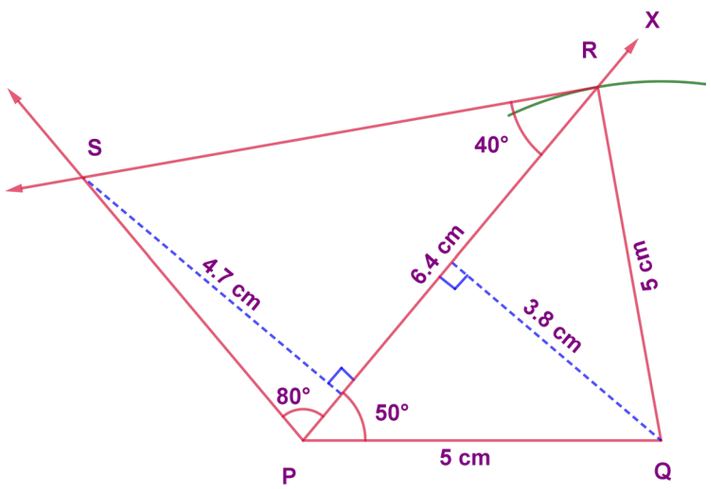
$PQ=QR=5$ സെ.മീ, $\angle QPR = 50^\circ$, $\angle PRS = 40^\circ$ കൂടാതെ $\angle RPS = 80^\circ$. എന്നീ അളവുകളോടു കൂടിയ ചതുർഭുജം $PQRS$ വരച്ച് അതിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക.

നിർദ്ധാരണം:

തന്നിട്ടുള്ളവ :
$PQ= 5$ സെ.മീ, $QR=5$ സെ.മീ
$\angle PRS = 40^\circ$ കൂടാതെ $\angle RPS = 80^\circ$



മാതൃക ചിത്രം



ചിത്രം. 5.44

വഴികൾ:

1. PQ = 5 സെ.മീ നീളത്തിൽ ഒരു രേഖാഖണ്ഡം വരയ്ക്കുക.
2. PQ വിൽ P യിൽ നിന്നും $\angle QPX = 50^\circ$ നിർമ്മിക്കുക.
3. Q കേന്ദ്രമാക്കി, 5 സെ.മീ വ്യാസാർദ്ധത്തിൽ ഒരു വൃത്ത ചാപം വരയ്ക്കുക.
4. PR ൽ R, ൽ നിന്നും $\angle PRS = 40^\circ$ നിർമ്മിക്കുക കൂടാതെ PR ൽ P, യിൽ നിന്നും $\angle RPS = 80^\circ$ നിർമ്മിക്കുക. അവ S ൽ ഛേദിക്കുന്നു.
5. ആവശ്യപ്പെട്ട ചതുർഭുജം $PQRS$ ആകുന്നു.

വിസ്തീർണ്ണം കണക്കാക്കൽ:

ചതുർഭുജം $PQRS$ ന്റെ വിസ്തീർണ്ണം $= \frac{1}{2} \times d \times (h_1 + h_2)$ ച.മാത്രകൾ

$= \frac{1}{2} \times 6.4 \times (4.7 + 3.8)$

$= 3.2 \times 8.5 = 27.2$ സെ.മീ^{2}

05_8th_Maths_Geometry_Chap 5_Malayalam.indd 186 1/25/2023 5:30:29 PM

ചിന്തിക്കുക

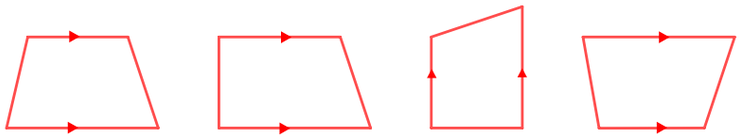
$PQ = 5$ സെ.മീ $QR = 3$ സെ.മീ, $RS = 6$ സെ.മീ, $PS = 7$ സെ.മീ, $PR = 10$ സെ.മീ. എന്നീ അളവുകളുള്ള ചതുർഭുജം $PQRS$ നിർമ്മിക്കാൻ സാധിക്കുമോ? ഇല്ലെങ്കിൽ എന്ത് കൊണ്ട്?

5.11 ലംബകത്തിന്റെ നിർമ്മിതി

ഒന്നാം ടേമിൽ ചതുർഭുജങ്ങളുടെ നിർമ്മിതിയെക്കുറിച്ച് പഠിച്ചു കഴിഞ്ഞു. ഒരു ചതുർഭജം നിർമ്മിക്കുന്നതിന് എത്ര അളവുകൾ ആവശ്യമാണ്? 5 അളവുകൾ ശരിയാണോ? ഇവിടെ പഠിക്കാൻ പോകുന്നത് 5 അളവുകളിൽ താഴെയുള്ള ചില പ്രത്യേകതരം ചതുർഭുജങ്ങളെക്കുറിച്ചാണ്. ചതുർഭൂജങ്ങളെ വശങ്ങളുടെ അടിസ്ഥാനത്തിലും തരം തിരിച്ചിരിക്കുന്നു. അവയാണ് സാമാന്തരികം ലംബകം, ദീർഘചതുരം, ചതുരം, പട്ടം മുതലായവയെല്ലാം

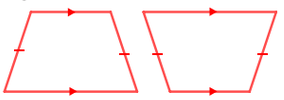
ഈ ഭാഗത്തിൽ നാം ലംബകത്തിന്റെ നിർമ്മിതിയെക്കുറിച്ച് മനസ്സിലാക്കാൻ പോകുന്നു.

ഒരു ജോടി എതിർവശങ്ങൾ സമാന്തരങ്ങൾ ആയിട്ടുള്ള ചതുർഭൂജത്തെ ലംബകം എന്ന് പറയുന്നു. ഒരു ലംബകം നിർമ്മിക്കുവാൻ സമാന്തരവശങ്ങളിൽ ഏറ്റവും നീളം കൂടിയ വശത്തെ ആധാരമായി കണക്കാക്കുന്നു ആ ആധാരത്തിന്മേൽ തന്നിട്ടുള്ള അളവുകളിൽ ഒരു ത്രികോണം നിർമ്മിക്കുന്നു. ഈ ത്രികോണം സമാന്തരവശങ്ങൾക്കിടയിൽ സ്ഥിതി ചെയ്യുന്നു. ത്രികോണത്തിന്റെ ആധാരത്തിന് എതിരെയുള്ള ശീർഷം വഴി ആധാരത്തിന് സമാന്തരമായി ഒരു രേഖ വരയ്ക്കുക. നാലാമത്തെ ശീർഷം ഈ രേഖയിൽ സ്ഥിതി ചെയ്യുന്നു. ബാക്കി അളവിന്റെ സഹായത്തോടുകൂടി നാലാമത്തെ ശീർഷം നിർണ്ണയിക്കുന്നു ഉചിതമായ ശീർഷങ്ങൾ യോജിപ്പിക്കുന്നതുവഴി നമുക്ക് ആവശ്യമായ ലംബകം ലഭിക്കുന്നു. താഴെ കാണുന്ന രൂപങ്ങൾ ഒരു ലംബകത്തിന് ഉദാഹരണങ്ങളാണ്



കുറിപ്പ്:- അമ്പ് അടയാളം ഇട്ടിരിക്കുന്നവ സമാന്തരവശങ്ങളെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു.

സമാന്തരമല്ലാത്ത വശങ്ങൾ തുല്യമായിട്ടുള്ള ലംബകത്തെ **സമപാർശ്വ ലംബകം** എന്നു പറയുന്നു.



ശ്രമിച്ച് നോക്കുക

1 ലംബകത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം —— ആകുന്നു
2 സമാന്തരവശങ്ങൾക്കിടയിലുള്ള ദൂരത്തെ —— എന്നു പറയുന്നു
3 ഉയരം 5 സെ.മീ , ഉം സമാന്തരവശങ്ങൾ 7 സെ.മീ സെ.മീ , 5 സെ.മീ ഉം ഉള്ള ഒരു ലംബകത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം ——— ആകുന്നു.
4 ഒരു സമപാർശ്വ ലംബകത്തിന്റെ സമാന്തരമല്ലാത്ത വശങ്ങളുടെ നീളങ്ങൾ —— ആയിരിക്കും
5 ഒരു ലംബകം നിർമ്മിക്കുന്നത് —— അളവുകൾ ആവശ്യമാണ്
6 വിസ്തീർണ്ണം 60 സെ.മീ ^{2} ഉം സമാന്തരവശങ്ങളുടെ നീളങ്ങളുടെ തുക 12 സെ.മീ ഉം ആയാൽ ഉയരം —— ആയിരിക്കും

താഴെ കാണുന്ന അളവുകൾ തന്നിരുന്നാൽ നമുക്ക് ഒരു ലംബകം നിർമ്മിക്കാവുന്നതാണ്

1. മൂന്നുവശങ്ങളും ഒരു വികർണ്ണവും.
2. മൂന്നുവശങ്ങളും ഒരു കോണും.
3. രണ്ടു വശവും രണ്ട് കോണും.
4. നാല് വശങ്ങൾ.

05_8th_Maths_Geometry_Chap 5_Malayalam.indd 187 1/25/2023 5:30:30 PM

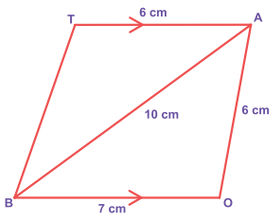
5.11.1 മൂന്നുവശങ്ങളും ഒരു വികർണ്ണവും തന്നിരുന്നാൽ ലംബകം നിർമ്മിക്കുന്ന വിധം

ഉദാഹരണം 5.26

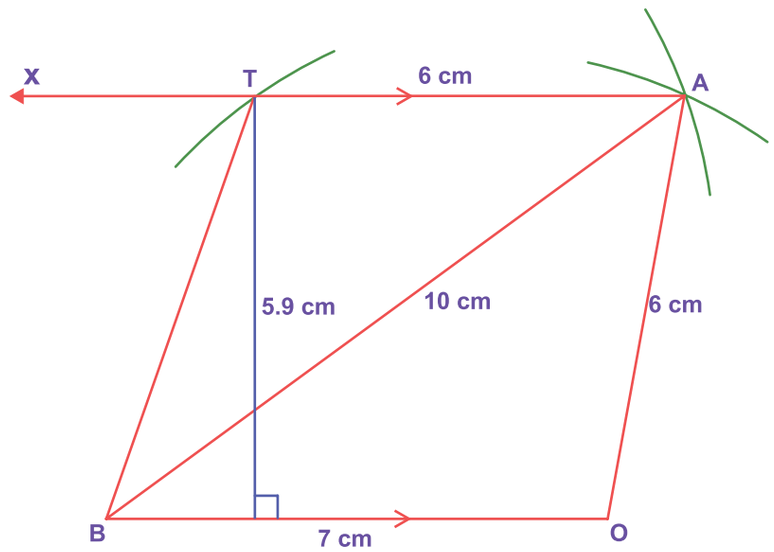
$\overline{BO} \parallel \overline{TA}$ വരത്തക്കവിധം ലംബകം BOAT നിർമ്മിക്കുക. BO=7 സെ.മീ , OA=6 സെ.മീ , BA=10 സെ.മീ , TA=6 സെ.മീ കൂടാതെ ലംബകത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക.

നിർദ്ധാരണം:

തന്നിട്ടുള്ളവ :
BO=7 സെ.മീ, OA=6 സെ.മീ , BA=10 സെ.മീ,
TA=6 സെ.മീ കൂടാതെ $\overline{BO} \parallel \overline{TA}$



മാതൃക ചിത്രം



ചിത്രം. 5.45

വഴികൾ:

1. BO = 7 സെ.മീ ൽ ഒരു രേഖാഖണ്ഡം വരയ്ക്കുക
2. B യും O യും കേന്ദ്രങ്ങളാക്കി യഥാക്രമം 10 സെ.മീ , 6 സെ.മീ എന്നീ വ്യാസാർദ്ധങ്ങളിൽ A യിൽ ഛേദിക്കുമാറ് വൃത്ത ചാപങ്ങൾ വരയ്ക്കുക.
3. BA കൂടാതെ OA യോജിപ്പിക്കുക
4. BO സമാന്തരമായ് AX വരയ്ക്കുക
5. Aകേന്ദ്രമാക്കി 6 സെ.മീ വ്യാസാർദ്ധത്തിൽ AX നെ T യിൽ ഛേദിക്കുമാറ് ഒരു ചാപം വരയ്ക്കുക.
6. BT യോജിപ്പിക്കുക. BOAT ആവശ്യമായ ലംബകം ആകുന്നു.

വിസ്തീർണ്ണം കണക്കാക്കൽ :

ലംബകം BOAT യുടെ വിസ്തീർണ്ണം $= \frac{1}{2} \times h \times (a+b)$ ച. മാത്രകൾ

$= \frac{1}{2} \times 5.9 \times (7+6) = 38.35$ ച സെ.മീ

05_8th_Maths_Geometry_Chap 5_Malayalam.indd 188 1/25/2023 5:30:32 PM

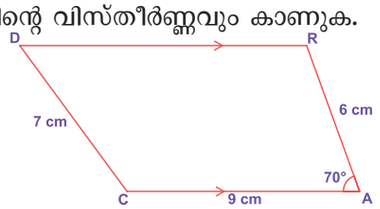
5.11.2 3 വശങ്ങളും ഒരു കോണും തന്നിരുന്നാൽ ലംബകം നിർമ്മിക്കൽ

ഉദാഹരണം 5.27

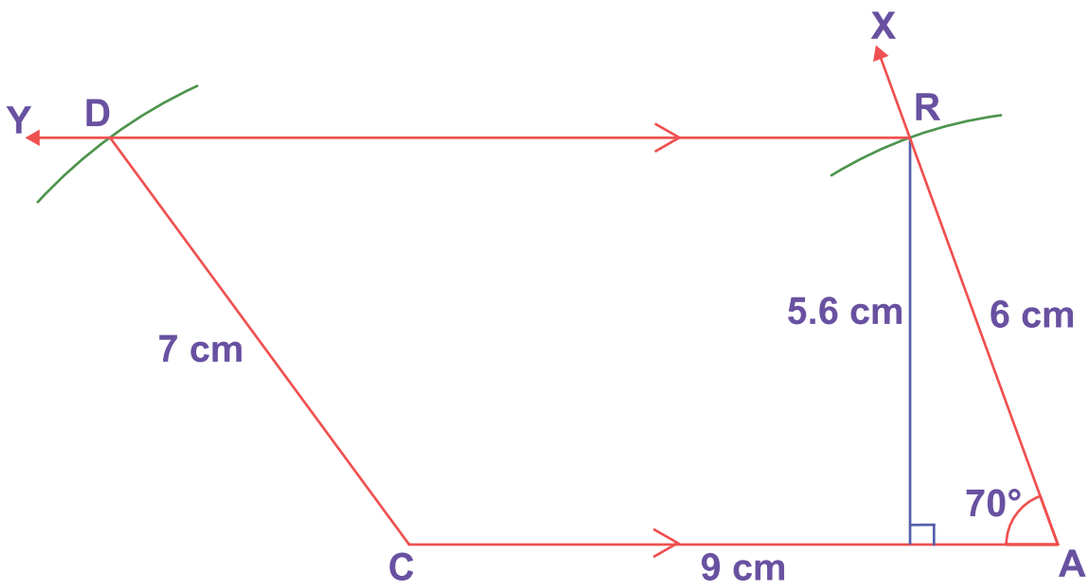
CA=9 സെ.മീ $\angle CAR = 70$, AR=6 സെ.മീ , CD=7 സെ.മീ കൂടാതെ $\overline{CA} \parallel \overline{DR}$ എന്നീ അളവുകളോട് കൂടിയ ലംബകം **CARD** നിർമ്മിക്കുക. കൂടാതെ അതിന്റെ വിസ്തീർണ്ണവും കാണുക.

നിർദ്ധാരണം:

തന്നിട്ടുള്ളവ :
CA=9 സെ.മീ, $\angle CAR = 70°$ AR=6 സെ.മീ,
and CD=7 സെ.മീ കൂടാതെ $\overline{CA} \parallel \overline{DR}$



മാതൃക ചിത്രം



ചിത്രം. 5.46

വഴികൾ:

1. CA= 9 സെ.മീ ൽ രേഖാഖണ്ഡം വരയ്ക്കുക
2. A യിൽ $\angle CAX = 70°$ യിൽ ഒരു കോൺ നിർമ്മിക്കുക
3. A കേന്ദ്രമാക്കി AX യിൽ 6 സെ.മീ വ്യാസാർദ്ധത്തിൽ ഒരു ചാപം R ൽ സന്ധിക്കും വിധം വരയ്ക്കുക
4. RY സമാന്തരം CA വരയ്ക്കുക.
5. C കേന്ദ്രമാക്കി RY യിൽ 7 സെ.മീ വ്യാസാർദ്ധത്തിൽ ഒരു ചാപം D ൽ സന്ധിക്കും വിധം വരയ്ക്കുക.
6. CD യോജിപ്പിക്കുക. CARD ആവശ്യപ്പെട്ട ലംബകം

വിസ്തീർണ്ണം കണക്കാക്കൽ :

ലംബകം CARD യുടെ വിസ്തീർണ്ണം $= \frac{1}{2} \times h \times (a+b)$ ച. മാത്രകൾ

$= \frac{1}{2} \times 5.6 \times (9+11) = 56$ ച.സെ.മീ

05_8th_Maths_Geometry_Chap 5_Malayalam.indd 189 1/25/2023 5:30:35 PM

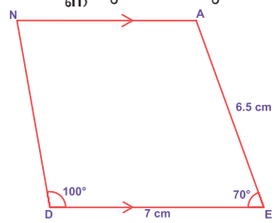
5.11.3 രണ്ട് വശങ്ങളും രണ്ടു കോണുകളും തന്നിരുന്നാൽ ലംബകം നിർമ്മിക്കൽ :

ഉദാഹരണം 5.28

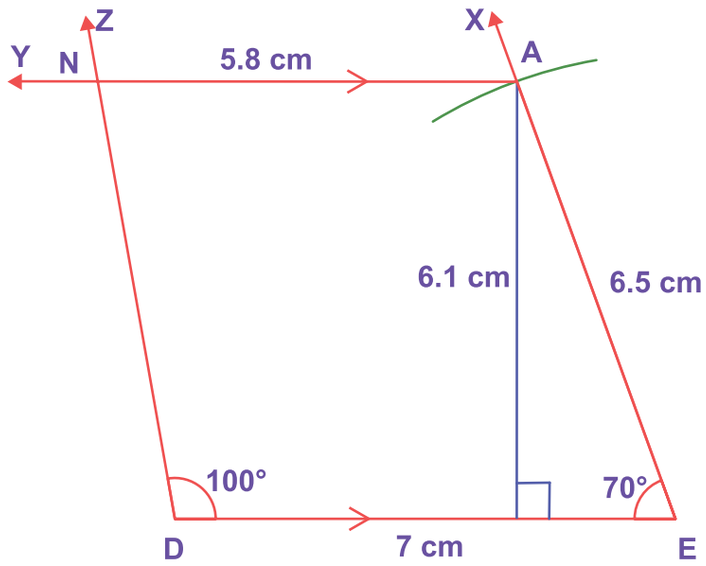
DE=7 സെ.മീ , EA=6.5 സെ.മീ $\angle EDN = 100°$, $\angle DEA = 70°$ കൂടാതെ $\overline{DE} \parallel \overline{NA}$ എന്നീ അളവുകളോട് കൂടിയ ലംബകം DEAN നിർമ്മിക്കുക. കൂടാതെ അതിന്റെ വിസ്തീർണ്ണവും കാണുക.

നിർദ്ധാരണം:

തന്നിട്ടുള്ളവ :
DE=7 സെ.മീ, EA=6.5 സെ.മീ $\angle EDN = 100°$, $\angle DEA = 70°$ കൂടാതെ $\overline{DE} \parallel \overline{NA}$



മാതൃക ചിത്രം



ചിത്രം. 5.47

വഴികൾ:

1. DE= 7 സെ.മീ ൽ രേഖാഖണ്ഡം വരയ്ക്കുക
2. E യിൽ $\angle DEX = 70°$ യിൽ ഒരു കോൺ നിർമ്മിക്കുക
3. E കേന്ദ്രമായി EX ൽ 6.5 സെ.മീ വ്യാസാർദ്ധത്തിൽ ഒരു ചാപം A യിൽ സന്ധിക്കും വിധം വരയ്ക്കുക
4. AY സമാന്തരം DE വരയ്ക്കുക
5. D യിൽ $\angle EDZ = 100°$ യിൽ കോൺ നിർമ്മിക്കുന്നത് AY യിൽ N ൽ സന്ധിക്കുന്നു.
6. ആവശ്യപ്പെട്ട ലംബകം DEAN

വിസ്തീർണ്ണം കണക്കാക്കൽ :

ലംബകം DEAN യുടെ വിസ്തീർണ്ണം $= \frac{1}{2} \times h \times (a + b)$ ച. മാത്രകൾ

$= \frac{1}{2} \times 6.1 \times (7 + 5.8) = 39.04$ ച.സെ.മീ

05_8th_Maths_Geometry_Chap 5_Malayalam.indd 190 1/25/2023 5:30:39 PM

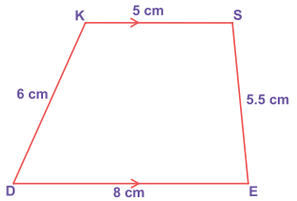
5.11.4 നാല് വശങ്ങളും തന്നിരുന്നാൽ ലംബകം നിർമ്മിക്കൽ :

ഉദാഹരണം 5.29

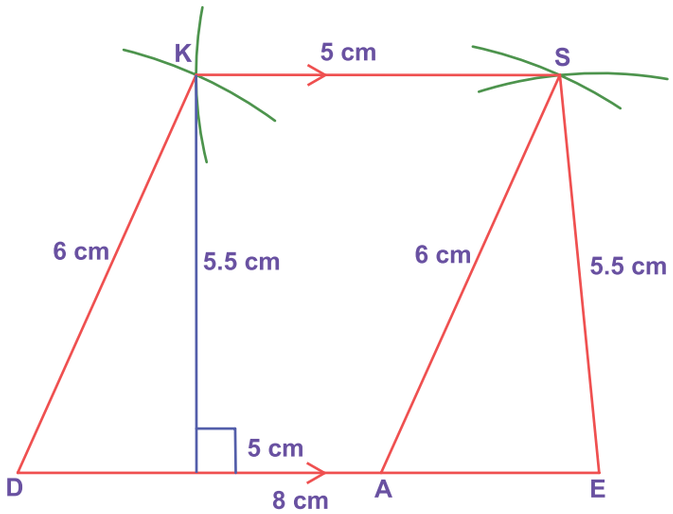
DE=8 സെ.മീ , ES=5.5 സെ.മീ , KS =5 സെ.മീ , KD=6 സെ.മീ $\overline{DE} \parallel \overline{KS}$ എന്നീ അളവുകളോട് കൂടിയ ലംബകം DESK നിർമ്മിക്കുക. കൂടാതെ വിസ്തീർണ്ണവും കാണുക.

നിർദ്ധാരണം:

തന്നിട്ടുള്ളവ :
DE=8 സെ.മീ , ES=5.5 സെ.മീ, KS =5 സെ.മീ,
KD=6 സെ.മീ കൂടാതെ $\overline{DE} \parallel \overline{KS}$



മാതൃക ചിത്രം



ചിത്രം. 5.48

വഴികൾ:

1. DE= 8 സെ.മീ ഒരു രേഖാഖണ്ഡം വരയ്ക്കുക
2. DA=5 സെ.മീ ആകത്തക്കവിധം DE യിൽ A എന്ന ബിന്ദുഅടയാളപ്പെടുത്തുക
3. Aയും E യും കേന്ദ്രമാക്കി യഥാക്രമം 6 സെ.മീ , 5.5 സെ.മീ വ്യാസാർദ്ധത്തുൽ ചാപങ്ങൾ വരയ്ക്കുക. ഇവ S ൽ സന്ധിക്കുന്നു AS, ES. ഇവ യോജിപ്പിക്കുക
4. D യും S ഉം കേന്ദ്രമാക്കി യഥാക്രമം 6 സെ.മീ , 5 സെ.മീ വ്യാസാർദ്ധത്തുൽ ചാപങ്ങൾ വരയ്ക്കുക. ഇവ K ൽ സന്ധിക്കുന്നു DK, KS. ഇവ യോജിപ്പിക്കുക
5. ആവശ്യപ്പെട്ട ലംബകം DESK

വിസ്തീർണ്ണം കണക്കാക്കൽ :

ലംബകം DESK യുടെ വിസ്തീർണ്ണം $= \frac{1}{2} \times h \times (a+b)$ ച. മാത്രകൾ

$= \frac{1}{2} \times 5.5 \times (8+5) = 35.75$ ച.സെ.മീ

05_8th_Maths_Geometry_Chap 5_Malayalam.indd 191 1/25/2023 5:30:41 PM

അഭ്യാസം 5.4

I. താഴെ തന്നിട്ടുള്ള അളവുകളിൽ ചതുർഭുജം വരച്ച് അവയുടെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക.

1. ABCD, AB = 5 സെ.മീ, BC = 4.5 സെ.മീ, CD = 3.8 സെ.മീ, DA = 4.4 സെ.മീ, AC= 6.2 സെ.മീ.
2. PLAY, PL= 7 സെ.മീ, LA = 6 സെ.മീ, AY= 6 സെ.മീ, PA = 8 സെ.മീ, LY = 7 സെ.മീ.
3. PQRS, PQ=QR= 3.5 സെ.മീ, RS= 5.2 സെ.മീ, SP = 5.3 സെ.മീ, $\angle Q = 120^\circ$.
4. MIND, MI =3.6 സെ.മീ, ND = 4 സെ.മീ, MD= 4 സെ.മീ, $\angle M = 50^\circ$, $\angle D = 100^\circ$.
5. AGRI, AG= 4.5 സെ.മീ, GR = 3.8 സെ.മീ, $\angle A = 60^\circ$, $\angle G = 110^\circ$, $\angle R = 90^\circ$.

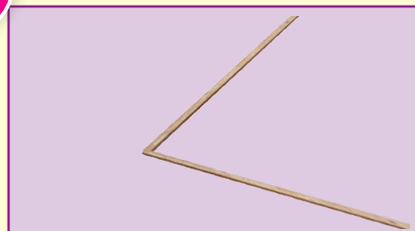
II. താഴെ തന്നിട്ടുള്ള അളവുകളിൽ ലംബകങ്ങൾ നിർമ്മിച്ച് അവയുടെ വിസ്തീർണ്ണങ്ങളും കാണുക?

1. AI=6സെ.മീ, IM=5സെ.മീ, AM=9സെ.മീ , MS=6.5സെ.മീ $\overline{AI} \parallel \overline{SM}$ ആയ AIMS.
2. CU=7സെ.മീ, $\angle UCE = 80^\circ$ CE=6സെ.മീ , TE=5സെ.മീ $\overline{CD} \parallel \overline{ET}$ ആയ CUTE.
3. AR=7സെ.മീ, RM=6.5സെ.മീ $\angle RAY = 100^\circ$, $\angle ARM = 60^\circ$ $\overline{AR} \parallel \overline{YM}$ ആയ ARMY.
4. CI=7സെ.മീ, IT=5.5സെ.മീ, TY=4സെ.മീ , YC=6സെ.മീ $\overline{CI} \parallel \overline{YT}$ ആയ CITY.

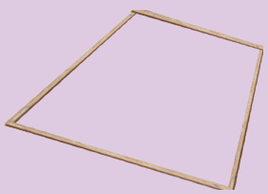
5.12 ചില പ്രത്യേക ചതുർഭുജങ്ങളുടെ നിർമ്മിതി

ചതുർഭുജങ്ങളുടെ നിർമ്മിതിയെക്കുറിച്ച് പഠിക്കുന്നതിനു മുൻപ്, അതിന്റെ അടിസ്ഥാന നിയമങ്ങൾ ഓർമ്മിക്കുന്നത് ഈ പ്രക്രിയ തുടരുന്നതിന് അത്യന്താപേക്ഷിതമാണ്. തുടർന്ന് കുറെ പ്രവൃത്തികൾ ചെയ്യുകയും അവയുടെ സ്വഭാവം മനസ്സിലാക്കുകയും ചെയ്യാം.

പ്രവൃത്തി



1. ഒരു ജോടി അസമമായ കമ്പുകൾ വയ്ക്കുക (ചൂല് കഷ്ണങ്ങൾ) അവയുടെ അവസാന ബിന്ദുക്കൾ ഒരറ്റത്ത് ചേർക്കുക



2. ഇപ്പോൾ അതുപോലുള്ള ഒരു ജോടി കമ്പുകൾ എടുത്ത് ഒഴിഞ്ഞ അഗ്രങ്ങളിൽ വയ്ക്കുക.

അടഞ്ഞ രൂപചിത്രം എന്താണ്? ഇതൊരു ചതുർഭുജമാണ്. ABCD എന്ന പേര് ഇതിനു കൊടുക്കുക. എത്ര വശങ്ങളാണ് ഇതിനുള്ളത്? ഇതിന്റെ വികർണ്ണങ്ങൾ എന്തൊക്കെയാണ്? വികർണ്ണങ്ങൾ സമമാണോ? അതിന്റെ കോണുകൾ സമമാണോ?

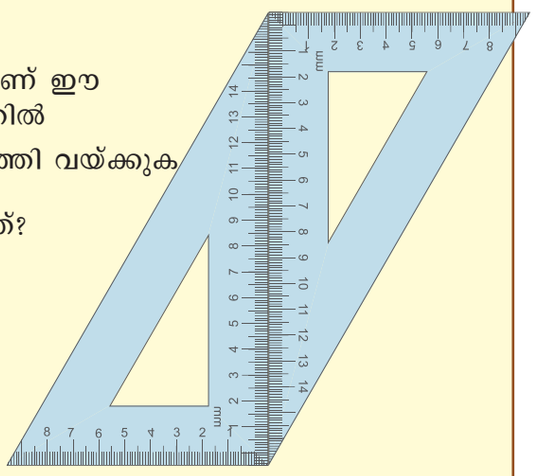
മുകളിൽ പറഞ്ഞ പ്രവൃത്തിയിലൂടെ നിങ്ങൾക്കൊരു ചതുർഭുജമാണ് കിട്ടിയതെങ്കിൽ, അതിൽ നിന്നും,

(i) എല്ലാത്തിലും നാലുകോണുകളും ന്യൂന കോണുകളായിരിക്കും
(ii) കോണുകളിൽ ഒന്ന് ബൃഹത്കോൺ
(iii) കോണുകളിൽ രണ്ടെണ്ണം ബൃഹത്കോണുകൾ
(iv) കോണുകളിൽ ഒന്ന് സമകോൺ
(v) കോണുകളിൽ രണ്ടെണ്ണം സമകോൺ
(vi) വികർണ്ണങ്ങൾ ഒന്നിനൊന്ന് ലംബം എന്നു ലഭിക്കുന്നു

05_8th_Maths_Geometry_Chap 5_Malayalam.indd 192 1/25/2023 5:30:42 PM

പ്രവൃത്തി

1. ഒരു ജോടി 30°–60°–90° സെറ്റ്സ്കൊയർ ആണ് ഈ പ്രവൃത്തിക്ക് ആവശ്യമായി വരുന്നത്. ചിത്രത്തിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നപോലെ അതിനെ ക്രമപ്പെടുത്തി വയ്ക്കുക



(i) എന്തു ആകൃതിയിലാണ് നമുക്ക് ലഭിക്കുന്നത്? ഇതൊരു സാമാന്തരികമാണ്.

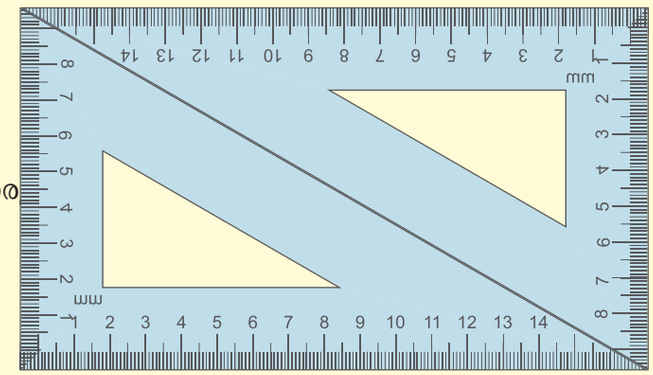
(ii) എതിരെയുള്ള വശങ്ങൾ സമാന്തരമാണോ?

(iii) എതിരെയുള്ള വശങ്ങൾ തുല്യമാണോ?

(iv) വികർണ്ണങ്ങൾ സമമാണോ?

(v) മറ്റൊരു ജോടി സെറ്റ്സ്കൊയറിൽ ഈ രൂപം തന്നെയാണോ കിട്ടുന്നത്?

2. ഈ പ്രവൃത്തിയ്ക്ക് ആവശ്യമായി വരുന്നത് ഒരു ജോടി 30°–60°–90° സെറ്റ്സ്കൊയർ ആകുന്നു. ചിത്രത്തിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ ഇവയെ സ്ഥാപിക്കുക.



(i) ഏതു രൂപമാണ് നമുക്ക് ലഭിക്കുന്നത്?

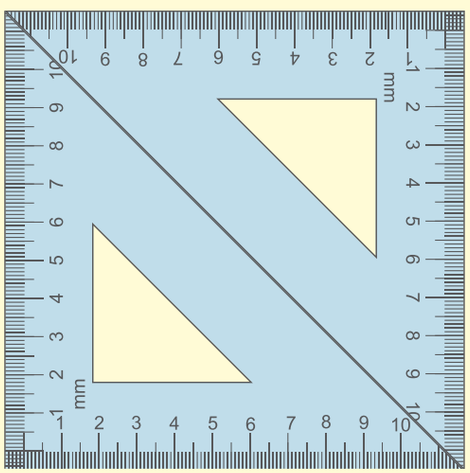
(ii) ഇതൊരു സാമാന്തരികമാണോ?

ഇതൊരു ചതുർഭുജമാകുന്നു. ഇതൊര ദീർഘ ചതുരമാണ്. (എങ്ങനെ?)

(iii) ഇതിന്റെ വശത്തിന്റെ നീളം, കോണുകൾ, വികർണ്ണങ്ങൾ ഇവയെക്കുറിച്ച് നമുക്ക് എന്ത് പറയാൻ കഴിയും?

ചർച്ച ചെയ്ത് വിശദവിവരങ്ങൾ തയ്യാറാക്കുക

3. ഒരു ജോടി 45°–45°–90° സെറ്റ്സ്കൊയർ എടുത്ത് മുകളിലത്തെ പ്രവൃത്തി തുടരുക.



(i) ഇപ്പോൾ ചിത്രത്തിനു വന്ന മാറ്റം എങ്ങനെയാണ്. ഇതൊരു സാമാന്തരികമാണോ. ഇത് ഒരു സമചതുരത്തെ ഉണ്ടാക്കുന്നു. (ഇത് എങ്ങനെ സംഭവിച്ചു)?

(ii) ഇതിന്റെ വികർണ്ണങ്ങൾ, കോണുകൾ, വശങ്ങളുടെ നീളങ്ങൾ എന്നിവയെക്കുറിച്ച് നമുക്ക് എന്ത് പറയാൻ കഴിയും?

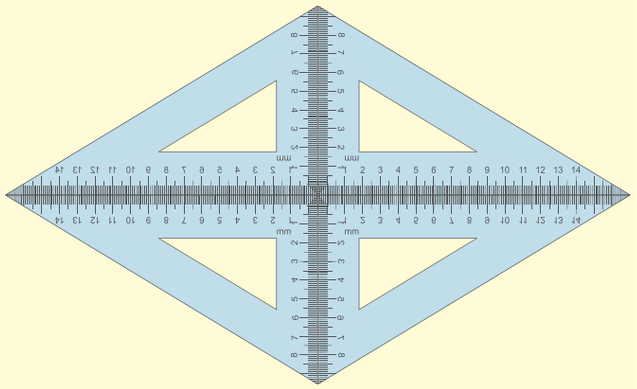
ചർച്ചചെയ്ത് വിവരങ്ങൾ ശേഖരിക്കുക.

(iii) ദീർഘ ചതുരത്തെക്കുറിച്ച് നാം തയ്യാറാക്കിയ വിവരങ്ങൾ എങ്ങനെ വ്യത്യാസപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു.?

05_8th_Maths_Geometry_Chap 5_Malayalam.indd 193 1/25/2023 5:30:43 PM

പ്രവൃത്തി

4. ഈ പ്രവൃത്തിക്ക് വീണ്ടും $30^{o}–60^{o}–90^{o}$ ആയി വരുന്ന നാല് സെറ്റ്സ്കൊയറുകൾ ഉപയോഗിക്കുന്നു. ഓരോന്നും എങ്ങനെയാണ് ഘടിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നതെന്നു ശ്രദ്ധിക്കുക.



(i) ഇപ്പോൾ ഒരു സാമാന്തരികം നമുക്ക് കിട്ടുന്നുണ്ടോ?

(ii) അതിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളങ്ങൾ, കോണുകൾ, വികർണ്ണങ്ങൾ എന്നിവയെക്കുറിച്ച് നിങ്ങൾക്ക് എന്താണ് പറയാനുള്ളത്?

(iii) വികർണ്ണങ്ങളുടെ പ്രത്യേകതകൾ എന്താണ്?

മേൽപ്പറഞ്ഞ പ്രവർത്തനങ്ങളുടെ ഫലത്തെ അടിസ്ഥാനമാക്കി, മുകളിലത്തെ ചതുർഭുജങ്ങളുടെ വ്യത്യസ്ത തരത്തിലുള്ള നിയമങ്ങൾ പട്ടികപ്പെടുത്തി, അവയിൽ സാമാന്തരികത്തിനു സംഭവിക്കുന്ന തെന്തൊക്കെയെന്ന് രേഖപ്പെടുത്താം.

പ്രത്യേക ചതുർഭുജങ്ങൾ	എല്ലാ വശങ്ങളും	എല്ലാ കോണുകളും	എതിർ വശങ്ങൾ		എല്ലാ കോണുകൾ	എതിർ കോണുകൾ	വികർണ്ണങ്ങൾ	
	തുല്യം	തുല്യം	തുല്യം	സമാന്തരം	90°	സംപൂരകങ്ങൾ	ഒന്നിനൊന്ന് സമമായി ഛേദിക്കുന്നവ	സമകോണിൽ ഛേദിക്കുന്നു
സാമാന്തരികം	ചിലപ്പോൾ	ചിലപ്പോൾ	എല്ലായ്പ്പോഴും	എല്ലായ്പ്പോഴും	ചിലപ്പോൾ	ചിലപ്പോൾ	എല്ലായ്പ്പോഴും	ചിലപ്പോൾ
സമഭുജ സാമാന്തരികം	എല്ലായ്പ്പോഴും	ചിലപ്പോൾ	എല്ലായ്പ്പോഴും	എല്ലായ്പ്പോഴും	എല്ലായ്പ്പോഴും	ചിലപ്പോൾ	എല്ലായ്പ്പോഴും	എല്ലായ്പ്പോഴും
ദീർഘ ചതുരം	ചിലപ്പോൾ	എല്ലായ്പ്പോഴും	എല്ലായ്പ്പോഴും	എല്ലായ്പ്പോഴും	എല്ലായ്പ്പോഴും	എല്ലായ്പ്പോഴും	എല്ലായ്പ്പോഴും	ചിലപ്പോൾ
സമചതുരം	എല്ലായ്പ്പോഴും	എല്ലായ്പ്പോഴും	എല്ലായ്പ്പോഴും	എല്ലായ്പ്പോഴും	എല്ലായ്പ്പോഴും	എല്ലായ്പ്പോഴും	എല്ലായ്പ്പോഴും	എല്ലായ്പ്പോഴും

05_8th_Maths_Geometry_Chap 5_Malayalam.indd 194 1/25/2023 5:30:43 PM

ശ്രമിച്ച് നോക്കുക

1. ശരിയോ തെറ്റോ എന്ന് പറയുക

(a) സമചതുരം ഒരു സവിശേഷമായ ദീർഘചതുരമാകുന്നു.

(b) സമചതുരം ഒരു സാമാന്തരികമാകുന്നു.

(c) സമചതുരം ഒരു സവിശേഷമായ സമഭുജ സാമാന്തരികമാകുന്നു.

(d) ഒരു ദീർഘചതുരം സാമാന്തരികമാകുന്നു.

2. ചതുർഭുജങ്ങളുടെ പേര് പറയുക

(a) ഏതിന്റെ വികർണ്ണങ്ങൾ പരസ്പരം സംഗമിക്കുന്നു?

(b) ഏതിനാണ് വികർണ്ണങ്ങൾ പരസ്പരം ലംബമായി ഛേദിക്കുന്നത്?

(c) വ്യത്യസ്ത നീളങ്ങളോടുകൂടിയ വികർണ്ണങ്ങൾ ഉള്ളത് ഏതിനാണ്?

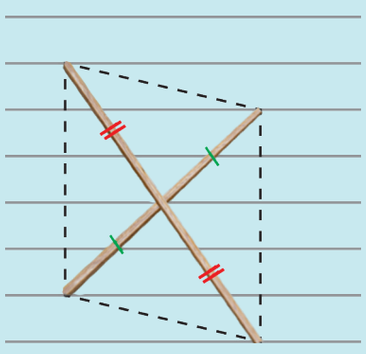
(d) തുല്യനീളമുള്ള വികർണ്ണങ്ങൾ ഉള്ളത് ഏതിനാണ്?

(e) ഏതിനാണ് സമാന്തര എതിർവശങ്ങളുള്ളത്?

(f) എതിർശീർഷകോണുകൾ തുല്യമായത് എന്തിനാണ്?

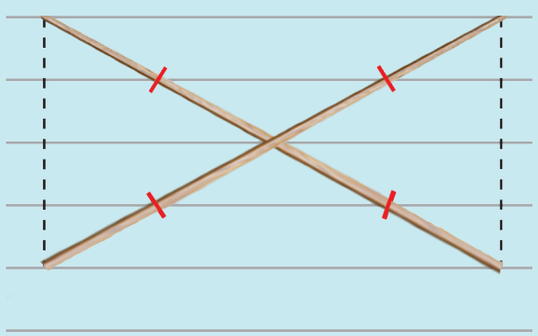
3. രണ്ടു വടിക്കഷ്ണങ്ങൾ ഒരു വരയിട്ട പേപ്പറിനു മുകളിൽ താഴെ കാണിച്ചിട്ടുള്ള വിധത്തിൽ വയ്ക്കുക. വടിയുടെ നാലു മൂലകളെയും തമ്മിൽ യോജിപ്പിച്ചപ്പോൾ ഉണ്ടാകുന്ന ചിത്രരൂപം എന്താണ്?

(a)



തുല്യമല്ലാത്ത രണ്ടു വടികളെ അവയുടെ മധ്യബിന്ദുക്കൾ സംയോജിക്കത്തക്കവിധത്തിൽ യോജിപ്പിക്കുക

(b)

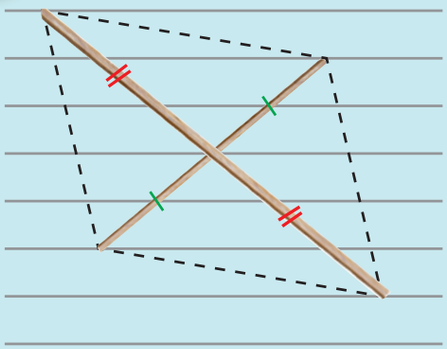


രണ്ടു സമവടികളെടുത്ത് അവയുടെ മധ്യബിന്ദുവരുന്ന ഭാഗം ചേർത്ത് വയ്ക്കുക.

05_8th_Maths_Geometry_Chap 5_Malayalam.indd 195 1/25/2023 5:30:43 PM

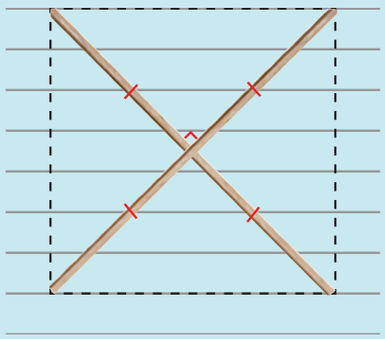
ശ്രമിച്ച് നോക്കുക

(c)



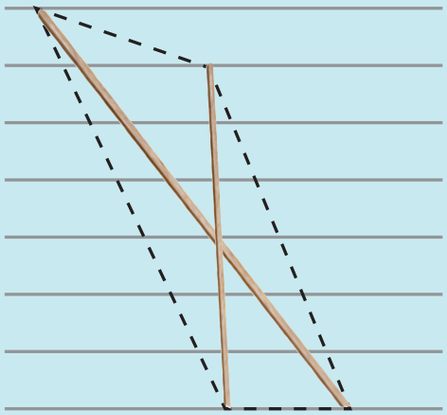
തുല്യമല്ലാത്ത രണ്ടു കമ്പുകളെ മധ്യബിന്ദുക്കൾ ഛേദിക്കത്തക്കവണ്ണം ലംബമായി വയ്ക്കുക

(d)



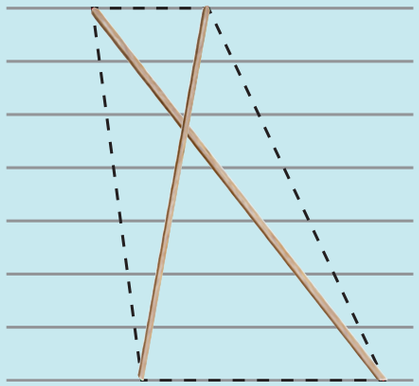
തുല്യമായ രണ്ടു കമ്പുകളെ മധ്യബിന്ദുക്കൾ ഛേദിക്കത്തക്കവണ്ണം ലംബമായി വയ്ക്കുക

(e)



തുല്യമല്ലാത്ത രണ്ടു കമ്പുകളെ അവയുടെ മുകൾ അഗ്രങ്ങൾ ഒരേ നേർരേഖയിലല്ലാതെ വെയ്ക്കുക. കീഴ് അഗ്രങ്ങൾ ഒരേ രേഖയിൽ വയ്ക്കുക. അവയുടെ മധ്യബിന്ദുക്കൾ ഒന്നിനൊന്ന് ഛേദിക്കുന്നില്ല.

(f)



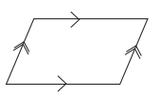
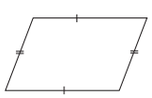
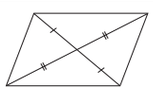
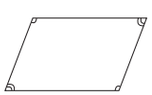
തുല്യമല്ലാത്ത രണ്ടു കമ്പുകളെ മുകൾ അഗ്രങ്ങൾ ഒരേ രേഖയിൽ വയ്ക്കുക. കീഴ് അഗ്രങ്ങളെയും ഒരേ രേഖയിൽ വയ്ക്കുക. മധ്യബിന്ദുക്കൾ ഒന്നിനൊന്ന് ഛേദിക്കണമെന്നില്ല.

5.13 സാമാന്തരികങ്ങളുടെ നിർമ്മിതി

തന്നിരിക്കുന്ന അളവുകൾ ഉപയോഗിച്ച് നമുക്ക് സാമാന്തരികം നിർമ്മിക്കാം.

1. രണ്ട് സമീപവശങ്ങളും ഒരു കോണും.
2. രണ്ട് സമീപവശങ്ങളുംഒരു വികർണ്ണവും.
3. രണ്ട് വികർണ്ണങ്ങളും ഒരു ഉൾക്കോണും.
4. ഒരു വശം ഒരു വികർണവും ഒരു കോണും.

കുറിപ്പ്

			
സമാന അമ്പടയാളങ്ങൾ സമാന്തരവശങ്ങളെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു	സമാന വരകൾ സർവസമവശങ്ങളെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു	വികർണ്ണങ്ങൾ പരസ്പരം സമഭാഗം ചെയ്യുന്നു എന്ന് ചിത്രത്തിൽ കാണാം	എതിർ കോണുകൾ സർവ്വ സമമാണെന്ന് ചിത്രത്തിൽ കാണാം

05_8th_Maths_Geometry_Chap 5_Malayalam.indd 196 1/25/2023 5:30:44 PM

5.13.1 രണ്ട് സമീപവശങ്ങളും ഒരു കോണും തന്നിരുന്നാൽ സാമാന്തരികം നിർമ്മിക്കൽ:

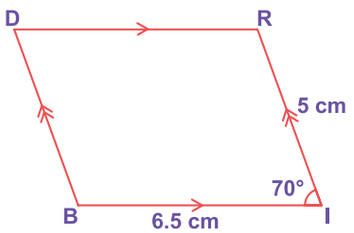
ഉദാഹരണം 5.30

BI=6.5 സെ.മീ , IR=5 സെ.മീ , $\angle BIR = 70°$ എന്നീ അളവുകളോട് കൂടിയ സമാന്തരികം BIRD നിർമ്മിക്കുക. കൂടാതെ അതിന്റെ വിസ്തീർണ്ണവും കാണുക?

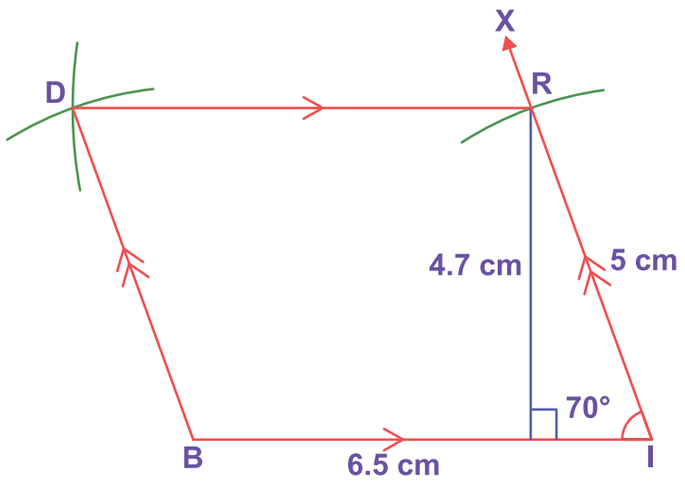
നിർദ്ധാരണം:

തന്നിട്ടുള്ളവ:

BI=6.5 സെ.മീ, IR=5 സെ.മീ കൂടാതെ $\angle BIR = 70°$



മാതൃകാ ചിത്രം



ചിത്രം. 5.49

വഴികൾ:

1. BI=6.5 സെ.മീ ൽ എന്ന രേഖാഖണ്ഡം വരയ്ക്കുക
2. $\angle BIX = 70°$ ആകത്തക്കവിധം $\overline{BI}$ യിലെ I ൽ ഒരു കോൺ ഉണ്ടാക്കുക
3. I കേന്ദ്രമാക്കി IX ൽ 5 സെ.മീ വ്യാസാർദ്ധത്തിൽ ഒരു ചാപം R ൽ സന്ധിക്കും വിധം വരയ്ക്കുക
4. B യും R ഉം കേന്ദ്രമാക്കി യഥാക്രമം 5 സെ.മീ , 6.5 സെ.മീ വ്യാസാർദ്ധത്തിൽ ചാപങ്ങൾ വരയ്ക്കുക ഇവ D യിൽ സന്ധിക്കുന്നു
5. BD,RD ഇവ യോജിപ്പിക്കുക.
6. ആവശ്യപ്പെട്ട സാമാന്തരികം BIRD

വിസ്തീർണ്ണം കണക്കാക്കൽ :

സാമാന്തരികം BIRD യുടെ വിസ്തീർണ്ണം = bh ച. മാത്രകൾ

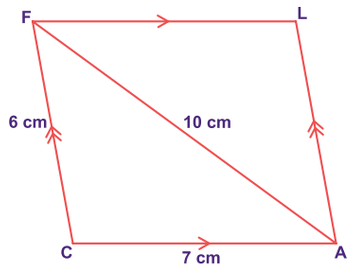
$= 6.5 \times 4.7 = 30.55$ ച.സെ.മീ

05_8th_Maths_Geometry_Chap 5_Malayalam.indd 197 1/25/2023 5:30:47 PM

5.13.2 രണ്ട് സമീപവശങ്ങളും ഒരു വികർണ്ണവും തന്നിരുന്നാൽ സാമാന്തരികം നിർമ്മിക്കൽ

ഉദാഹരണം 5.31

CA=7 സെ.മീ , CF=6 സെ.മീ , AF=10 സെ.മീ എന്നീ അളവുകളോട് സാമാന്തരികം CALF നിർമ്മിക്കുക അതിന്റെ വിസ്തീർണ്ണവും കാണുക.

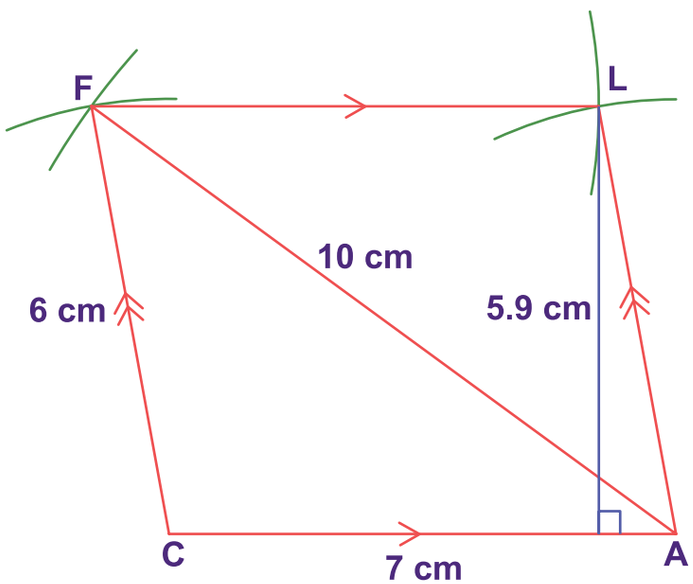


മാതൃകാ ചിത്രം

നിർദ്ധാരണം:

തന്നിട്ടുള്ളവ:

CA=7 സെ.മീ സെ.മീ, CF=6 സെ.മീ സെ.മീ, AF=10 സെ.മീ



ചിത്രം. 5.50

വഴികൾ:

1. CA=7 സെ.മീ ൽ രേഖാഖണ്ഡം വരയ്ക്കുക
2. C യും A യും കേന്ദ്രമാക്കി യഥാക്രമം 7 സെ.മീ , 6 സെ.മീ വ്യാസാർദ്ധത്തിൽ ചാപങ്ങൾ വരയ്ക്കുകഅവ F ൽ സന്ധിക്കുന്നു.
3. CF, AF ഇവ യോജിപ്പിക്കുക
4. A യും F യും കേന്ദ്രമാക്കി യഥാക്രമം 6 സെ.മീ , 7 സെ.മീ വ്യാസാർദ്ധത്തിൽ ചാപങ്ങൾ വരയ്ക്കുകഅവ L ൽ സന്ധിക്കുന്നു.
5. AL, FL ഇവ യോജിപ്പിക്കുക
6. ആവശ്യപ്പെട്ട സാമാന്തരികം CALF

വിസ്തീർണ്ണം കണക്കാക്കൽ :

സാമാന്തരികം CALF യുടെ വിസ്തീർണ്ണം = bh ച. മാത്രകൾ

$= 7 \times 5.9 = 41.3$ ച.സെ.മീ

05_8th_Maths_Geometry_Chap 5_Malayalam.indd 198 1/25/2023 5:30:48 PM

5.13.3 രണ്ട് വികർണ്ണങ്ങളും ഒരു ഉൾക്കോണും തന്നിരുന്നാൽ സാമാന്തരികം നിർമ്മിക്കൽ

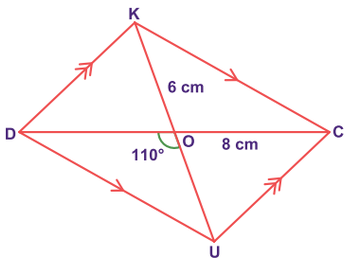
ഉദാഹരണം 5.32

DC=8 സെ.മീ, UK=6 സെ.മീ, $\angle DOU = 110°$ എന്നീ അളവുകളോട് കൂടിയ സാമാന്തരികം DUCK നിർമ്മിക്കുക. കൂടാതെ അതിന്റെ വിസ്തീർണ്ണവും കാണുക.

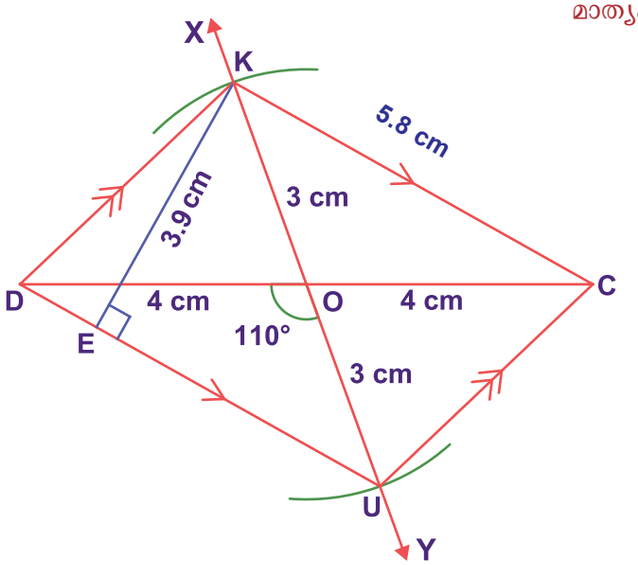
നിർദ്ധാരണം:

തന്നിട്ടുള്ളവ:

DC=8 സെ.മീ, UK=6 സെ.മീ കൂടാതെ $\angle DOU = 110°$



മാത്യകാ ചിത്രം



ചിത്രം. 5.51

വഴികൾ:

1. DC=8 എന്ന രേഖാഖണ്ഡം വരയ്ക്കുക.
2. $\overline{DC}$ യുടെ മധ്യബിന്ദു O അടയാളപ്പെടുത്തുക.
3. $\angle DOY = 110°$ ആകത്തക്കവിധം O യിൽ കൂടി $\overrightarrow{XY}$ എന്ന രേഖ വരയ്ക്കുക..
4. $\overline{DC}$ യ്ക്ക് ഇരുവശത്തും 3 സെ.മീ വ്യാസാർദ്ധത്തിൽ $\overrightarrow{XY}$ രണ്ട് ചാപങ്ങൾ O കേന്ദ്രമാക്കി വരയ്ക്കുക ചാപങ്ങൾ $\overrightarrow{OX}$ -ൽ K യിലും $\overrightarrow{OY}$ -ൽ U വിലും ഛേദിക്കുന്നു.
5. $\overline{DU}, \overline{UC}, \overline{CK}, \overline{KD}$ ഇവ യോജിപ്പിക്കുക.
6. ആവശ്യപ്പെട്ട സാമാന്തരികം DUCK.

വിസ്തീർണ്ണം കണക്കാക്കൽ :

സാമാന്തരികം DUCK യുടെ വിസ്തീർണ്ണം = bh ച. മാത്രകൾ

$= 5.8 \times 3.9 = 22.62$ ച.സെ.മീ

05_8th_Maths_Geometry_Chap 5_Malayalam.indd 199 1/25/2023 5:30:53 PM

5.13.4 ഒരു വശവും ഒരു വികർണ്ണവും ഒരു കോണും തന്നിരുന്നാൽ സമാന്തരികം നിർമ്മിക്കൽ:

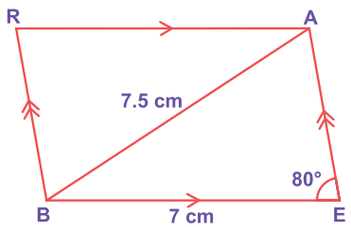
ഉദാഹരണം 5.33

BE=7 സെ.മീ, BA=7.5 സെ.മീ, $\angle BEA = 80°$ എന്നീ അളവുകളോട് കൂടിയ സാമാന്തരികം BEAR നിർമ്മിക്കുക. കൂടാതെ അതിന്റെ വിസ്തീർണ്ണവും കാണുക?

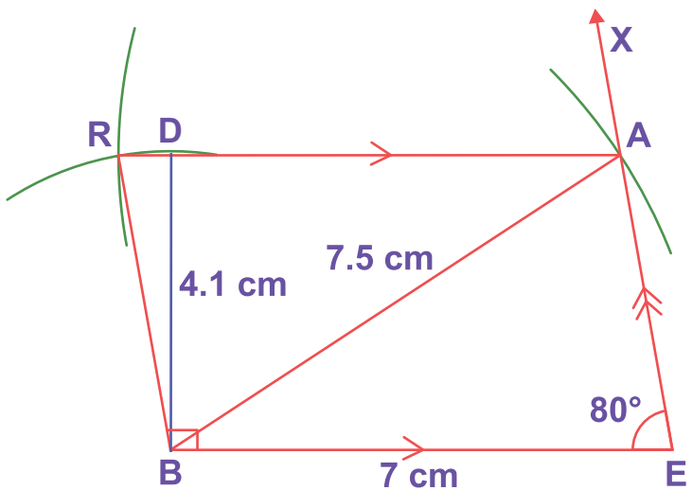
നിർദ്ധാരണം:

തന്നിട്ടുള്ളവ:

BE=7 സെ.മീ, BA=7.5 സെ.മീ കൂടാതെ $\angle BEA = 80°$



മാതൃകാ ചിത്രം



ചിത്രം. 5.52

വഴികൾ:

1. BE=7 സെ.മീ ൽ രേഖാഖണ്ഡം വരയ്ക്കുക.
2. $\overline{BE}$ ൽ E എന്ന ബിന്ദുവിൽ $\angle BEX = 80°$ ആകത്തക്കവിധം ഒരു കോൺ നിർമ്മിക്കുക.
3. B കേന്ദ്രമാക്കി 7.5 സെ.മീ വ്യാസാർദ്ധത്തിൽ EXൽ വരയ്ക്കുന്ന ചാപം A യിൽ സന്ധിക്കുന്നു കൂടാതെ BA യോജിപ്പിക്കുക.
4. B കേന്ദ്രമാക്കി $\overline{AE}$ യുടെ നീളത്തിന് സമമായ വ്യാസാർദ്ധത്തിൽ ഒരു ചാപം വരയ്ക്കുക.
5. A കേന്ദ്രമാക്കി 7 സെ.മീ വ്യാസാർദ്ധത്തിൽ ഒരു ചാപം വരയ്ക്കുക. ഈ രണ്ട് ചാപങ്ങളും R ൽ സന്ധിക്കുന്നു.
6. BR, AR ഇവ യോജിപ്പിക്കുക.
7. ആവശ്യപ്പെട്ട സാമാന്തരികം BEAR.

വിസ്തീർണ്ണം കണക്കാക്കൽ :

സാമാന്തരികം BEAR ന്റെ വിസ്തീർണ്ണം = bh ച. മാത്രകൾ

= 7×4.1= 28.7 ച.സെ.മീ

05_8th_Maths_Geometry_Chap 5_Malayalam.indd 200 1/25/2023 5:30:57 PM

5.14 സമഭുജ സാമാന്തരികത്തിന്റെ നിർമ്മിതി

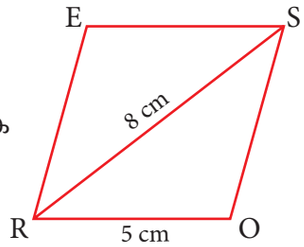
തന്നിട്ടുള്ള അളവുകൾ ഉപയോഗിച്ച് നമുക്കിപ്പോൾ ഒരു സമഭുജ സാമാന്തരികം നിർമ്മിക്കുന്നതെങ്ങനെ എന്ന് ഇപ്പോൾ നോക്കാം

(i) ഒരു വശവും ഒരു വികർണ്ണവും
(ii) ഒരു വശവും ഒരു കോണും
(iii) രണ്ടു വികർണ്ണങ്ങൾ
(iv) ഒരു വികർണ്ണവും ഒരു കോണും

5.14.1 ഒരു വശവും ഒരു വികർണ്ണവും തന്നാൽ സമഭുജ സാമാന്തരികം നിർമ്മിക്കൽ

ഉദാഹരണം 5.34

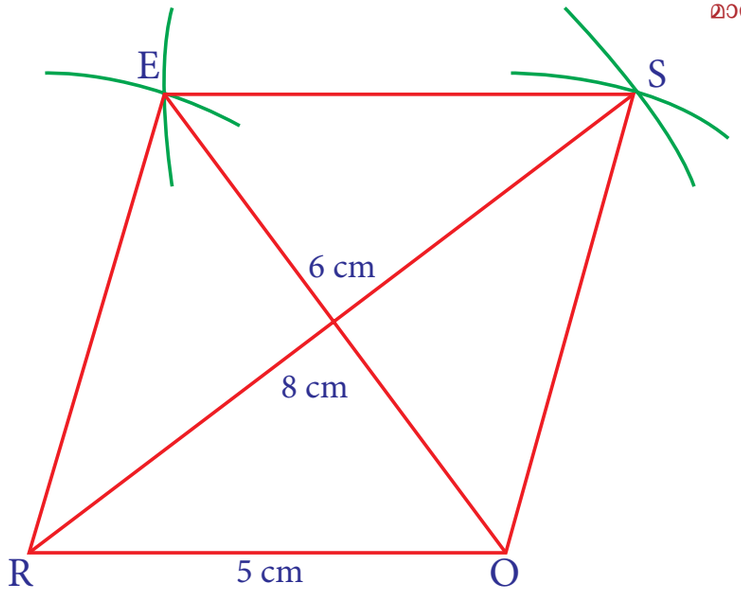
RO =5 സെ.മീ, RS = 8 സെ.മീ എന്നീ അളവുകൾ ഉപയോഗിച്ച് ROSE എന്ന സമഭുജ സാമാന്തരികം നിർമ്മിച്ച് അതിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക



മാതൃകാ ചിത്രം

നിർദ്ധാരണം:

തന്നിട്ടുള്ളവ: RO = 5സെ.മീ, RS = 8സെ.മീ



ചിത്രം. 5.53

വഴികൾ:

1. RO =5സെ.മീ ഒരു രേഖ വരയ്ക്കുക
2. R, O എന്നിവ കേന്ദ്രങ്ങളാക്കി 5സെ.മീ, 8സെ.മീ എന്ന വ്യാസാർദ്ധങ്ങളിൽ രണ്ടു ചാപങ്ങൾ വരയ്ക്കുക. ഇവ രണ്ടും S എന്ന ബിന്ദുവിൽ ഛേദിക്കുന്നു
3. RS നെയും OS നെയും യോജിപ്പിക്കുക
4. R, S എന്നിവ കേന്ദ്രങ്ങളാക്കി 5സെ.മീ വ്യാസാർദ്ധത്തിൽ ചാപങ്ങൾ വരയ്ക്കുക. ഇവ E എന്ന ബിന്ദുവിൽ ഛേദിക്കുന്നു
5. RE, SE എന്നിവയെ യോജിപ്പിക്കുക
6. ROSE യാണ് ആവശ്യപ്പെട്ട സമഭുജസാമാന്തരികം

വിസ്തീർണ്ണം കണക്കാക്കൽ :

ROSE എന്ന സമഭുജസാമാന്തരികത്തിന്റെ

വിസ്തീർണ്ണം $= \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$ ചതുരശ്ര. മാത്രകൾ

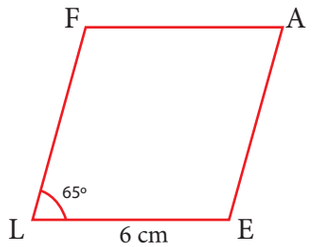
$= \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24$ ചതുരശ്ര. മാത്രകൾ

05_8th_Maths_Geometry_Chap 5_Malayalam.indd 201 1/25/2023 5:30:57 PM

5.14.2 ഒരു വശവും ഒരു കോണും തന്നാൽ സമഭുജസാമാന്തരികം നിർമ്മിക്കൽ

ഉദാഹരണം 5.35

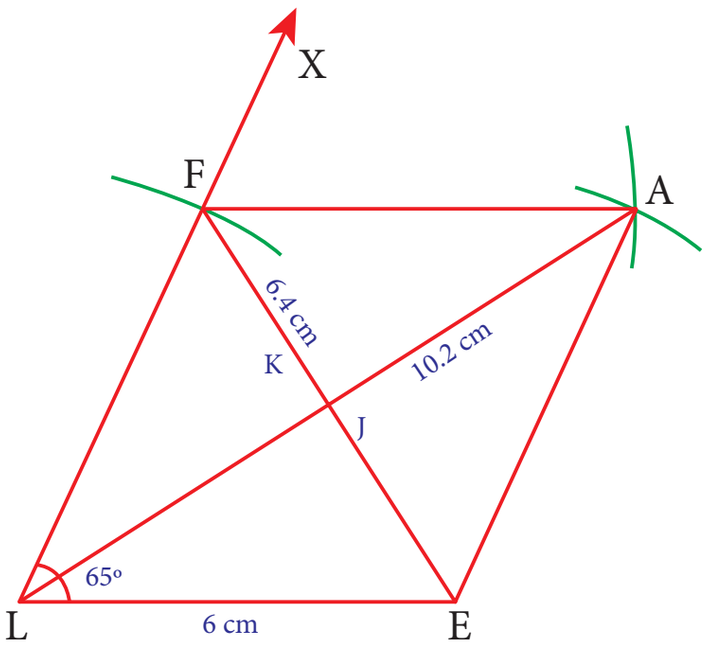
LE 6 സെ.മീറ്ററും $\angle L = 65°$ യും ഉള്ള LEAF എന്ന ഒരു സമഭുജസാമാന്തരികം നിർമ്മിച്ച് അതിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക?



മാതൃകാ ചിത്രം

നിർദ്ധാരണം:

തന്നിട്ടുള്ളവ: LE = 6 സെ.മീ , $\angle L = 65°$



ചിത്രം. 5.54

വഴികൾ:

1. LE = 6 സെ.മീറ്റർ അളവുള്ള ഒരു രേഖ വരയ്ക്കുക
2. L കേന്ദ്രമാക്കി LE രേഖ യിൽ $\angle ELX = 65°$ കുറിക്കുക
3. L കേന്ദ്രമാക്കി LX 6 സെ.മീ വ്യാസാർദ്ധത്തിൽ ഒരു ചാപം വരയ്ക്കുക. ആ ചാപം രേഖ LXൽ Fൽ ഛേദിക്കുന്നു.
4. E, F എന്നിവ കേന്ദ്രങ്ങളാക്കി 6 സെ.മീ വ്യാസാർദ്ധത്തിൽ ചാപങ്ങൾ വരയ്ക്കുക. അവ A എന്ന ബിന്ദുവിൽ ഛേദിക്കുന്നു
5. EA യും AF നെയും യോജിപ്പിക്കുക
6. LEAF ആണ് ആവശ്യപ്പെട്ട സമഭുജസാമാന്തരികം

വിസ്തീർണ്ണം കണക്കാക്കൽ :

LEAF എന്ന സമഭുജസാമാന്തരികത്തിന്റെ

വിസ്തീർണ്ണം $= \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$ ചതുരശ്ര. മാത്രകൾ

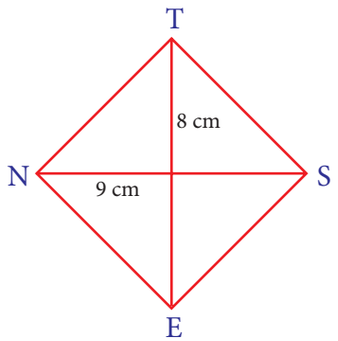
$= \frac{1}{2} \times 6.4 \times 10.2 = 32.64$ ചതുരശ്ര. സെ.മീ

05_8th_Maths_Geometry_Chap 5_Malayalam.indd 202 1/25/2023 5:30:59 PM

5.14.3 രണ്ടുവികർണ്ണങ്ങൾ തന്നിരുന്നാൽ സമഭുജസാമാന്തരികം നിർമ്മിക്കൽ

ഉദാഹരണം 5.36

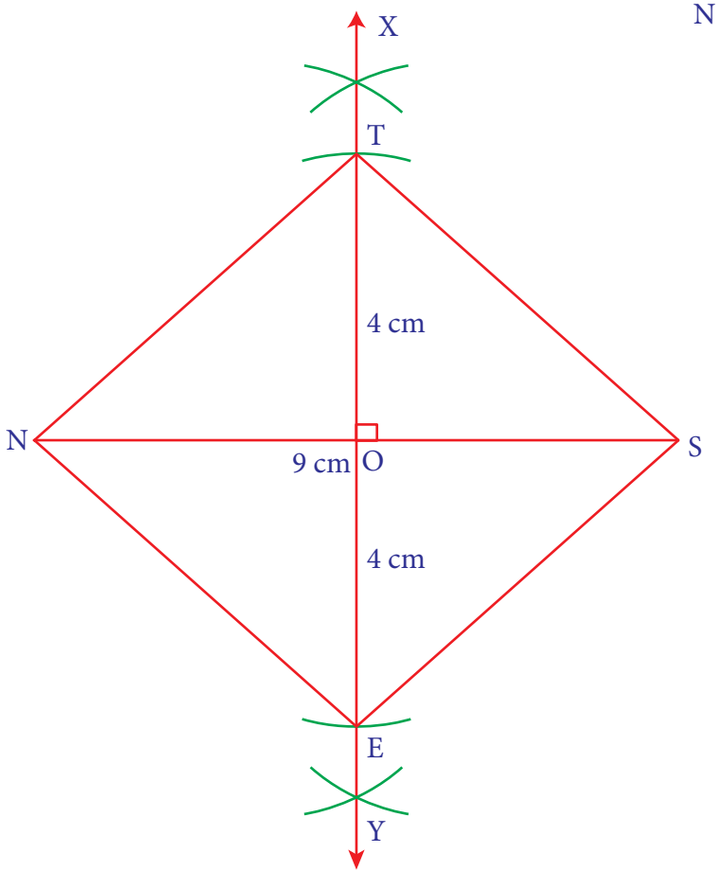
NS = 9സെ.മീ, ET = 8 സെ.മീ എന്നീ അളവുകൾക്കുള്ള NEST എന്ന സമഭുജസാമാന്തരികം വരച്ച് വിസ്തീർണ്ണം കാണുക



മാതൃകാ ചിത്രം

നിർദ്ധാരണം:

തന്നിട്ടുള്ളത്: NS = 9 സെമീ, ET = 8 സെമീ



ചിത്രം. 5.55

വഴികൾ:

1. NS = 9 സെ.മീ അളവുള്ള ഒരു രേഖ വരയ്ക്കുക
2. XY എന്ന രേഖയ്ക്ക് NS എന്ന ലംബദ്വിഭാജകം വരയ്ക്കുക. അത് O എന്ന രേഖയിൽ NS എന്ന ബിന്ദുവിൽ ഛേദിക്കുന്നു
3. O കേന്ദ്രമാക്കി 4 സെ.മീ വ്യാസാർദ്ധത്തിൽ O യുടെ ഇരുവശങ്ങളിലുമായി ചാപങ്ങൾ വരയ്ക്കുക. അവ OX ൽ T എന്ന ബിന്ദുവിലും OY ൽ E എന്ന ബിന്ദുവിലും ഛേദിക്കുന്നു.
4. NE, ES, ST, TN എന്നിവയെ യോജിപ്പിക്കുക
5. NEST ആണ് ആവശ്യപ്പെട്ട സമഭുജസാമാന്തരികം

വിസ്തീർണ്ണം കണക്കാക്കൽ :

NEST എന്ന സമഭുജസാമാന്തരികത്തിന്റെ

വിസ്തീർണ്ണം $= \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$ ചതുരശ്ര. മാത്രകൾ

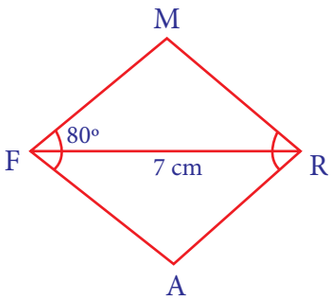
$= \frac{1}{2} \times 9 \times 8 = 36$. ചതുരശ്ര. സെ.മീ

05_8th_Maths_Geometry_Chap 5_Malayalam.indd 203 1/25/2023 5:31:00 PM

5.14.4 ഒരു വികർണ്ണവും ഒരു കോണും തന്നിരുന്നാൽ സമഭുജസാമാന്തരികം നിർമ്മിക്കൽ

ഉദാഹരണം 5.37

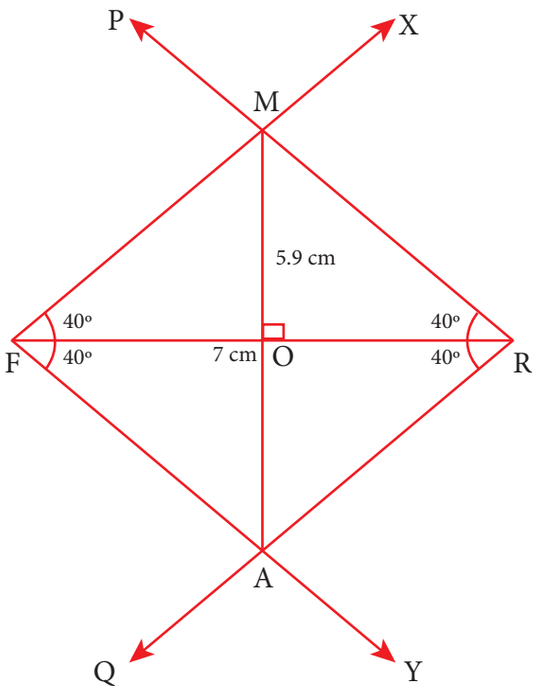
FR = 7 സെ.മീറ്ററും $\angle F = 80°$ യും ഉള്ള FARM എന്ന സമഭുജസാമാന്തരികം വരച്ച് വിസ്തീർണ്ണം കാണുക?



മാതൃകാ ചിത്രം

നിർദ്ധാരണം:

തന്നിട്ടുള്ളത് : FR = 7 സെമീ, $\angle F = 80°$



ചിത്രം. 5.56

വഴികൾ:

1. FR = 7 സെ.മീറ്ററിൽ ഒരു രേഖ വരയ്ക്കുക.
2. F എന്ന ബിന്ദുവിൻ മേൽ F നും R നും ഇരു ഭാഗങ്ങളിലുമായി $\angle RFX = \angle RFY = 40°$ വരത്തക്കവിധം കോണം എടുക്കുക.
3. R എന്ന ബിന്ദുവിൻ മേൽ F നും R നും ഇരു വശങ്ങളിലുമായി $\angle FRP = \angle FRQ = 40°$ കോണും കുറിക്കുക.
4. FX ഉം, RP യും M എന്ന ബിന്ദുവിലും FY യും RQ ഉം A എന്ന ബിന്ദുവിലും ഛേദിക്കും വിധം വരയ്ക്കുക.
5. FARM ആണ് ആവശ്യപ്പെട്ട സമഭുജ സമാന്തരികം.

വിസ്തീർണ്ണം കണക്കാക്കൽ :

FARM എന്ന സമഭുജ സാമാന്തരികത്തിന്റെ

വിസ്തീർണ്ണം $= \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$ ചതുരശ്ര. മാത്രകൾ

$= \frac{1}{2} \times 7 \times 5.9 = 20.65$ ചതുരശ്ര. സെ.മീ

05_8th_Maths_Geometry_Chap 5_Malayalam.indd 204 1/25/2023 5:31:03 PM

5.15 ദീർഘചതുരത്തിന്റെ നിർമ്മിതി

തന്നിട്ടുള്ള അളവുകൾ ഉപയോഗിച്ച് ദീർഘചതുരം നിർമ്മിക്കുന്നത് എങ്ങനെയെന്ന് നമുക്ക് നോക്കാം.

(i) നീളവും അകലവും തന്നിരുന്നാൽ

(ii) ഒരു വശവും ഒരു വികർണ്ണവും തന്നിരുന്നാൽ

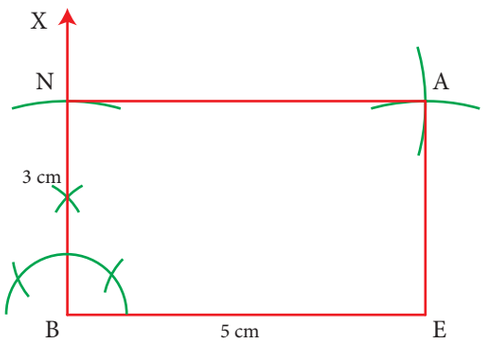
5.15.1 നീളവും അകലവും തന്നിരുന്നാൽ ദീർഘചതുരം നിർമ്മിക്കൽ.

ഉദാഹരണം 5.38

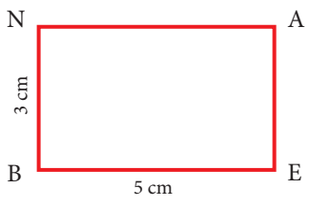
BE = 5 സെ.മീറ്റർ, BN = 3 സെ.മീറ്റർ എന്നീ അളവുകളുള്ള ദീർഘചതുരം BEAN വരച്ച് വിസ്തീർണ്ണം കാണുക

നിർദ്ധാരണം:

തന്നിട്ടുള്ളവ: BE = 5 സെമീ, BN = 3 സെമീ



ചിത്രം. 5.57



മാതൃകാ ചിത്രം

വഴികൾ:

1. BE = 5 സെ.മീറ്ററിൽ ഒരു രേഖ വരയ്ക്കുക.
2. B എന്ന ബിന്ദുവിൻമേൽ $BX \perp BE$ നിർമ്മിക്കുക.
3. B എന്ന ബിന്ദു കേന്ദ്രമാക്കി 3 സെ.മീ വ്യാസാർദ്ധത്തിൽ ഒരു ചാപം വരയ്ക്കുക. അത് BX ൽ N എന്ന ബിന്ദുവിൽ ഛേദിക്കുന്നു.
4. E, N എന്ന ബിന്ദുക്കളെ കേന്ദ്രമാക്കി 3, സെ.മീ, 5 സെ.മീ വ്യാസാർദ്ധങ്ങളിൽ ചാപങ്ങൾ A എന്ന ബിന്ദുവിൽ ഛേദിക്കത്തക്കവണ്ണം വരയ്ക്കുക.
5. EA, NA എന്നിവയെ യോജിപ്പിക്കുക.
6. BEAN ആണ് ആവശ്യപ്പെട്ട ദീർഘചതുരം.

വിസ്തീർണ്ണം കണക്കാക്കൽ :

BEAN എന്ന ദീർഘചതുരത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം $= l \times b$ ചതുരശ്ര. മാത്രകൾ

$= 5 \times 3 = 15$ ചതുരശ്ര. സെ.മീ

05_8th_Maths_Geometry_Chap 5_Malayalam.indd 205 1/25/2023 5:31:04 PM

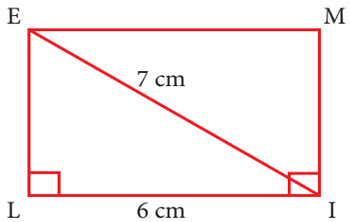
5.15.2 നീളവും അകലവും തന്നിരുന്നാൽ ദീർഘചതുരം നിർമ്മിക്കൽ

ഉദാഹരണം 5.39

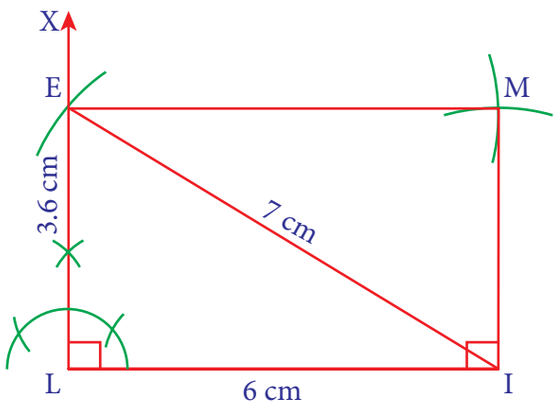
LI = 6 സെ.മീ, IE = 7 സെ.മീ എന്നീ അളവുകൾ ഉപയോഗിച്ച് LIME എന്ന ദീർഘചതുരം നിർമ്മിക്കുക

നിർദ്ധാരണം:

തന്നിട്ടുള്ളവ: LI = 6 സെമീ, IE = 7 സെമീ



മാതൃകാ ചിത്രം



ചിത്രം. 5.58

വഴികൾ:

1. LI = 6 സെ.മീറ്ററിൽ ഒരു രേഖ വരയ്ക്കുക.
2. L എന്ന ബിന്ദുവിൻമേൽ $LX \perp LI$ വരയ്ക്കുക.
3. I കേന്ദ്രമാക്കി 7 സെ.മീ വ്യാസാർദ്ധത്തിൽ ഒരു ചാപം വരയ്ക്കുക. അത് LX ൽ E എന്ന ബിന്ദുവിൽ ഛേദിക്കുന്നു.
4. I കേന്ദ്രമായും LE വ്യാസാർദ്ധമായും ഒരു ചാപം വരയ്ക്കുക. കൂടാതെ E കേന്ദ്രമായും LI വ്യാസാർദ്ധമായും വേറൊരു ചാപം വരയ്ക്കുക. ഇവ M എന്ന ബിന്ദുവിൽ ഛേദിക്കുന്നു.
5. IM നെയും EM നെയും യോജിപ്പിക്കുക.
6. LIME ആണ് ആവശ്യപ്പെട്ട ദീർഘചതുരം.

വിസ്തീർണ്ണം കണക്കാക്കൽ :

LIME എന്ന ദീർഘചതുരത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം $= l \times b$ ച.മാത്ര

$= 6 \times 3.6 = 21.6$ ച.സെ.മീറ്റർ

05_8th_Maths_Geometry_Chap 5_Malayalam.indd 206 1/25/2023 5:31:05 PM

5.16 സമചതുരത്തിന്റെ നിർമ്മിതി

നമുക്ക് ഇപ്പോൾ സമചതുരത്തിന്റെ നിർമ്മിതിയെപ്പറ്റി നോക്കാം. (i) വശം തന്നിരുന്നാൽ (ii) വികർണ്ണം തന്നിരുന്നാൽ

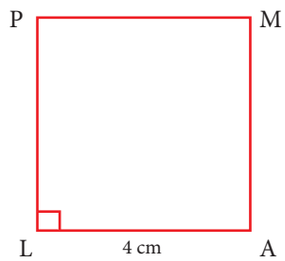
5.16.1 ഒരു വശം തന്നിരുന്നാൽ സമചതുരം നിർമ്മിക്കുന്ന രീതി.

ഉദാഹരണം 5.40

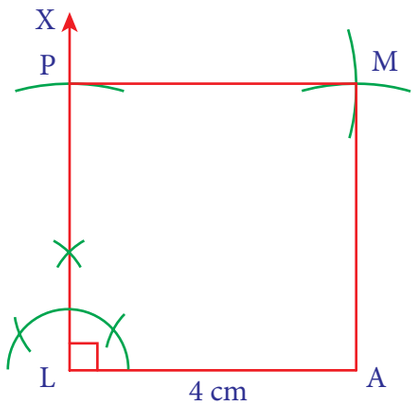
4 സെ.മീറ്റർ വശമുള്ള ഒരു സമചതുരം LAMP നിർമ്മിച്ച് വിസ്തീർണ്ണം കാണുക.

നിർദ്ധാരണം:

തന്നിട്ടുള്ളത് : വശം = 4 സെമീ



മാതൃകാ ചിത്രം



ചിത്രം. 5.59

വഴികൾ:

1. LA = 4 സെ.മീറ്ററിൽ ഒരു രേഖ വരയ്ക്കുക.
2. L വഴിയെ $LX \perp LA$ വരയ്ക്കുക.
3. L കേന്ദ്രമാക്കി 4 സെ.മീ വ്യാസാർദ്ധത്തിൽ ഒരു ചാപം വരയ്ക്കുക. അത് LX ൽ P എന്ന ബിന്ദുവിൽ ഛേദിക്കുന്നു.
4. A, P എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ കേന്ദ്രമാക്കി 4 സെ.മീ വ്യാസാർദ്ധത്തിൽ ചാപങ്ങൾ വരയ്ക്കുക. അവ M എന്ന ബിന്ദുവിൽ ഛേദിക്കുന്നു.
5. AM നെയും PM നെയും യോജിപ്പിക്കുക. LAMP ആണ് ആവശ്യപ്പെട്ട സമചതുരം.

വിസ്തീർണ്ണം കണക്കാക്കൽ :

LAMP എന്ന സമചതുരത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം ച.ഏകകം

$= 4 \times 4 = 16$ ച.സെ.മീറ്റർ

05_8th_Maths_Geometry_Chap 5_Malayalam.indd 207 1/25/2023 5:31:06 PM

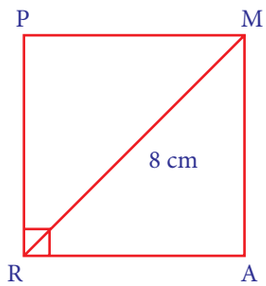
5.16.2 വികർണ്ണം തന്നിരുന്നാൽ സമചതുരം നിർമ്മിക്കൽ.

ഉദാഹരണം 5.41

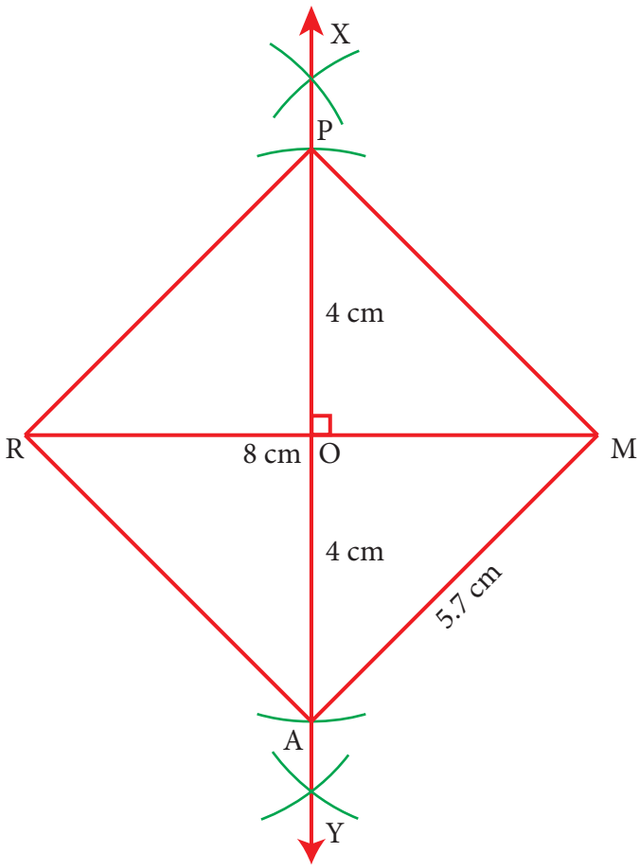
8 സെ.മീ വികർണ്ണം ഉള്ള RAMP എന്ന സമചതുരം വരച്ച് വിസ്തീർണ്ണം കാണുക.

നിർദ്ധാരണം:

തന്നിട്ടുള്ളത്: വികർണ്ണം = 8 സെമീ



മാതൃകാ ചിത്രം



ചിത്രം. 5.60

വഴികൾ:

1. RM = 8 സെ.മീറ്ററിൽ ഒരു രേഖ വരയ്ക്കുക.
2. RM ന്റെ ലംബദ്വിഭാജകം XY വരയ്ക്കുക. അത് RM നെ O യിൽ ഛേദിക്കുന്നു.
3. O കേന്ദ്രമാക്കി O യുടെ ഇരുവശങ്ങളിലും 4 സെ.മീ വ്യാസാർദ്ധത്തിൽ ചാപങ്ങൾ വരയ്ക്കുക. അത് OX നെ P യിലും OY നെ A യും ഛേദിക്കുന്നു.
4. RA, AM, MP കൂടാതെ PR എന്നിവയെ യോജിപ്പിക്കുക.
5. RAMP യാണ് ആവശ്യപ്പെട്ട സമചതുരം.

വിസ്തീർണ്ണം കണക്കാക്കൽ :

സമചതുരം **RAMP** യുടെ വിസ്തീർണ്ണം $= a^2$ ച.മാത്ര

$= 5.7 \times 5.7 = 32.49$ ച.സെ.മീറ്റർ

05_8th_Maths_Geometry_Chap 5_Malayalam.indd 208 1/25/2023 5:31:07 PM

അഭ്യാസം 5.5

I. താഴെ തന്നിട്ടുള്ള അളവുകളിൽ സാമാന്തരികം നിർമ്മിച്ച് അവയുടെ വിസ്തീർണ്ണവും കാണുക.

1. ARTS, AR=6 സെ.മീ , RT=5 സെ.മീ കൂടാതെ $\angle ART = 70°$.
2. CAMP, CA=6 സെ.മീ , AP=8 സെ.മീ കൂടാതെ CP=5.5 സെ.മീ .
3. EARN, ER=10 സെ.മീ , AN=7 സെ.മീ കൂടാതെ $\angle EOA = 110°$ ഇവിടെ $\overline{ER}$ കൂടാതെ $\overline{AN}$ O യിൽ സന്ധിക്കുന്നു.
4. GAIN, GA=7.5 സെ.മീ , GI=9 സെ.മീ കൂടാതെ $\angle GAI = 100°$.

II. താഴെ തന്നിട്ടുള്ള അളവുകൾ ഉപയോഗിച്ച് സമഭുജസാമാന്തരികങ്ങൾ വരച്ച് അവയുടെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക.

(i) FACE, FA= 6 സെമീ, FC = 8 സെമീ

(ii) CAKE, CA=5 സെമീ, ∠A = 65°

(iii) LUCK, LC = 7.8 സെമീ and UK = 6 സെമീ

(iv) PARK, PR = 9 സെമീ, ∠P =70°

III. താഴെ തന്ന അളവുകൾ ഉപയോഗിച്ച് ദീർഘചതുരം വരച്ച് വിസ്തീർണ്ണം കാണുക.

(i) HAND, HA = 7 സെമീ, AN = 4 സെമീ

(ii) LAND, LA = 8 സെമീ, AD = 10 സെമീ

IV. താഴെ തന്നിട്ടുള്ള അളവുകൾ ഉപയോഗിച്ച് സമചതുരം വരച്ച് വീസ്തിർണ്ണം കാണുക.

(i) EAST, EA = 6.5 സെമീ

(ii) WEST, WS = 6 സെമീ

സംഗ്രഹം

- സർവ്വസമരൂപങ്ങളുടെ ആകൃതിയും വലിപ്പവും തുല്യം ആയിരിക്കും.
- സദൃശ രൂപങ്ങൾക്ക് ഒരേ രൂപവും വ്യത്യസ്ത അളവുകളും ആണ് ഉള്ളത്.
- ഒരു സമകോണ ത്രികോണത്തിൽ കർണ്ണത്തിന്റെ വർഗ്ഗം മറ്റ് രണ്ട് വശങ്ങളുടെ വർഗ്ഗങ്ങളുടെ തുകയ്ക്ക് തുല്യം ഇത് പൈതഗോറസ് സിദ്ധാന്തം എന്നറിയപ്പെടുന്നു.
- ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ മധ്യമങ്ങൾ സംഗാമികളാണ്. ത്രികോണത്തിന്റെ മധ്യമങ്ങളുടെ സംഗമ ബിന്ദുവിനെ കേന്ദ്രകം എന്നു പറയുന്നു. ഇതിനെ **G** എന്ന അക്ഷരം കൊണ്ട് കുറിക്കുന്നു.
- ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്നു ഉന്നതികൾ സംഗാമികളാണ്. ത്രികോണത്തിന്റെ ഈ മൂന്നു ഉന്നതികളുടെ സംഗമ ബിന്ദുവിനെയാണ് ലംബകേന്ദ്രം എന്ന് പറയുന്നത്. ഇതിനെ H എന്ന അക്ഷരം കൊണ്ട് കുറിക്കുന്നു.
- ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്നു വശങ്ങളുടെ ലംബദ്വിഭാജകങ്ങൾ സംഗാമികളാണ്. ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്നു ലംബദ്വിഭാജകങ്ങളുടെ സംഗമ ബിന്ദുവിനെ പരിവൃത്തം കേന്ദ്രം എന്നു പറയുന്നു. ഇതിനെ S എന്ന അക്ഷരം കൊണ്ട് സൂചിപ്പിക്കുന്നു.
- ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്നു കോണദ്വിഭാദജകങ്ങൾ സംഗാമികളാണ്. ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്നു കോൺ ദ്വീഭാജകങ്ങളുടെ സംഗമ ബിന്ദുവിനെ അന്തഃകേ്ര **I** എന്ന് പറയുന്നു. ഇതിനെ I എന്ന അക്ഷരം കൊണ്ട് സൂചിപ്പിക്കുന്നു.
- ഒരു ജോഡി എതിർവശങ്ങൾ സമാന്തരമായ ചതുർഭുജമാണ് ലംബകം.
- എതിർവശങ്ങൾ സമാന്തരമായ ചതുർഭൂജമാണ് സാമാന്തരികം.
- സമഭുജസമാന്തരികം ഒരു സമാന്തരികമാണ്. ഇതിന്റെ എല്ലാവശങ്ങളും സർവ്വസമമാണ്.
- ദീർഘചതുരം ഒരു സമാന്തരികമാണ്. ഇതിന്റെ എല്ലാം കോണുകളുടെയും സമകോണുകളാണ്.
- സമചതുരം ഒരു സമാന്തരികമാണ്. ഇതിന്റെ എല്ലാം വശങ്ങളും എല്ലാം കോണുകളും സമമാണ്.

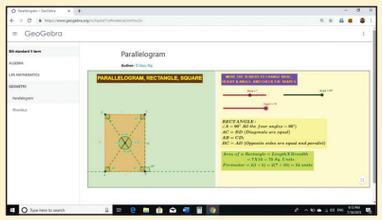
05_8th_Maths_Geometry_Chap 5_Malayalam.indd 209 1/25/2023 5:31:09 PM

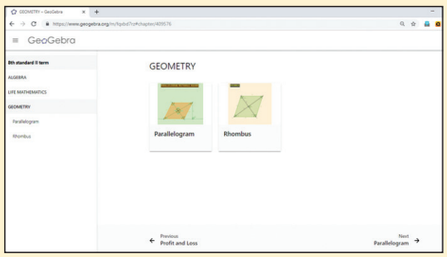
ഐസിടി കോർണർ

ഘട്ടം-1 Browser തുറന്ന് താഴെ തന്നിട്ടുള്ള URL Link ചെയ്യുക അല്ലെങ്കിൽ QR Code സ്കാൻ ചെയ്യുക "GEOMETRY" എന്ന് പേരുള്ള ജിയോജിബ്ര എന്ന വർക്ക്ബുക്ക് തുറക്കും സാമാന്തരികം എന്ന പേരുള്ള വർക്ക് ഷീറ്റ് ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക

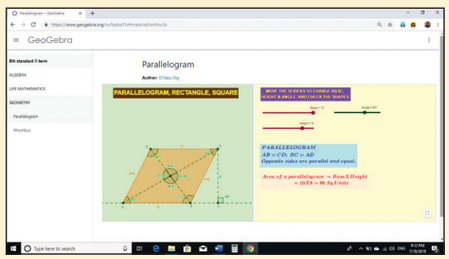
ഘട്ടം-2 ഉയരം കോൺ എന്നിവയിലൂടെ sliders ചലിപ്പിക്കുക. സാമാന്തരികം ദീർഘചതുരം സമചതുരവും ആകുന്ന മൂല്യങ്ങൾ ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക ഗുണങ്ങൾ പഠിക്കുക.

പ്രതീക്ഷിച്ച ഫലം





ഘട്ടം – 1



ഘട്ടം – 2

LCZFK

Browse in the link

Geometry:

https://www.geogebra.org/m/fqxbd7rz#chapter/409576 or Scan the QR Code.

ഐസിടി കോർണർ

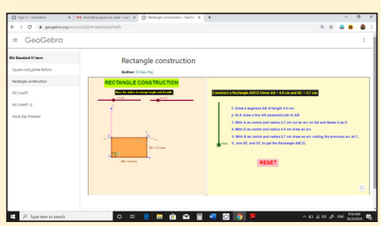
ഘട്ടം – 1

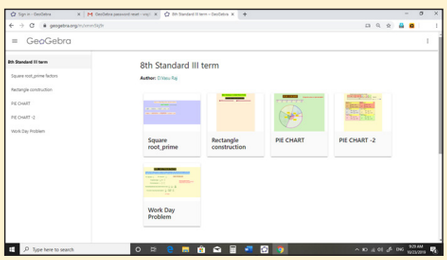
Browser തുറന്ന് താഴെ തന്നിട്ടുള്ള URL Link ചെയ്യുക QR Code സ്കാൻ ചെയ്യുക. GeoGebra work sheet എന്ന "8th Standard III"ാം തരത്തിലെ മൂന്നാം ഘട്ടം തുറക്കാം. അപ്പോൾ ദീർഘചതുരത്തിന്റെ നീർമ്മിതി എന്ന വർക്ക് ഷീറ്റ് സെലക്ട് ചെയ്യുക.

ഘട്ടം 2

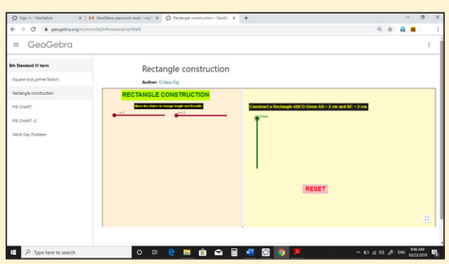
slide ഇടത് വശത്തോട്ട് ചലിപ്പിക്കുമ്പോൾ ദീർഘചതുരത്തിന്റെ നീളവും അകലവും മാറുന്നു. വീണ്ടും slide നെ വലതു വശത്തോട്ട് മെല്ലെ മെല്ലെ ചലിപ്പിക്കുമ്പോൾ ദീർഘചതുരത്തിന്റെ നിർമ്മിതി തെളിയുന്നു.

പ്രതീക്ഷിച്ച ഫലം





ഘട്ടം – 1



ഘട്ടം – 2

TSUWZ

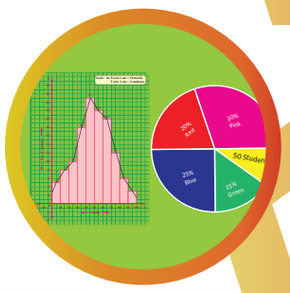
Browse in the link

Geometry:

https://www.geogebra.org/m/xmm5kj9r or Scan the QR Code.

05_8th_Maths_Geometry_Chap 5_Malayalam.indd 210 1/25/2023 5:31:10 PM

6 സ്ഥിതി വിവരകണക്കുകൾ



പഠന ലക്ഷ്യങ്ങൾ

- ആവൃത്തി പട്ടികയുടെ രൂപീകരണം ഓർമ്മ പുതുക്കൽ
- തന്നിരിക്കുന്ന വിവരത്തിന് പൈചാർട്ട് വരയ്ക്കുന്ന വിധം
- ഹിസ്റ്റോഗ്രാം, തരം തിരിച്ച ആവൃത്തി ബഹുഭുജം എന്നിവയുടെ ചിത്രം എങ്ങനെ വരയ്ക്കാം

6.1 മുഖവുര

പൈ - ചാർട്ട്, ഹിസ്റ്റോഗ്രാം, ആവൃത്തി ബഹുഭുജം എന്നിവയെപ്പറ്റി പഠിക്കുന്നതിനുമുമ്പ് നാം മുൻ ക്ലാസ്സുകളിൽ പഠിച്ച (പ്രാഥമിക, ദ്വിതീയ) ദത്തം കൂടാതെ തരം തിരിക്കുന്ന ആവൃത്തി പട്ടിക എന്നിവയെ പറ്റി ഓർമ്മിച്ചു നോക്കാം.

കാമരാജ് - നമ്മുടെ ക്ലാസ്സിലെ എല്ലാ കുട്ടികളുടെയും രണ്ടാം ഘട്ടത്തിലെ ഗണിതത്തിന്റെ മാർക്ക് ശേഖരിച്ചു കൊണ്ടു വരണം

ഗീത - നീ ചെന്ന് എല്ലാ വിദ്യാർത്ഥികളുടെയും ഉയരങ്ങളെ അവരുടെ റെക്കാഡിൽ നിന്നും കുറിച്ചു കൊണ്ടുവരുക.

വിദ്യാർത്ഥികളേ, ഇവിടെ കാമരാജ് ശേഖരിച്ച മാർക്കും ഗീത രേഖപ്പെടുത്തിയ ഉയരങ്ങളും ദത്തങ്ങൾ എന്ന് വിളിക്കുന്നു.

ദത്തം എന്നത് സംഖ്യകളുടെയും അക്ഷരങ്ങളുടെയും അളവുകളുടെയും നീരിക്ഷണങ്ങളുടെയും അടിസ്ഥാനമായ ഒരു ശേഖരണമാണ്. ഉദാഹരണമായി,

ഒരു കമ്പനിയിലെ തൊഴിലാളികളുടെ വയസ്സ് 27, 51, 19, 21, 46, 35, 52, 25, 57, 29.

6.1.1 ദത്തം:

പ്രാഥമിക ദത്തം:

ഏതൊരാളിൽ നിന്നും ഒരു പ്രത്യേക ആവശ്യത്തിനായി ആദ്യമായി ശേഖരിക്കുന്ന ദത്തത്തെ പ്രാഥമിക ദത്തം എന്നു പറയുന്നു. ഇവിടെ കുട്ടികളിൽ നിന്നും ഗണിതത്തിന്റെ മാർക്ക് കാമരാജ് ശേഖരിച്ചു. ഇതിനെ പ്രാഥമിക ദത്തം എന്നു പറയുന്നു.

കൂടാതെ, (i) ഒരു ഗ്രാമത്തിലെ ജനസംഖ്യ കണക്ക്

(ii) ഒരു ക്ലാസ്സിലെ കുട്ടികൾ ഇഷ്ടപ്പെടുന്ന നിറങ്ങളുടെ ശേഖരണം എന്നിവ പ്രാഥമികദത്തത്തിന് ചില ഉദാഹരണമാണ്.

ദ്വിതീയ ദത്തം:

ചില സ്ഥലങ്ങളിൽ നേരത്തെ ശേഖരിച്ച വിവരങ്ങളെ വീണ്ടും വേറൊരാൾ ശേഖരിക്കുകയാണങ്കിൽ അത്തരം ദത്തത്തെ ദ്വിതീയ ദത്തം എന്നു പറയുന്നു. ഈ സ്ഥിതി വിവര പ്രക്രീയ നേരത്തെത്തന്നെ നടത്തിയിട്ടുള്ളതാണ് ഇവിടെ ഗീത ഒരു ദത്തത്തെ ശേഖരിച്ചു എങ്കിലും അത് നേരത്തെ ഒരു റെക്കോടിൽ ശേഖരിച്ചു വെച്ചതാണ് ഇതിനെ ദ്വിതീയ ദത്തം എന്നു പറയുന്നു.

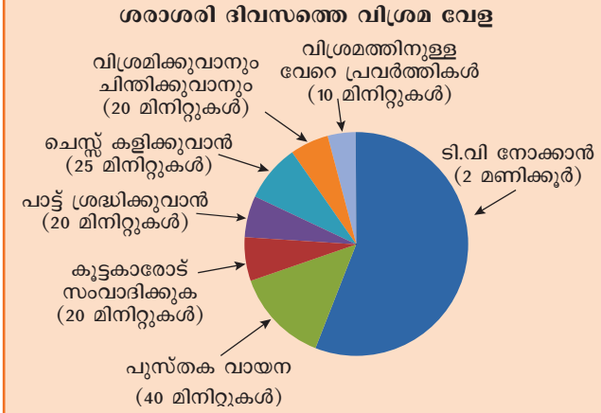
കൂടാതെ, (i) രജിസ്റ്റർ ഓഫീസിൽ നിന്നും ശേഖരിച്ച ഒരു നിലത്തിന്റെ പട്ടയുടെ വിവരം

(ii) ജനന- മരണ കണക്ക് എന്ന ദത്തവും അതാത് ഓഫീസുകളിൽ നിന്നുമാണ് ശേഖരിക്കുന്നത് ഇവയെല്ലാം ദ്വിതീയ ദത്തത്തിനുള്ള ഉദാഹരണമാണ്.

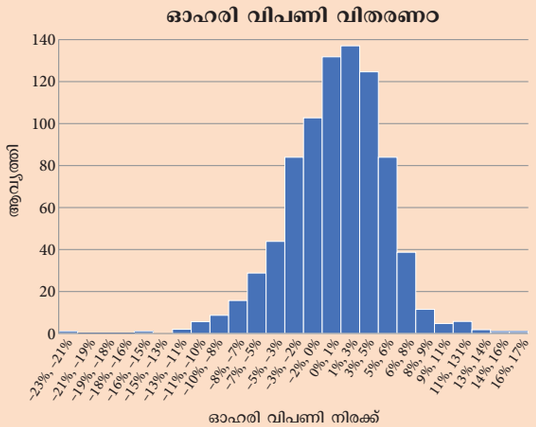
06_8th_Maths_Statistics_Chap 6_Malayalam.indd 211 1/27/2023 3:02:34 PM

പ്രാഥമിക മറ്റും ദ്വിതീയ ദത്തങ്ങളിൽ നിന്നും നമുക്ക് ശരിയായ അല്ലെങ്കിൽ ആവശ്യമായ വിവരങ്ങൾ നേരിട്ട് ലഭിക്കുന്നില്ല. അതായത് 50 മാർക്കിനുമുകളിൽ എത്ര കുട്ടികൾക്ക് ലഭിച്ചു. 30 നും 40 നും ഇടയ്ക്ക് എത്ര കുട്ടികൾക്ക് ലഭിച്ചു. 125 സെ.മീ ഉയരമുള്ള എത്ര പേരാണുള്ളത്. ഇവയ്ക്കെല്ലാം ഉത്തരം ലഭിക്കണമെങ്കിൽ നാം ഈ ദത്തത്തെ പട്ടികയാക്കുകതന്നെ വേണം

ഗണിതം ജീവിക്കുന്നു - സ്ഥിതി വിവരകണക്ക് നമ്മുടെ യഥാർത്ഥ ജീവിതത്തിൽ



പൈ - ചാർട്ട് നമ്മുടെ ദൈനംദിനന ജീവിത പ്രവർത്തിക്ക് ഉപയോഗിക്കുന്നു.



ഓഹരി വാങ്ങുന്ന ആൾ ഓഹരി വിപണിയെ പ്രതിനിധീകരിക്കുന്നതിന് ഹിസറ്റോഗ്രാം ഉപയോഗിക്കുന്നു.

6.2 ആവൃത്തി വർഗാന്തര പട്ടിക

ആവൃത്തി വർഗാന്തരം:

തന്നിട്ടുള്ള ദത്തത്തെ എല്ലാം മൂല്യങ്ങളും ഉൾക്കൊള്ളുന്ന രീതിയിൽ ക്രമീകരിച്ച് പട്ടികപ്പെടുത്തുന്നതിനെയാണ് ആവൃത്തി വർഗാന്തരം എന്ന് പറയുന്നത്.

രണ്ടു തരത്തിലുള്ള വർഗ്ഗാന്തര പട്ടികകൾ ഉണ്ട്

(i) തരം തിരിക്കാത്ത ആവൃത്തി വർഗ്ഗാന്തര പട്ടിക

(ii) തരം തിരിച്ച ആവൃത്തി വർഗ്ഗാന്തര പട്ടിക

കുറിപ്പ്

പരിസരം: തന്നിട്ടുള്ള ഒരു ദത്തത്തിന്റെ ഏറ്റവും വലിയ സംഖ്യക്കും ഏറ്റവും ചെറിയ സംഖ്യക്കുമുള്ള വ്യത്യാസമാണ് 5, 15, 10, 7, 20, 18 എന്നി ദത്തങ്ങളുടെ
പരിസരം = 20–5=15

ശ്രമിച്ചു നോക്കൂ

1. തന്നിട്ടുള്ള ദത്തത്തെ ആരോഹണക്രമത്തിലും അവരോഹണ ക്രമത്തിലും ക്രമീകരിക്കുക:
   9, 34, 4, 13, 42, 10, 25, 7, 31, 4, 40
2. തന്നിട്ടുള്ള ദത്തത്തിന്റെ പരിസരം കാണുക: 53, 42, 61, 9, 39, 63, 14, 20, 06, 26, 31, 4, 57

6.2.1 തരം തിരിക്കാത്ത ദത്തത്തിന്റെ ആവൃത്തി വിതരണത്തിന്റെ നിർമ്മിതി

തരം തിരിക്കാത്ത ദത്തം:

തരം തിരിക്കാത്ത ദത്തത്തെ പൂർണ്ണസംഖ്യകളായും യഥാർത്ഥ അളവുകളായും സങ്കൽപ്പിക്കുവാന്നതാണ്. ഈ ദത്തത്തിനെല്ലാം തന്നെ ഉയർന്ന പരിസരമൂല്യം കാണുകയില്ല. ഇതിനെ എളുപ്പവഴിയിൽ പ്രതിനിധികരിക്കുവാനാണ് ബാർ ഗ്രാഫുകൾ ഉപയോഗികകുന്നത്.

06_8th_Maths_Statistics_Chap 6_Malayalam.indd 212 1/27/2023 3:02:35 PM

ഉദാഹരണം: 1. ഒരു വിദ്യാലയത്തിലെ അദ്ധ്യാപകരുടെ എണ്ണം.

2. ഒരു കളിയിലെ കളിക്കാരുടെ എണ്ണം.

ഉദാഹരണം 6.1

നാലാം തരത്തിൽ പഠിക്കുന്ന 25 വിദ്യാർത്ഥികളുടെ തൂക്കം താഴെ തന്നിട്ടുണ്ട്. അവയുടെ തരം തിരിക്കാത്ത ആവൃത്തി പട്ടിക രൂപീകരിക്കുകയും താഴെ തന്നിട്ടുള്ള ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ഉത്തരം നൽക്കുകയും ചെയ്യുക

25, 24, 20, 25, 16, 15, 18, 20, 25, 16, 20, 16, 15, 18, 25, 16, 24, 18, 25, 15, 27, 20, 20, 27, 25.

(i) തൂക്കത്തിന്റെ പരിസരം കാണുക?

(ii) ആ ക്ലാസ്സിൽ എത്ര കുട്ടികളാണ് ഏറ്റവും കൂടുതൽ തൂക്കം ഉള്ളത്?

(iii) ഏത് തൂക്കത്തിലാണ് കൂടുതൽ കുട്ടികൾ ഉൾക്കൊള്ളുന്നത്?

(iv) എത്രപേർക്കാണ് ഏറ്റവും കുറവായ തൂക്കം ഉള്ളത്?

നിർദ്ധാരണം:

വർഗ്ഗാന്തര പട്ടിക തയ്യാറാക്കി തന്നിട്ടുള്ള ദത്തത്തെ ആരോഹണ ക്രമത്തിൽ തൂക്കത്തിന്റെ കോളത്തിൽ എഴുതി പിന്നെ റ്റാലിഅടയാളത്തിന്റെ കോളത്തിൽ ലംബരേഖ അടയാളപ്പെടുത്തിയശേഷം ആവൃത്തി കോളത്തിൽ എത്ര റ്റാലി അടയാളപ്പെടുത്തി എന്നതിനെ എണ്ണി ഇടുകയും ചെയ്യുക. താഴെ തന്ന ആവൃത്തി പട്ടിക ശ്രദ്ധിക്കുക.

തൂക്കം	റ്റാലി അടയാളം	ആവൃത്തി
15	|||	3
16	||||	4
18	|||	3
20	𝍸	5
24	||	2
25	𝍸 |	6
27	||	2
	ആകെ	25

(i) തന്നിട്ടുള്ള ദത്തത്തിന്റെ പരിസരം എന്നത് ഏറ്റവും കൂടിയ മൂല്യത്തിനും ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ മൂല്യത്തിനും തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസമാണ്. ഇവിടെ പരിസരം = 27–15 =12 ആകുന്നു.

(ii) പട്ടികയിൽ നിന്നും 27 കി.ഗ്രാം തൂക്കമുള്ള രണ്ടു വിദ്യാർത്ഥികളാണുള്ളത്.

(iii) 25 കി.ഗ്രാം തൂക്കമുള്ള 6 വിദ്യാർത്ഥികൾ ഇതിൽ ഉൾപ്പെടുന്നു.

(iv) കുറഞ്ഞ തൂക്കം 15 കി.ഗ്രാമുള്ള 3 വിദ്യാർത്ഥികൾ ഇതിൽ ഉൾപ്പെടുന്നു.

അതുകൊണ്ട് തന്നിട്ടുള്ള ദത്തത്തെ പട്ടികപ്പെടുത്തുമ്പോൾ ധാരാളം വിവരങ്ങളൾ ഒറ്റനോട്ടത്തിൽ എളുപ്പ വഴിയിൽ ലഭിക്കുന്നു. അല്ലേ?

06_8th_Maths_Statistics_Chap 6_Malayalam.indd 213 1/27/2023 3:02:35 PM

ശമിച്ചു നോക്കൂ

1. നിന്റെ ക്ലാസ്സിലെ കുട്ടികളുടെ രക്തഗ്രൂപ്പ് ശേഖരിച്ച് പട്ടിക പൂർത്തിയാക്കി വിശകലനം ചെയ്യുക.

രക്തഗ്രൂപ്പ്	റ്റാലി അടയാളം	കുട്ടികളുടെ എണ്ണം
A+		
B+		
AB+		
O+		
A-		
B-		
AB-		
O-		

2. നിങ്ങളുടെ ക്ലാസിലെ കുട്ടികളുടെ പേരിന്റെ അവസാന അക്ഷരം കണ്ടു പിടിച്ച് പട്ടികയാക്കി താഴെ തരുന്ന ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ഉത്തരമെഴുതുക.

അക്ഷരം	റ്റാലി അടയാളങ്ങൾ	കുട്ടികളുടെ എണ്ണം (f)

1) ഏതു അക്ഷരത്തിലാണ് കൂടുതൽ കുട്ടികളുടെ പേര് അവസാനിക്കുന്നത്
2) ഏതു അക്ഷരത്തിലാണ് ഏറ്റവും കുറവായി കുട്ടികളുടെ പേര് അവസാനിക്കുന്നത്?
3) ഏത് അക്ഷരത്തിലാണ് പേര് അവസാനിക്കാത്തത്?
4) പെൺകുട്ടികളുടെ പേരുകൾ കൂടുതലായും —— എന്ന അക്ഷരത്തിൽ അവസാനിക്കുന്നു
5) ആൺകുട്ടികളുടെ പേരുകൾ കൂടുതലായും —— എന്ന അക്ഷരത്തിൽ അവസാനിക്കുന്നു.

6.2.2 തരം തിരിച്ച ദത്തത്തിന്റെ ആവൃത്തി വിതരണ പട്ടികയുടെ നിർമ്മിതി:

തരംതിരിച്ച ദത്തം അല്ലെങ്കിൽ തുടർച്ചയായ ദത്തം:

ഒരു വർഗത്തിന്റെ ഉള്ളിൽ വരുന്ന ഏതൊരു മൂല്യത്തെയുമാണ് തരംതിരിച്ച ദത്തം എന്ന് പറയുന്നത്. ഈ ദത്തം ഉൾക്കൊള്ളുന്ന മൂല്യങ്ങൾ ഏറ്റവും വലിയ മൂല്യത്തിന്റെയും ഏറ്റവും ചെറിയ മൂല്യത്തിന്റെയും ഇടയിൽ ഉള്ള മൂല്യമായിരിക്കും. തുടർച്ചയായ ദത്തത്തെ പട്ടികപ്പെടുത്തി എഴുതുന്നതാണ് ആവൃത്തി വർഗാന്തരം എന്ന് പറയുന്നത്. ഇതിനെ ഗ്രാഫ് മുഖേന പ്രതിനിധികരിക്കുന്നതിന് ഉപയോഗിക്കുന്നതാണ് ഹിസ്റ്റോഗ്രാം.

ഉദാഹരണം: 1. ഒരു ഗ്രാമത്തിലെ കുറെ ആൾക്കാരുടെ വയസ്സ്.

2. നിങ്ങളുടെ ക്ലാസിലെ വിദ്യാർത്ഥികളുടെ ഉയരവും, തൂക്കവും.

ഒരു സാഹചര്യത്തെ നോക്കാം. 50 വിദ്യാർത്ഥികളുടെ മാർക്കുകൾ ശേഖരിച്ച് അതിൽ ഓരോ വിദ്യാർത്ഥിയുടെയും മാർക്കുകളുടെ റ്റാലി മാർക്ക് ഇടുന്നത് വളരെ പ്രയാസമുള്ള കാര്യമാണ്. ഇവയെ ഒരു പട്ടികയിൽ ക്രമപ്പെടുത്തിയാൽ അത് ഏറ്റവും നീളം കൂടിയതും പെട്ടെന്ന് മനസ്സിലാക്കുവാൻ പ്രയാസമുള്ളതുമാണ്. ഇതിനാണ് വർഗ്ഗാന്തരം നാം ഉപയോഗിക്കുന്നത്. ഈ പട്ടികയില കൂറെ ദത്തങ്ങളുടെ വർഗ്ഗാന്തരം എഴുതി റ്റാലി അടയാളം കുറിക്കുകയാണ് വേണ്ടത്.

വർഗ്ഗാന്തരം:

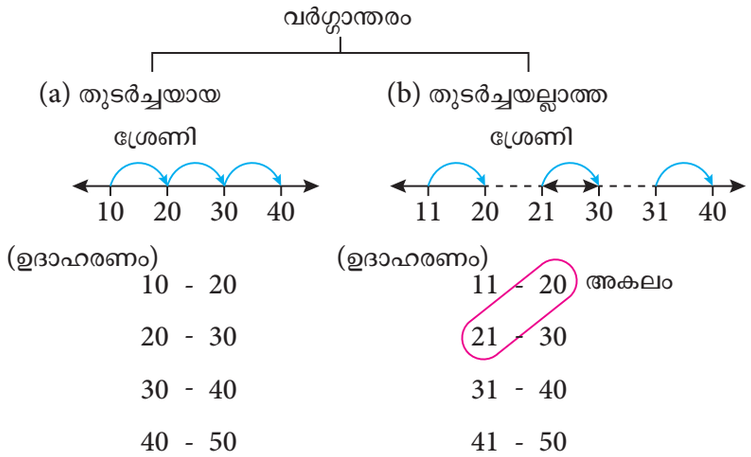
ചരങ്ങളുടെ പരിസരത്ത പല വിഭാഗങ്ങളായി തരം തിരിക്കുന്നു.ഓരോ വിഭാഗത്തെയും വർഗ്ഗാന്തരം (C.I) എന്നു പറയുന്നു. ഉച്ചപരിധിക്കും (U)നീചപരിധിക്കും (L) തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം ആണ് വർഗ്ഗ വലിപ്പം.

വർഗ്ഗവലിപ്പം = ഉച്ചപരിധി - നീചപരിധി

06_8th_Maths_Statistics_Chap 6_Malayalam.indd 214 1/27/2023 3:02:35 PM

ഉദാഹരണമായി:

10 നും 20 നും ഇടയ്ക്ക് ഉള്ള മാർക്കുകളുടെ വർഗ്ഗാന്തരത്തെ ഇപ്രകാരം എഴുതാവുന്നതാണ് 10 - 20, അതിന്റെ ക്ലാസ്സ് സൈസ് 20-10=10 ആകുന്നു



(a) ആവൃത്തികൾ തരം തിരിക്കുമ്പോൾ താഴെ തരുന്ന രീതി പിൻതുടരേണ്ടതാണ്. വർഗ്ഗങ്ങൾ 10-20 20-30 30-40 40-50 എന്നിരുന്നാൽ, ഇത് ഒരു തുടർച്ചയായിട്ടുള്ള ശ്രേണിയെ പ്രതിനിധീകരിക്കുന്നു. ഇവിടെ 20 നെ 20-30 എന്ന വർഗ്ഗത്തിലും 30 നെ 30-40 എന്ന വർഗ്ഗത്തിലും ഉൾപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്നു. മറ്റുള്ള വർഗ്ഗങ്ങളും ഈ രീതിയിലാണ്.

(b) അടുത്തടുത്തുള്ള വർഗ്ഗാന്തരങ്ങൾ തമ്മിൽ അകലം ഉണ്ടെങ്കിൽ അകലത്തിന്റെ പകുതിയെ നീച പരിധിയിൽ നിന്നു കുറച്ചും ഉച്ച പരിധിയോടു കൂട്ടിയും ക്രമീകരിക്കാവുന്നതാണ്. അകലത്തിന്റെ പകുതിയെ അനുയോജ്യമായ ഘടകം എന്നു പറയുന്നു.

തുടർച്ച അല്ലാതെയുള്ള ശ്രേണിയെ തുടർച്ചയായിട്ടുള്ള ശ്രേണിയായി മാറ്റൽ:

തന്നിട്ടുള്ള ശ്രേണിയെ തുടർച്ചയായിട്ടുള്ളതല്ലെങ്കിൽ താഴെ പറയുന്ന രീതിയിൽ നമുക്ക് തുടർച്ചയായിട്ടുള്ളതാക്കാം

വിശദീകരണം 1:

11 - 20 അകലം
21 - 30
31 - 40
41 - 50

അകലം = 21 – 20
= 1

നീച പരിധി = കുറഞ്ഞമൂല്യം - അകലത്തിന്റെ പകുതി

$$= 11 - \frac{1}{2}(1)$$

= 11 – 0.5 = 10.5

ഉച്ച പരിധി = കൂടിയമൂല്യം + അകലത്തിന്റെ പകുതി

$$= 20 + \frac{1}{2}(1)$$

= 20 + 0.5
= 20.5 മറ്റു വർഗ്ഗങ്ങളും

ഇതുപോലെ കണക്കാക്കാം

ഇപ്രകാരം തുടർച്ചയായിട്ടുള്ള വർഗ്ഗാന്തരം താഴെ തരുന്ന രീതിയിൽ ലഭിക്കുന്നു.

തുടർച്ച അല്ലാതെയുള്ള ശ്രേണികൾ	തുടർച്ചയായിട്ടുള്ള ശ്രേണികൾ
-0.5 +0.5 11-20	10.5-20.5
21-30	20.5-30.5
31-40	30.5-40.5
41-50	40.5-50.5

06_8th_Maths_Statistics_Chap 6_Malayalam.indd 215 1/27/2023 3:02:36 PM

കുറിപ്പ്-1

ഉൾപ്പെടുന്ന ശ്രേണി:

ഒരു വർഗ്ഗാന്തരത്തിൽ ഉച്ചപരിധിയും നീച പരിധിയും ഉൾപ്പെട്ടിട്ടുങ്കിൽ അതിനെ ഉൾപ്പെടുന്ന ശ്രേണി എന്നു പറയുന്നു. ഉദാഹരണമായി 11-20 , 21-30 31-40, 41-50 എന്നിവ ഉൾപ്പെടുന്ന ശ്രേണികളാണ്

ഇവിടെ 11,20 എന്നീ ദത്തങ്ങൾ (11-20) എന്ന വർഗ്ഗന്തരത്തിൽ ഉൾപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു. ഇത് ഒരു തുടർച്ച അല്ലാതെയുള്ള ശ്രേണിയാണ്

ഉൾപ്പെടാത്ത ശ്രേണി:

ഒരു വർഗ്ഗാന്തരത്തിന്റെ ഉച്ച പരിധി തൊട്ടുടത്ത വർഗ്ഗാന്തരത്തിന്റെ നീചപരിധിക്കു സമമാണെങ്കിൽ അതൊരു ഉൾപ്പെടാത്ത ശ്രേണി ആയിരിക്കും. ഉദാഹരണമായി 10-15, 15-20, 20-25, 25-30 ഒരു ഉൾപ്പെടാത്ത ശ്രേണിയാണ്.

ഇവിടെ 15 എന്നത് 15-20 എന്ന വർഗ്ഗാന്തരത്തിലും 20 എന്നത് 20-30 എന്ന വർഗ്ഗാന്തരത്തിലും ഉൾപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്നു. ഇത് ഒരു തുടർച്ചയായുള്ള ശ്രേണിയാണ്

6.2.2 (i) തരംതിരിച്ച ആവൃത്തി വിതരണ പട്ടിക തയ്യാറാക്കൽ – തുടർച്ചയായിട്ടുള്ള ശ്രേണികൾ.

ഉദാഹരണം 6.2

ഒരു ഗ്രാമത്തിലെ 26 വീടുകളുടെ വൈദ്യുതി നിരക്കുകൾ (₹) താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. ആവൃത്തി പട്ടിക തയ്യാറാക്കുക.

215	200	120	350	800	600	350	400	180	210	170	305	204
220	425	540	315	640	700	790	340	586	660	785	290	300

നിർദ്ധാരണം:

ഏറ്റവും കൂടിയ നിരക്ക് = ₹ 800
ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ നിരക്ക് = ₹ 120
പരിസരം = ഏറ്റവും കൂടിയ മൂല്യം - ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ മൂല്യം
പരിസരം = 800 – 120 = ₹ 680

വർഗ്ഗാന്തരത്തെ 100 എന്നെടുത്താൽ

$$\text{വർഗ്ഗാന്തരങ്ങളുടെ എണ്ണം} = \frac{\text{പരിസരം}}{\text{വർഗ്ഗാന്തരം}} = \frac{680}{100} = 6.8 \simeq 7$$

വർഗ്ഗാന്തരം	റ്റാലി അടയാളം	ആവൃത്തി
100-200	|||	3
200-300	𝍸 |	6
300-400	𝍸 |	6
400-500	||	2
500-600	||	2
600-700	|||	3
700-800	||||	4
	ആകെ	26

06_8th_Maths_Statistics_Chap 6_Malayalam.indd 216 1/27/2023 3:02:36 PM

6.2.2 (ii) തരം തിരിച്ച ആവൃത്തി വിതരണ പട്ടിക തയ്യാറാക്കൽ - തുടർച്ച അല്ലാതെയുള്ള ശ്രേണികൾ

ഉദാഹരണം 6.3

ഒരു തുടർച്ചയായിട്ടുള്ള ആവൃത്തി വിതരണ പട്ടിക തയ്യാറാക്കുക.

വർഗ്ഗം	0-5	6-11	12-17	18-23	24-29
ആവൃത്തി (f)	7	10	9	5	12

നിർദ്ധാരണം:

ആദ്യം പറഞ്ഞതുപോലെ അകലത്തിന്റെ പകുതി കൊണ്ട് പരിധികളെ വിപുലീകരിക്കേണ്ടതാണ്. ഇവിടെ അകലം1. അകലത്തിന്റെ പകുതി 0.5 കൊണ്ട് നീച പരിധിയേയും ഉച്ച പരിധിയേയും കുറയ്ക്കുകയും കൂട്ടുകയും ചെയ്താൽ തുടർച്ചയായുള്ള ശ്രേണിയാക്കാം.

വർഗ്ഗം	-0.5-5.5	5.5-11.5	11.5-17.5	17.5-23.5	23.5-29.5
ആവൃത്തി (f)	7	10	9	5	12

ശ്രമിച്ചു നോക്കൂ

1. താഴെ തരുന്ന വിവരങ്ങൾക്ക് ആവൃത്തി പട്ടിക തയ്യാറാക്കുക:
   3, 4, 2, 4, 5, 6, 1, 3, 2, 1, 5, 3, 6, 2, 1, 3, 2, 4
2. തരം തിരിച്ച ആവൃത്തി പട്ടിക തയ്യാറാക്കുക:
   10, 9, 3, 29, 17, 34, 23, 20, 39, 42, 5, 12, 19, 47, 18, 19, 27, 7, 13, 40, 38, 24, 34, 15, 40

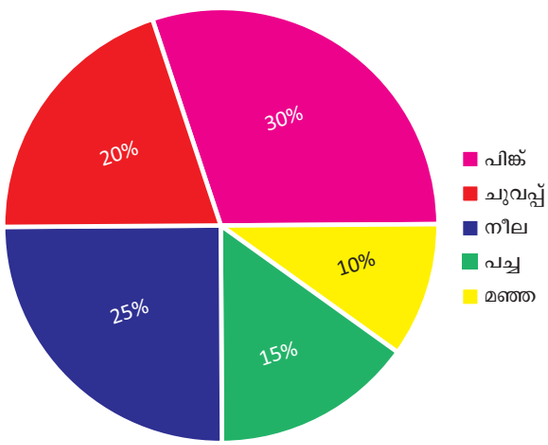
6.3 തരം തിരിക്കാത്ത വിവരങ്ങളുടെ ആവൃത്തി പട്ടികയെ ഗ്രാഫ് ഉപയോഗിച്ച് പ്രതിനിധീകരിക്കൽ

ഗ്രാഫ് ഉപയോഗിച്ച് പ്രതിനിധീകരിക്കുക എന്നത് വിവരങ്ങളുടെ ജ്യാമിതീയ പ്രതിബിംബം ആകുന്നു. ഇത് ഒരു ഗണിത ചിത്രം ആണ്. ഇത് ഒരു സ്ഥിതി വിവരക്കണക്കിനെ ദൃശ്യവൽക്കരിക്കുന്നതിന് നമ്മളെ ചിന്തിപ്പിക്കുന്നു. ഒരു പ്രത്യേകകാര്യം വാക്കുകൾ കൊണ്ട് വിവരിക്കുന്നതിക്കോളും ചിത്രം ഉപയോഗിക്കുന്നത് കൂടുതൽ പ്രയോജനമുള്ളതായിരിക്കും. ഗ്രാഫ് മുഖേനയുള്ള അവതരണം മനസ്സിലാക്കുന്നതിന് കൂടുതൽ ഫല പ്രദമാണ്. മുൻ ക്ലാസ്സിൽ തരം തിരിക്കുന്ന വിവരങ്ങളുടെ ഗ്രാഫ് മുഖേനയുള്ള പ്രതിനിധീകരണങ്ങളായ രേഖീയ ഗ്രാഫ്, ബാർ ഗ്രാഫ്, പിക്റ്റോ ഗ്രാഫ് എന്നിവയെക്കുറിച്ച് നാം പഠിച്ചിട്ടുണ്ട്.

ഇപ്പോൾ നമുക്ക് തരം തിരിക്കാത്ത വിവരങ്ങളെ വൃത്തത്തിനുള്ളിൽ എങ്ങനെ അവതരിപ്പിക്കാമെന്നു നോക്കാം. ഇതിനെ പൈ ചിത്രം അല്ലെങ്കിൽ പൈ ചാർട്ട് എന്നു പറയുന്നു.

6.3.1 പൈ ചിത്രം അല്ലെങ്കിൽ പൈ ചാർട്ട്

പൈ ചാർട്ട് എന്നത് ആകെ മൂല്യത്തേയും ഘടകങ്ങളുടെ മൂല്യങ്ങളേയും വൃത്തത്തിനുള്ളിൽ ചിത്രീകരിക്കുന്ന ഒരു വൃത്താകാരാകൃതിയിലുള്ള ചാർട്ടാണ് വൃത്തത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം ആകെ മൂല്യത്തെയും വൃത്തഖണ്ഡങ്ങൾ വിവിധ ഘടകങ്ങളേയും സൂചിപ്പിക്കുന്നു. വൃത്തത്തെ പ ല വൃത്തഖണ്ഡളായി വിഭജിക്കുന്നു. ഓരോ വൃത്തഖണ്ഡത്തിന്റെയും വിസ്തീർണ്ണം തന്നിട്ടുള്ള വിവരങ്ങളെ ആശ്രയിച്ചിരിക്കുന്നു. പൈ ചാർട്ടിൽ വിവരങ്ങൾ ശതമാനത്തിലാണ് കൂടുതലും വ്യക്തമാക്കുന്നത്. ഓരോ ഘടകവും ആകെ മൂല്യത്തിന്റെ ശതമാനത്തെയാണ് വ്യക്തമാക്കുന്നത്.



06_8th_Maths_Statistics_Chap 6_Malayalam.indd 217 1/27/2023 3:02:37 PM

പൈ ചാർട്ട് എന്നത് ഒരു അമേരിക്കൻ പലഹരമായ പൈ നു സദൃശ്യവും ഘടകങ്ങൾ പൈയുടെ കഷണങ്ങൾക്കു സദൃശ്യവും ആയതിനാലാണ് ഈ പേരിൽ അറിയപ്പെടുന്നത്.



അമേരിക്കൻ പലഹാരം പൈ

6.3.2 ഒരു പൈ ചാർട്ടിന്റെ നിർമ്മിതി:

ഒരു പൈ ചാർട്ടിൽ വിവിധ ഘടകങ്ങൾ വൃത്തത്തിന്റെ വൃത്തഖണ്ഡങ്ങൾ കൊണ്ടും ഘടകങ്ങളുടെ ആകെ മൂല്യം വൃത്തം മുഖേനയും പ്രതിനിധീകരിക്കുന്നു. ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്ര കോണായ 360^0 ഘടകങ്ങളുടെ മൂല്യത്തിനുസരിച്ച് പല വൃത്തഖണ്ഡങ്ങളായി വിഭജിക്കുന്നു.

$$\textbf{ഒരു ഘടകത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ} = \frac{\text{ആ ഘടകത്തിന്റെ മൂല്യം}}{\text{ആകെ മൂല്യം}} \times 360^\circ$$

ചിലപ്പോൾ ഓരോ ഘടകത്തിന്റേയും മൂല്യം ശതമാനത്തിൽ ആയിരിക്കും. ഈ സന്ദർഭത്തിൽ.

$$\textbf{ഒരു ഘടകത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ} = \frac{\text{ആ ഘടകത്തിന്റെ മൂല്യത്തിന്റെ ശതമാനം}}{100} \times 360^\circ$$

പൈ ചാർട്ടിന്റെ നിർമ്മിതി:

1) ഓരോ ഭാഗത്തിന്റേയും കേന്ദ്രകോൺ മുകളിൽ പറഞ്ഞ രീതിയിൽ കണക്കാക്കി പട്ടികയിലാക്കുക.

2) ഇഷ്ടമുള്ള വ്യാസാർദ്ധത്തിൽ ഒരു വൃത്തം വരച്ച് ഒരു സമാന്തര വ്യാസാർദ്ധം രേഖപ്പെടുത്തുക.

3) സമാന്തര വ്യാസാർദ്ധത്തിൽ നിന്നും ആദ്യഭാഗത്തിന്റെ കേന്ദ്ര കോൺ കണക്കാക്കി വ്യാസാർദ്ധം വരയ്ക്കുക. ഈ വൃത്തഖണ്ഡം ആദ്യ ഘടകത്തെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു. ഈ വ്യാസാർദ്ധത്തിൽ നിന്നും രണ്ടാമത്തെ ഭാഗത്തിന്റെ കേന്ദ്ര കോൺ കണക്കാക്കി അടുത്ത വ്യാസാർദ്ധം വരയ്ക്കുക. ഇപ്രകാരം എല്ലാ ഭാഗങ്ങളും പൂർത്തിയാക്കുക.

4) ഓരോ ഭാഗവും തിരിച്ചറിയുന്നതിന് വ്യത്യസ്ത നിറങ്ങൾ കൊണ്ട് നിഴലിടുക.

5) ഒരു ഭാഗത്തിനും പേരിടുക.

താഴെ ചില ഉദാഹരണങ്ങൾ കൊടുത്തിട്ടുണ്ട് തന്നിട്ടുള്ള വിവരങ്ങൾ കൊണ്ട് നമുക്ക് പൈ ചിത്രം വരയ്ക്കാം

ഉദാഹരണം 6.4

2 ഏക്കർ ഭൂമിയിൽ ഒരു വയൽ കൃഷിക്കുള്ള ചെലവ് വിവരം താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. ഇതിനെ പ്രതിനിധീകരിക്കുന്ന ഒരു പൈചാർട്ട് വരയ്ക്കുക

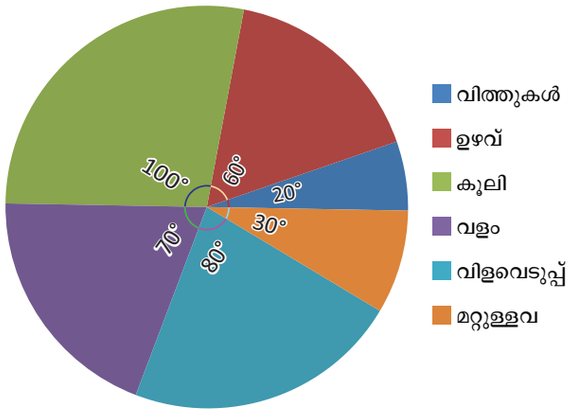
വിവരങ്ങൾ	വിത്തുകൾ	ഉഴവ്	കൂലി	വളം	വിളവെടുപ്പ്	മറ്റുള്ളവ
ചെലവ് (₹)	2000	6000	10000	7000	8000	3000

1. ഏതിനാണ് കൂടുതൽ ശതമാനം സമയം ചെലവിടുന്നതെന്ന് കണ്ടു പിടിക്കുക?
2. വിത്തുകൾക്ക് എത്ര ശതമാനം രൂപ ചെലവഴിക്കുന്നു?

06_8th_Maths_Statistics_Chap 6_Malayalam.indd 218 1/27/2023 3:02:39 PM

നിർദ്ധാരണം:

2 ഏക്കർ ഭൂമിയിൽ നെൽകൃഷിയുടെ ചെലവ്



വിവരങ്ങൾ	കേന്ദ്രകോൺ $= \frac{\text{Value}}{\text{Total}} \times 360^\circ$
വിത്തുകൾ	$\frac{2000}{36000} \times 360^\circ = 20^\circ$
ഉഴവ്	$\frac{6000}{36000} \times 360^\circ = 60^\circ$
കൂലി	$\frac{10000}{36000} \times 360^\circ = 100^\circ$
വളം	$\frac{7000}{36000} \times 360^\circ = 70^\circ$
വിളവെടുപ്പ്	$\frac{8000}{36000} \times 360^\circ = 80^\circ$
മറ്റുള്ളവ	$\frac{3000}{36000} \times 360^\circ = 30^\circ$
ആകെ	360°

1. അദ്ദേഹം കൂലിയ്ക്ക് 10,000 രൂപ ചെലവഴിക്കുന്നു. ഇത് ശതമാനമാക്കിയാൽ

$$\text{കൂലി} = \frac{10000}{36000} \times 100\% = 27.7\%$$

2. വിത്തുകൾക്ക് 2000 ചെലവഴിക്കുന്നു. ഇത് ശതമാനമാക്കിയാൽ

$$\text{വിത്തുകൾ} = \frac{2000}{36000} \times 100\% = 5.55\%$$

ഉദാഹരണം 6.5

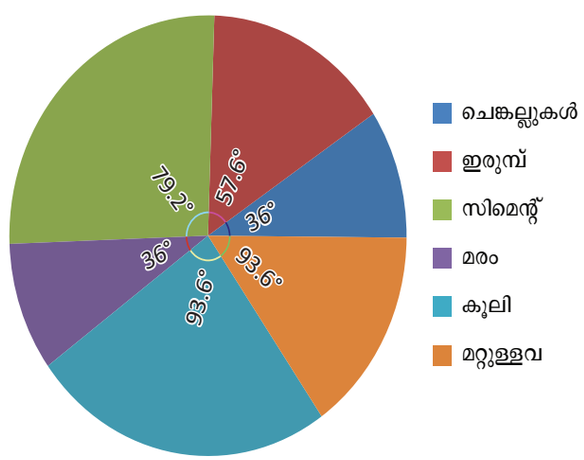
ഒരു വീടിന്റെ നിർമ്മിതി ചെലവിന്റെ വിവരങ്ങൾക്ക് പൈചാർട്ട് വരയ്ക്കുക.

വിവരങ്ങൾ	ചെങ്കല്ലുകൾ	ഇരുമ്പ്	സിമെന്റ്	മരം	കൂലി	മറ്റുള്ളവ
ചെലവ്:	10%	15%	25%	10%	20%	20%

സിമന്റിനു 5500 രൂപ ചെലവാക്കിയാൽ കൂലിയ്ക്ക് എത്ര ചെലവാക്കിയെന്നു കണ്ടുപിടിക്കുക.

നിർദ്ധാരണം:

ഈ വീടിന്റെ നിർമ്മിതി ചെലവ്



വിവരങ്ങൾ	കേന്ദ്രകോൺ
ചെങ്കല്ലുകൾ	$\frac{10}{100} \times 360^\circ = 36^\circ$
ഇരുമ്പ്	$\frac{15}{100} \times 360^\circ = 54^\circ$
സിമെന്റ്	$\frac{25}{100} \times 360^\circ = 90^\circ$
മരം	$\frac{10}{100} \times 360^\circ = 36^\circ$
കൂലി	$\frac{20}{100} \times 360^\circ = 72^\circ$
മറ്റുള്ളവ	$\frac{20}{100} \times 360^\circ = 72^\circ$
ആകെ	360°

06_8th_Maths_Statistics_Chap 6_Malayalam.indd 219 1/27/2023 3:02:42 PM

സിമന്റിന്റെ ചെലവ് 55000 ആണ് അത് 25 % എന്നാണ് സൂചിപ്പിക്കുന്നത് കൂലിയ്ക്കായി 20 % ചെലവാക്കിയാൽ

കൂലിയ്ക്കുള്ള ചെലവ് $= \frac{20}{25} \times 55000$

$= ₹\ 44{,}000$

%	ചെലവ്
25 ↓ 20	55000 ↓ ?
സമാനുപാതം	

കുറിപ്പ്

പൈ ചാർട്ടിന്റെ ഉപയോഗങ്ങൾ:

1. പൈ ചാർട്ട് കൂടുതലായും കച്ചവടക്കാരും മാദ്ധ്യമ പ്രവർത്തകരും ഉപയോഗിക്കുന്നു.
2. പൈ ചാർട്ടിന്റെ സഹായത്താൽ ഒരാൾക്ക് ഗവൺമെന്റോ സ്ഥാപനമോ വിവിധ വിഭാഗങ്ങളിൽ വിതരണം ചെയ്യുന്ന ചെലവ് അവതരിപ്പിക്കാൻ കഴിയും .
3. ഗവേഷകർ ഇത്തരം ചാർട്ടുകൾ അവരുടെ ഫലങ്ങൾ കാണിക്കുവാൻ ഉപയോഗിക്കുന്നു.

അഭ്യാസം 6.1

1. പൂരിപ്പിക്കുക

(i) മറ്റൊരാൾ നേരത്തെ ശേഖരിച്ച വിവരങ്ങളെ _____ വിവരം എന്നു പറയുന്നു.

(ii) (25-35) എന്ന വർഗ്ഗാന്തരത്തിന്റെ ഉച്ച പരിധി _____ ആകുന്നു.

(iii) 200, 15, 20, 103, 3, 197, എന്നീ ദത്തങ്ങളുടെ പരിസരം _____ ആകുന്നു.

(iv) ക്ലാസ് വലുപ്പം 10 ഉം പരിസരം 80 ഉം ആണെങ്കിൽ ക്ലാസുകളുടെ എണ്ണം _____

(v) പൈചാർട്ട് എന്നത് _____ ചിത്രം ആണ്.

2. ശരിയോ തെറ്റോ എന്നു പറയുക

(i) ഉൾപ്പെടുന്ന ശ്രേണി തുടർച്ചയായിട്ടുള്ള ശ്രേണിയാണ്

(ii) പൈ ചാർട്ടിൽ ആകെ മൂല്യത്തിൽ നിന്നും ഘടകമൂല്യത്തെ എളുപ്പത്തിൽ മനസ്സിലാക്കാൻ കഴിയുന്നു.

(iii) മാധ്യമങ്ങളും കച്ചവടക്കാരും പൈ ചാർട്ടുകൾ ഉപയോഗിക്കുന്നു.

(iv) പൈ ചാർട്ട് എന്നത് ഒരു വൃത്തത്തെ പല ഭാഗങ്ങളായി വിഭജിക്കുന്നതാണ്

MY80D

3. 25 കുടുംബങ്ങളുടെ കുട്ടികളുടെ എണ്ണം താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. ഇതിനെ തരം തിരിക്കാത്ത ആവൃത്തി പട്ടികയിലാക്കുക.

1, 3, 0, 2, 5, 2, 3, 4, 1, 0, 5, 4, 3, 1, 3, 2, 5, 2, 1, 1, 2, 6, 2, 1, 4

4. 30 കുട്ടികൾക്ക് 10ാം തരം പൊതു പരീക്ഷയിൽ ലഭിച്ച മാർക്കുകളെ തുടർച്ചയായിട്ടുള്ള ആവൃത്തി വിതരണ പട്ടികയിലാക്കുക.

328, 470, 405, 375, 298, 326, 276, 362, 410, 255, 391, 370, 455, 229, 300, 183, 283, 366, 400, 495, 215, 157, 374, 306, 280, 409, 321, 269, 398, 200.

5. ഒരു പെയിന്റ് കമ്പനി ഒരു സംഘം കുട്ടികളോട് അവരുടെ ഇഷ്ടപ്പെട്ട നിറം ചോദിച്ചറിഞ്ഞ് ഒരു പൈ ചാർട്ട് ഉണ്ടാക്കി ഇതുപേയോഗിച്ച് താഴെ തരുന്ന ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ഉത്തരം എഴുതുക.

(i) എത്ര ശതമാനം കുട്ടികളാണ് ചുവപ്പ് നിറം ഇഷ്ടപ്പെടുന്നത്?

(ii) എത്ര കുട്ടികളാണ് പച്ച നിറം ഇഷ്ടപ്പെടുന്നത്?

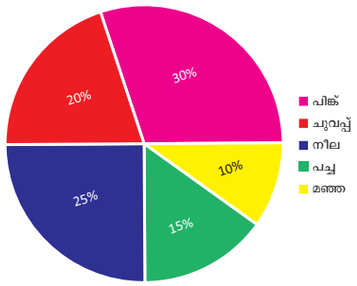
06_8th_Maths_Statistics_Chap 6_Malayalam.indd 220 1/27/2023 3:02:43 PM

(iii) കുട്ടികളിൽ എത്ര ഭാഗം ആണ് നീല നിറം ഇഷ്ടപ്പെടുന്നത്?

(iv) എത്ര കുട്ടികളാണ് ചുവപ്പ് നിറം ഇഷ്ടപ്പെടാത്തത്?

(v) എത്ര കുട്ടികളാണ് പിങ്ക് അല്ലെങ്കിൽ നീല നിറം ഇഷ്ടപ്പെടുന്നത്?

(vi) എത്ര കുട്ടികളോടാണ് ഇഷ്ട നിറത്തെക്കുറിച്ച് ചോദിച്ചത്?



6. ചില ആളുകളുടെ ഇഷ്ട വിഭവത്തെക്കുറിച്ചുള്ള കണക്കെടുപ്പിന്റെ വിവരങ്ങൾ താഴെ തന്നിരിക്കുന്നു ഒരു പൈ ചാർട്ട് വരയ്ക്കുക.

വിഭവങ്ങൾ	പച്ചക്കറികൾ	മാംസം	സാലഡ്	പഴങ്ങൾ	മുളപ്പിച്ച ധാന്യങ്ങൾ	ബ്രഡ്
ആളുകളുടെ എണ്ണം	160	90	80	50	30	40

7. ഇന്ത്യൻ സർക്കാരിന്റെ വിവിധ വരുമാന മാർഗ്ഗങ്ങൾ രൂപയെ അടിസ്ഥാനമാക്കി താഴെ തന്നിരിക്കുന്നു. പൈ ചാർട്ട് വരയ്ക്കുക.

വരുമാന മാർഗ്ഗം	കോർപ്പറേഷൻ നികുതി	വരുമാന നികുതി	ചുങ്ക നികുതി	ആഭ്യന്തര നികുതി	സേവന നികുതി	മറ്റുള്ളവ
വരുമാനം (പൈ സയിൽ)	19	16	9	14	10	32

8. കുമാരന്റെ കുടുംബത്തിന്റെ ഒരു മാസത്തെ ചെലവ് താഴെ തന്നിരിക്കുന്നു. അനുയോജ്യമായ പൈ ചാർട്ട് വരയ്ക്കുക.

വിവരങ്ങൾ	ആഹാരം	വിദ്യാഭ്യാസം	വാടക	ഗതാഗതം	മറ്റു ചെലവുകൾ
ചെലവുകൾ (%)	50 %	20 %	15 %	5 %	10 %

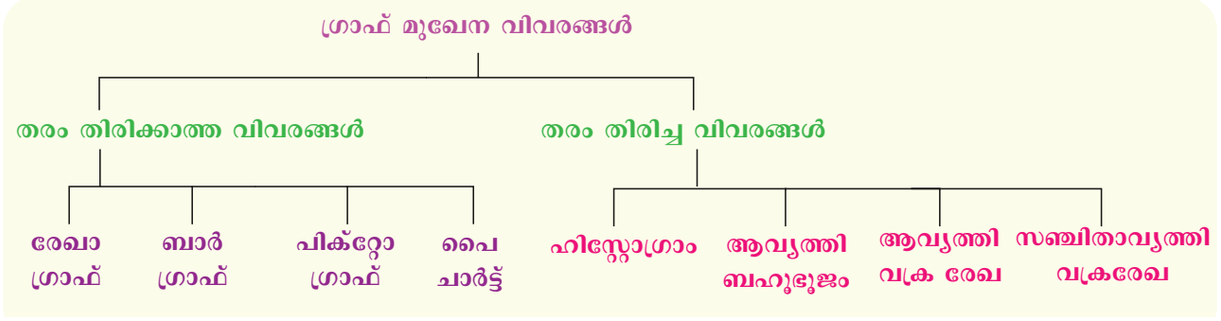
കൂടാതെ

1. കുമാരൻ 6000 രൂപ വാടകയ്ക്ക് ചെലവഴിച്ചാൽ വിദ്യാഭ്യാസത്തിന് എത്ര രൂപ ചെലവഴിച്ചു?
2. കുമാരന്റെ ആകെ ശമ്പളം എത്ര?
3. വിദ്യാഭ്യാസത്തിനേക്കാൾ ആഹാരത്തിന് എത്ര രൂപ കൂടുതലാണ് ചെലവഴിച്ചത്?

6.4 തരം തിരിച്ച വിവരങ്ങളുടെ ആവൃത്തി വിതരണത്തിന്റെ ഗ്രാഫ് പ്രതിനിധീകരണം

രേഖാഗ്രാഫ്, ബാർ ഗ്രാഫ്, പിക്ടോ ഗ്രാഫ് എന്നിവ തരം തിരിക്കാത്ത വിവരങ്ങളുടെ ആവൃത്തി വിതരണത്തിന്റെ ഗ്രാഫ് മുഖേനയുള്ള പ്രതിനിധീകരണമാണ് ഹിസ്റ്റോഗ്രാം, ആവൃത്തി ബഹുഭുജം സഞ്ചിതാവൃത്തി വക്രരേഖകൾ എന്നിവ തരം തിരിച്ച വിവരങ്ങളുടെ ഗ്രാഫ് മുഖേനയുള്ള പ്രതി നിധീകരണങ്ങളാണ്

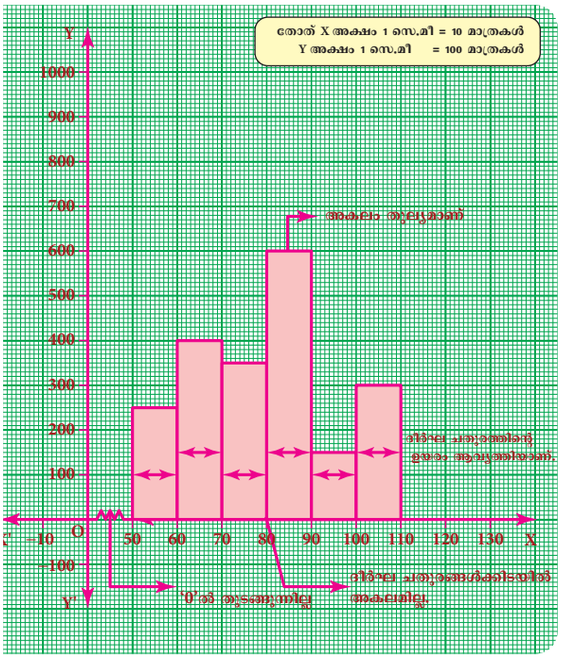
ഈ ക്ലാസ്സിൽ നമുക്ക് തരം തിരിച്ച ആവൃത്തി പ്രതിനിധീകരണങ്ങളായ ഹിസ്റ്റോഗ്രാമിനെക്കുറിച്ചും ആവൃത്തി ബഹുഭുജത്തെക്കുറിച്ചും പഠിക്കാം മറ്റുള്ളവയെക്കുറിച്ച് ഉയർന്ന ക്ലാസ്സുകളിൽ പഠിക്കാവുന്നതാണ്



06_8th_Maths_Statistics_Chap 6_Malayalam.indd 221 1/27/2023 3:02:43 PM

6.4.1 ഹിസ്റ്റോഗ്രാം

തുടർച്ചയായ ആവൃത്തി വിതരണത്തിന്റെ ഗ്രാഫാണ് ഹിസ്റ്റോഗ്രാം. ഹിസ്റ്റോഗ്രാമിൽ ഒരു കൂട്ടം ദീർഘചതുരങ്ങൾ അടങ്ങിയിരിക്കുന്നു, അതിന്റെ അടിസ്ഥാനം വർഗ്ഗാന്തരങ്ങളുടെ നീളവും ഓരോ വർഗ്ഗാന്തരങ്ങളുടെ ആവൃത്തിയും അതിന്റെഉയരവുമാണ്.അതായത്വർഗ്ഗാന്തരങ്ങളെ തിരശ്ചീന അക്ഷത്തിൽ (x അക്ഷം) പ്രതിനിധീകരിക്കുന്നു, കൂടാതെ ആവൃത്തികളെ ലംബ അക്ഷത്തിൽ (y അക്ഷം) പ്രതിനിധീകരിക്കുന്നു.



ഓരോ ദീർഘ ചതുരത്തിന്റേയും വിസ്തീർണ്ണം വർഗ്ഗാന്തരത്തിന്റെ ആവൃത്തിയ്ക്കു ആനുപാതികമാണ്. ദീർഘ ചതുരങ്ങളുടെ ആകെ വിസ്തീർണ്ണം ആകെ ആവൃത്തിയ്ക്കു ആനു പാതികമാണ്. തുടർച്ചയായിട്ടുള്ള ആവൃത്തി വിതരണം ആയതിനാൽ ദീർഘ ചതുരങ്ങൾ അടുത്തടുള്ള രണ്ടു ദീർഘ ചതുരങ്ങൾക്കിടയിൽ അകലം ഇല്ലാത്ത രീതിയിൽ തുടർച്ചയായി നിരത്തിയിരിക്കുന്നു.

ഹിസ്റ്റോഗ്രാം നിർമ്മിക്കുന്നതിനുള്ള പടികൾ

1. വർഗ്ഗാന്തരങ്ങൾ തുടർച്ചയായിട്ടുള്ളതായിരിക്കണം (ഉൾപ്പെടാത്ത രീതി) വർഗ്ഗാന്തരങ്ങൾ തുടർച്ചയായിട്ടുള്ളതല്ലെങ്കിൽ (ഉൾപ്പെട്ട തീതി) അനുയോജ്യമായ ഘടകം ഉപയോഗിച്ച് വർഗ്ഗാന്തരങ്ങളെ തുടർച്ചയായിട്ടുള്ളത് (ഉൾപ്പെടാത്ത രീതി) ആക്കേതാണ്.
2. x അക്ഷത്തിലും y അക്ഷത്തിലും അനുയോജ്യമായ തോത് എടുക്കുക.
3. വർഗ്ഗാന്തരങ്ങളുടെ ഉച്ച പരിധികൾ x അക്ഷത്തിൽ കുറിയ്ക്കുക.
4. വിതരണത്തിന്റെ ആവൃത്തികൾ y അക്ഷത്തിൽ കുറിയ്ക്കുക.
5. വർഗ്ഗാന്തരങ്ങൾ അകലവും അനുയോജ്യമായ ആവൃത്തികൾ ഉയരവും ആയിരിക്കത്തക്കവണ്ണം ദീർഘ ചതുരങ്ങൾ നിർമ്മിക്കുക. ഓരോ വർഗ്ഗത്തിനും കുറഞ്ഞമൂല്യവും കൂടിയ മൂല്യവും ഉണ്ട്. ഇത് നമുക്ക് ആവൃത്തിയെ പ്രതിനിധീകരിക്കുന്ന രണ്ട് ലംബരേഖകളെ നൽകുന്നു. ലംബരേഖകളുടെ മുകളിലെ അഗ്രബിന്ദുക്കളെ യോജിപ്പിക്കുക. ഈ രീതി തുടരുമ്പോൾ ന മുക്ക് ദീർഘ ചതുരങ്ങൾ കിട്ടുന്നു.

കുറിപ്പ്

ഒരു ബാർ ഗ്രാഫിനും ഹിസ്റ്റോഗ്രാമിനും തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസങ്ങൾ

	ബാർഗ്രാഫ്	ഹിസ്റ്റോഗ്രാം
1	തരം തിരിക്കാത്ത വിവരങ്ങൾക്ക് ഉപ യോഗിക്കുന്നു	തരം തിരിച്ച വിവരങ്ങൾക്ക് ഉപയോഗിക്കുന്നു
2	ബാറുകൾക്കിടയിൽ അകലം	ദീർഘ ചതുരങ്ങൾക്കിടയിൽ അകലമില്ല
3	ഓരോ ദീർഘ ചതുരത്തിന്റേയും ഉയരമാണ് പ്രാധാന്യമർഹിക്കുന്നത്, അകലമല്ല	ദീർഘ ചതുരത്തിന്റെ ഉയരവും അകലവും തുല്യ പ്രാധാന്യമർഹിക്കുന്നു

06_8th_Maths_Statistics_Chap 6_Malayalam.indd 222 1/27/2023 3:02:43 PM

6.4.1 (i) തുടർച്ചയായിട്ടുള്ള ആവൃത്തി വിതരണത്തിന് ഹിസ്റ്റോഗ്രാം നിർമ്മിക്കുന്ന വിധം

ഉദാഹരണം 6.6

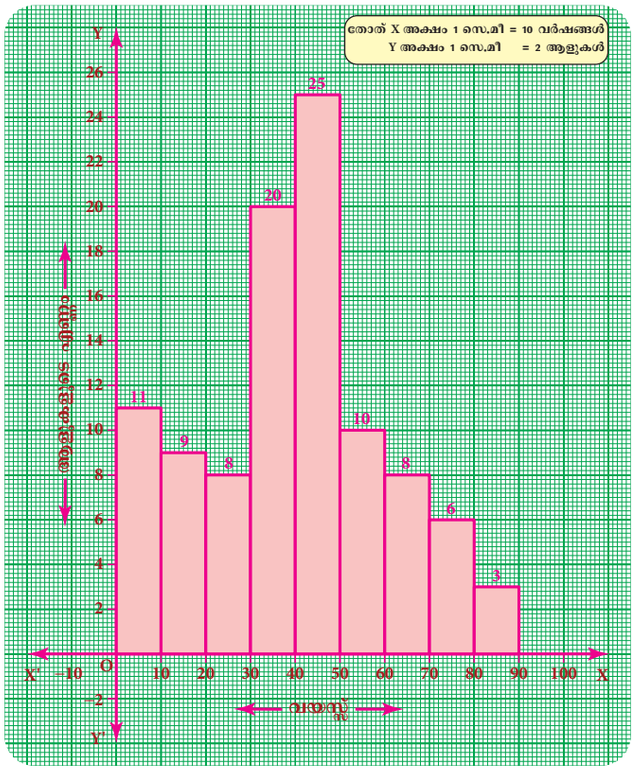
ഒരു ഗ്രാമത്തിലെ 100 പേരുടെ വയസ്സു വിവരങ്ങൾ താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. ഹിസ്റ്റോഗ്രാം വരയ്ക്കുക.

വയസ്സ്	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90
ആളുകളുടെ എണ്ണം	11	9	8	20	25	10	8	6	3

നിർദ്ധാരണം:

തന്നിട്ടുള്ള വിവരങ്ങൾ ഒരു തുടർച്ചയായിട്ടുള്ള ആവൃത്തി വിതരണമാണ്. വർഗ്ഗാന്തരങ്ങൾ x അക്ഷത്തിലും അനുയോജ്യമായ ആവൃത്തി y അക്ഷത്തിലും വരയ്ക്കുക. വർഗ്ഗങ്ങൾ (വയസ്സുകൾ) ആവൃത്തികൾ (ആളുകളുടെ എണ്ണം) എന്നിവ ഒരുമിച്ചെടുത്ത് ദീർഘ ചതുരം നിർമ്മിക്കുന്നു

ഹിസ്റ്റോഗ്രാം താഴെ തരുന്ന രീതിയിൽ നിർമ്മിക്കുന്നു



കുറിപ്പ്

വർഗ്ഗാന്തരങ്ങൾ (0) ൽ തുടങ്ങിയില്ലെങ്കിൽ ഇതിനെ x അക്ഷത്തിൽ മൂലബിന്ദുവിനടുത്ത് ഒരു വളഞ്ഞു പൂളഞ്ഞ അടയാളം (WW) രേഖപ്പെടുത്തി സൂചിപ്പിക്കേണ്ടതാണ്. ആവശ്യമെങ്കിൽ ഈ അടയാളം y അക്ഷത്തിലോ രണ്ടു അക്ഷങ്ങളിലുമോ അടയാളപ്പെടുത്താവുന്നതാണ്. ഇത് വിവരങ്ങൾ മൂലബിന്ദു (O) ൽ നിന്നും തുടങ്ങുന്നില്ല എന്നതിനെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു.

6.4.1 (ii) തുടർച്ച അല്ലാതെയുള്ള ആവൃത്തി വിതരണതിന് ഹിസ്റ്റോഗ്രാം വരയ്ക്കുന്ന വിധം:

ഉദാഹരണം 6.7

ഒരു ഗ്രാമത്തിലെ 10 നും 45 വയസ്സിനും ഇടയിലുള്ള വിദ്യാഭ്യാസമുള്ള സ്ത്രീകളുടെ എണ്ണം താഴെ തരുന്ന പട്ടികയിലുണ്ട്

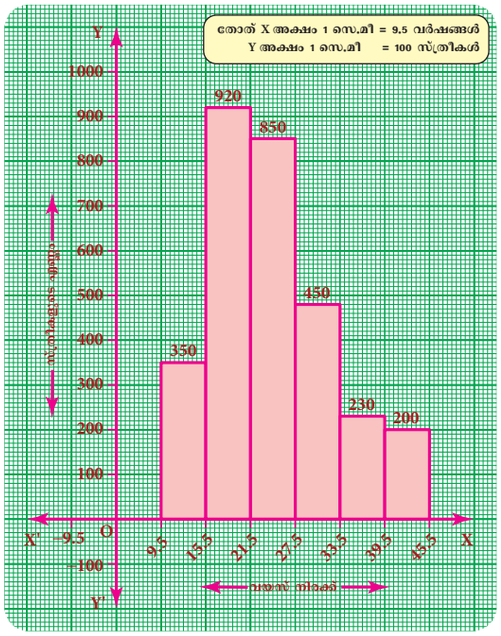
വയസ്സ്	10-15	16-21	22-27	28-33	34-39	40-45
സ്ത്രീകളുടെ എണ്ണം	350	920	830	480	230	200

ഈ വിവരത്തിന് ഒരു ഹിസ്റ്റോഗ്രാം വരയ്ക്കുക

06_8th_Maths_Statistics_Chap 6_Malayalam.indd 223 1/27/2023 3:02:44 PM

നിർദ്ധാരണം:

തന്നിട്ടുള്ള വിതരണം തുടർച്ചയായിട്ടുള്ളതല്ല. ഈ വിവരങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് നാം ഒരു ഗ്രാഫ് വരച്ചാൽ വർഗ്ഗങ്ങൾക്കിടയിൽ അകലമുള്ള ഒരു ബാർ ഗ്രാഫ് കിട്ടുന്നു. അതുകൊണ്ട് ഇതിനെ അനുയോജ്യമായ ഘടകം 0.5 ഉപയോഗിച്ച് തുടർച്ചയായിട്ടുള്ള വിതരണമാക്കി മാറ്റുക



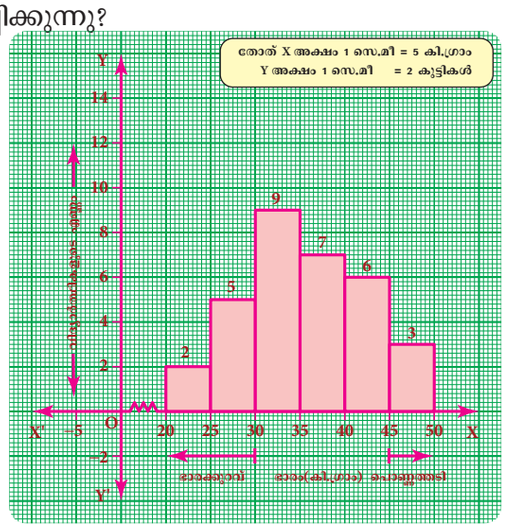
ആദ്യത്തെ വർഗ്ഗാന്തരം 9.5–15.5 എന്നെഴുതാം. തുടർന്നു വരുന്നവയും ഇതേ രീതിയിൽ എഴുതാവുന്നതാണ്. ആവൃത്തിയിൽ മാറ്റം വരില്ല. പുതിയ ആവൃത്തിപ്പട്ടിക താഴെ പറയുന്ന പ്രകാരത്തിലാണ്.

വയസ്സ് നിരക്ക്	9.5-15.5	15.5-21.5	21.5-27.5	27.5-33.5	33.5-39.5	39.5-45.5
സ്ത്രീകളുടെ എണ്ണം	350	920	830	480	230	200

ഉദാഹരണം 6.8

താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഹിസ്റ്റോഗ്രാം അവലോകനം ചെയ്ത് താഴെ പറയുന്ന ചോദ്യങ്ങൾക്കുത്തരമെഴുതുക

സൂചന: ഭാരക്കുറവ്: 30 കി.ഗ്രാം: സാധാരണ ഭാരം: 30 മുതൽ 40കി.ഗ്രാം; പൊണ്ണത്തടി 45 കി.ഗ്രാമിൽ കൂടുതൽ



1. കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഹിസ്റ്റോഗ്രാം എന്തിനെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു?
2. ഏത് ഗ്രൂപ്പിലാണ് കൂടുതൽ വിദ്യാർത്ഥികളുള്ളത്?
3. ഭാരക്കുറവുള്ള വിദ്യാർത്ഥികൾ എത്രപേർ?
4. പൊണ്ണത്തടിയുള്ള വിദ്യാർത്ഥികൾ എത്ര പേർ?
5. 30–40 കി.ഗ്രാം ഭാരമുള്ളവരുടെ ഗ്രൂപ്പിൽ എത്ര വിദ്യാർത്ഥികളുണ്ട്?

നിർദ്ധാരണം:

1. ഹിസ്റ്റോഗ്രാം VIII-ാം സ്റ്റാൻഡേർഡ് വിദ്യാർത്ഥികളുടെ ഭാരത്തെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു.
2. 30–35 കി.ഗ്രാം ഭാരമുള്ള വിദ്യാർത്ഥികളുടെ ഗ്രൂപ്പിൽ 9 വിദ്യാർത്ഥികളുണ്ട്.
3. $7(=2+5)$ വിദ്യാർത്ഥികൾക്ക് ഭാരക്കുറവാണ്.
4. 3 വിദ്യാർത്ഥികൾ പൊണ്ണത്തടിയുള്ളവരാണ്.
5. $16(=9+7)$ വിദ്യാർത്ഥികൾ 30–40 കി.ഗ്രാം ഭാരമുള്ള വിദ്യാർത്ഥികളുടെ ഗ്രൂപ്പിലുണ്ട്.

06_8th_Maths_Statistics_Chap 6_Malayalam.indd 224 1/27/2023 3:02:44 PM

6.4.2 ആവൃത്തി ബഹുഭുജം

ആവൃത്തി ബഹുഭുജം എന്നത് ആവൃത്തിവിതരണത്തിന്റെ ഗ്രാഫ് മുഖേനയുള്ള പ്രതീനിധീകരണമായ രേഖാ ഗ്രാഫ് ആണ്. ഹിസ്റ്റോഗ്രാമിലെ ദീർഘ ചതുരത്തിന്റെ മുകൾ ഭാഗത്തിലെ മധ്യ ബിന്ദുക്കളെ ഒരു നേർരേഖ കൊണ്ട് യോചിപ്പിക്കേണ്ടതാണ്. ഇപ്രകാരം കിട്ടുന്ന ചിത്രത്തെയാണ് ആവൃത്തി ബഹുഭുജം എന്നു പറയുന്നത്. ആവൃത്തി ബഹുഭുജം എന്ന് പറയണമെങ്കിൽ അതിന്റെ വശങ്ങളുടെ എണ്ണത്തിൽ വർദ്ധനവ് വരുത്തേണ്ടതാകുന്നു

രണ്ടോ അതിൽ കൂടുതലോ ആവൃത്തി വിതരണങ്ങളെ താരതമ്യം ചെയ്യുന്നതിന് അത്യന്താപേക്ഷിതമായ ഒന്നാണ് ആവൃത്തി ബഹുഭുജം. ആവൃത്തി ബഹുഭുജത്തിനായുള്ള തരം തിരിച്ച ആവൃത്തി വിതരണത്തെ രണ്ടു രീതിയിൽ സൂചിപ്പിക്കാം.

i) ഹിസ്റ്റോംഗ്രാം ഉപയോഗിച്ച്

ii) ഹിസ്റ്റോഗ്രാം ഉപയോഗിക്കാതെ

6.4.2 (i) ഹിസ്റ്റോഗ്രാം ഉപയോഗിച്ച് ആവൃത്തി ബഹുഭുജത്തെ സൂചിപ്പിക്കുന്നത്:

1. തന്നിട്ടുള്ള ദത്തം ഉപയോഗിച്ച് ഹിസ്റ്റോഗ്രാം വരയ്ക്കുക.
2. അടുത്തടുത്തുള്ള ദീർഘ ചതുരങ്ങളുടെ മുകൾ ഭാഗത്തിലുള്ള മധ്യ ബിന്ദുക്കളെ ഒരു നേർരേഖ കൊണ്ട് യോജിപ്പിക്കുക.
3. ആദ്യ ദീർഘ ചതുരം ആദ്യ വർഗ്ഗാന്തരത്തിൽ തുടങ്ങുകയും അവസാന ദീർഘ ചതുരം അവസാനവർഗ്ഗാന്തരത്തിൽ അവസാനിക്കുകയും ചെയ്യുന്നു. ഓരോ വർഗ്ഗാന്തരത്തിന്റെയും ആദ്യ ആവൃത്തിയും അവസാന ആവൃത്തിയും പൂജ്യം ആയിരിക്കുമെന്ന് സങ്കൽപ്പിക്കുക. ഇതിനെയാണ് സാങ്കല്പിക വർഗ്ഗാന്തരം എന്നു പറയുന്നത്.
4. ആവൃത്തി ബഹുഭുജം ലഭിക്കുന്നതിന് സാങ്കല്പിക വർഗ്ഗാന്തരങ്ങളുടെ മധ്യ ബിന്ദുവിനോട് ഹിസ്റ്റോഗ്രാമിലെ ആദ്യദീർഘ ചതുരത്തിന്റെ മുകളിലത്തെ മധ്യ ബിന്ദുവിനെയും അവസാനത്തെ ദീർഘ ചതുരത്തിന്റെ മധ്യ ബിന്ദുവിനെയും യോജിപ്പിക്കേണ്ടതാണ്.

ഉദാഹരണം 6.9

ഒരു വിദ്യാലയത്തിലെ വിദ്യാർത്ഥികൾ വായനശാലയിൽ ചെലവഴിക്കുന്ന സമയം താഴെ തന്ന വിതരണത്തിൽ സൂചിപ്പിക്കുന്നു.

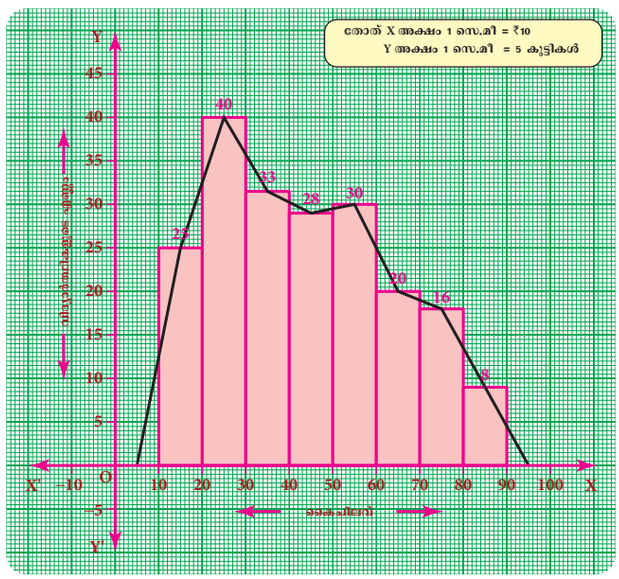
കൈ ചിലവ്	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90
വിദ്യാർത്ഥികളുടെ എണ്ണം	25	40	33	28	30	20	16	8

ഇതിനെ ഹിസ്റ്റോഗ്രാം ഉപയോഗിച്ച് ആവൃത്തി ബഹുഭുജം വരയ്ക്കുക

നിർദ്ധാരണം:

വായനശാലയിൽ ചെലവഴിക്കുന്ന സമയം x അക്ഷത്തിലും കുട്ടികളുടെ എണ്ണത്തെ y അക്ഷത്തിലും പ്രതിനിധീകരിക്കുക.

തന്നിട്ടുള്ള ദത്തത്തിന് ഹിസ്റ്റോഗ്രാം വരയ്ക്കുക. എന്നിട്ട് അടുത്തടുത്തുള്ള ദീഘ ചതുരത്തിലെ മുകൾ ഭാഗത്തിലെ മധ്യബിന്ദുവിനെ അടയാളപ്പെടുത്തുക. കൂടാതെ രണ്ടു സാങ്കല്പിക വർഗ്ഗാന്തരമായ 0-10 ന്റെയും 90-100 ന്റെയും ആവൃത്തി - 0 x അക്ഷത്തിൽ. കുറിയ്ക്കുക. ഇപ്പോൾ ഒരു റൂളർ ഉപയോഗിച്ച് എല്ലാ മധ്യ ബിന്ദുക്കളെയും യോജിപ്പിക്കുമ്പോൾ നമുക്ക് ഹിസ്റ്റോഗ്രാമിൽ ആവൃത്തി ബഹുഭുജം ലഭിക്കുന്നു.



06_8th_Maths_Statistics_Chap 6_Malayalam.indd 225 1/27/2023 3:02:45 PM

കുറിപ്പ്

ചില സമയങ്ങളിൽ സാങ്കല്പിക വർഗ്ഗാന്തരം നിലവിലിരിക്കുന്നില്ല. ഉദാഹരണമായി വിദ്യാർത്ഥികൾക്ക് ഒരു പരീക്ഷയിൽ ലഭിച്ച. മാർക്കുകൾ പൂജ്യത്തിനെക്കാളും താഴോട്ട് ചെല്ലുന്നില്ല. കൂടാതെ ഇരു വശങ്ങളിലും 100 മാർക്കിൽ കവിയാതെയും സ്ഥാപിക്കുക. ഇതു പോലുള്ള സാഹചര്യത്തിൽ ആദ്യത്തെയും അവസാനത്തെയും ദീർഘചതുരങ്ങളുടെ മധ്യബിന്ദുക്കളിൽ നേർ രേഖ സ്ഥിതിചെയ്യുന്നു.

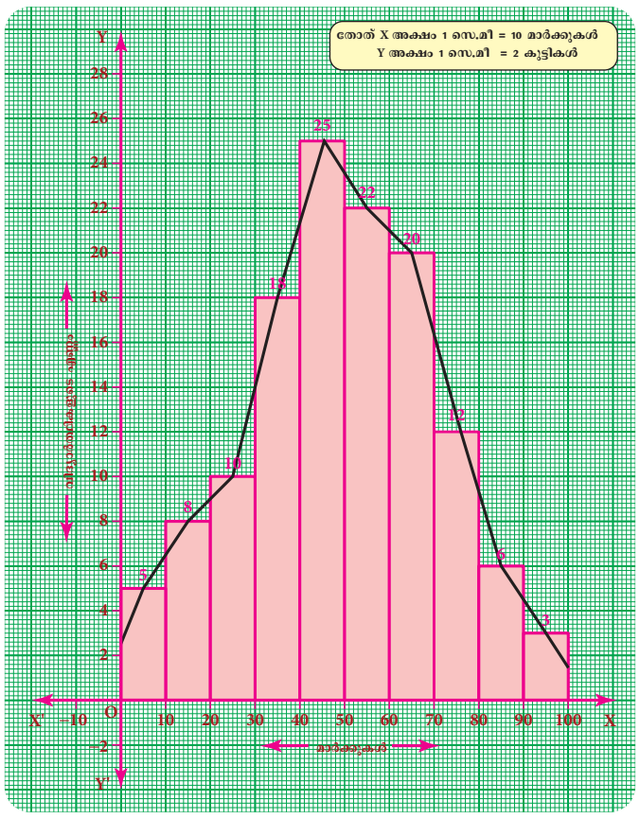
ഉദാഹരണം 6.10

ഹിസ്റ്റോഗ്രാം ഉപയോഗിച്ച് തന്നിട്ടുള്ള ദത്തത്തിന്റെ ആവൃത്തി ബഹുഭുജം വരയ്ക്കുക.

മാർക്കുകൾ വർഗ്ഗാന്തരം	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100
വിദ്യാർത്ഥി - കളുടെ എണ്ണം	5	8	10	18	25	22	20	13	6	3

നിർദ്ധാരണം:

വർഗ്ഗാന്തരത്തെ xഅക്ഷത്തിലും വിദ്യാർത്ഥികളുടെ എണ്ണത്തെ y അക്ഷത്തിലും കുറിക്കുക. തന്നിട്ടുള്ള ദത്തം ഉപയോഗിച്ച് ഹിസ്റ്റോഗ്രാം വരയ്ക്കുന്നതിന് ദീർഘചതുരങ്ങളുടെ ശീർഷത്തിലുള്ള മധ്യ ബിന്ദുക്കളെ ഒരു രേഖകൊണ്ട് യോജിപ്പിക്കുക.നമുക്ക് ആവൃത്തി ബ ഹുഭുജം കിട്ടുന്നു. ആവൃത്തി ബഹുഭുജം ആദ്യ ദീർഘചതുരത്തിന്റെ ഇടതുവശത്തെ മധ്യബിന്ദുവിൽ തുടങ്ങി അവസാന ദീർഘചതുരത്തിന്റെ വലതു വശത്തെ മധ്യ ബിന്ദുവിൽ അവസാനിക്കുന്നു. സാങ്കല്പിക വർഗ്ഗാന്തരം മാർക്കുകളിൽ ഉൾപ്പെടുന്നില്ല (മുകളിലുള്ള കറിപ്പ് പരിശോധിക്കുക)



6.4.2 (ii) ഹിസ്റ്റോഗ്രാം ഉപയോഗിക്കാതെ ആവൃത്തി ബഹുഭുജം വരയ്ക്കൽ.

(1) വർഗ്ഗാന്തരത്തിന്റെ മധ്യബിന്ദു കണ്ടു പിടിച്ച് പട്ടിക തയ്യാറാക്കുക

(2) വർഗ്ഗാന്തരത്തിന്റെ മധ്യബിന്ദുക്കളെ x അക്ഷത്തിലും ആവൃത്തിയെ y അക്ഷരത്തിലും കുറിക്കുക.

(3) ആവൃത്തിയുടെ ഓരോ മധ്യ ബിന്ദുവിനെയും അടയാളപ്പെടുത്തുക.

(4) സ്കെയിൽ ഉപയോഗിച്ച് ബിന്ദുക്കളെ യോജിപ്പിക്കുക അപ്പോൾ നമ്മുക്ക് ആവൃത്തി ബഹുഭുജം ലഭിക്കുന്നു.

ഉദാഹരണം 6.11

താഴെ തന്നിട്ടുള്ള ദത്തത്തിന് ഹിസ്റ്റോഗ്രാം ഉപയോഗിക്കാതെ ആവൃത്തി ബഹുഭുജം വരയ്ക്കുക.

വർഗ്ഗാന്തരം (മാർക്കുകൾ)	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90
ആവൃത്തി	4	6	8	12	10	14	5	7

06_8th_Maths_Statistics_Chap 6_Malayalam.indd 226 1/27/2023 3:02:45 PM

നിർദ്ധാരണം:

വർഗ്ഗാന്തരത്തിന്റെ മധ്യബിന്ദു കണ്ടു പിടിച്ച് പട്ടിക തയ്യാറാക്കുക

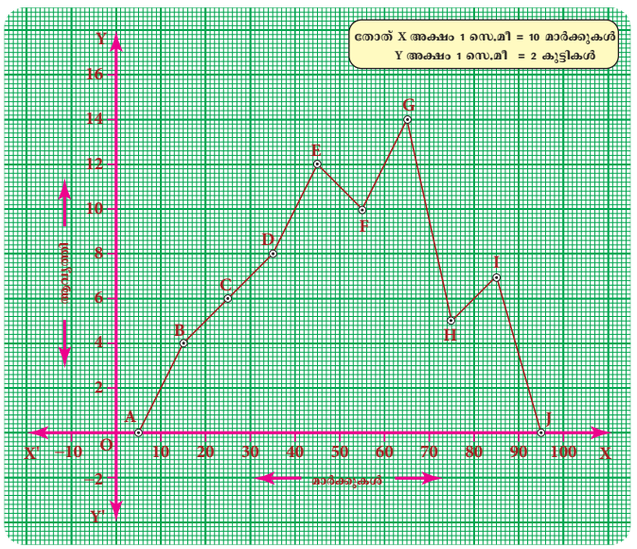
വർഗ്ഗാന്തരം (C.I)	മധ്യബിന്ദു (x)	ആവൃത്തി (f)
10 – 20	15	4
20 – 30	25	6
30 – 40	35	8
40 – 50	45	12
50 – 60	55	10
60 – 70	65	14
70 – 80	75	5
80 – 90	85	7

ബിന്ദുക്കൾ (15,4) (25,6) (35,8) (45,12) (55,10) (65,14) (75,5) (85,7).

ഗ്രാഫ് പേപ്പറിൽ മാർക്കുകളുടെ മധ്യബിന്ദുവിനെ x അക്ഷത്തിലും ആവൃത്തിയെ y അക്ഷത്തിലും അടയാളപ്പെടുത്തുക

സാങ്കല്പിക വർഗ്ഗാന്തരത്തെ 0-10 നെ ആദ്യവും 90-100 നെ അവസാനവും ആവൃത്തിയെ പൂജ്യത്തിൽ തുടങ്ങുകയും ചെയ്യണം.

പട്ടികയിൽ നിന്നും ബിന്ദുക്കളെ ഗ്രാഫിൽ കുറിക്കുക. AB, BC, CD, DE, EF, FG, GH, HI, IJ ഇവയെ യോജിപ്പിക്കുമ്പോൾ ABCDEFGHIJ എന്ന ആവൃത്തി ബഹുഭുജം ലഭിക്കുന്നു.



അഭ്യാസം 6.2

1. താഴെ തന്നിട്ടുള്ള ദത്തങ്ങളിൽ ഏതാണ് ഹിസ്റ്റോഗ്രാമിനെ സൂചിപ്പിയ്ക്കുന്നത്?

(i) 20 വയസ്സുമുതൽ 60 വയസ്സുവരെയുള്ള കൊടുമുടികയറ്റക്കാരുടെ എണ്ണം.

(ii) വിവിധ ആണ്ടുകളിലെ സൈക്കിൾ നിർമ്മാണം.

(iii) ഒരു സ്കൂളിലെ പല ക്ലാസ്സുകളിലായുള്ള വിദ്യാർത്ഥികളുടെ എണ്ണം.

(iv) രാവിലെ 7 മുതൽ വൈകിട്ട് 6 മണി വരെ ഒരു തിരഞ്ഞെടുപ്പുമത്സരത്തിൽ വോട്ടു രേഖപ്പെടുത്തുന്നതിന് വന്നവരുടെ എണ്ണം.

(v) 1 ഓവർ മുതൽ 50 ഓവറുകൾ വരെയുള്ള ഒരു ദിവസത്തെ ക്രിക്കറ്റ് കളിയിൽ വീണ വിക്കറ്റുകളുടെ എണ്ണം.

2. പൂരിപ്പിക്കുക:

(i) ആവൃത്തി ബഹുഭുജത്തിന്റെ മുഴുവൻ വിസ്തീർണ്ണം എന്നത് _____ തന്നിട്ടുള്ള ദത്തങ്ങളുടെ ആവൃത്തിയുടെ തുകയാണ്.

(ii) _____ എന്നത് ദീർഘചതുരത്തോടു കൂടിയ തുടർച്ചയായ ആവൃത്തി വിതരണത്തിന്റെ ചിത്രീകരണ രീതിയാണ്.

(iii) ഹിസ്റ്റോഗ്രാം എന്നത് _____ വിവരങ്ങളുടെ ചിത്രീകരണ രീതിയാണ്.

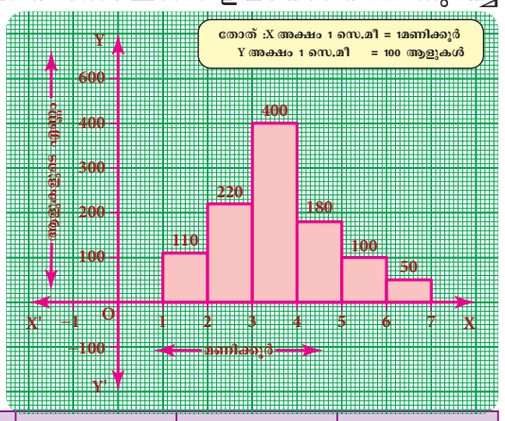
06_8th_Maths_Statistics_Chap 6_Malayalam.indd 227 1/27/2023 3:02:45 PM

3. ഒരു ഗ്രാമത്തിലെ 570 ആളുകൾക്ക് സെൽഫോൺ ഉണ്ട്. സെൽഫോൺ ഉപയോഗത്തെ കുറിച്ച് വിലയിരുത്തുകയുണ്ടായി. ഈ വിലയിരുത്തൽ ആസ്പദമാക്കി ഒരു ഹിസ്റ്റോഗ്രാം വരയ്ക്കുകയുണ്ടായി. താഴെ തന്നിട്ടുള്ള ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ഉത്തരമെഴുതുക.

(i) എത്ര ആളുകളാണ് മൂന്നു മണിക്കൂറിൽ കുറവായി സെൽഫോൺ ഉപയോഗിക്കുന്നത്?

(ii) എത്ര ആളുകളാണ് 5 മണിക്കുറിനു മുകളിൽ സെൽഫോൺ ഉപയോഗിച്ചത്?

(iii) ഒരു മണിക്കുറിൽ കുറവായി സെൽഫോൺ ഉപയോഗപ്പെടുത്തിയ ആളുകൾ ഉണ്ടോ?



4. താഴെ തന്നിട്ടുള്ള വിവരങ്ങൾക്ക് ഹിസ്റ്റോഗ്രാം വരയ്ക്കുക.

വർഗ്ഗാന്തരം	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
കുട്ടികളുടെ എണ്ണം	5	15	23	20	10	7

5. താഴെ തന്നിട്ടുള്ള ഒരു ക്ലാസ്സിലെ കുട്ടികളുടെ മാർക്കുകളുടെ വിതരണം ഹിസ്റ്റോഗ്രാം ഉപയോഗിച്ച് രേഖപ്പെടുത്തുക.

മാർക്കുകൾ	90-110	110-130	130-150	150-170	170-190	190-210
കുട്ടികളുടെ എണ്ണം	9	5	10	7	4	6

6. 100 കുട്ടികളുടെ ഉയരങ്ങളുടെ(സെ.മീ.ൽ) അളവുകൾ താഴെ തന്നിട്ടുണ്ട്. ഹിസ്റ്റോഗ്രാം വരച്ച് ആവർത്തി ബഹുഭുജം വരയ്ക്കുക.

ഉയരം (സെ. മീ.റിൽ)	125-135	136-146	147-157	158-168	169-179	180-190	191-201
ആവൃത്തി	12	22	18	24	15	7	2

7. ഒരു ദന്ത പഠനത്തിൽ താഴെ നന്നിട്ടുള്ള കുറെ വിവരങ്ങൾ ശേഖരിച്ചു.

വയസ്സുകൾ	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
രോഗികളുടെ എണ്ണം	5	13	25	14	30	35	43	50

മുകളിലത്തെ വിവരങ്ങൾക്ക് ആവൃത്തി ബഹുഭുജം വരയ്ക്കുക.

8. ഗണിതത്തിൽ 50 കുട്ടികൾ നേടിയ മാർക്കുകൾ താഴെ തന്നിരിക്കുന്നു. (i) ഒരു ആവൃത്തി വിതരണ പട്ടിക 10 മാർക്കുകളെ ആസ്പദമാക്കി തയ്യാറാക്കുക. (ii) ഒരു ഹിസ്റ്റോഗ്രാമും ആവൃത്തി ബഹുഭുജവും വരയ്ക്കുക.

52	33	56	52	44	59	47	61	49	61
47	52	67	39	89	57	64	58	63	65
32	64	50	54	42	48	22	37	59	63
36	35	48	48	55	62	74	43	41	51
08	71	30	18	43	28	20	40	58	49

06_8th_Maths_Statistics_Chap 6_Malayalam.indd 228 1/27/2023 3:02:46 PM

ശരിയായ ഉത്തരം തെരഞ്ഞെടുത്തെഴുതുക.

9. വിവരം എന്നത് _____ ന്റെ ശേഖരമാണ്

(a) സംഖ്യകൾ (b)വാക്കുകൾ (c)അളവുകൾ (d) ഇവ മൂന്നും

10. തന്നിട്ടുള്ള വിവരത്തിലെ നിരീക്ഷണങ്ങളുടെ എണ്ണത്തെ _____ എന്നു പറയുന്നു.

(a) റാലി അടയാളം (b)ദത്തം (c)ആവൃത്തി (d) ഇവയിൽ ഒന്നുമല്ല

11. തന്നിട്ടുള്ള വിവരത്തിലെ വലിയ മൂല്യത്തിൽ നിന്നും ചെറിയ മൂല്യത്തിലേയ്ക്കുള്ള വ്യത്യാസം _____ ആകുന്നു.

(a)പരിസരം (b)ആവൃത്തി (c)ചരം (d) ഇവയിൽ ഒന്നുമല്ല

12. ഒരു ദത്തത്തിന്റെ പരിധിയിൽ വരുന്ന വിവരങ്ങളുടെ എണ്ണത്തെ _____ എന്നു പറയുന്നു.

(a) തരംതിരിക്കപ്പെടാത്തത് (b)തരംതിരിച്ചത് (c) ആവൃത്തി (d)ഇവയൊന്നുമല്ല

13. ഉൾപ്പെടുന്ന ശ്രേണി ഒരു _____ ശ്രേണി ആകുന്നു.

(a) ഇടവിടാതെയുള്ള (b)ഇടവിട്ടുള്ള (c)ഇവരണ്ടും (d) ഇവയൊന്നുമല്ല

14. ഒരു വർഗ്ഗവിവരത്തിൽ ഒരു വിവരത്തിന്റെ ഉച്ചപരിധി മറ്റൊന്നിന്റെ നീചപരിധി വരുന്നു. ഇതിനെ _____ ശ്രേണി എന്നു പറയുന്നു.

(a) ഉൾപ്പെടുന്ന ശ്രേണി (b)ഉൾപ്പെടാത്തശ്രേണി (c) തരംതിരിക്കാത്തവ (d)ഇതൊന്നുമല്ല

15. തരംതിരിക്കാത്ത വിവരങ്ങളുടെ ഗ്രാഫിക്കൽ പ്രതിനിധീകരണമാണ് _____

(a) ഹിസ്റ്റോഗ്രാം (b)ആവൃത്തിബഹുഭുജം (c) പൈഗ്രാഫ് (d)ഇവ മൂന്നും

16. _____ ആവൃത്തി വിതരണത്തിന്റെ ഗ്രാഫാണ് ഹിസ്റ്റോഗ്രാം.

(a) തുടർച്ചയായ (b) നിരന്തരമായ (c) വ്യതിരിക്ത (d) ഇവയൊന്നുമില്ല

17. തുടർച്ചയായ ആവൃത്തി വിതരണത്തിന്റെ ഗ്രാഫിക്കൽ പ്രാതിനിധ്യത്തിനായുള്ള ഒരു ലൈൻ ഗ്രാഫാണ് _____.

(a) ആവൃത്തിബഹുഭുജം (b) ഹിസ്റ്റോഗ്രാം (c) പൈ ചാർട്ട് (d) ബാർ ഗ്രാഫ്

18. തരംതിരിക്കപ്പെട്ട വിവരങ്ങളുടെ ഗ്രാഫിക്കൽ പ്രാതിനിധ്യം _____

(a)ബാർ ഗ്രാഫ് (b) പിക്ടോഗ്രാഫ് (c) പൈ ചാർട്ട് (d) ഹിസ്റ്റോഗ്രാം

അഭ്യാസം 6.3

പലവക പ്രയോഗ പ്രശ്നങ്ങൾ

1. താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന പട്ടികയ്ക്ക് പൈ ചാർട്ട് വരയ്ക്കുക.

ഭൂഖണ്ഡം	ഏഷ്യ	ആഫ്രിക്ക	വടക്കേ അമേരിക്ക	തെക്കേ അമേരിക്ക	യൂറോപ്പ്	ആസ്ട്രേലിയ	അൻറാർടിക്ക
വിസ്തീർണ്ണം	30 %	20 %	16 %	12 %	7 %	6 %	9 %

2. താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന പട്ടികയിൽ വിദ്യാർത്ഥികൾ സ്കൂളിൽ വരാൻ വേണ്ടി ഉപയോഗിക്കുന്ന ഗതാഗതമാർഗ്ഗങ്ങൾ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. അതിന്റെ പൈ ചാർട്ട് വരയ്ക്കുക.

ഗതാഗത മാർഗ്ഗം	ബസ്	സൈക്കിൾ	കാൽനട	സ്കൂട്ടർ	കാർ
വിദ്യാർത്ഥികളുടെ ശതമാനം	40 %	30 %	15 %	10 %	5 %

06_8th_Maths_Statistics_Chap 6_Malayalam.indd 229 1/27/2023 3:02:48 PM

3. താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ആവൃത്തിപ്പട്ടികയ്ക്ക് ഹിസ്റ്റോഗ്രാം വരയ്ക്കുക.

വയസ്സ്	41-45	46-50	51-55	56-60	61-65	66-70	71-75
ആവൃത്തി	4	9	17	25	15	8	2

4. താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ആവൃത്തിപ്പട്ടികയ്ക്ക് ഹിസ്റ്റോഗ്രാമും ആവൃത്തി ബഹുഭുജവും ഒരേ ചിത്രത്തിൽ വരയ്ക്കുക.

ഭാരം (കി. ഗ്രാമിൽ)	50-55	56-61	62-67	68-73	74-79	80-85	86-91
ആളുകളുടെ എണ്ണം	15	8	12	17	9	10	6

വെല്ലുവിളി ഉളവാക്കുന്ന പ്രശ്നങ്ങൾ

5. താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന വിവരങ്ങൾക്ക് ആവൃത്തിപ്പട്ടിക തയ്യാറാക്കിയിട്ട് ഹിസ്റ്റോഗ്രാം വരയ്ക്കുക.

വയസ്സ്(വർഷങ്ങളിൽ)	ആളുകളുടെ എണ്ണം
5ൽ താഴെ	1
10ൽ താഴെ	12
15ൽ താഴെ	19
20ൽ താഴെ	26
25ൽ താഴെ	27
30ൽ താഴെ	35
35ൽ താഴെ	38
40ൽ താഴെ	45
45ൽ താഴെ	48
50ൽ താഴെ	53

6. ഒരു രൂപയെ ഒരു തുണി നിർമ്മാണശാല അതിലെ ജോലിക്കാർക്കിടയിൽ താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന വിധം വിഭജിച്ചു. അതിന്റെ പൈ ചാർട്ട് വരയ്ക്കുക.

ആളുകൾ	പൈസ
കർഷകൻ	20
നൂൽനൂൽക്കുന്നവർ	34
ചായം കൊടുക്കുന്നവർ	12
നെയ്യുന്നവർ	14
അച്ചടിക്കുന്നവർ	09
കൂലിക്കാർ	11

7. താഴെ പറയുന്ന വിവരങ്ങൾക്ക് ഹിസ്റ്റോഗ്രാം വരയ്ക്കുക.

മധ്യ വില (x)	15	25	35	45	55	65	75
ആവൃത്തി (f)	12	24	30	18	26	10	8

06_8th_Maths_Statistics_Chap 6_Malayalam.indd 230 1/27/2023 3:02:48 PM

സംഗ്രഹം

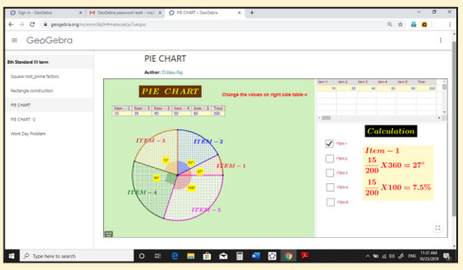
- ദത്തം എന്നത് സംഖ്യകൾ, വാക്കുകൾ, അളവുകൾ, നിരീഷണങ്ങൾ തുടങ്ങിയവയുടെ ശേഖരമാണ്.
- ആവൃത്തി വിതരണം എന്നത് ഓരോ ചരത്തേയും അതിന്റെ ആവൃത്തിയോടൊപ്പം പട്ടികാരീതിയിൽ ക്രമീകരിക്കുന്നതാണ്.
- ഒരു വർഗ്ഗാന്തരത്തിൽ ഉച്ചപരിധിയും നീചപരിധിയും ഉൾപ്പെട്ടിട്ടുണ്ടെങ്കിൽ അതിനെ ഉൾപ്പെടുന്ന ശ്രേണി എന്ന് പറയുന്നു.
- ഒരു വർഗ്ഗാന്തരത്തിന്റെ ഉച്ചപരിധി, തൊട്ടടുത്ത വർഗ്ഗാന്തരത്തിന്റെ നീചപരിധിയ്ക്ക് തുല്യമായാൽ അത് ഒരു ഉൾപ്പെടാത്ത ശ്രണി ആയിരിക്കും.
- ആകെ മൂല്യത്തെയും അതിന്റെ ഘടകങ്ങളുടെ മൂല്യങ്ങളെയും ഒരു വൃത്തത്തിനുള്ളിൽ ചിത്രീകരിക്കുന്നതിനെ പൈ ചാർട്ട് എന്ന് പറയുന്നു.
- തുടർച്ചയായ ആവൃത്തി വിതരണത്തിന്റെ ഗ്രാഫിനെ ഹിസ്റ്റോഗ്രാം എന്ന് പറയുന്നു.
- ആവൃത്തി വിതരണത്തിന്റെ രേഖീയ ഗ്രാഫ് മുഖേനയുള്ള പ്രതിനിധീകരണമാണ് ആവൃത്തി ബഹുഭുജം.

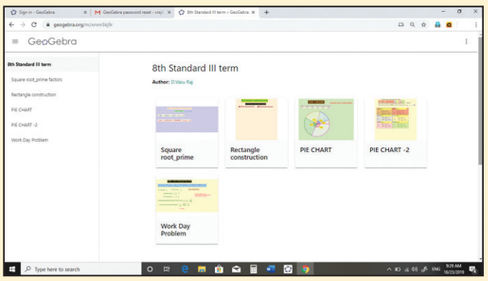
ICT പ്രവൃത്തി

ഘട്ടം – **1** ബ്രൗസർ തുറന്ന് ചുവടെ നല്കിയിരിക്കുന്ന URL ലിങ്ക് അച്ചടിക്കുക. അല്ലെങ്കിൽ QR കോഡ് സ്കാൻ ചെയ്യുക. 8 ാം തരം ഘട്ടം എന്ന് പേരുള്ള വർക്ക് ഷീറ്റ് സ്ക്രീനിൽ തെളിയും. തൽക്ഷണം "PIE CHART" എന്ന വർക്ക് ഷീറ്റിനെ തെരഞ്ഞെടുക്കുക.

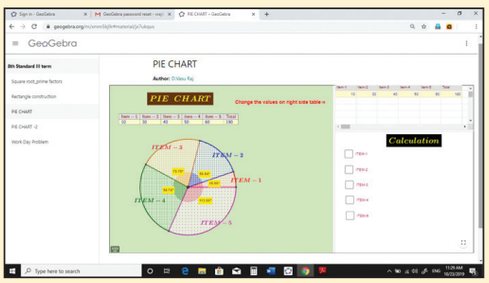
ഘട്ടം – **2** പുതിയ പ്രശ്നം എന്നതിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക. ക്രിയകൾ സ്വയം പരിശോധിച്ച് പ്രവർത്തിക്കുക.

പ്രതീക്ഷിച്ച ഫലം





ഘട്ടം – 1



ഘട്ടം – 2

GXH37

ലിങ്കിൽ ബ്രൗസ് ചെയ്യുക.

സ്ഥിതിവിവര കണക്കുകൾ:

https://www.geogebra.org/m/xmm5kj9r or QR കോഡിൽ സ്കാൻ ചെയ്യുക.

06_8th_Maths_Statistics_Chap 6_Malayalam.indd 231 1/27/2023 3:02:48 PM

7 വിവര നിർവ്വഹണം



പഠന ഫലങ്ങൾ

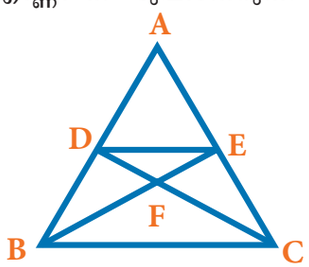
- സ്വതന്ത്ര സംഖ്യാ എണ്ണത്തിലുള്ള വസ്തുക്കളെ പരമാവധി സാധ്യമായ ക്രമത്തിൽ താഴെ തന്നിട്ടുള്ള ക്രിയകൾ അനുസരിച്ച് നിർണ്ണയിക്കൽ.
- ഒരു ഇനത്തിലുള്ള കളിയുടെ സാദൃശ്യം വ്യത്യസ്തത എന്ന ആശയത്തെ ശക്തിപ്പെടുത്തൽ.
- ഗണിതആശയങ്ങളെ പ്രതിനിധാനം ചെയ്യുന്നതിൽ രൂപരേഖയ്ക്ക് നിറം കൊടുക്കലിന്റെ പങ്കും ഗ്രാഫിന് നിറം കൊടുക്കുന്നതിലൂടെ പ്രശ്നപരിഹാരത്തിന്റെ പങ്കിനെയും അന്വേ ഷിക്കുക.
- ഭൗതിക, ജൈവ ശാസ്ത്ര പ്രതിഭാസത്തിലെ ഫിബൊനാച്ചി രീതി നിരീക്ഷിക്കൽ
- സംഖ്യകളുടെഉ.സ.ഭാ കണ്ടുപിടിക്കാനുള്ള ഏറ്റവും നല്ല രീതി ചിന്തിച്ച് കണ്ടുപിടിക്കുക.
- വിവരങ്ങളുടെ നിർവ്വഹണവും, രഹസ്യകോഡാക്കുന്നതും പരസ്യകോഡാക്കുന്നതും എങ്ങനെ എന്നു മനസ്സിലാക്കൽ.
- വാങ്ങൽ-ഒരുവാങ്ങൽ നിർവ്വഹിക്കുന്നതിനു മുമ്പ് പകരത്തിനെ പരിഗണിക്കുക, ഓരോ ഇനത്തിന്റെയും വിലയെ കണക്കാകുകയും പരിമിതമായ ബഡ്ജറ്റിനുള്ളിൽ വാങ്ങൽ നടത്തുകയും
- പേക്കിംങ്-തന്നിട്ടുളളസ്ഥലപരിമിതിക്കുള്ളിൽ വസ്തുക്കളെ മകവുറ്റരീതിയിൽ എപ്രകാരം ഉൾകൊളളിക്കാം എന്ന് മനസ്സിലാക്കുകയും കൃത്യമായ ഉത്തരം കണ്ടുപിടിക്കലും

ഓർമ്മ പുതുക്കൽ

മുൻ ക്ലാസ്സുകളിൽ നിങ്ങൾ പഠിച്ചിരുന്ന എല്ലാ സാധ്യതകളുടേയും പട്ടിക എഴുതുന്ന രീതികളേയും അവയെ എണ്ണുന്ന രീതിയേയും ഓർമ്മിച്ചുകൊണ്ട് താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ഉത്തരം എഴുതുക.

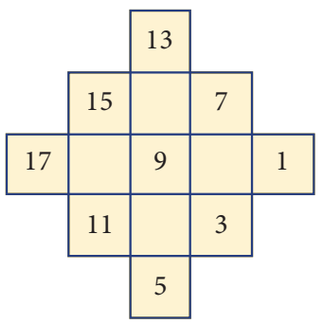
1. താഴെ തന്നിട്ടുള്ള ത്രികോണത്തിൽ നിന്നും രൂപപ്പെടുത്താവുന്ന സാധ്യമായ ത്രികോണങ്ങളുടെ എണ്ണം കണ്ടുപിടിക്കുക.

ZF7E1



ഉത്തരം:_____

2. താഴെ തന്നിട്ടുള്ള ചിത്രത്തിലെ സംഖ്യകൾ ഉപയോഗിച്ചു ഒരു 3 x 3 മാന്ത്രിക ചതുരം രൂപപ്പെടുത്തുക.

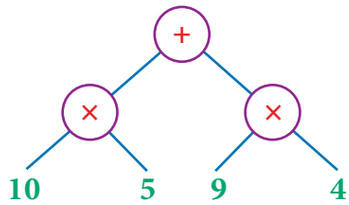


ഉത്തരം:



07_8th_Maths_Malayalam_Unit_7.indd 232 23-09-2022 10:35:49

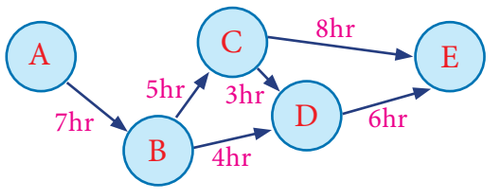
3. ശാഖാചിത്രത്തെ സംഖ്യാരൂപമാക്കി മാറ്റുക.



ഉത്തരം:_____

4. (i) ഒരു ബസ്സിന് A ൽ നിന്നും B , C & D വഴി E ൽ എത്തിച്ചേരാൻ എടുക്കുന്ന ആകെ സമയത്തെ കണ്ടുപിടിക്കുക

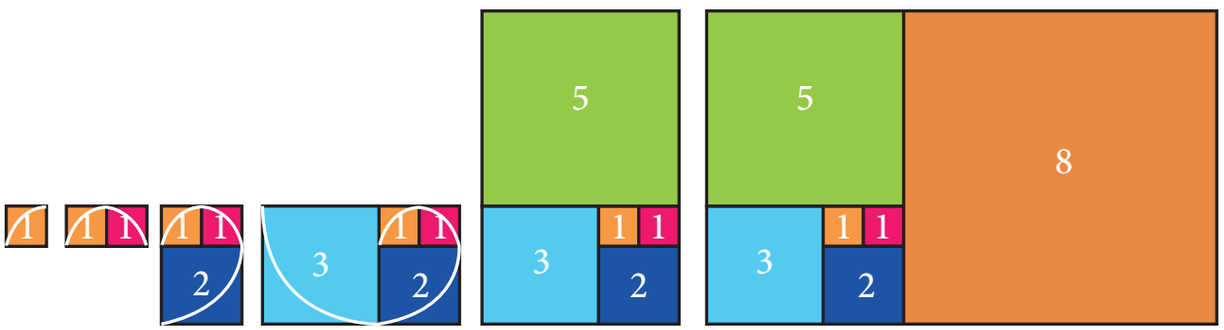
(ii) A ൽ നിന്നും E ലേക്കുള്ള ഏറ്റവും ചുരുങ്ങിയ വഴി ഏതാണ്



(i) .....മണിക്കൂർ.

(ii) A → ... → ... → E

5. സമചതുരങ്ങളെ ഓരോ സമചതുരത്തിന്റെയും മൂലയിൽ നിന്നും മൂലയിലേക്ക് കുറുകെയുള്ള വളവിലൂടെ ബന്ധിപ്പിച്ച് ഒരു സുവർണ്ണ ചുറ്റുകൾ ഉണ്ടാക്കാം.



ഫിബോനാച്ചി സമചതുരം

6. ഒരു ഷർട്ട് വാങ്ങാൻ നിങ്ങൾ ആഗ്രഹിക്കുന്നു. ഒരു കടയിൽ ₹1000 രൂപ MRP യുള്ള ഷർട്ടിന് ₹200 രൂപ വിലക്കിഴിവുണ്ട്. മറ്റൊരു കടയിൽ അതേ MRP യിൽ 15% വിലക്കിഴിവുണ്ട്. എങ്കിൽ ഏതു കടയിൽ നിന്നും നിങ്ങൾ ഷർട്ട് വാങ്ങും?

7. ഒരു പാർക്കിൽ ₹130. യുള്ള 5 പ്രവേശനപാസുകളുടെ ഒരു പേക്കേജ് ഇടപാട് ഉണ്ട്. ഒരു പ്രവേശന പാസിന്റെ വില ₹30 ആണെങ്കിൽ ഈ പ്രത്യേക ഇടപാടിലൂടെ ലാഭിക്കാവുന്ന തുക എത്രയാണ്?

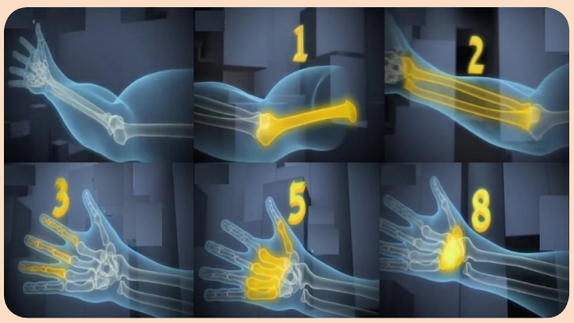
7.1 ആമുഖം

ഗണിത ശാസ്ത്രത്തിന്റെ വിജയം ആരംഭിക്കുന്നത് എണ്ണത്തിലൂടെയും അളവിലൂടെയും ഉള്ള സംഖ്യാ ബോധത്തിന്റെ വികാസത്തിൽ നിന്നുമാണ്.

ഗണിത ശാസ്ത്രത്തിന്റെ വിജയം യുക്തി സഹജമായ സംഖ്യ വികാസത്തെയും ചിന്തയേയും വൈജ്ഞാനിക വൈദഗ്ധ്യത്തേയും ആശ്രയിച്ചിരിക്കുന്നു. ഈ ക്ലാസ്സിൽ വിവിധരൂപങ്ങളിൽ നിന്നുള്ള തെരഞ്ഞെടുക്കൽ, നടപടിക്രമങ്ങൾ, തന്നിരിക്കുന്ന മാപ്പിന് ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ വർണ്ണങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് വർണ്ണം നൽകുക തുടങ്ങിയ ദൈനംദിന ജീവിതസാഹചര്യങ്ങൾക്കുള്ള പ്രായോഗിക കണക്കുകൂട്ടലുകൾ കണ്ടെത്തുന്നു. ശാരീരികവും ജീവശാസ്ത്രപരവും ആയ പ്രതിഭാസങ്ങളിൽ ഫിബോനാച്ചി സംഖ്യ പാറ്റേണും, മത്സര പരീക്ഷകളിൽ ഉയർന്ന ഓർഡർ ചിന്തയ്ക്കായി ചില സൈഫറുകളെ കുറിച്ചും ചർച്ചചെയ്യാൻ പോകുന്നു. ഷോപ്പിംഗുകളിലും പായ്ക്കിംഗിലും നിങ്ങൾ എങ്ങനെ ബുദ്ധിമാനായ ഒരു ഉപഭോക്താവ് ആകുമെന്നും വിശദീകരിക്കുന്നു. അതേസമയം നിങ്ങളുടെ മനസ്സിന് കുളിർമ തരുന്ന ഗെയിമും കളിക്കാം. ഗണിതശാസ്ത്രത്തിൽ ഉള്ള നിങ്ങളുടെ താത്പര്യം മെച്ചപ്പെടുത്തുന്നതിന് മുകളിലുള്ള ചർച്ചകൾ എല്ലാം നിങ്ങൾക്ക് വളരെ സഹായകരമാണ്.

07_8th_Maths_Malayalam_Unit_7.indd 233 23-09-2022 10:35:49

നമ്മുടെ ജീവിതത്തിലെ വിവരനിർവ്വഹണം.



ഫിബൊനാച്ചി സംഖ്യകളുടെ ജൈവ ഉദാഹരണം



രണ്ട് തൂണുകൾക്കിടയിൽ മതിൽ പണിയുന്നതിനായി മേസൺ ഇഷ്ടികകൾ ഉറപ്പിക്കുന്നു

7.2 എണ്ണൽ രീതികളിലെ തത്ത്വങ്ങൾ

ചില അടിസ്ഥാന എണ്ണൽ രീതികളുണ്ട്, അവ വസ്തുക്കളുടെ വിവിധ രീതികളിലൂടെയുള്ള ക്രമീകരണത്തിനും അല്ലെങ്കിൽ തെരഞ്ഞെടുപ്പിനുമുള്ള സംഖ്യകളെ നിർണ്ണയിക്കുന്നതിന് സഹായിക്കുന്നു. എണ്ണൽ രീതികളിലെ അടിസ്ഥാന തത്ത്വങ്ങൾ താഴെ തന്നിട്ടുണ്ട്.

7.2.1 സങ്കലന ഗുണം

രണ്ട് ക്രിയകളെ യഥാക്രമം **m** രീതികളിലും **n** രീതികളിലും സ്വതന്ത്രമായി ചെയ്യാമെങ്കിൽ അവയിൽ ഏതെങ്കിലും ഒരെണ്ണത്തിനെ (**m** + **n**) വഴികളിലും ചെയ്യാം.

ഈ എണ്ണൽ ക്രിയയുടെ സങ്കലന ഗുണത്തെ താഴെ പറഞ്ഞിട്ടുള്ളതിൽ പ്രകാരം നമുക്ക് പഠിക്കാം :

നിർദ്ധാരണം *1*

VIII ക്ലാസ്സിൽ 16 ആൺക്കുട്ടികളും 9 പെൺകുട്ടികളും ഉണ്ട്. അധ്യാപികയ്ക്ക് ഏതെങ്കിലും ഒരു ആൺകുട്ടിയേയൊ പെൺകുട്ടിയേയൊ ക്ലാസ് ലീഡർ ആയി തെരഞ്ഞെടുക്കണം. ഏതൊക്കെ രീതികളിൽ അധ്യാപികയ്ക്ക് ക്ലാസ് ലീഡറിനെ തെരഞ്ഞെടുക്കാൻ സാധിക്കും എന്ന് നോക്കാം.



ചിത്ര. 7.1

അധ്യാപികയ്ക്ക് താഴെ തന്നിട്ടുള്ള ഏതെങ്കിലും ഒരു രീതിയിൽ ക്ലാസ് ലീഡറിനെ തെരഞ്ഞെടുക്കാൻ സാധിക്കും.

(i) ഒന്നാമത്തെ രീതിയിൽ 16 ആൺകുട്ടികളിൽ ഏതെങ്കിലും ഒരു ആൺകുട്ടിയെ 16 രീതികളിൽ തിരഞ്ഞെടുക്കാം (16 പേരിൽ ആരെങ്കിലും ആവാം)

(ii) രണ്ടാമത്തെ രീതിയിൽ 9 പെൺകുട്ടികളിൽ നിന്നും ഒരു പെൺകുട്ടിയെ 9 വഴികളിൽ തിരഞ്ഞെടുക്കാം (9 പേരിൽ ആരെങ്കിലും ആവാം).

അതിനാൽ, അധ്യാപികയ്ക്ക് 25 വ്യത്യസ്ത രീതികളിൽ ഒരു ആൺകുട്ടിയേയൊ അല്ലെങ്കിൽ പെൺകുട്ടിയേയൊ ക്ലാസ് ലീഡറായി തെരഞ്ഞെടുക്കുവാൻ സാധിക്കും (16 ആൺകുട്ടികൾ + 9 പെൺകുട്ടികൾ).

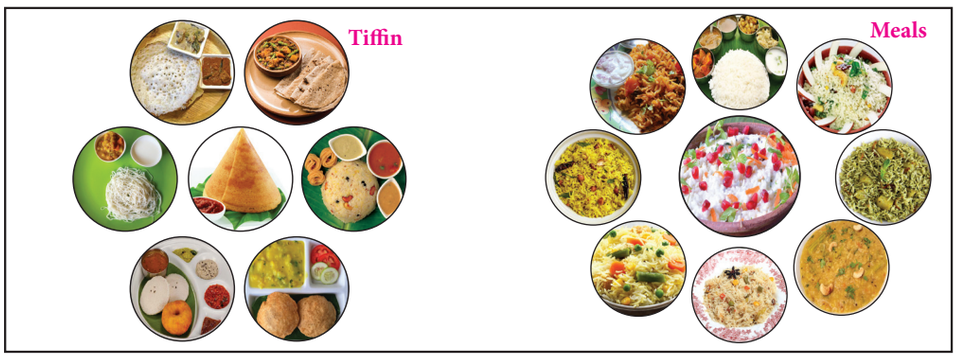
അങ്ങനെ A എന്ന ക്രിയ ***m*** രീതികളിൽ നടക്കുകയും B എന്ന ക്രിയ ***n*** രീതികളിൽ നടക്കുകയും ആണെങ്കിൽ, ഒരുമിച്ച് A, B നടക്കാതിരിക്കുകയും ആണെങ്കിൽ, A അല്ലെങ്കിൽ B (***m*** + ***n***) രീതികളിൽ നടക്കുന്നു എന്നു നമുക്ക് മനസ്സിലാക്കാം.

കൂടുതൽ ഉദാഹരണങ്ങൾ നമുക്ക് പരിശോധിക്കാം.

07_8th_Maths_Malayalam_Unit_7.indd 234 23-09-2022 10:35:49

ഉദാഹരണം 7.1

നിങ്ങൾ ഒരു ഭക്ഷണശാലയിൽ പോകുകയാണെന്ന് ഇരിക്കട്ടെ. അവിടെ ചിത്രത്തിൽ കാണിച്ചിട്ടുള്ളതുപോലെ വിവിധതരത്തിലുള്ള ഭക്ഷണങ്ങൾ നല്കുന്നു. നിങ്ങൾക്ക് ഏതൊക്കെ രീതികളിൽ ഭക്ഷണം കഴിക്കാം എന്ന് കണ്ടുപിടിക്കുക.



ചിത്രം. 7.2

നിർദ്ധാരണം:

മുകളിലുള്ള ചിത്രം 7.2 ൽ നിന്നും നമുക്ക്

(i) ലഘുഭക്ഷണത്തിനായി 7 വിഭവങ്ങളിൽ നിന്ന് ഒന്നിനെ 7 രീതിയിൽ തെരഞ്ഞെടുക്കാം

(ii) ഭക്ഷണത്തിനായി 9 വിഭവങ്ങളിൽ നിന്ന് ഒന്നിനെ 9 രീതിയിൽ തെരഞ്ഞെടുക്കാം

അതിൽ **16** (**7** ലഘുഭക്ഷണവിഭവങ്ങൾ + **9** ഭക്ഷണവിഭവങ്ങൾ) വ്യത്യസ്ത രീതികളിൽ ഒരു ഭക്ഷണത്തെ തെരഞ്ഞെടുക്കാം.

7.2.2 ഗുണിത തത്ത്വം

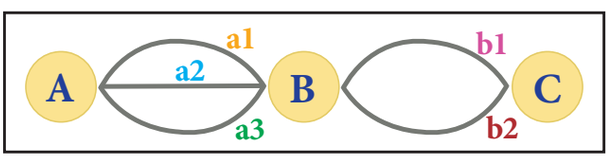
ഒരു ക്രിയയെ m രീതികളിൽ ചെയ്യുകയും തുടർന്ന് മറ്റൊരു ക്രിയയെ n രീതികളിൽ ചെയ്യുകയും രണ്ട് ക്രിയകളും പരസ്പരം ആശ്രയിച്ചിരിക്കുകയും ആണെങ്കിൽ ആ രണ്ട് ക്രിയകളേയും കൃത്യമായി ($m \times n$) വ്യത്യസ്ത രീതികളിൽ ചെയ്യാൻ സാധിക്കും.

ഇപ്പോൾ, എണ്ണൽ പ്രക്രിയയിലെ ഗുണന തത്ത്വങ്ങളെ കുറിച്ച് പഠിക്കാം.

രീതി *1*

ഒരു നഗരത്തിൽ A,B, C. എന്നീ മൂന്നു സ്ഥലങ്ങൾ ഉണ്ട് A ൽ നിന്നും B യിലേക്ക് a1, a2, a3 എന്നീ 3 വഴികളുണ്ട്. പടത്തിൽ കാണിച്ചിട്ടുള്ളതു പോലെ B ൽ നിന്നും C ലേക്ക് b1, b2 എന്നീ 2 വഴികളുമുണ്ട്.

ഒരാൾ A ൽ നിന്നു C ലേക്ക് B വഴിയിലൂടെ. സഞ്ചരിക്കുകയാണെന്നിരിക്കട്ടെ എത്ര വഴികളിലൂടെ അയാൾക്ക് A ൽ നിന്നും C ലേക്ക് B വഴിയിലൂടെ പോകുവാൻ സാധിക്കും?

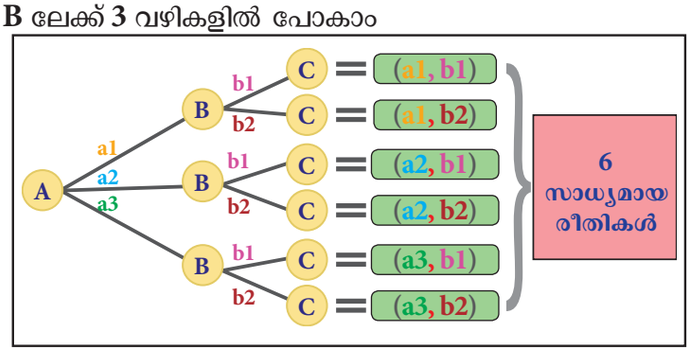


ചിത്രം. 7.3

(i) ഒന്നാമത്തെ ക്രിയയിൽ, **A** ൽ നിന്നും **B** ലേക്ക് **3** വഴികളിൽ പോകാം

(ii) രണ്ടാമത്തെ ക്രിയയിൽ, **B** ൽ നിന്നും **C** ലേക്ക് **2** വഴികളിൽ പോകാം.

അതുകൊണ്ട് അയാൾക്ക് സഞ്ചരിക്കാൻ **3 × 2 = 6** വഴികളിലൂടെ സഞ്ചരിക്കാം ഇത് 7.4 ചിത്രത്തിൽ സൂചിപ്പിച്ചിട്ടുണ്ട്.



ചിത്രം. 7.4

07_8th_Maths_Malayalam_Unit_7.indd 235 23-09-2022 10:35:51

A എന്ന ക്രിയയെ m രീതികളിൽ ചെയ്യുകയും തുടർന്ന് B എന്ന ക്രിയയെ n രീതികളിൽ ചെയ്യുകയും രണ്ട് ക്രിയകളും പരസ്പരം ആശ്രയിച്ചിരിക്കുകയും ആണെങ്കിൽ ആ രണ്ട് ക്രിയകളേയും കൃത്യമായി $(m \times n)$ വ്യത്യസ്ത രീതികളിൽ ചെയ്യാൻ സാധിക്കും. താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന ഉദാരണങ്ങളിൽ നിന്നും കൂടുതൽ പഠിക്കാം

ഉദാഹരണം 7.2



ചിത്രം. 7.5

പ്രവീൺ തന്റെ ജൻമദിനത്തിന് 3 **ഷർട്ടുകളും,** 2 **ജീൻസുകളും** 3 ജോഡി **ഷൂസുകളും** വാങ്ങി. താഴെയുള്ള ചിത്രത്തിൽ ഈ വസ്ത്രങ്ങൾ അണിയുന്നതിനുള്ള വിവിധ രീതികൾ കാണിച്ചിട്ടുണ്ട്. ഏതൊക്കെ രീതികളിൽ പ്രവീണിന് ഈ വസ്ത്രങ്ങൾ ധരിക്കാം എന്നു കണ്ടുപിടിക്കാം.

ഇവിടെ, പ്രവീണിനു 3 ഷർട്ടുകളും  , 2 ജീൻസകളും  ,  3 ജോഡി ഷൂസുകളും ഉണ്ട്.

ഒന്നുകിൽ അയാൾക്ക് വസ്ത്രം ഈ രീതിയിൽ ധരിക്കാം  അല്ലെങ്കിൽ

ചിത്രം. 5.9 ൽ കാണിച്ചിട്ടുള്ളത് പോലെ പല രീതികളിൽ അയാൾക്ക് വസ്ത്രം ധരിക്കാം.



3 ഷർട്ടുകൾ× 2 ജീൻസുകൾ× 3 ജോഡി ഷൂസുകൾ = 18 വഴികൾ

ചിത്രം. 7.6

അതുകൊണ്ട് പ്രവീണിന് തന്റെ ജൻമദിനത്തിൽ വസ്ത്രങ്ങൾ **18 (3×2×3)** വ്യത്യസ്ത രീതികളിൽ ധരിക്കാൻ സാധിക്കും.

ഉദാഹരണം 7.3

എട്ടാം ക്ലാസ്സിലെ ഗണിതക്ലബിൽ M,A,T, H. എന്നീ നാല് അംഗങ്ങൾ ഉണ്ട് ഈ ക്ലബിനെ

(i) ഒരു ലീഡർ,

(ii) ഒരു ലീഡറും, ഒരു ഉപലീഡറും എന്നിവരെ തെരഞ്ഞെടുക്കാനുള്ള വിവിധ രീതികളെ കണ്ടുപിടിക്കുക.

നിർദ്ധാരണം:

(i) ഒരു ലീഡറെ തിരഞ്ഞെടുക്കാൻ

എട്ടാം ക്ലാസ്സിൽ ഗണിത ക്ലബിൽ M, A, T, H, എന്നീ നാലാംഗങ്ങൾ ഉണ്ട് അതുകൊണ്ട് അവർക്ക് നാലുരീതികളിൽ ഒരു ലീഡറിനെ തെരഞ്ഞെടുക്കാൻ സാധിക്കുന്നു.

07_8th_Maths_Malayalam_Unit_7.indd 236 23-09-2022 10:35:52

(ii) ഒരു ലീഡറിനെയും ഉപലീഡറിനെയും തിരഞ്ഞെടുക്കാൻ

ചിത്രം. 5.11, ൽ **പിങ്ക്** നിറത്തിലുള്ള കള്ളികളിൽ ഒരേ തരത്തിലുള്ള അംഗങ്ങൾ രണ്ട് പ്രാവശ്യം കാണപ്പെടുന്നു. ഒരു വ്യക്തിയ്ക്ക് രണ്ട് ലീഡറാകാൻ സാധിക്കുകയില്ല. അതുകൊണ്ട് ചുവപ്പു നിറത്തിലുള്ള കള്ളികളെ കണക്കാക്കാൻ (പരിഗണിക്കാൻ) സാധിക്കുകയില്ല ഒരു ലീഡറിനെയും ഉപലീഡറിനെയും തെരഞ്ഞെടുക്കുവാൻ **12 ((4×1×4)-4) വ്യത്യസ്തവഴികൾ** ഉണ്ട്. (മഞ്ഞകള്ളികളിലോ പച്ചകള്ളികളിലോ കാണിച്ചിട്ടുള്ളതുപോലെ).

LEADER \ ASSISTANT LEADER	M	A	T	H
M	MM	MA	MT	MH
A	AM	AA	AT	AH
T	TM	TA	TT	TH
H	HM	HA	HT	HH

(1 (M or A or T or H) × 4 (ലീഡർ) × 4 (ഉപലീഡർ)) – 4 (ലീഡറും ഉപലീഡറും) = 12 രീതികൾ

ചിത്രം. 7.7

പ്രവർത്തി-1

1. 1, 3, 5 എന്നീ സംഖ്യകളെയും അവയുടെ ആവർത്തനങ്ങളെയും ഉപയോഗിച്ച് നിർമ്മിയ്ക്കാവുന്ന രണ്ടക്ക സംഖ്യകളുടെ എണ്ണത്തെ നിർണ്ണയിക്കുക. ഈ പ്രവൃത്തിയിൽ രണ്ട് ഭാഗങ്ങൾ ഉണ്ട്.

   (i) ഒന്നാം സ്ഥാനസംഖ്യയെ തെരഞ്ഞെടുക്കുക.

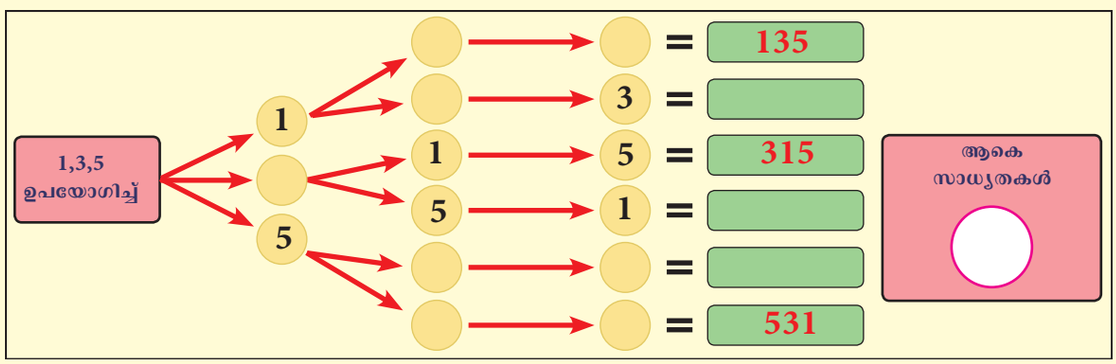
   (ii) പത്താം സ്ഥാനസംഖ്യയെ തെരഞ്ഞെടുക്കുക.

   തന്നിട്ടുള്ള പട്ടികയെ പൂർത്തീകരിക്കുക

		ഒന്നാം സ്ഥാനസംഖ്യ		
		1	3	5
പത്താം സ്ഥാന സംഖ്യ	1			15
	3		33	
	5	51		

2. 1, 3, 5 എന്നീ സംഖ്യകളും അവയുടെ ആവർത്തന സംഖ്യകൾ ഇല്ലാതെ നിർമ്മിക്കാവുന്ന മൂന്നക്കസംഖ്യകളെയും കണ്ടുപിടിക്കുക.

   താഴെ തന്നിട്ടുള്ള ശാഖാചിത്രത്തെ സംഖ്യകൾ കൊണ്ട് പൂരിപ്പിക്കുക.



നിങ്ങൾക്കറിയാമോ?

ആറ് അക്കങ്ങളുള്ള ഒരു പാസ്‌വേഡിനെ സൃഷ്ടിക്കുമ്പോൾ ആദ്യത്തെ രണ്ട് അക്കങ്ങൾ ഏതെങ്കിലും രണ്ട് ഇംഗ്ലീഷ് അക്ഷരങ്ങളും മൂന്നാമത്തെ അക്കം @, #, $, %, &, _,+,~, * പോലുള്ള പ്രത്യേക അംഗങ്ങളും അവസാനത്തെ മൂന്ന് അംഗങ്ങൾ 0മുതൽ 9 വരെയുള്ള ഏതെങ്കിലും മൂന്ന് സംഖ്യകളും ആയിരിക്കും. അതായത് ഒരു പാസ്‌വേഡിനെ സൃഷ്ടിക്കാനുള്ള സാധ്യമായ വ്യത്യസ്ത രീതികളുടെ എണ്ണം 26 × 26 × 10 × 10 × 10 × 10 = 67,60,000 ആകുന്നു.

07_8th_Maths_Malayalam_Unit_7.indd 237 23-09-2022 10:35:53

ഉദാഹരണം 7.4

ഒരു ചെറുപരീക്ഷയിൽ ശരിയോ തെറ്റോ രീതിയിലുള്ള മൂന്ന് ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ഏതൊക്കെ രീതികളിൽ വിദ്യാർത്ഥിക്ക് ഉത്തരം നല്കാൻ സാധിക്കും?

നിർദ്ധാരണം:

ചോദ്യം Q_1 ന്റെ ഉത്തരം ശരിയും Q_2 , Q_3 ചോദ്യങ്ങളുടെ ഉത്തരം TT, TF, FT, FF എന്നിങ്ങനെ നാലു രീതികളിലാണെന്ന് കരുതുക.

അതുപോലെ Q_2 എന്ന ചോദ്യത്തിന് ഉത്തരം തെറ്റും, Q_2 Q_3 എന്നീ ചോദ്യങ്ങളുടെ ഉത്തരം TT, TF, FT, FF എന്നിങ്ങനെ നാലു രീതികളിലാണെന്ന് കരുതുക.

അതായത്, ഓരോ ചോദ്യത്തിനും രണ്ട് സാധ്യതകളാണ് ഉള്ളത് (ശരി അല്ലെങ്കിൽ തെറ്റ്) ഒരു ചെറുപരീക്ഷയിൽ ഈ മൂന്ന് ചോദ്യങ്ങൾക്കും ഉത്തരം നൽകേണ്ട സാധ്യതാ രീതികളുടെ എണ്ണം **2x2x2 = 8** ആകുന്നു.

ചോദ്യങ്ങൾ പൂർത്തീകരിക്കാനുള്ള വഴികൾ

	ചോദ്യങ്ങൾ		
	Q_1	Q_2	Q_3
	T/F	T/F	T/F
ഉത്തരം 1	T	T	T
ഉത്തരം 2	T	T	F
ഉത്തരം 3	T	F	T
ഉത്തരം 4	T	F	F
ഉത്തരം 5	F	T	T
ഉത്തരം 6	F	T	F
ഉത്തരം 7	F	F	T
ഉത്തരം 8	F	F	F

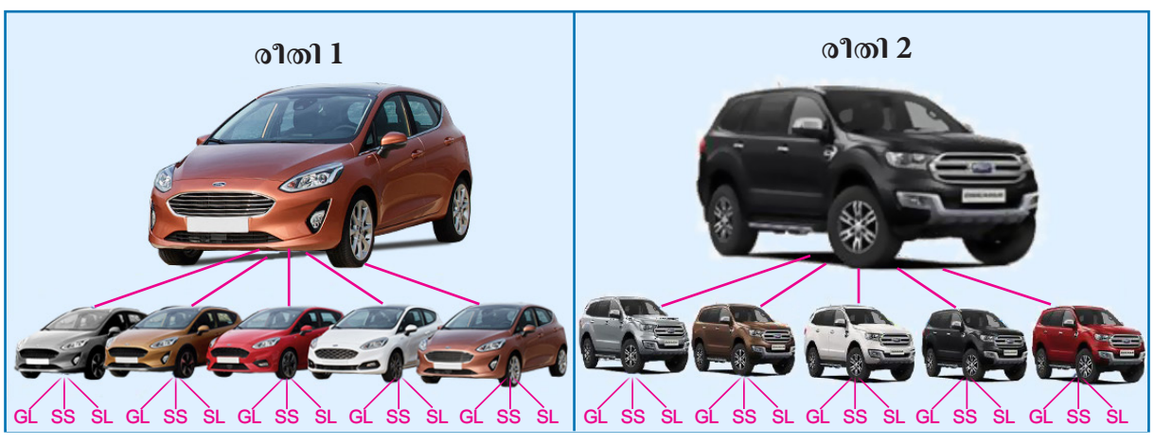
$[(1\ (Q_1) \times 2\ (T/F)) \times (1\ (Q_2) \times 2\ (T/F)) \times (1\ (Q_3) \times 2\ (T/F))] = 8$ വഴികൾ

ചിത്രം. 7.8

ഉദാഹരണം 7.5

മഥൻ ഒരു പുതിയ കാറു വാങ്ങാൻ തീരുമാനിച്ചു. അയാൾക്ക് താഴെപറയുന്ന സാധ്യതകൾ ഉണ്ട്.

- ചിത്രം. 7.9 ലുള്ളതുപോലെ 2 തരം കാറുകൾ ഉണ്ട്
- ചിത്രം. 7.9 ലുള്ളതുപോലെ ഓരോ തരത്തിലും 5 നിറങ്ങൾ ഉണ്ട്.
- ഓരോ നിറത്തിലും 3 മാതൃകകൾ ഉണ്ട്.
  - (i) സ്റ്റാൻഡേർഡ് മാതൃക (GL)
  - (ii) സ്പോർട്സ് മാതൃക (SS)
  - (iii) ആഡംബരമാതൃക (SL)



ചിത്രം. 7.9

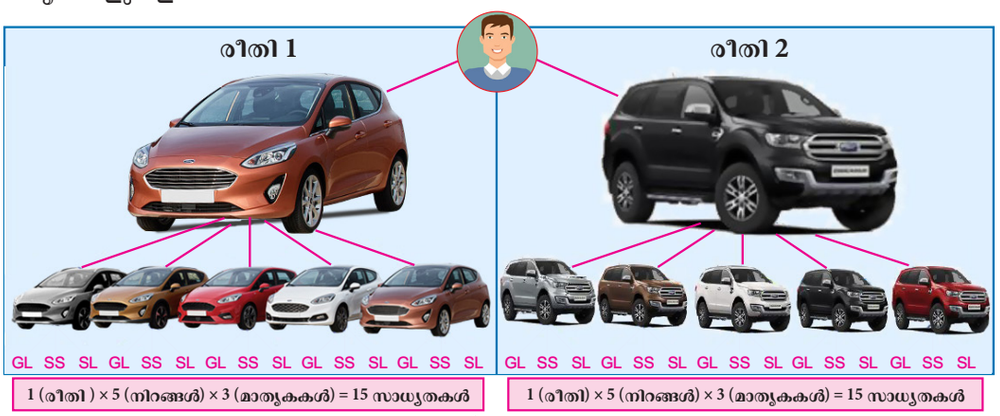
(i) ഏതൊക്കെ വ്യത്യസ്ത രീതികളിൽ മഥന് ഒരു പുതിയ കാർ വാങ്ങാൻ സാധിക്കും?

(ii) തരം 2, ൽ വെള്ളനിറം ഇല്ലെങ്കിൽ തന്നിട്ടുള്ള സാധ്യതകളിൽ നിന്നും മഥന് ഏതൊക്കെ രീതികളിൽ പുതിയ കാർ വാങ്ങാൻ സാധിക്കും?

07_8th_Maths_Malayalam_Unit_7.indd 238 23-09-2022 10:35:53

നിർദ്ധാരണം:

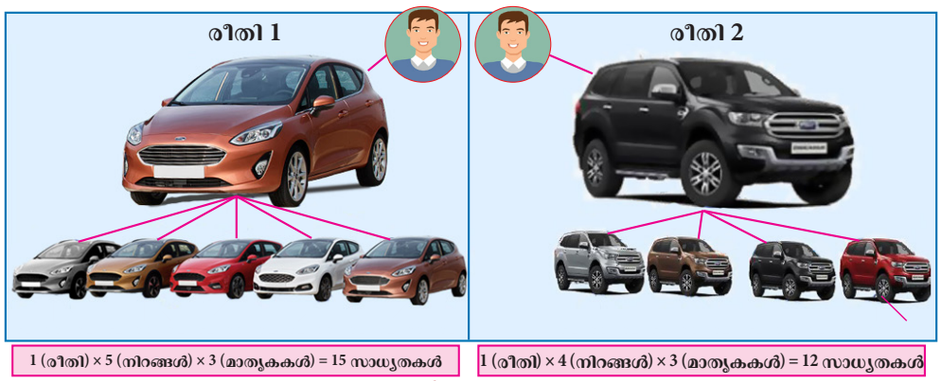
(i) ഇവിടെ നമുക്ക് 5 വ്യത്യസ്ത നിറങ്ങളിലുള്ള 2 തരം കാറുകളുണ്ട്. ഓരോ നിറത്തിലും 3 മാതൃകകളും ഉണ്ട്



ചിത്രം. 7.10

മഥന് ഒരു പുതിയകാർ വാങ്ങാനുള്ള പല വഴികളുടെ ആകെ എണ്ണം = **2 × 5 × 3 = 30.** (മുകളിൽ തന്നിട്ടുള്ള ചിത്രത്തിൽ നിന്നും വഴികളുടെ എണ്ണം കണ്ടുപിടിക്കാൻ നിങ്ങൾക്ക് സാധിക്കും).

(ii) 2 ാം തരത്തിൽ വെള്ളനിറം ഇല്ലെങ്കിൽ...



ചിത്രം. 7.11

തരം **1,** ൽ 5 നിറങ്ങളും 3 മാതൃകകളും ഉണ്ട്. അതുകൊണ്ട് **5 × 3 = 15** സാധ്യതകൾ ഉണ്ട്.
തരം **2,** ൽ 4 നിറങ്ങളും 3 മാതൃകകളും ഉണ്ട്. അതുകൊണ്ട് **4 × 3 = 12** സാധ്യതകൾ ഉണ്ട്.
അതിനാൽ പലവഴികളുടെ ആകെ എണ്ണം **15 + 12 = 27**
മുകളിൽ പറഞ്ഞ ഉദാഹരണം സങ്കലനത്തിന്റെയും ഗുണനത്തിന്റെയും തത്വങ്ങളെ വിശദീകരിക്കുന്നു.

7.3 ഗയിം കളിക്കൽ

സവിശേഷതകളെ ഉപയോഗപ്പെടുത്തുന്ന ഏതൊരു കളിയും ശരിയായ ചിന്തയെ ഉത്തേജിപ്പിക്കുന്നതിനായി ഉപയോഗിക്കുന്നു. അത് സങ്കീർണ്ണമായ ഗണിത ആശയത്തെ പര്യവേഷണം ചെയ്യാൻ സഹായിക്കുന്നു.

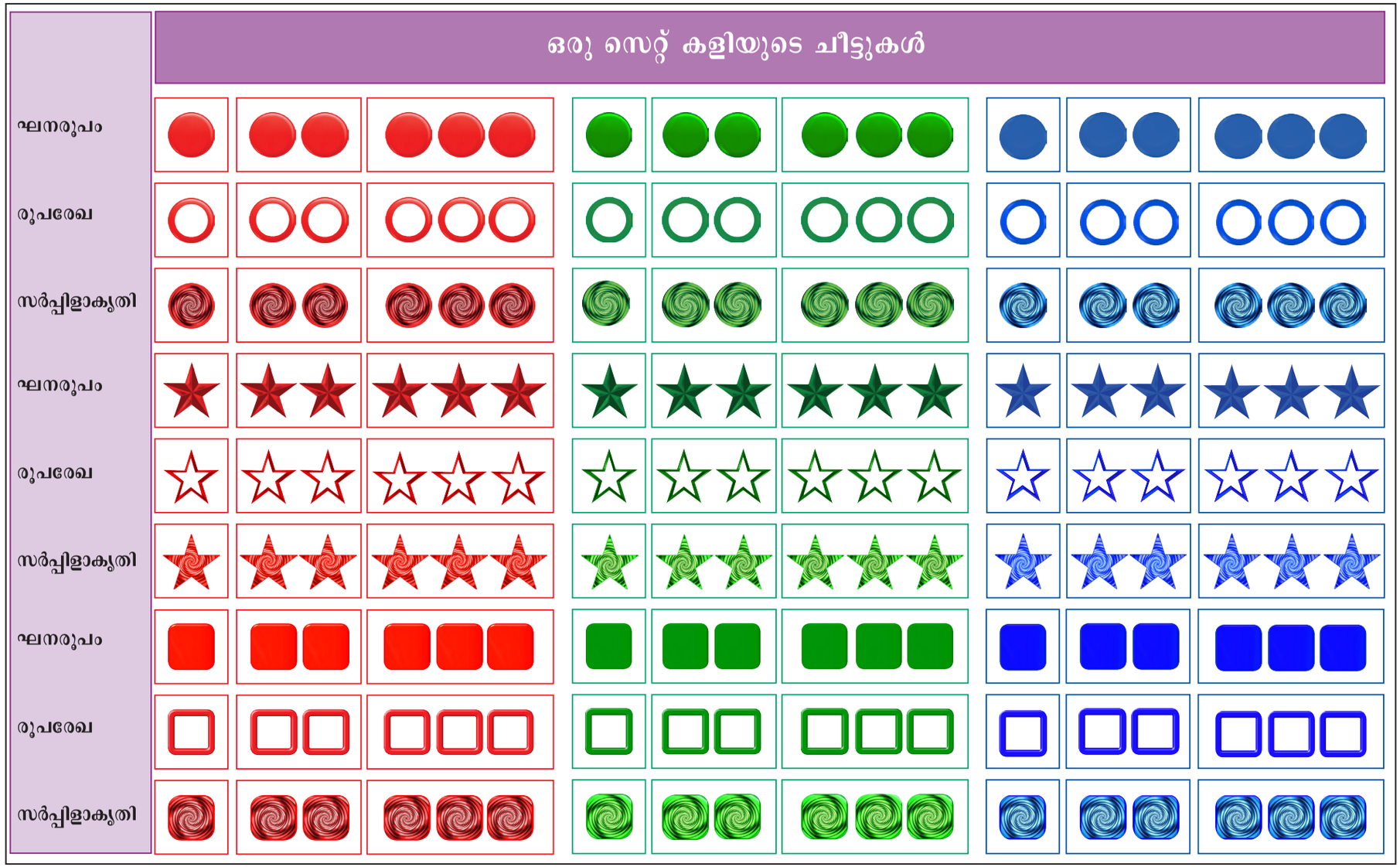
അഭിരുചികളാൽ വസ്തുക്കളെ സംഘടിപ്പിക്കുന്ന രീതികളുള്ള പ്രവർത്തികളുടെ വിപുലീകരണമാണ് ഒരു സെറ്റ് ഗയിം.

ഒരു സെറ്റ് ഗയിമിൽ ഒരാളുടെ കഴിവുകൾ പ്രകടമാകുന്നതോടൊപ്പം അത് ചിന്തയെ ഉത്തേജിപ്പിക്കുകയും ചെയ്യുന്നു

സെറ്റ് ഗയിം എന്നത് കണക്കിലെ കളിയാണ്. നാല് സവിശേഷതകളുള്ള കാർഡുകൾ ഇതിൽ ഉപയോഗിക്കുന്നു. അവ ആകൃതികൾ, നിറങ്ങൾ, നിഴലുകൾ, ആകൃതികളുടെ എണ്ണങ്ങൾ ഇവയാകുന്നു.

ഒരു സെറ്റ് കളിയിലെ ഒരു കെട്ട് ചീട്ടുകളിൽ 3 വ്യത്യസ്ത ആകൃതികൾ: വൃത്തം, നക്ഷത്രം, സമചതുരം കൂടാതെ 3 വ്യത്യസ്ത നിറങ്ങൾ ചുവപ്പ്, പച്ച, നീല എന്നിവയുണ്ട്? ഇങ്ങനെയുള്ള

07_8th_Maths_Malayalam_Unit_7.indd 239 23-09-2022 10:35:53



ചിത്രം. 7.12

07_8th_Maths_Malayalam_Unit_7.indd 240 23-09-2022 10:36:04

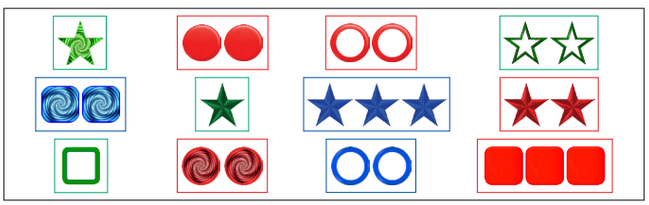
ഓരോ 9 കാർഡിലും (3 ആകൃതികൾ × 3 നിറങ്ങൾ) മൂന്നു വ്യത്യസ്ത നിഴലുകളും: ഘനരൂപ ം, രൂപരേഖ, സർപ്പിളാകൃതി കൂടാതെ ഓരോ കാർഡിലും മൂന്നു വ്യത്യസ്ത എണ്ണങ്ങളും ഉണ്ട്. അതിനാൽചിത്രം 7.12 ൽ ആകെ 81 കാർഡുകൾ (3 ആകൃതികൾ × 3 നിറങ്ങൾ × 3 നിഴലുകൾ × 3 എണ്ണങ്ങൾ) ഉണ്ടെന്ന് കാണാം.

ഒരു ഗണത്തിലെ മൂന്നു കാർഡുകൾ താഴെ പറയുന്ന നാല് നിബന്ധനകളേയും പാലിച്ചിരിക്കണം:

(i) മൂന്നു കാർഡുകൾക്കും ഒരേ ആകൃതി അഥവ മൂന്ന് വ്യത്യസ്ത ആകൃതി ഉണ്ടായിരിക്കും.
(ii) മൂന്നു കാർഡുകൾക്കും ഒരേ നിറവും അല്ലെങ്കിൽ വ്യത്യസ്ത നിറങ്ങളുമുണ്ടായിരിക്കും.
(iii) മൂന്നു കാർഡുകൾക്കും ഒരേ നിഴലും അഥവ മൂന്നു വ്യത്യസ്ത നിഴലുമുണ്ടായിരിക്കും.
(iv) മൂന്നു കാർഡുകൾക്കും ഒരേ എണ്ണവും അഥവ മൂന്ന് വ്യത്യസ്ത എണ്ണങ്ങളും ഉണ്ടായിരിക്കും.

സാഹചര്യം:

അധ്യാപിക ചിത്രം. 7.13 കാണിച്ചിട്ടുള്ളതു പോലെ 12 ചീട്ടുകളെ നിരത്തി വച്ചു. പിന്നീട് അതിൽ നിന്നും രണ്ട് ചീട്ടുകൾ  ,  എടുത്ത് വിവരിച്ചു. ഇങ്ങനെ അധ്യാപിക തുടർരീതിയിലൂടെ മൂന്നാമത്തെ ചീട്ടിനെ കണ്ടുപിടിച്ച് ഇനം രൂപപ്പെടുത്തുവാൻ ആവശ്യപ്പെട്ടു.



ചിത്രം. 7.13

ഓർമ്മിക്കുക, ഒരു ഇനത്തിൽ 3 ചീട്ടുകളാണുള്ളത്.

രീതി 1 ആകൃതിയെ അനുസരിച്ചാണെങ്കിൽ ഒന്ന് നക്ഷത്രമാകുന്നു.  അടുത്തതും നക്ഷത്രം  തന്നെ യാകുന്നു. ഈ രണ്ടുചീട്ടുകൾക്കും ഒരേ ആകൃതിയാണുള്ളത്. അതുകൊണ്ട് അവസാനത്തെ ചീട്ടിനും അതേ ആകൃതിയാണുള്ളത്. 

രീതി 2 നിറമനുസരിച്ചാണെങ്കിൽ ഒന്ന് പച്ചയും  മറ്റൊന്ന് ചുവപ്പുമാകുന്നു  ഈ രണ്ടു ചീട്ടുകൾക്കും വ്യത്യസ്ത നിറമാണുള്ളത്. അതുകൊണ്ട് അവസാനത്തെ കാർഡിനും വ്യത്യസ്തമായ മറ്റൊരു നിറം തന്നെയാണ് ഉണ്ടാകേണ്ടത് അത് നീലയാകുന്നു. 

രീതി 3 നിഴൽ അനുസരിച്ചാണെങ്കിൽ ഒന്ന് ഘനരൂപവും  മറ്റേതും ഘനരൂപവും  ആണ് രണ്ട് കാർഡുകൾക്കും ഒരേ നിഴലാണ്. അതിനാൽ അവസാനത്തെ കാർഡിനും അതേ നിഴലായിരിക്കും. 

രീതി 4 സംഖ്യ നോക്കുകയാണെങ്കിൽ ഒരു നക്ഷത്ര ചീട്ട് പച്ച  ഘന രൂപത്തിലും മറ്റേത് രണ്ട്നക്ഷത്രങ്ങളുള്ള ചുവന്ന ഘനരൂപവുമാണ്.  അതിനാൽ അവസാനത്തെ കാർഡ് മൂന്ന് എണ്ണമുള്ള നീല ചീട്ടാണ്.  അതിനാൽ മൂന്ന് സെറ്റ് കാർഡുകൾക്കും വ്യത്യസ്ത എണ്ണങ്ങളും വ്യത്യസ്ത നിറങ്ങളും കൂടാതെ ഒരേ ആകൃതിയും നിഴലുകളും ആയിരിക്കും

07_8th_Maths_Malayalam_Unit_7.indd 241 23-09-2022 10:36:05

അവസാനമായി, 

ആകൃതി : എല്ലാം ഒരുപോലെ ✓ നിറം : എല്ലാം വ്യത്യസ്തമാണ് ✓

നിഴൽ : എല്ലാം ഒരുപോലെ ✓ എണ്ണം : എല്ലാം വ്യത്യസ്തമാണ് ✓

ഇപ്പോൾ ഒരു ഇനം രൂപീകരിക്കാനുള്ള എല്ലാ നിയമങ്ങളും പാലിക്കപ്പെടുന്നു.

അധ്യാപിക ചിത്രം.7.13 ൽ നിന്നും രണ്ട് ഇനങ്ങൾ കൂടെ കണ്ടുപിടിക്കുവാൻ കുട്ടികളോട് ആവശ്യപ്പെടുന്നു. ആദ്യം ഇനത്തെ പരിശോധിക്കാൻ തുടങ്ങാം.

1. 

ആകൃതി : എല്ലാം ഒരുപോലെ ✓ നിറം : എല്ലാം ഒരുപോലെ ✓

നിഴൽ : എല്ലാം വ്യത്യസ്തമാണ് ✓ എണ്ണം : എല്ലാം ഒരുപോലെ ✓

അതെ ഇത് ഇനം **(SET)** ആകുന്നു.



ചിന്തിക്കുക

ചിത്രം 7.13 ലുള്ള **12** ചീട്ടുകളിൽ 7 സെറ്റ് സാധ്യമാണ്. നിരീക്ഷിക്കുക (ആവർത്തനം സാധ്യമാണ്).

2. 

ആകൃതി : എല്ലാം വ്യത്യസ്തമാണ് ✓ നിറം : എല്ലാം വ്യത്യസ്തമാണ് ✓

നിഴൽ : എല്ലാം വ്യത്യസ്തമാണ് ✓ എണ്ണം : എല്ലാം വ്യത്യസ്തമാണ് ✓

അതെ ഇത് ഇനം **(SET)** ആകുന്നു.

വീണ്ടും അധ്യാപിക ഒരു ഇനം രൂപപ്പെടുത്തിയതിനു ശേഷം അതൊരു ഇനമാണോ എന്ന് പരിശോധിക്കാൻ ആവശ്യപ്പെടുന്നു?

3. 

ആകൃതി : എല്ലാം ഒരുപോലെ അല്ലെങ്കിൽ എല്ലാം വ്യത്യസ്തമാണ് ✗

നിഴൽ : എല്ലാം ഒരുപോലെ അല്ലെങ്കിൽ എല്ലാം വ്യത്യസ്തമാണ് ✗

നിറം : എല്ലാം ഒരുപോലെ അല്ലെങ്കിൽ എല്ലാം വ്യത്യസ്തമാണ് ✗

എണ്ണം: എല്ലാം ഒരുപോലെ അല്ലെങ്കിൽ എല്ലാം വ്യത്യസ്തമാണ് ✗

ഇല്ല, ഇതൊരു ഇനമല്ല **(SET)** .

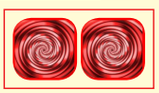
മുകളിൽ പറഞ്ഞ ഇനരൂപീകരണ നിയമങ്ങൾ പൂർത്തീകരിക്കുന്നില്ല. അതായത് ഒരു ഇനത്തിൽ മൂന്നു ചീട്ടുകളാണുള്ളത്. അവയിൽ ഓരോന്നിന്റെയും സവിശേഷത ഇപ്രകാരമാണ്. ഓരോ ചീട്ടിലും ഒരുപോലെ ഉള്ളതും അല്ലെങ്കിൽ എല്ലാം വ്യത്യസ്തവുമായിരിക്കും.



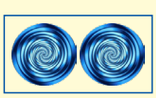
പ്രവർത്തി

താഴത്തെ നിരയിൽ നിന്നും ശരിയായ ചീട്ടിനെ തെരഞ്ഞെടുത്ത് കൃത്യമായ ഇനങ്ങളെരൂപപ്പെടുത്തുക. ഒരെണ്ണം നിങ്ങൾക്കായി ചെയ്തിട്ടുണ്ട്.

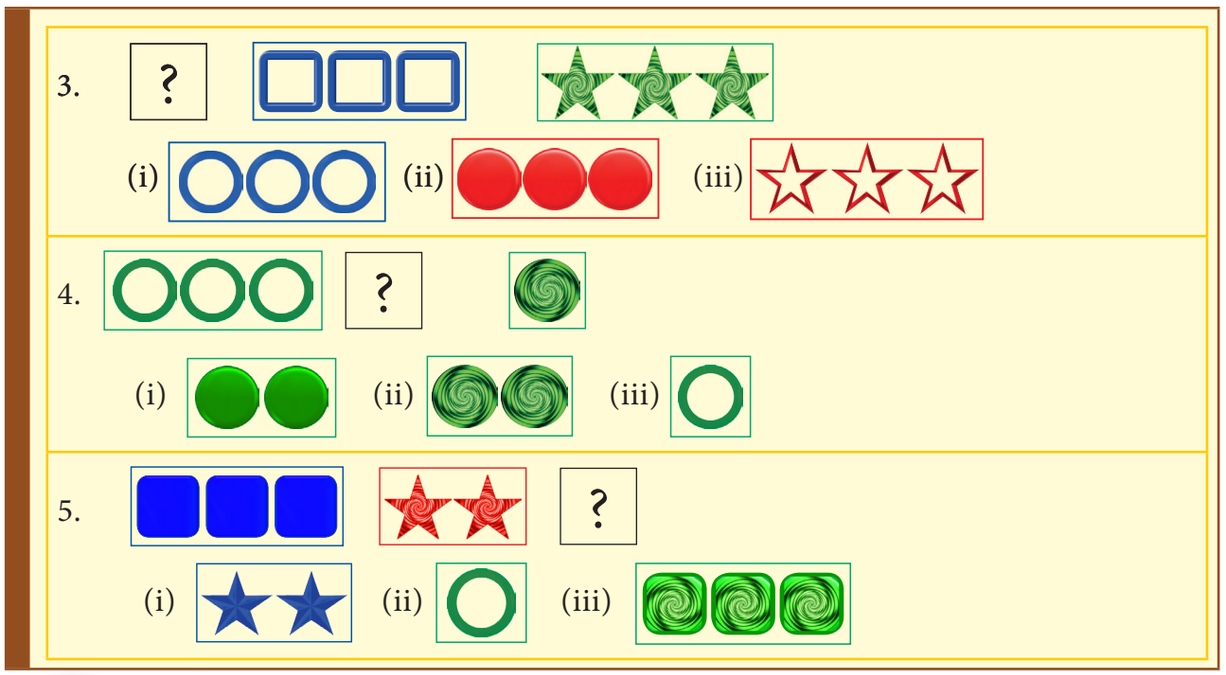
1. 

(i)  (ii)  (iii)  Ans: 

2. 

(i)  (ii)  (iii) 

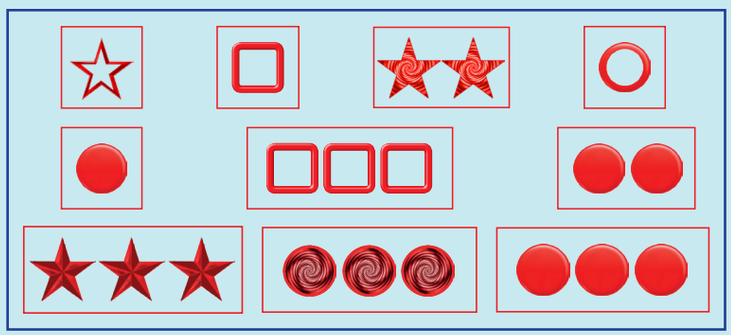
07_8th_Maths_Malayalam_Unit_7.indd 242 23-09-2022 10:36:06



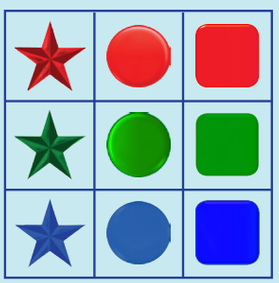


ശമിക്കുക

1. ചീട്ടുകളുടെ ഇനങ്ങളിൽ നിന്നും ഏതെങ്കിലും 5 ഇനങ്ങളെ കണ്ടുപിടിക്കുക (ചീട്ടുകളുടെ ആവർത്തനം സാധ്യമാണ്)



2. ഇനങ്ങളിലുള്ള മാന്ത്രിക ചതുരങ്ങൾക്ക് ഉദാഹരണമാണ് ഇത്. ഇതു പോലെ രണ്ടെണ്ണം നിങ്ങൾക്ക് നിർമ്മിയ്ക്കാമോ



7.4 രൂപരേഖയ്ക്ക് നിറം കൊടുക്കൽ

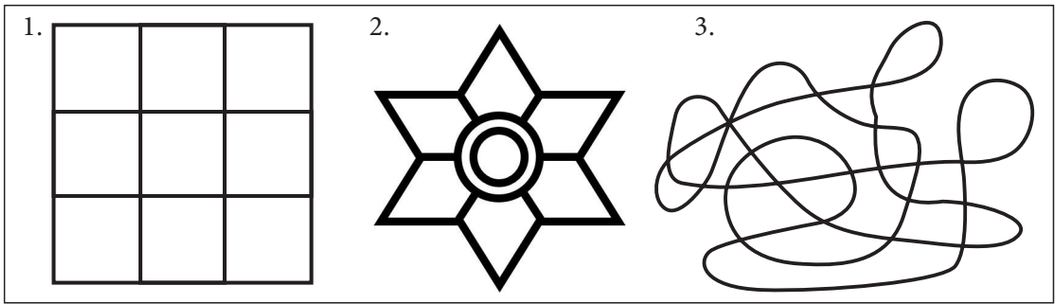
ഒരു രൂപരേഖയിലെ വ്യത്യസ്ത സവിശേഷതകൾക്ക് വ്യത്യസ്തനിറങ്ങൾ കൊടുക്കുന്നതിനെയാണ് രൂപരേഖയ്ക്ക് നിറം കൊടുക്കൽ എന്നു പറയുന്നത്. ഗണിത ശാസ്ത്രത്തിലെ പ്രശ്നമെന്നത് ഒരു രൂപരേഖയ്ക്ക് നിറം നല്കുവാൻ ആവശ്യമായ ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ നിറങ്ങളെ നിർണ്ണയിക്കുക എന്നതാണ്. അതിനാൽ സമീപ ഭാഗങ്ങൾക്ക് ഒരേ നിറമായിരിക്കും. രൂപരേഖയ്ക്ക് നിറം നല്കുന്നതിന്റെ പങ്കിനെ കുറിച്ച് നമുക്ക് പഠിയ്ക്കാം.

നിർദ്ധാരണം:

അധ്യാപിക ക്ലാസിലുള്ള കുട്ടികളെ രണ്ടുവിഭാഗങ്ങളായി തിരിച്ചു. ഒരു വിഭാഗത്തോട് പരമാവധി സാധ്യമായ നിറങ്ങൾ ഉപയോഗിക്കാൻ ആവശ്യപ്പെട്ടു. മറ്റേ വിഭാഗത്തോട് നിറങ്ങളെ ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ എണ്ണത്തിൽ തന്നിട്ടുള്ള രീതിയിൽ ഉപയോഗിക്കാൻ ആവശ്യപ്പെട്ടു.

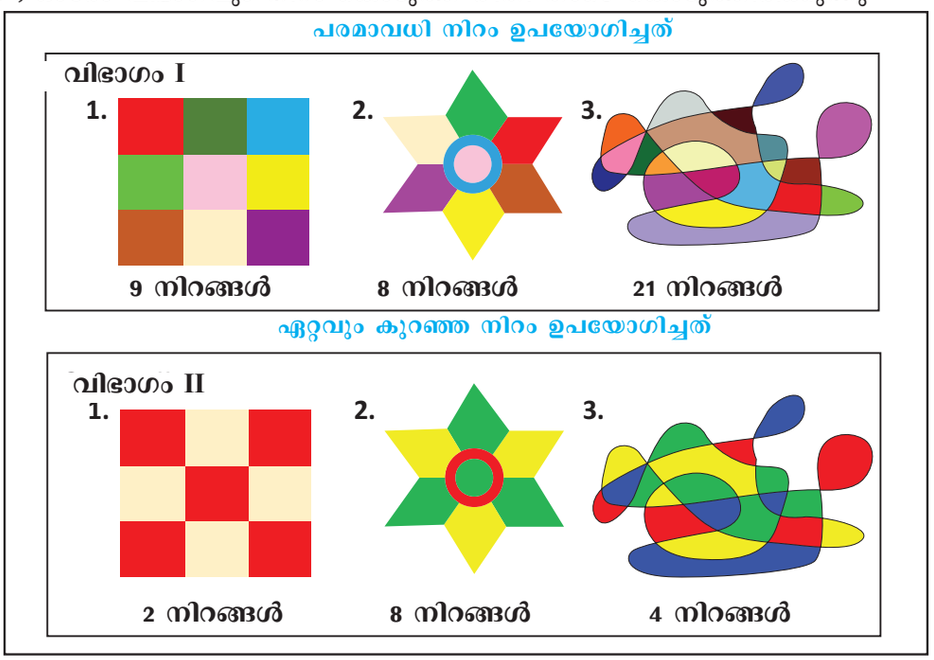
ഒരേ ഒരു നിയമം ഉള്ളത് നിഴലിട്ടഭാഗങ്ങളുടെ വക്കുകൾ ഒരേ നിറത്തിലാകരുത് എന്നാൽ മൂലകളിൽ ചേരാൻ അനുവദിക്കുന്നു.

07_8th_Maths_Malayalam_Unit_7.indd 243 23-09-2022 10:36:09



ചിത്രം. 7.14

ചിത്രം. 7.15 , ഓരോ വിഭാഗവും നിറം കൊടുത്ത രീതി താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു



ചിത്രം. 7.15

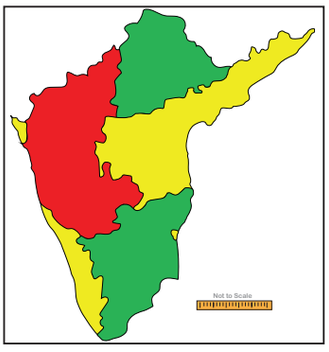
മുകളിലെ പരിശോധനയിൽ നിന്നും നമുക്ക് ചില രസകരമായ ഫലങ്ങൾ ലഭിക്കുന്നു. ഭൂപടത്തിന് നിറം കൊടുക്കുന്നത് രസാവഹമാണ്

ഭൂപടത്തിന് നിറം നല്കുമ്പോൾ ഓരോ ഭാഗങ്ങളിലും നൽകേണ്ട നിറം തെരഞ്ഞെടുക്കണം. അതുകൊണ്ട് വക്കുകളിൽ വ്യത്യസ്തനിറം ഉണ്ടാകുന്നു. താഴെ തന്നിട്ടുള്ള ഉദാഹരണങ്ങളിൽ നിന്നും നമുക്ക് കൂടുതൽ പഠിയ്ക്കാം.

ഉദാഹരണം 7.6

തെക്കേ ഇന്ത്യയുടെ ഭൂപടത്തിൽ ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ എണ്ണം നിറങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് നിറം കൊടുക്കുക.

നിർദ്ധാരണം:



ചിത്രം. 7.17

ഇത് ഒരു നിർദ്ധാരണമാകുന്നു. കൂടുതൽ നിർദ്ധാരണങ്ങൾ ശ്രമിക്കുക.



ചിത്രം. 7.16

07_8th_Maths_Malayalam_Unit_7.indd 244 23-09-2022 10:36:10

പ്രവർത്തി

ഇന്ത്യയിലെ സംസ്ഥാന ഭൂപടത്തിൽ ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ എണ്ണം നിറങ്ങൾ ഉപയോഗിക്കുക.



ചിത്രം. 7.18

ശ്രമിക്കുക

നിങ്ങളുടെ സ്കൂൾ കെട്ടിടത്തിന്റെ രൂപരേഖ വരച്ച് അതിൽ ഹെഡ്മാസ്റ്ററുടെ മുറി, ക്ലാസ്സ് മുറികൾ, അധ്യാപകരുടെ മുറി, സയൻസ്സ് ലാബ്, PET മുറി, കംമ്പ്യൂട്ടർ ലാബ്, ആഫീസ് മുറി എന്നിവ രേഖപ്പെടുത്തുക. ഗ്രാഫ് നിറം കൊടുക്കൽ ഉപയോഗിച്ച് പര മാവധി കുറഞ്ഞ എണ്ണം നിറങ്ങളോടു കൂടി രൂപരേഖയ്ക്ക് നിറം കൊടുക്കുക.

അഭ്യാസം 7.1



1. നിങ്ങൾ ഒരു ഐസ്ക്രീം അല്ലെങ്കിൽ കേക്ക് കഴിക്കാൻ, പോകുന്നു എന്നിരിക്കട്ടെ. ഐസ്ക്രീമിൽ മൂന്ന് രുചികളുണ്ട്. (ചോക്ക്ളേറ്റ്, സ്ട്രാബറി, വേനില) കേക്കിൽ രണ്ട് രുചികളുണ്ട് (ഓറഞ്ച്, ചുവപ്പ്, വെൽവെറ്റ്) ഒരു ഐസ്ക്രീം അല്ലെങ്കിൽ കേക്കിനെ തെരഞ്ഞെടുക്കുവാൻ ഉള്ള സാധ്യതകൾ എത്ര?
2. ശാന്തിയ്ക്ക് 5 ചുരിദാർ സെറ്റുകളും 4 ഫ്രാക്കുകളും ഉണ്ട്. ഏതൊക്കെ സാധ്യമായ രീതികളിൽ ഒരു ചുരിദാറോ അല്ലെങ്കിൽ ഫ്രാക്കോ അവൾക്ക് ധരിക്കാൻ സാധിക്കും ?

07_8th_Maths_Malayalam_Unit_7.indd 245 23-09-2022 10:36:11

3. ഒരു ഹയർസെക്കന്ററി സ്കൂളിൽ പതിനൊന്നാം ക്ലാസ്സിൽ താഴെപറയുന്ന ഗ്രൂപ്പുകളുണ്ട്

I. സയൻസ്സ് ഗ്രൂപ്പ്:

(i) ഫിസിക്സ്, കെമിസ്ട്രി, ബയോളജി, കണക്ക്

(ii) ഫിസിക്സ്, കെമിസ്ട്രി, കണക്ക്, കമ്പ്യൂട്ടർ സയൻസ്

(iii) ഫിസിക്സ്, കെമിസ്ട്രി, ബയോളജി, ഹോംസയൻസ്



II. ആർട്ട്സ് ഗ്രൂപ്പ്:

(i) അക്കൗണ്ടൻസി, കോമേഴ്സ്, ബയോളജി, ബിസിനസ്സ് കണക്ക്

(ii) അക്കൗണ്ടൻസി, കോമേഴ്സ്, എക്കണോമിക്സ്, കമ്പ്യൂട്ടർ സയൻസ്

(iii) ഹിസ്റ്ററി, ജോഗ്രഫി, എക്കണോമിക്സ്, കോമേഴ്സ്

III. വൊക്കേഷണൽ ഗ്രൂപ്പ്:

(i) നേഴ്സിംങ്, ബയോളജി, തിയറി, പ്രാക്ടിക്കൽ I, പ്രാക്ടിക്കൽ II

(ii) ടെക്സ്റ്റയിൽസ് അല്ലെങ്കിൽ ട്രസ്സ് ഡിസൈനിംങ് – ഹോം സയൻസ്സ്, തിയറി, പ്രാക്ടിക്കൽ I പ്രാക്ടിക്കൽ II

ഒരു വിദ്യാർത്ഥിയ്ക്ക് ഒരു ഗ്രൂപ്പ് തെരഞ്ഞെടുക്കാൻ സാധ്യമായ വഴികൾ എത്രയാണ്?

4. നിങ്ങൾക്ക് 2 സ്കൂൾ ബാഗുകളും 3 വാട്ടർ ബോട്ടിലും ഉണ്ടെങ്കിൽ സ്കൂളിലേക്ക് പോകുമ്പോൾ സ്കൂൾ ബാഗിനേയും വാട്ടർബോട്ടിലിനേയും എത്ര വ്യത്യസ്ത രീതികളിൽ കൊണ്ടുപോകുവാൻ സാധിക്കും?

5. കുട്ടികളുടെ ക്രമസംഖ്യയെ ഒരു ഇംഗ്ലീഷ് അക്ഷരത്തോടൊപ്പം മൂന്ന് അക്കങ്ങൾ ചേർത്ത് നിർമ്മിച്ചിരിക്കുന്നു. അക്ഷരങ്ങൾ A, B, C, D, E യും മൂന്നക്കങ്ങൾ 0 മുതൽ 9. വരെ ഉള്ളവയുമാകുന്നു. ഏതൊക്കെ രീതികളിൽ ക്രമസംഖ്യകൾ നിർമ്മിയ്ക്കാം (A000, B000, C000, D000 കൂടാതെ E000 എന്നിവ ഒഴികെ)

6. ഒരു ജ്വല്ലറി കടയിലെ സേഫ്റ്റി ലോക്കറിനെ നാലക്കകോഡ് ആവശ്യമാണ്. കോഡിലെ അക്കങ്ങൾ 0 മുതൽ 9 വരെ ഉള്ളതാകുന്നു. എത്ര കോഡുകൾ സാധ്യമാണ് ?



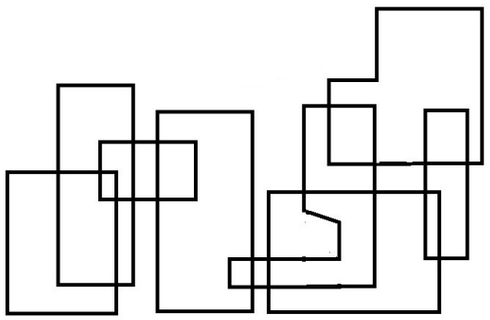
7. ഒരു പരീക്ഷാ പേപ്പറിൽ മൂന്നു വിഭാഗങ്ങളുണ്ട്. ഓരോന്നിലും 5 ചോദ്യങ്ങളുമുണ്ട്. ഓരോ വിഭാഗത്തിൽ നിന്നും ഒരു ചോദ്യത്തിന് ഉത്തരം എഴുതണം. ഏതൊക്കെ വ്യത്യസ്ത രീതികളിൽ ഉത്തരം നല്കാൻ സാധിക്കും?

8. ഒരു സ്പിന്നർ രണ്ടു പ്രാവശ്യം പന്തെറിയുന്നു. കിട്ടുന്ന രണ്ടു സംഖ്യകളും ഒരു രണ്ടക്ക സംഖ്യയായി മാറാൻ ഉപയോഗിക്കുന്നു. എത്ര വ്യത്യസ്തമായ രണ്ടക്കസംഖ്യകൾ സാധ്യമാണ്



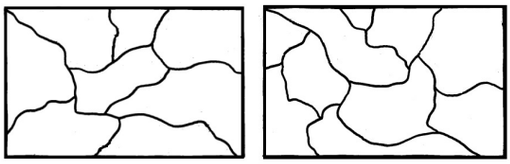
9. രമ്യ തന്റെ മുറിയുടെ ഭിത്തിയിലുള്ള രൂപ രേഖയ്ക്ക് ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ ചെലവിൽ പെയിന്റ് ചെയ്യാൻ തീരുമാനിച്ചു. രണ്ട് നിറങ്ങൾ കൊണ്ടു മാത്രം അതിനെ പെയിന്റു ചെയ്യുവാൻ അവളെ സഹായിക്കുക? എന്നാൽ അടുത്തടുത്തുള്ള കള്ളികളിൽ ഒരേ നിറം വരാനും പാടില്ല. ഈ രൂപ രേഖ ചിത്രത്തിൽ കാണിച്ചിട്ടുണ്ട്.





07_8th_Maths_Malayalam_Unit_7.indd 246 23-09-2022 10:36:11

10. താഴെ തന്നിട്ടുള്ള ഭൂപടങ്ങളെ ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ എണ്ണം നിറങ്ങൾ കൊണ്ട് പെയിന്റ് ചെയ്യുക. എന്നാൽ രണ്ട് സമീപ രാജ്യങ്ങൾക്ക് ഒരേ നിറം വരാൻ പാടില്ല.



തെരഞ്ഞെടുത്തെഴുതുക

11. ഒരു ക്ലാസ്സിൽ 26 ആൺകുട്ടികളും 15 പെൺകുട്ടി കളും ഉണ്ട്. അധ്യാപികയ്ക്ക് ഏതെങ്കിലും ഒരു ആൺ കുട്ടിയേയൊ പെൺകുട്ടിയേയൊ കിസ് മത്സരത്തിനായി തെരഞ്ഞെടുക്കണം. ഏതൊക്കെ രീതികളിൽ അധ്യാപി കയ്ക്ക് തെരഞ്ഞെടുക്കാൻ സാധിക്കും?
(A) 41 (B) 26 (C) 15 (D) 390

12. മൂന്ന് നാണയങ്ങളെ ഒരു പ്രാവശ്യം ടോസ്സിടുമ്പോൾ എത്ര ഫലങ്ങൾ ലഭിക്കുന്നു?
(A) 6 (B) 8 (C) 3 (D) 2

13. A,B,C, D എന്നീ സാധ്യതകൾ ഉപയോഗിച്ച് മൂന്ന് തെരഞ്ഞെടുത്ത് എഴുതുന്ന ചോദ്യങ്ങൾക്ക് എത്ര രീതിയിൽ ഉത്തരം നല്കും?
(A) 4 (B) 3 (C) 12 (D) 64

14. 7 എന്ന സംഖ്യയുള്ള എത്ര രണ്ടക്കസംഖ്യകൾ ഉണ്ട് ?
(A) 10 (B) 18 (C) 19 (D) 20

7.5 ഫിബൊനാച്ചി സംഖ്യകൾ

മുൻ ക്ളാസുകളിൽ പ്രകൃതിയിലെയും മനുഷ്യനിർമ്മിതവുമായ മനോഹരവുമായ വസ്തുക്കൾ ഗണിതശാസ്ത്രവുമായി എപ്രകാരം ബന്ധപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു എന്ന് നാം പഠിച്ചു കഴിഞ്ഞു. നമ്മുക്ക് ഇപ്പോൾ എല്ലാം പേരുടെയും ഓർമ്മകളെ ഒന്നു പുതുക്കാം കൂടാതെ നമുക്ക് ചുറ്റിലുമുള്ള ഭൗതികജൈവപ ദാർത്ഥങ്ങളിൽ കാണപ്പെടുന്ന ഗണിതം എത്ര മനോഹരമാണെന്ന് മനസ്സിലാക്കാം.

ഫിബൊനാച്ചി (യഥാർത്ഥ പേര്) (ലനാർഡോ ബൊണാക്സി) ഒരു ഇറ്റലിക്കാരനായ ഗണിതശാസ്ത്രജ്ഞനാണ്. അദ്ദേഹമാണ് ഫിബൊനാച്ചി അനുക്രമത്തെ വികസിപ്പിച്ച് എടുത്തത് അത് ഏകദേശം ഇതു പോലിരിക്കും. 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34... തുടർന്നു പോകുന്നു. 6 -ാം ക്ളാസിൽ നമ്മൾ പഠിച്ച ഫിബൊനാച്ചി അനുക്രമത്തിന്റെ രിതിയെ ഓർമിപ്പിക്കുക.

പദം (n)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	...
F (n)	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144	233	377	610	...

ഫിബൊനാച്ചി അനുക്രമത്തെ പട്ടികപ്പെടുത്തി നിയമം കണ്ടുപിടിക്കുക

ഫിബൊനാച്ചി അനുക്രമത്തിന്റെ മൂന്നാം പദം രണ്ടാം പ ദത്തിന്റെയും ഒന്നാം പദത്തിന്റെയും കൂട്ടുതുകയാണെന്ന് നമ്മുക്കറിയാം.

F(1)	F(2)	F(3)	F(4)	F(5)	F(6)	F(7)	...
1	1	2	3	5	8	13	...

F(3) = F(2)+F(1)

അതായത്, **F(3) = F(2) + F(1)** നിയമത്തെക്കുറിച്ച് നമ്മുക്ക് ഇപ്രകാരം വിപുലികരിച്ച് എഴുതാം.
F(n)= F(n–1) + F(n–2)

ഇവിടെ **F(n)** എന്നത് **n^{th}** പദം ആകുന്നു.

F(n–1) എന്നത് **n^{th}** പദത്തിന്റെ മുൻപദമാണ്.

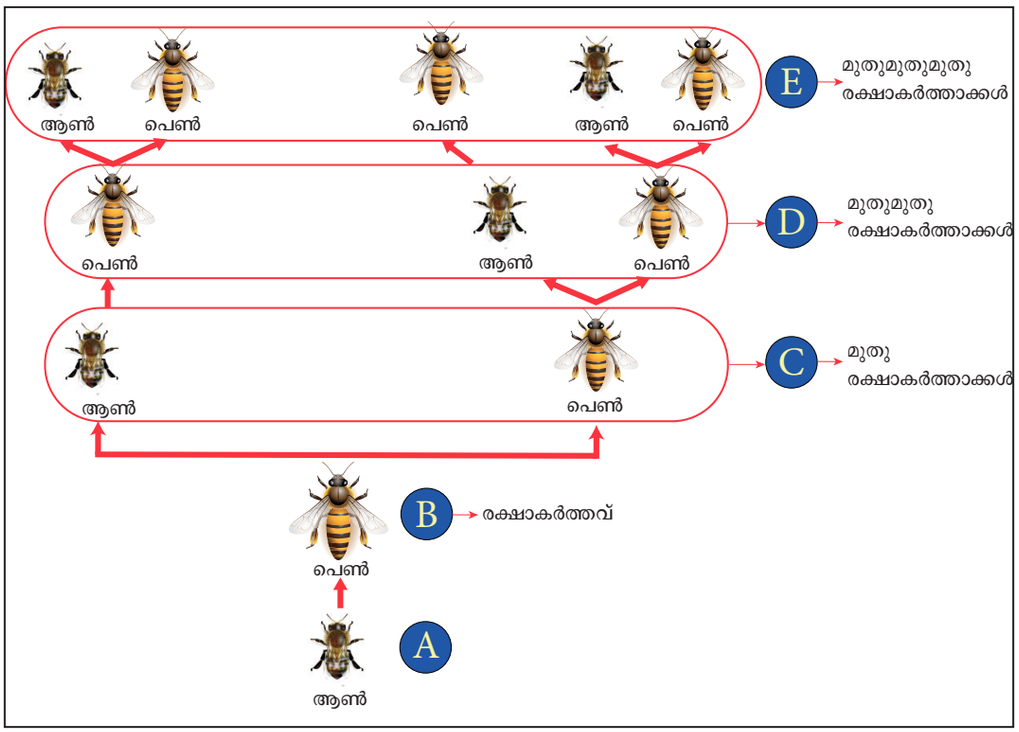
F(n–2) എന്നത് **$(n–1)^{th}$** പദത്തിന്റെ മുൻപിലുള്ള പദമാണ്.

ഇപ്രകാരമാണ് ഫിബൊനാച്ചി അനുക്രമത്തെ കണ്ടുപിടിക്കുന്നത്. താഴെ തന്നിട്ടുള്ള യഥാർത്ഥ ജീവ ഉദാഹരണങ്ങളിൽ നിന്നും കൂടുതൽ നമ്മുക്ക് പഠിക്കാൻ ശ്രമിക്കാം.

07_8th_Maths_Malayalam_Unit_7.indd 247 23-09-2022 10:36:11

നിർദ്ധാരണം

ഒരു ആൺ തേനിച്ചയുടെയും പെൺതേനീച്ചയുടേയും കുടുംബത്തെ പരിശോധിക്കാം. ഇവിടെ പെൺതേനീച്ചയ്ക്ക് രണ്ട് രക്ഷാകർത്താക്കളുണ്ട് എന്നാൽ ആൺതേനീച്ചകൾക്ക് ഒരു രക്ഷാകർത്താവു മാത്രമേയുള്ളു. അത് പെൺതേനീച്ചയാകുന്നു. ആൺതേനീച്ചകളെ ഉത്പാദിപ്പിക്കുന്നത് രാജ്ഞി തേനീച്ചകളുടെ ബീജസങ്കലനം നടക്കാത്ത മുട്ടകളിൽ നിന്നുമാണ് ഈ ആൺ ഈച്ചകൾ ഉണ്ടാകുന്നത് . അതുകൊണ്ട് ആൺ ഈച്ചകൾക്ക് അമ്മ മാത്രമെ ഉള്ളു. അച്ഛൻ ഇല്ല



ചിത്രം. 7.19

ചിത്രത്തിൽ നിന്നും താഴെ പറയുന്ന വസ്തുതകൾ മനസ്സിലാക്കാം.

1. ആണീച്ച, (A) ആണിച്ചയ്ക്ക് ഒരു രക്ഷാകർത്താവ്. അത് പെണ്ണീച്ച (B).
2. ആണീച്ച (A) രണ്ട് മൂത്തരക്ഷാകർത്താക്കളുണ്ട്. എന്തെന്നാൽ ആണീച്ചയുടെ അമ്മയ്ക്ക് രണ്ട് രക്ഷാകർത്താക്കളുണ്ട്. അത് (A) ആണീച്ചയും (B) പെണ്ണീച്ചയുമാകുന്നു.
3. ആണീച്ചയ്ക്ക് മൂന്ന് മുതുരക്ഷാകർത്താക്കളുണ്ട്. ആണീച്ചയുടെ മുത്തശ്ശിക്ക് രണ്ട് രക്ഷാകർത്താക്കളുണ്ട്. എന്നാൽ ആണീച്ചയുടെ മുത്തശ്ശന് ഒരു രക്ഷാകർത്താവാണുള്ളത്.

എങ്കിൽ (A) ആണീച്ചയ്ക്ക് എത്ര മുതുമുതു രക്ഷാകർത്താക്കൾ ഉണ്ട് എന്ന് കണ്ടുപിടിക്കുക.

താഴെ തന്നിട്ടുള്ള പട്ടികയിൽ നിന്നും തേനീച്ചകളുടെ കുടുംബത്തിലെ ബന്ധങ്ങളുടെ രീതിയെ കണ്ടുപിടിക്കാൻ ശ്രമിക്കുക.

എണ്ണം (A)	രക്ഷാകർത്താക്കൾ (B)	മുതു രക്ഷാകർത്താക്കൾ (C)	മുതുമുതു രക്ഷാകർത്താക്കൾ (D)	മുതുമുതുമുതു രക്ഷാകർത്താക്കൾ (E)	മുതുമുതുമുതുമുതു രക്ഷാകർത്താക്കൾ (F)
ആൺതേനീച്ച	1	2	3	5	8
പെൺതേനീച്ച	2	3	5	8	13

മുകളിൽ പറഞ്ഞിരിക്കുന്ന പട്ടികയിൽ 1,1,2,3,5 —— എന്ന ഫിബൊനാച്ചി സംഖ്യകളെ നമ്മുക്ക് കാണാം

07_8th_Maths_Malayalam_Unit_7.indd 248 23-09-2022 10:36:12

കുറിപ്പ്

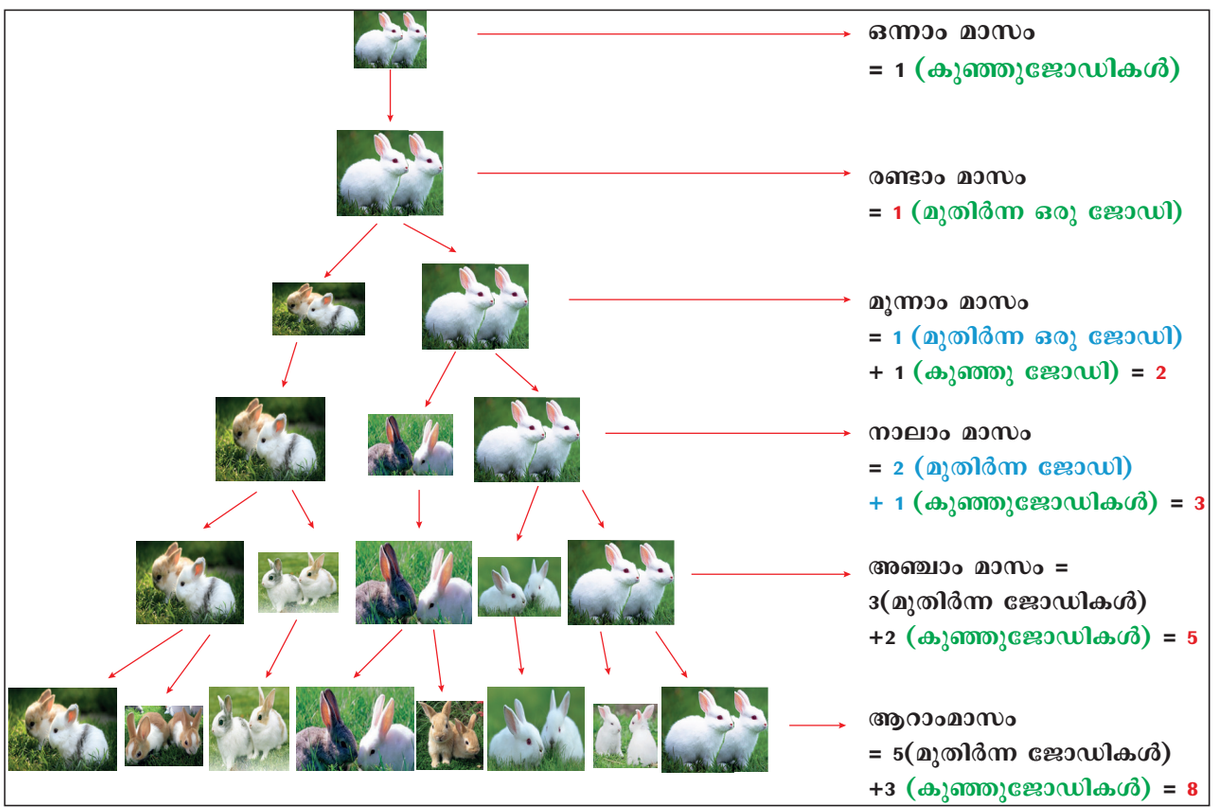
ഒരു ഫിബൊനാച്ചി അനുക്രമത്തിൽ അടുത്തടുത്ത രണ്ട് സംഖ്യകൾക്കിടയിലുള്ള വ്യത്യാസം വളരെ വേഗം കൂടുന്നു. ഉദാഹരണം F(5) – F(4) = 5 – 3 = **2** ; F(10) – F(9) = 55 – 34 = **21** ; F(15) – F(14) = 610 – 377 = **233** ; ആകുന്നു വ്യത്യാസം വളരെ വേഗത്തിൽ കൂടുന്നത് ശ്രദ്ധിക്കുക.

ഉദാഹരണം 7.7

ഒരു ജോഡി കുഞ്ഞ് മൂയലുകൾ ഓരോ മാസത്തിലും ഒരു പുതിയ ജോഡിയെ സൃഷ്ടിക്കുന്നു. രണ്ടാം മാസം മുതൽ ഒരോ ജോഡികളും ഉത്പാദനം നടത്തുന്നു. ഒരു വർഷത്തിൽ ഒരു ജോഡിയിൽ നിന്നും എത്ര ജോഡികൾ ഉണ്ടാകുന്നു എന്ന് കണ്ടുപിടിക്കുക. പട്ടികയിലൂടെ മാസങ്ങളുടെ എണ്ണങ്ങൾക്കും മൂയൽ ജോഡികൾക്കും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം കണ്ടുപിടിക്കുക. (ഒരു ജോഡി എന്നാൽ ഒരാണും ഒരു പെണ്ണും)

നിർദ്ധാരണം:

താഴെയുള്ള ചിത്രത്തിൽ നിന്നും **1,1,2,3,5,8...** എന്ന അനുക്രമത്തിന്റെ രൂപം വ്യക്തമായി കാണാം. ഇവിടെ ഫിബൊനാച്ചി അനുക്രമത്തിലെ ഓരോ സംഖ്യയും മുൻപിലുള്ള രണ്ടിനോട് ചേർന്ന് രൂപപ്പെടുന്ന രീതി നമ്മുക്ക് കാണാം. ഇത് തുടർന്നു പോകുമ്പോൾ പന്ത്രണ്ടാം മാസത്തിലെ സംഖ്യകളെ കണ്ടുപിടിക്കാൻ ഇങ്ങനെ തുടരുമ്പോൾ നമ്മുക്ക് 144 ജോഡി മുയലുകൾ ലഭിക്കുന്നു. അതായത് പന്ത്രണ്ടാം ഫിബൊനാച്ചി സംഖ്യ 144 ആകുന്നു



മാസങ്ങളുടെ എണ്ണം	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
മുയൽ ജോഡികളുടെ എണ്ണം	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144

07_8th_Maths_Malayalam_Unit_7.indd 249 23-09-2022 10:36:15

പ്രവൃത്തി

ഒന്നാമത്തെ പട്ടികയെ ഉപയോഗിച്ച് രീതി കണ്ടുപിടിക്കുക. താഴെ തന്ന ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ഉത്തരം നൽകുക. രണ്ടാമത്തെ പട്ടികയിലുള്ള മൂല്യങ്ങളെ നിറം കൊടുക്കുക. ഇവിടെ നിങ്ങൾക്കു വേണ്ടി ഒന്നു ചെയ്തു കാണിച്ചിട്ടുണ്ട്.

പട്ടിക 1

പദം (n)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	...
F(n)	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144	233	377	610	

1. ഇരട്ട ഫിബൊനാച്ചി സംഖ്യകൾ എവിടെയാണ് ഉള്ളത്, രണ്ടു പദത്തിനും **n, F(n)** നിറം കൊടുക്കുക. ഇവിടെ **F(n)** എന്നത് ഇരട്ട മഞ്ഞനിറമാകുന്നു. നിങ്ങൾ ഏതെങ്കിലും പ്രത്യേകരീതി കാണുന്നുണ്ടോ. ഓരോ മൂന്നാം ഫിബൊനാച്ചി സംഖ്യയും രണ്ടിന്റെ (ഇരട്ട)ഗുണിതങ്ങളാകുന്നു.അതായത് **F(3)** ഗുണിതം അല്ലെങ്കിൽ **2=F(3)**
2. ഫിബൊനാച്ചി സംഖ്യകൾ എവിടെയാണെങ്കിലും അവ മൂന്നിന്റെ ഗുണിതങ്ങളായിരിക്കും. പദം **n, F(n)** രണ്ടിനെയും നിറം കൊടുക്കുക. ഇവിടെ **F(n)** എന്നത് ചുവപ്പിലുള്ള **3** ന്റെ ഗുണിതങ്ങളാണ്. നിങ്ങൾ കണ്ട രീതിയെ എഴുതുക. ഓരോ ..... ഫിബൊനാച്ചി സംഖ്യയും ..... ആകുന്നു. അതായത് ..... അല്ലെങ്കിൽ ..... **= F(4)** ന്റെ ഗുണിതങ്ങളാകുന്നു.
3. 5 ന്റെ ഗുണിതങ്ങൾ എന്താണ്? പദം **n, F(n)** രണ്ടിനെയും നിറം കൊടുക്കുക. ഇവിടെ **F(n)** എന്നത് നീല നിറത്തിലുള്ള **5** ന്റെ ഗുണിതങ്ങളാകുന്നു. നിങ്ങൾ കണ്ട രീതി എഴുതുക. ഓരോ ..... അതായത് .....
4. 8 ന്റെ ഗുണിതങ്ങൾ എന്താണ്? പദം **n, F(n)** രണ്ടിനെയും നിറം കൊടുക്കുക. ഇവിടെ **F(n)** എന്നത് പച്ച നിറത്തിലുള്ള 8 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളാകുന്നു. നിങ്ങൾ കണ്ട രീതി എഴുതുക. ഓരോ .....അതായത് .....

പട്ടിക II

പദം (n)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	...
F(n)	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144	233	377	610	

മുകളിലെ പ്രവർത്തിയിൽ നിന്നും നമ്മൾ മനസ്സിലാക്കുന്നത് ഓരോ ഫിബൊനാച്ചി സംഖ്യയും മറ്റ് ഫിബൊനാച്ചി സംഖ്യകളുടെ ഗുണിതങ്ങളുടെ ഘടകങ്ങളാകുന്നു.

	n	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	...
	F(n)	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144	233	377	610	...
ഘടകങ്ങൾ	2=F(3)	✓	×	×	✓	×	×	✓	×	×	✓	×	×	✓	ഓരോ മൂന്നാം ഫിബൊനാച്ചി സംഖ്യയും.
	3=F(4)	×	✓	×	×	×	✓	×	×	×	✓	×	×	×	ഓരോ നാലാം ഫിബൊനാച്ചി സംഖ്യയും.
	5=F(5)	×	×	✓	×	×	×	×	✓	×	×	×	×	✓	ഓരോ അഞ്ചാം ഫിബൊനാച്ചി സംഖ്യയും.
	8=F(6)	×	×	×	✓	×	×	×	×	×	✓	×	×	×	ഓരോ ആറാം ഫിബൊനാച്ചി സംഖ്യയും.
	F(k)														ഓരോ k^{th} ഫിബൊനാച്ചി സംഖ്യയും.

ഈ പട്ടികയിൽ നിന്നും k^{th} ഫിബൊനാച്ചി സംഖ്യയും F(k) യുടെ ഗുണിതങ്ങളാണ് എന്ന പൊതു നിയമം നമ്മുക്ക് കാണാം.

07_8th_Maths_Malayalam_Unit_7.indd 250 23-09-2022 10:36:15

7.6 ഉത്തമ സാധാരണ ഭാജകം (H.C.F)

6 -ാം ക്ലാസിൽ വച്ച് ആവർത്തനം എന്ന പ്രക്രിയയിൽ നിർദ്ദേശങ്ങൾ അല്ലെങ്കിൽ ഘടനകളുടെ ഒരു ഗണം ഒരു പ്രത്യേക സമയം വരെ അല്ലെങ്കിൽ ഒരു നിബന്ധന ഉണ്ടാകുന്നതു വരെ ഒരു ക്രമത്തിൽ ആവർത്തിച്ചു കൊണ്ടിരിക്കും എന്നു പഠിച്ചു. ഇവിടെ നമ്മൾ പഠിക്കാൻ പോകുന്നത് എല്ലാം ഘടകങ്ങളെയും ഉപയോഗിച്ച് ഉ.സ.ഭാ കണ്ടുപിടിക്കുകയും കൂടാതെ ആവർത്തിച്ചുള്ള വ്യവകലനത്തിലൂടെ ഏറ്റവും വലിയ ഉ.സ.ഭാ കണ്ടുപിടിക്കുകയും ആണ്. മാത്രമല്ല എത്ര വേഗത്തിലാണ് ആവർത്തനം പോകുന്നതെന്നും (എത്ര കുറഞ്ഞ വഴികളിൽ ഉ.സ.ഭാ ലഭിക്കുന്നുവെന്നും) കൂടാതെ ആവർത്തിച്ചുള്ള വിഭജനത്തിലൂടെയും ശിഷ്ടത്തിലൂയെയും എങ്ങനെ വർദ്ധിപ്പിക്കാം എന്നുംകാണാം. രണ്ടും ഒരേ നിർദ്ധാർണത്തിലാണ് എത്തുന്നതെങ്കിലും ഒന്ന് മറ്റൊന്നിനെക്കാൾ വേഗത കൂടിയതാണ്.

വിഭജനങ്ങളെ ലഘൂകരിക്കാനും ചെറുതാക്കാനും ഉ.സ.ഭാ ഉപയോഗിക്കാം എന്ന് നമ്മുക്കറിയാം. ഈ ആശയം യഥാർത്ഥ ജീവിതത്തിൽ എങ്ങനെ പ്രയോഗിക്കാം എന്ന് മനസ്സിലാക്കാൻ ശ്രമിക്കാം. താഴെ പറയുന്ന സാഹചര്യത്തെ ചിന്തിക്കുക.

7.6.1 ഉ.സ.ഭാ കണ്ടുപിടിക്കാനുള്ള രീതികൾ (Highest Common Factor):

1. ഘടക രീതി (Factorisation Method):

സാഹചര്യം:



നിങ്ങളുടെ കൈയ്യിൽ 20 മാങ്ങകളും 15 ആപ്പിളുകളും ഉണ്ടെന്ന് ചിന്തിക്കുക. കുറച്ച് അനാഥ കുട്ടികൾക്ക് ഇത് തുല്ല്യമായി വീതിച്ചു കൊടുക്കാൻ നിങ്ങൾ ആഗ്രഹിക്കുന്നു. പരമാവധി എത്ര അനാഥ കുട്ടികളെ നിങ്ങൾക്ക് സഹായിക്കാൻ സാധിക്കും.

ഇവിടെ അടിസ്ഥാനപരമായി രണ്ടു സംഖ്യകളുടെ ഉ.സ.ഭാ കണ്ടുപിടിക്കുക എന്നതാണ് ചോദ്യം ഉ.സ.ഭാ എന്നത് (GCD) ആകുന്നു ഇതിനെ HCF എന്നും പറയുന്നു. രണ്ടോ, അതിൽ അധികമോ ഉള്ള സംഖ്യകളുടെ ഉ.സ.ഭാ എന്നത് എല്ലാം സംഖ്യകളെയും പൂർണ്ണമായി വിഭജിക്കുന്ന ഏറ്റവും വലിയ സാധ്യമായ സംഖ്യയാകുന്നു.

ഇവിടെ 20 മാങ്ങകളുടെയും 15 ആപ്പിളുകളുടെയും ഉ.സ.ഭാ കണ്ടുപിടിക്കുക.

20 ന്റെ ഘടകങ്ങൾ = 1,2,4,(5),10,20

15 ന്റെ ഘടകങ്ങൾ = 1,3,(5),15

അതുകൊണ്ട് 20 ന്റെ 15 ന്റെയും ഉ.സ.ഭാ 5.

ആകുന്നു അതായത് നിങ്ങൾക്ക് പരാമാവധി 5. അനാഥ കുട്ടികളെ സഹായിക്കാൻ സാധിക്കും. 5 കുട്ടികൾക്ക് 4 മാങ്ങകളും (20 ÷ 5 = 4)  3 ആപ്പിളുകളും (15 ÷ 5 = 3)  ഓരോ കുട്ടികൾക്കും നൽകാൻ സാധിക്കും. ഈ രീതിയിൽ മാങ്ങകളും ആപ്പിളുകളും ഓരോ കുട്ടിക്കും തുല്ല്യമായി വീതിച്ചു നൽകാൻ സാധിക്കും

2. അഭാജ്യ ഘടക രീതി (Prime Factorisation Method):

സാഹചര്യം:

ഏഴാം ക്ലാസിൽ 18 കുട്ടികളും ഏട്ടാം ക്ലാസിൽ 27 കുട്ടികളും ഉണ്ടെന്ന് വിചാരിക്കുക. വരാൻ പോകുന്ന കായിക മത്സരത്തിനു വേണ്ടി തയ്യാറെടുക്കുവാനായി ഓരോ ക്ലാസിലുമുള്ള വിജയിക്കുന്ന ടീമിനെ അവസാന മത്സരത്തിൽ പരസ്പരം മത്സരിക്കുന്ന രീതിയിലാണ് ക്രമീകരിച്ചിട്ടുള്ളത്. ഒരു കുട്ടിയെപ്പോലും ഒഴിവാക്കാത്ത രീതിയിൽ ഓരോ ടീമിലും കൃത്യമായ എണ്ണത്തോടുകൂടി ഈ രണ്ടു ക്ലാസിനെയും വിഭജിക്കുമ്പോൾ ലഭിക്കുന്ന ഏറ്റവും വലിയ സാധ്യമായ ടീമിന്റെ വലിപ്പം എത്രയാണ്.

07_8th_Maths_Malayalam_Unit_7.indd 251 23-09-2022 10:36:15

18,27 ഇടയിലുള്ള ഉ.സ.ഭാ കണ്ടുപിടിക്കുകയാണ് പ്രശ്നം

18 ന്റെ അഭാജ്യ ഘടകങ്ങൾ = 2 x **3** x **3**

27 ന്റെ അഭാജ്യ ഘടകങ്ങൾ = 3 x **3** x **3**

18, 27 ഇവയുടെ പൊതുവായ അഭാജ്യ ഘടകം = 3 x 3 = 9

18,27 ന്റെ ഉ.സ.ഭാ = 3 x 3 = **9.**

ഉ.സ.ഭാ കണ്ടുപിടിക്കാൻ മറ്റ് ചില മാർഗ്ഗങ്ങൾ ഉണ്ട്.ഓരാ ഗ്രൂപ്പിലുമുള്ള ടീമിന്റെ വലിപ്പം 9, VII ാം ക്ലാസിൽ 2 ടീമുകളും VIII ാംക്ലാസൽ 3 ടീമുകളുമുണ്ട്.

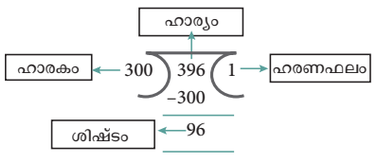
3. ആവർത്തന വിഭജന രീതി (Repeated Division Method):

മേൽപറഞ്ഞ രീതികൾ ഉ.സ.ഭാ കണ്ടുപിടിക്കുന്നതിനുള്ള എളുപ്പ രീതികളാണ്. എന്നാൽ വലിയ സംഖ്യകൾക്ക് ഈ രീതികൾ ഉപയോഗിച്ച് തന്നിട്ടുള്ള സംഖ്യകളുടെ ഘടകങ്ങൾ കണ്ടുപിടിക്കാൻ പ്രയാസമാണ്. അത്തരം സന്ദർഭങ്ങളിൽ ഉ.സ.ഭാ കണ്ടുപിടിക്കാൻ വേറെ ചില മാർഗ്ഗങ്ങളുണ്ട്. അത്തരം മാർഗ്ഗങ്ങളെ കുറിച്ച് നമുക്ക് പഠിക്കാം.

7-ാം ക്ലാസ്സിൽ 396 കുട്ടികളും 8-ാം ക്ലാസ്സിൽ 300 കുട്ടികളും ഉണ്ടായാലത്തെ സ്ഥിതി എന്താണ്? എന്തായിരിക്കാം ഏറ്റവും വലിയ സാധ്യതയുള്ള ടീമിന്റെ വലുപ്പം? മേൽ പറഞ്ഞ രണ്ടു രീതികളും ഇവിടെ പെട്ടെന്ന് സഹായിക്കുകയില്ല. അതുകൊണ്ട് ഇവിടെ ഉ.സ.ഭാ കണ്ടു പിടിക്കുവാൻ തുടർച്ചയായ വിഭജന രീതി ഉപയോഗിക്കാം.

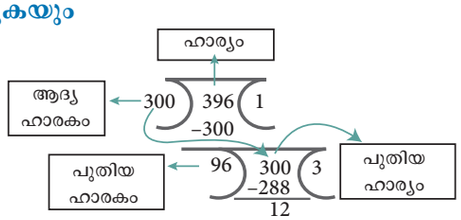
സ്റ്റെപ്പ് 1: വലിയ സംഖ്യയെ ചെറിയ സംഖ്യകൊണ്ട് വിഭജിക്കൽ

ഇവിടെ ഏറ്റവും വലിയ സംഖ്യ 396 ആകുന്നു. അതുകൊണ്ട് 396 നെ (ഹാര്യം) 300 കൊണ്ട് (ഹാരകം) വിഭജിക്കുന്നു. നമുക്ക് ശിഷ്ടം 96 ലഭിക്കുന്നു.



സ്റ്റെപ്പ് 2: സ്റ്റെപ്പ് 1) ലെ ശിഷ്ടഫലം പുതിയ ഹാരകമായി മാറുകയും STEP 1) ലെ ഹാരകം പുതിയ ഹാര്യമായി മാറുന്നു.

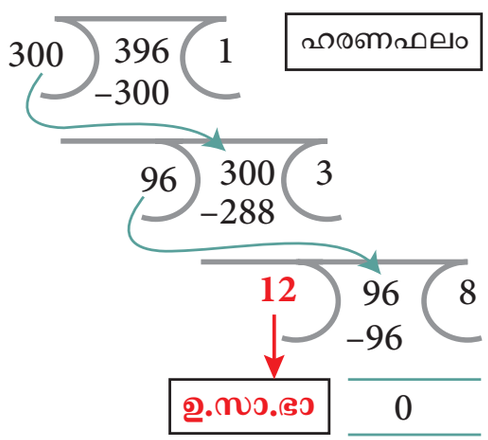
സ്റ്റെപ്പ് 1) യിൽ നിന്നും 96 എന്ന ശിഷ്ടം ലഭിക്കുന്നു. അതുകൊണ്ട് 2-ാം മത്തെ സ്റ്റെപ്പിൽ 96 പുതിയ ഹാരകമായിമാറുകയും 300 പുതിയ ഹാര്യമായും മാറുന്നു.



സ്റ്റെപ്പ് 3: ശിഷ്ടഫലം 0 ആകുന്നതുവരെ ഈ വിഭജനപ്രക്രിയ ആവർത്തിക്കുക. അവസാന വിഭജനത്തിന്റെ ഹാരകം (ശിഷ്ടം പൂജ്യമായിരിക്കുമ്പോൾ) ആണ് നമ്മുടെ ഉ.സ.ഭാ.

സ്റ്റെപ്പ് 2)ൽ നിന്നും 12 പുതിയ ശിഷ്ടഫലമായി നമുക്ക് ലഭിക്കുന്നു. അത് പുതിയ ഹാരകമായിമാറുന്നു. മൂന്നാമത്തെ സ്റ്റെപ്പിൽ 12 പുതിയ ഹാരകമാകുകയും 96 പുതിയ ഹാര്യമായി മാറുകയും ചെയ്യുന്നു. 12, വിഭജനത്തിന്റെ അവസാന ഹാരകമാകുമ്പോൾ ശിഷ്ടം പൂജ്യമാകുന്നു. **അതുകൊണ്ട് 12 നമുക്ക് ആവശ്യമുള്ള ഉ.സ.ഭാ ആകുന്നു.**

അതുകൊണ്ട് **396,300 ന്റെ ഉ.സ.ഭാ 12** എന്നത് മുകളിൽ കാണിച്ച പടത്തിൽ നിന്നും വ്യക്തമാണ് അതുകൊണ്ട് ടീമിൽ 12 അംഗങ്ങൾ ഉണ്ടായിരിക്കും.



07_8th_Maths_Malayalam_Unit_7.indd 252 23-09-2022 10:36:16

4. ആവർത്തന വ്യവകലന രീതി (Repeated Subtraction Method):

m , n എന്നീ രണ്ടു സംഖ്യകളുടെയും ഉ.സ.ഭാ കണ്ടുപിടിക്കുവാൻ **m , n** തുല്യമാകുന്നതുവരെ തുടർച്ചയായി വ്യവകലനം ചെയ്യണം. ഉദാഹരണമായി,

144, 120 എന്നീ സംഖ്യകളുടെ ഉ.സ.ഭാ കണ്ടുപിടിക്കുക?

സ്റ്റെപ്പ് 1: m = n എന്ന് പരിശോധിക്കുക

ഇവിടെ **m** =144 എന്നും **n** =120 എന്ന് എടുക്കുക. m = n അഥവാ m > n അഥവാ m < n ആണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക. ഇവിടെ m > n.(144 >120).

സ്റ്റെപ്പ് 2: m > n എങ്കിൽ m = n ആകുന്നതുവരെ m – n ആവർത്തിക്കുക അഥവാ m < n എങ്കിൽ m = n ആകുന്നതുവരെ n – m ആവർത്തിക്കുക

m,n നെ ക്കാൾ വലുതാണെങ്കിൽ **m-n** എന്ന് ചെയ്യാം. അതിന്റെ ഫലത്തിനെ (വ്യത്യാസം) നമുക്ക് **m** എന്ന് കുറിക്കാം. **m** ഉം **n** ഉം തുല്യ മാണോ അല്ലയോ എന്ന് വീണ്ടും നമുക്ക് പരിശോധിക്കാം ഈ പ്രക്രീയ ആവർത്തിക്കാം. **m, n** നെക്കാൾ ചെറുതാണെങ്കിൽ **n-m** എന്ന് ചെയ്യാം. ഇതിന്റെ ഫലത്തിനെ (വ്യത്യാസം) **n** എന്ന് കുറിക്കാം. **m** ഉം **n** ഉം തുല്യമാണോ അല്ലയോ എന്ന് വീണ്ടും പരിശോധിക്കുകയും ഈ പ്രക്രീയ ആവർത്തിക്കുകയും ചെയ്യാം.

m = n ആകുന്നതുവരെ **144(m)** ൽ നിന്നും **120(n)** കുറക്കുക

ആദ്യം	144 – 120 = 24	തുടരുക	120 – 24 = 96	തുടരുക	96 – 24 = 72
തുടരുക	72 – 24 = 48	തുടരുക	48 – 24 = 24	തുടരുക	24 – 24 = 0

സ്റ്റെപ്പ് 3: m, n ഇവയുടെ മൂല്യങ്ങൾ തുല്ല്യമാകുന്നമൂല്യമാണ് HCF (m, n)

ഇപ്പോൾ **m=n** ആകുന്നു. അതുകൊണ്ട് **144,120 ന്റെ ഉ.സ.ഭാ 24** എന്ന് കാണാം.

ഉ.സ.ഭാ കണ്ടുപിടിക്കുന്നതിനുള്ള ആവർത്തനവിഭജന രീതിയേയും, ആവർത്തനവ്യവകലന രീതിയേയും താരതമ്യം ചെയ്തു നോക്കുക. ആവർത്തന വിഭജനത്തെക്കാൾ വളരെ വേഗത്തിൽ ഉ.സ.ഭാ നൽകുന്നത് ആവർത്തന വ്യവകലനമാണെന്ന് താരതമ്യം ചെയ്യുമ്പോൾ മനസ്സിലാകും. വിഭജനത്തെക്കാൾ വളരെ വേഗത്തിൽ വ്യവകലനം ചെയ്യാൻ സാധിക്കുന്നു. അങ്ങനെയല്ലേ?

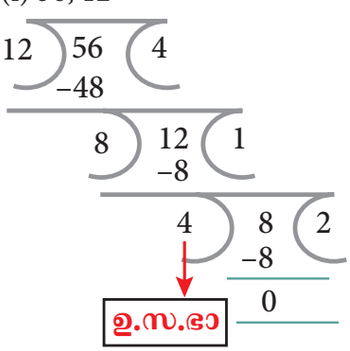
അഭ്യാസം 7.2

1. താഴെ തന്നവയുടെ ഉ.സ.ഭാ ആവർത്തനവിഭജന രീതിയിൽ കണ്ടുപിടിക്കുക.
   (i) 455, 26 (ii) 392, 256 (iii) 6765, 610 (iv) 184, 230, 276

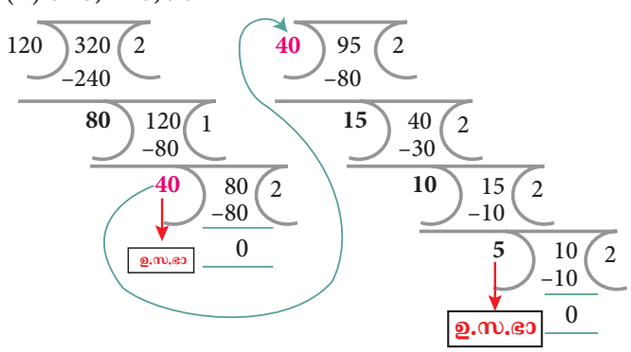
2. താഴെ തന്നവയുടെ ഉ.സ.ഭാ ആവർത്തനവ്യവകലനത്തിലൂടെ കണ്ടുപിടിക്കുക?
   (i) 42, 70 (ii) 36, 80 (iii) 280, 420 (iv) 1014, 654

3. തന്നിട്ടുള്ള കണക്കുകളെ ആവർത്തന വ്യവകലന രീതിയിൽ കാണുക?

(i) 56, 12



(ii) 320, 120, 95



07_8th_Maths_Malayalam_Unit_7.indd 253 23-09-2022 10:36:16

4. കല, വീതി 168 മി. മീ. നീളം196 മി. മീ. ഉള്ള ഒരു കടലാസ്സിനെ ഏറ്റവും വലിയ ഒരേ രീതിയിലുള്ള സമചതുരങ്ങളായി മുറിക്കുവാൻ തീരുമാനിച്ചു. ഏറ്റവും വലിയ സമചതുരത്തിന്റെ വശത്തിന്റെ നീളമെത്രയാണ് ആവർത്തന വ്യവകലന രീതി ഉപയോഗിച്ച് ഉ.സ.ഭാ കണ്ടുപിടിക്കുക.

തെരഞ്ഞെടുത്തെഴുതുക

5. 11 ാം ഫിബൊനാച്ചി സംഖ്യ ഏതാകുന്നു?

   (a) 55 (b) 77 (c) 89 (d) 144

6. F(n) ഒരു ഫിബൊനാച്ചി സംഖ്യയാണെങ്കിൽ n = 8, താഴെ തന്നവയിൽ ഏതാണ് ശരി?

   (a) F(8) = F(9)+F(10) (b) F(8) = F(7)+F(6) (c) F(8) = F(10)×F(9) (d) F(8) = F(7)–F(6)

7. ഫിബൊനാച്ചി അനുക്രമത്തിൽ ഓരോ 3 ാം സംഖ്യയും _____ ന്റെ ഗുണിതങ്ങളാകുന്നു

   (a) 2 (b) 3 (c) 5 (d) 8

8. ഫിബൊനാച്ചി അനുക്രമത്തിൽ ഓരോ _____ സംഖ്യയും 8 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളാകുന്നു.

   (a) 2nd (b) 4th (c) 6th (d) 8th

9. 18 ാം ത്തെയും 17 ാം ത്തെയും ഫിബേനാച്ചി സംഖ്യകൾക്ക് ഇടയ്ക്കുള്ള വ്യത്യാസം_____

   (a) 233 (b) 377 (c) 610 (d) 987

10. 30,250 ന്റെ പൊതുവായ അഭാജ്യ ഘടകങ്ങൾ

    (a) 2 x 5 (b) 3 x 5 (c) 2 x 3 x 5 (d) 5 x 5

11. 36,60,72 എന്നീ സംഖ്യകളുടെ പൊതുവായ അഭാജ്യ ഘടകങ്ങൾ

    (a) 2 x 2 (b) 2 x 3 (c) 3 x 3 (d) 3 x 2 x 2

12. രണ്ടു സംഖ്യകളുടെ ഉ.സ.ഭാ ___ ആണെങ്കിൽ അവയെ സഹ അഭാജ്യ സംഖ്യയെന്ന് പറയുന്നു.

    (a) 2 (b) 3 (c) 0 (d) 1

7.7 സുരക്ഷിത വിവര നിർവ്വഹണം (Cryptology)

ഇന്നത്തെ ലോകത്ത് വിവര നിർവ്വഹണത്തിന്റെ സുരക്ഷിതത്വം ഒരു അടിസ്ഥാന ആവശ്യമാണ്. പ്രതിരോധ വകുപ്പിലും രാഷ്ട്രീയ വകുപ്പിലും മാത്രമല്ല സ്വകാര്യ വാർത്തവിനിമയത്തിലും ഇതു വളരെ പ്രധാന്യമർഹിക്കുന്നു. ഇന്നത്തെ വിവരനിർവ്വഹണ രംഗത്ത് ധനകാര്യ ദത്തം, ബയോമെട്രിക്, ഇലക്ട്രോണിക്സ്, വാണിജ്യ വിപണനം, എന്നിവയുടെ പ്രധാന്യം വർദ്ധിച്ചുകൊണ്ടിരിക്കുന്നു. അതുകൊണ്ട് തന്നെ ഡേറ്റാ സുരക്ഷിതത്വം ഒരു പ്രധാന വിഷയമാണ്. സുരക്ഷിത വിവര നിർവ്വഹണശാസ്ത്രശാഖ എന്നത് വിവരനിർവ്വഹണത്തിന്റെ സുരക്ഷിതത്വത്തെ പ്രതിപാദിക്കുന്നതാണ്.

7.7.1 സുരക്ഷിതവിവരനിർവ്വഹണം - ചില സാങ്കേതിക വീശദികരണങ്ങൾ

പ്ലയിൻ ടെക്സ്റ്റ്: യഥാർത്ഥ സന്ദേശത്തെ പ്ലയിൻ ടെക്സ്റ്റ് എന്ന് പറയുന്നു.

സൈഫർ ടെക്സ്റ്റ് അഥവാ സൈഫർ നമ്പർ: സന്ദേശത്തെ കോഡുകളായി മാറ്റുന്നതിനെ സൈഫർ ടെക്സ്റ്റ് എന്നു പറയുന്നു. സൈഫർ ടെക്സ്റ്റ് എന്നതിനെ വലിയ അക്ഷരങ്ങളിലായാണ് എഴുതുന്നത് എന്നാൽ പ്ലയിൻ ടെക്സ്റ്റ് നെ ചെറിയ അക്ഷരങ്ങളിലാണ് എഴുതുന്നത്. പ്ലയിൻ ടെക്സ്റ്റ് ൽ നിന്നും സൈഫർ ടെക്സ്റ്റ് നെ രൂപപ്പെടുത്താൻ പ്രയോഗിക്കുന്ന രീതിയെ രഹസ്യതാക്കോൽ (Secret key) എന്നു പറയുന്നു.

രഹസ്യകോഡ് (Encryption) പരസ്യകോഡ് (Decryption): പ്ലയിൻ ടെക്സ്റ്റിനെ, സൈഫർ ടെക്സ്റ്റ് ആയി മാറ്റുന്ന പ്രക്രിയയെ രഹസ്യകോഡ് എന്നും മറിച്ചുള്ളതിനെ പരസ്യകോഡ് എന്നും പറയുന്നു.

07_8th_Maths_Malayalam_Unit_7.indd 254 23-09-2022 10:36:16

നമ്മുടെ യഥാർത്ഥ ജീവിതത്തിൽ നിന്നുമുള്ള ചില സന്ദേശ കോഡുകൾ ഉപയോഗിച്ച് സൈഫർ ടെക്സ്റ്റിനെ രൂപപ്പെടുത്താൻ ശ്രമിച്ചുനോക്കാം.

7.7.2 സൈഫർ കോഡി നുള്ള ഉദാഹരണം:

1. സൈഫർ ടെക്സ്റ്റി ന്റെ മാറ്റം

സീസർ സൈഫർ

ആദ്യകാലത്ത് ഉണ്ടായതും ലളിതവുമായ രഹസ്യകോഡിനെയാണ് സീസർ സൈഫർ എന്നു പ റയുന്നത്. ഇതു ഒരു തരം പ്രതിസ്ഥാപിക്കൽ സൈഫറാണ്. ഇതിൽ ടെക്സ്റ്റിലെ ഓരോ അക്ഷരവും അക്ഷരമാലയിലൂടെ ചില പ്രത്യേക സ്ഥാനങ്ങളിലേക്ക് മാറ്റപ്പെടുന്നു.

ഒരു രഹസ്യകോഡികരിക്കപ്പെട്ട സന്ദേശത്തെ ഒരാളിൽ നിന്ന് മറ്റൊരാളിലേക്ക് കൈമാറുന്നതിന് ഏറ്റവും അത്യാവശ്യമായിട്ടുള്ളത് രണ്ടു പേർക്കും സീസർ സൈഫർ നു വേണ്ടിയുള്ള കോഡ് ആണ്. അതുകൊണ്ട് അയക്കുന്ന ആളിന് രഹസ്യകോഡികരിക്കാനും ലഭിക്കുന്ന ആളിന് പരസ്യ കോഡീകരിക്കാനും സാധിക്കുന്നു. സിസർ സൈഫർ കോഡ് എന്നത് സൈഫർ അക്ഷരമാലയിലേക്ക് മാറ്റം ചെയ്യപ്പെടുന്ന അക്ഷരങ്ങളുടെ എണ്ണമാണ്. ഇതിൽ നിന്നും കോഡിനെ മുറിക്കാനുള്ള സ്വിച്ച് എത്ര വലുതാണെന്ന് മന സ്സിലാക്കാം.
താഴെ തന്നിട്ടുള്ള ഉദാഹരണങ്ങളിൽ നിന്നും സാഹചര്യങ്ങളിൽ നിന്നും കൂടുതൽ മനസ്സിലാക്കാം.

ഉദാഹരണം 7.8

സീസർ സൈഫർ പട്ടിക ഉപയോഗിച്ച് +4 നെ തയ്യാറാക്കുകയും താഴെ തന്നിട്ടുള്ള രഹസ്യ വാക്യത്തെ നിർദ്ധാരണം ചെയ്യാനും ശ്രമിക്കുക.

fvieo mr gshiw ger fi xvmgoc

നിർദ്ധാരണം:

ആദ്യം സീസർ സൈഫർ പട്ടിക തയ്യാറാക്കുക. ഇവിടെ +4 പട്ടിക തയ്യാറാക്കണം.

ഇതിലേക്കായി **e** എന്ന അക്ഷരത്തിന് **A** തയ്യാറാക്കാം.

f ന് **B** തയ്യാറാക്കാം. ഇതു പോലെ **d** ന് **Z** വരെ ആകാം.

ഇപ്പോൾ +4 ന്റെ സീസർ സൈഫർപട്ടിക താഴെ കാണുന്നതുപോലെ രൂപപ്പെടുന്നു

പ്ലയിൻ ടെക്സ്റ്റ്	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z
സൈഫർ ടെക്സ്റ്റ്	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V

തന്നിട്ടുള്ള പ്ലയിൻ ടെക്സ്റ്റ്

fvieo mr gshiw ger fi xvmgoc

ഈ രഹസ്യകോഡിനെ മുറിക്കുവാൻ താഴെ തന്നിട്ടുള്ള സ്റ്റെപ്പുകളെ പിൻ തുടരുക.

സ്റ്റെപ്പ് 1: സീസർ സൈഫർ പട്ടിക ഏറ്റവും കൂടുതൽ ആവർത്തിച്ച് വരുന്ന അക്ഷരങ്ങളുമായി ആദ്യം യോജിപ്പിക്കുക. ഇത് വളരെ വേഗത്തിൽ മുന്നേറുവാൻ നമ്മളെ സഹായിക്കുന്നു.

fvieo mr gshiw ger fi xvmgoc

പ്ലയിൻ ടെക്സ്റ്റ്	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z
സൈഫർ ടെക്സ്റ്റ്	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V

f v i e o m r g s h i w g e r f i x v m g o c
↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓
B R E A K I N C E C A N B E R I C K

07_8th_Maths_Malayalam_Unit_7.indd 255 23-09-2022 10:36:16

സ്റ്റെപ്പ് 2: പിന്നീട് കോഡ് പൂർണ്ണമാക്കാൻ അവശേഷിക്കുന്ന അക്ഷരങ്ങളെ കണ്ടുപിടിക്കാം.

പ്ലയിൻ ടെക്സ്റ്റ്	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z
സൈഫർ ടെക്സ്റ്റ്	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V

f v i e o m r g s h i w g e r f i x v m g o c

B R E A K I N C O D E S C A N B E T R I C K Y

ഇപ്രകാരം ഈ രഹസ്യ വാക്ക് **BREAK IN CODES CAN BE TRICKY** ആകുന്നു.

2. സൈഫർ നെ പ്രതിസ്ഥാപിക്കൽ (Subtituting Cypher Text)

ഒരു ടെക്സ്റ്റിലെ ഓരോ അക്ഷരവും ചില ചിത്രങ്ങളോ അടയാളങ്ങളോ കൊണ്ട് പ്രതിസ്ഥാപിക്കുന്നു. ഒരു കോഡ് സന്ദേശമോ വാക്കുകളുടെ ഗണമോ അക്ഷരങ്ങളോ അല്ലെങ്കിൽ ഇവയെല്ലാം ചേർത്ത് ഉപ യോഗിച്ച് വിവരങ്ങളെ ചേർത്ത് രഹസ്യകോഡാക്കാനോ പരസ്യ കോഡാക്കാനോ സഹായിക്കുന്നു. താഴെയുള്ള സാഹചര്യങ്ങളിൽ നിന്നും നമുക്ക് ഇതിനെ കുറിച്ച് കൂടുതൽ പഠിക്കാം.

സാഹചര്യം:

അധ്യാപിക ക്ലാസ്സിലെ കുട്ടികളെ രണ്ടു ടീമുകളായി തിരിച്ചു. താഴത്തെ പടത്തിൽ തന്നിട്ടുള്ളതു പോലുള്ള ഒരു പ്രവർത്തി പേപ്പറിനെ പൂർത്തീകരിക്കാനായി നൽകി. ഒരു ഗയിം കളിക്കുമ്പോൾ ടീമുകൾ തങ്ങളുടെ അവസരം നിർണ്ണയിക്കുന്നത് അക്ഷരങ്ങളുടെ പ്രതിസ്ഥാപിക്കലിനെ നിർദ്ദേശിച്ചാണ് പട്ടികയിലെ നിങ്ങളുടെ നിർദ്ദേശ സ്ഥാനത്ത് ആരെങ്കിലും പ്രവേശിക്കുകയും ചെയ്യും. ഊഹിക്കുന്ന അക്ഷരം ശരിയാകുന്ന മുറയ്ക്ക് ടീമുകൾക്ക് പോയിന്റുകൾ ലഭിക്കുന്നു.

പ്രവർത്തി പേപ്പർ കൂട്ടൽ സൈഫർ [key = 5]

തന്നിട്ടുള്ള ഒരു Plain text നെ കൂട്ടൽ സൈഫർ ടെക്സ്റ്റ് (സംഖ്യ) കോഡായിമാറ്റുക.

ഗണിത ശാസ്ത്രമെന്നത് ഒരു വിശിഷ്ട പ്രതീകാത്മകഭാഷയാണ്. ലോകം മുഴുവനും അതിനനു സരിച്ചാണ് പ്രവർത്തിക്കുന്നത്.

കൂട്ടൽ സൈഫറിനെ മുറിക്കാനുള്ള വിദ്യകൾ:

- കൂട്ടൽ സൈഫറിന് വിശേഷിച്ച് നിങ്ങൾക്കാവശ്യം കോഡ് സംഖ്യമാത്രമാണ്. നിങ്ങൾക്ക് സൈഫർ പട്ടികയെ ക്രമത്തിൽ ബാക്കിയുള്ള സംഖ്യകളെ നിരത്തുന്നതിലുടെ പൂർത്തികരിക്കാൻ സാധിക്കും
- നിങ്ങൾക്ക് സാധിക്കുമെങ്കിൽ അക്ഷരമാലകളുടെ ആവൃത്തി പട്ടികയെ തയ്യാറാക്കുക. ഇത് ആരംഭിക്കുവാൻ നിങ്ങളെ സഹായിക്കുന്നു.
- കൂടുതൽ പ്രാവശ്യം ആവർത്തിച്ചു വരുന്ന അക്ഷരങ്ങളെ ആദ്യം യോജിപ്പിച്ച് സൈബർ സംഖ്യ പൂർത്തീകരിക്കുക.
- വളരെ പരിചിതമായ a അല്ലെങ്കിൽ i പോലുള്ള ഏകാക്ഷരങ്ങളെ എടുക്കുക. പൊതുവായ 2 അല്ലെങ്കിൽ3 അക്ഷരങ്ങൾ അടങ്ങിയ വാക്കുകൾ **of, to, in, it, at, the, and, for, you....**
- സൈബർ ടെക്സ്റ്റ് ലെ അടുത്തടുത്ത സംഖ്യകൾ നോക്കുകയും പ്ലയിൻ ടെക്സ്റ്റ് ലെ സാധ്യമായ അടുത്തടുത്ത അക്ഷരങ്ങളുമായി യോജിപ്പിക്കുക.

ഇപ്പോൾ പ്ലയിൻ ടെക്സ്റ്റ് നെ സൈബർ സംഖ്യയാക്കി മാറ്റാൻ ശ്രമിക്കാം. ആദ്യം താഴെ തന്നിട്ടുള്ളതുപോ ലെ സൈബർ പട്ടിക തയ്യാറാക്കുക. ഇവിടെ കോഡ് =5 ആകുന്നു. കോഡ് സംഖ്യ അനുസരിച്ച് ആരംഭിക്കുകയും a = 05, b = 06 …….. z = 04 ആകുന്നു. എന്ന ക്രമത്തിൽ പൂരിപ്പിക്കുകയും ചെയ്യുക.

പ്ലയിൻ ടെക്സ്റ്റ്	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z
നമ്പർ	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
സൈഫർ നമ്പർ	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	00	01	02	03	04

പ്ലയിൻ ടെക്സ്റ്റ് നെ പരസ്യ കോഡാക്കുന്നതിന് അക്ഷരങ്ങളുടെ ആവൃത്തിപട്ടിക രൂപപ്പെടുത്തുകയും ചെയ്യുക.

07_8th_Maths_Malayalam_Unit_7.indd 256 23-09-2022 10:36:16

പ്ലയിൻ ടെക്സ്റ്റ്	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z
പ്ലയിൻ ടെക്സ്റ്റിലെ അക്ഷരങ്ങളുടെ ആവൃത്തി	8	1	6	3	5	0	3	5	7	0	1	5	3	5	5	0	1	3	5	4	3	0	4	0	2	0

സൈബർ പട്ടികയുടേയും ആവൃത്തി. പട്ടികയുടേയും സഹായത്താൽ സൈബർ സംഖ്യകളെ നിരത്തുക.(പൂരിപ്പിക്കുക) ആദ്യം ഏറ്റവും കൂടുതൽ ആവർത്തിക്കുന്ന അക്ഷരങ്ങളെ5 പ്രാവശ്യം അതിനു മുകളിൽ യോജിപ്പിക്കുക അതിനുശേഷം 2 മുതൽ 4 പ്രാവശ്യം ഉള്ള ആവൃത്തി അക്ഷരങ്ങളെ യും ഏറ്റവും അവസാനം ബാക്കിയുള്ള പടിപടിയായി പടത്തിൽ കാണിച്ചിട്ടുള്ളതുപോലെ യോജിപ്പിക്കുക.

സ്റ്റെപ്പ് 1: ഏറ്റവും കൂടുതൽ ആവർത്തിച്ചുള്ള അക്ഷരങ്ങളുടെ (5 പ്രാവശ്യം അതിനു മുകളിലും) ഉള്ള സൈബർ സംഖ്യകൾ

പ്ലയിൻ ടെക്സ്റ്റ്	m	a	t	h	e	m	a	t	i	c	s		i	s		a		u	n	i	q	u	e		s	y	m	b	o	l	i	c
സൈഫർ നമ്പർ		05		12	09		05		13	07	23		13	23		05			18	13			09		23				19	16	13	07

പ്ലയിൻ ടെക്സ്റ്റ്	l	a	n	g	u	a	g	e		i	n		w	h	i	c	h		t	h	e		w	h	o	l	e
സൈഫർ നമ്പർ	16	05	18			05		09		13	18			12	13	07	12			12	09			12	19	16	09

പ്ലയിൻ ടെക്സ്റ്റ്	w	o	r	l	d		w	o	r	k	s		a	n	d		a	c	t	s		a	c	c	o	r	d	i	n	g	l	y
സൈഫർ നമ്പർ		19		16				19			23		05	18			05	07		23		05	07	07	19			13	18		16		

സ്റ്റെപ്പ് 2: ഏറ്റവും കൂടുതൽ ആവർത്തിച്ചുവരുന്ന അക്ഷരങ്ങളുടെ (2പ്രാവശ്യം അതിനുമുകളിൽ) സൈബർ സംഖ്യകൾ

പ്ലയിൻ ടെക്സ്റ്റ്	m	a	t	h	e	m	a	t	i	c	s		i	s		a		u	n	i	q	u	e		s	y	m	b	o	l	i	c
സൈഫർ നമ്പർ	17	05	24	12	09	17	05	24	13	07	23		13	23		05		25	18	13		25	09		23	03	17		19	16	13	07

പ്ലയിൻ ടെക്സ്റ്റ്	l	a	n	g	u	a	g	e		i	n		w	h	i	c	h		t	h	e		w	h	o	l	e
സൈഫർ നമ്പർ	16	05	18	11	24	05	11	09		13	18		01	12	13	07	12		24	12	09		01	12	19	16	09

പ്ലയിൻ ടെക്സ്റ്റ്	w	o	r	l	d		w	o	r	k	s		a	n	d		a	c	t	s		a	c	c	o	r	d	i	n	g	l	y
സൈഫർ നമ്പർ	01	19	22	16	08		01	19	22		23		05	18	08		05	07	24	23		05	07	07	19	22	08	13	18	11	16	03

സ്റ്റെപ്പ് 3: ആവർത്തിക്കാത്ത അക്ഷരങ്ങളുടെ സൈബർ സംഖ്യകൾ

പ്ലയിൻ ടെക്സ്റ്റ്	m	a	t	h	e	m	a	t	i	c	s		i	s		a		u	n	i	q	u	e		s	y	m	b	o	l	i	c
സൈഫർ നമ്പർ	17	05	24	12	09	17	05	24	13	07	23		13	23		05		25	18	13	21	25	09		23	03	17	06	19	16	13	07

പ്ലയിൻ ടെക്സ്റ്റ്	l	a	n	g	u	a	g	e		i	n		w	h	i	c	h		t	h	e		w	h	o	l	e
സൈഫർ നമ്പർ	16	05	18	11	25	05	11	09		13	18		01	12	13	07	12		24	12	09		01	12	19	16	09

പ്ലയിൻ ടെക്സ്റ്റ്	w	o	r	l	d		w	o	r	k	s		a	n	d		a	c	t	s		a	c	c	o	r	d	i	n	g	l	y
സൈഫർ നമ്പർ	01	19	22	16	08		01	19	22	15	23		05	18	08		05	07	24	23		05	07	07	19	22	08	13	18	11	16	03

അതുകൊണ്ട് പ്ലയിൻ ടെക്സ്റ്റ് ൻെറ കൂട്ടൽ സൈബർ ടെക്സ്റ്റ് താഴെ കാണുന്ന പ്രകാരമാണ്:

"17 05 24 12 09 17 05 24 13 07 23 13 23 05 25 18 13 21 25 09 23 03 17 06 19 16 13 07
16 05 18 11 25 05 11 09 13 08 01 12 13 07 12 24 12 09 01 12 19 16 09 01 19 22 16 08
01 19 22 15 23 05 18 08 05 07 24 23 05 07 07 19 22 08 13 18 11 16 03"

07_8th_Maths_Malayalam_Unit_7.indd 257 23-09-2022 10:36:16

പ്രവർത്തി-3

നിധി വേട്ട

ഗണിത ശാസ്ത്ര ക്ലബിലെ നിധി

അധ്യാപിക കുട്ടികളെ നാലു ഗ്രൂപ്പുകളായി തിരിച്ചു. ഓരോ ഗ്രൂപ്പിനും ഓരോ കോഡും സൂചികയും നൽകി. പിന്നീട് അവരോട് സൂചികയെ വേർപ്പെടുത്തി താഴെ പറയുന്നവയെ കണ്ടുപിടിക്കാൻ ആവശ്യപ്പെട്ടു.

(i) നിധിയെ തിരിച്ചറിയുക. (ii) നിധിയുടെ സ്ഥാനം (iii) നിധിയിരിക്കുന്ന മുറി.

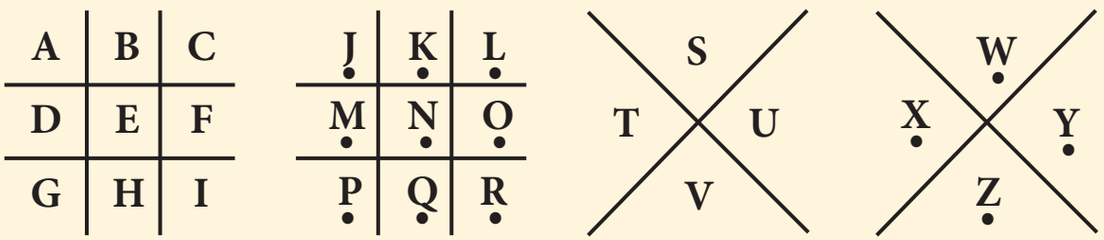
നിങ്ങൾ അന്വേക്ഷണം നടത്തുമ്പോൾ ചെറിയ പേപ്പറിൽ കുറിപ്പുകൾ എഴുതാവുന്നതാണ്.

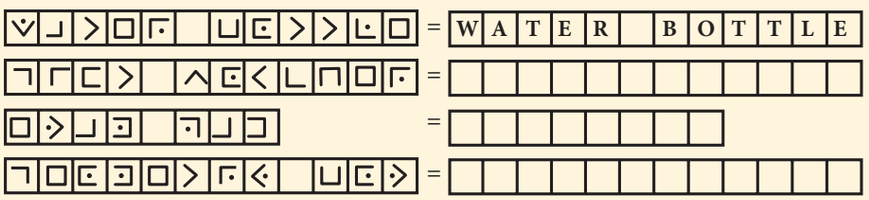
കോഡ് 1: പിഗ്പെൻ

സന്ദേശം: നിങ്ങൾ സൂചികയെ പരസ്യ കോഡാക്കുമ്പോൾ 4 നിധികളുടെ പേരുകൾ നിങ്ങൾക്ക് ലഭിക്കുന്നു.

1. വിട്ടു പോയ സ്ഥലങ്ങളെ പൂർത്തി ചെയ്ത് പരസ്യകോഡാക്കുക.

പിഗ്പെൻ കോഡ് എന്നത് അർത്ഥമില്ലാത്ത ഒരു വാക്കായി തോന്നാം. എന്നാൽ അതിനെ വളരെ എളുപ്പത്തിൽ മനസ്സിലാക്കാവുന്നതാണ്. ഓരോ അക്ഷരവും "പിഗ്പെൻ" നെ ചുറ്റിയുള്ള ഭാഗങ്ങളാൽ പ്രതിനിധികരിക്കപ്പെടുന്നു.





കോഡ് 2: പോളിബയസ് സമചതുര സൈഫർ

സന്ദേശം : നിങ്ങൾ ഇതിനെ പരസ്യ കോഡാക്കിയാൽ നിധിയുടെ പേര് തിരിച്ചറിയാനുള്ള സൂചിക ലഭിക്കുന്നു.

II. വിട്ടു പോയവ പുരിപ്പിക്കുക.

പോളിബയസ് ചതുരമെന്നത് ഒരു പട്ടികയാണ്. ഇത് അക്ഷരങ്ങളെ സംഖ്യകളാക്കി മാറ്റാൻ അനുവദിക്കുന്നു. പോളിബയസ് ചതുരത്തിലെ വരികളെയും നിരകളുടെയും മൂല്യം ഉപയോഗിച്ച് കോഡുകളെ കണ്ടുപിടിക്കാം.

5	A	B	C	D	E
4	F	G	H	I/J	K
3	L	M	N	O	P
2	Q	R	S	T	U
1	V	W	X	Y	Z
	1	2	3	4	5

(4,2) (3,4) (5,5) (3,3) (1,5) (2,3) (5,5) (4,3) (1,4)

T H E _____ O F

(4,2) (2,2) (5,5) (1,5) (3,2) (5,2) (2,2) (5,5) (4,5) (4,3) (5,5) (3,2)

_____ D O E S

(3,3) (4,3) (4,2) (3,4) (1,5) (1,1) (5,5) "(2,5)" (1,5) (3,3) (4,5) "(4,5)"

_____ _____ ____ A N D _____

07_8th_Maths_Malayalam_Unit_7.indd 258 23-09-2022 10:36:17

പ്രവർത്തി-3

കോഡ് 3: Atbash Cipher

സന്ദേശം: ഇതിനെ പരസ്യ കോഡാക്കിയാൽ നിധിയിരിക്കുന്ന മുറിയുടെ സംഖ്യകളെക്കുറിച്ചുള്ള സൂചിക ലഭിക്കുന്നു. (അത് 24 or 25 or 26 or 27 or 28 or 29 or 30) ആകാം

III. Key ഉപയേഗിച്ച് പടത്തിൽ കാണിച്ചിട്ടുള്ളതുപോലെ കോഡിനെ കണ്ടുപിടിക്കുക.

Atbash cipher എന്നത് ഒരു പ്രതിസ്ഥാപിക്കൽ സൈബറാണ്. ഇതിൽ ഒരു പ്രത്യേക **Key** ഉണ്ടായിരിക്കും. കൂടാതെ എല്ലാ അക്ഷരങ്ങളും തിരിച്ചായിരിക്കും. അതായത് **A** മുതൽ **Z** വരെയും, **Z** മുതൽ **A** വരെയും ആയിരിക്കും.

Plain Text	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
Cipher Text	Z	Y	X	W	V	U	T	S	R	Q	P	O	N	M	L	K	J	I	H	G	F	E	D	C	B	A

GSV ILLN MFNYVI RH Z NFOGRKOV LU ULFI ZMW HVEVM

THE ____ _____ ___ __ _____ ___ ____ ____ _____.

കോഡ് 4: Key ഉപയോഗിക്കൽ – പ്രതിഫലന പട്ടിക സന്ദേശം

സന്ദേശം:- ഈ സൂചികയെ പരസ്യകോഡാകുമ്പോൾ നിധിഇരിക്കുന്ന പരമാവധി സ്ഥലങ്ങളും ലഭിക്കുന്നു. (It എന്നതിനുപകരം sit ഉപയോഗിക്കുന്നു)

താഴെ തന്നിട്ടുള്ള പ്രതിഫലന പട്ടികയെ ഉപയോഗിക്കുക. പതിഫലന അക്ഷരങ്ങളെ ഉപയോഗിച്ച് ശരിയായ വാക്ക് കണ്ടുപിടിക്കുക.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕
N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z

JVAQBJ - _____

PBZCHGRE GNOYR - _____

PUNVE - _____

PHOOBNEQ - _____

കോഡുകൾ കണ്ടുപിടിച്ച ശേഷം അധ്യാപിക കുട്ടികളോട് സൂചികകളെ ഒന്നൊന്നായി ക്രമികരിക്കുവാൻ ആവശ്യപ്പെട്ടു.

CLUES

i. _____

ii. _____

iii. _____

iv. _____

ഫലം

(i) നിധി ഇരിക്കുന്ന മുറി:- _____.

(ii) നിധി ഇരിക്കുന്ന സ്ഥലം:- _____.

(iii) നിധിയുടെ തരം തിരിച്ചറിയൽ:- _____.

(സൂചന: അഭ്യാസം 4.3 ലെ ആറാമത്തെ ചോദ്യത്തിന് ഉത്തരം നല്കുമ്പോൾ നിങ്ങൾക്ക് ഫലങ്ങളെ താരതമ്യം ചെയ്യാനും പരിശോധിക്കാനും സാധിക്കും.)സമ്മാന കൂപ്പണിൽ അടങ്ങിയിട്ടുണ്ട്.(20 മുഴുവൻ മാർക്കും നല്കിയിട്ടുണ്ട്.

07_8th_Maths_Malayalam_Unit_7.indd 259 23-09-2022 10:36:17

ശ്രമിച്ചു നോക്കുക

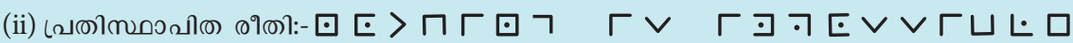
1. പിഗ്പെൻ സൈബർ കോഡ് ഉപയോഗിച്ച് നിങ്ങളുടെ പേര് _____ ന്റെയും നിങ്ങളുടെ അധ്യായത്തിന്റെയും പേര് എഴുതുക.

   (i) ദൈനംദനകണക്കുകൾ (ii) ബീജഗണിതം

   (iii) ജ്യാമിതി (iv) വിവരനിർവ്വഹണം

2. താഴെ തന്നിട്ടുള്ള രഹസ്യകോഡുകളെ പ്രതിസ്ഥാനത്തെയും,മാറ്റത്തെയും പരസ്യകോഡാക്കുക ഏതാണ് നിങ്ങൾക്ക് എളുപ്പം.

   (i) മാറ്റുന്ന രിതി:- M N S G H M F H R H L O N R R H A K D

   (ii) പ്രതിസ്ഥാപിത രീതി:- 

3. സുഹൃത്തിനു ഒരു ചെറിയ സന്ദേശം എഴുതുകയും അതിനെ കോഡാക്കുകയും ചെയ്യുക.(മാറ്റലോ,പ്രതിസ്ഥാപിതരീതിയോ ഉപയോഗിക്കാം)

അഭ്യാസം 7.3

1. പൂരിപ്പിക്കുക **(മൂന്നാമത്തെ കോഡിൽ തന്നിട്ടുള്ളതുപോലെ Atbash സൈബർ ഉപയോഗിക്കുക)**

(i) G Z N R O = _____

(ii) V M T O R H S = _____

(iii) N Z G S V N Z G R X H = _____

(iv) H X R V M X V = _____

(v) H L X R Z O H X R V M X V = _____

2. യോജിപ്പിക്കുക **(a = 00..... Z= 25).**

(i) മാത്തമാറ്റിക്സ് - (a) 18 20 01 19 17 00 02 19 08 14 13

(ii) കൂട്ടൽ - (b) 03 08 21 08 18 08 14 13

(iii) കുറയ്ക്കൽ - (c) 12 00 19 07 04 12 0019 08 02 18

(iv) ഗുണിതം - (d) 00 03 03 08 19 08 14 13

(v) വിഭജനം - (e) 12 20 11 19 08 15 11 15 02 00 19 08 14 13

3. കൂട്ടൽ സൈബർ പട്ടിക തയ്യാറാക്കൽ **(key = 4).**

4. **"Good Morning"** എന്ന സന്ദേശം തിരിച്ചെഴുതുമ്പോൾ **"Doog Gninrom".** എന്നാകുന്നു. അതുപോലെ താഴെ തന്നിട്ടുള്ള വാക്യങ്ങളെ പരസ്യകോഡാക്കുക

"Ot dnatsrednu taht scitamehtam nac eb decneirepxe erehwreve ni erutan dna laer efil."

5. തന്നിട്ടുള്ള **പിഗ്പെൻ** സൈബർ **ടെക്സ്റ്റ്** നെ പരസ്യകോഡ് ചെയ്യുക നിങ്ങളുടെ ഉത്തരങ്ങളെ താരതമ്യം ചെയ്ത് പ്രവർത്തി 3 ഫലം കണ്ടുപിടിക്കുക.

I. നിധി ഇരിക്കുന്ന മുറിയുടെ സംഖ്യ



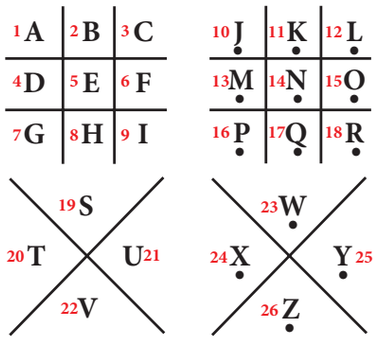
07_8th_Maths_Malayalam_Unit_7.indd 260 23-09-2022 10:36:17

II. നിധി ഇരിക്കുന്ന സ്ഥലം:-



III. നിധിയുടെ പേര്:-





6. പ്രവീൺ പുതിയതായി വാങ്ങിയ ഇരുചക്രവാഹനത്തിന് രജിസ്ട്രേഷൻ സംഖ്യലഭിച്ചു.ഇവിടെ സംഖ്യയെ കണ്ണാടിയിലെ പ്രതിബിംബ രീതിയിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നു. പ്രതിബിംബത്തെ പരസ്യകോഡ് ചെയ്ത് ശരിയായ രജിസ്ട്രേഷൻ സംഖ്യയെ കണ്ടുപിടിക്കുക.

TN12H2589

6852H12NT **TNIZHZ68**

8852HZINT **9852H21NT**

ശരിയായ ഉത്തരം തെരഞ്ഞെടുത്തെഴുതുക:

7. **A**, **B** ചോദ്യങ്ങളിൽ ഒരോ ഗണത്തിലും 4 അക്ഷരഗ്രൂപ്പുകൾ ഉണ്ട്. ഇതിൽ 3 ഗണങ്ങൾ ഒരു തരത്തിൽ ഒരേ പോലെയും ഒന്ന് വ്യത്യസ്തമായും കാണപ്പെടുന്നു.വ്യത്യസ്തമായ ഒന്നിനെ കണ്ടുപിടിക്കുക.

(i) A. (a) C R D T (b) A P B Q (c) E U F V (d) G W H X

(ii) B. (a) H K N Q (b) I L O R (c) J M P S (d) A D G J

8. കുറച്ച് അക്ഷരങ്ങൾ തന്നിട്ടുണ്ട് ഒരോ അക്ഷരത്തിനും ഒരു സംഖ്യാകോഡും നല്കിയിട്ടുണ്ട്.ഈ അക്ഷരങ്ങളെ അർത്ഥമുള്ള വാക്കായി പുനഃസംഘടിപ്പിക്കണം.തന്നിട്ടുള്ള 4 ഉത്തരങ്ങളിൽ നിന്നും അത്തരത്തിൽ രൂപപ്പെട്ട വാക്കിന്റെ കോഡിനെ കണ്ടുപിടിക്കുക.

L	I	N	C	P	E
1	2	3	4	5	6

(a) 2 3 4 1 5 6 (b) 5 6 3 4 2 1 (iii) 6 1 3 5 2 4 (iv) 4 2 1 3 5 6

9. ചോദ്യം I, II കോഡുഭാഷ അടിസ്ഥാനപ്പെടുത്തിട്ടുള്ളതാണ്.താഴെ തന്നിട്ടുള്ള 4 ഉത്തരങ്ങളിൽ നിന്നും ശരിയായ ഉത്തരം കണ്ടുപിടിക്കുക.

(iii) C **'M E D I C I N E'** എന്ന വാക്കിനെ **'E O J D J E F M'** എന്ന് കോഡ് ചെയ്യുമ്പോൾ **'C O M P U T E R'** എന്ന വാക്കിന് അതേ കോഡിൽ എങ്ങനെ എഴുതാൻ സാധിക്കും.

(a) C N P R V U F Q (b) C M N Q T U D R

(c) R F U V Q N P C (d) R N V F T U D Q

(iv) D **'P H O N E'** എന്ന വാക്കിനെ **'S K R Q H'**, എന്ന് കോഡ് ചെയ്യുമ്പോൾ **'R A D I O'** എന്ന വാക്കിന് അതേ കോഡിൽ എങ്ങനെ കോഡു ചെയ്യാം

(a) S C G N H (b) V R G N G (c) U D G L R (d) S D H K Q

07_8th_Maths_Malayalam_Unit_7.indd 261 23-09-2022 10:36:17

7.8 വാങ്ങലിലെ താരതമ്യങ്ങൾ

സാധനങ്ങൾ വാങ്ങുന്നതിൽ നിങ്ങൾക്ക് നല്ല അനുഭവങ്ങൾ ഉണ്ടാക്കുമെന്ന് ഞാൻ വിചാരിക്കുന്നു.നിങ്ങൾക്ക് ആ അനുഭവങ്ങളെ പങ്കുവെയ്ക്കാമോ.നിങ്ങളുടെ വാങ്ങൽ അനുഭങ്ങളെക്കുറിച്ച് ഞാൻ ചില ചോദ്യങ്ങൾ ചോദിക്കാൻ ആഗ്രഹിക്കുന്നു. നിങ്ങൾ സാധനങ്ങൾ വാങ്ങുന്നത് (i) ആകർഷകമായ നിറം അല്ലെങ്കിൽ (ii) വിലയെ അടിസ്ഥാനപ്പെടുത്തിയാണോ അല്ലെങ്കിൽ (iii) വലുപ്പത്തെ അടിസ്ഥാനപ്പെടുത്തിയാണോ അല്ലെങ്കിൽ (iv) കാഴ്ചയെ അടിസ്ഥാനപ്പെടുത്തിയാണോ അത് എന്തായാലും ഒരു പ്രധാനപ്പെട്ട കാര്യം കൂടി കണക്കാക്കേണ്ടതുണ്ട്. അത് എന്താണ് അതെ അതാണ് കാലഹരണതിയതി പേക്ക്ചെയ്യപ്പെട്ട എല്ലാ വസ്തുക്കളുടേയും കാലഹരണതിയതി നിങ്ങൾ എപ്പോഴെങ്കിലും നോക്കിയിട്ടുണ്ടോ ഇത് ഒരു പ്രധാനപ്പെട്ട കാര്യമാണ്.ഏറ്റവും നല്ല രീതിയിലുള്ള വാങ്ങലിന്,മറ്റു ചില കാര്യങ്ങൾ കൂടി പരിഗണിക്കേണ്ടതുണ്ട്.വില, ഗുണം,അളവ്,വാഗ്ദാനങ്ങൾ,വിലകിഴിവ് എന്നിവയാണ് അവ.

ഏതെങ്കിലും ഒരു കടയിൽ നിന്നോ മറ്റോ സാധനങ്ങൾ നിങ്ങൾ പണം മുടക്കുന്നതിനുമുമ്പ് വിലക്കുറവ് നല്ലഗുണം എന്നീകാര്യങ്ങൾ പരിഗണിക്കുക.അതാണ് ബുദ്ധിപൂർവ്വമുള്ള വാങ്ങൽ.

ഇവിടെ നമ്മൾ പഠിക്കുന്നത് താഴെ പറയുന്ന സാഹചര്യങ്ങളിൽ നിന്നും സാധനങ്ങൾ വാങ്ങുന്നതിനുമുമ്പ് എങ്ങനെ ഒരു ബുദ്ധിയുള്ള ഉപഭോക്താവ് ആകും എന്നതിനെ കുറിച്ചാണ്.

സാഹചര്യം

അധ്യാപിക നിന്നെയും നിന്റെ സുഹൃത്തിനെയും സ്കൂൾ കാന്റിനിലെ പഴവർഗ്ഗവിഭാഗത്തിന്റെ ചുമതല ഒരാഴ്ചത്തേക്ക് നലക്കുന്നു എന്ന് കരുതുക.അധ്യാപിക താഴെപറയുന്ന കാര്യങ്ങൾ നിഷ്ക്കർഷിക്കുകമാത്രമല്ല ആവശ്യമുള്ളപ്പോൾ നിങ്ങളെ അവർക്ക് സഹായിക്കാൻ സാധിക്കും.

- നിങ്ങളുടെ വാങ്ങൽ പട്ടിക അനുസരിച്ച് രണ്ടു ദിവസത്തേക്കുള്ള പഴങ്ങൾ മാത്രം നിങ്ങൾ വാങ്ങുക.
- നിങ്ങളിൽ ഒരാൾ ചന്തയിൽ പോകണം,മറ്റെയാൾ കടയിൽ പോകണം,വാങ്ങുന്നതിനുമുമ്പ് പഴങ്ങളുടെ വിലകൾ മനസ്സിലാക്കുക.
- ഏറ്റവും നല്ല ഇടപാട് ഏതിലാണെന്ന് നിങ്ങൾ തന്നെ കണക്കാക്കുക.

വാങ്ങൽ പട്ടിക

1. 20 കി.ഗ്രാം ആപ്പിളുകൾ
2. 20 കി.ഗ്രാം പേരയ്ക്കകൾ
3. 30 സ്ട്രോബെറി ബോക്സുകൾ
4. 20 ഡസൻ വാഴപ്പഴം

അതിനുശേഷം.

- നിങ്ങളുടെ വാങ്ങൽ പട്ടിക പരിശോധിച്ച് എത്രമാത്രം പഴങ്ങൾ ആവശ്യമുണ്ടെന്ന് മനസ്സിലാക്കുക.
- രണ്ടുസ്ഥലങ്ങളിലുള്ള ഓരോ ഇനത്തിന്റെയും അളവും വിലയും താരതമ്യം ചെയുക.
- എല്ലാ ഇനങ്ങളും വാങ്ങാനുള്ള ഏറ്റവും നല്ല ഇടപാടിനുള്ള ഏതെങ്കിലും ഒരു സ്ഥലം മാത്രം തെരെഞ്ഞടുക്കുക..
- വില വിവര പട്ടികയെ താരതമ്യം ചെയ്ത് ആവശ്യമുള്ള പഴങ്ങൾ വാങ്ങാനുള്ള സ്ഥലം ഏതെന്ന് തീരുമാനിക്കുക.



ഉദാഹരണമായി രണ്ട് കടകളിലെയും വില വിവര പട്ടിക താഴെ തന്നിട്ടുണ്ട്:

ക്രമ നമ്പർ	പഴങ്ങളുടെ പേര്	ഡിപ്പാർട്ട്മെന്റൽ സ്റ്റോർ		ചന്തയിലെ വില	
		അളവ്	വില (₹)	അളവ്	വില (₹)
1	ആപ്പിൾ	1 കി.ഗ്രാം	120	1 കി.ഗ്രാം	110
2	പേരയ്ക്ക	1 കി.ഗ്രാം	50	1 കി.ഗ്രാം	40
3	സ്ട്രോബറി	1 പെട്ടി	80	1 -പെട്ടി	85
4	വാഴപ്പഴം	1 ഡസൻ	60	1 കി.ഗ്രാം	50

07_8th_Maths_Malayalam_Unit_7.indd 262 23-09-2022 10:36:18

ഇപ്പോൾ രണ്ട് സ്ഥലങ്ങളിലെയും നമ്മുക്ക് ആവശ്യമുള്ള അളവ് അനുസരിച്ചുള്ള പഴങ്ങളുടെ മൊത്ത വില കണക്കാക്കുക.

ഡിപ്പാർട്ട്മെന്റൽ സ്റ്റോറിലെ വില കണക്കാക്കൽ:

പഴങ്ങളുടെ പേര്	ആവശ്യമുള്ള പഴങ്ങളുടെ വില	ആകെ വില (₹)
ആപ്പിൾ 	1 കി.ഗ്രാം ആപ്പിളിന്റെ വില = ₹120 20 കി.ഗ്രാം ആപ്പിളിന്റെ വില = 20 × 120 = ₹2400	2400
പേരയ്ക്ക 	1 കി.ഗ്രാം പേരയ്ക്കയുടെ വില = ₹50 20 കി.ഗ്രാം പേരയ്ക്കയുടെ വില = 20 × 50 = ₹1000	1000
സ്ട്രോബറി 	1 പെട്ടി സ്ട്രോബറിയുടെ വില = ₹80 30 പെട്ടി സ്ട്രോബറിയുടെ വില = 30 × 80= ₹2400	2400
വാഴപ്പഴം 	1ഡസൻ വാഴപ്പഴത്തിന്റെ വില = ₹60 20 കി.ഗ്രാം വാഴപ്പഴത്തിന്റെ വില = 20 × 60 = ₹1200	1200

ചന്തയിലെ വില കണക്കാക്കൽ:

പഴങ്ങളുടെ പേര്	ആവശ്യമുള്ള പഴങ്ങളുടെ വില	ആകെ വില (₹)
ആപ്പി 	1 കി.ഗ്രാം ആപ്പിളിന്റെ വില = ₹110 20 കി.ഗ്രാം ആപ്പിളിന്റെ വില = 20 × 110 = ₹2200	2200
പേരയ്ക്ക 	1 കി.ഗ്രാം പേരയ്ക്കയുടെ വില = ₹40 20 കി.ഗ്രാം പേരയ്ക്കയുടെ വില = 20 × 40 = ₹800	800
സ്ട്രോബറി 	1 പെട്ടി സ്ട്രോബറിയുടെ വില = ₹85 30 പെട്ടി സ്ട്രോബറിയുടെ വില = 30 × 85 = ₹2550	2550
വാഴപ്പഴം 	1 ഡസൻ വാഴപ്പഴത്തിന്റെ വില = ₹50 20 കി.ഗ്രാം വാഴപ്പഴത്തിന്റെ വില = 20 × 50 = ₹1000	1000

ഡിപ്പാർട്ട്മെന്റൽ സ്റ്റോറിലെ വിലയെ ചന്തയിലെ വിലയുമായി താരതമ്യം ചെയ്യാം.

പഴങ്ങൾ	നിങ്ങളുടെ ആവശ്യമനസുരിച്ചുള്ള ഇനങ്ങളുടെ വില (₹)	
	ഡിപ്പാർട്ട്മെന്റൽ സ്റ്റോർ	ചന്ത
20 കി.ഗ്രാം ആപ്പിളുകൾ	2400	2200
20 കി.ഗ്രാം പേരയ്ക്ക	1000	800
30 പെട്ടി സ്ട്രോബറി	2400	2550
30 ഡസൻ വാഴപ്പഴങ്ങൾ	1200	1000
സാധനങ്ങളുടെ ആകെ വില	**7000**	**6550**

07_8th_Maths_Malayalam_Unit_7.indd 263 23-09-2022 10:36:20

മേൽ പറഞ്ഞ താരതമ്യങ്ങളിൽ നിന്നുംഅളവിലും വിലയിലും ചന്തയാണ് നല്ല ഇടപാട് അതു കൊണ്ട് തന്നെ ചന്തയിൽ നിന്നും സാധനങ്ങൾ വാങ്ങുന്നതാണ് ഏറ്റവും നല്ല ഇടപാട.

പ്രവൃത്തി

നിങ്ങൾ ₹220 രൂപ ബഡ്ജറ്റുമായി ഒരു കടയിൽ സാധനങ്ങൾ വാങ്ങാൻ പോകുന്നു എന്ന് വിചാരിക്കുക. തന്നിട്ടുള്ള പട്ടികയിലെ ഇനങ്ങളുടെ അളവുകൾ അതേ പടി വാങ്ങുകയും വേണം. എന്നാൽ താഴെ പറയുന്ന ന്ബന്ധനകൾ പാലിക്കുകയും വേണം.



നിബന്ധനകൾ:

(i) ആദ്യം തന്നിട്ടുള്ള വില വിവരപ്പട്ടിക പൂർത്തിയാക്കുക

(ii) ₹220 രൂപ ബഡ്ജറ്റിൽ നിന്നു കൊണ്ട് മൂന്ന് ഇനങ്ങൾ മേൽകാണിച്ചിട്ടുള്ള വില അനുസരിച്ച് വാങ്ങണം.

(iii) നിങ്ങൾക്ക് നടന്ന് വീട്ടിലേക്ക് പോകേണ്ടതുകൊണ്ട് 5കി.ഗ്രാം കിലോഗ്രാമിൽ കൂടാനും പാടില്ല.

താഴെ ഉള്ള ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ഉത്തരം എഴുതുക.

1. മേൽപറഞ്ഞ ഇനങ്ങൾ എത്ര രീതികളിൽ നിങ്ങൾക്ക് വാങ്ങാൻ സാധിക്കും
2. തന്നിട്ടുള്ള വില വിവരപ്പട്ടിക പൂർത്തിയാക്കുക. ഇവിടെ നിങ്ങൾക്കുവേണ്ടി ചെയ്തിട്ടുണ്ട്.

വിലവിവരപ്പട്ടിക

ക്രമനമ്പർ.	വിവരണം	വില/1 കി.ഗ്രാം (₹)	അളവ് കി.ഗ്രാം	തുക (₹)
1	അരി	37.50	2.50	
2	പരിപ്പ്	62.00	1.00	
3	പഞ്ചസാര	32.50	1.50	
4	ഗോതമ്പ്	26.50	1.00	
ആകെ ബിൽ തുക				

വിലവിവരപ്പട്ടിക

ക്രമനമ്പർ	വിവരണം	വില/1 കി.ഗ്രാം (₹)	അളവ് കി.ഗ്രാം	തുക (₹)
1	അരി	37.50	2.50	93.75
2	പരിപ്പ്	62.00	1.00	62.00
3	ഗോതമ്പ്	26.50	1.00	26.50
ആകെ ബിൽ തുക				182.25

വിലവിവരപ്പട്ടിക

ക്രമനമ്പർ.	വിവരണം	വില/1 കി.ഗ്രാം (₹)	അളവ് കി.ഗ്രാം	തുക (₹)
ആകെ ബിൽ തുക				

വിലവിവരപ്പട്ടിക

ക്രമനമ്പർ.	വിവരണം	വില/1 കി.ഗ്രാം (₹)	അളവ് കി.ഗ്രാം	തുക (₹)
ആകെ ബിൽ തുക				

വിലവിവരപ്പട്ടിക

ക്രമനമ്പർ.	വിവരണം	വില/1 കി.ഗ്രാം (₹)	അളവ് കി.ഗ്രാം	തുക (₹)
ആകെ ബിൽ തുക				

7.8.1 പല അളവിലുള്ള അളവുപാത്രങ്ങളെ താരതമ്മ്യം ചെയ്യുക.

പലപ്പോഴും വസ്തുക്കളെ പല അളവിലുള്ള പെട്ടികളിലാണ് പാക്ക് ചെയ്യുന്നത്.

- പലപ്പോഴും വാങ്ങുന്നവർ പണം ലാഭിക്കാൻ വേണ്ടി ഒരേ ഇനം പേക്ക് ചെയ്തിട്ടുള്ള വലിയ പെട്ടികളെയാണ് വാങ്ങുന്നത്. ഉദാഹരണമായി 200 മില്ലിലിറ്റർ പാൽ അടങ്ങിയിട്ടുള്ള 5 യൂണിറ്റികൾക്ക് ഒരു ലിറ്റർ പാലിനെക്കാളും വില കൂടുതലായിരിക്കും.

07_8th_Maths_Malayalam_Unit_7.indd 264 23-09-2022 10:36:21

- ചിലപ്പോൾ ചില സ്റ്റോറുകളിൽ ഒരേ ഇനത്തിന് രണ്ട് വില കാണും. ഒരു ഇനത്തിലുള്ള ഒരെണ്ണം മാത്രം വാങ്ങുന്നതിന് ഒരു വിലയും അതേ ഇനത്തിൽ ഒന്നിൽ കൂടുതൽ ഇനങ്ങൾ വാങ്ങുന്നതിന് മറ്റൊരുവിലയും കാണപ്പെടുന്നു. ഉദാഹരണമായി 1 ലിറ്റർ കുപ്പിയിലുള്ള കടല എണ്ണയുടെ വില 135 രൂപയും എന്നാൽ 2 ലിറ്റർ കുപ്പിയുടെ വില 240 രൂപയും ആകുന്നു. ഇവിടെ 1 ലിറ്ററിന്റെ 2 കുപ്പികൾ വാങ്ങിയാൽ നിങ്ങൾ കൂടുതൽ പണം നല്കേണ്ടി വരുന്നു.
- ചില അവസരങ്ങളിൽ അളവനുസരിച്ച് സാധനങ്ങൾ വാങ്ങുന്നത് ചിലവുകുറയ്ക്കുന്നു. ചിലപ്പോൾ ഒരു ഇനം അധിക അളവിൽ വാങ്ങുമ്പോൾ കാലാവധി തിയതി തീരുന്നതിനുമുമ്പ് ഉപഭോക്താവിന് ഉപയോഗിച്ച് തീർക്കാൻ സാധിക്കാതെ വന്നേയ്ക്കാം. വാങ്ങുന്നതിന് എറ്റവും അനുയോജ്യമായ അളവിലുള്ള പാത്രങ്ങൾ ഏതാണെന്ന് കണ്ടുപിടിക്കാൻ വസ്തുക്കളുടെ ഒറ്റ പേക്കിന്റെ വില അറിഞ്ഞിരിക്കണം.

പ്രവൃത്തി

പാചക എണ്ണ ഒരു ലിറ്ററിന് 250 രൂപ വിലയുള്ള 12 ലിറ്റർ ഒരേ ഇനം പാചക എണ്ണ നിങ്ങൾക്ക് വാങ്ങണമെന്ന് വിചാരിക്കുക. സൂപ്പർമാർക്കറ്റിൽ പല ഇനത്തിലുള്ള എണ്ണകൾക്കും ധാരാളം വാഗ്ദാനങ്ങളും കാണപ്പെടുന്നു. ചില വാഗ്ദാനങ്ങൾ താഴെ തന്നിട്ടുണ്ട്. പട്ടികയെ പൂരിപ്പിച്ച് ഏറ്റവും നല്ല വാഗ്ദാനം ഏതാണെന്ന് കണ്ടുപിടിക്കുക. നിങ്ങളുടെ മെത്തവാങ്ങലിൽ എത്ര രൂപ ലാഭിക്കാമെന്ന് കണ്ടുപിടിക്കുക.

ഏതാണ് നല്ല ഇടപാട്.

ഉൽപ്പന്നം (പാചകഎണ്ണ)	അളവ് 1 ലിറ്ററുകളിൽ	സ്ഥിര വില (₹)	സൗജന്യം	സ്പെഷ്യൽ വില (₹)	ലാഭ വില (₹)	1 ലിറ്ററിന്റെ വില (₹)	12 ലിറ്ററിന്റെ വില (₹)
	1	293	₹ 50 കുറവ്	243		243	
	2	850	1 *l* +1 *l* ചേർന്നുള്ള	499	351 (850-499)	249.50	
	5+1 = 6	2000	5 *l* വാങ്ങിയാൽ 1 *l* സൗജന്യം	1500			3000
	2+2 = 4	1486	1വാങ്ങിയാൽ 1 സൗജന്യം	743		185.75	
	1+1= 2	850	സ്പെഷ്യൽ വില 2 പായ്ക്കിന് 1 *l* ₹ 390	390		195	
	12 (1) = 12	5100	1 *l* പായ്ക്കിന് 12	1650	3450		

ഏറ്റവും നല്ല ആദായവില _____

നിങ്ങളുടെ മൊത്ത വാങ്ങലിൽ ലാഭ വില _____

07_8th_Maths_Malayalam_Unit_7.indd 265 23-09-2022 10:36:22

ശ്രമിച്ചു നോക്കുക

അധ്യാപിക ക്ലാസ്സിലെ കുട്ടികളെ 4 വിഭാഗമായി പിരിച്ചു. ക്ലാസ്സ്മുറിയിൽ ഒരു കളി ചന്ത ഉണ്ടാക്കി. എന്നിട്ട് കുട്ടികളോട് വില്പനക്കാരുടെ രണ്ട് ഗ്രൂപ്പും ഉപഭോക്താക്കളുടെ രണ്ടു ഗ്രൂപ്പുമായി അഭിനയിക്കാൻ പറഞ്ഞു. ഉപഭോക്താക്കൾ വിവിധ കടകളിൽ നിന്ന് സാധനങ്ങൾ വാങ്ങുകയും വിലവിവരപ്പട്ടിക തയ്യാറാക്കുകയും വേണം

രണ്ട് വിഭാഗ ഉപഭോക്താക്കളും സാധനങ്ങൾ വാങ്ങുന്നത് സ്റ്റാർ ഫുഡ് മാർട്ട്. സൂപ്പർ പ്രാവിഷ്യൻസ് എന്നീ രണ്ടു സൂപ്പർമാർക്കറ്റുക്കളിൽ നിന്നുമാണ്. ഈ ആയ്ചയിൽ ചില സാധനങ്ങൾക്ക് ചില പ്രത്യേക കിഴിവുകൾ അവർക്ക് ലഭിച്ചു. സ്റ്റാർ ഫുഡ് മാർട്ടിൽ നിങ്ങൾക്ക് സാധനങ്ങൾ വിലകിഴിവിൽ ലഭിക്കുന്നു. എന്നാൽ സൂപ്പർ പ്രാവിഷ്യനിൽ ഒന്ന് എടുത്താൽ ഒന്ന് സൗജന്യം എന്ന ഇടപാട് ലഭിക്കുന്നു. അവരുടെ ഇടപാടുകളെ നോക്കുക

സ്റ്റാർ ഫുഡ് മാർട്ട



ഒരു പാക്കറ്റിന് 114 വിലയുള്ള ചോക്കളേറ്റ് ബിസ്ക്കറ്റ് 30 രൂപ കിഴിവിൽ



90 രൂപ വിലയുള്ള കടല മിഠായി ഇപ്പോൾ 20 രൂപ വിലകിഴിവിൽ



60 രൂപ വിലയുള്ള പ്രോട്ടീൻ പാല് ഇപ്പോൾ 20 രൂപ വില കിഴിവിൽ



450 രൂപ വിലയുള്ള ബദാംപരിപ്പ് 150 രൂപ വിലകിഴിവിൽ

സൂപ്പർ മാർക്കറ്റ്



ഒരു പാക്കറ്റിന് 180 രൂപ വിലയുള്ള ചോക്കളേറ്റ് ബിസ്ക്കറ്റ് ഒന്നെടുത്താൽ ഒന്ന് സൗജന്യം



150 രൂപ വിലയുള്ള കടലമിഠായി ഒന്നെടുത്താൽ ഒന്ന് സൗജന്യം



80 രൂപ വിലയുള്ള പ്രോട്ടീൻ പാൽ ഒന്നെടുത്താൽ ഒന്ന് സൗജന്യം



580 രൂപ വിലയുള്ള ബദാംപരിപ്പ് ഒന്നെടുത്താൽ ഒന്ന് സൗജന്യം

07_8th_Maths_Malayalam_Unit_7.indd 266 23-09-2022 10:36:25

താഴെ തന്നിട്ടുള്ള ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ഉത്തരം നല്കുക.

I. ഇതാണ് നിങ്ങളുടെ വാങ്ങൽ പട്ടിക.

നാല് കുപ്പി പ്രോട്ടീൻ പാല്. (**200** മി.ലി) അളവിലുള്ളത്. **2** പാക്കറ്റ് കടല മിഠായി(**200** ഗ്രാം). **2** പാക്കറ്റ് ചോക്കളേറ്റ് ബിസ്ക്കറ്റ്. **2** പേക്കറ്റ് ബദാംപരിപ്പ് (**500** ഗ്രാം)

(i) എല്ലാ ഇനങ്ങളും ഒരേ കടയിൽ നിന്നുമാണ് വാങ്ങുന്നതെങ്കിൽ ഏറ്റവും നല്ല ലാഭവില എവിടെ നിന്നും ലഭിക്കും?

(ii) എല്ലാ ഇനങ്ങളും പലകടകളിൽ നിന്നുമായി വാങ്ങുകയാണെങ്കിൽ ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ രൂപ ചിലവാകുന്നത് എങ്ങനെയാണ്.

II. താഴെ തന്നിട്ടുള്ള സാധനങ്ങൾ വാങ്ങുന്നതിനായി നിങ്ങളുടെ കൈയ്യിൽ **1000/** രൂപ ഉണ്ട്. പ്രോട്ടീൻ പാല് **6** കുപ്പി (**200** മി.ലി അളവ്) കടലമിഠായി **3** പേക്കറ്റ് (**200** ഗ്രാം), ചോക്കളേറ്റ് ബിസ്ക്കറ്റ് 3 പേക്കറ്റ്, ബദാംപരിപ്പ് **1** പേക്കറ്റ് (**250** ഗ്രാം)

(i) ബഡ്ജറ്റ് തുക 1000 രൂപയിൽ കൂടാതെ നിങ്ങൾക്ക് എങ്ങനെ ഇത് വാങ്ങാൻ സാധിക്കും

(ii) ഓരോ ഇനത്തിനും ഏറ്റവും നല്ല ലാഭവില ഏതു കടയിൽ ലഭിക്കും?

(iii) സൂപ്പർമാർക്കറ്റിലെ ഒന്നെടുത്താൽ ഒന്ന് സൗജന്യം എന്ന ഇടപാട് **50**% വിലകിഴിവ് എന്ന ഇടപാടിന് തുല്യമാണോ?

7.9 പേക്കിംഗ്



നമ്മൾ സാധനങ്ങളെ ഒരു പെട്ടിയിലോ സൂട്ട്കേസിലോ അലമാരയിലോ പേക്ക് ചെയ്യുമ്പോൾ ആദ്യം തീരുമാനിക്കേണ്ടത് അവയെ ഏതു രീതിയിൽ പേക്ക് ചെയ്യും എന്നാണ്.ആ പ്രത്യേക സ്ഥല പരിമിതിക്കുള്ളിൽ എത്ര ഇനങ്ങൾ വെയ്ക്കാൻ സാധിക്കും? ഒരു ഉദാഹരണം നിങ്ങൾ സ്കൂളിലേക്ക് യാത്ര തിരിക്കുമ്പോൾ നിങ്ങൾക്ക് ആവശ്യമുള്ളതെല്ലാം (പുസ്തകങ്ങൾ, നോട്ടുബുക്കുകൾ, ജോമട്രിബോക്സ്, കളിക്കാനുള്ള സാധനങ്ങൾ, ആഹാരം, വെള്ളം കൊണ്ടു പോകുന്ന കുപ്പി). നിങ്ങളുടെ സ്കൂൾബേഗിൽ പേക്ക് ചെയ്യാൻ ശ്രമിക്കുന്നു. അപ്പോൾ പുസ്തകങ്ങൾ നശിക്കാതിരിക്കാൻ നിങ്ങൾ പ്രത്യേകം ശ്രദ്ധിക്കുന്നു. മാത്രമല്ല അവയെല്ലാം സ്വയം നിങ്ങൾ തന്നെ ചുമക്കത്തക്ക രീതിയിലുമാക്കുന്നു. ചിന്തിച്ചു നോക്കൂ. നിങ്ങളുടെ സുഹൃത്തിന് സാധനങ്ങൾ അയയ്ക്കുമ്പോൾ നിങ്ങൾ ഇതേ നിയമമല്ലേ പാലിക്കുന്നത്.

ഇതു കൂടാതെ മറ്റു പല പേക്കേജ് രീതികളും നിലവിലുണ്ട്.കിടക്കവിരികൾ,കണ്ണാടികൾ,പേപ്പർ,തടി, തുണി എന്നിവ മുറിക്കുമ്പോഴും മുറികൾ അനുവദിക്കുന്നതിനും, ഒരു പ്രത്യേക സ്ഥലപരിമിതിക്കുള്ളിൽ ഇരിപ്പിടങ്ങൾ ക്രമീകരിക്കുന്നതിനും, ക്രമമായി വാഹനങ്ങൾ പാർക്ക് ചെയ്യുന്നതിനും,ഹാർട്ഡിസ്ക്കിലും(1), പെൻഡ്രൈവ് എന്നിവയിൽ വിവരങ്ങൾ ശേഖരിക്കുന്നതിൽ പല രീതികൾ പ്രയോഗിക്കപ്പെടുന്നു.

താഴെ തന്നിട്ടുള്ള സാഹചര്യങ്ങളിലും ഉദാഹരണങ്ങളിൽ നിന്ന് ചില പേക്കേജിങ്ങ് രീതികൾ ഉപയോഗിച്ച് സാധനങ്ങളെ ഒരു പ്രത്യേക അറക്കുള്ളിലോ,മുറികളിലോ, പെട്ടികളിലോ പേക്ക് ചെയ്യുന്നത് എങ്ങനെ എന്ന് നോക്കാം.

7.9.1 പേക്കേജ് രീതികൾ-വിഭജന രീതി



സാധനങ്ങളെ ബാഗിലോ പാത്രങ്ങളിലോ വെയ്ക്കുമ്പോൾ ഓരോ ഇനങ്ങളുടേയും ഭാരം,മൂല്യം,എണ്ണംഎന്നിവ പരിഗണിക്കുന്നു.അതായത് ആ പാത്രത്തിന്റെ മൊത്തം ഭാരം തന്നിട്ടിള്ള സാധനങ്ങളുടെ പരിമിതിയ്ക്ക്,കുറവോ,തുല്യമോ ആയിരിക്കണം. അതുപോലെ സാധനങ്ങളുടെ ആകെ മൂല്യം പരമാവധി കൂടുതലായിരിക്കണം. വിഭജന രീതിയിൽ സാധനങ്ങൾ പ്രത്യേകം വാങ്ങൽ വിദ്യയാണുള്ളത്. മാത്രമല്ല തന്നിട്ടുള്ള ബഡ്ജറ്റിനുള്ളിൽ പരമാവധി സാധനങ്ങൾ വാങ്ങുക എന്നതും ഇതിലുണ്ട്.

താഴെയുള്ള സാഹചര്യങ്ങളിൽ നിന്നും ഈ രീതിയെക്കുറിച്ച് കൂടുതൽ പഠിയ്ക്കാം.

07_8th_Maths_Malayalam_Unit_7.indd 267 23-09-2022 10:36:25

സാഹചര്യം 1



ചിത്രത്തിൽ കാണിച്ചിട്ടുള്ള പച്ചക്കറികളും പഴങ്ങളും അതേ തൂക്കത്തിലും വിലയിലും വാങ്ങാൻ നിങ്ങൾ ആഗ്രഹിക്കുന്നു. നിങ്ങളുടെ കൈയ്യിൽ 15 കി ഗ്രാം ഉൾക്കൊള്ളാനുള്ള ഒരു സഞ്ചി ഉണ്ട്. ₹550 രൂപ ബഡ്ജറ്റിൽ പരമാവധി സാധനങ്ങൾ വാങ്ങുകയും തൂക്കം 15 കിഗ്രാമിൽ കൂടാനും പാടില്ല.

ഇതിൻപ്രകാരം നിങ്ങൾക്ക് എല്ലാ സാധനങ്ങളും വാങ്ങുവാൻ സാധിക്കുകയില്ല. കാരണം എല്ലാ സാധനങ്ങളുടെയും ആകെ തൂക്കം കണക്കാക്കുമ്പോൾ അത് 15 കി.ഗ്രാമിൽ കൂടുതലാകുന്നു. (നിങ്ങളുടെ സഞ്ചിയുടെ പരമാവധി അളവ് 15 കി.ഗ്രാമാണ്) 550 രൂപ ബഡ്ജറ്റിൽ പരമാവധി സാധനങ്ങൾ എങ്ങനെ വാങ്ങാൻ സാധിക്കുമെന്ന് പരിശോധിക്കാം. ഇതിനായി നിങ്ങൾ വാങ്ങാൻ ആഗ്രഹിക്കുന്ന സാധനങ്ങളുടെ വിലയേയും തൂക്കത്തേയും പട്ടികപ്പെടുത്താം..

സാധനങ്ങൾ							
തൂക്കം (കി.ഗ്രാം)	1	3	5	4	1	3	2
വില (₹)	60	105	150	70	80	90	40

വഴി . I - പരമാവധി വിലയുള്ള സാധനങ്ങളെ തെരഞ്ഞെടുക്കുക.

ഈ രീതിയിൽ സാധനങ്ങളെ അവയുടെ പരമാവധി വിലക്കനുസരിച്ച് തെരഞ്ഞെടുക്കുന്നു. ഈ പട്ടികയിലെ ഏറ്റവും കൂടിയ വില ₹150/ രൂപയാകുന്നു. ഇപ്പോൾ മൊത്തവില കണ്ടുപിടിക്കാനുള്ള പട്ടിക തയ്യാറാക്കുക. ബഡ്ജറ്റിനുള്ളിൽ നിന്നുകൊണ്ട് പരമാവധി പച്ചക്കറിയെയും പഴങ്ങളെയും കണക്കാക്കുക. അതേസമയം 15 കിലോഗ്രാമിൽ കൂടാനും പാടില്ല.

സാധനങ്ങൾ	തൂക്കം (കി.ഗ്രാം)	വാങ്ങുന്നതിന്ശേഷിക്കുന്ന തൂക്കം	വില (₹)
	5	15−5=10	150.00
	3	10−3=7	105.00

07_8th_Maths_Malayalam_Unit_7.indd 268 23-09-2022 10:36:30

	3	7−3=4	90.00
	1	4−1=3	80.00
	3	3−3=0	$70 \times \frac{3}{4} = 52.50$
മൊത്തംവില	**15 കി.ഗ്രാം**		**472.50**

ഇവിടെ 15 കിലോഗ്രാം തൂക്കത്തിനുള്ളിൽ നിൽക്കാൻ പപ്പായ 3 കി.ഗ്രാം മതിയാകും. 3 കി.ഗ്രാം പപ്പായ ₹52.50. രൂപ വിലയുണ്ട്. അതുകൊണ്ട് ഈ വഴിയിൽ 15 കി.ഗ്രാം പഴങ്ങളും പച്ചക്കറികളും വാങ്ങുവാൻ പരമാവധി ₹472.50 രൂപ ചെലവാക്കുന്നു.

വഴി . I I – കുറഞ്ഞ ഭാരമുള്ള സാധനങ്ങളെ തെരഞ്ഞെടുക്കൽ

ഈ വഴിയിൽ ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ ഭാരത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ സാധനങ്ങളെ തെരഞ്ഞെടുക്കുന്നു. അതുകൊണ്ടുതന്നെ കൂടുതൽ സാധനങ്ങളെ തെരഞ്ഞെടുക്കാൻ സാധിക്കുന്നു. മൊത്തവില കണ്ടുപിടിക്കാനുള്ള പട്ടിക നമുക്ക് തയ്യാറാക്കാം. നമ്മുടെ ബഡ്ജറ്റിനുള്ളിൽ നിന്നുകൊണ്ട് പരമാവധി പച്ചക്കറികളും പഴങ്ങളും വാങ്ങുകയും 15 കി.ഗ്രാം തൂക്കം കൂടാനും പാടില്ല.

സാധനങ്ങൾ	തൂക്കം (കി.ഗ്രാം)	വാങ്ങുന്നതിന്ശേഷിക്കുന്ന തൂക്കം	വില (₹)
	1	15−1=14	60.00
	1	14−1=13	80.00
	2	13−2=11	40.00
	3	11−3=8	105.00
	3	8−3=5	90.00

07_8th_Maths_Malayalam_Unit_7.indd 269 23-09-2022 10:36:32

	4	5−4=1	70.00
	**1**	1−1=0	$\mathbf{150 \times \frac{1}{5} = 30.00}$
മൊത്തംവില	**15 കി.ഗ്രാം**		**475.00**

15 കിലോഗ്രാം പച്ചക്കറിയും പഴങ്ങളുടെയും വില 1 കിലോഗ്രാമിന് 30 രൂപ വിലയുള്ള 15 കിലോഗ്രാം സപ്പോട്ടയ്ക്ക് തുല്യമാകുന്നു. ഇവിടെ 15 കി.ഗ്രാം പച്ചക്കറിയും പഴങ്ങളും വാങ്ങാൻ പരമാവധി ₹475 രൂപ ചിലവാകുന്നു.

വഴി . I I I – തൂക്ക അനുപാതത്തിന് അനുസരിച്ചുള്ള പരമാവധി വില കണ്ടുപിടിക്കുക.

ഇവിടെ തൂക്ക അനുപാതത്തിന് അനുസരിച്ച് പരമാവധി വിലയുള്ള സാധനങ്ങൾ തെരഞ്ഞെടുക്കുന്നു. (1 കി.ഗ്രാമിന്റെ വില കണ്ടുപിടിക്കുക) മൊത്തവിലയുടെ പട്ടിക തയ്യാറാക്കുക. നമ്മുടെ ബഡ്ജറ്റ് പരിമിധിയ്ക്കുള്ളിൽ നിന്നുകൊണ്ട് വാങ്ങാൻ പറ്റുന്ന പച്ചക്കറി, പഴങ്ങളുടെ തൂക്കവും, എന്നാൽ 15 കിലോഗ്രാമിൽ കൂടാനും പാടില്ല.

സാധനങ്ങൾ	തൂക്കം (കി.ഗ്രാം)	1കി.ഗ്രാം വില	വാങ്ങുന്നതിന്ശേഷിക്കുന്ന തൂക്കം	വില (₹)
	1	80.00	15−1=14	80.00
	1	60.00	14−1=13	60.00
	3	35.00	13−3=10	105.00
	5	30.00	10−5=5	150.00
	3	30.00	5−3=2	90.00
	2	20.00	3−2=0	40.00
മൊത്തംവില	**15 കി.ഗ്രാം**			**520.00**

ഈ വഴിയിൽ പപ്പായ ഒഴികെ നമുക്ക് ആവശ്യമുള്ള എല്ലാ പച്ചക്കറികളും പഴങ്ങളും നമ്മുടെ ബഡ്ജറ്റിനുള്ളിൽ നിന്ന് പരമാവധി ഉയർന്ന വിലക്ക് എന്നാൽ 15 കി.ഗ്രാമിൽ കവിയാതെയും വാങ്ങാൻ സാധിക്കുന്നു.താരതമ്യേന രണ്ടാമത്തെ വഴിയിൽ കുറഞ്ഞ വിലയ്ക്ക് കൂടുതൽ സാധനങ്ങൾ വാങ്ങാൻ സാധിക്കുന്നു. അതുകൊണ്ട് മൂന്നാമത്തെ വഴിയാണ് ഏറ്റവും നല്ലത്. അത് അങ്ങനെ തന്നെയല്ലേ?

07_8th_Maths_Malayalam_Unit_7.indd 270 23-09-2022 10:36:34

അഭ്യാസം 7.4

1. താഴെ പറയുന്ന സാധനങ്ങൾക്ക് വാങ്ങാനുള്ള ഏറ്റവും നല്ല രീതി കണ്ടുപിടിക്കുക
   (i) ₹175 രൂപയ്ക്ക് അഞ്ച് ചോക്കളേറ്റുകൾ അടങ്ങിയ ഒരു പേക്കറ്റ് അല്ലെങ്കിൽ ₹114 രൂപയുള്ള മൂന്ന് ചോക്ലേറ്റുകൾ.
   (ii) ഭാസ്ക്കർ ₹81 രൂപയ്ക്കുള്ള 1 1/2 ഡസൻ മുട്ട വാങ്ങി.അരുണ 64.5 രൂപയ്ക്ക് 15 മുട്ടകളും വാങ്ങി.

2. തന്നിട്ടുള്ള ചിത്രങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് 1/2 കിഗ്രാം ലഡ്ഡു,1 കിഗ്രാം കേക്ക്, 6 പേക്കറ്റ് ബ്രഡ് എന്നീ ബേക്കറി ഉൽപ്പന്നങ്ങൾക്കുള്ള മൊത്തലാഭ കിഴിവുകളെ കണ്ടുപിടിക്കുക.



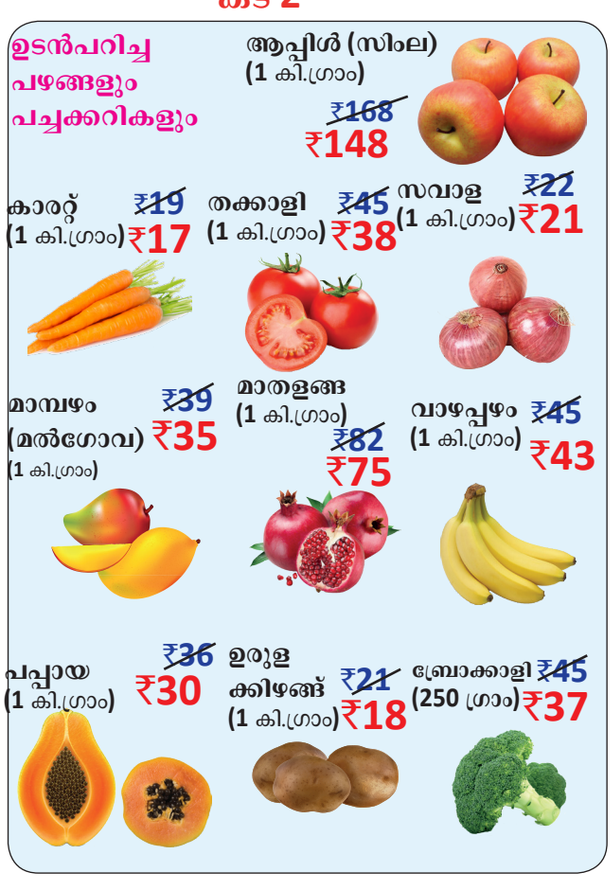
3. തന്നിട്ടുള്ള ചിത്രങ്ങളിൽനിന്നും ഒരു വിലവിവരപ്പട്ടിക തയാറാക്കുക.

നിങ്ങൾ 1½ കി ഗ്രാം ആപ്പിളുകളും 2 കി ഗ്രാം പേരയ്ക്കയും 2 കി ഗ്രാം വാഴപ്പഴവും 3 കി ഗ്രാം മാമ്പഴവും ½ കി ഗ്രാം പപ്പായയും 3 കി ഗ്രാം സവാളയും 1½ കി ഗ്രാം തക്കാളിയും 1 കി ഗ്രാം കാരറ്റ് 1 ആം നമ്പർ കടയിൽനിന്നും വാങ്ങുകയാണെങ്കിൽ രണ്ടാം നമ്പർ കടയിലേതിൽനിന്നും എത്ര രൂപ ലാഭിക്കാൻ സാധിക്കുന്നു?

കട 1



കട 2



07_8th_Maths_Malayalam_Unit_7.indd 271 23-09-2022 10:36:51

4. നിങ്ങൾക്ക് കുറച്ച് പലചരക്ക് സാധനങ്ങൾ വാങ്ങണം നിങ്ങളുടെ ലിസ്റ്റ് പ്രകാരം ഉള്ള സാധനങ്ങളുടെ ചിത്രം വിലയോടെ തന്നിരിക്കുന്നു 7 കിലോഗ്രാം സാധനങ്ങൾ ഉൾക്കൊള്ളാത്ത വിധം ഒരു സഞ്ചി ഉണ്ട് നിങ്ങളുടെ കൈവശമുള്ള ₹1000ക്ക് 7 കിലോഗ്രാമിന് ഉള്ളിൽ നിൽക്കത്തക്ക വിധം വാങ്ങാൻ സാധിക്കുന്ന സാധനങ്ങളുടെ ഏറ്റവും കൂടിയ വിലയും തൂക്കവും എത്ര?

സാധനങ്ങളുടെ പട്ടിക

1. 2 കി.ഗ്രാം ചുവന്ന മുളക്
2. 2 കി.ഗ്രാം മല്ലി
3. 1 കി.ഗ്രാം വെളുത്തുള്ളി
4. 1 കി.ഗ്രാം മഞ്ഞൾ
5. 2 കി.ഗ്രാം പരിപ്പ്

ചുവന്ന മുളക്	മല്ലി	വെളുത്തുള്ളി	മഞ്ഞൾ	പരിപ്പ്
				
₹145/1 kg.	₹130/1 kg.	₹82/1 kg.	₹99/1 kg.	₹78/1 kg.

ശരിയായ ഉത്തരം തെരഞ്ഞെടുത്തെഴുതുക:

5. ഓൺലൈൻ അല്ലെങ്കിൽ ടെലിവിഷൻ പരസ്യങ്ങൾ ചിലവാക്കൽ തീരുമാനങ്ങളെ താഴെ പറയും വിധം സ്വാധീനിക്കുക
   (a) പ്രത്യേക സംഗീതം ഉപയോഗിച്ച് (c) ആകർഷകമായ ചിത്രങ്ങൾ ഉപയോഗിക്കുക
   (b) ഒരു ഇനം വാങ്ങണമെന്ന ചിന്ത എന്നിൽ ഉണ്ടാക്കുക (d) മേൽപറഞ്ഞവയെല്ലാം

6. സാധനം വാങ്ങാൻ പോകുമ്പോൾ താഴെ പറയുന്ന രീതിയിലുള്ള സാധനങ്ങളാണ് ഞാൻ വാങ്ങുന്നത്.
   (a) കാഴ്ചയ്ക്ക് ആകർഷകമായവ (c) എനിക്ക് ആവശ്യമുള്ളത്
   (b) എന്റെ സുഹൃത്തുക്കൾക്ക് ഉള്ളവ (d) കടയിൽ ആദ്യം കാണുന്ന സാധനം

7. ഏറ്റവും നല്ല വാങ്ങൽ രീതി എന്നത്
   (a) നല്ല ബ്രാന്റ് പേരുള്ള കടയിൽ നിന്നും വാങ്ങുന്നത്
   (b) വാങ്ങുന്നതിന് മുമ്പ് തെരഞ്ഞെടുക്കൽ അവസരങ്ങളെ താരതമ്യം ചെയ്യുക
   (c) എന്റെ സൂഹൃത്ത് വാങ്ങിയ അതേ സാധനം വാങ്ങുക
   (d) സ്ഥിരമായി ഒരേ കടയിൽ നിന്നും വാങ്ങുക

07_8th_Maths_Malayalam_Unit_7.indd 272 23-09-2022 10:36:53

ഉത്തരങ്ങൾ

1. സംഖ്യകൾ

അഭ്യാസം 1.1

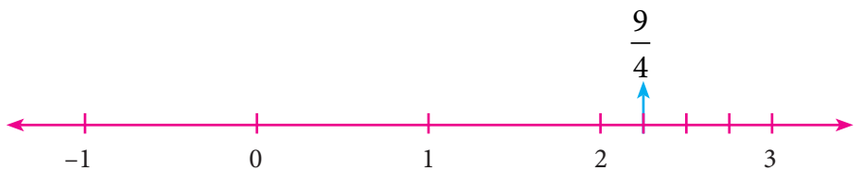
1. (i) $-4, -3$ (ii) -3.75 (iii) 0 (iv) $\frac{30}{-48}$ (v) $\frac{-29}{39}$

2.(i) തെറ്റ് (ii) ശരി (iii) തെറ്റ് (iv) ശരി (v) ശരി

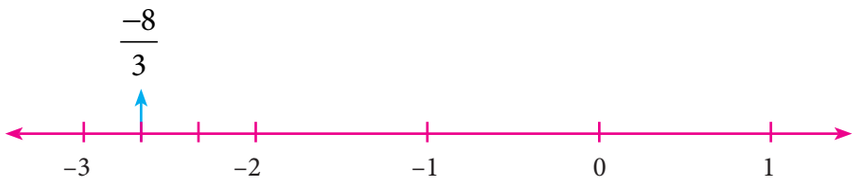
3. (i) $-\frac{11}{3}$ (ii) $\frac{-2}{5}$ (iii) $\frac{7}{4}$ 4. $Y=\frac{-5}{3}, N=\frac{-4}{3}, A=\frac{9}{4}, T=\frac{10}{4}, I=\frac{11}{4}$

5.

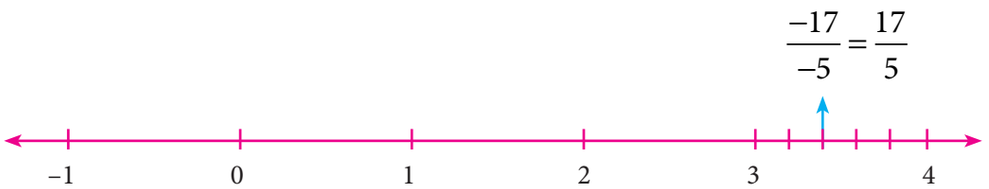
(i)



(ii)



(iii)



(iv)



6. (i) 0.0909... (ii) 3.25 (iii) −2.5714285714 (iv) 1.4 (v) −3.5

7. (i) $-2,\ 0 \rightarrow \frac{-19}{10}, \frac{-18}{10}, \frac{-7}{10}, \frac{-6}{10}, \frac{-5}{10}$ (ii) $\frac{-1}{2}, \frac{3}{5} \rightarrow \frac{-3}{10}, \frac{-1}{10}, 0, \frac{1}{10}, \frac{2}{10}, \frac{5}{10}$

(iii) $0.25,\ 0.35 \rightarrow \frac{26}{100}, \frac{27}{100}, \frac{30}{100}, \frac{32}{100}, \frac{33}{100}$ (iv) $-1.2,\ -2.3 \rightarrow \frac{-21}{10}, \frac{-20}{10}, \frac{-15}{10}, \frac{-14}{10}, \frac{-13}{10}$

08_8th_Maths_Answers_Malayalam.indd 273 1/27/2023 1:31:09 PM

8. $\frac{61}{15}, \frac{103}{30}$, ധാരാളം ഉത്തരങ്ങൾ സാധ്യമാണ് 9. (i) $\frac{-11}{5} > \frac{-21}{8}$ (ii) $\frac{3}{-4} < \frac{-1}{2}$ (iii) $\frac{2}{3} < \frac{4}{5}$

10. (i)ആരോഹണക്രമത്തിൽ: $\frac{-11}{8}, \frac{-15}{24}, \frac{-5}{12}, \frac{12}{36}, \frac{-7}{-9}$ അവരോഹണക്രമത്തിൽ: $\frac{-7}{-9}, \frac{12}{36}, \frac{-5}{12}, \frac{-15}{24}, \frac{-11}{8}$

(ii) ആരോഹണക്രമത്തിൽ: $\frac{-17}{10}, \frac{-7}{5}, \frac{-19}{20}, \frac{-2}{4}, 0$ അവരോഹണക്രമത്തിൽ: $0, \frac{-2}{4}, \frac{-19}{20}, \frac{-7}{5}, \frac{-17}{10}$

11. (B) $\frac{-142}{99}$ 12. (B) $\frac{16}{-30}, \frac{-8}{15}$ 13. (C) $-1, -2$ 14. (A) $\frac{-17}{24}$ 15. (C) 6

അഭ്യാസം 1.2

1. (i) $\frac{1}{20}$ (ii) 1 (iii) 1 (iv) 0 (v) –1

2. (i) ശരി (ii) തെറ്റ് (iii) തെറ്റ് (iv) ശരി (v) തെറ്റ്

3. (i) 2 (ii) $\frac{74}{35}$ (iii) $\frac{4}{15}$ (iv) $2\frac{3}{4}$ 4. $\frac{-15}{11}$ 5. (i) $\frac{-1}{4}$ (ii) $\frac{8}{45}$

6. (i) -6 (ii) $\frac{1}{13}$ (iii) 5 7. (i) –7 (ii) $\frac{7}{11}$

8. $\frac{23}{2}\left(=11\frac{1}{2}\right)$ അതുകൊണ്ട് 11 നും 12 നു ഇടയിൽ. 9. (i) $\frac{133}{60}$ (ii) $\frac{-5}{2}$ 10. 120

11. (A) 1 12. (C) $\frac{5}{8}$ 13. (B) $\frac{2}{3}$ 14. (D) $\frac{15}{16}$ 15. (D) ഇവയെല്ലാം

അഭ്യാസം 1.3

1 മുതൽ 6 വരെ നിങ്ങൾ തന്നെ പരിശോധിക്കുക.

7. (C) 0 8. (D) സംയോജനം 9. (A) $\frac{1}{8} - \frac{1}{8} = 0$ 10. (B) വ്യവകലനം

അഭ്യാസം 1.4

1. (i) 9 (ii) 48 (iii) 5 (iv) 3 (v) 13, 14

2. (i) ശരി (ii) ശരി (iii) തെറ്റ് (iv) തെറ്റ് (v) ശരി

3. (i) 289 (ii) 41209 (iii) 1205604 4. (i) അല്ല (ii) അല്ല (iii) അതേ (iv) അതേ

5. (i) 12 (ii) 16 (iii) 28 (iv) 34 (v) 69 (vi) 95

6. (i) 42 (ii) 83 (iii) 105 (iv) 134 (v) 647 7. (i) 21 (ii) 28 (iii) 32

8. (i) 1.7 (ii) 8.2 (iii) 1.42 (iv) $\frac{12}{15}$ (v) $2\frac{5}{7}$ 9. 105, 81 10. 2, 60

11. (A) 9 12. (D) 7^2 13. (C) 7 14. (D) $\sqrt{32}$ 15. (B) 5

അഭ്യാസം 1.5

1. (i) 7 (ii) 6 (iii) 42 (iv) 30 (v) 0.017

2. (i) ശരി (ii) ശരി (iii) തെറ്റ് (iv) ശരി (v) ശരി 4. 5 5. 5 6. 120

7. 9,19 8. $\sqrt{36} = 6$ 9. $\sqrt{3} = 1.732$ 10. 4,16

അഭ്യാസം 1.6

1. (i) 1 (ii) 1 (iii) 20^{-3} (iv) $\frac{1}{128}$ (v) –243

08_8th_Maths_Answers_Malayalam.indd 274 1/27/2023 1:31:18 PM

2. (i) ശരി (ii) തെറ്റ് (iii) തെറ്റ് (iv) ശരി (v) തെറ്റ്

3. (i) $\frac{1}{8}$ (ii) 32 (iii) $\frac{-216}{125}$ (iv) 16 (v) 6

4. (i) $\frac{64}{15625}$ (ii) $\frac{4}{5}$ (iii) 1024 5. (i) $\frac{21}{2}$ (ii) 5 (iii) 1

6. (i) 1 (ii) $\frac{3}{2}$ (iii) 72 7. (i) $x = 5$ (ii) $x = 6$

8. (i) $6 \times 10^3 + 5 \times 10^1 + 4 \times 10^0 + 3 \times 10^{-1} + 2 \times 10^{-2} + 1 \times 10^{-3}$
(ii) $8 \times 10^2 + 9 \times 10^1 + 7 \times 10^0 + 1 \times 10^{-1} + 4 \times 10^{-2}$

9. (i) 87652.0407 (ii) 5050.505 (iii) 0.000000000025

10. (i) 4.678×10^{11} (ii) 1.972×10^{-6} (iii) 1.642398×10^3
(iv) 1.083×10^{12} ഘ.കി.മീ (v) 1.6×10^{-24}

11. (B) $\frac{-2}{5}$ 12. (A) $\frac{-1}{32}$ 13. (D) $-\left(\frac{1}{4}\right)^2 = 16^{-1}$ 14. (C) 6 15. (D) 2.02×10^{-10}

അഭ്യാസം 1.7

പലവക കണക്കുകൾ

1. 4കിഗ്രാം 300 ഗ്രാം 2. $10\frac{2}{5}$ ലിറ്റർ 3. രണ്ടും ശരി 4. 6 മീ 5. 552 സെ.മീ^{2}

6. 9 സെ.മീ , 10 സെ.മീ 7. 15 ഡെസീമീറ്റർ 8. 625 9. 8

10. (i) 4.8×10^3 (ii) 1.152×10^5 (iii) 4.2048×10^7 (iv) 4.2048×10^9

കഴിവു പരിശോധന കണക്കുകൾ

11. 900 കി.മീ 13. 320 ഗ്രാം 14. $\frac{9}{20}$ 15. $x = 3$ 16. $\frac{12}{11}$ 17. അല്ല, 64

18. 58.85 19. 7.979×10^5 20. 8^{100}, 2^{600}, 3^{500}, 4^{400}, 16^{25}

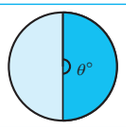
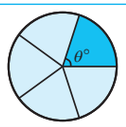
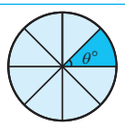
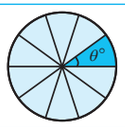
2. അളവുകൾ

അഭ്യാസം 2.1

1. (*i*) π (ii) ഞാൺ (iii) വ്യാസം (iv) 12 സെ.മീ (v) വൃത്താകാരചാപം

2. (i) c (ii) d (iii) e (iv) b (v) a

3.

വൃത്തഖണ്ഡങ്ങൾ				
ഓരോ വൃത്തഖണ്ഡത്തിന്റേയും കേന്ദ്രകോൺ ($\theta°$)	180°	72°	45°	36°

4.

	ചാപനീളം (ഏകദേശമായി)	വൃത്തഖണ്ഡത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം (ഏകദേശമായി)	വൃത്തഖണ്ഡത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് (ഏകദേശമായി)
(i)	12.56 സെ.മീ	100.48 സെ.മീ^{2}	44.56 സെ.മീ
(ii)	13.19 സെ.മീ	41.54 സെ.മീ^{2}	25.79 സെ.മീ

5. (i) 240 മീ^{2} (ii) 337.5 സെ.മീ^{2} 6. (*i*) $\theta = 120°$ (*ii*) $\theta = 72°$ 7. (*i*) 30π മീ

8. (*ii*) 980π സെ.മീ^{2} 9. 706.5 സെ.മീ^{2} (ഏകദേശമായി) 10. 1232 സെ.മീ^{2} (ഏകദേശമായി)

08_8th_Maths_Answers_Malayalam.indd 275 1/27/2023 1:31:23 PM

അഭ്യാസം 2.2

1. (i) 38 മീ, 50.75 മീ^{2} (ഏകദേശമായി) (ii) 30 സെ.മീ,40.25 സെ.മീ^{2} (ഏകദേശമായി)
2. (i) 21.5 സെ.മീ^{2} (ഏകദേശമായി) (ii) 27.93 സെ.മീ^{2} (ഏകദേശമായി)
3. 48 സെ.മീ^{2} 4. 41.13 സെ.മീ^{2} (ഏകദേശമായി) 5. 5600 സെ.മീ^{2} 6. 3500 സെ.മീ^{2} 7. 244 മീ^{2}

അഭ്യാസം 2.3

1. (i) നീളം,വീതി, ഉയരം (ii) ശീർഷങ്ങൾ (iii) 6 (iv) വൃത്തം (v) സമചതുരഘനിക
2. (i) (b) (ii) (a) (iii) (d) (iv) (c)
3. (i) സമചതുരഘനിക (ii) ദീർഘചതുരഘനിക (iii) ത്രികോണപ്രിസം (iv) ചതുരപ്രിസം
   (v) സിലിണ്ടർ 4. (i) F, T, S (ii) T, S, F (iii) S, F, T
5. (i) അതേ (ii) അല്ല (iii) അതേ (iv) അല്ല (v) അതേ

അഭ്യാസം 2.4

പലവക കണക്കുകൾ

1. 9.42 അടി 2. 314 മീ 3. 128 സെ.മീ^{2}
4. (i) മുകൾഭാഗ കാഴ്ച മുൻഭാഗ കാഴ്ച വശ കാഴ്ച (ii) മുകൾ ഭാഗ കാഴ്ച മുൻ ഭാഗ കാഴ്ച വശ കാഴ്ച



കഴിവു പരിശോധന കണക്കുകൾ

5. കുറഞ്ഞ വിസ്തീർണ്ണം എടുക്കുന്നത് രണ്ടു പാളിയുള്ള വാതിലാകുന്നു.
6. 63.48 മീ^{2} (ഏകദേശമായി) 7. 1.46 സെ.മീ^{2} (ഏകദേശമായി) 8. (i) F = 10 (ii) V = 4 (iii) E= 28

3. ബീജഗണിതം

അഭ്യാസം 3.1

1.

x	$2x^2$	$-2xy$	x^4y^3	$2xyz$	$-5xz^2$
x^4	$2x^6$	$-2x^5y$	x^8y^3	$2x^5yz$	$-5x^5z^2$
$4xy$	$8x^3y$	$-8x^2y^2$	$4x^5y^4$	$8x^2y^2z$	$-20x^2yz^2$
$-x^2y$	$-2x^4y$	$2x^3y^2$	$-x^6y^3$	$-2x^3y^2z$	$5x^3yz^2$
$2y^2z$	$4x^2y^2z$	$-4xy^3z$	$2x^4y^5z$	$4xy^3z^2$	$-10xy^2z^3$
$-3xyz$	$-6x^3yz$	$6x^2y^2z$	$-3x^5y^4z$	$-6x^2y^2z^2$	$15x^2yz^3$
$-7z$	$-14x^2z$	$14xyz$	$-7x^4y^3z$	$-14xyz^2$	$35xz^3$

2. (*i*) $24m^4n^2$ (*ii*) $-9x^5y^6$ 3. $-24p^6q^6$
4. (*i*) $10xy-15x$ (*ii*) $-10p^3+6p^2-14p$ (*iii*) $3m^4n^4-15m^3n^2+21m^2n^3$
   (*iv*) $x^3+y^3-z^3+x^2y+x^2z+xy^2+zy^2+xz^2-yz^2$ 5. (*i*) $4x^2-2x-12$
   (*ii*) $2y^4+3y^3-8y^2-12y$ (*iii*) $5m^4n^2-m^2n^2-5m^2n^3+n^3$ (*iv*) $6x^2-36x+30$
6. (*i*) $-2x^2$ *ii*) $-3mp$ *iii*) $2y(5x^2y-x+3y^2)$ 7. (C) iv, v, ii, iii, i 8. $xy+2x+30y+60$
9. (B) $28p^7$ 10. (D) mn^2, -27 11. (C) $6x^2y$ 12. (A) $6\,mn$ 13. (B) $(a+b)$

അഭ്യാസം 3.2

1. (*i*) $\frac{18m^4(n^8)}{2m^{(3)}n^3}=9mn^5$ (*ii*) $\frac{l^4m^5n^{(7)}}{2lm^{(3)}n^6}=\frac{l^3m^2n}{2}$ (*iii*) $\frac{42a^4b^5(c^2)}{6(a)^4(b)^2}=(7)b^3c^2$
2. (i) ശരി(ii) തെറ്റ് 3. (*i*) $9y^2$ (*ii*) xy (*iii*) $-3x^2yz^3$ (*iv*) $x\,y$

08_8th_Maths_Answers_Malayalam.indd 276 1/27/2023 1:31:56 PM

4. (*i*) $5m$ (*ii*) $3p^3q^2$ 5. (*i*) $16y-4z$ (*ii*) $2mn^2+8m^3n-\frac{1}{2}$ (*iii*) $\frac{5}{6}y-3xy^2+1$
(*iv*) $=9p^2r+18pq-45$

6. (*i*) $9y^2$ (*ii*) $9xy$ (*iii*) $4m^2-3m$ (*iv*) $16n^2-2n+3$ (*v*) x^2+1x-6 (vi) $-(3p^2-4p+7)$

7. (ii) A ശരി എന്നാൽ B തെറ്റ് 8. (i) A യും B യും ശരി

അഭ്യാസം 3.3

1. (*i*) $9m^2+30m+25$ (*ii*) $25p^2-10p+1$ (*iii*) $4n^2+4n-3$ (*iv*) $(2p+5q)(2p-5q)$

2. (*i*) $m^3+9m^2+27m+27$ (*ii*) $8a^3+60a^2+150a+125$ (*iii*) $27p^3+108p^2q+144pq^2+64q^3$
(iv) 14,0608 (v) 1124864

3. (*i*) $125-75x+15x^2-x^3$ (*ii*) $8x^3-48x^2y+96xy^2-64y^3$ (*iii*) $a^3b^3-3a^2b^2c+3abc^3-c^3$
(iv) 110, 592 (*v*) $912673x^3y^3$

4. p^3-5p^2+2p+8 5. x^3+3x^2+3x+1 6. x^3-2x^2-5x+6

7. (C) 2 8. (B) a^2+ab+b^2 9. (A) p^3+q^3 10. (D) 72 11. (D) $3ab(a+b)$

അഭ്യാസം 3.4

1. (*i*) $6y(3x-2z)$ (*ii*) $3x^2y(3x^3y^2+2xy-6)$ (*iii*) $(b-2c)(x+y)$
(*iv*) $(x+y)(a+b)$ (*v*) $(4x-1)(2x^2-1)$ (*vi*) $(x-2)[3y(x-2)+2]$
(*vii*) $2y(9x-2y-zx)$ (*viii*) $(a-3)(a^2+1)$ (ix) $3y(y+4)(y-4)$ (x) $(b-1)(ab-c^2)$

2. (*i*) $(x+7)^2$ (*ii*) $(y-5)^2$ (*iii*) $(c+2)(c-6)$
(*iv*) $(m+9)(m-8)$ (*v*) $(2x-3)(2x-1)$ 3. (i) $(4x+3)^3$ (ii) $(3p+2q)^3$

4. (i) $(y-6)^3$ (ii) $(2m-5n)^3$ 5. (D) $3x$, $(3x+2y)$ 6. (C) $(2+m)(2-m)$

7. (D) x^2-x-20 8. (B) 3 9. (C) $(1-m)(1+m+m^2)$ 10. (B) $(x+y)$

അഭ്യാസം 3.5

പലവക കണക്കുകൾ

1. $7x^2y^5+4x^4y^3+60x^2y^2$ 2. $12x^3-8x^2+27x-18$ 3. $S.I=\frac{7}{5}a^3b^4$
4. $\frac{1}{2}a+2b+4$ 5. $(y-3)(7y+2)$

കഴിവു പരിശോധന കണക്കുകൾ

6. $4x+3$ 7. $x+2$ 8. $(y+7)(y+8)$ 9. $(4p^2+1)(2p+1)(2p-1)$ 10. $3(x-5y)^3$

അഭ്യാസം 3.6

1. (i) $x=7$ (ii) $y=11$ (iii) $m=7$ (iv) $p=15$ (v) One
2. (i) ശരി (ii) തെറ്റ് 3. (c) (iii),(i), (iv), (v), (ii)
4. (i) $x=11$ (ii) $y=\frac{1}{-4}$ (iii) $x=-1$ 5. (i) $x=-4$ (ii) $p=-1$ (iii) $x=-11$
6. (i) $x=-2$ (ii) $m=-4$

അഭ്യാസം 3.7

1. (i). $x=-\frac{b}{a}$ (ii) പോസിറ്റീവ് (iii) $x=30$ (iv) 40° (v) b=9
2. (i) ശരി (ii) തെറ്റ് (iii) തെറ്റ് 3. 3, 21 4. 27
5. $l=8$ സെ.മീ, $b=24$ സെ.മീ 6. (80,10) നോട്ടുകൾ 7. മുരളിക്ക് 15 വയസ്സ്, തെൻമൊഴിക്ക് 20 വയസ്സ് 8. 63 9. $\frac{13}{21}$
10. 37.4കി.മീ 11. (B) 20 12. (A) 62° 13. (C) 10000 14. (C) 4 15. (D) $(x-1)$

08_8th_Maths_Answers_Malayalam.indd 277 1/27/2023 1:32:25 PM

അഭ്യാസം 3.8

1. (i) കേന്ദ്രബിന്ദു (0,0) (ii) നെഗറ്റീവ് (iii) y-അക്ഷം (iv) പൂജ്യം (v) X-നിർദ്ദേശാങ്കം
2. (i) ശരി (ii) ശരി (iii) തെറ്റ്

അഭ്യാസം 3.9

1. (i) കേന്ദ്രബിന്ദു (ii) (4,-4) (iii) x-അക്ഷം 1സെ.മീ=3 മാത്രകൾ, y-അക്ഷം 1സെ.മീ=25 മാത്രകൾ
2. (i) ശരി (ii) തെറ്റ്

അഭ്യാസം 3.10

പലവക കണക്കുകൾ

1. $x = 20$ 2. 60°, 40°, 80° 3. $y = 11$ മാത്രകൾ p=133 മാത്രകൾ 4. 116°,64°

കഴിവു പരിശോധന കണക്കുകൾ

6. 7,8,9 7. 54 8. 12 പെൻസിലുകൾ

3. ദൈനംദിന കണക്കുകൾ

അഭ്യാസം 4.1

1. (i) $x = 500$ (ii) $3\frac{1}{3}\%$ (iii) $x = 50$ (iv) 70% (v) 52.52%
2. (i) 50% (ii) 75% (iii) 100% (iv) 96% (v) $66\frac{2}{3}\%$
3. $x = 150$ 4. 30 5. $33\frac{1}{3}\%$ 6. 110 7. $x = 200$ 8. $x = 100$ 9. മാറ്റമില്ല
10. 87% 11. (C) 20% 12. (B) 49% 13. (A) 375 14. (D) 200 15. (D) 36

അഭ്യാസം 4.2

1. (i) യഥാർത്ഥവില (ii) ₹ 7000 (iii) ₹ 600 (iv) 8% (v) ₹ 945
2. ₹ 902 3. ₹ 670 4. 50% 5. $11\frac{1}{9}\%$ 6. ₹ 1152
7. (i) x = ₹ 207 (ii) y = ₹ 12600 (iii) z = 18% 8. ₹ 2836
9. 8% കിഴിവാണ് ഉചിതം 10. ₹ 5400
11. (C) 25% 12. (B) 550 13. (B) 168 14. (D) ₹ 250 15. (A) 40%

അഭ്യാസം 4.3

1. (i) ₹ 1272 (ii) ₹ 820 (iii) ₹ 20,000 (iv) $A = P\left(1+\frac{r}{400}\right)^{4n}$ (v) ₹ 32
2. (i) ശരി (ii) തെറ്റ് (iii) ശരി (iv) തെറ്റ് (v) ശരി
3. ₹ 162 4. ₹ 936.80 5. ₹ 1875 6. $1\frac{1}{2}$ വർഷങ്ങൾ 7. ₹ 10,875 8. ₹ 0.50
9. 5% 10. ₹ 16000 11. (C) 6 12. (B) 1 വർഷം 13. (B) ₹ 12500
14. (A) ₹ 2000 15. (D) ₹ 2500

അഭ്യാസം 4.4

1. (i) 2 (ii) 5 (iii) 8 (iv) 25 (v) ₹ 1,20,000 2. 162 men
3. 7000 സിമന്റ് സഞ്ചികൾ 4. $7\frac{1}{2}$ ദിനങ്ങൾ 5. 4 ൽ കൂടുതൽ ലോറികൾ 6. 4 മണിക്കുറുകൾ
7. A- 30 ദിനങ്ങൾ, B -20 ദിനങ്ങൾ, C-60 ദിനങ്ങൾ 8. 180 മിനിട്ട് 9. 16 ദിനങ്ങൾ 10. 6 ദിനങ്ങൾ

08_8th_Maths_Answers_Malayalam.indd 278 1/27/2023 1:32:29 PM

അഭ്യാസം 4.5

പലവക കണക്കുകൾ

1. 400 2. 300 3. ₹ 38163 4. 20% 5. $2\frac{2}{9}\%$ നഷ്ടം
6. 48 പുരുഷന്മാർ 7. 6 ദിനങ്ങൾ 8. 8 ദിനങ്ങൾ

കഴിവു പരിശോധന കണക്കുകൾ

9. $\frac{8}{25}$ 10. ₹ 15000 11. 20 % 12. 30 % 13. 20 കൂടുതൽ പുരുഷൻമാർ 14. 3 ദിനങ്ങൾ15. ₹ 6000

5. ജ്യാമിതി

അഭ്യാസം 5.1

1. (i) അനുപാതത്തിൽ (ii) ആകൃതി (iii) സമം (iv) സർവ്വസമം (v) സദൃശ്യം
6. ശരി,RHS സർവ്വസമം 8. $HE = 18, TE = 16$ 9. $\angle T = \angle N = 75°, \angle E = \angle B = 35°, \angle A = \angle U = 70°$
11. (D) യോജിച്ചത് 12. (A) $\angle Q = \angle Y$ 13. (D) 93 m 14. (A) 50° 15. (C) AC = CD

അഭ്യാസം 5.2

1. (i) Q (ii) $n^2 - m^2$ (iii) സമകോണ ത്രികോണം (iv) കേന്ദ്രകം (v) 2:1
2. (i) ശരി (ii) ശരി (iii) ശരി (iv) ശരി (v) തെറ്റ്
3. (i) അതേ (ii) അല്ല (iii) അതേ (iv) അതേ (v) അതേ
4. (i) $x = 41$ (ii) $y = 16$ (iii) $z = 15$ 5. 5സെ.മീ 6. 170മീ
7. 10സെ.മീ 8. W 9. P 10. 9സെ.മീ
11. $40°$ 12. (b) 20സെ.മീ 13. (c) 420സെ.മീ^{2} 14.(d) 20, 48, 52

അഭ്യാസം 5.3

പലവക കണക്കുകൾ

3. 48 അടി 4. 25 അടി 5. ഇല്ല, ടീവിയുടെ അകലത്തെക്കാൾ കുറവാണ് കവറിന്റെ അകലം

കഴിവു പരിശോധന കണക്കുകൾ

8. 40സെ.മീ 9. 28 അടി 10. (i) 24 (ii) 6 (iii) 16 (iv) 24

അഭ്യാസം 5.4

1. (i) ലംബകേന്ദ്രം (ii) കേന്ദ്രകം (iii) അന്തഃകേന്ദ്രം (iv) പരിവൃത്തകേന്ദ്രം (v) 2:1
2. (i) ശരി (ii) ശരി (iii) തെറ്റ്
3. (a) (i) ആന്തരികം (ii) ബാഹ്യം (iii) കർണ്ണത്തിൽ
   (b) (i) ആന്തരികം (ii) ബാഹ്യം (iii) $90°$ ഉൾക്കൊള്ളുന്ന ശീർഷത്തിൽ
4. (i) BE (ii) AD (iii) CF
5. AB=5സെ.മീ 6. $\underline{\lfloor XYM} = \underline{\lfloor ZYM} = 50°$ 7. 7 സെ.മീ 8. 10 സെ.മീ

അഭ്യാസം 5.5

1. W 2. P 3. 9സെ.മീ 4. 12 അടി 5. $40°$
6. (i) 22 (ii) 6 (iii) 16 (iv) 24

6. സ്ഥിതിവിവരക്കണക്ക

അഭ്യാസം 6.1

1. (i) രണ്ടാമത്തെ (ii) 35 (iii)197 (iv) 8 (v) വ്യത്യാകൃതി
2. (i) തെറ്റ് (ii) ശരി (iii) ശരി (iv) ശരി
5. (i) 20% (ii) 75 (iii) 1/4 (iv) 400 (v) 275 (vi) 500

08_8th_Maths_Answers_Malayalam.indd 279 1/27/2023 1:32:33 PM

8. (i) ₹ 8000 (ii) ₹ 40000 (iii) ₹ 12000

അഭ്യാസം 6.2

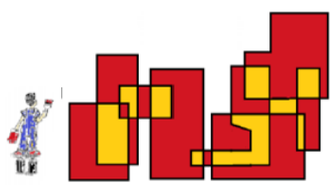
1. (i) അതേ (ii) അല്ല (iii) അല്ല (iv) അതേ (v) അതേ
2. (i) അനുപാതികം (ii) ഹിസ്റ്റോഗ്രാം (iii) തരംതിരിച്ച
3. (i) 330 (ii) 150 (iii) അല്ല
9. (d) മൂന്നും 10. (c) ആവൃത്തി 11. (a) പരിസരം 12. (b) തരംതിരിച്ച
13. (b) തുടർച്ചയില്ലാത്ത 14. (b) ഒഴിവാക്കൽ 15. (c) പൈചാർട്ട് 16. (a) തുടർച്ചയായ
17. (a) ആവൃത്തിബഹുഭുജം 18. (d) ഹിസ്റ്റോഗ്രാം

7. വിവരനിർവ്വഹണം

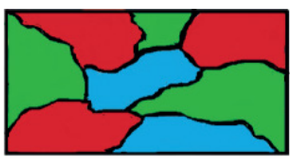
അഭ്യാസം 7.1

1. 5 2. 9 3. 8 4. 6 5. 4995 6. 10000 7. 15 8. 20

9. (i)



10. (i)



കൂടുതൽ സാധ്യമായ വഴികൾ

(ii)



കൂടുതൽ സാധ്യമായ വഴികൾ

11. (A) 41 12. (B) 8 13. (C) 12 14. (C) 19

അഭ്യാസം 7.2

1. (i) 13 (ii) 8 (iii) 5 (iv) 46
2. (i) 14 (ii) 4 (iii) 140 (iv) 6
3. (i) 4 (ii) 5 4. 14 5. 28
6. (C) 89 7) (B) F(8) = F(7)+F(6) 8. (A) 2 9. (C) 6th 10) (D) 987
11. (A) 2×5 12. (B) 2×3 13. (D) 1

അഭ്യാസം 7.3

1. (i) TAMIL (ii) ENGLISH (iii) MATHEMATICS
   (iv) SCIENCE (v) SOCIAL SCIENCE

2 (i) c (ii) d (iii) a (iv) e (v) b

3.

Plain Text	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
Cipher Text	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	00	01	02	03

4. പ്രകൃതിയിലും ജീവിതത്തിലും ഗണിതത്തിന്റെ സാനിദ്ധ്യം മനസ്സിലാക്കൽ.
5. (i) 28 (ii) CHAIR (iii) GIFT VOUCHER
6. (c) [**ɐ 8 ƨ Ƨ H Ƨ ſ И T**] 7. (i) (a) C R D T (ii) (d) A D G J
8. (ii) 5 6 3 4 2 1 9. (i) (c) R F U Q N P C (ii) (c) U D G L R

അഭ്യാസം 7.4

1. (i) 5 ചോക്കളേറ്റുകൾ ₹ 175 (ii) ₹ 64.5 രൂപയ്ക്ക് 15 മുട്ടകൾ
2. ₹ 634 3. ₹ 39.25 4. ₹ 809 5. (d) മുകളിലുള്ളവ എല്ലാം

08_8th_Maths_Answers_Malayalam.indd 280 1/27/2023 1:32:33 PM

ഗണിതപദങ്ങൾ

Algebraic expression	ബീജഗണിത പ്രശ്നങ്ങൾ
Altitude	ലംബരേഖ
Angle bisector	ലംബദ്വിഭാജകം
Associative property	സംയോജനഗുണം
Binomial	ദ്വിപദവ്യാജകം
Central angle	കേന്ദ്രകോൺ
Centroid	കേന്ദ്രകം
CGST	കേന്ദ്രചരക്കുസേവന നികുതി
Circular arc	വൃത്തചാപം
Circular sector	വൃത്തഖണ്ഡം
Circular segment	വൃത്തഭാഗം
Circumcentre	പരിവൃത്തകേന്ദ്രം
Class interval	വർഗ്ഗാന്തരം
Closure property	സംവൃതഗുണം
Co-ordinate axes	നിർദ്ദേശാങ്ക അക്ഷങ്ങൾ
Code	ചിഹ്നം
Coincide	യോജിപ്പിക്കുക
Commutative property	ക്രമവിനിമേയ ഗുണം
Compound interest	കൂട്ടുപലിശ
Compound variation	മിശ്രവ്യതിയാനം
Congruent	സർവ്വസമം
Conversion period	പരിവർത്തന കാലയളവ്
Corresponding sides	അനുബന്ധ വശങ്ങൾ
Cost price	വാങ്ങിയവില
Cryptology	സുരക്ഷിതവിവരനിർവ്വഹണം
Cube root	ഘനമൂലം
Cubic identities	ത്രിഘാത സർവ്വസമവാക്യം
Concurrent lines	സംഗാമികൾ
Data	ദത്തം
Deposit	നിക്ഷേപം
Depreciation value	മൂല്യത്തകർച്ച
Direct proportion	സമാനുപാതം
Discount	കിഴിവ്
Distributive property	വിതരണ നിയമം
Edges	വക്കുകൾ
Encryption	രഹസ്യകോഡുകൾ
Estimate	മൂല്യ നിർണ്ണയം
Extremes	അഗ്രവിലകൾ
Frequency distribution	ആവൃത്തി വിതരണം
Frequency polygon	ആവൃത്തി ബഹുഭുജം
Front view	മുൻഭാഗകാഴ്ച
Graph sheet	ഗ്രാഫ്ഷീറ്റ്
Grouped data	തരം തിരിച്ച ദത്തം
Histogram	ഹിസ്റ്റോഗ്രാം
Hypotenuse	കർണ്ണം
Identity	അനന്യത
Incentre	അന്തർവൃത്തകേന്ദ്രം
Interest	പലിശ
Inverse	വിപരീതം
Inverse proportion	വിപരീതാനുപാതം
Irregular polygon	വിഷമബഹുഭുജം

Laws of exponent	ഘാത നിയമങ്ങൾ
Linear equation	രേഖീയസമവാക്യം
Logical	വസ്തുതാപരമായ
Loss	നഷ്ടം
Lower limit	നീചപരിധി
Marked price	രേഖപ്പെടുത്തിയവില
Median	മധ്യരേഖ
Monomial	ഏകപദവ്യാജകം
Ordered pair	ക്രമജോഡികൾ
Origin	കേന്ദ്രബിന്ദു
Orthocentre	ലംബകേന്ദ്രം
Overhead expenses	മറ്റുചിലവുകൾ
Packing	ഒരുമിച്ച് കെട്ടുക
Parallel lines	സമാന്തരരേഖകൾ
Parallelogram	സാമാന്തരികം
Perfect cube numbers	പൂർണ്ണഘനസംഖ്യകൾ
Perfect square	പൂർണ്ണവർഗ്ഗം
Perpendicular bisector	ലംബദ്വിഭാജകം
Pie chart	പൈചാർട്ട്
Point of concurrency	സംഗമബിന്ദു
Polyhedron	ബഹുമുഖ ആകൃതി
Polynomial	ബഹുപദവ്യാജകം
Primary data	പ്രാഥമിക ദത്തം
Prime factorisation	അഭാജ്യഘടകമാക്കൽ
Principal	മുതൽ
Profit	ലാഭം
Quadrant	ചതുർത്ഥാംശം
Range	പരിസരം
Rational number	വാസ്തവിക സംഖ്യ
Real number line	വാസ്തവിക സംഖ്യാരേഖ
Regular polygon	ക്രമ ബഹുഭുജം
Scientific notation	ശാസ്ത്രീയാങ്കാനം
Secondary data	ദ്വിതീയ ദത്തം
Selling price	വിറ്റവില
SGST	സംസ്ഥാന ചരക്കുസേവന നികുതി
Side view	വശകാഴ്ച
Simple interest	സാധാരണ പലിശ
Solid shapes	ഖര ആകൃതി
Square root	വർഗ്ഗമൂലം
Supplementary angles	സംപൂരകകോണുകൾ
Tally marks	റ്റാലി അടയാളം
Terminating	അവസാനം
Three dimensional shapes	ത്രിമാന ആകൃതികൾ
Top view	മുകൾഭാഗകാഴ്ച
Transposition	സ്ഥാനമാറ്റരീതി
Trinomial	ത്രിപദവ്യാജകം
Upper limit	ഉച്ച പരിധി
Vertically opposite	ലംബവിപരീതം
Vertices	ശീർഷങ്ങൾ

08_8th_Maths_Answers_Malayalam.indd 281 1/27/2023 1:32:33 PM

Mathematics - Class 8

Malayalam Medium List of Translators

Academic Advisor
Dr. P. Kumar

Joint Director (Syllabus),
SCERT, Chennai.

Academic Co-ordinator
K.Chandrasekaran
Lecturer, DIET
Chennai - 600005

Layout Design and Illustration Team
M.A . Manikraj Prabahar
Adaikkala Stephan. S
Ashok kumar
Prasanth.P
R. Mathan Raj
Sridhar.V
Balasubramani. R
Sagaya Arusu R
Prasanth.C
V.Vinoth kumar

In-House QC
Rajesh Thangappan

Wrapper Design
Kathir Arumugam

Coordination
Ramesh Munisamy

EMIS Technology Team
R.M. Satheesh
State Coordinator Technical,
TN EMIS, Samagra Shiksha.

K.P. Sathya Narayana
IT Consultant,
TN EMIS, Samagra Shikaha

R. Arun Maruthi Selvan
Technical Project Consultant,
TN EMIS, Samagra Shiksha

- **T.Minimol**B.T.Asst.,, St.Mary's H.S.S., Melpalai
- **Anitha K.K** B.T.Asst., G.H.S, Puliyoorsalai
- **Smitha. N** B.T.Asst., A.M.H.S.S, Maruthancod
- **Usha kumari** B.T.Asst., G.H.S.S,Munchirai
- **Sailaja Kumari . P** B.T.Asst., G.H.S.S,Vilavancode.
- **Ajith Singh.** B.T.Asst., G.H.S.S,Palukal
  Bindhu N, B.T. Asst St. Ephrem, H.S.S Sooriyacode.
- **Shylaja kumari,** B.T. Asst Govt H.S.S, Vilavancode
- **Chinchu,** B.T. Asst Govt H.S.S, Kollemcode
- **Mahiben Latha,** B.T. Asst St. Ephrem, H.S.S Sooriyacode.
- **Monibunlatha** B.T.Asst., St.Ephrem's,H.S.S,Sooriyacode
- **Jaya .P.S** B.T.Asst., Malayala Vidyalayam HighSchool,Chennai
- **Kumari .S.S**B.T.Asst., Kerala Vidyalayam Higher SecondarySchool, Chennai

This book has been printed on 80 G.S.M. Elegant Maplitho paper.

Printed by offset at:

08_8th_Maths_Answers_Malayalam.indd 282 1/27/2023 1:32:33 PM