GOVERNMENT OF TAMIL NADU

آٹھویں جماعت کے لئے

STANDARD EIGHT

حساب

MATHEMATICS

(URDU MEDIUM)

Department of School Education

Untouchability is Inhuman and a Crime

100
95
75
25
5
0

8th maths unit 1 numbers 1
Thursday, April 16, 2020 3:40:08 PM

Government of Tamil Nadu

First Edition - 2019

Revised Edition - 2020, 2022, 2023

Reprint - 2021, 2024

(Published under New Syllabus)

Content Creation

State Council of Educational
Research and Training

© SCERT 2019

Printing & Publishing

Tamil NaduTextbook and Educational
Services Corporation

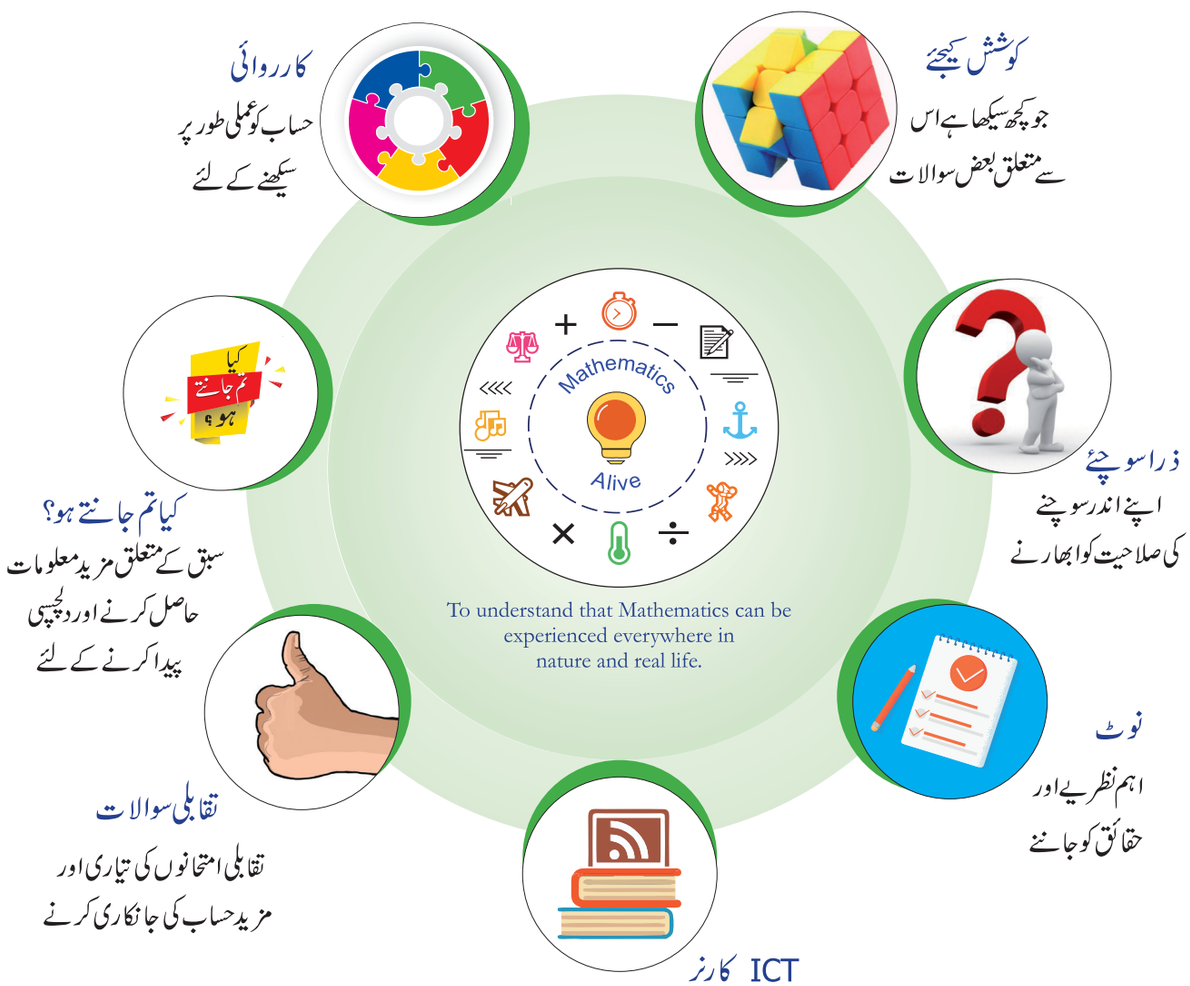
www.textbooksonline.tn.nic.in

8th maths unit 1 numbers 1
Thursday, April 16, 2020 3:40:09 PM

علم ریاضی ایک نادر زبان رکھتی ہے جس کی بنیاد پر دنیا کی تمام کارروائیاں منحصر ہیں۔اس کتاب کے ذریعے
یہ بہتر سے بہتر کوشش کی گئی ہے کہ طلباء کے اندر آسانی کے ساتھ حساب سیکھنے کا جذبہ پیدا ہو۔

Mathematics is not about numbers, equations, computations or algorithms; it is about understanding

William Paul Thurston



کارروائی
حساب کو عملی طور پر سیکھنے کے لئے

کوشش کیجئے
جو کچھ سیکھا ہے اس سے متعلق بعض سوالات

کیا تم جانتے ہو؟
سبق کے متعلق مزید معلومات حاصل کرنے اور دلچسپی پیدا کرنے کے لئے

ذرا سوچئے
اپنے اندر سوچنے کی صلاحیت کو ابھارنے

تقابلی سوالات
تقابلی امتحانوں کی تیاری اور مزید حساب کی جانکاری کرنے

نوٹ
اہم نظریے اور حقائق کو جاننے

ICT کارنر
مواد کو تلاش کرنے کے لئے اور مزید سیکھنے

اسکولی تعلیم میں حسابی تعلیم کا اصل مقصد بچوں کے سوچنے کے عمل کو ریاضیات کے ساتھ جوڑنا ہے۔
زیادہ سے زیادہ ریاضیات کا علم رکھنے کے بجائے ان کے ذہنوں کو کیسے ریاضیایا جائے، یہ بہت اہم ہے۔

8th maths unit 1 numbers 1
Tuesday, June 02, 2020 4:21:53 PM

Contents فہرست مضامین

اکائی	عنوان	TITLE	صفحہ نمبر	مہینہ
1	اعداد	NUMBERS	**1-49**	
1.1	تعارف	Introduction	1	جون
1.2	ناطق اعداد	Rational Numbers	2	
1.3	ناطق اعداد پر بنیادی حسابی اعمال کو اپنانا	Basic Arithmetic Operations on Rational Numbers	14	
1.4	لفظی حسابات کو بنیادی اعمال کے ذریعہ حل کرنا	Word Problems on the basic operations	16	
1.5	ناطق اعداد کی خصوصیات	Properties of Rational Numbers	20	
1.6	مربع اعداد کا تعارف	Introduction to Square Numbers	25	
1.7	جذرالمربع	Square Root	28	
1.8	مکعبیں اور جذرالمکعبیں	Cubes and Cube Roots	36	
1.9	قوت نمائیں اور قوتیں	Exponents and Powers	39	
2	پیمائشیں	MEASUREMENTS	**50-73**	
2.1	تعارف	Introduction	50	جولائی
2.2	ایک دائرے کے حصے	Parts of a Circle	52	
2.3	مربوط شکلیں	Combined Shapes	59	
2.4	تین ابعادی (3-D) شکلیں	Three Dimensional (3-D) Shapes	66	
3	الجبرا	ALGEBRA	**74-120**	
3.1	تعارف	Introduction	76	اگست
3.2	الجبریائی جملوں کی ضرب	Multiplication of Algebraic Expressions	77	
3.3	الجبریائی جملوں کی تقسیم	Division of Algebraic Expressions	82	
3.4	چند عمومی غلطیوں سے بچئے	Avoid some Common Errors	84	
3.5	تماثلات	Identities	86	اکتوبر
3.6	مکعبی تماثلات	Cubic Identities	88	
3.7	جذرالمربع نکالنا	Factorisation	92	
3.8	ایک متغیرات کی خطی مساوات	Linear Equation in One Variable	97	
3.9	ترسیم	Graph	107	ستمبر
3.10	خطی ترسیم	Linear Graph	115	جنوری
4	روزمرّہ زندگی کے حسابات	LIFE MATHEMATICS	**121-154**	
4.1	تعارف	Introduction	121	ستمبر
4.2	حسابات میں فیصد کا استعمال	Applications of Percentage in Word Problems	122	
4.3	نفع، نقصان، رعایت، بالائی اخراجات اور GST	Profit, Loss, Discount, Overhead Expenses and GST	126	
4.4	سودِ مرکب	Compound Interest	132	
4.5	مرکب متغیر	Compound Variation	140	نومبر
4.6	وقت اور کام	Time and Work	147	

8th maths unit 1 numbers 1
Tuesday, June 02, 2020 4:21:54 PM

	155-210	GEOMETRY	علم ہندسہ (جیومٹری)	**5**
اگست	155	Introduction	تعارف	5.1
	156	Congruent and Similar Shapes	مماثل اور مشابہ شکلیں	5.2
	167	The Pythagorean Theorem	مسئلہ فیثاغورث	5.3
	167	Converse of Pythagoras Theorem	مسئلہ فیثاغورث کا برعکس	5.4
ڈسمبر	170	Point of Concurrency	نقطۂ تراکز	5.5
	170	Medians of a Triangle	مثلث کا وسطی خطوط	5.6
	173	Altitude of a Triangle	ایک مثلث کا ارتفاع	5.7
	174	Perpendicular Bisectors of a Triangle	ایک مثلث کا عمودی ناصف	5.8
	175	Angle Bisectors of a Triangle	ایک مثلث کا زاویائی ناصف	5.9
جولائی	180	Construction of Quadrilaterals	چار ضلعی کی تصنیف	5.10
	187	Construction of Trapeziums	منحرفوں کی تصنیف	5.11
نومبر	192	Construction of Special Quadrilaterals	مخصوص چار ضلعی کی تصنیف	5.12
	196	Construction of a Parallelogram	متوازی الاضلاع کی تصنیف	5.13
	201	Construction of a Rhombus	ایک معین کی تصنیف	5.14
فروری	205	Construction of a Rectangle	ایک مستطیل کی تصنیف	5.15
	207	Construction of a Square	مربع کی تصنیف	5.16
	211-231	STATISTICS	**شماریات**	**6**
جنوری	211	Introduction	تعارف	6.1
	212	Frequency Distribution Table	تعددی تقسیمی جدول	6.2
	217	Graphical Representation of the Frequency Distribution for Ungrouped Data	غیر گروہی معطیات کے لئے تعددی تقسیم کو ترسیمی طور پر پیش کرنا	6.3
فروری	221	Graphical Representation of the Frequency Distribution for Grouped Data	گروہی معطیات کے لئے تعددی تقسیم کو ترسیمی طور پر پیش کرنا	6.4
	232-271	INFORMATION PROCESSING	اطلاعات کو عمل میں لانا	**7**
اگست	233	Introduction	تعارف	7.1
	234	Principles of Counting	گنتی کے اصول	7.2
	239	SET - Game	SET گیم	7.3
نومبر	243	Map Colouring	نقشہ کو رنگ کرنا	7.4
	247	Fibonacci Numbers	فیبو ناچی اعداد	7.5
	251	Highest Common Factor	مشترک عاد اعظم	7.6
فروری	254	Cryptology	رمزیات (مخفی تحریری کا مطالعہ)	7.7
	262	Shopping Comparison	خریداری کا موازنہ کرنا	7.8
	267	Packing	پیکنگ	7.9
	273-280	ANSWERS	**جوابات**	
	281	MATHEMATICAL TERMS	حسابی اصطلاحات	

VPBX8

E-Book

ST2EU

Assessment

8th maths unit 1 numbers 1
Tuesday, June 02, 2020 4:21:55 PM

آٹھویں جماعت کے لئے

STANDARD EIGHT

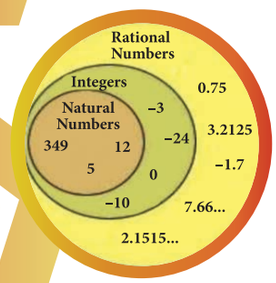
حساب

MATHEMATICS

(URDU MEDIUM)

100
95
75
25
5
0

8th maths unit 1 numbers 1
Thursday, April 16, 2020 3:40:11 PM



1 اعداد
NUMBERS

سیکھنے کے مقاصد

- کسور سے ناطق اعداد میں دراز (توسیع) کرنے کی ضرورت کو سمجھنا۔ ناطق اعداد کو عددی خط پر ظاہر کرنا۔ دئے گئے کسی بھی دو ناطق اعداد کے درمیان بہت سارے ناطق اعداد پائے جاتے ہیں۔ اس کو سمجھنا چاہیئے۔
- ناطق اعداد پر چار بنیادی حسابی اعمال کو انجام دینے کے بارے میں سیکھنا۔ زیادہ سے زیادہ تین قوسین والے جملوں کو مختصر کرنے کے بارے میں جاننا۔
- ناطق اعداد کی خصوصیات کو سمجھنا۔
  لفظی حسابات (Word Problems) کو تمام حسابی اعمال سے حل کرنا۔
- ناطق اعداد کے جمعی تماثل اور معکوس اور ضربی تماثل اور معکوس کی خصوصیات کو سمجھنا۔
- اعداد کے مربعوں، جذر المربعوں، مکعب اور جذر المکعبوں کو معلوم کرنا۔
- اعداد کو سالمی قوتوں والے قوت نما شکل میں ظاہر کرنا۔ سالمی قوتوں والے قوت نماؤں کے اصولوں کو سمجھنا۔
- سائنسی ترقیم کو پہچاننا اور ظاہر کرنا۔

E6YHU

1.1 تعارف (Introduction)

آیئے ہم پچھلی کلاسوں میں اعداد سے متعلق جو جانکاری حاصل کی تھی، اس کا اعادہ کریں۔ جب ہم شمار (گنتی) کرتے ہیں، تو فطری طور پر ہم 1,2,3,4,5, ... کی طرح کرتے ہیں۔ کیا ایسا نہیں ہے؟

ان کو **گنتی کے اعداد** یا **طبیعی اعداد** کہتے ہیں اور ان کا اظہار $\mathbb{N}$ سے کیا جاتا ہے۔ اعداد کے آخر میں تین نقطے یہ ظاہر کرتے ہیں کہ یہ اعداد کا سلسلہ جاری ہے۔

طبیعی اعداد کو عددی خط میں اس طرح دیکھا جاسکتا ہے۔



خاکہ 1.1

ایک ایسی صورت حال کو فرض کیجئے کہ کل میرے بٹوے میں ₹8 موجود تھے۔ ہوسکتا ہے آج میرا بٹوہ خالی ہو۔ اب میرے بٹوے میں کتنی رقم ہوگی؟ اس **خالی پن** کا اظہار کیسے کیا جاسکتا ہے۔ ایسی صورت میں صفر کا نظریہ سامنے آتا ہے جو اس **خالی پن** کو ظاہر کرتا ہے۔ صفر کا جو تصور آج ہے، وہ ابتدائی انسانوں کے پاس نہیں تھا۔ جب اس کو ایک **عدد کے طور پر** مانا گیا، تبھی کئی سو سال بعد صفر کا تصور وجود میں آیا۔ ہندوستانی ریاضی دانوں نے صفر کے لئے علامت دی۔

8th maths unit 1 numbers 1
Thursday, April 16, 2020 3:40:12 PM

صفر کے ساتھ طبیعی عددی نظام اب **صحیح اعداد** کا نظام بنا۔ اب صحیح اعداد کو مندرجہ ذیل کی طرح ظاہر کر سکتے ہیں۔



خاکہ 1.2

صحیح اعداد کے نظام کا اظہار $\mathbb{W}$ سے کیا جاتا ہے۔

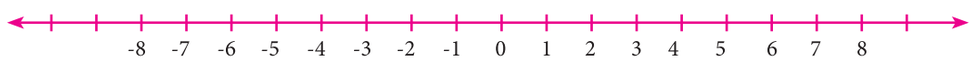
صرف صفر ہی تمام حسابات کا حل نہیں ہے۔ سوچئے کہ جب 6 سے 4 کو تفریق کیا جائے تو کیا ہوگا؟

اس کے لئے 9 تک ایک عددی خط بنائیے۔ 6 پر ایک نقطہ رکھئے۔



خاکہ 1.3

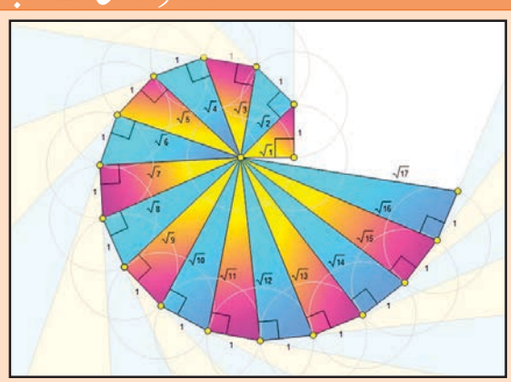
ہم جانتے ہیں کہ 4 کو تفریق کرنے کے لئے 6 سے بائیں جانب ہمیں 4 مرحلوں تک گزرنا ہوگا۔ ہم اب 2 پر پہنچیں گے۔ لہٰذا اس کا جواب 2 ہوگا۔ جب 4 سے 6 کو تفریق کریں تو کیا ہوگا؟ ایسی صورت حال سے نپٹنے کے لئے انسانوں نے منفی اعداد کی بنیاد رکھی۔



خاکہ 1.4

مگر منفی اعداد کیسے ہو سکتے ہیں؟ سیدھی سی بات ہے! صفر سے کم عدد کا تصور کیجئے۔ منفی اعداد اور صحیح اعداد کو ملانے پر ہمیں اعداد کا ایک سلسلہ حاصل ہوتا ہے، جسے سالم اعداد (Integers) کہتے ہیں۔ سالم اعداد صفر، طبیعی اعداد اور طبیعی اعداد کے منفی اعداد پر مشتمل ہوتے ہیں۔ ان کا سلسلہ دونوں جانب غیر اختتام پذیر طور پر چلتا ہے۔ اعداد کے اس مجموعے کو **سالم اعداد** کہتے ہیں اور اس کا اظہار $\mathbb{Z}$ سے کیا جاتا ہے۔

روزمرہ زندگی کے حسابات۔ حقیقی زندگی میں ناطق اعداد



علم ہندسہ کے فیثاغورث کے مسئلے کے استعمال سے اعداد کے جذر المربع کو ایک مرغولہ کی طرح معلوم کرنا



اگر ایک سنترے کو چھیلا جاتا ہے تو اس میں 8 قاش (پھانک) پائے جاتے ہیں۔ اس کے ایک قاش کو ناطق عدد $\frac{1}{8}$ کے طور پر ظاہر کرتے ہیں۔

1.2 ناطق اعداد (Rational Numbers)

سالم اعداد کو شکل دینے کے بعد بھی بات ختم نہیں ہوتی! $10\div5$ تو سمجھ میں آتا ہے، جس کا جواب 2 ہے۔ مگر $8\div5$ کا جواب کیا ہوگا؟ اس کے لئے **درمیان کے اعداد** کی ضرورت پڑتی ہے۔ $8\div5$ کا جواب 1.6 ہے۔ یہ عدد 1 اور 2 کے درمیان آتا ہے۔ مگر $(-3)\div4$ کہاں واقع ہوگا؟ یہ 0 اور -1 کے درمیان واقع ہوگا۔ اسی طرح عددی خط میں تم $\frac{-12}{5}$ کو کہاں پاؤ گے؟ اسے -2

8th maths unit 1 numbers 1
Thursday, April 16, 2020 3:40:13 PM

اور 3- میں پائیں گے۔لہٰذا ایک سالم عدد کی دوسرے سالم عدد کی تقسیم، ناطق عدد کہلاتا ہے۔ (یاد رکھئے کہ ہم صفر سے تقسیم نہیں کریں گے) رسمی طور پر یہ کہہ سکتے ہیں کہ کوئی بھی ناطق عدد، کسری (نسب) شکل $\frac{a}{b}$ ہوتی ہے۔جس میں a اور b سالم اعداد ہیں اور $b \neq 0$ ہو تو ان کو **ناطق اعداد** کہتے ہیں۔ اس کو $\mathbb{Q}$ حرف سے ظاہر کیا جاتا ہے۔یہاں اوپر کے عدد a کو شمار کنندہ اور نیچے کے عدد b کو نسب نما کہتے ہیں۔ ان کو اعشاریہ اور فی صد میں بھی ظاہر کیا جاسکتا ہے۔

چونکہ ناطق اعداد پر بنیادی اعمال کے لئے، کسور کے بنیادی اعمال کو جاننا ضروری ہوجاتا ہے، آیئے ہم مشق کے ذریعہ کسور سے متعلق بعض بنیادی خیالات کا اعادہ کریں گے۔

مشق کا اعادہ

1۔ $\frac{125}{200}$ کی مختصر ترین شکل ..... ہے۔

2۔ ذیل میں کونسا عدد $\frac{8}{12}$ کی معادل کسر نہیں ہے۔

(A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{16}{24}$ (C) $\frac{32}{60}$ (D) $\frac{24}{36}$

3۔ ان میں سے کون سی کسر بڑی ہے۔ $\frac{8}{9}$ یا $\frac{4}{5}$ ؟

4۔ ان کسور کو جمع کیجئے۔ $\frac{3}{5}+\frac{5}{8}+\frac{7}{10}$

5۔ مختصر کیجئے۔ $\frac{1}{8}-\left(\frac{1}{6}-\frac{1}{4}\right)$

6۔ ضرب کیجئے۔ $1\frac{4}{7}$ کو $2\frac{3}{5}$ سے

7۔ $\frac{35}{81}$ سے $\frac{7}{36}$ کو تقسیم کیجئے۔

8۔ خانوں کو بھرتی کیجئے۔ $\frac{\square}{66}=\frac{70}{\square}=\frac{28}{44}=\frac{\square}{121}=\frac{7}{\square}$

9۔ ایک شہر میں $\frac{7}{20}$ عورتیں اور $\frac{1}{4}$ بچوں کی آبادی ہے، مردوں کی آبادی کا کسر معلوم کیجئے۔

10۔ عددی خط کے ذریعہ $\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right)$ کی نمائندگی کیجئے۔

کوشش کیجئے

1۔ کیا عدد 7- ایک کسر ہے یا ناطق عدد؟ کیوں؟

2۔ 0 اور 1 کے درمیان کے کوئی 6 ناطق اعداد لکھئے۔

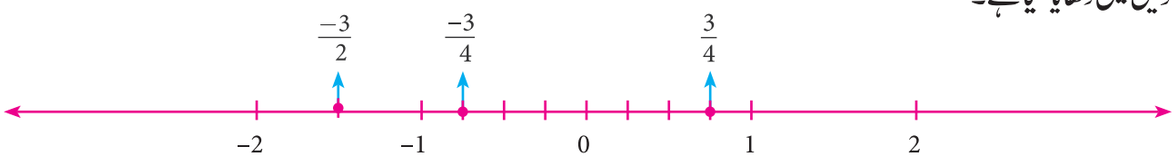
غور کیجئے

ریاضی میں لفظ نسبت (Ratio) سے مراد ایک ہی قسم کے دو مختلف مقداروں کی جسامتوں کو موازنہ کرنے کے لئے استعمال ہوتا ہے۔ مثال کے طور پر اگر ایک جماعت میں ہر 20 طلباء کے لئے ایک استاد ہو تو استاد سے طلباء کی نسبت 1:20 ہے۔نسبتوں کو اکثر کسور کے طور پر لکھا جاتا ہے۔جیسے $1:20 = \frac{1}{20}$ ہے۔اسی وجہ سے، اعداد جو کسور کی شکل میں ہوتے ہیں وہ ناطق اعداد کہلاتے ہیں۔

8th maths unit 1 numbers 1
Thursday, April 16, 2020 3:40:13 PM

1.2.1 عددی خط پر ناطق اعداد کی نمائندگی Rational Numbers on a number line

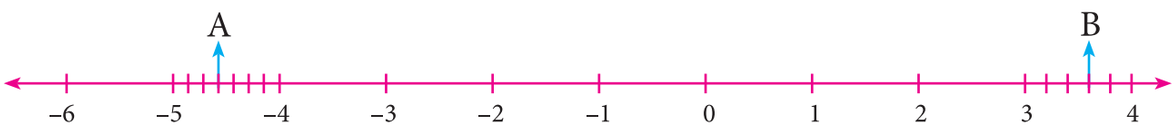
سالم اعداد کو عددی خط میں ظاہر کرنا ایک اہم مہارت ہے۔ مثال کے طور پر ہم $\frac{-3}{4}$ عدد کو عددی خط پر ظاہر کریں گے۔ یہ منفی عدد رہنے کی وجہ سے $\frac{-3}{4}$ کو 0 کے بائیں جانب نشان کریں گے اور یہ 0 اور 1- کے درمیان واقع ہے۔ ہم جانتے ہیں کہ سالم اعداد میں 1 اور 1- ، کے مساوی فاصلہ پر ہیں۔ اسی طرح 2 اور 2- ، 3 اور 3- جوڑیاں 0 سے مساوی فاصلہ پر ہیں۔ اسی طرح ناطق اعداد میں بھی یہی اصول استعمال ہوتا ہے۔ اب $\frac{3}{4}$ کو 0 کے دائیں جانب، 0 اور 1 کے درمیان 4 حصوں میں سے 3 حصوں پر نشان کریں گے۔ اسی طرح سے $\frac{-3}{4}$ کو 0 کے بائیں جانب، 0 اور 1- کے درمیان 4 حصوں میں سے 3 حصوں پر نشان کریں گے جیسا کہ ذیل میں دکھایا گیا ہے۔



خاکہ 1.5

اسی طرح $\frac{-3}{2}$ کو آسانی کے ساتھ کہہ سکتے ہیں کہ یہ 1- اور 2- کے درمیان واقع ہے۔ چونکہ $\frac{-3}{2} = -1\frac{1}{2}$ ہے۔

اب درج ذیل عددی خط پر حرف A اور B کونسے ناطق اعداد کو ظاہر کرتے ہیں؟



خاکہ 1.6

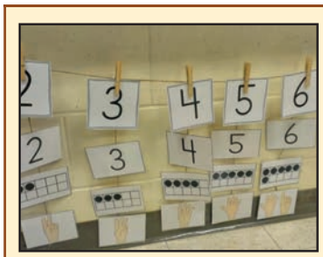
تم آسانی کے ساتھ کہہ سکتے ہو کہ عددی خط میں A اور B کے درمیان نشان کردہ ناطق اعداد کونسے ہیں؟ کیا ایسا نہیں ہے؟ یہاں پر ناطق عدد A کی نمائندگی $-4\frac{4}{7}\left(\frac{-32}{7}\right)$ سے کی جاتی ہے اور ناطق عدد B کی نمائندگی $3\frac{3}{5}\left(\frac{18}{5}\right)$ سے کی جاتی ہے۔

1.2.2 ایک ناطق عدد کو اعشاریہ کے طور پر ظاہر کرنا (Decimal representation of a rational number)

ایک ناطق عدد کو عام کسری شکل کی بجائے عشری شکل میں ظاہر کیا جاسکتا ہے۔ $\frac{a}{b}(b \neq 0)$ کی شکل میں دئے گئے ناطق عدد کے شمار کنندہ a کو نسب نما b سے تقسیم کرنے پر ہمیں ایک اختتام پذیر یا ایک غیر اختتام پذیر، متوالی عشری اعداد کی شکل حاصل ہوتی ہے۔

ہر اختتام پذیر یا متوالی عشری عدد کو ناطق عدد کی شکل میں لکھا جاسکتا ہے جن کو ذیل کی مثالوں میں دکھایا گیا ہے۔

کارروائی



ایک رسی کو عددی خط کے طور پر استعمال کیجئے اور اس کو کلاس روم کی لمبائی کے مطابق لگائیں۔ سالم اعداد کو نشان کریں اور طلباء سے کہیں کہ ڈبہ سے عددی کارڈ کو انتخاب کر کے عددی خط کی رسی پر ٹھیک مقام پر لگائیں۔ یہ کھیل گروہوں (ٹیموں) کے درمیان کھیل سکتے ہیں۔ جو گروہ صحیح طور پر زیادہ کارڈس لگاتے ہیں وہی کامیاب ہوں گے۔

8th maths unit 1 numbers 1
Thursday, April 16, 2020 3:40:14 PM

مثال 1.1

ذیل کے عشری اعداد کو ناطق اعداد کے طور پر لکھئے۔

i) $\frac{1}{4}$ ii) $1\frac{3}{20}$ iii) $-5\frac{4}{5}$ iv) 3 v) $\frac{1}{3}$

حل :

(i) $\frac{1}{4}=\frac{25}{100}=0.25$ (ii) $1\frac{3}{20}=\frac{23}{20}=\frac{115}{100}=1.15$ (iii) $=5\frac{4}{5}\quad \frac{29}{5}=\frac{58}{10}=\quad 5.8$

(iv) $3=\frac{3}{1}=\frac{30}{10}=3.0$ (v) $\frac{1}{3}=0.3333...$ (حقیقی تقسیم سے یہ متوالی اور غیر اختتام پذیر ہے)

غور کیجئے

- اوپر کی مثال ہمیں یہ بتاتی ہے کہ کس طرح ایک ناطق عدد کو عشری شکل میں تبدیل کیا جاسکتا ہے۔ اس کا اُلٹا یعنی عشری شکل کو ناطق عدد میں تبدیل کرنے کے طریقہ کو تم اگلی جماعتوں میں سیکھو گے۔
- بعض عشری اعداد جو غیر اختتام پذیر اور غیر متوالی (دہرائے بغیر) ہوتے ہیں جیسے

π = 3.14159265358979323846264338327.....

$\sqrt{2}$ = 1.41421356237309504880168..... وغیرہ

یہ ناطق اعداد نہیں ہیں، ان کے بارے میں مزید جانکاری تم اگلی جماعتوں میں حاصل کروگے۔

کوشش کیجئے

درج ذیل ناطق اعداد کے لئے عشری شکلیں لکھئے۔

1. $\frac{4}{5}$ 2. $\frac{6}{25}$ 3. $\frac{486}{1000}$ 4. $\frac{1}{9}$ 5. $3\frac{1}{4}$ 6. $-2\frac{3}{5}$

1.2.3 مثبت اور منفی ناطق اعداد Positive and Negative rational numbers

ناطق اعداد کو مثبت ناطق اعداد اور منفی ناطق اعداد کے طور پر تقسیم کیا گیا ہے۔

اگر کسی ناطق عدد کا شمار کنندہ اور نسب نما دونوں ایک ہی علامت رکھتے ہوں تو وہ ناطق عدد **مثبت** ہوگا۔

مثال کے طور پر $\frac{3}{4}, \frac{-11}{-6}$ جیسے اعداد، **مثبت ناطق اعداد** کہلاتے ہیں۔

اگر کسی ناطق عدد کا شمار کنندہ یا نسب نما دونوں میں سے کوئی ایک عدد منفی علامت رکھتا ہو تو وہ ناطق عدد **منفی** ہوگا۔

مثال کے طور پر $\frac{-3}{4}, \frac{11}{-6}$ جیسے اعداد، **منفی ناطق اعداد** کہلاتے ہیں۔

غور کیجئے

- 0 ایک ایسا ناطق عدد ہے جو نہ مثبت ہے اور نہ منفی ہے۔
- غور کیجئے کہ $\frac{-11}{6}=\frac{11}{-6}=\quad \frac{11}{6}$

8th maths unit 1 numbers 1
Thursday, April 16, 2020 3:40:15 PM

1.2.4 معادل ناطق اعداد Equivalent rational number

ہم جانتے ہیں کہ جب ایک کسر دیا جاتا ہے تو اسے معادل کسر کی طرح کیسے لکھا جاتا ہے۔ چونکہ ایک ناطق عدد کا اظہار ایک کسر کے طور پر کیا جا سکتا ہے، ہم یہ دیکھ سکتے ہیں کہ معادل ناطق عدد کو ایک معادل کسر سے حاصل کیا جاتا ہے۔

فرض کیجئے کہ ایک ناطق عدد، کسری شکل میں ہے۔ اگر اس کے شمار کنندہ اور نسب نما کو اسی غیر صفری سالم عدد سے ضرب کیا جائے تو ایک ناطق عدد حاصل ہوگا جو اس کا معادل ہوگا۔ مثال کے طور پر :

$-\frac{2}{3}$ کا معادل $\frac{-6}{9}$ ہے۔ چونکہ $\frac{-2}{3}=\frac{-2\times 3}{3\times 3}=\frac{-6}{9}$

$-\frac{2}{3}$ کا بھی معادل $\frac{10}{-15}$ ہے۔ چونکہ $\frac{2}{-3}=\frac{2\times 5}{-3\times 5}=\frac{10}{-15}$

لہٰذا $-\frac{2}{3}=\frac{-6}{9}=\frac{10}{-15}$

کوشش کیجئے

1. $\frac{7}{3}=\frac{?}{9}=\frac{49}{?}=\frac{-21}{?}$
2. $\frac{-2}{5}=\frac{?}{10}=\frac{6}{?}$ $\frac{-8}{?}$

1.2.5 معیاری شکل میں ناطق اعداد (Rational numbers in standard form)

درج ذیل ناطق اعداد پر غور کیجئے۔ $\frac{4}{5},\frac{-3}{7},\frac{1}{6},\frac{-4}{13},\frac{-50}{51}$ ہم یہ دیکھتے ہیں کہ

i) ان ناطق اعداد کے تمام نسب نما مثبت سالم اعداد ہیں۔

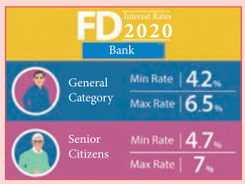
ii) ہر شمار کنندہ اور نسب نما کے درمیان مشترک جزو ضربی صرف 1 ہے۔ اور

iii) صرف شمار کنندہ ہی میں منفی علامت ہوگی۔ اس طرح کے ناطق اعداد کو معیاری شکل کے ناطق اعداد کہتے ہیں۔

ایک ناطق عدد a/b اس وقت **معیاری شکل** میں ہوگا، جب اس کا نسب نما b ایک مثبت سالم عدد، شمار کنندہ اور نسب نما دونوں میں 1 سے زیادہ کوئی مشترک جزوِ ضربی نہیں ہو۔

اگر کوئی ناطق عدد معیاری شکل میں نہ ہو تو اس کو مختصر کر کے معیاری شکل میں لایا جا سکتا ہے۔

کیا تم جانتے ہو؟



ناطق اعداد کے مجموعہ کو حرف $\mathbb{Q}$ سے تعبیر کیا جاتا ہے، کیونکہ یہ تمام مقسوم علیہ کے پیش نظر بنتے ہیں۔ 0 کی تقسیم کو چھوڑ کر عشری اعداد کو مقسوم علیہ کی شکل میں منتقل کر سکتے ہیں۔ لہذا یہ بھی ناطق اعداد ہیں۔

مثال 1.2

معیاری شکل میں مختصر کیجئے۔ (i) $\frac{48}{-84}$ (ii) $\frac{-18}{-42}$

حل :

(i) طریقہ 1 (−2 ، 2 اور 3 سے سلسلہ وار تقسیم کرنا)

$$\frac{48}{-84}=\frac{48\div(-2)}{-84\div(-2)}=\frac{-24\div 2}{42\div 2}=\frac{-24\div 3}{21\div 3}=\frac{-4}{7}$$

8th maths unit 1 numbers 1
Thursday, April 16, 2020 3:40:16 PM

طریقہ 2 :

48 اور 84 کا HCF 12 ہے (معلوم کریں) ۔ ہم اس کو -12 سے تقسیم کرکے معیاری شکل میں لا سکتے ہیں۔

$$\frac{48}{-84}=\frac{48\div(-12)}{-84\div(-12)}=\frac{-4}{7}$$

(ii) طریقہ 1 :

$$\frac{-18}{-42}=\frac{-18\div(-2)}{-42\div(-2)}=\frac{9\div3}{21\div3}=\frac{3}{7}$$ (-2 اور 3 سے سلسلہ وار تقسیم کرنا)

طریقہ 2 :

18 اور 42 کا HCF 6 ہے (معلوم کریں) ہم اس کو 6 سے تقسیم کرکے معیاری شکل میں لا سکتے ہیں۔

$$\frac{-18}{-42}=\frac{-18\times(-1)}{-42\times(-1)}=\frac{18}{42}=\frac{18\div6}{42\div6}=\frac{3}{7}$$



کوشش کیجئے

1۔ درج ذیل میں کونسی جوڑیاں معادل ناطق اعداد کی نمائندگی کرتی ہیں؟

(i) $\frac{-6}{4},\frac{18}{-12}$ (ii) $\frac{-4}{-20},\frac{1}{-5}$ (iii) $\frac{-12}{-17},\frac{60}{85}$

2۔ ان کی معیاری شکل معلوم کیجئے۔ (i) $\frac{36}{-96}$ (ii) $\frac{-56}{-72}$ (iii) $\frac{27}{18}$

3۔ ذیل کے ناطق اعداد کو عددی خط پر نشان کیجئے۔ (i) $\frac{-2}{3}$ (ii) $\frac{-8}{-5}$ (iii) $\frac{5}{-4}$

1.2.6 ناطق اعداد کا موازنہ کرنا (Comparison of Rational Numbers)

درج ذیل نکات کو یاد رکھنا فائدہ مند ہوگا۔

- ہر مثبت عدد صفر سے بڑا ہوتا ہے۔
- ہر منفی عدد صفر سے کم ہوتا ہے۔
- ہر مثبت عدد، ہر منفی عدد سے بڑا ہوتا ہے۔
- عددی خط کے دائیں جانب کا ہر عدد، اس عدد سے بڑا ہوتا ہے۔

جب کوئی دو سالم اعداد یا کسروں کو دیا گیا ہو تو، ہم ان کا موازنہ کرکے کونسا بڑا یا چھوٹا بتا سکتے ہیں۔

اب اسی طرح، ہم ایک جوڑی ناطق اعداد کا موازنہ کر سکتے ہیں۔

قسم 1 : مختلف علامت والے دو ناطق اعداد کا موازنہ کرنا

مثال 1.3

$\frac{5}{17}$ اور $\frac{-10}{19}$ کا موازنہ کیجئے۔

8th maths unit 1 numbers 1
Thursday, April 16, 2020 3:40:17 PM

حل : چونکہ ہر مثبت عدد، منفی عدد سے بڑا ہوتا ہے،

ہم اس نتیجہ پر پہنچتے ہیں کہ $\frac{5}{17} > \frac{-10}{19}$.

قسم 2 : دو ناطق اعداد جو دو ایک ہی نسب نما رکھنے والے کسروں کی نمائندگی کرتے ہیں، ان کا موازنہ کرنا

مثال 1.4

$\frac{1}{3}$ اور $\frac{4}{3}$ کا موازنہ کیجئے۔

حل : چونکہ نسب نما یکساں ہیں، ان کے صرف شمار کنندوں کا موازنہ کیجئے۔

چونکہ $4 > 1$ ہے، ہم اس طرح کہہ سکتے ہیں کہ $\frac{1}{3} < \frac{4}{3}$

قسم 3 : دو ناطق اعداد جو دو مختلف نسب نما رکھنے والے کسروں کی نمائندگی کرتے ہیں، ان کا موازنہ کرنا

مثال 1.5

$\frac{3}{4}$ اور $\frac{5}{6}$ کا موازنہ کیجئے۔

حل : نسب نماؤں کا LCM 12 ہے (معلوم کیجئے)۔ 12 LCM کو نسب نما مان کر ہر ناطق عدد کو ایک معادل ناطق عدد فرض کیجئے

ہمیں $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$ اور $\frac{5}{6} = \frac{10}{12}$ حاصل ہوا، جو ، اب یکساں کسور بن گئے ہیں۔

یہاں پر $\frac{9}{12} < \frac{10}{12}$ ۔ لہٰذا ہم اس نتیجہ پر پہنچتے ہیں کہ $\frac{3}{4} < \frac{5}{6}$

قسم 4 : دو ناطق اعداد جو معیاری شکل میں نہ ہوں، ان کا موازنہ کرنا

مثال 1.6

$\frac{9}{-4}$ اور $\frac{-2}{3}$ کا موازنہ کیجئے۔

حل : عدد $\frac{9}{-4}$ معیاری شکل میں نہیں ہے۔ پہلے ہم اسے معیاری شکل میں لائیں گے۔

$$\frac{9}{-4} = \frac{9}{-4} \times \frac{-1}{-1} \text{ (مثبت نسب نما حاصل کرنے کے لئے)} = \frac{-9}{4}$$

اب ہم کسور $\frac{-9}{4}$ اور $\frac{-2}{3}$ کا موازنہ کرتے ہیں۔ ہمیں معلوم ہوا کہ یہ دو کسور غیر یکساں ہیں۔ ان کو یکساں کسور بنانے کے لئے ہم ان کے LCM معلوم کرتے ہیں، جو 12 ہے۔

اب ہم ان کے معادل کسروں کا موازنہ کرتے ہیں۔ $\frac{-9}{4} = \frac{-27}{12}$ اور $\frac{-2}{3} = \frac{-8}{12}$ (وہ کیسے؟) ہم دیکھتے ہیں کہ

نسب نما یکساں ہیں اور صرف ان کے شمار کنندوں کا موازنہ -27 اور -8 ہی کافی ہے۔

8th maths unit 1 numbers 1
Thursday, April 16, 2020 3:40:17 PM

عددی خط پران اعداد کا موازنہ کرنے پر، ہم دیکھتے ہیں کہ



Fig. 1.7

-27 کے دائیں جانب -8 ہے۔ لہٰذا $(-27) > (-8)$ ہے۔ اس سے یہ نتیجہ نکلتا ہے کہ $\frac{-8}{12} > \frac{-27}{12}$ اور ہم اس نتیجہ پر پہنچتے ہیں کہ $\frac{9}{-4} < \frac{-2}{3}$ ہے۔

مثال 1.7 درج ذیل ناطق اعداد کو صعودی ترتیب اور نزولی ترتیب میں لکھئے۔

$$\frac{-3}{5}, \frac{7}{-10}, \frac{-15}{20}, \frac{14}{-30}, \frac{-8}{15}$$

حل : سب سے پہلے نسب نماؤں کو مثبت بنائیے۔ اور ان کو معیاری شکل میں اس طرح بنائیے۔ $\frac{-3}{5}, \frac{-7}{10}, \frac{-15}{20}, \frac{-14}{30}, \frac{-8}{15}$

یہاں پر 5,10,15,20 کا LCM، 30 اور 60 ہے۔ (معلوم کیجئے!) دئے گئے ناطق عدد کو اس کے معادل شکل میں تبدیل کیجئے جس کا مشترک نسب نما 60 ہو۔

$\frac{-3}{5}$	$\frac{-7}{10}$	$\frac{-15}{20}$	$\frac{-14}{30}$	$\frac{-8}{15}$
$= \frac{-3}{5} \times \frac{12}{12}$	$= \frac{-7}{10} \times \frac{6}{6}$	$= \frac{-15}{20} \times \frac{3}{3}$	$= \frac{-14}{30} \times \frac{2}{2}$	$= \frac{-8}{15} \times \frac{4}{4}$
$= \frac{-36}{60}$	$= \frac{-42}{60}$	$= \frac{-45}{60}$	$= \frac{-28}{60}$	$= \frac{-32}{60}$

اب $-36, -42, -45, -28$ اور -32 ان شمار کنندوں کو موازنہ کرنے پر ہم یہ دیکھیں کہ $-28 > -32 > -36 > -42 > -45$

لہٰذا $\frac{-28}{60} > \frac{-32}{60} > \frac{-36}{60} > \frac{-42}{60} > \frac{-45}{60}$ اور اسی طرح، $\frac{-14}{30} > \frac{-8}{15} > \frac{-3}{5} > \frac{-7}{10} > \frac{-15}{20}$

لہٰذا، دئے گئے ناطق اعداد کی بڑھتی ترتیب $\frac{-15}{20}, \frac{7}{-10}, \frac{-3}{5}, \frac{-8}{15}, \frac{14}{-30}$ ہے۔

لہٰذا، دئے گئے ناطق اعداد کو الٹنے پر گھٹتی ہوئی ترتیب حاصل ہوتی ہے، جو $\frac{-15}{20}, \frac{7}{-10}, \frac{-3}{5}, \frac{-8}{15}, \frac{14}{-30}$ ہے۔

1.2.7 دئے گئے کوئی دو ناطق اعداد کے درمیانی ناطق اعداد

سالم اعداد 4 اور 10 لیں۔ عددی خط پر ہم ان کے درمیان کے 5 سالم اعداد دیکھتے ہیں، 8,7,6,5 اور 9 ہیں۔ (گہرے نقاط سے ظاہر کئے گئے ہیں۔) کیا ایسا نہیں ہے؟



Fig. 1.8

3 اور -2 کے درمیان میں تم کتنے سالم اعداد دیکھتے ہو؟ فہرست بنائیے۔

کیا -5 اور -4 کے درمیان کوئی سالم اعداد ہے؟ اس کا جواب نہیں ہے۔

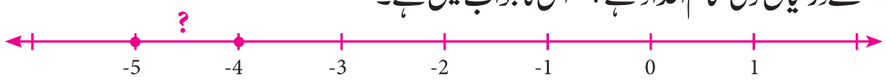


Fig. 1.9

8th maths unit 1 numbers 1
Thursday, April 16, 2020 3:40:18 PM

اس سے یہ پتہ چلتا ہے کہ کسی دو سالم اعداد کے درمیان سالم اعداد کا انتخاب بہت ہی محدود ہے۔ وہ محدود اعداد ہیں یا ان کے درمیان کوئی عدد نہیں ہوتا ہے۔ آیئے ہم یہ دیکھیں گے کہ اگر سالم اعداد کی بجائے ناطق اعداد ہوں تو کیا ہوگا؟ ہم یہ دیکھتے ہیں کہ کسی دو ناطق اعداد کے درمیان کئی ناطق اعداد موجود ہیں۔ کسی دو ناطق اعداد کے درمیان موجود ناطق اعداد معلوم کرنے کے لئے کم از کم دو طریقے موجود ہیں۔

اوسط کا طریقہ :

ہم جانتے ہیں کہ کسی دو اعداد کا اوسط ان کا درمیانی عدد ہوتا ہے۔ مثال کے طور پر 8 اور 2 کا اوسط $\frac{2+8}{2}=5$ ہے اور یہ 5، درج ذیل عددی خط میں 2 اور 8 کے درمیان موجود ہے۔

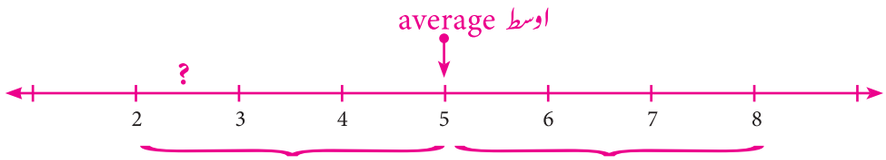


Fig. 1.10

ہم اس طریقہ کو کسی دو ناطق اعداد کے درمیان موجود ناطق اعداد کے لئے استعمال کر سکتے ہیں۔

مثال 1.8 $\frac{1}{3}$ اور $\frac{5}{9}$ کے درمیان ناطق اعداد معلوم کیجئے۔

حل :

$\frac{1}{3}$ اور $\frac{5}{9}$ کا اوسط $=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}+\frac{5}{9}\right)=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}\times\frac{3}{3}+\frac{5}{9}\right)$ (کیوں؟)

$=\frac{1}{2}\left(\frac{3}{9}+\frac{5}{9}\right)=\frac{1}{2}\times\frac{8}{9}=\frac{4}{9}$

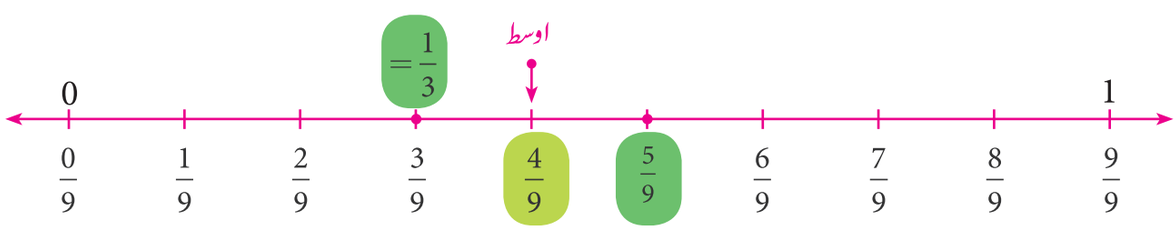


Fig. 1.11

غور کیجئے

کیا $\frac{-7}{11}$ اور $\frac{6}{-11}$ کے درمیان کوئی ناطق اعداد موجود ہیں؟

غور کیجئے کہ $\frac{4}{9}$ ایک ناطق عدد ہے جو $\frac{1}{3}$ اور $\frac{5}{9}$ کے درمیان پایا گیا ہے۔ ہم $\frac{1}{3}$ اور $\frac{5}{9}$ کے درمیان اور بھی کئی اعداد دیکھتے ہیں۔ اس سے یہ پتہ چلتا ہے کہ کسی دو ناطق اعداد کے درمیان کئی لامحدود ناطق اعداد موجود ہیں۔ حسابی طور پر ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ دو ناطق اعداد کے درمیان لامحدود ناطق اعداد موجود ہیں۔

معادل ناطق اعداد کا طریقہ

کوئی دو ناطق اعداد کے درمیان زیادہ ناطق اعداد حاصل کرنے کے لئے ہم معادل کسروں کا طریقہ استعمال کر سکتے ہیں۔ اس کی وضاحت درج ذیل میں کی گئی ہے۔

8th maths unit 1 numbers 1
Thursday, April 16, 2020 3:40:18 PM

وضاحت : آیئے اب ہم $\frac{3}{7}$ اور $\frac{4}{7}$ کے درمیان کے ناطق اعداد کو درج ذیل بصری وضاحت کی مدد سے معلوم کرنے کی کوشش کریں گے اگر ہم معادل ناطق اعداد کے نسب نما کے اضعاف حاصل کرتے ہیں۔(10 سے ضرب کرنا آسان ہوگا) تو ہم جتنے چاہے، اتنے ناطق اعداد حاصل کر سکتے ہیں۔ ہم $\frac{3}{7}$ کو $\frac{30}{70}$ اور $\frac{4}{7}$ کو $\frac{40}{70}$ کے طور پر لکھ سکتے ہیں۔

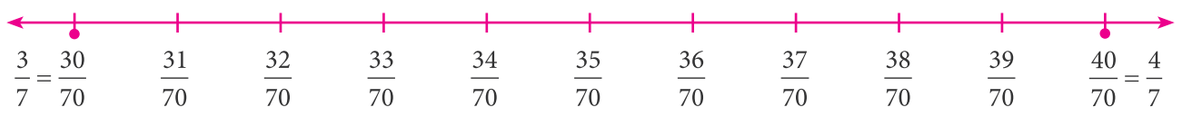


Fig. 1.12

اب، اگر ہم $\frac{37}{70}$ اور $\frac{38}{70}$ کے درمیان مزید ناطق اعداد چاہتے ہیں تو $\frac{37}{70}$ کو $\frac{370}{700}$ اور $\frac{38}{70}$ کو $\frac{380}{700}$ کے طور پر لکھ سکتے ہیں، دوبارہ ہمیں $\frac{37}{70}$ اور $\frac{38}{70}$ کے درمیان نو ناطق اعداد حاصل ہوتے ہیں۔

$$\frac{371}{700}, \frac{372}{700}, \frac{373}{700}, \frac{374}{700}, \frac{375}{700}, \frac{376}{700}, \frac{377}{700}, \frac{378}{700} \text{ and } \frac{379}{700}.$$

درج ذیل کے نقشہ 0 اور 1 کے درمیان مکبر عدسہ (magnifying lens) کو استعمال کرنے سے ہمیں سمجھنے میں مدد ملتی ہے اور اس کو مزید کسری حصوں میں پھیلایا جا سکتا ہے۔

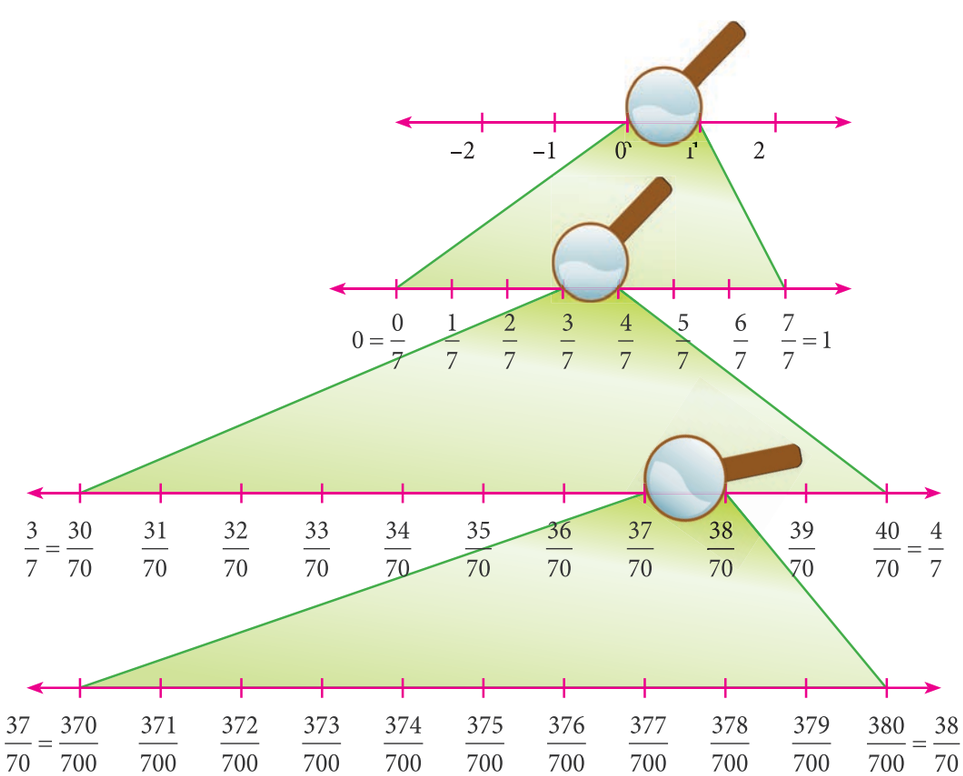


Fig. 1.13

اب ہم سمجھ چکے ہیں کہ کوئی بھی دیے گئے دو ناطق اعداد کے درمیان لامحدود ناطق اعداد معلوم کیا جا سکتا ہے۔

8th maths unit 1 numbers 1
Thursday, April 16, 2020 3:40:19 PM

مثال 1.9

$\frac{-3}{4}$ اور $\frac{-2}{5}$ کے درمیان کم از کم کوئی دو ناطق اعداد معلوم کیجئے۔

حل :

دئے گئے ناطق اعداد کے نسب نما مختلف ہیں۔ 4 اور 5 کا LCM، 20 ہے۔ ناطق اعداد کو اس طرح بنائیے کہ ان کا نسب نما 20 ہو۔

یہاں پر $\frac{-3}{4}=\frac{-3}{4}\times\frac{5}{5}=\frac{-15}{20}$ اور $\frac{-2}{5}=\frac{-2}{5}\times\frac{4}{4}=\frac{-8}{20}$ ہے۔

اب ہمیں $\frac{-8}{20}$ اور $\frac{-15}{20}$ کے درمیان ناطق اعداد کو داخل کرنے میں آسانی ہوگی جیسا کہ ذیل میں دیا گیا ہے۔

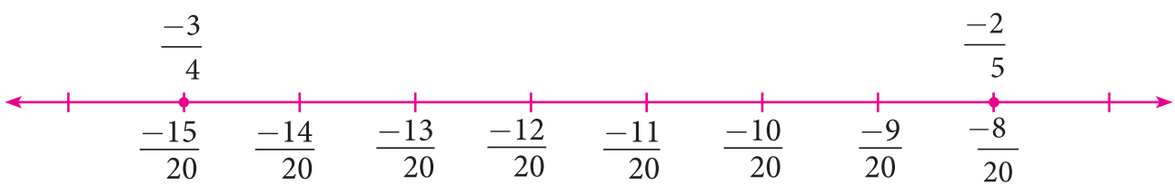


Fig. 1.14

ہم $\frac{-15}{20}$ اور $\frac{-8}{20}$ کے درمیان بعض ناطق اعداد کی فہرست اس طرح بنا سکتے ہیں۔ $\frac{-14}{20}, \frac{-13}{20}, \frac{-12}{20}, \frac{-11}{20}, \frac{-10}{20}, \frac{-9}{20}$

کیا اعداد $\frac{-15}{20}$ اور $\frac{-8}{20}$ کے درمیان صرف اتنے ہی ناطق اعداد ہیں؟ غور کیجئے اور اگر ہو سکے تو ان کے درمیان مزید 10 ناطق اعداد معلوم کیجئے۔

غور کیجئے ہم $\frac{-7}{11}$ اور $\frac{5}{-9}$ کے درمیان کے بہت سارے ناطق اعداد کو فوراً ذیل کے طریقہ سے معلوم کر سکتے ہیں۔ دئے گئے ناطق اعداد کو معیاری شکل میں لکھنے کے بعد، ترچھی ضرب کے ذریعہ نسب نما کو شمار کنندہ سے ضرب دینے سے ناطق اعداد کا وسعت معلوم کر سکتے ہیں۔ یہاں ترچھی ضرب $\frac{-5}{9}$ $\frac{-7}{11}$ کرنے پر ناطق اعداد کی وسعت -63 سے -55 اور نسب نما 99 حاصل ہوتا ہے۔ یہ اور کچھ نہیں بلکہ دئے گئے ناطق اعداد کے شمار کنندہ 99 کو معادل کرنا ہے۔

مشق 1.1

1۔ خالی جگہ بھرتی کیجئے :

(i) سالم اعداد ..... اور ..... کے درمیان $\frac{-19}{5}$ پایا جاتا ہے۔

(ii) ناطق عدد $\frac{15}{-4}$ کی عشری شکل ..... ہے۔

(iii) ناطق اعداد $\frac{-8}{3}$ اور $\frac{8}{3}$ ، ..... سے مساوی فاصلے پر ہیں۔

(iv) تواتر $\frac{-15}{24}, \frac{20}{-32}, \frac{-25}{40}$ کے بعد کا ناطق عدد ..... ہے۔

(v) $\frac{58}{-78}$ کی معیاری شکل ..... ہے۔

8th maths unit 1 numbers 1
Thursday, April 16, 2020 3:40:19 PM

2۔ صحیح ہے یا غلط بتایئے۔

(i) سب سے چھوٹا ناطق عدد 0 ہے۔

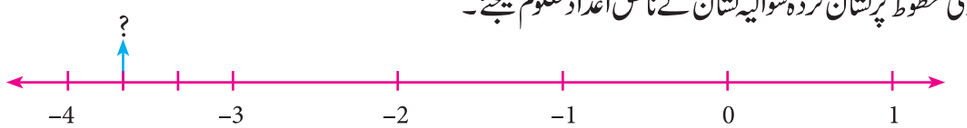
(ii) $\frac{-3}{4}$ کے بائیں جانب $\frac{-4}{5}$ پایا جاتا ہے۔

(iii) $\frac{15}{-4}$ سے بڑا $\frac{-19}{45}$ ہے۔

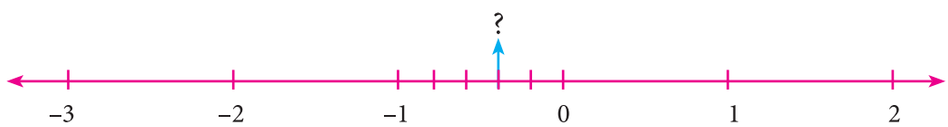
(iv) دو ناطق اعداد کا اوسط ان کے درمیان میں پایا جاتا ہے۔

(v) 10 اور 11 کے درمیان لامحدود ناطق اعداد پائے جاتے ہیں۔

3۔ عددی خطوط پر نشان کردہ سوالیہ نشان کے ناطق اعداد معلوم کیجئے۔



(ii)



(iii)



4۔ عددی خطوط پر نقاط S,Y,N,C,R,A,T,I اور O اس طرح موجود ہیں کہ CN = NY = YS اور RA=AT=TI=IO ہیں۔ حروف Y,N,A,T اور I کی نمائندگی کرنے والے ناطق اعداد معلوم کیجئے۔



5۔ درج ذیل ناطق اعداد کے اظہار کے لئے ایک عددی خط کھینچئے۔

(i) $\frac{9}{4}$ (ii) $\frac{-8}{3}$ (iii) $\frac{-17}{-5}$ (iv) $\frac{15}{-4}$

6۔ درج ذیل ناطق اعداد کو عشری شکل میں لکھئے۔

(i) $\frac{1}{11}$ (ii) $\frac{13}{4}$ (iii) $\frac{-18}{7}$ (iv) $1\frac{2}{5}$ (v) $-3\frac{1}{2}$

7۔ دئے گئے دو ناطق اعداد کے درمیان کوئی پانچ ناطق اعداد لکھئے۔

(i) −2 اور 0 (ii) $\frac{-1}{2}$ اور $\frac{3}{5}$ (iii) $\frac{1}{4}$ اور $\frac{7}{20}$ (iv) $\frac{-6}{4}$ اور $\frac{-23}{10}$

8۔ اوسط کے طریقہ کو استعمال کرتے ہوئے $\frac{14}{5}$ اور $\frac{16}{3}$ کے درمیان کے 2 ناطق اعداد لکھئے۔

9۔ ناطق اعداد کی جوڑیوں کا موازنہ کیجئے۔

(i) $\frac{-11}{5}, \frac{-21}{8}$ (ii) $\frac{3}{-4}, \frac{-1}{2}$ (iii) $\frac{2}{3}, \frac{4}{5}$.

10۔ درج ذیل ناطق اعداد کو بڑھتی ہوئی ترتیب اور گھٹتی ہوئی ترتیب میں لکھئے۔

(i) $\frac{-5}{12}, \frac{-11}{8}, \frac{-15}{24}, \frac{-7}{-9}, \frac{12}{36}$ (ii) $\frac{-17}{10}, \frac{-7}{5}, 0, \frac{-2}{4}, \frac{-19}{20}$

8th maths unit 1 numbers 1
Thursday, April 16, 2020 3:40:20 PM

Objective Type Questions معروضی سوالات

11۔ $\frac{-6}{11}$ سے کونسے عدد کو تفریق کرنے پر ہمیں $\frac{8}{9}$ حاصل ہوتا ہے۔

(A) $\frac{34}{99}$ (B) $\frac{-142}{99}$ (C) $\frac{142}{99}$ (D) $\frac{-34}{99}$

12۔ ذیل کی کونسی جوڑی معادل ہے؟

(A) $\frac{-20}{12}, \frac{5}{3}$ (B) $\frac{16}{-30}, \frac{-8}{15}$ (C) $\frac{-18}{36}, \frac{-20}{44}$ (D) $\frac{7}{-5}, \frac{-5}{7}$

13۔ $\frac{-5}{4}$ ایک ناطق عدد ہے جو ..... کے درمیان واقع ہے۔

(A) 0 اور $\frac{-5}{4}$ (B) −1 اور 0 (c) −1 اور −2 (D) −4 اور −5

14۔ ذیل میں سے کونسا ناطق عدد سب سے بڑا ہے؟

(A) $\frac{-17}{24}$ (B) $\frac{-13}{16}$ (C) $\frac{7}{-8}$ (D) $\frac{-31}{32}$

15۔ $\frac{112}{528}$ کی مختصر ترین شکل میں نسب نما کے ہندسوں کا حاصل جمع ..... ہے۔

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7

1.3 ناطق اعداد پر بنیادی حسابی اعمال کو اپنانا (Basic Arithmetic operations on rational numbers)

جو اصول کسور پر بنیادی اعمال کے لئے استعمال ہوتے ہیں، وہ تمام اصول ناطق اعداد کے لئے بھی استعمال ہوتے ہیں۔

1.3.1 جمع Addition

جمع کے دوران چار مختلف صورت حال ہو سکتے ہیں۔

قسم 1 : یکساں نسب نما والے ناطق اعداد کی جمع۔

اس کے دو یا دو سے زیادہ ناطق اعداد کے شمار کنندوں کو جمع کریں اور نسب نما ایک مرتبہ لکھیں۔

مثال 1.10

جمع کیجئے۔ $\frac{-6}{11}, \frac{8}{11}, \frac{-12}{11}$

حل: دئے گئے ناطق اعداد کو معیاری شکل میں لکھ کر ان کو جمع کریں۔

چنانچہ $\frac{-6}{11}+\frac{8}{11}+\frac{-12}{11}=\frac{-6+8-12}{11}=\frac{-10}{11}$

قسم 2 : مختلف نسب نما والے ناطق اعداد کی جمع:

دئے گئے ناطق اعداد کو معیاری شکل میں لکھنے کے بعد ان ناطق اعداد کے نسب نماؤں کا LCM معلوم کر کے معادل ناطق اعداد میں تبدیل کریں، جن کے نسب نما مشترک ہوں تو شمار کنندہ کو جمع کریں۔

8th maths unit 1 numbers 1
Thursday, April 16, 2020 3:40:20 PM

مثال 1.11

$\frac{-5}{9}, \frac{-4}{3}, \frac{7}{12}$ جمع کیجئے۔

حل :

9,3,12 کا LCM 36 ہے۔

$$\frac{-5}{9}+\frac{-4}{3}+\frac{6}{12}=\frac{-5}{9}\times\frac{4}{4}+\frac{-4}{3}\times\frac{12}{12}+\frac{7}{12}\times\frac{3}{3}$$

$$=\frac{-20}{36}+\frac{-48}{36}+\frac{21}{36}=\frac{-20-48+21}{36}=\frac{-47}{36}$$

1.3.2 جمعی معکوس Additive Inverse

ایک ناطق عدد کا جمعی معکوس، ناطق عدد ہی ہوگا، جب اسے دئے گئے ناطق عدد کے ساتھ جمع کیا جائے تو اس کا حاصل جمع صفر ہوگا۔

مثال کے طور پر $\frac{4}{3}$ اور $\frac{-4}{3}$ ایک دوسرے کے جمعی معکوس ہیں، کیوں کہ ان کا حاصل جمع صفر ہے۔

1.3.3 تفریق

تفریق محض جمعی معکوس کو جمع کرنا ہے۔

مثال 1.12

$\frac{-12}{17}$ سے $\frac{9}{17}$ کو تفریق کیجئے۔

حل :

یہاں پر $\frac{-12}{17}-\frac{9}{17}=\frac{-12}{17}+\left(\frac{-9}{17}\right)=\frac{-12-9}{17}=\frac{-21}{17}$



مثال 1.13

$\left(-2\frac{6}{11}\right)$ سے $\left(-4\frac{5}{22}\right)$ کو تفریق کیجئے۔

حل :

یہاں پر $\left(-4\frac{5}{22}\right)-\left(-2\frac{6}{11}\right)$

$$=\frac{-93}{22}-\left(\frac{-28}{11}\right)$$

$$=\frac{-93}{22}+\frac{28}{11}=\frac{-93+28\times2}{22}$$

$$=\frac{-93+56}{22}=\frac{-37}{22}=-1\frac{15}{22}$$

1.3.4 ضرب کرنا Multiplication

دو یا دو سے زیادہ ناطق اعداد کا حاصل ضرب کو معلوم کرنے کے لئے شمار کنندہ کو شمار کنندہ سے اور نسب نما کو نسب نما سے ضرب کے بعد اس ناطق عدد کو معیاری شکل میں لکھیں۔

8th maths unit 1 numbers 1
Thursday, April 16, 2020 3:40:20 PM

مثال 1.14 محسوب کیجئے۔

(i) $\frac{-5}{8}\times\frac{7}{3}$ (ii) $\frac{-6}{-11}\times(-4)$

حل :

(i) $\frac{-5}{8}\times\frac{7}{3}=\frac{-5\times7}{8\times3}=\frac{-35}{24}$ (ii) $\frac{-6}{-11}\times(-4)=\frac{6}{11}\times\frac{(-4)}{1}=\frac{6\times(-4)}{11\times1}=\frac{-24}{11}$

1.3.5 ضربی معکوس (Multiplicative Inverse)

اگر دو ناطق اعداد کا حاصل ضرب 1 ہو تو ایک ناطق عدد دوسرے ناطق عدد کا مقلوب یا ضربی معکوس کہلاتا ہے۔

ناطق عدد a کا مقلوب $\frac{1}{a}$ ہے۔ جیسا کہ $a\times\frac{1}{a}=\frac{1}{a}\times a=1$

ناطق عدد $\frac{a}{b}$ کا ضربی معکوس $\frac{b}{a}$ ہے۔ جیسے $\frac{a}{b}\times\frac{b}{a}=\frac{b}{a}\times\frac{a}{b}=1$

غور کیجئے

1 اور -1 کا ضربی معکوس کیا ہے؟

1.3.5 تقسیم Division

کسور کے مقلوب کے طریقے کو ناطق اعداد کی تقسیم کے لئے بھی استعمال کیا جاتا ہے۔ ایک ناطق عدد کو دوسرے ناطق عدد سے تقسیم کرنے کیلئے، ہمیں ناطق عدد کو دوسرے ناطق عدد کے مقلوب سے ضرب دینا ہوگا۔ یعنی مقسوم علیہ کے ضربی معکوس کے لئے ضرب کر دیا جائے۔

مثال 1.15 $\frac{7}{-8}$ کو $\frac{-3}{4}$ سے تقسیم کیجئے۔

حل :

$$\frac{7}{-8}\div\frac{-3}{4}=\frac{-7}{8}\times\frac{-4}{3}=\frac{7}{6}$$

کوشش کیجئے

(i) $\frac{-7}{3}$ کو 5 سے تقسیم کیجئے۔

(ii) 5 کو $\frac{-7}{3}$ سے

(iii) $\frac{35}{6}$ کو $\frac{-7}{3}$ سے

غور کیجئے

کسی بھی غیر صفر b، c اور d کے لئے ہمارے پاس ہے۔

(i) $\left(\frac{a}{b}\right)\div c=\frac{a}{bc}$ (ii) $a\div\left(\frac{b}{c}\right)=\frac{ac}{b}$ (iii) $\left(\frac{a}{b}\right)\div\left(\frac{c}{d}\right)=\frac{ad}{bc}$

1.4 لفظی حسابات کو بنیادی اعمال کے ذریعہ حل کرنا: (Word Problems on the basic Operations)

مثال 1.16 دو ناطق اعداد کا حاصل جمع $\frac{4}{5}$ ہے۔ اگر ایک عدد $\frac{2}{15}$ ہو تو دوسرا عدد معلوم کیجئے۔

حل: فرض کیجئے کہ دوسرا عدد x ہے۔

دیا گیا ہے۔ $\frac{2}{15}+x=\frac{4}{5}$

$$\Rightarrow x=\frac{4}{5}-\frac{2}{15}=\frac{12-2}{15}=\frac{10}{15}\Rightarrow x=\frac{2}{3}$$

8th maths unit 1 numbers 1
Thursday, April 16, 2020 3:40:21 PM

مثال 1.17 دو ناطق اعداد کا حاصل ضرب $\frac{-2}{3}$ ہے۔ اگر ایک عدد $\frac{3}{7}$ ہو تو دوسرا عدد معلوم کیجئے۔

حل: فرض کیجئے کہ دوسرا عدد x ہے۔

دیا گیا ہے، $\frac{3}{7} \times x = \frac{-2}{3}$

$\frac{3}{7}$ دونوں جانب کے مقلوب کو $\frac{7}{3}$ سے ضرب دیں۔

$$\Rightarrow \frac{7}{3} \times \frac{3}{7} \times x = \frac{7}{3} \times \frac{-2}{3}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-14}{9}$$

دوسرا طریقہ

ترچھی ضرب کے ذریعہ

$$\frac{3}{7}x = \frac{-2}{3}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-2}{3} \times \frac{7}{3} = \frac{-14}{9}$$

مثال 1.18 ایک ربن کی چکری (Ribbon Roll) کی لمبائی $18\frac{3}{4}$ میٹر ہے۔ فاطمہ کے پاس چار مکمل چکریاں اور ایک تہائی چکری موجود ہے۔ فاطمہ کے پاس کل کتنے میٹر ربن موجود ہے۔



Fig. 1.15

حل:

فاطمہ کے پاس موجود ربن کی مقدار $= 18\frac{3}{4} \times 4\frac{1}{3}$

$$= \frac{75}{4} \times \frac{13}{3} = \frac{325}{4} = 81\frac{1}{4}\ m$$

مثال 1.19 قریب ترین صحیح عدد حاصل کرنے کے لئے $3\frac{1}{2} + 1\frac{3}{4} + 2\frac{3}{8}$ کے حاصل جمع سے کونسے ناطق اعداد کو جمع اور تفریق کرنا چاہئے۔

حل :

یہاں پر $3\frac{1}{2} + 1\frac{3}{4} + 2\frac{3}{8}$

$$= \frac{7}{2} + \frac{7}{4} + \frac{19}{8} = \frac{7 \times 4 + 7 \times 2 + 19 \times 1}{8} = \frac{28 + 14 + 19}{8}$$

$= \frac{61}{8} = 7\frac{5}{8}$ جو صحیح اعداد 7 اور 8 کے درمیان واقع ہے۔

اگر ہم $\frac{5}{8}$ کو $7\frac{5}{8}$ سے تفریق کریں گے تو ہمیں 7 حاصل ہوگا۔ اگر ہم $7\frac{5}{8}$ کے ساتھ $\frac{3}{8}$ جمع کریں گے تو ہمیں اس طرح حاصل ہوگا۔ $= 7 + \frac{5}{8} + \frac{3}{8} = 7 + 1 = 8.$

مثال 1.20 ایک طالب علم ایک عدد کے ساتھ $\frac{8}{9}$ کو ضرب دینے کے بجائے غلطی سے $\frac{8}{9}$ سے تقسیم کرتا ہے۔ اگر دونوں کے جوابات کا درمیانی فرق 34 حاصل ہوتا ہے تو عدد معلوم کیجئے۔

8th maths unit 1 numbers 1
Thursday, April 16, 2020 3:40:21 PM

حل : فرض کیجئے کہ x ایک عدد کو ظاہر کرتا ہے۔

طالب علم $\frac{8x}{9}$ کو حاصل کرنا تھا لیکن وہ $\frac{x}{\left(\frac{8}{9}\right)}$ کو حاصل کرتا ہے یعنی، $\frac{9x}{8}$

اب، $\frac{9x}{8}-\frac{8x}{9} = 34$

$$\frac{81x-64x}{72} = 34 \Rightarrow \frac{17x}{72} = 34$$

$$x = \frac{34\times 72}{17} = 144$$

مثال 1.21 مختصر کیجئے۔ $\left(\frac{4}{3}-\left(\frac{-3}{2}\right)\right)+\left(\frac{-5}{3}\div\frac{30}{12}\right)+\left(\frac{-12}{9}\times\frac{-27}{16}\right)$

حل :

$$\left(\frac{4}{3}-\left(\frac{-3}{2}\right)\right)+\left(\frac{-5}{3}\div\frac{30}{12}\right)+\left(\frac{-12}{9}\times\frac{-27}{16}\right) = \left(\frac{4}{3}+\frac{3}{2}\right)+\left(\frac{-5}{3}\times\frac{12}{30}\right)+\left(\frac{-12}{9}\times\frac{-27}{16}\right)$$

$$= \left(\frac{8}{6}+\frac{9}{6}\right)+\left(\frac{-1}{1}\times\frac{4}{6}\right)+\left(\frac{-3}{1}\times\frac{-3}{4}\right)$$

$$= \left(\frac{17}{6}\right)+\left(\frac{-4}{6}\right)+\left(\frac{9}{4}\right)$$

$$= \left(\frac{17-4}{6}\right)+\frac{9}{4} = \frac{13}{6}+\frac{9}{4}$$

$$= \frac{26+27}{12} = \frac{53}{12}$$

مشق 1.2

1۔ خالی جگہ بھرتی کیجئے :

(i) $\frac{-5}{12}+\frac{7}{15}$ کی قیمت ..... ہے۔

(ii) $\left(\frac{-3}{6}\right)\times\left(\frac{18}{-9}\right)$ کی قیمت ..... ہے۔

(iii) $\left(\frac{-15}{23}\right)\div\left(\frac{30}{-46}\right)$ کی قیمت ..... ہے ۔

(iv) ..... ایک ناطق عدد ہے جس کا کوئی مقلوب نہیں ہے۔

(v) -1 کا ضربی معکوس ..... ہے۔

2۔ صحیح یا غلط بیان کیجئے :

(i) تمام ناطق اعداد کا ایک جمعی معکوس ہوتا ہے۔

(ii) ناطق اعداد جن کے جمعی معکوس کے مساوی ہوتے ہیں وہ 0 اور -1 ہیں۔

(iii) $\frac{-11}{-17}$ کا جمعی معکوس $\frac{11}{17}$ ہے۔

8th maths unit 1 numbers 1
Thursday, April 16, 2020 3:40:22 PM

(iv) ناطق عدد جس کا مقلوب صرف وہی ہے وہ -1 ہے۔

(v) تمام ناطق اعداد کے لئے ضربی معکوس پایا جاتا ہے۔

3۔ حاصل جمع معلوم کیجئے۔ (i) $\frac{7}{5}+\frac{3}{5}$ (ii) $\frac{7}{5}+\frac{5}{7}$ (iii) $\frac{6}{5}+\left(\frac{-14}{15}\right)$ (iv) $-4\frac{2}{3}+7\frac{5}{12}$

4۔ $\frac{-17}{11}$ سے $\frac{-8}{44}$ کو تفریق کیجئے۔

5۔ جانچئے۔ (i) $\frac{9}{132}\times\frac{-11}{3}$ (ii) $\frac{-7}{27}\times\frac{24}{-35}$

6۔ تقسیم کیجئے۔ (i) $\frac{-21}{5}$ سے $\frac{-7}{-10}$ کو۔ (ii) -3 سے $\frac{-3}{13}$ کو۔ (iii) -2 سے $\frac{-6}{15}$ کو۔

7۔ اگر (i) $a=\frac{1}{2}, b=\frac{2}{3}$ (ii) $a=\frac{-3}{5}, b=\frac{2}{15}$ ہوتو $(a+b) \div (a-b)$ معلوم کیجئے۔

8۔ مختصر کیجئے۔ $\frac{1}{2}+\left(\frac{3}{2}-\frac{2}{5}\right)\div\frac{3}{10}\times 3$ اور بتایئے کہ یہ ناطق عدد 11 اور 12 کے درمیان میں موجود ہے۔

9۔ مختصر کیجئے:

(i) $\left[\frac{11}{8}\times\left(\frac{-6}{33}\right)\right]+\left[\frac{1}{3}+\left(\frac{3}{5}\div\frac{9}{20}\right)\right]-\left[\frac{4}{7}\times\frac{-7}{5}\right]$ (ii) $\left[\frac{4}{3}\div\left(\frac{8}{-7}\right)\right]-\left[\frac{3}{4}\times\frac{4}{3}\right]+\left[\frac{4}{3}\times\left(\frac{-1}{4}\right)\right]$

10۔ ایک طالب علم نے ایک عدد کو $\frac{4}{3}$ سے تقسیم کرنے کے بجائے $\frac{3}{4}$ سے تقسیم کیا جس کی وجہ سے اسے صحیح جواب سے 70 زیادہ حاصل ہوا۔ صحیح عدد معلوم کیجئے۔

معروضی سوالات Objective Type Questions

11۔ $\frac{3}{4}+\frac{5}{6}+\left(\frac{-7}{12}\right)$ کی معیاری شکل ..... ہے۔

(A) 1 (B) $\frac{-1}{2}$ (C) $\frac{1}{12}$ (D) $\frac{1}{22}$

12. $\left(\frac{3}{4}-\frac{5}{8}\right)+\frac{1}{2}=$ _____ .

(A) $\frac{15}{64}$ (B) 1 (C) $\frac{5}{8}$ (D) $\frac{1}{16}$

13. $\frac{3}{4}\div\left(\frac{5}{8}+\frac{1}{2}\right)=$ _____ .

(A) $\frac{13}{10}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $\frac{3}{2}$ (D) $\frac{5}{8}$

14. $\frac{3}{4}\times\left(\frac{5}{8}\div\frac{1}{2}\right)=$ _____ .

(A) $\frac{5}{8}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $\frac{15}{32}$ (D) $\frac{15}{16}$

8th maths unit 1 numbers 1
Thursday, April 16, 2020 3:40:22 PM

15۔ درج ذیل ناطق اعداد میں سے کون سے اعداد جمعی معکوس رکھتے ہیں؟

(A) 7 (B) $\frac{-5}{7}$ (C) 0 (D) یہ تمام

غور کیجئے

کیوں ؟ $\frac{a}{b}+\frac{c}{d} \neq \frac{a+c}{b+d}$

ایک حسابی جملہ اُسی وقت درست ہوسکتا ہے، بغیر کسی استثنیٰ کے وہ 100% صحیح ہو۔ ہم اس طرح جمع کرتے ہیں، فرض کیجئے کہ $\frac{3}{4}+\frac{1}{4}=\frac{3+1}{4}=\frac{4}{4}=1$ ۔ یہ غلط ہے کیوں کہ $\frac{3}{4}+\frac{1}{4}$ as $\frac{3+1}{4+4}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$

1.5 ناطق اعداد کی خصوصیات (Properties of Rational Numbers)

ناطق اعداد کی بعض خصوصیات جو یہاں درج کی گئی ہیں، وہ حسابات کو حل کرنے میں بہت ہی اہم ثابت ہوں گے۔

1.5.1 ناطق اعداد ($\mathbb{Q}$) کے مجموعہ کے لئے شمولیتی خصوصیت

i) جمع کے لئے شمولیتی خصوصیت

کسی بھی دو ناطق اعداد a اور b کے لئے اس کا حاصل جمع $a+b$ بھی ایک ناطق عدد ہی ہوگا۔

ii) ضرب کے لئے شمولیتی خصوصیت

کسی بھی دو ناطق اعداد a اور b کے لئے اس کا حاصل ضرب ab بھی ایک ناطق عدد ہی ہوگا۔

تشریح : $a=\frac{3}{4}$ اور $b=\frac{-1}{2}$ لیں،

یہاں پر، $a+b=\frac{3}{4}+\frac{-1}{2}=\frac{3}{4}+\frac{-2}{4}=\frac{3-2}{4}=\frac{1}{4}$ بھی $\mathbb{Q}$ میں ہے۔

اسی طرح، $a\times b=\frac{3}{4}\times\frac{-1}{2}=\frac{-3}{8}$ بھی $\mathbb{Q}$ میں ہے۔

کوشش کیجئے

سالموں پر شمولیتی کی خصوصیت تفریق کے لئے ٹھیک ہے، مگر تقسیم کے لئے ٹھیک نہیں ہے۔ ناطق اعداد سے متعلق آپ کی کیا رائے ہے؟ جانچ کیجئے۔

1.5.2 ناطق اعداد ($\mathbb{Q}$) کے مجموعہ کے لئے متبادلی خصوصیت

i) جمع کے لئے متبادلی خصوصیت

کسی بھی دو ناطق اعداد a اور b کے لئے اس کا حاصل جمع $a+b=b+a$ بھی ایک ناطق عدد ہی ہوگا۔

ii) ضرب کے لئے متبادلی خصوصیت

کسی بھی دو ناطق اعداد a اور b کے لئے اس کا حاصل ضرب $ab=ba$ بھی ایک ناطق عدد ہی ہوگا ab کا مطلب $a\times b$

ba کا مطلب $b\times a$ ہے۔

تشریح: $a=\frac{-7}{8}$ اور $b=\frac{3}{5}$ لیں۔

یہاں پر $a+b=\frac{-7}{8}+\frac{3}{5}=\frac{-7\times5+3\times8}{40}=\frac{-35+24}{40}=\frac{-11}{40}$

اسی طرح $b+a=\frac{3}{5}+\frac{-7}{8}=\frac{3\times8+-7\times5}{40}=\frac{24-35}{40}=\frac{-11}{40}$

ہم نے معلوم کیا کہ $a+b=b+a$ ، لہذا، جمع متبادلی خصوصیت رکھتی ہے۔

QP8JI

8th maths unit 1 numbers 1
Thursday, April 16, 2020 3:40:23 PM

8th maths unit 1 numbers 1
Thursday, April 16, 2020 3:40:23 PM

Recalling the properties of Integers. سالم اعداد کی خصوصیات کا اعادہ کرنا

اگر a,b,c سالم اعداد ہوں گے تو a–، b– اور c– بھی سالم اعداد ہوں گے۔

Operations اعمال	Closure شمولیتی	Commutative تبادلی	Associative مربوطی	Identity تماثلی	Inverse معکوس	Distributive تقسیمی
Addition جمع	$a+b$ Z سے تعلق رکھتا ہے۔ مثال Eg. 5+(3)=2 $\Rightarrow 2$ 2 ایک سالم عدد ہے	$a+b=b+a$ مثال $5+(-3)=(-3)+5$ $\Rightarrow 2=2$	$(a+b)+c$ $=a+(b+c)$ مثال $(2+3)+(-4)=1$ $2+\{3+(-4)\}=1$	$a+0$ $=0+a=a$ مثال $(-4)+0=-4$. $=0+(-4)$ $=-4$	$a+(-a)$ $=(-a)+a=0$ مثال $5+(-5)$ $=(-5)+5=0$	$a\times(b+c)$ $=(a\times b)+(a\times c)$ مثال $2\times[3+(-5)]=-4$ $(2\times 3)+[2\times(-5)]$ $=-4$
Multiplication ضرب	ab Z سے تعلق رکھتا ہے۔ Eg._____	$a\times b=b\times a$ Eg._____	$(a\times b)\times c$ $=a\times(b\times c)$ Eg. $(2\times 3)\times(-6)=-36$ $2\times[3\times(-6)]=-36$	$a\times 1$ $=1\times a=a$ Eg._____	واقع نہیں ہوتا	اس کے لئے موزوں نہیں ہے
Subtraction تفریق	$a-b$ Z سے تعلق رکھتا ہے۔ Eg._____	$a-b\neq b-a$ Eg._____	$(a-b)-c$ $\neq a-(b-a)$ Eg._____	$a-0\neq 0-a$ Eg. $5-0=5$ $0-5=5$ $5\neq -5$	$a-(-a)$ $\neq(-a)-a$ Eg. $2-(-2)=4$ $(-2)-2=-4$ $4\neq -4$	$a\times(b-c)$ $=(a\times b)-(a\times c)$ Eg._____
Division تقسیم	$a\div b$ Z سے تعلق نہیں رکھتا۔ Eg. $3\div 5=\frac{3}{5}$ Z سے تعلق نہیں رکھتا۔	پورا نہ ہونا	پورا نہ ہونا	واقع نہیں ہوتا	واقع نہیں ہوتا	اس کے لئے موزوں نہیں ہے

مزید یہ کہ $a \times b = \frac{-7}{8} \times \frac{3}{5} = \frac{-7 \times 3}{8 \times 5} = \frac{-21}{40}$

اسی طرح $b \times a = \frac{3}{5} \times \frac{-7}{8} = \frac{3 \times -7}{5 \times 8} = \frac{-21}{40}$

چنانچہ، $a \times b = b \times a$ لہذا، ضرب متبادلی خصوصیت رکھتی ہے۔



کوشش کیجئے

(i) جانچئے کہ $\frac{3}{5} - \frac{7}{8} = \frac{7}{8} - \frac{3}{5}$ ؟

(ii) کیا $\frac{3}{5} \div \frac{7}{8} = \frac{7}{8} \div \frac{5}{3}$ ؟

اس سے تم کیا نتیجہ اخذ کرتے ہو؟

1.5.3 ناطق اعداد $\mathbb{Q}$ کے مجموعہ کے لئے مربوطی خصوصیت

i) جمع کے لئے مربوطی خصوصیت

کسی بھی تین ناطق اعداد a ، b اور c کے لئے اس کا حاصل جمع $a + (b + c) = (a+b) + c$

ii) ضرب کے لئے مربوطی خصوصیت

کسی بھی تین ناطق اعداد a ، b اور c کے لئے اس کا حاصل ضرب $a(bc) = (ab)c$

تشریح : a,b,c ناطق اعداد لیں جیسا کہ $a = \frac{-1}{2}$, $b = \frac{3}{5}$, $c = \frac{-7}{10}$

یہاں پر $a + b = \frac{-1}{2} + \frac{3}{5} = \frac{-5}{10} + \frac{6}{10}$ (مشترک نسب نما رکھنے والے معادل ناطق اعداد)

$$a+b = \frac{-5+6}{10} = \frac{1}{10}$$

$$(a+b)+c = \frac{1}{10} + \left(\frac{-7}{10}\right) = \frac{1-7}{10} = \frac{-6}{10} = \frac{-3}{5} \quad \ldots (1)$$

اسی طرح $b + c = \frac{3}{5} + \frac{-7}{10} = \frac{6}{10} + \frac{-7}{10} = \frac{6-7}{10} = \frac{-1}{10}$

$$a+(b+c) = \frac{-1}{2} + \frac{-1}{10} = \frac{-5}{10} + \frac{-1}{10} = \frac{-5-1}{10} = \frac{-6}{10} = \frac{-3}{5} \quad \ldots (2)$$

(1) اور (2) سے یہ ثابت ہوتا ہے کہ $(a+b)+c = a+(b+c)$ یہ تمام ناطق اعداد کے لئے درست ہیں۔

اسی طرح $a \times b = \frac{-1}{2} \times \frac{3}{5} = \frac{-1 \times 3}{2 \times 5} = \frac{-3}{10}$

$$(a \times b) \times c = \frac{-3}{10} \times \frac{-7}{10} = \frac{-3 \times -7}{10 \times 10} = \frac{21}{100} \quad \ldots (3)$$

یہاں پر $b \times c = \frac{3}{5} \times \frac{-7}{10} = \frac{3 \times -7}{5 \times 10} = \frac{-21}{50}$

$$a \times (b \times c) = \frac{-1}{2} \times \frac{-21}{50} = \frac{-1 \times -21}{2 \times 50} = \frac{21}{100} \quad \ldots (4)$$

(3) اور (4) سے یہ ثابت ہوتا ہے کہ $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

یہ تمام ناطق اعداد کے لئے درست ہیں۔ لہذا، مربوطی خاصیت ناطق کے اعداد میں جمع اور ضرب کے لئے درست ہیں۔



کوشش کیجئے

جانچئے کہ مربوطی خصوصیت تفریق اور تقسیم کے لئے بھی درست ہے یا نہیں۔

8th maths unit 1 numbers 1
Thursday, April 16, 2020 3:40:23 PM

1.5.4 ناطق اعداد $\mathbb{Q}$ کے مجموعہ کے لئے تماثل کی خصوصیت

i) جمع کے لئے تماثلی خصوصیت

کسی بھی ناطق اعداد a کے لئے اس کا مخصوص ناطق عدد 0 اس طرح ہوتا ہے کہ $a + 0 = a = 0 + a$

ii) ضرب کے لئے مربوطی خصوصیت

کسی بھی ناطق اعداد a کے لئے اس کا مخصوص ناطق عدد 1 اس طرح ہوتا ہے کہ $a \times 1 = a = 1 \times a$

تشریح: $a = \frac{3}{-7}$ لیں، یعنی $a = \frac{-3}{7}$ ، یہاں پر، (کیا ایسا نہیں ہے؟)

لہذا، $\frac{-3}{7}$ کے لئے جمعی تماثل 0 ہے۔

یہاں پر $\frac{-3}{7} + 0 = \frac{-3}{7} = 0 + \frac{-3}{7}$ (کیا ایسا نہیں ہے؟)

لہذا، $\frac{-3}{7}$ کے لئے ضربی تماثل 1 ہے۔

1.5.5 ناطق اعداد $\mathbb{Q}$ کے مجموعہ کے لئے معکوس کی خصوصیت

i) جمع کے لئے معکوس کی خصوصیت

کسی بھی ناطق اعداد a کے لئے اس کا مخصوص ناطق عدد $-a$ اس طرح ہوتا ہے کہ $a + (-a) = (-a + a) = 0$

یہاں صفر جمعی تماثل ہے۔

ii) ضرب کے لئے مربوطی خصوصیت

کسی بھی ناطق اعداد b کے لئے اس کا مخصوص ناطق عدد $\frac{1}{b}$ اس طرح ہوتا ہے کہ $b \times \frac{1}{b} = \frac{1}{b} \times b = 1$

یہاں پر 1 ضربی تماثل ہے۔

تشریح: $a = \frac{-11}{23}$ لیں، $-a = -\left(\frac{-11}{23}\right) = \frac{11}{23}$ یہاں پر

$a + (-a) = \frac{-11}{23} + \frac{11}{23} = \frac{-11+11}{23} = \frac{0}{23} = 0$ چنانچہ

$(-a) + a = \frac{11}{23} + \frac{-11}{23} = \frac{11-11}{23} = \frac{0}{23} = 0$ اسی طرح

$\therefore a + (-a) = (-a) + a = 0$

$b = \frac{-17}{29}$ لیں، $\frac{1}{b} = \frac{29}{-17} = \frac{-29}{17}$ یہاں پر

$b \times \frac{1}{b} = \frac{-17}{29} \times \frac{-29}{17} = 1$ اسی طرح $\frac{1}{b} \times b = \frac{-29}{17} \times \frac{-17}{29} = 1$

$\therefore b \times \frac{1}{b} = \frac{1}{b} \times b = 1$ بھی درست ہے۔

8th maths unit 1 numbers 1
Thursday, April 16, 2020 3:40:24 PM

1.5.6 ناطق اعداد $\mathbb{Q}$ کے مجموعہ کے لئے تقسیم کی خصوصیت

ناطق اعداد کا مجموعہ کے لئے ضرب، جمع پر تقسیمی خصوصیت رکھتی ہے۔

کسی بھی تین ناطق اعداد a,b,c کے لئے تقسیمی خصوصیت اس طرح سے ہے۔ $a\times(b+c) = (a\times b)+(a\times c)$

تشریح : a,b,c ناطق اعداد لیں، اس طرح کہ $a = \frac{-7}{9}$ ، $b = \frac{11}{18}$ اور $c = \frac{-14}{27}$

اب، $b+c = \frac{11}{18}+\frac{-14}{27} = \frac{33}{54}+\frac{-28}{54} = \frac{33-28}{54} = \frac{5}{54}$

(مشترک نسب نما رکھنے والے معادل ناطق اعداد)

$$\therefore\ a\times(b+c) = \frac{-7}{9}\times\frac{5}{54} = \frac{-7\times5}{9\times54} = \frac{-35}{486} \qquad \ldots(1)$$

اسی طرح

$$a\times b = \frac{-7}{9}\times\frac{11}{18} = \frac{-7\times11}{9\times18} = \frac{-77}{9\times9\times2}$$

$$a\times c = \frac{-7}{9}\times\frac{-14}{27} = \frac{7\times14}{9\times9\times3} = \frac{98}{9\times9\times3}$$

$$\therefore\ (a\times b)+(a\times c) = \frac{-77}{9\times9\times2}+\frac{98}{9\times9\times3}$$

$$= \frac{-77\times3+98\times2}{9\times9\times2\times3} = \frac{-231+196}{486} = \frac{-35}{486} \qquad \ldots(2)$$

(1) اور (2) سے یہ معلوم ہوا کہ $a\times(b+c) = (a\times b)+(a\times c)$

لہذا، ناطق اعداد $\mathbb{Q}$ کے لئے ضرب کی، جمع پر تقسیمی خصوصیت رکھتی ہے۔

مشق 1.3

4DJIW

1۔ $\frac{-5}{7}$ اور $\frac{8}{9}$ ناطق اعداد کے لئے جمع اور ضرب کے شمولیتی خصوصیت کو جانچئے۔

2۔ $\frac{-10}{11}$ اور $\frac{-8}{33}$ ناطق اعداد کے لئے جمع اور ضرب کے متبادلی خصوصیت کو جانچئے۔

3۔ $\frac{-7}{9}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{-4}{3}$ ناطق اعداد کے لئے جمع اور ضرب کے مربوطی خصوصیت کو جانچئے۔

4۔ $a = \frac{-1}{2}$ ، $b = \frac{2}{3}$ اور $c = \frac{-5}{6}$ ناطق اعداد کے لئے $a\times(b+c) = (a\times b)+(a\times c)$ تقسیمی خصوصیت کو جانچئے۔

5۔ ناطق اعداد $\frac{15}{19}$ اور $\frac{-18}{25}$ کے لئے جمع اور ضرب کی تماثلی خصوصیات کو جانچئے۔

100 95 75 25 5 0

8th maths unit 1 numbers 1
Thursday, April 16, 2020 3:40:24 PM

6۔ ناطق اعداد $\frac{-7}{17}$ اور $\frac{17}{27}$ کے لئے جمع اور ضرب کی معکوس کی خصوصیات کی جانچ کیجئے۔

Objective Type Questions معروضی سوالات

7۔ ناطق اعداد کی تقسیم، اس عدد کی وجہ سے شمولیتی خصوصیت نہیں رکھتی۔

(A) 1 (B) -1 (C) 0 (D) $\frac{1}{2}$

8۔ $\frac{1}{2}-\left(\frac{3}{4}-\frac{5}{6}\right) \neq \left(\frac{1}{2}-\frac{3}{4}\right)-\frac{5}{6}$ ناطق اعداد میں تفریق کے لئے ..... خصوصیت کی واضح نہیں کرتی۔

(A) شمولیتی (B) متبادلی (C) تقسیمی (D) مربوطی

9۔ ذیل کی کونسی تشریح جمعی معکوس کی خصوصیت کو ظاہر کرتی ہے۔

(A) $\frac{1}{8}-\frac{1}{8}=0$ (B) $\frac{1}{8}+\frac{1}{8}=\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{8}+0=\frac{1}{8}$ (D) $\frac{1}{8}-0=\frac{1}{8}$

10۔ $\frac{3}{4}\times\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)=\frac{3}{4}\times\frac{1}{2}-\frac{3}{4}\times\frac{1}{4}$ یہ وضاحت کرتی ہے کہ ضرب، ..... پر تقسیمی خصوصیت رکھتی ہے۔

(A) جمع (B) تفریق (C) ضرب (D) تقسیم



ذرا سوچئے

غور کیجئے کہ،

$\frac{1}{1.2}+\frac{1}{2.3}=\frac{2}{3}$

$\frac{1}{1.2}+\frac{1}{2.3}+\frac{1}{3.4}=\frac{3}{4}$

$\frac{1}{1.2}+\frac{1}{2.3}+\frac{1}{3.4}+\frac{1}{4.5}=\frac{4}{5}$

تمہاری سوچنے کی صلاحیتوں کو استعمال کر کے، دئے گئے اوپر کے نمونے میں پہلے 7 اعداد کا حاصل جمع معلوم کیجئے۔



ہم جانتے ہیں کہ چند ناطق اعداد پر مختلف اعمال کو اپناتے ہیں تو ہمیں مختلف جوابات حاصل ہوتے ہیں۔ لیکن ذیل کے حسابات ناطق اعداد میں چند دلچسپ مستثنیٰ ہیں۔

(i) $\frac{13}{4}+\frac{13}{9}=\frac{13}{4}\times\frac{13}{9}$ (ii) $\frac{169}{30}+\frac{13}{15}=\frac{169}{30}\div\frac{13}{15}$

کیا یہ حیران کن نہیں ہے؟ اگر ممکن ہو تو، اس طرح کے چند نمونے بنائیے۔

1.6 مربع اعداد کا تعارف (Introduction to Square Numbers)

		
یہ 1 اکائی ضلع والا ایک مربع ہے۔ یہ مربع 1 ہے۔ اس کو ہم 1^2 لکھتے ہیں۔ $1^2 = 1 \times 1 = 1$	یہ 2 اکائیاں ضلع والا ایک مربع ہے۔ یہ مربع 2 ہے۔ اس کو ہم مربع 2^2 کو لکھتے ہیں۔ $2^2 = 2 \times 2 = 4$	یہ 3 اکائیاں ضلع والا ایک مربع ہے۔ یہ مربع 3 ہے۔ اس کو ہم 3^2 کہتے ہیں۔ $3^2 = 3 \times 3 = 9$

8th maths unit 1 numbers 1
Thursday, April 16, 2020 3:40:24 PM

اکثر ہم اس طرح سے لکھتے ہیں۔

$4^2 = 16$



اس سے مراد ''مربع 4 کی قیمت 16 ہے''۔

اوپر کا عدد 2 مربع کو ظاہر کرتا ہے اور حاصل ضرب میں عدد 4 کے واقع ہونے والی تعداد کو ظاہر کرتا ہے۔ $(4^2 = 4 \times 4 = 16)$.

اعداد ..... 1,4,9,16 یہ تمام مربع اعداد ہیں (اور انہیں کامل مربع اعداد بھی کہتے ہیں) ان میں سے ہر ایک عدد، دو یکساں اجزائے ضربی کے حاصل ضرب ہیں۔

ایک طبعی عدد n ایک مربع کہلاتا ہے، اگر ہم ایک دوسرا طبعی عدد m معلوم کر سکتے ہیں اس طرح کہ $n = m^2$

کیا 49 ایک مربع عدد ہے؟ جی ہاں، کیونکہ اس کو 7^2 کی طرح سے لکھ سکتے ہیں۔ کیا 50 ایک مربع عدد ہے؟ ذیل کی جدول میں پہلے 20 تک اعداد کے مربعے دئے گئے ہیں۔

عدد	اس کا مربع	عدد	اس کا مربع	عدد	اس کا مربع	عدد	اس کا مربع
1	1	6	36	11	121	16	256
2	4	7	49	12	144	17	289
3	9	8	64	13	169	18	324
4	16	9	81	14	196	19	361
5	25	10	100	15	225	20	400

اس جدول کو پہلے 50 اعداد کے لئے دراز کیجئے۔

اوپر دئے گئے جدول سے ہم مربع اعداد کے ذیل کے خصوصیات کی تصدیق آسانی سے کر سکتے ہیں:

- مربع اعداد صرف 6,5,4,1,0 یا 9 پر ختم ہوتے ہیں۔
- اگر ایک عدد 1 یا 9 پر ختم ہوتا ہے تو اس کا مربع 1 پر ختم ہوتا ہے۔
- اگر ایک عدد 2 یا 8 پر ختم ہوتا ہے تو اس کا مربع 4 پر ختم ہوتا ہے۔
- اگر ایک عدد 3 یا 7 پر ختم ہوتا ہے تو اس کا مربع 9 پر ختم ہوتا ہے۔
- اگر ایک عدد 4 یا 6 پر ختم ہوتا ہے تو اس کا مربع 6 پر ختم ہوتا ہے۔
- اگر ایک عدد 5 یا 0 پر ختم ہوتا ہے تو اس کا مربع بالترتیب 5 یا 0 پر ختم ہوتا ہے۔
- ایک طاق عدد کا مربع ہمیشہ ایک طاق عدد ہوتا ہے اور ایک جفت عدد کا مربع ہمیشہ ایک جفت عدد ہوتا ہے۔
- 2, 3, 7 اور 8 پر ختم ہونے والے اعداد کامل مربع نہیں ہوتے۔



ذرا سوچئے

1۔ کیا ایک عدد اولی کا مربع، ایک عدد اولی ہے؟

2۔ کیا دو کامل مربعوں کا حاصل جمع، ہمیشہ ایک کامل مربع ہوگا؟ ان کا فرق اور ان کا حاصل ضرب کیا ہوگا؟



کوشش کیجئے

1۔ درج ذیل میں سے کونسے اعداد کامل مربع اعداد ہیں؟ 256, 576, 960, 1025, 4096

(اشارہ : مربع کی جدول جو تم نے پہلے دیکھی ہے، اس کی توسیع کیجئے)

2۔ درج ذیل اعداد کو دیکھ کر ہم یہ تصدیق کر سکتے ہیں کہ یہ کامل مربع نہیں ہیں 82, 113, 1972, 2057, 8888, 24353

واضح کیجئے کہ ایسا کیوں ہے؟

8th maths unit 1 numbers 1
Thursday, April 16, 2020 3:40:25 PM

1.6.1 مربع اعداد کی بعض اہم خصوصیات

(i) ایک طبعی عدد کا مربع، 1 کے علاوہ یا تو 3 کا ضعف ہے یا 3 کے ضعف سے 1 زیادہ ہے۔

(ii) ایک طبعی عدد کا مربع، 1 کے علاوہ، یا تو 4 کا ضعف ہے یا 4 کے ضعف سے 1 زیادہ ہے۔

(iii) ایک کامل مربع عدد کو جب 3 سے تقسیم کیا جائے تو بچت، یا تو 0 ہے یا 1 ہے مگر 2 نہیں۔

(iv) ایک کامل مربع عدد کو جب 4 سے تقسیم کیا جائے تو بچت، یا تو 0 یا 1 ہے مگر 2 اور 3 نہیں۔

(v) ایک کامل مربع عدد کو جب 8 سے تقسیم کیا جائے تو بچت، یا تو 0 یا 1 یا 4 ہے مگر کبھی بھی 6,5,3,2 یا 7 کے مساوی نہیں ہوگا۔



کامل اعداد جیسے
6, 28, 496, 8128 وغیرہ مربع اعداد نہیں ہیں۔



غور کیجئے

اگر ایک کامل مربع عدد صفر میں ختم ہوتا ہو تو وہ ہمیشہ جفت اعداد کے صفروں پر ختم ہوگا۔ اس کی تصدیق ہم نیچے دی گئی جدول کے بعض اعداد سے کر سکتے ہیں۔

عدد	10	20	30	40	...	90	100	110	...	2000	...
اس کا مربع	100	400	900	1600	...	8100	10000	12100	...	4000000	...



ذرا سوچئے

اس دعویٰ کو لیجئے: "متواتر اعداد n اور $(n+1)$ کے مربعوں کے درمیان $2n$ غیر مربع اعداد ہیں" ۔ کیا یہ صحیح ہے؟ 2500 اور 2601 کے درمیاں کتنے غیر مربع اعداد ہیں؟ اس دعوٰی کی تصدیق کیجئے۔

1.7 جذرالمربع (Square Root)

کسی عدد کو مربع بنانا جمع، تفریق، ضرب وغیرہ جیسا ایک حسابی عمل ہے۔ کئی حسابی اعمال کے معکوس (کے معنی "ضد") اعمال ہوتے ہیں۔ مثال کے طور پر، تفریق جمع کا معکوس ہے، تقسیم ضرب کا معکوس ہے وغیرہ، مربع کے لئے بھی ایک معکوس عمل ہے جس کا نام جذرالمربع معلوم کرنا ہے۔

ایک عدد n کا جذرالمربع ، $\sqrt{n}$ (یا) $n^{\frac{1}{2}}$ لکھا جاتا ہے۔ یہ ایک عدد ہے جو اسی عدد سے ضرب دینے پر n حاصل ہوتا ہے۔

مثال کے طور پر، $\sqrt{81} = 9$ ہے کیونکہ $9 \times 9 = 81$

متصل جدول میں 1 سے 100 تک کے تمام کامل مربعوں کے جذرالمربع دئے گئے ہیں

8 maths 27-32
Thursday, January 19, 2023 12:29:37 PM

اگر ہمیں معلوم ہے کہ $18^2 = 324$ ، ہم فوراً کہہ سکتے ہیں کہ $\sqrt{324} = 18$

اگر $11^2 = 121$ ہوتو $\sqrt{121} =$ ؟

اگر $23^2 = 529$ ہوتو، 529 کا جذرالمربع کیا ہے؟

ہمارے پاس، $1^2 = 1$ اوراس لئے 1 کا جذرالمربع 1 ہے۔ $(-1)^2 = 1$ ہے۔

اس لئے (-1) بھی 1 کا جذرالمربع ہے۔ اسی طرح سے

$2^2 = 4$ اوراس لئے 4 کا جذرالمربع 2 ہے۔ $(-2)^2 = 4$ ہے۔

اس لئے (-2) بھی 4 کا جذرالمربع ہے۔ اسی طرح سے

$3^2 = 9$ اوراس لئے 9 کا جذرالمربع 3 ہے ۔ $(-3)^2 = 9$ ہے۔

اس لئے (-3) بھی 9 کا جذرالمربع ہے۔

اوپر کی مثالیں یہ تجویز کرتے ہیں کہ ایک کامل مربع عدد کے لئے دو سالمی جذرالمربع ہوتے ہیں۔

البتہ، حسابوں کو حل کرنے کے دوران، ایک طبعی عدد کا جذرالمربع ہم صرف مثبت قیمت لیتے ہیں۔

	جذرالمربع
$1^2 = 1$	$\sqrt{1} = 1$
$2^2 = 4$	$\sqrt{4} = 2$
$3^2 = 9$	$\sqrt{9} = 3$
$4^2 = 16$	$\sqrt{16} = 4$
$5^2 = 25$	$\sqrt{25} = 5$
$6^2 = 36$	$\sqrt{36} = 6$
$7^2 = 49$	$\sqrt{49} = 7$
$8^2 = 64$	$\sqrt{64} = 8$
$9^2 = 81$	$\sqrt{81} = 9$
$10^2 = 100$	$\sqrt{100} = 10$

ایک عدد کا مثبت جذرالمربع ہمیشہ علامت $\sqrt{\ }$ سے نمائندگی کیا جاتا ہے۔ غرض $\sqrt{4} = 2$ ہے (اور -2) نہیں، $\sqrt{9} = 3$ ہے (اور -3 نہیں)۔ ہمیں یہ بات یاد رکھنا چاہئے کہ یہ ایک عالمگیر ترقیم ہے۔

1.7.1 اولیٰ اجزائے ضربی طریقہ کے ذریعے جذرالمربع معلوم کرنا:

اعداد	اعداد کے اولیٰ اجزائے ضربی	دئے گئے اعداد کے مربع	ان اعداد کے مربعوں کے اولیٰ اجزائے ضربی
6	$6 = 2 \times 3$	$6^2 = 36$	$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 = (2 \times 3)^2$
8	$8 = 2 \times 2 \times 2$	$8^2 = 64$	$64 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = (2 \times 2 \times 2)^2$
12	$12 = 2 \times 2 \times 3$	$12^2 = 144$	$44 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = (2 \times 2 \times 3)^2$
15	$15 = 3 \times 5$	$15^2 = 225$	$225 = 3 \times 3 \times 5 \times 5 = (3 \times 5)^2$

6 اور اس کے اولیٰ اجزائے ضربی پر غور کیجئے۔ اس فہرست میں 2 کتنے مرتبہ ظاہر ہوتا ہے؟ اب 36 اوراس کے اولیٰ اجزائے پر غور کیجئے۔ یہاں 2 کتنے مرتبہ ظاہر ہوتا ہے؟

دوسرے اعداد 12,8 اور 15 کے صورتوں میں اوپر کے طریقے کو دہرائے۔ تم اپنی پسند سے ایک عدد اوراس کا مربع انتخاب کر سکتے ہیں) تم کیا معلوم کرتے ہو ؟

عدد کے اولیٰ اجزائے ضربی میں اس اولیٰ جز وضربی کی تعداد = مربع عدد میں اولیٰ جز وضربی کی تعداد کا دگنا

اس تصور کو ہم ایک مربع عدد کے جذرالمربع معلوم کرنے کے لئے استعمال کرتے ہیں۔ پہلے دئے گئے عدد کے اجزائے ضربی نکالتے ہیں۔ جوڑیوں میں یکساں اجزاء کو مجموعہ بناتے ہیں اور جذرالمربع معلوم کرنے کے لئے ان میں سے ایک کو اٹھاتے ہیں۔

مثال 1.22 اولیٰ اجزائے ضربی سے 324 کا جذرالمربع معلوم کیجئے۔

8 maths 27-32
Thursday, January 19, 2023 12:29:37 PM

حل : پہلے، دیے گئے عدد کو اولی جزوضربی میں تبدیل کیجئے۔ یکساں جزوضربی کو جوڑیوں میں گروپ بنائے اور پھر ان میں سے ایک لیتے ہوئے جذرالمربع معلوم کیجئے۔

یہاں پر $324 = 2\times2\times3\times3\times3\times3$

$= 2^2\times3^2\times3^2$

$= (2\times3\times3)^2$

$\therefore \sqrt{324} = \sqrt{(2\times3\times3)^2}$

$= 2\times3\times3$

$\therefore \sqrt{324} = 18$

2	324
2	162
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

مثال 1.23

سب سے چھوٹا عدد معلوم کیجئے جب اسی عدد سے 250 کو ضرب یا تقسیم کرنے پر حاصل ہونے والا عدد ایک کامل مربع ہوتا اس کے علاوہ، اس صورت حال کے لئے جذرالمربع معلوم کیجئے۔

حل:

ہمیں معلوم ہے کہ $250 = 5\times5\times5\times2$

$= 5^2\times5\times2$

یہاں، اولی اجزائے ضربی 5 اور 2 کے جوڑیاں نہیں ہیں۔

لہذا، ہم 250 کو 10 (5×2) سے تقسیم کرسکتے ہیں یا 250 کو 10 سے ضرب کرسکتے ہیں۔

(i) اگر 250 کو 10 ضرب دیں تو، ہمیں $2500 = 5^2\times5\times2\times5\times2$ حاصل ہوتا ہے اور لہذا 2500 کا جذرالمربع $5\times5\times2=50$ ہوگا۔

(ii) اگر 250 کو 10 سے تقسیم کریں تو، ہمیں 25 حاصل ہوتا ہے اور اس صورتِ حال میں ہمیں $\sqrt{25} = \sqrt{5^2} = 5$ حاصل ہوتا ہے۔

5	250
5	50
5	10
2	2
	1



ذرا سوچئے

ایسی صورت میں اگر ہم سب سے چھوٹے جزو ضربی کو معلوم کرنا چاہتے ہیں جس کے ساتھ ہم 108 کو ضرب یا تقسیم کرنا چاہتے ہیں تا کہ ہم کو ایک کامل مربع حاصل ہو۔ ہم کو کیا کرنا چاہئے؟

مثال 1.24

کیا 108 ایک کامل مربع عدد ہے؟

حل : یہاں، $108 = 2\times2\times3\times3\times3$

$= 2^2\times3^2\times3$

یہاں، دوسرے اولی جزوضربی سے 3 کی جوڑی نہیں ہے،

چنانچہ 108 ایک کامل مربع نہیں ہے۔

2	108
2	54
3	27
3	9
3	3
	1

1.7.2 طویل تقسیمی طریقے سے ایک عدد کا جذرالمربع معلوم کرنا۔

جب ہم زیادہ ہندسوں والے اعداد کا سامنا کرتے ہیں تو ان کے جذرالمربع اجزائے ضربی کے طریقے سے معلوم کرنا طویل اور مشکل ہوتا ہے۔ ان صورتوں میں طویل تقسیم کے استعمال سے مدد ملتی ہے۔ آیئے چند تشریح سے اس طریقے کو سیکھیں۔

8 maths 27-32
Thursday, January 19, 2023 12:29:37 PM

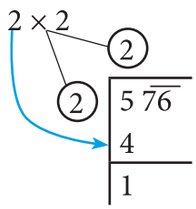
تشریح 1

طویل تقسیمی طریقے سے 576 کا جذرالمربع معلوم کیجئے۔

مرحلہ 1 اکائی ہندسے شروع کر کے ہندسوں کو جوڑیوں میں مجموعہ بنائیے۔ ہر جوڑی اور باقی ہندسہ (اگر ہو) کو وقفہ کہتے ہیں۔
دئے گئے عدد کے دائیں سے شروع کر کے ہندسوں کے ہر ایک جوڑی کے اوپر ایک لکیر کھینچئے۔ اگر ہندسوں کی تعداد طاق ہو، سب سے آخری بائیں ہندسے کے اوپر لکیر نہیں ہوگی۔

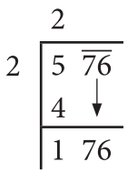
$5\,\overline{76}$

اس لئے یہاں ہمارے پاس $\overline{5}\ \ \overline{76}$ ہوگا۔

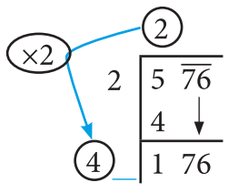


مرحلہ 2 سب سے بڑا عدد سوچئے جس کا مربع پہلے وقفہ کے مساوی ہو یا تھوڑا کم ہو۔
اس عدد کو مقسوم علیہ (divisor) لیجئے اور خارج قسمت بھی لیجئے۔ یہاں سب سے آخری بائیں عدد 5 ہے۔
سب سے بڑا عدد جس کا مربع 5 کے مساوی یا کم ہے وہ عدد 2 ہے۔ یہ ہمارا مقسوم علیہ اور خارج قسمت ہے۔

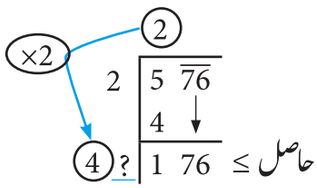
مرحلہ 3 76 کو نیچے لکھئے اور باقی 1 کے دائیں لکھئے۔ اب، نیا مقسوم 176 ہے۔



مرحلہ 4 نئے مقسوم علیہ معلوم کرنے کے لئے پہلے کے خارج قسمت (2) کو ہمیشہ 2 سے ضرب دیجئے اور اس کے بعد خالی جگہ چھوڑتے ہوئے اس عدد کو لکھئے۔



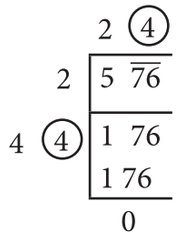
مرحلہ 5 نیا مقسوم علیہ 4 ہے جس کے بعد ایک ہندسہ ہے۔ ہمیں 4 کے بعد کے اس ہندسے کا انتخاب کرنا چاہئے، اس طرح کے نئے خارج قسمت سے جب نئے مقسوم علیہ کو ضرب دیں تو 176 کے مساوی یا اس سے کم ہو۔



مرحلہ 6 صاف طور سے یہاں درکار ہندسہ 4 یا 6 ہونا چاہئے۔ (کیوں؟)

جب ہم حساب کریں۔ $46 \times 6 = 276$ جب کہ $44 \times 4 = 176$.
لہذا، ہم 4 کو خالی جگہ میں لکھتے ہیں اور 176 کے نیچے 176 لکھتے ہیں
$44 \times 4 = 176$ اور تفریق کرنے پر بچت 0 حاصل ہوتا ہے۔
اور خارج قسمت کو اوپر لکھتے ہیں یعنی 576 کا جذرالمربع 24 ہے۔

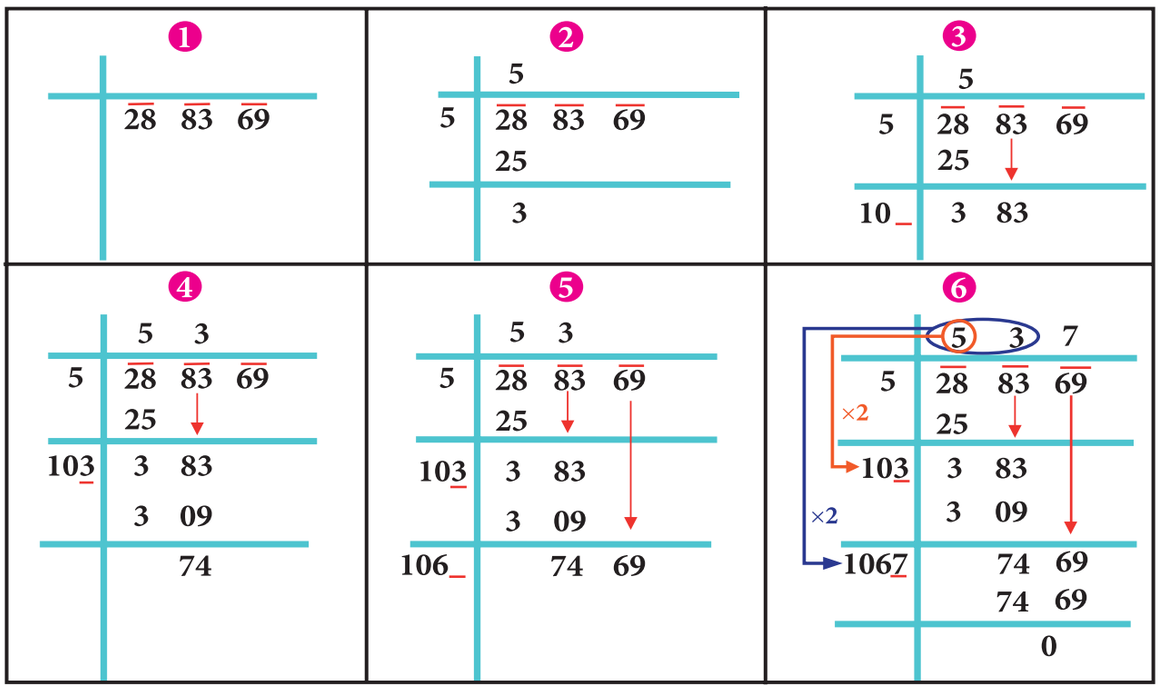
$\therefore \sqrt{576} = 24$.



تشریح 2

288369 کا جذرالمربع معلوم کرنے کے لئے ذیل کی مثال میں، درجہ بدرجہ حساب دئے گئے ہیں۔ ایک کے بعد دیگر خاکوں کو اپنائیے اور ہر ایک خاکہ کے بارے میں سمجھنے کی کوشش کیجئے۔

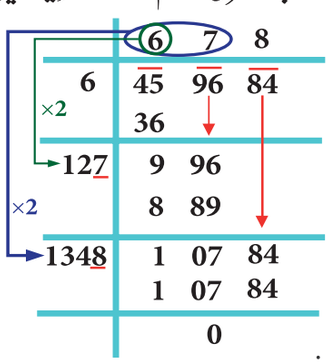
8 maths 27-32
Thursday, January 19, 2023 12:29:38 PM



$\sqrt{288369} = 537$ ہم معلوم کرتے ہیں کہ

مثال 1.25 طویل تقسیمی طریقے سے 459684 کا جذرالمربع معلوم کیجئے۔

حل: طویل تقسیمی طریقے سے 459684 کا جذرالمربع معلوم کرنے کا طریقہ ذیل میں دیا گیا ہے۔

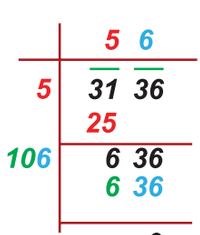


$\therefore \sqrt{459684} = 678$

مثال 1.26

ایک مربع کھیت کا رقبہ $3136 m^2$ ہے۔اس کا احاطہ معلوم کیجئے۔





حل: دیا گیا ہے

مربع کھیت کا رقبہ $= 3136\ m^2.$

$\therefore$ مربع کھیت کا ضلع $= \sqrt{3136}\ m = 56\ m$ (یہ معلوم کیجئے)

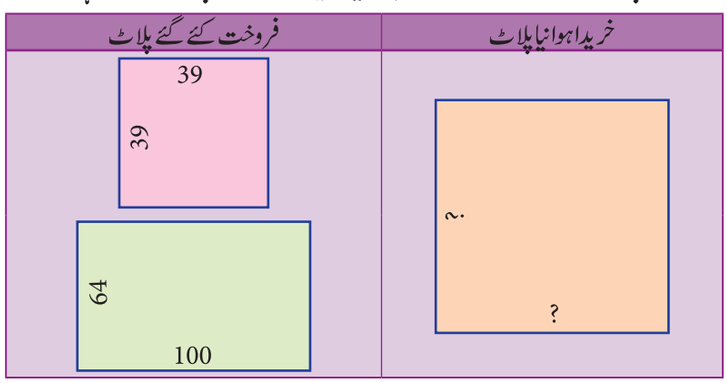
$\therefore$ مربع کھیت کا احاطہ $= 4 \times$ ضلع

$= 4 \times 56$

$= 224\ m$

8 maths 27-32
Thursday, January 19, 2023 12:29:38 PM

مثال 1.27 ایک شخص کے پاس دو پلاٹ ہیں۔ایک مربع شکل کا پلاٹ جس کا ضلع 39 میٹر ہے اور ایک مستطیلی شکل کا پلاٹ جس کی لمبائی 100 میٹر اور چوڑائی 64 میٹر ہے۔ وہ دونوں پلاٹوں کو فروخت کر کے اسی رقبہ کا ایک نیا مربع شکل کا پلاٹ خریدتا ہے۔ اس نئے پلاٹ کے ضلع کی لمبائی کیا ہوگی؟



حل : خرید و فروخت کی تفصیل اس طرح سے ہے۔

فروخت کیا گیا مستطیلی پلاٹ کا رقبہ + فروخت کیا گیا مربعی پلاٹ کا رقبہ = خریدا گیا نئے مربعی پلاٹ کا رقبہ

$= 39 \times 39 + 100 \times 64$

$= 1521 + 6400$

$= 7921\ m^2$

خریدے گئے نئے مربع نما پلاٹ کے ضلع کی لمبائی $= \sqrt{7921} = 89$ m

	8	9
8	79	21
	64	
169	15	21
	15	21
		0

کوشش کیجئے

طویل تقسیمی طریقے سے جذر المربع معلوم کیجئے۔ 1. 400 2. 1764 3. 9801

1.7.3 کامل مربع عدد کے جذر المربع میں ہندسوں کی تعداد

تقسیمی طریقہ سے جذر المربع معلوم کرنے کے لئے ہم اعداد کے اوپر لکیروں کا استعمال کرتے ہیں۔ ان لکیروں کی مدد سے کامل مربع عدد کے جذر المربع میں ہندسوں کی تعداد معلوم کرتے ہیں۔ ذیل کی مثالوں پر غور کیجئے (لکیروں کے ساتھ بتائے گئے ہیں اس طرح کہ ہم تقسیمی طریقے سے جذر المربع معلوم کرتے ہیں)۔

اعداد کے جذر المربع	لکیروں کی تعداد	جذر المربع کے ہندسوں کی تعداد	اعداد کے جذر المربع	لکیروں کی تعداد	جذر المربع کے ہندسوں کی تعداد
$\sqrt{\overline{169}} = 13$	2	2	$\sqrt{\overline{4356}} = 66$	2	2
$\sqrt{\overline{441}} = 21$	2	2	$\sqrt{\overline{6084}} = 78$	2	2
$\sqrt{\overline{12544}} = 112$	3	3	$\sqrt{\overline{27225}} = 165$	3	3

چنانچہ، ہم اس نتیجہ پر پہنچتے ہیں کہ لکیروں کی تعداد جذر المربع کے ہندسوں کی تعداد کو ظاہر کرتا ہے۔

کوشش کیجئے

جذر المربع معلوم کئے بغیر، ذیل کے اعداد کے جذر المربع کے ہندسوں کی تعداد کا اندازہ لگائیے:

1. 14400 2. 390625 3. 100000000

8 maths 27-32
Thursday, January 19, 2023 12:29:38 PM

1.7.4 عشری اعداد کا جذرالمربع:

عشری شکل میں اعداد کے جذرالمربع معلوم کرنے کے لئے ہم ذیل کے مرحلے اپناتے ہیں۔

$\sqrt{42.25}$ معلوم کرنے کے لئے

مرحلہ 1: عدد کے عشری حصے میں ہندسوں کے دائیں طرف آخر میں صفر لگاتے ہوئے (صرف اگر ضرورت ہو) عدد کے عشری جگہوں کو جفت بنایئے۔

مرحلہ 2:

ہم اس طرح لکیریں کھینچتے ہیں $\sqrt{\overline{42}\,\overline{25}}$

اس عدد میں سالمی حصہ اور عشری حصہ ہے۔ سالمی حصے میں، کامل مربع عدد کے جذرالمربع معلوم کرنے کے لئے تقسیمی طریقے کی طرح سے لکیروں سے اعداد کے اوپر نشان کیجئے۔

مرحلہ 3 :

عشری حصے میں، اعشاریہ سے شروع کر کے ہندسوں کے ہر ایک جوڑی پر لکیریں نشان کیجئے:

مرحلہ 4 : اب، طویل تقسیمی طریقہ سے جذرالمربع معلوم کیجئے۔

	6	5
6	42	25
	36	
125	6	25
	6	25
	0	

مرحلہ 5 :

1.7.4 عشری اعداد کا جذرالمربع:

جذرالمربع میں اعشاریہ لکھئے۔ $\therefore \sqrt{4225} = 6.5$

1.7.5 حاصل ضرب کا جذرالمربع اور اعداد کا خارج قسمت

کوئی دو مثبت اعداد a اور b کے لئے، ہمارے پاس ہے

(i) $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$ اور (ii) $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\ (b \neq 0)$

کوشش کیجئے

درج ذیل کا جذرالمربع معلوم کیجئے۔

1. 5.4756 2. 19.36 3. 116.64

مثال 1.28 $\sqrt{256}$ کی قیمت معلوم کیجئے۔

حل : $\sqrt{256} = \sqrt{16 \times 16} = \sqrt{16} \times \sqrt{16} = 4 \times 4 = 16$ یا $\sqrt{256} = \sqrt{64 \times 4} = \sqrt{64} \times \sqrt{4} = 8 \times 2 = 16.$

ذرا سوچئے

$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$ کے استعمال سے اسی قسم کے حسابات کے ذیل کے جدول کو پُر کرنے کی کوشش کیجئے۔

$\sqrt{36} = 6$	$\sqrt{9} \times \sqrt{4} = 3 \times 2 = 6$	کیا $\sqrt{36} = \sqrt{9} \times \sqrt{4}$?	$\sqrt{81} = ?$	$\sqrt{9} \times \sqrt{9} = __ \times __ = __$	کیا $\sqrt{81} = \sqrt{9} \times \sqrt{9}$?
$\sqrt{144} = ?$	$\sqrt{9} \times \sqrt{16} = __ \times __ = __$	کیا $\sqrt{144} = \sqrt{9} \times \sqrt{16}$?	$\sqrt{144} = ?$	$\sqrt{36} \times \sqrt{4} = __ \times __ = __$	کیا $\sqrt{144} = \sqrt{36} \times \sqrt{4}$?
$\sqrt{100} = ?$	$\sqrt{25} \times \sqrt{4} = __ \times __ = __$	کیا $\sqrt{100} = \sqrt{25} \times \sqrt{4}$?	$\sqrt{1225} = ?$	$\sqrt{25} \times \sqrt{49} = __ \times __ = __$	کیا $\sqrt{1225} = \sqrt{25} \times \sqrt{49}$?

کارروائی

اوپر کی صورت حال کی طرح سے جذرالمربع کے حسابات کی جدول تیار کرنے کی کوشش کیجئے اور ثابت کیجئے کہ

اگر a اور b دو کامل مربع اعداد ہوں تو $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\ (b \neq 0).$

جذرالمربع کے چند حسابات کو ہم اس تصور کو استعمال کر کے آسانی سے حل کر سکتے ہیں۔

8th maths unit 1 numbers 2
Thursday, April 16, 2020 3:41:24 PM

مثال 1.29 $\sqrt{42.25}$ کی قیمت معلوم کیجئے:

حل : اس کو ہم اس طرح سے لکھ سکتے ہیں $\sqrt{42.25} = \sqrt{\frac{4225}{100}} = \frac{\sqrt{4225}}{\sqrt{100}}$

اب، عشری علامت میں کسی بھی قسم کی تبدیلی کے بغیر، صحیح عدد 4225 کا جذرالمربع ہم آسانی سے معلوم کرسکتے ہیں۔ $\sqrt{4225} = 65$

اوراس لئے، اب ہمیں حاصل ہوتا ہے $\sqrt{42.25} = \sqrt{\frac{4225}{100}} = \frac{\sqrt{4225}}{\sqrt{100}} = \frac{65}{10} = 6.5$

طویل تقسیمی طریقے کے بجائے عشری اعداد کا جذرالمربع کے حسابات کو حل کرنے کا ایک دوسرا طریقہ ہے۔

کوشش کیجئے

اوپر کے طریقے کو استعمال کرکے 1.2321 اور 11.9025 کا جذرالمربع معلوم کیجئے۔

مثال 1.30 مختصر کیجئے: (i) $\sqrt{12} \times \sqrt{3}$ (ii) $\sqrt{\frac{98}{162}}$

حل :

(i) $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$ اصول کو یاد رکھئے۔

$\sqrt{12} \times \sqrt{3} = \sqrt{12 \times 3} = \sqrt{36} = \sqrt{6^2} = 6$

(ii) $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\ (b \neq 0)$ اصول کو یاد رکھئے۔

$\sqrt{\frac{98}{162}} = \sqrt{\frac{2 \times 49}{2 \times 81}} = \sqrt{\frac{49}{81}} = \sqrt{\frac{7^2}{9^2}} = \frac{7}{9}$

مثال 1.31 مختصر کیجئے: (i) $\sqrt{2\frac{7}{9}}$ (ii) $\sqrt{1\frac{9}{16}}$

حل :

(i) $\sqrt{2\frac{7}{9}} = \sqrt{\frac{25}{9}} = \sqrt{\frac{5^2}{3^2}} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$

(ii) $\sqrt{1\frac{9}{16}} = \sqrt{\frac{25}{16}} = \sqrt{\frac{5^2}{4^2}} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$

تصریح : دوسرے حساب کی صورت حال میں، کوئی بھی اپنا جواب $1\frac{3}{4}$ بتانے کی کوشش کرے گا، مگر یہ صحیح نہیں ہے۔

کیونکہ، آپ کو مرکب کسر سے غیر واجب کسر میں تبدیل کرنے کے بعد $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\ (b \neq 0)$ اصول کو استعمال کرنا چاہئے۔

1.7.6 جذرالمربع کا اندازہ لگانا

کیا تم دئے گئے اعداد $\sqrt{40}$ ، 6 اور 7 کو بڑھتی ہوئی ترتیب میں لکھ سکتے ہو؟ یہاں $\sqrt{40}$ ایک مربع عدد نہیں ہے اور اس لئے ہم اس کا جذرالمربع آسانی سے معلوم نہیں کرسکتے۔ حالانکہ ہم 40 کی قریبی قیمت معلوم کرسکتے ہیں اور یہاں اسے استعمال کرسکتے ہیں۔

ہمیں معلوم ہے کہ 40 کے اطراف دو قریب ترین مربع 36 اور 49 ہیں۔

غرض، $36 < 40 < 46$ جسے ہم $6^2 < 40 < 7^2$ لکھ سکتے ہیں۔

جذرالمربع لیجئے، ہمارے پاس $6 < \sqrt{40} < 7$

کوشش کیجئے

ان اعداد کو صعودی (بڑھتی ہوئی) ترتیب میں لکھئے۔

1. 4, $\sqrt{14}$, 5 2. 7, $\sqrt{65}$, 8

8th maths unit 1 numbers 2
Thursday, April 16, 2020 3:41:25 PM

مشق 1.4

1۔ خانہ پُر کیجئے۔

(i) 77 کے مربع میں اکائی ہندسہ .....ہے۔

(ii) 24^2 اور 25^2 کے درمیان غیر مربع اعداد کی تعداد .....ہے۔

(iii) 300 اور 500 کے درمیان کامل مربع اعداد کی تعداد .....ہے۔

(iv) اگر ایک عدد کے 5 یا 6 ہندسے ہوں تو اس کے جذرالمربع میں .....ہندسے ہوں گے۔

(v) $\sqrt{180}$ کی قیمت سالم اعداد .....اور .....کے درمیان واقع ہے۔

2۔ صحیح یا غلط بتایئے:

(i) جب ایک مربع عدد 6 پر ختم ہوتا ہے تو اس کے جذرالمربع کا اکائی ہندسہ 6 ہوگا۔

(ii) ایک مربع عدد کے ختم پر صفریں طاق تعداد میں نہیں ہوتے۔

(iii) 961000 کے مربع میں صفروں کی تعداد 9 ہے۔

(iv) 75 کا مربع 4925 ہے۔

(v) 221 کا جذرالمربع 21 ہے۔

3۔ ذیل کے اعداد کے مربعوں میں اکائی ہندسہ کیا ہوگا ؟

(i) 17 (ii) 203 (iii) 1098

4۔ جانچ کیجئے کہ کیا ان میں سے ہر ایک کامل مربع ہے ؟

(i) 725 (ii) 190 (iii) 841 (iv) 1089

5۔ اولیٰ اجزائے ضربی طریقے سے جذرالمربع معلوم کیجئے۔

(i) 144 (ii) 256 (iii) 784 (iv) 1156 (v) 4761 (vi) 9025

6۔ طویل تقسیمی طریقے سے جذرالمربع معلوم کیجئے۔

(i) 1764 (ii) 6889 (iii) 11025 (iv) 17956 (v) 418609

7۔ درج ذیل قیمتوں کا جذرالمربع ان کے قریبی صحیح اعداد تک معلوم کیجئے۔

(i) $\sqrt{440}$ (ii) $\sqrt{800}$ (iii) $\sqrt{1020}$

8۔ درج ذیل عشری اعداد اور کسور کا جذرالمربع معلوم کیجئے۔

(i) 2.89 (ii) 67.24 (iii) 2.0164 (iv) $\frac{144}{225}$ (v) $7\frac{18}{49}$

9۔ سب سے چھوٹا وہ عدد معلوم کیجئے جس کو 6666 سے تفریق کیا جائے، اس طرح سے کہ یہ ایک کامل مربع بن جائے۔
اس کے علاوہ حاصل شدہ کامل مربع کا جذرالمربع بھی معلوم کیجئے۔

10۔ سب سے چھوٹا وہ عدد معلوم کیجئے جس کو 1800 سے ضرب دیا جائے، اس طرح سے کہ یہ ایک کامل مربع بن جائے
اس کے علاوہ حاصل شدہ کامل مربع کا جذرالمربع بھی معلوم کیجئے۔

معروضی سوالات Objective Type Questions

11۔ 43 کا مربع اس ہندسے پر ختم ہوگا۔

(A) 9 (B) 6 (C) 4 (D) 3

8th maths unit 1 numbers 2
Thursday, April 16, 2020 3:41:26 PM

12۔ 25^2 کا مربع حاصل کرنے کے لئے 24^2 کے ساتھ ..... عدد کو جمع کرنا چاہئے۔

(A) 4^2 (B) 5^2 (C) 6^2 (D) 7^2

13۔ $\sqrt{48}$ کی تقریبی قیمت ..... ہے۔

(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8

14۔ $\sqrt{128}-\sqrt{98}+\sqrt{18}=$_____.

(A) $\sqrt{2}$ (B) $\sqrt{8}$ (C) $\sqrt{48}$ (D) $\sqrt{32}$

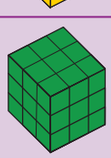
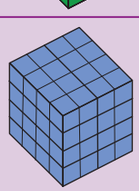
15۔ 123454321 کے جذرالمربع کے ہندسوں کی تعداد یہ ہے۔

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7

1.8 مکعبیں اور جذرالمکعبیں (Cubes and cube roots)

اگر تم ایک عدد کو اسی عدد سے ضرب دو اور پھر اسی عدد سے دوبارہ ضرب دو تو نتیجہ ایک مکعبی عدد حاصل ہوتا ہے۔ اس کا مطلب مکعبی عدد ایک عدد ہے جو تین مماثل (Identical) اعداد کا حاصل ضرب حاصل ہوتا ہے۔ اگر n ایک عدد ہے تو اس کے مکعب کو n^3 سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

ایک اکائی مکعبوں والے $3D$ مکعبوں کی طرح سے مکعبی اعداد کو بصری طور پر ظاہر کئے جاسکتے ہیں۔ مکعبی اعداد کو **کامل مکعب** بھی کہتے ہیں۔ طبعی اعداد کے کامل مکعب 216,125,64,27,8,1 .....وغیرہ ہیں۔

کامل مکعب	ترقیم	حاصل ضرب سے نمائندگی	علم ہندسوی نمائندگی
1	1^3	$1\times1\times1$	
8	2^3	$2\times2\times2$	
27	3^3	$3\times3\times3$	
64	4^3	$4\times4\times4$	

کیا تم جانتے ہو؟

رامانوجن عدد $1729 = 12^3+1^3 = 10^3+9^3$

ایک دفعہ رامانوجن، پٹنی (Putney) میں بیمار تھے، اُس وقت ان کی عیادت کے لئے پروفیسر ہارڈی گئے۔ وہ ایک ٹیکسی میں سفر کر رہے تھے جس کا نمبر 1729 تھا۔ پروفیسر ہارڈی نے رامانجن سے کہا کہ یہ عدد کند (dull) معلوم ہوتا ہے اور میں سمجھتا ہوں کہ یہ ایک بدشگون نہیں ہے۔ ''جی نہیں'' رامانوجن نے جواب دیا، ''یہ ایک بہت دلچسپ عدد ہے، یہ سب سے چھوٹا عدد ہے جو دو مختلف طریقوں سے دو مکعبوں کے حاصل جمع کی طرح سے ظاہر کیا جاسکتا ہے۔'' 20683,13832,4104 رامانوجن۔ ہارڈی اعداد کی بعض اور مثالیں ہیں۔

8th maths unit 1 numbers 2
Thursday, April 16, 2020 3:41:26 PM

1.8.1 اعداد کے مکعبوں کی خصوصیات Properties of cubes of numbers

	خصوصیات	مثالیں
1.	ایک مثبت عدد کا مکعب مثبت ہے۔	$6^3 = 6\times6\times6 = 216.$
2.	ایک منفی عدد کا مکعب منفی ہے۔	$(-7)^3 = (-7)\times(-7)\times(-7) = -343$
3.	ہر جفت عدد کا مکعب جفت ہے۔	$8^3 = 8\times8\times8 = 512$ is even جفت ہے۔
4.	ہر طاق عدد کا مکعب طاق ہے۔	$9^3 = 9\times9\times9 = 729$ is odd طاق ہے۔
5.	اگر ایک طبعی عدد 6,5,4,1,0 یا 9 پر ختم ہوتا ہے۔ تو اس کا مکعب بھی بالترتیب 6,5,4,1,0 یا 9 پر ختم ہوتا ہے۔	$10^3 = 1000, 11^3 = 1331, 14^3 = 2744$ $15^3 = 3375, 16^3 = 4096, 19^3 = 6859$
6.	اگر ایک طبعی عدد 2 یا 8 پر ختم ہوتا ہے تو اس کا مکعب بالترتیب 8 یا 2 پر ختم ہوتا ہے۔	$12^3 = 1728, 18^3 = 5832$
7.	اگر ایک طبعی عدد 3 یا 7 پر ختم ہوتا ہے تو اس کا مکعب بالترتیب 7 یا 3 پر ختم ہوتا ہے۔	$13^3 = 2197, 17^3 = 4913$
8.	پہلے n طبعی اعداد کے مکعبوں کا حاصل جمع ان اعداد کے جمع کے مربع کے مساوی ہوتا ہے۔	$1^3+2^3+3^3+.....+n^3 = (1+2+3+.....+n)^2$ یہ جانچ کیجئے $1^3+2^3+3^3+4^3 = (1+2+3+4)^2$



غور کیجئے

ایک کامل مکعب دو صفروں پر ختم نہیں ہوتا۔

دو ہندسی عدد کے مکعب میں 4 یا 5 یا 6 ہندسے ہوتے ہیں۔



کوشش کیجئے

ذیل کے ہر ایک عدد کے مکعب کا اکائی ہندسہ معلوم کیجئے۔

1. 12 2. 27 3. 38
4. 53 5. 71 6. 84

1.8.2 جذر المکعب : (Cube root)

ایک عدد کا جذر المکعب وہ عدد ہے جب اس عدد کو مکعب کیا جائے تو اصل عدد حاصل ہوتا ہے۔ مثال کے طور پر، 27 کا جذر المکعب 3 ہے، کیونکہ جب 3 کو مکعب کیا جائے تو ہمیں 27 حاصل ہوتا ہے۔

جذر المکعبیں	مکعبیں	جذر المکعبیں	مکعبیں
9	729	1	1
10	1000	2	8
11	1331	3	27
12	1728	4	64
13	2197	5	125
14	2744	6	216
15	3375	7	343
16	4096	8	512

ترقیم :

ایک عدد x کا جذر المکعب تو $x^{\frac{1}{3}}$ (یا) $\sqrt[3]{x}$ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

یہاں تھوڑے اور مکعب اور جذر المکعب دئے گئے ہیں۔

$\sqrt[3]{1} = 1$ کیونکہ $1^3 = 1$, $\sqrt[3]{8} = 2$ کیونکہ $2^3 = 8$,
$\sqrt[3]{27} = 3$ کیونکہ $3^3 = 27$, $\sqrt[3]{64} = 4$ کیونکہ $4^3 = 64$,
$\sqrt[3]{125} = 5$ کیونکہ $5^3 = 125$ وغیرہ اور اسی طرح

8th maths unit 1 numbers 2
Thursday, April 16, 2020 3:41:27 PM

مثال 1.32 کیا 400 ایک کامل مکعب ہے؟

حل : اولیٰ اجزائے ضربی سے، ہمارے پاس ہے۔ $400 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5$

صرف ایک ہی تہرا ہے۔اور تہرے بنانے کے لئے ہمیں دو 2 اور ایک 5 کی ضرورت ہے۔

لہذا، 400 ایک کامل مربع نہیں ہے۔

مثال 1.33 سب سے چھوٹا عدد معلوم کیجئے جسے 675 سے ضرب دینے پر ایک کامل مکعب حاصل ہوتا ہے۔

3	675
3	225
3	75
5	25
5	5
	1

حل : ہم معلوم کرتے ہیں کہ، $675 = 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \ldots (1)$

675 کے اولیٰ اجزاء کو تہرے میں مجموعہ بناتے ہیں تو 5×5 بچت رہ جاتے ہیں۔

کامل مکعب بنانے کے لئے ہمیں ایک اور 5 کی ضرورت ہے۔

675 کو کامل مکعب بنانے کے لئے (i) کے دونوں طرف 5 سے ضرب دینے پر اب 3375 ایک کامل مکعب ہے۔

$675 \times 5 = 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5$

$3375 = 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5$

غرض، سب سے چھوٹا درکار عدد جیسے 675 سے ضرب دیتے ہیں اس طرح کہ نیا عدد ایک کامل مکعب ہے وہ عدد 5 ہے۔



ذرا سوچئے

اگر اوپر کے سوال میں، لفظ ''ضرب'' کو لفظ ''تقسیم'' سے ردوبدل کیا جائے تو حل میں کیا تبدیلی آئے گی؟

1.8.3 اولیٰ اجزائے ضربی سے دئے گئے عدد کا جذر المکعب معلوم کرنا:

مرحلہ 1 : دئے گئے عدد کو اولیٰ اجزاء کے حاصل ضرب کی طرح سے لکھئے۔

مرحلہ 2 : یکساں اعداد اولیٰ کے تہرا مجموعہ بنایئے۔

مرحلہ 3 : ہر ایک تہرے سے ایک عدد کو منتخب کیجئے اور ان اعداد اولیٰ کا حاصل ضرب معلوم کیجئے۔

مثال 1.34 27000 کا جذر المکعب معلوم کیجئے۔

حل : اولیٰ اجزائے ضربی سے، ہمارے پاس ہے۔

$$27000 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5$$

$$\therefore \sqrt[3]{27000} = 2 \times 3 \times 5 = 30.$$

مثال 1.35 قیمت معلوم کیجئے : (i) $\sqrt[3]{\frac{9261}{8000}}$ (ii) $\sqrt[3]{\frac{1728}{729}}$

حل :

(i) $\sqrt[3]{\frac{9261}{8000}} = \frac{\sqrt[3]{9261}}{\sqrt[3]{8000}} = \frac{(21 \times 21 \times 21)^{\frac{1}{3}}}{(20 \times 20 \times 20)^{\frac{1}{3}}} = \frac{\left(21^3\right)^{\frac{1}{3}}}{\left(20^3\right)^{\frac{1}{3}}} = \frac{21}{20} = 1\frac{1}{20}$

(ii) $\sqrt[3]{\frac{1728}{729}} = \frac{\sqrt[3]{1728}}{\sqrt[3]{729}} = \frac{(12 \times 12 \times 12)^{\frac{1}{3}}}{(9 \times 9 \times 9)^{\frac{1}{3}}} = \frac{\left(12^3\right)^{\frac{1}{3}}}{\left(9^3\right)^{\frac{1}{3}}} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$

8th maths unit 1 numbers 2
Thursday, April 16, 2020 3:41:28 PM

مشق 1.5

1۔ خانہ پر کیجئے:

(i) 73 کے مکعب کا اکائی ہندسہ ..... ہے۔

(ii) دو ہندسی عدد کے مکعب کے زیادہ سے زیادہ ہندسوں کی تعداد ..... ہے۔

(iii) سب سے چھوٹا عدد جیسے 3333 کے ساتھ جمع کرنے پر ایک کامل مکعب بنتا ہے وہ عدد ..... ہے۔

(iv) 50 ×540 کا جذرالمکعب .....ہے۔

(v) 0.000004913 کا جذرالمکعب .....ہے۔

2۔ صحیح یا غلط بتائیے:

(i) 24 کا مکعب ہندسہ 4 پر ختم ہوگا۔

(ii) 1729 سے 10^3 تفریق کرنے پر 9^3 حاصل ہوگا۔

(iii) 0.0012 کا مکعب 0.000001728 ہے۔

(iv) 79570 ایک کامل مکعب نہیں ہے۔

(v) 250047 کا جذرالمکعب 63 ہے۔

3۔ ثابت کیجئے کہ 1944 ایک کامل مکعب نہیں ہے۔

4۔ سب سے چھوٹا عدد معلوم کیجئے جس سے 10985 کو تقسیم کریں تو خارج قسمت ایک کامل مکعب ہے۔

5۔ سب سے چھوٹا عدد معلوم کیجئے جس سے 200 کو ضرب دینے پر ایک کامل مکعب بنتا ہے۔

6۔ $25\times80\times36\times24$ کا جذرالمکعب معلوم کیجئے۔

7۔ اولی اجزائے ضربی سے 729 اور 6859 کا جذرالمکعب معلوم کیجئے۔

8۔ 46656 کے جذرالمکعب کا جذرالمربع کیا ہے؟

9۔ اگر ایک مربع عدد کا مکعب 729 ہے تو اس عدد کا جذرالمربع معلوم کیجئے۔

10۔ سب سے چھوٹے دو کامل مربع اعداد معلوم کیجئے جب انہیں ایک دوسرے سے ضرب دینے پر ایک کامل مکعب عدد حاصل ہوتا ہے

کارروائی

مشاہدہ کیجئے کہ

$1^3 = 1 = 1$

$2^3 = 8 = 3 + 5$

$3^3 = 27 = 7 + 9 + 11$

اوپر کے نمونے کو جاری رکھتے ہوئے 7^3 کی قیمت مسلسل طاق اعداد کی طرح معلوم کیجئے۔

مشاہدہ کیجئے کہ

$2^3 - 1^3 = 1 + 2 \times 1 \times 3$

$3^3 - 2^3 = 1 + 3 \times 2 \times 3$

$4^3 - 3^3 = 1 + 4 \times 3 \times 3$

اوپر کے نمونے میں $15^3 - 14^3$ کی قیمت معلوم کیجئے۔

1.9 قوت نمائیں اور قوتیں: (Exponents and Powers)

ہمیں معلوم ہے کہ کیسے چند اعداد کو مربع اور مکعب اعداد کی طرح سے ظاہر کرتے ہیں۔

مثال کے طور پر 25 کے لئے 5^2 اور 125 کے لئے ہم 5^3 لکھتے ہیں۔

عام اصطلاح میں، ایک جملہ جس میں یکساں جزوضربی کے ضرب دہرانے کو ظاہر کرتا ہے، **قوت** کہلاتا ہے۔

عدد 5 **قاعدہ** کہلاتا ہے اور عدد 2 **قوت نما** یا **قوت** کہلاتا ہے۔ قوت نما ایک جزوضربی کی طرح سے استعمال کردہ قاعدے کی تعداد کو جوڑتا (corresponds) جوڑتا ہے۔

قوت نما

5^2

قاعدہ

ہم اسے 5 کی قوت 2 کی طرح پڑھتے ہیں۔

8th maths unit 1 numbers 2
Thursday, April 16, 2020 3:41:28 PM

1.9.1 مثبت قوت نماؤں والی قوتیں: (Powers with positive exponents)

صحیح اعداد کے قوت نماؤں کے قوتوں کی قیمت اکثر بہت تیزی سے بڑھتی ہے۔ ذیل کی مثال پر غور کیجئے۔

$2^1 = 2$

$2^2 = 2 \times 2 = 4$

$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$

$2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$

$2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$

$2^6 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 64$

$2^7 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 128$

$2^8 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 256$

$2^9 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 512$

$2^{10} = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 1024$

اس شرح سے 2^{100} کیا ہوسکتا ہے؟

حقیقت میں $2^{100} = 1267650600228229401496703205376$

غرض ہم سمجھتے ہیں کہ مثبت قوت والے مثبت قوت نما تر قیم فائدہ مند ہوسکتا ہے جب ہم بڑے اعداد کے ساتھ معاملہ کرتے ہیں۔

1.9.2 صفر اور منفی قوت نماؤں والی قوتیں: (Powers with Negative exponents)

$2^5 = 32$

$2^4 = 16$

$2^3 = 8$

$2^2 = 4$

$2^1 = 2$

$2^0 = ?$

اس نمونے پر غور کیجئے۔ ابتداء سے شروع کر کے متواتر مرحلوں میں کیا ہوتا ہے؟ ہم یہ معلوم کرتے ہیں کہ نتیجہ اس کے پہلے کے مرحلے کا آدھا ہے۔ اس لئے، 2^0 کے بارے میں ہم کیا کہہ سکتے ہیں۔ اگر ہم 3^3 , 3^4 , 3^5 ..... وغیرہ کے لئے اس طرح کی جدول تیار کریں تو یہ جدول 3^0 کے بارے میں کیا قیمت بتائے گی؟ ہم اس نمونے کی طرح اسی طریقے کا استعمال کر سکتے ہیں، جس سے ہمیں یہ ثابت ہوتا ہے کہ کسی غیر صفری عدد کے صفر قوت نما کا نتیجہ 1 ہے۔

$a^0 = 1$ جس میں $a \neq 0$

$2^3 = 8$

$2^2 = 4$

$2^1 = 2$

$2^0 = 1$

$2^{-1} = \frac{1}{2}$

$2^{-2} = \frac{1}{4}$

$2^{-3} = \frac{1}{8}$

آیئے ہم دیکھیں کہ اگر اوپر کے نمونے کو اور نیچے کی طرف دراز کریں تو کیا ہوتا ہے؟ پہلے کی طرح، ابتداء سے شروع کر کے، متواتر مرحلوں میں، ہم یہ معلوم کرتے ہیں کہ نتیجہ اس کے پہلے کے مرحلے کا آدھا ہے۔

چونکہ $2^0 = 1$ ہے، اس کے بعد کا مرحلہ 2^{-1} ہے۔ جس کی قیمت اس کے پہلے مرحلے کی قیمت کو 2 سے تقسیم کرتا ہے۔ یعنی $\frac{1}{2}$ ہے۔ اس کے بعد 2^{-2} ہے جو $\frac{1}{2}$ تقسیم 2 ہے، یعنی $\frac{1}{4}$ وغیرہ۔

عام طور پر $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$ جہاں m ایک سالم عدد ہے۔

8th maths unit 1 numbers 2
Thursday, April 16, 2020 3:41:29 PM

1.9.3 قوت نماؤں کو استعمال کر کے اعداد کی توسیعی شکل: (Expanded form of numbers using exponents)

چھوٹی کلاسوں میں، ہم سیکھ چکے ہیں کہ کس طرح سے ایک صحیح عدد کو توسیعی شکل میں لکھا جاتا ہے۔

مثال کے طور پر : $5832 = 5\times1000 + 8\times100 + 3\times10 + 2\times1$ (جب ہم قوت نما تر قیم کو استعمال کرتے ہیں)

$= 5\times10^3 + 8\times10^2 + 3\times10^1 + 2$

اگر اعشاریہ آجائے تو ہم کیا کریں؟ ہماری مدد کے لئے منفی قوت نما والے 10 کی قوتیں آتے ہیں۔

غرض، $58.32 = 50 + 8 + \frac{3}{10} + \frac{2}{100}$

$= 5\times10 + 8\times1 + 3\times\frac{1}{10} + 2\times\frac{1}{100}$

$= 5\times10^{1} + 8\times10^{0} + 3\times10^{1} + 2\times10^{2}$

1.9.4 قوت نماؤں کے اصول (Laws of Exponents)

چند بنیادی تصورات سے **قوت نماؤں کے اصولیں** وجود میں آتے ہیں۔ یہ **قوت نما** ظاہر کرتی ہے کہ ضرب میں اس عدد کو ہم کتنی مرتبہ استعمال کئے ہیں۔ ایک **منفی** قوت نما ہمیں تقسیم کی صلاح دیتی ہے، چونکہ ضرب کی ضد تقسیم ہے۔

♦ ضرب کا اصول :

اس اصول کے تحت، جب یکساں قاعدے دو قوتوں کو جمع کرتے ہیں تو ہم قوت نماؤں کو جمع کر سکتے ہیں۔ یعنی،

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

جہاں $a\ (a\neq0)$، m، n سالم اعداد ہیں، غور کیجئے کہ دونوں مقداروں میں قاعدے یکساں ہونا چاہئے۔

مثالیں:

a)	$2^{3\times2}$ نہیں ہے ($8\times4 = 32$ کے مطلب پر غور کریں کہ کیا یہ)
b)	$(-2)^{-4}\times(-2)^{-3} = (-2)^{(-4)+(-3)} = (-2)^{-7}$ (یا) $(-2)^{-4}\times(-2)^{-3} = \frac{1}{(-2)^4}\times\frac{1}{(-2)^3} = \frac{1}{(-2)^4\times(-2)^3} = \frac{1}{(-2)^{4+3}} = \frac{1}{(-2)^7} = (-2)^{-7}$
c)	$(-5)^3\times(-5)^{-3} = (-5)^{3-3}$ اصول سے اور $= (-5)^0 = 1$

♦ خارج قسمت کا اصول :

یہ اصول بتاتا ہے کہ قوت نماؤں کے تفریق کے ذریعے سے ہم یکساں قاعدے والے دو قوتوں کو تقسیم کر سکتے ہیں۔

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

جہاں a، $(a\neq0)$، m، n سالم اعداد ہیں۔ غور کریں کہ دونوں مقداروں میں قاعدے یکساں ہونا چاہئے۔

یہ کیسے ہوتا ہے؟ ذیل کے مثالوں کا مطالعہ کیجئے۔

8th maths unit 1 numbers 2
Thursday, April 16, 2020 3:41:29 PM

مثالیں:

a)	$(-3)^3 = -27$ اور $\frac{(-3)^5}{(-3)^2} = (-3)^{5-2}$ خارج قسمت کے اصول سے (یا) $\frac{(-3)^5}{(-3)^2} = (-3)^5 \times (-3)^{-2} = (-3)^{5-2} = (-3)^3$ (یا) $\frac{(-3)^5}{(-3)^2} = \frac{(-3)\times(-3)\times(-3)\times(-3)\times(-3)}{(-3)\times(-3)} = (-3)\times(-3)\times(-3) = (-3^3)$
b)	$(-7)^2 = 49$ اور $\frac{(-7)^{100}}{(-7)^{98}} = (-7)^{100-98}$ خارج قسمت کے اصول سے (یا) $\frac{(-7)^{100}}{(-7)^{98}} = \frac{(-7)\times(-7)\times(-7)\times\ldots \text{مرتبہ}}{(-7)\times(-7)\times(-7)\times\ldots \text{مرتبہ}} = (-7)\times(-7) = 49$

♦ قوت کا اصول (Power Law)

قوت کا اصول یہ بیان کرتا ہے کہ قوت کے قوتوں کو صرف قوت نماؤں کو ضرب کرتے ہیں۔

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

جہاں $a (a\neq 0)$، m، n سالم اعداد ہیں۔

مثالیں: $[(-2)^3]^2 = (-2)^{3\times 2}$ اور $(-2)^6 = 64$ اصول سے

(یا)

$$[(-2)^3]^2 = [(-2)\times(-2)\times(-2)]^2 = [-8]^2 = 64$$

کوشش کیجئے

ذیل کے اصولوں (جیسا کہ ہم پہلے حل کئے) کی تصدیق کیجئے۔ یہاں، a، b غیر صفری سالم اعداد ہیں اور m, n کو سالم اعداد ہیں۔

1۔ یکساں قوت والوں کے خارج قسمت سے خارج قسمت کے قوت کا اصول $a^m \times b^m = (ab)^m$

2۔ یکساں قوت والوں کے حاصل ضرب سے حاصل ضرب کے قوت کا اصول $\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$

3۔ صفر کے قوت نما کا اصول $a^0 = 1$.

مثال 1.36

قیمت معلوم کیجئے۔ (i) 4^{-3} (ii) $\frac{1}{2^{-3}}$ (iii) $(-2)^5 \times (-2)^{-3}$ (iv) $\frac{3^2}{3^{-2}}$

حل :

(i) $4^{-3} = \frac{1}{4^3} = \frac{1}{4\times 4\times 4} = \frac{1}{64}$ (ii) $\frac{1}{2^{-3}} = 2^3 = 2\times 2\times 2 = 8$

8th maths unit 1 numbers 2
Thursday, April 16, 2020 3:41:30 PM

(iii) $(-2)^5 \times (-2)^{-3} = (-2)^{5-3} = (-2)^2 = -2 \times -2 = 4$ (iv) $\frac{3^2}{3^{-2}} = 3^2 \times 3^2 = 9 \times 9 = 81$

مثال 1.37 مختصر کیجئے اور اپنے جواب کو قوت نما شکل میں لکھئے:

(i) $(3^5 \div 3^8)^5 \times 3^{-5}$ (ii) $(-3)^4 \times \left(\frac{5}{3}\right)^4$

حل :

(i) $\left(\frac{3^5}{3^8}\right)^5 \times 3^{-5} = (3^{5-8})^5 \times 3^{-5} = (3^{-3})^5 \times 3^{-5} = 3^{-3\times5} \times 3^{-5} = 3^{-15} \times 3^{-5} = 3^{-15-5} = 3^{-20}$

(ii) $(-3)^4 \times \left(\frac{5}{3}\right)^4 = 3^4 \times \frac{5^4}{3^4} = 5^4$

مثال 1.38 x معلوم کیجئے اس طرح سے کہ $(-7)^{x+2} \times (-7)^5 = (-7)^{10}$ ہو۔

حل :

$$(-7)^{x+2} \times (-7)^5 = (-7)^{10}$$

$$(-7)^{x+2+5} = (-7)^{10}$$

چونکہ قاعدے مساوی ہیں، ہم قیمت حاصل کرنے کے لئے قوت نماؤں کی مساوات بناتے ہیں۔

$$x + 7 = 10$$

$$\Rightarrow x = 10 - 7 = 3$$

1.9.5 معیاری شکل اور سائنسی ترقیم: (Standard Form and Scientific Notation)

کسی عدد کا معیاری ترقیم صرف وہ عدد ہے جیسا کہ ہم عام طور پر اسے لکھتے ہیں۔ ہر ہندسہ کی قیمت کو بتانے کیلئے ہم توسیعی ترقیم استعمال کرتے ہیں یعنی، ہر ایک ہندسے کو ٹھیک ٹھیک ان کے جوڑ والے مقامی قیمتوں (جیسے اکائی، دس، سو وغیرہ) سے ضرب دے کر ان کے حاصل جمع کی طرح سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ مثال کے طور پر 195 کو معیاری شکل میں اس طرح لکھا جاتا ہے۔

اس کو اس طرح پھیلا کر . $195 = 1 \times 100 + 9 \times 10 + 5 \times 1$

خلاء باز، حیاتیات دان، انجینئر، طبیعیات دان اور دوسرے بہت سارے ماہرین ان مقداروں کو استعمال کرتے ہیں، جن کی پیمائشوں کے لئے بہت چھوٹے اور بہت بڑے اعداد کی ضرورت ہوتی ہے۔ اگر وہ ان اعداد کو معیاری شکل میں لکھیں، تو دوسروں کو سمجھنے میں اور حساب کرنے میں مدد نہیں مل سکتی۔ انہیں حل کرنے کے لئے سائنسی ترقیم ایک آسان طریقہ ہے۔

کسی عدد کو سائنسی ترقیم میں ایک عدد (سالم عدد یا عشری عدد) اور ایک $S \times 10^a$ کی قوت کے حاصل ضرب کی طرح سے دیا جاتا ہے۔ S اعشاریہ کو ہم آگے پیچھے کرتے ہیں جب تک ایک عدد 1 اور 10 کے درمیان حاصل نہ ہو جائے۔ پھر ہم ایک دس کے قوت کو جمع کرتے ہیں جو یہ بتاتا ہے کہ تم نے کتنے ہندسے اعشاریہ کو آگے یا پیچھے ہٹایا ہے۔

8th maths unit 1 numbers 2
Thursday, April 16, 2020 3:41:30 PM

مثالیں:

معیاری شکل	سائنسی شکل	معیاری شکل	سائنسی شکل
0.00123	1.23×10^{-3}	123	1.23×10^{2}
0.0123	1.23×10^{-2}	1230	1.23×10^{3}
0.123	1.23×10^{-1}	12300	1.23×10^{4}
1.23	1.23×10^{0}	123000	1.23×10^{5}
12.3	1.23×10^{1}	1230000	1.23×10^{6}

چند اور مثالیں:

(a) زمین کا قطر 127560000 میل ہے۔ اس عدد کی سائنسی شکل 1.2756×10^{7} میل ہے۔

(b) سیارہ مشتری کا حجم تقریباً $143,300,000,000,000\, km^3$ ہے۔ اس کو سائنسی شکل میں $1.433 \times 10^{14}\, km^3$ کہتے ہیں۔

(c) ایک بیکٹر یا کی جسامت $0.00000085\, mn$ ہے۔اس جسامت کو سائنسی شکل میں $8.5 \times 10^{-7}\, mn$ کی طرح آسانی سے ظاہر کر سکتے ہیں۔

غور کیجئے

1۔ 1.3×10^{12} میں ایک **مثبت** قوت نما ایک بہت بڑے عدد کو ظاہر کرتا ہے۔

2۔ 7.89×10^{-21} میں **منفی** قوت نما ایک بہت چھوٹے عدد کو ظاہر کرتا ہے۔

مثال 1.39 سائنسی ترقیم کو ملایئے۔ (i) $\left(7 \times 10^{2}\right)\left(5.2 \times 10^{7}\right)$ (ii) $\left(3.7 \times 10^{-5}\right)\left(2 \times 10^{-3}\right)$

حل :

(i) $\left(7 \times 10^{2}\right)\left(5.2 \times 10^{7}\right) = 36.4 \times 10^{9} = 3.64 \times 10^{10}$

(ii) $\left(3.7 \times 10^{-5}\right)\left(2 \times 10^{-3}\right) = 7.4 \times 10^{-8}$

مثال 1.40 درج ذیل سائنسی ترقیموں کو معیاری شکل میں لکھئے:

(i) 2.27×10^{-4}

(ii) روشنی 1.86×10^{5} میل فی سکنڈ کی رفتار سے سفر کرتی ہے۔

حل :

(i) $2.27 \times 10^{-4} = 0.000227.$

(ii) روشنی 1.86×10^{5} = 186000 میل فی سکنڈ کی رفتار سے سفر کرتی ہے۔

کوشش کیجئے

1۔ معیاری شکل میں لکھئے: یورینس سیارہ کی کثافت 8.86×10^{25} kg ہے۔

2۔ سائنسی ترقیم میں لکھئے: (i) 0.000012005 (ii) 4312.345 (iii) 0.10524

(iv) سورج اور زحل سیارہ کا درمیانی فاصلہ 1.4335×10^{12} میل ہے۔

8th maths unit 1 numbers 2
Thursday, April 16, 2020 3:41:31 PM

مشق 1.6

1۔ خانہ پر کیجئے:

(i) $(-1)^{\text{جفت سالم عدد}}$ ..... ہے۔

(ii) a^0 کے لئے $a \neq 0$ کی قیمت ..... ہے۔

(iii) $4^{-3} \times 5^{-3} =$ _____.

(iv) $(-2)^{-7} =$ _____.

(v) $\left(-\frac{1}{3}\right)^{-5} =$ _____.

2۔ صحیح یا غلط بتایئے:

(i) اگر $8^x = \frac{1}{64}$ ہوتو x کی قیمت -2 ہے۔

(ii) $(256)^{\frac{-1}{4}} \times 4^2$ کی مختصر ترین شکل $\frac{1}{4}$ ہے۔

(iii) قوت کے اصول کو استعمال کرتے ہوئے $\left(3^7\right)^{-2} = 3^5$

(iv) 2×10^{-4} کی معیاری شکل 0.0002 ہے۔

(v) 123.456 کی سائنسی شکل 1.23456×10^{-2} ہے۔

3۔ جانچئے۔

(i) $\left(\frac{1}{2}\right)^3$ (ii) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-5}$ (iii) $\left(\frac{-5}{6}\right)^{-3}$ (iv) $\left(2^{-5} \times 2^7\right) \div 2^{-2}$ (v) $\left(2^{-1} \times 3^{-1}\right) \div 6^{-2}$

4۔ جانچئے۔

(i) $\left(\frac{2}{5}\right)^4 \times \left(\frac{5}{2}\right)^{-2}$ (ii) $\left(\frac{4}{5}\right)^{-2} \div \left(\frac{4}{5}\right)^{-3}$ (iii) $2^7 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$

5۔ جانچئے۔

(i) $\left(5^0 + 6^{-1}\right) \times 3^2$ (ii) $\left(2^{-1} + 3^{-1}\right) \div 6^{-1}$ (iii) $\left(3^{-1} + 4^{-2} + 5^{-3}\right)^0$

6۔ مختصر کیجئے۔

(i) $(3^2)^3 \times (2 \times 3^5)^{-2} \times (18)^2$ (ii) $\frac{9^2 \times 7^3 \times 2^5}{84^3}$ (iii) $\frac{2^8 \times 2187}{3^5 \times 32}$

7۔ x کی قیمت معلوم کیجئے۔

(i) $\frac{2^{2x-1}}{2^{x+2}} = 4$ (ii) $\frac{5^5 \times 5^{-4} \times 5^x}{5^{12}} = 5^{-5}$

8۔ قوت نماؤں کو استعمال کر کے پھیلایئے۔

(i) 6054.321 (ii) 897.14

9۔ درج ذیل توسیعات کے لئے معیاری شکل میں عدد معلوم کیجئے۔

(i) $8 \times 10^4 + 7 \times 10^3 + 6 \times 10^2 + 5 \times 10^1 + 2 \times 1 + 4 \times 10^{-2} + 7 \times 10^{-1}$

(ii) $5 \times 10^3 + 5 \times 10^1 + 5 \times 10^{-1} + 5 \times 10^{-3}$

(iii) ہائیڈروجن کے عنصر کا نصف قطر $2.5 \times 10^{-11} m$ ہے۔ اس عدد کو معیاری ترقیم میں ظاہر کیجئے۔

10۔ ذیل کے اعداد کو سائنسی ترقیم میں لکھئے۔

(i) 467800000000 (ii) 0.000001972 (iii) 1642.398

(iv) زمین کا حجم تقریباً 1,083,000,000,000 مکعب کلومیٹر ہے۔

(v) اگر ایک بکیٹ میں کوڑا ہے، زمین کا وہ حصہ جہاں وہ بکیٹ ہے وہ 0.00000000000000000000016 kg ہوگا۔

8th maths unit 1 numbers 2
Thursday, April 16, 2020 3:41:31 PM

Objective Type Questions معروضی سوالات

11۔ $(-4)^{-1}$ سے کونسے عدد کو ضرب دینے پر حاصل ضرب 10^{-1} بنتا ہے ؟

(A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{-2}{5}$ (C) $\frac{5}{2}$ (D) $\frac{-5}{2}$

12۔ $(-2)^{-3} \times (-2)^{-2} =$ _____.

(A) $\frac{-1}{32}$ (B) $\frac{1}{32}$ (C) 32 (D) 32

13۔ ان میں سے کونسا صحیح نہیں ہے ؟

(A) $\left(\frac{-1}{4}\right)^2 = 4^{-2}$ (B) $\left(\frac{-1}{4}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^4$ (C) $\left(\frac{-1}{4}\right)^2 = 16^{-1}$ (D) $-\left(\frac{1}{4}\right)^2 = 16^{-1}$

14۔ اگر $\frac{10^x}{10^{-3}} = 10^9$ ہوتو، x کی قیمت ..... ہے۔

(A)4 (B) 5 (C) 6 (D) 7

15۔ 0.0000000002020 کی سائنسی شکل یہ ہے۔

(A) 2.02×10^9 (B) 2.02×10^{-9} (C) 2.02×10^{-8} (D) 2.02×10^{-10}

مشق 1.7

Miscellaneous Practice Problems متفرق مشقی سوالات



1۔ اگر ایک سیب کے ڈبے کا $\frac{3}{4}$ حصہ کا وزن 3 کلوگرام اور 225 گرام ہے تو مکمل سیب کے ڈبے کا وزن کیا ہوگا؟

2۔ مریم $3\frac{4}{5}$ لیٹر گنجائش (Capacity) والا ایک پانی کا جگ خریدتی ہے، اگر وہ دوسرا جگ خریدتی ہے جو $2\frac{2}{3}$ گنا بڑا ہے چھوٹے جگ سے تو بڑے جگ میں کتنے لیٹر پانی سما سکتا ہے۔

3۔ امتیاز $\frac{25}{8}$ اور $\frac{16}{15}$ کو ضرب دینے پر کہتا ہے کہ حاصل ضرب کی مختصر ترین شکل $\frac{10}{3}$ ہے اور اسلم کہتا ہے کہ جواب کی مختصر ترین شکل $3\frac{1}{3}$ ہے۔ کون صحیح ہے؟ (یا) کیا دونوں صحیح ہیں؟ وضاحت کیجئے۔

4۔ کمرے کی لمبائی معلوم کیجئے جس کا رقبہ $\frac{153}{10}$ مربع میٹر اور اس کی چوڑائی $2\frac{11}{20}$ میٹر ہے۔

5۔ ایک لیڈر کی تصویر جو مربع کی شکل میں ہے، اس کا رقبہ 4489 cm^2 ہے۔ اگر ہر ضلع میں 2cm کا بارڈر ہے تو اس کا رقبہ کیا ہوگا؟

6۔ ایک مبارک بادی کارڈ کا رقبہ 90cm^2 ہے۔ اس کے ضلع کی لمبائی کن دو صحیح اعداد کے درمیان ہوگی؟

7۔ 225 مربعی شکل کے پتھر (mosaics)، ہر ایک کا رقبہ 1 مربع ڈسی میٹر ہے جو ٹھیک ایک مربع شکل کے برآمد کو گھیرتا ہے؟ مربعی شکل کے برآمد کے ہر ضلع کی لمبائی کیا ہوگی؟

8۔ اگر $\sqrt[3]{1906624} \times \sqrt{x} = 3100$, ہوتو x معلوم کیجئے۔

9۔ اگر $2^{m-1} + 2^{m+1} = 640$, ہوتو m معلوم کیجئے۔

8th maths unit 1 numbers 2
Thursday, April 16, 2020 3:41:32 PM

10۔ سائنسی ترقیم میں جواب دیجئے۔ ایک انسانی دل کی اوسطاً دھڑکن 80 مرتبہ فی منٹ ہے تو یہ کتنی مرتبہ دھڑکے گا؟
(i) ایک گھنٹے میں (ii) ایک دن میں (iii) ایک سال میں (iv) 100 سالوں میں

تقابلی سوالات (Challenging problems)

11۔ ایک نقشہ (Map) میں، اگر 1 انچ 120 کلومیٹر ظاہر کرتا ہو تو شہر B اور C کا درمیانی فاصلہ معلوم کیجئے، جو شہر A سے $4\frac{1}{6}$ انچ اور $3\frac{1}{3}$ انچ کے فاصلے پر ہیں۔ شہر A، شہر B اور شہر C کے درمیان واقع ہے۔

12۔ ایک مثال لیں اور ذیل کے ہر بیان کے لئے تصدیق کیجئے
i۔ تمام غیر صفر ناطق اعداد کا مجموعہ تقسیم کے تحت شمولیت کی خاصیت رکھتا ہے۔
ii۔ ناطق اعداد میں تفریق کے لئے متبادلی خصوصیت نہیں ہے۔
iii۔ ناطق اعداد میں تقسیم کے لئے مربوطی خصوصیت نہیں ہے۔
iv۔ ناطق اعداد کے لئے ضرب کی، تفریق پر تقسیمی خصوصیت درست ہے۔ یعنی، $a(b-c) = ab - ac$
v۔ دو ناطق اعداد کا اوسط بھی ناطق عدد ہے۔ جو ان اعداد کے درمیان واقع ہے۔

13۔ اگر $\frac{1}{4}$ راگی کی روٹی کا وزن 120 گرام ہے۔ اسی قسم کے $\frac{2}{3}$ راگی کی روٹی کا وزن کیا ہوگا؟

14۔ اگر $p + 2q = 18$ اور $pq = 40$ ہو تو $\frac{2}{p} + \frac{1}{q}$ معلوم کیجئے۔

15۔ اگر $5\frac{x}{5} \times 3\frac{3}{4} = 21.$ ہو تو x کی قیمت معلوم کیجئے۔

16۔ $\frac{1}{\left(\frac{10}{11}\right)}$ سے $\frac{\left(\frac{1}{10}\right)}{11}$ کتنا زیادہ ہے؟

17۔ 1536 فوجی طلباء کی ایک جماعت پریڈ میں ایک مربع شکل بنانا چاہئے۔ کیا یہ ممکن ہے؟

18۔ محسوب کیجئے : $\sqrt{286225}$ اور اسے $\sqrt{2862.25} + \sqrt{28.6225}$ کو محسوب کرنے میں استعمال کیجئے۔

19۔ مختصر کیجئے۔ $(3.769 \times 10^5) + (4.21 \times 10^5)$

20۔ ذیل کو چھوٹے سے بڑے تک ترتیب میں لکھئے۔ $16^{25}, 8^{100}, 3^{500}, 4^{400}, 2^{600}$

SUMMARY خلاصہ

- تمام اعداد کا مجموعہ جس کو $\frac{a}{b}$ کی شکل میں لکھا جاتا ہے۔ جس میں a اور b سالم اعداد ہیں اور $b \neq 0$ ہو تو ان کو ناطق اعداد کہتے ہیں۔
- تمام طبیعی اعداد، صحیح اعداد، سالم اعداد اور کسور، ناطق اعداد ہیں۔
- ہر ناطق عدد کو عددی خط پر ظاہر کیا جاسکتا ہے۔
- 0 نہ ہی مثبت اور نہ ہی منفی ناطق عدد ہے۔
- ایک ناطق عدد $\frac{a}{b}$ اس وقت معیاری شکل میں ہوگا، جب اس کا نسب نما b ایک مثبت سالم عدد، اور $HCF(a,b)=1$ ہو۔

8th maths unit 1 numbers 2
Thursday, April 16, 2020 3:41:32 PM

- دو ناطق اعداد کے درمیان لامحدود اعداد موجود ہیں۔
- دو ناطق اعداد کی تفریق اسی طرح سے ہے جس طرح پہلے عدد اور دوسرے عدد کے جمعی معکوس کو جمع کرنا ہے۔
- دو ناطق اعداد کی ضرب اسی طرح سے ہے جس طرح اس کے پہلے ناطق عدد کو اس کے دوسرے عدد کے مقلوب کے ساتھ ضرب کرنا ہے۔
- درج ذیل جدول ناطق اعداد ($\mathbb{Q}$) کی خصوصیات سے متعلق ہے۔

$\mathbb{Q}$	شمولیتی	متبادلی	مربوطی	تقسیم پر ضرب $+/-$
$+$	✓	✓	✓	✓
$-$	✓	×	×	✓
$\times$	✓	✓	✓	-
$\div$	×	×	×	-

- ناطق اعداد کے جمعی اور ضربی تماثل بالترتیب 0 اور 1 ہیں۔
- $\frac{a}{b}$ کا جمعی معکوس $\frac{-a}{b}$ ہے اور اس کا برعکس بھی۔
- ایک ناطق عدد $\frac{a}{b}$ کا مقلوب یا ضربی معکوس $\frac{b}{a}$ ہے۔ چونکہ $\frac{a}{b}\times\frac{b}{a}=1$ ہے۔
- ایک طبعی عدد n ایک مربع عدد کہلاتا ہے، اگر ہم ایک دوسرا طبعی عدد m معلوم کر سکتے ہیں اس طرح کہ $n = m^2$
- ایک عدد n کا جذر المربع $\sqrt{n}$ یا $n^{\frac{1}{2}}$ لکھا جاتا ہے، یہ ایک عدد ہے جو اسی عدد سے ضرب دینے پر n حاصل ہوتا ہے۔
- مربع عدد میں اولیٰ جزو ضربی کی تعداد، عدد کے اولیٰ اجزائے ضربی میں اس اولیٰ جزو ضربی کی تعداد کے دگنے کے مساوی ہے۔
- کوئی دو مثبت اعداد a اور b کے لئے ہمارے پاس

(i) $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\times\sqrt{b}$ اور (ii) $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\ (b\neq 0)$

- اگر تم ایک عدد کو اسی عدد سے ضرب دو اور پھر اسی عدد سے دوبارہ ضرب دو تو نتیجہ ایک مکعبی عدد حاصل ہوتا ہے۔
- ایک عدد کا جذر المکعب وہ عدد ہے جب اس عدد کو مکعب کیا جائے تو اصل عدد حاصل ہوتا ہے۔
- ایک جملہ جس میں چند اجزائے ضربی کے ضرب دہرانے کو ظاہر کرتا ہے، قوت کہلاتا ہے۔
- قوت نما ایک جزو ضربی کی طرح سے استعمال کردہ قاعدہ کی تعداد کو جوڑتا ہے
- قوت نما کے اصول (i) $a^m \times a^n = a^{m+n}$ (ii) $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ (iii) $(a^m)^n = a^{mn}$
- دوسرے نتائج (i) $a^0 = 1$ (ii) $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$ (iii) $a^m \times b^m = (ab)^m$ (iv) $\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$
- سائنسی ترقیم میں لکھنے کے لئے $S \times 10^n$ کی شکل کو اپنایئے، جہاں

S ایک 1 اور 10 کا درمیانی عدد ہے، مگر 10 نہیں اور a ایک سالم عدد ہے (مثبت یا منفی عدد)۔

8th maths unit 1 numbers 2
Thursday, April 16, 2020 3:41:33 PM

ICT CORNER

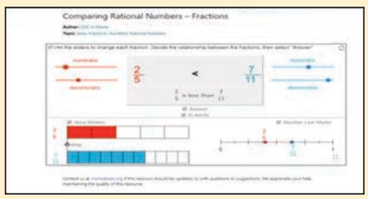
ICT کارنر

اس کارروائی کے ذریعہ تم ناطق اعداد کے بارے میں جان سکتے ہو،
حسابی اعمال کو ان پر اپنا کر ان کی خصوصیت کا مطالعہ کریں۔

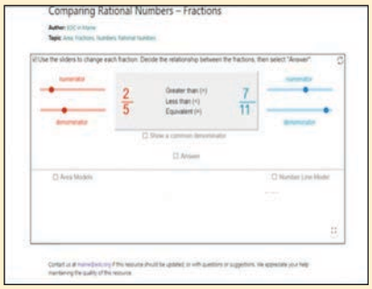
مرحلہ 1 براؤزر کھولئے اور www.Geogebra.com ٹائپ کیجئے یا نیچے دئے گئے QR کوڈ کو اسکین کیجئے۔

مرحلہ 2 سرچ کالم پر ناطق اعداد (Rational Numbers) کو ٹائپ کیجئے۔

مرحلہ 3 شمار کنندہ اور نسب نما کے سلائڈ کو حرکت دینے سے مختلف ناطق اعداد کو دیکھ سکتے ہیں اور عددی خط کے نمونوں پر Click کر کے عددی خط دیکھیں۔



4VPX3



Step 1



Step 2

Web URL rational numbers (rational number links)
Web URL https://www.geogebra.org/m/n92AKzBF#material/ca5D7VbZ
*Pictures are indicatives only.
*If browser requires, allow Flash Player or Java Script to load the page.

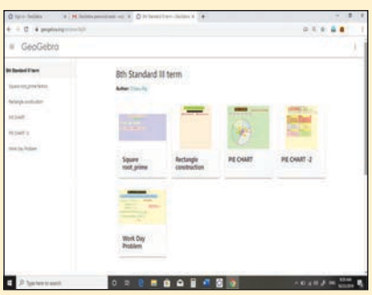
ICT CORNER

مطلوبہ نتیجہ



مرحلہ 1 براؤزر کھولئے اور نیچے دئے گئے URL لنک ٹائپ کیجئے۔
(یا) QR کوڈ کو اسکین کیجئے۔
8th Standard III term نامی Geogebra ورک شیٹ کھولئے۔ جذر المربع-اولی اجزاء ضربی
نامی شیٹ کا انتخاب کیجئے: Square root-Primefactors
مرحلہ 2 نئے حسابات پر کلک کر کے حسابات کی جانچ کیجئے۔

7W8MC



Step 1



Step 2

Browse in the link
Numbers:
https://www.geogebra.org/m/xmm5kj9r or Scan the QR Code.

8th maths unit 1 numbers 2
Thursday, April 16, 2020 3:41:35 PM



2 پیمائشیں

MEASUREMENTS

سیکھنے کے مقاصد:

- ایک دائرہ کے حصوں کو جاننا۔
- قوس کی لمبائی، رقبہ اور قطاع دائرہ کا محیط معلوم کرنا۔
- مربوط شکلوں کا رقبہ اور احاطہ محسوب کرنا۔
- 3 ابعادی (3–D) شکلوں کو 2-ابعادی شکلوں میں پیش کرنا۔
- مکعبوں سے 3–D اشیاء کے پیش کرنے کو سمجھنا۔

NK1H0

2.1 تعارف (Introduction)

''پیمائش کرنا'' ہر ایک کی روزمرہ زندگی میں ایک اہم جز ہے جیسے رسی کی لمبائی کو ناپنا۔ دو مقامات کا درمیانی فاصلہ، احاطہ معلوم کرنا، پلاٹ (Plot) اور زمین کا رقبہ دریافت کرنا، مخصوص پیمائش کے تحت ساختوں کو بنانا وغیرہ۔ یہ چند صورتیں ہیں جس میں پیمائش کے اصول استعمال ہوتے ہیں۔

یہ کہا جاتا ہے کہ پہیہ (Wheel) انسان کی سب سے بڑی دریافت ہے۔ اس لئے پہیہ کو ''**ایجادات کا گہوارہ**'' (Cradle of invention) کہا جاتا ہے۔ ایک پہیہ کی شکل کیا ہے؟ کیا یہ دائرہ کی شکل کا ہے؟ دائرہ کے علاوہ ہم مختلف شکلیں جیسے مثلثیں، مربعے، مستطیلیں وغیرہ دیکھ سکتے ہیں۔

پیمائشیں ہر ایک کی زندگی میں ایک اہم رول ادا کرتی ہیں۔ اسکولوں میں باقاعدہ ریاضی سیکھنے والے ہی نہیں بلکہ ایک عام آدمی بھی ضرورت پڑنے پر ریاضی کے اصولوں کو استعمال کرتا ہے۔ مثال کے طور پر ایک بڑھئی مندر کی گاڑی کے لکڑی کے پہیوں سے اندورنی حصہ کو کاٹ کر نکالتا ہے۔ بڑھئی اپنے تجربے سے کہتا ہے کہ 22 فٹ گاڑی کے لئے 7 فٹ اونچائی (قطر) والا پہیہ درکار ہے۔

روزمرہ زندگی کے حسابات	حقیقی زندگی میں محیط اور رقبہ
	
قطاع دائروں کو استعمال کر کے کھانے کے میز (Dining table) تیار کئے جاتے ہیں۔	عمارتوں کی تعمیر میں مربوط شکلیں استعمال ہوتے ہیں۔

8th maths unit 2 measurements
Thursday, April 16, 2020 3:43:34 PM

ہم پہلے ہی شکلیں جیسے دائرے، مثلثیں، مربعے، مستطیلیں، منحرفوں، متوازی الاضلاع وغیرہ کے رقبے اور احاطوں کو کس طرح معلوم کیا جاتا ہے، اس کو سیکھ چکے ہیں۔ اس باب میں ہم ایک دائرہ کے حصوں کو دیکھیں گے اور قطاع دائرہ کا احاطہ اور رقبہ کو کس طرح معلوم کیا جاتا ہے اور اسی طرح بعض مربوط شکلوں کے بارے میں جانیں گے۔

اعادہ Recap

استاد، طلباء سے 7 سم نصف قطر والے دائرہ کا رقبہ معلوم کرنے کو کہتے ہیں۔ بہت سارے طلباء نے طریقہ 1 کی طرح اس کو حل کیا، لیکن تھوڑے طلباء نے طریقہ 2 کی طرح حل کیا۔

طریقہ 1	طریقہ 2
دائرے کا رقبہ $A = \pi r^2$ مربع اکائیاں $= \frac{22}{7} \times 7 \times 7$ $= 154\ sq.cm$	دائرے کا رقبہ $A = \pi r^2$ مربع اکائیاں $= 3.14 \times 7 \times 7$ $= 153.86\ sq.cm$



1۔ $\frac{22}{7}$ اور 3.14 ناطق اعداد ہیں۔
کیا π ایک ناطق عدد ہے؟ کیوں؟
2۔ π کا دن کب منایا جاتا ہے؟ کیوں؟

اس کے بعد انہوں نے ذیل کی گفتگو کی۔

اسماء : ان دونوں جوابات میں سے کون سا جواب صحیح ہے استاد؟

استاد : تقریباً دونوں جوابات صحیح ہیں۔

اسماء : ایک ہی سوال کے لئے ہمیں دو جوابات حاصل ہوئے ہیں۔ یہ کس طرح ممکن ہے استاد ؟

استاد : درحقیقت ہم اس کا حل ٹھیک مربع اکائیاں $\pi \times 7 \times 7 = 49\pi$ کی طرح کر سکتے ہیں۔

نافعہ : جب ہم مربع، مستطیل، وغیرہ کا رقبہ معلوم کرتے ہیں تو ہم تمام ایک ہی مخصوص جواب حاصل کرتے ہیں لیکن کیوں دائرہ کا رقبہ کا جواب ایک نہیں ہوتا؟

استاد : π کی قیمت کیا ہے؟

نافعہ : π کی قیمت $\frac{22}{7}$ یا 3.14 ہے۔

استاد : دراصل π کی ٹھیک قیمت نہ ہی $\frac{22}{7}$ ہے اور نہ ہی یا 3.14 ہے بلکہ یہ تقریبی قیمت ہے ۔

نافعہ : تو π کی ٹھیک قیمت کیا ہے؟

استاد : π جب کہ ایک مستقل ہے۔ یہ ایک غیر اختیام پذیر اور غیر متوالی عشری عدد ہے۔ اس لئے ہم ٹھیک قیمت استعمال نہیں کر سکتے حسابات کو آسانی سے حل کرنے کے لئے ہم $\frac{22}{7}$ یا 3.14 تقریبی قیمت استعمال کرتے ہیں۔

نافعہ : کیا دائرے کا رقبہ ہمیشہ تقریبی قیمت رکھتا ہے؟

استاد : نہیں، یہ رقبہ کی ٹھیک قیمت ہے، جب تک کہ ہم π کی قیمت کی جگہ $\frac{22}{7}$ یا 3.14 درج نہ کریں۔

نافعہ : تو کیا اوپر کے ایک سوال کا جواب 49π مربع سم ٹھیک ہے۔
جب کہ مربع سم 154 اور مربع سم 153.86 تقریباً ٹھیک جواب ہے۔ کیا میں نے ٹھیک کہا ہے؟

استاد : ہاں تم نے ٹھیک کہا نافعہ۔

8th maths unit 2 measurements
Thursday, April 16, 2020 3:43:34 PM

کیا تم جانتے ہو؟

ایک دائرہ کا محیط $2\pi r$ اکائیاں ہے۔جس کو $\pi\ d$ units کے طور پر بھی لکھا جاتا ہے۔ جیسا کہ $\pi=3.14$ (تقریباً) ہے اور یہ 3 سے تھوڑا زیادہ ہے۔فوراً قیاس کرنے کے لئے، ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ ایک دائرہ جس کا قطر d اکائیاں ہو تو اس کا محیط قطر سے تین گنا سے تھوڑا زیادہ ہوگا۔



مثال کے طور پر :

(i) اگر ایک گول میز جس کا قطر 3 فٹ ہے جس کے اطراف پھول کے مالے سے سجایا جاتا ہے تو اس کو سجانے کے لئے 9 فٹ سے تھوڑا زیادہ پھول کا مالا چاہئے۔

2.2 ایک دائرے کے حصے (Parts of a Circle)

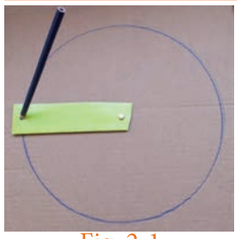


Fig. 2.1

دائرہ ایک راستہ ہے جو ایک متحرک نقطہ سے کھینچا جاتا ہے۔ثابت نقطہ (*fixed Point*) سے اس کا فاصلہ ہمیشہ مستقل ہوتا ہے۔ ثابت نقطہ دائرے کا **مرکز** کہلاتا ہے اور مستقل فاصلہ دائرے کا **نصف قطر** کہلاتا ہے۔

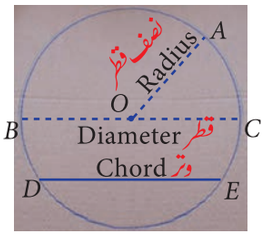


Fig. 2.2

دائرے پر کوئی دو نقاط کو ملانے والی قطاع خط کو **وتر** (*Chord*) کہتے ہیں۔وتر دائرے کو دو حصوں میں تقسیم کرتا ہے۔وتر جو دائرے کے مرکز سے گذرتا ہے، **قطر** کہلاتا ہے۔قطر دائرے کو دو مساوی حصوں میں تقسیم کرتا ہے۔یہ دائرے کا سب سے بڑا وتر ہے۔

کارروائی 2

1. ایک چوڑی (*Bangle*) کے استعمال سے کاغذ پر دائرہ بنائے اور اس کو کاٹئے۔اس کے بعد اس پر کوئی دو نقاط A اور B نشان کیجئے۔نقاط A اور B کے ذریعہ دائرے کو تہہ کریں۔اس طرح بننے والی قطاع خط، وتر کو ظاہر کرتی ہے۔
2. کاغذ تہہ کرنے کے ذریعہ، دو قطریں اور دائرہ کا مرکز معلوم کیجئے۔
3. جانچئے کہ دائرہ کا قطر اس کے نصف قطر کا دگنا ہے۔

2.2.1 مدور قوس اور مدور قطاع دائرہ Circular Arc and Circular Sector



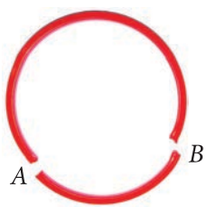


Fig. 2.3

خاکہ 2.3 میں دئے گئے کانچ کی چوڑی اور پیزا پر غور کیجئے۔

جب کہ دونوں مدور شکلیں ہیں، ہم نے یہ سمجھا کہ چوڑی دائرہ کے سرحد کو ظاہر کرتا ہے جب کہ پیزا (Pizza) دائرہ کے سرحد کے اندرونی حصہ کو ظاہر کرتا ہے۔

چنانچہ یہ واضح ہوتا ہے کہ چوڑی دائرہ کے محیط کو ظاہر کرتا ہے جب کہ پیزا دائرہ کے رقبہ کو ظاہر کرتا ہے۔ ان سے ایک حصہ کاٹئے جیسا کہ خاکہ 2.4 میں دیکھایا گیا ہے۔



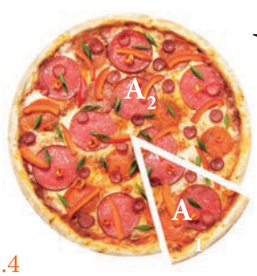


Fig. 2.4

کانچ کی چوڑی کے ٹکڑوں کا ہر حصہ مدور قوسوں کو ظاہر کرتا ہے، یہاں، قوس $\overset{\frown}{AB}$ (AB) اور قوس $\overset{\frown}{BA}$ (BA) بڑا قوس ہے۔ پیزا کا ہر حصہ مدور قطاع دائروں کو ظاہر کرتے ہیں۔ یہاں A_1 قطاع صغیر اور A_2 قطاع کبیر ہے۔

8th maths unit 2 measurements
Thursday, April 16, 2020 3:43:35 PM

- دائرے کے محیط کا ایک حصہ کو ایک **مدورقوس** کہتے ہیں۔
- دائرے کا وہ خطہ جو کسی مدورقوس اور دو نصف قطروں کے درمیان بند کیا گیا ہو اس کو **قطاع دائرہ (Sector)** کہتے ہیں۔
- دائرہ کا ہر حصہ جو وتر (Chord) سے تقسیم کیا گیا ہے۔ دائرہ کا **قطعہ (Segment)** کہلاتا ہے۔

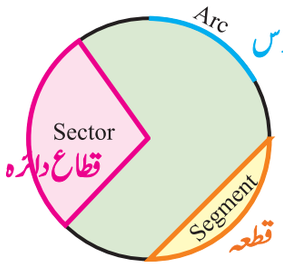


Fig. 2.5

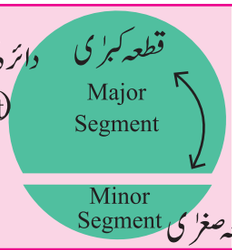
ذرا سوچیے:

دیے گئے مدور شکل کو چھ مساوی حصوں میں تقسیم کیا گیا ہے۔ کیا ہم ان مساوی حصوں کو قطاع دائرے کہہ سکتے ہیں؟ کیوں؟


Fig. 2.6

غور کیجیے:

دائرہ کا حصہ جو چھوٹا قوس رکھتا ہے۔ قطعہ صغریٰ (minor Segment) کہلاتا ہے اور جو حصہ بڑا قوس رکھتا ہے قطعہ کبریٰ (major Segment) کہلاتا ہے۔



مرکزی زاویہ (Central Angle)

دائرے کے مرکز سے بننے والے قطاع دائرے کو **مرکزی زاویہ** کہتے ہیں۔ قطاع دائرے کے مرکزی زاویہ کا راس ہی دائرہ کا مرکز ہے۔ اس کے دو بازو نصف قطریں (radii) ہیں۔ خاکہ 2.7 میں سیاہ کردہ قطاع دائرہ کا مرکزی زاویہ $\angle AOB = \theta^\circ$ ہے۔ (اس کو theta پڑھا جاتا ہے) اور اس کے دو بازو OA اور OB دائرے کے نصف قطر ہیں۔

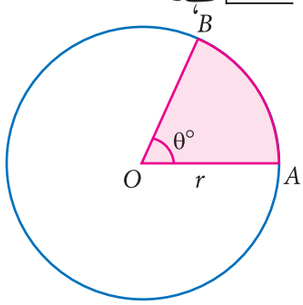


Fig. 2.7

ایک دائرہ کا مرکزی زاویہ 360° ہے۔ اگر ایک دائرہ کو n مساوی قطاع دائروں میں تقسیم کرتے ہیں تو ہر قطاع دائرہ کا مرکزی زاویہ $\theta^\circ = \frac{360^\circ}{n}$ ہے۔

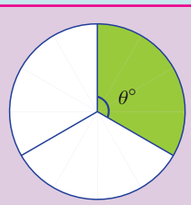
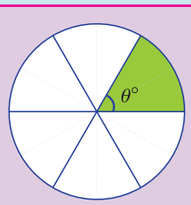
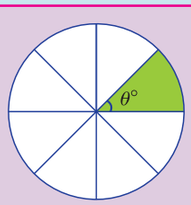
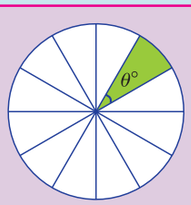
مثال کے طور پر،

نصف دائرہ کا مرکزی زاویہ $= \frac{360^\circ}{2} = 180^\circ$

ربع دائرہ کا مرکزی زاویہ $= \frac{360^\circ}{4} = 90^\circ$

کوشش کیجیے:

سیادہ کردہ قطاع دائرہ کا مرکزی زاویہ کو بھرتی کیجیے۔ ہر دائرہ کو مساوی قطاع دائروں میں تقسیم کیا گیا ہے۔

قطاع دائرے Sectors				
مرکزی زاویہ $\theta^\circ \left(= \frac{360^\circ}{n}\right)$	$\theta^\circ = 120^\circ$			

8 Maths UM 20-21 final 59
Thursday, January 19, 2023 12:41:09 PM

2.2.2 قطاع دائرہ کے قوس کی لمبائی اور رقبہ

Length of the arc and Area of the sector

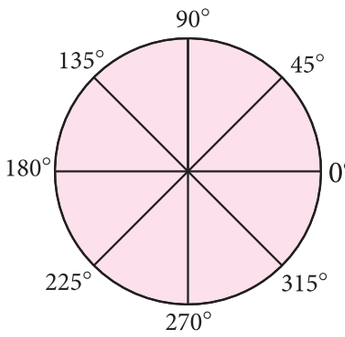


Fig. 2.8

ہم پہلے جانتے ہیں کہ دائرہ کا نصف قطر ''r'' اکائیاں ہو تو

مرکزی زاویہ $= 360°$

دائرہ کا محیط $= 2\pi r$ اکائیاں

دائرہ کا رقبہ $= \pi r^2$ مربع اکائیاں

چلئے اب ہم پہلے نصف دائرہ کو لیتے ہیں۔ اگر دائرہ کو دو مساوی قطاع دائروں میں تقسیم کرتے ہیں تو ہمیں دو نصف دائرے حاصل ہوتے ہیں۔ نصف دائرہ کی قوس کی لمبائی، دائرہ کے محیط کا نصف ہے۔

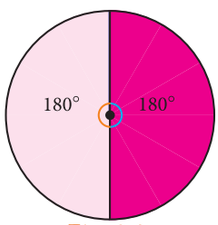


Fig. 2.9

$\therefore$ نصف مدور قوس کی لمبائی $= \frac{1}{2} \times 2\pi r = \frac{180^\circ}{360^\circ} \times 2\pi r \ units.$

نصف دائرہ کا رقبہ $= \frac{1}{2} \times \pi r^2 = \frac{180^\circ}{360^\circ} \times \pi r^2 \ sq.units.$

اب، اگر ایک دائرہ کو تین مساوی قطاع دائروں میں تقسیم کرتے ہیں تو

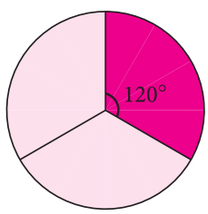


Fig. 2.10

اس قطاع دائرے کی قوس کی لمبائی $= \frac{1}{3} \times 2\pi r = \frac{120^\circ}{360^\circ} \times 2\pi r \ \ units$

قطاع دائرہ کا رقبہ $= \frac{1}{3} \times \pi r^2 = \frac{120^\circ}{360^\circ} \times \pi r^2 \ \ sq. \ units.$

اسی طریقہ سے، اگر ایک دائرہ کو چار مساوی قطاع دائروں میں تقسیم کرتے ہیں تو

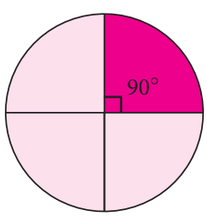


Fig. 2.11

$\therefore$ مدور ربع کے قوس کی لمبائی $= \frac{1}{4} \times 2\pi r = \frac{90^\circ}{360^\circ} \times 2\pi r \ units.$

ربع دائرہ کا رقبہ $= \frac{1}{4} \times \pi r^2 = \frac{90^\circ}{360^\circ} \times \pi r^2 \ \ sq.units$

اگر قطاع دائرہ کے مرکزی زاویہ سے دائرہ کے مرکزی زاویہ کی نسبت کے دائرے کے محیط اور رقبہ سے ضرب دینے سے بالترتیب ہم اس قطاع دائرہ کی قوس کی لمبائی اور رقبہ کو معلوم کر سکتے ہیں۔

یعنی، اگر ہم فرض کریں کہ قطاع دائرہ کا نصف قطر r اکائیاں اور مرکزی زاویہ $\theta°$ ہو تو $360°$ سے $\theta°$ کا مرکزی زاویہ کی نسبت $\frac{\theta^\circ}{360^\circ}$ ہے۔

قوس کی لمبائی $l = \frac{\theta^\circ}{360^\circ} \times 2\pi r$ اکائیاں

قطاع دائرہ کا رقبہ $A = \frac{\theta^\circ}{360^\circ} \times \pi r^2$ مربع اکائیاں

$\frac{1}{2}$، $\frac{1}{3}$ اور $\frac{1}{4}$ سے ضرب کرنے کے بجائے ہم $\frac{180^\circ}{360^\circ}$، $\frac{120^\circ}{360^\circ}$ اور $\frac{90^\circ}{360^\circ}$ کے ساتھ بالترتیب ضرب کریں گے۔ کیوں؟

8th maths unit 2 measurements
Thursday, April 16, 2020 3:43:36 PM

غور کیجئے:

1 اگر نصف قطر 'r'. اکائیاں رکھنے والے دائرہ کو n مساوی قطاع دائروں میں تقسیم کرتے ہیں تو

ہر قطاع دائرہ کی قوس کی لمبائی $= \frac{1}{n} \times 2\pi r \ units$

اور

ہر قطاع دائرہ کا رقبہ $= \frac{1}{n} \times \pi r^2 \ sq.units$

2. قطاع دائرہ کا رقبہ کو اس طرح بھی اخذ کرتے ہیں

$$= \frac{\theta^\circ}{360^\circ} \times \pi r^2$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{\theta^\circ}{360^\circ} \times 2\pi r\right) \times r$$

$$= \left(\frac{1}{2} \times l\right) \times r = \frac{lr}{2} \ sq.units$$

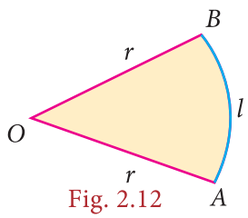


Fig. 2.12

2.2.3 قطاع دائرہ کا احاطہ Perimeter of a sector

ہم جانتے ہیں کہ، بند شکل کے تمام حدود کی لمبائیوں کا حاصل جمع ہی اس کا احاطہ ہے۔ قطاع دائرے کے حدود کیا ہوں گے؟ **دو نصف قطر** (OA اور OB) اور **ایک قوس** ($\overset{\frown}{AB}$) کی لمبائی ہے۔

∴ قطاع دائرہ کا احاطہ = دو نصف قطروں کی لمبائیاں + قوس کی لمبائی

$P = l + 2r$ اکائیاں

قطاع دائرہ کا احاطہ $P = l + 2r$ اکائیاں

کیا آپ جانتے ہیں؟

ریاضی کی تاریخ میں تمل قوم ہمیشہ ایک ممتاز مقام رکھتے ہیں۔ دائرہ کا رقبہ کس طرح معلوم کیا جاتا ہے اس کو ایک گانے کی شکل میں چند ہزار سال پہلے ہی درج کر چکے ہیں۔ اس کتاب کا عنوان (கணக்கதிகாரம்). " کنک کا دیکارم" ہے۔ وہ گانا ذیل میں درجہ ہے۔

"வட்டத்தரை கொண்டு விட்டத்தரை தாக்கச்
சட்டெனத் தோன்றும் குழி"

வட்டத்தரை آدھے محیط کو ظاہر کرتا ہے اور விட்டத்தரை آدھے قطر کو ظاہر کرتا ہے جو نصف قطر ہے اور குழி رقبہ کو ظاہر کرتا ہے۔ اس گانے میں تمل قوم نے یہ درج کیا ہے کہ اگر آدھے محیط کو آدھے قطر سے ضرب دینے پر دائرہ کا رقبہ محسوب کیا جاتا ہے۔

دائرہ کا رقبہ = வட்டத்தரை × விட்டத்தரை

$= \frac{1}{2}$ محیط کا $\times \frac{1}{2}$ قطر کا

$$= \left(\frac{1}{2} \times 2\pi r\right) \times r$$

∴ دائرہ کا رقبہ $A = \pi r^2$ مربع اکائیاں

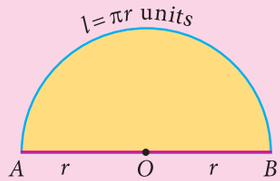
8th maths unit 2 measurements
Thursday, April 16, 2020 3:43:37 PM

غور کیجئے

1. نصف دائرہ کا احاطہ

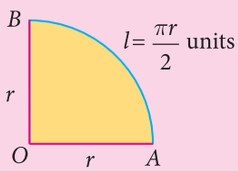
$P = l + 2r$ units

$= \pi r + 2r = (\pi + 2)r$ units



2. مدور ربع کا احاطہ

$P = l + 2r = \frac{\pi r}{2} + 2r = \left(\frac{\pi}{2} + 2\right) r$ units



مثال 2.1

ایک قطاع دائرے کا نصف قطر 21 سمر اور اس کا مرکزی زاویہ 120° ہے۔ معلوم کیجئے۔

(i) قوس کی لمبائی (ii) قطاع دائرہ کا رقبہ (iii) قطاع دائرہ کا احاطہ $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

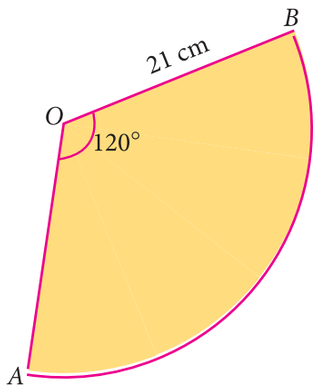


Fig. 2.13

حل:

(i) قوس کی لمبائی $l = \frac{\theta^\circ}{360^\circ} \times 2\pi r$ units

$= \frac{120^\circ}{360^\circ} \times 2 \times \pi \times 21$

$l = 44$ cm (تقریباً)

(ii) قطاع دائرہ کا رقبہ $A = \frac{\theta^\circ}{360^\circ} \times \pi r^2$

$= \frac{120^\circ}{360^\circ} \times \pi \times 21 \times 21$

قطاع دائرہ کا رقبہ $A = 462$ sq.cm (تقریباً)

(iii) قطاع دائرہ کا احاطہ $P = l + 2r$ units

$= 44 + 2 \times 21$

$= 44 + 42 = 86$ cm (تقریباً)

دوسرا طریقہ: قطاع دائرہ کا رقبہ

$A = \frac{lr}{2}$ sq.units

$= \frac{44 \times 21}{2}$

$A = 462$ cm^2 (تقریباً)

مثال 2.2

35 سمر نصف قطر والے ایک مدور شکل کے جمناسٹک کے حلقے کو 5 مساوی قوس کی شکل میں مختلف رنگوں میں تقسیم کیا گیا ہے۔ ہر قوس کی لمبائی معلوم کیجئے۔

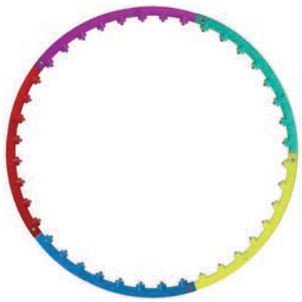


Fig. 2.14

حل:

ہر ایک قوس کی لمبائی $l = \frac{1}{n} \times 2\pi r$ units

$= \frac{1}{5} \times 2 \times \pi \times 35$

$l = 14\pi$ cm.

8th maths unit 2 measurements
Thursday, April 16, 2020 3:43:38 PM

مثال 2.3

ایک چکری جس کا نصف قطر 7.5 سمر ہے۔اس کو چھ مساوی قطاع دائروں میں تقسیم کرتے ہیں۔ ہر قطاع دائرہ کا رقبہ معلوم کیجئے۔



Fig. 2.15

حل: $n = 6$ $\quad r = 7.5$ سمر نصف قطر

ہر قطاع دائرہ کا رقبہ $A = \frac{1}{n} \times \pi r^2$

$= \frac{1}{6} \times \pi \times 7.5 \times 75$

$= 9.375\pi \ sq.\ cm$

مثال 2.4

کمال کے پاس دائرہ نما کھانے کی میز ہے جس کا نصف قطر 70 سمر ہے جب کہ جمال کے پاس مدور ربع نما کھانے کی میز ہے جس کا نصف قطر 140 سمر ہے۔کس کے کھانے کے میز کا رقبہ زیادہ ہے ؟ $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$


Fig. 2.16


Fig. 2.17

حل: کمال کے کھانے کی میز کا رقبہ $= \pi r^2 \ sq.\ units$

$= \frac{22}{7} \times 70 \times 70$

$A = 15400 \ sq.cm$ (تقریباً)

جمال کے مدور ربع نما کھانے کی میز کا رقبہ $= \frac{1}{4}\pi r^2 = \frac{1}{4} \times \frac{22}{7} \times 140 \times 140$

$A = 15400 \ sq.cm$ (تقریباً)

ہم نے معلوم کیا کہ دونوں کھانے کے میزوں کا رقبہ یکساں ہے

ذرا سوچئے



اگر دائرہ کے نصف قطر کو دگنا کیا جاتا ہے تو بننے والے نئے دائرہ کا رقبہ کیا ہوگا؟

مثال 2.5

چار مماثل (Identical) میڈلوں کو خاکہ 2.18 کی طرح دکھایا گیا ہے۔ ہر ایک میڈل کا قطر 7 سمر ہے۔ میڈلوں کے درمیان سیاہ کردہ حصہ کا رقبہ معلوم کیجئے۔ $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

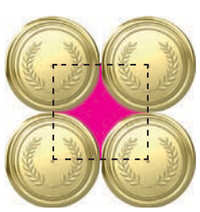


Fig. 2.18

8th maths unit 2 measurements
Thursday, April 16, 2020 3:43:38 PM

حل:

قطر $d = 7$ cm ؛ چنانچہ نصف قطر $(r) = \frac{7}{2}$ cm

سیاہ کردہ حصہ کا رقبہ = مربع کا رقبہ $- 4 \times$ مدور ربع کا رقبہ

$$= a^2 - 4 \times \frac{1}{4}\pi r^2$$

$$= (7 \times 7) - \left(4 \times \frac{1}{4} \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2}\right)$$

$$= 49 - 38.5 = 10.5$$ مربع سم (تقریباً)

مشق 2.1

1۔ خالی جگہ بھرتی کیجئے:

i۔ کسی دائرہ کا محیط اور قطر کا درمیانی نسبت ..... ہے۔

ii۔ دائرہ پر دو نقاط کو ملانے سے بننے والی قطاع خط ..... ہے۔

iii۔ دائرہ کا طویل ترین وتر ..... ہے۔

iv۔ دائرہ کا قطر 24 سم ہو تو نصف قطر ..... ہے۔

v۔ دائرہ کے محیط کا ایک حصہ .....کہلاتا ہے۔

2۔ جوڑ ملائیں:

i۔ دائرہ کا رقبہ - (a) $\frac{1}{4}\pi r^2$

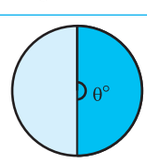
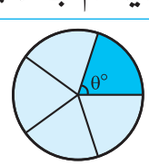
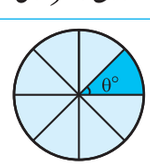
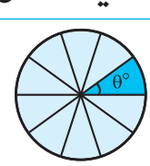
ii۔ دائرہ کا محیط - (b) $(\pi+2r)$

iii۔ قطاع دائرہ کا رقبہ - (c) πr^2

iv۔ نصف دائرہ کا محیط - (d) $2\pi r$

v۔ ربع دائرہ کا محیط - (e) $\frac{\theta^\circ}{360^\circ} \times \pi r^2$

3۔ سیاہ کردہ قطاع دائروں کا مرکزی زاویہ معلوم کیجئے (ہر دائرہ کو مساوی قطاع دائروں میں تقسیم کیا گیا ہے۔)

قطاع دائرے				
ہر قطاع دائرہ کا مرکزی زاویہ (θ°)				

4۔ قطاع دائرہ کے قوس کی لمبائی، رقبہ اور احاطہ معلوم کیجئے جس کی پیمائشیں درجہ ذیل ہیں ۔ $(\pi=3.14)$

(i) مرکزی زاویہ 45° , $r = 16$ cm (ii) مرکزی زاویہ 120°, $d = 12.6$ cm

5۔ درج ذیل میں دئے گئے پیمائشوں سے قطاع دائرہ کا رقبہ معلوم کیجئے۔

(i) قوس کی لمبائی $(l) = 48$ m , $r = 10$ m (ii) قوس کی لمبائی $(l) = 50$ cm , $r = 13.5$ cm

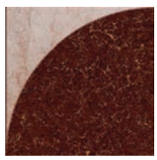
8th maths unit 2 measurements
Thursday, April 16, 2020 3:43:38 PM

6۔ ہر ایک قطاع دائرہ کا مرکزی زاویہ معلوم کیجئے جن کی پیمائشیں ذیل میں دی گئی ہیں۔ $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

(i) رقبہ $(A) = 462\ cm^2$, $r = 21cm$ (ii) قوس کی لمبائی $(l) = 44\ m$, $r = 35\ m$

7۔ 120 میٹر نصف قطر والے دائرہ کو 8 مساوی قطاع دائروں میں تقسیم کیا گیا ہے۔ ہر قطاع دائرہ کی قوس کی لمبائی معلوم کیجئے۔

8۔ 70 سمر نصف قطر والے دائرہ کو 5 مساوی قطاع دائروں میں تقسیم کیا گیا ہے۔ ہر قطاع دائرہ کی قوس کی لمبائی معلوم کیجئے۔



9۔ سلمان 30 سمر مربع نما ٹائل فرش پر نصب کرتا ہے اس ٹائل پر قطاع دائرہ کا ایک ڈیزائن ہے جیسا کہ خاکہ میں دکھایا گیا ہے۔ قطاع دائرہ کا رقبہ معلوم کیجئے۔ $(\pi = 3.14)$



10۔ ایک دائرہ 8 مساوی گرانائٹ پتھر سے بنا ہوا ہے جیسا کہ خاکہ میں دکھایا گیا ہے۔ ہر ایک کا نصف قطر 56 سمر اور مرکزی زاویہ 45° ہے۔ ہر گرانائٹ کا رقبہ معلوم کیجئے۔ $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

2.3 مربوط شکلیں: (Combined Shapes)

ہماری روزمرہ زندگی میں مختلف شکلوں کے اشیاء استعمال کرتے ہیں جیسے دائرہ، مثلث، مربع، مستطیل، معین وغیرہ۔ ہم ان کو علیحدہ علیحدہ طور پر یا دو یا تین سے زیادہ شکلوں سے مل کر بنے ہوئے شکل کا استعمال کرتے ہیں۔ مثال کے طور پر:

			
تجوری	دعوت نامہ	گھر کا نمونہ	شیشہ کی کھڑکی

اوپر کی شکلوں سے تم نے کیا غور کیا؟

شیشہ کی کھڑکی شکل مستطیل پر ایک نصف دائرہ رکھا ہوا ہے۔ جب کہ گھر کے نمونہ میں سامنے کی طرف رخ کرنے والی دیوار مربع پر ایک مثلث کو رکھنے کے مانند نظر آتی ہے۔

دعوت نامہ اور تجوری میں استعمال شدہ شکلوں کی فہرست بنائیں۔

دو یا دو سے زیادہ مسطح شکلوں کو مساوی پیمائش والے ضلع سے ایک دوسرے کو ملانے سے بننے والی نئی شکل کو **مربوط شکل** کہتے ہیں۔

2.3.1 مربوط شکلوں کا احاطہ Perimeter of combined shapes

ایک مربوط شکل کا احاطہ اس کے اضلاع کی لمبائی کا حاصل جمع ہے جس سے ایک بند سرحد شکل بنتی ہے۔

8th maths unit 2 measurements
Thursday, April 16, 2020 3:43:39 PM

مثال کے طور پر، خاکہ 2.19 پر غور کیجئے۔ جس میں ایک مربع جس کا ضلع a اکائیاں اور ایک مثلث مساوی الاضلاع اس کا ضلع a ہے۔ یہ دونوں شکلیں ایک دوسرے سے جڑی ہوئی ہیں۔

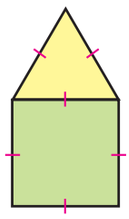


Fig. 2.19

جب کہ ایک مربع میں 4 اضلاع اور ایک مثلث مساوی الاضلاع میں 3 اضلاع ہوتے ہیں۔ جب ہم ان دونوں کو ملاتے ہیں تو ہمیں اس مربوط شکل کی سرحد سے صرف 5 اضلاع حاصل ہوتے ہیں۔ 7 اضلاع حاصل کیوں نہیں ہوتے؟

لہذا اس مربوط شکل کا احاطہ $5a$ اکائیاں ہے۔

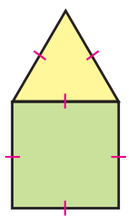


Fig. 2.20

2.3.2 مربوط شکلوں کا رقبہ Area of combined shapes

مربوط شکل کا رقبہ معلوم کرنے کے لئے، مربوط شکل کو سادے معیاری شکلوں میں جدا کر کے علیحدہ طور پر ان کے رقبے معلوم کرنے کے بعد ان رقبوں کو جمع کریں یعنی مربوط شکلوں کا رقبہ کچھ نہیں بلکہ اس میں موجود تمام سادہ شکلوں کے رقبوں کا حاصل جمع ہے۔

ہماری روزمرہ زندگی میں ایسی مربوط شکلوں کا سامنا ہوتا ہے جو عموماً غیر منتظم (بے قاعدہ) کثیر اضلاع (Irregular Polygons) ہوتے ہیں۔ ان کے رقبوں کو معلوم کرنے کے لئے ہمیں ان میں موجود سادہ شکلوں (Simple Shapes) کی شناخت کرنا ہوگا۔ اس کے بعد الگ الگ ان کے رقبوں کو دریافت کر کے ان کو جمع کرنا ہوگا۔

مثال کے طور پر، ایک غیر منتظم کثیر الاضلاع نما باغ کو سادہ شکلوں میں جدا کر سکتے ہیں جیسا کہ ذیل میں دیا گیا ہے۔ اس کے بعد اس کا رقبہ معلوم کر سکتے ہیں۔

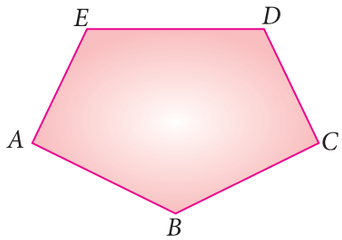


Fig. 2.21

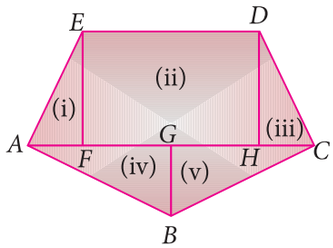


Fig. 2.22

کیا ہم جانتے ہو؟

ایک بند سطح شکل جو تین یا تین سے زیادہ ضلعوں سے بنی ہوتی ہے۔ کثیر الاضلاع کہلاتی ہے۔ ضلعوں کی بنیادی طور پر بعض کثیر الاضلاع کو ذیل میں جدول بندی کی گئی ہے۔

ضلعوں کی تعداد	3	4	5	6	7	8	9	10
کثیر الاضلاع کا نام	مثلث	چار ضلعی	پانچ ضلعی	چھ ضلعی	سات ضلعی	آٹھ ضلعی	نو ضلعی	دس ضلعی

اگر کثیر ضلعی (کثیر الاضلاع) کے تمام ضلعے اور زاویے مساوی ہوں تو اس کثیر ضلعی کو **منتظم کثیر ضلعی** کہتے ہیں۔

مثالیں: مثلث مساوی لاضلاع، مربع، وغیرہ۔ ان کے علاوہ دوسرے کثیر ضلعی کو **غیر منتظم کثیر ضلعی** کہتے ہیں۔

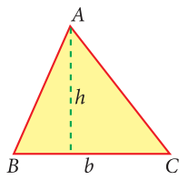
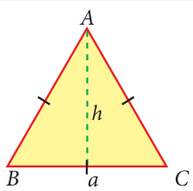
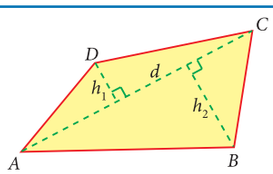
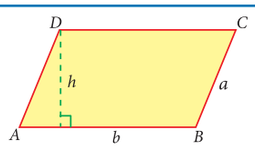
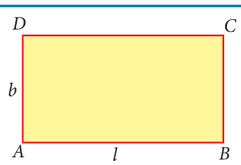
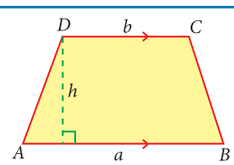
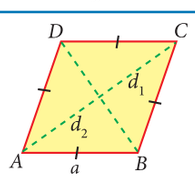
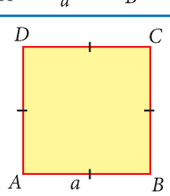
مثالیں: مثلث مختلف الاضلاع، مستطیل وغیرہ۔

8th maths unit 2 measurements
Thursday, April 16, 2020 3:43:40 PM

ذرا سوچئے:

معین کے تمام اضلاع مساوی ہیں۔ کیا یہ ایک منتظم کثیر ضلعی ہے ۔

پچھلی جماعتوں میں سیکھے ہوئے چند مسطح شکلوں کے رقبے اور احاطے کے ضابطوں کی ذیل میں جدول بندی کی گئی ہے۔
یہ مربوط شکلوں کے احاطے اور رقبوں کو دریافت کرنے میں مددگار ثابت ہوں گے۔

شمار عدد	شکل	نام	رقبہ (مربع اکائیاں)	احاطہ (اکائیاں)
1		مثلث	$\frac{1}{2}\times b\times h$	تینوں ضلعوں کا حاصل جمع
2		مثلث مساوی الاضلاع	$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2\left(h=\frac{\sqrt{3}}{2}a\right)$	$3a$
3		چار ضلعی	$\frac{1}{2}\times d\times(h_1+h_2)$	چاروں ضلعوں کا حاصل جمع
4		متوازی الاضلاع	$b\times h$	$2(a+b)$
5		مستطیل	$l\times b$	$2(l+b)$
6		منحرف	$\frac{1}{2}\times h\times(a+b)$	چاروں ضلعوں کا حاصل جمع
7		معین	$\frac{1}{2}\times d_1\times d_2$	4a
8		مربع	a^2	4a

8th maths unit 2 measurements
Thursday, April 16, 2020 3:43:40 PM

مثال 2.6

خاکہ 2.23 میں دی گئی شکل کا احاطہ اور رقبہ معلوم کیجئے؟

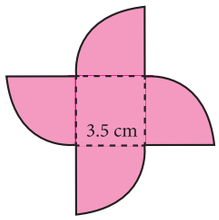


Fig. 2.23

حل: دی گئی شکل مربع کے ہر ضلع پر 4 ربع دائروں کو ملا کر بنائی گئی ہے۔ دی گئی اس شکل کی سرحد (گھیرا ہوا حصہ) 4 قوسوں اور 4 نصف قطروں پر مشتمل ہے۔

(i) دی گئی مربوط شکل کا احاطہ = 4 × ربع دائروں کی قوس کی لمبائی + 4 × نصف قطر

$$= \left(4 \times \frac{1}{4} \times 2\pi r\right) + 4r$$

$$= \left(4 \times \frac{1}{4} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 3.5\right) + (4 \times 3.5)$$

$$= 22 + 14 = 36\ cm \quad \text{(تقریباً)}$$

(ii) دی گئی مربوط شکل کا احاطہ = مربع کا رقبہ + 4 × ربع دائرہ کا رقبہ

$$= a^2 + \left(4 \times \frac{1}{4}\pi r^2\right)$$

$$= (3.5 \times 3.5) + \left(\frac{22}{7} \times 3.5 \times 3.5\right)$$

$$A = 12.25 + 38.5 = 50.75\ cm^2 \quad \text{(تقریباً)}$$

مثال 2.7

ایک کی چین (Key Chain) مثلث مساوی الاضلاع، نصف دائرہ اور ایک 5 سم ضلع والے مربع سے مل کر بنی ہوئی ہے جس کو خاکہ 2.24 میں دکھایا گیا ہے۔ اس کا رقبہ معلوم کیجئے۔ $\left(\pi = 3.14, \sqrt{3} = 1.732\right)$

حل:



Fig. 2.24

مربع کا ضلع $= 5\ cm$

نصف دائرہ کا قطر $= 5\ cm$

$\therefore$ نصف قطر $= 2.5\ cm$

مثلث مساوی الاضلاع کا ضلع $= 5\ cm$

$\therefore$ کی چین کا رقبہ = نصف دائرہ کا رقبہ + مربع کا رقبہ + مثلث مساوی لاضلاع کا رقبہ

$$= \frac{1}{2}\pi r^2 + a^2 + \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$$

$$= \left(\frac{1}{2} \times 3.14 \times 2.5 \times 2.5\right) + (5 \times 5) + \left(\frac{\sqrt{3}}{4} \times 5 \times 5\right)$$

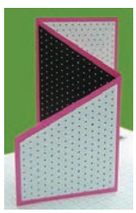
$$= 9.81 + 25 + 1083$$

$$= 45.64\ cm^2 \quad \text{(تقریباً)}$$

8th maths unit 2 measurements
Thursday, April 16, 2020 3:43:40 PM

مثال 2.8

3 تہہ (3-fold) والے ایک دعوت نامہ کی پیمائش خاکہ 2.25 میں دی گئی ہے۔اس کا رقبہ معلوم کیجئے۔



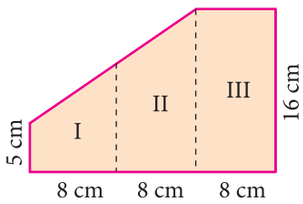


Fig. 2.25

حل : خاکہ I اور خاکہ II علیحدہ طور پر اور مربوطی طور پر بھی منحرف ہی ہیں۔

مربوط منحرف (I اور II) کے متوازی ضلع 5 سمر اور 16 سمر ہیں۔

اس کی اونچائی $h = 8+8$ = 16 سمر

مستطیل کی لمبائی = 16 سمر

مستطیل کی چوڑائی = 8

مربوط دعوت نامہ کا رقبہ = مربوط منحرف کا رقبہ + مستطیل کا رقبہ

$$= \left(\frac{1}{2} \times h \times (a+b)\right) + (l \times b)$$

$$= \left(\frac{1}{2} \times 16 \times (5+16)\right) + (16 \times 8)$$

$$= 168 + 128 = 296 \ cm^2$$

دوسرا طریقہ :

دعوت نامہ کا رقبہ = بیرونی مستطیل کا رقبہ − مثلث قائمہ الزاویہ کا رقبہ

$$= (l \times b) - \left(\frac{1}{2} \times b \times h\right)$$

$$= (24 \times 16) - \left(\frac{1}{2} \times 11 \times 16\right)$$

$$= 384 - 88 = 296 \ cm^2$$

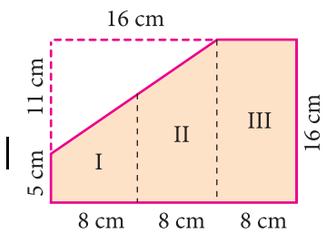


Fig. 2.26

مثال 2.9

عقیل باورچی خانہ کے لئے فرش کی چٹائی (Floor mat) کو خریدنا چاہتا ہے جس کو خاکہ 2.27 میں دیا گیا ہے۔ اگر چٹائی کی قیمت ₹ 20 فی مربع قدم ہو تو مکمل چٹائی کی قیمت کیا ہوگی؟



Fig. 2.27

حل

خاکہ میں دی گئی چٹائی کو دو مستطیلوں میں تقسیم کر سکتے ہیں

8th maths unit 2 measurements
Thursday, April 16, 2020 3:43:40 PM



Fig. 2.28

مستطیل II کا رقبہ + مستطیل I کا رقبہ = ∴ مکمل چٹائی کا رقبہ

$= (l_1 \times b_1) + (l_2 \times b_2)$

$= (5 \times 2) + (9 \times 2) = 10 + 18 = 28 \ sq.feet$

فی مربع قدم کی قیمت = ₹ 20

∴ مکمل چٹائی کی کل قیمت $= 28 \times ₹\ 20 = ₹\ 560.$



کوشش کیجئے:

اوپر کی مثال میں دی گئی چٹائی کو دو مستطیلوں میں تقسیم کر کے تمہارے جواب کو جانچئے۔

مثال 2.10 10 سم ضلع والے مربع میں سیاہ کردہ حصے کا رقبہ معلوم کیجئے جیسا کہ خاکہ 2.29 میں دکھایا گیا ہے۔ $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

حل : غیر سیاہ کردہ حصوں کو I, II, III اور IV سے نشان کیجئے۔

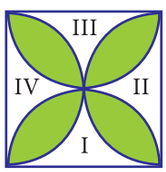


Fig. 2.29

I اور III حصوں کا رقبہ = مربع کا دائرہ − نصف دائرہ کا رقبہ × 2

$= a^2 - \left(2 \times \frac{1}{2}\pi r^2\right)$

$= (10 \times 10) - \left(\frac{22}{7} \times 5 \times 5\right) = 100 - 78.57 = 21.43 \ cm^2$ (تقریباً)

اسی طرح II اور IV حصوں کا رقبہ $= 21.43 \ cm^2$ (تقریباً)

∴ غیر سیاہ کردہ حصوں کا رقبہ (I, II, III اور IV)

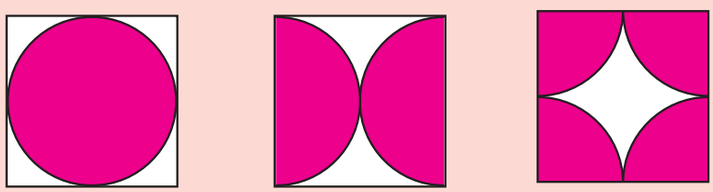
$= 21.43 \times 2 = 42.86 \ cm^2$ (تقریباً)

∴ سیاہ کردہ حصوں کا رقبہ = مربع کا رقبہ − غیر سیاہ کردہ حصوں کا رقبہ

$= 100 - 42.86 = 57.14 \ cm^2$ (تقریباً)



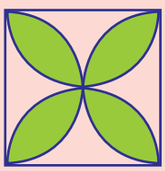
(1) ثابت کیجئے کہ غیر سیاہ کردہ 'a' اکائیاں ضلع رکھنے والا ہر مربع کا رقبہ ذیل کی صورتوں کے لئے یکساں ہے۔



8th maths unit 2 measurements
Thursday, April 16, 2020 3:43:41 PM

2. اگر ضلع a اکائیاں والا مربع سے سب سے بڑا دائرہ کاٹا جاتا ہے تو مربع کا باقی رقبہ $\frac{3}{14}a^2$ مربع اکائیاں ہوگا۔ $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

3. (تقریباً) مربع اکائیاں a اکائیاں ضلع رکھنے والے مربع سے کاٹے ہوئے سب سے بڑے دائرے کا رقبہ $= \frac{11}{14}a^2$



4. اگر دیئے گئے خاکہ میں $\pi = \frac{22}{7}$ ہو تو ثابت کیجئے کہ 'a' اکائیاں رکھنے والا مربع کا غیر سیاہ کردہ رقبہ تقریباً $\frac{3}{7}a^2$ مربع اکائیاں ہیں اور اسی کا سیاہ کردہ حصہ کا رقبہ $\frac{4}{7}a^2$ مربع اکائیاں ہے۔

مثال 2.11

غیر منتظم کثیر ضلعی باغ کا رقبہ معلوم کیجئے جس کی پیمائش خاکہ میں دی گئی ہیں۔

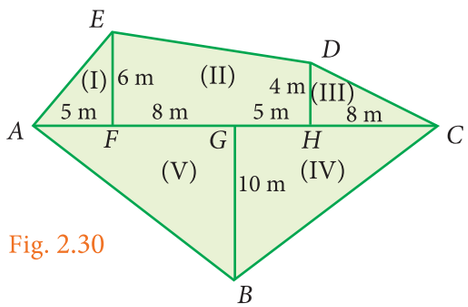


Fig. 2.30

حل : دیئے گئے اس باغ میں چار مثلثیں (I ، III ، IV اور V) اور ایک منحرف (II) موجود ہے۔

مثلث I کا رقبہ $= \frac{1}{2} \times b \times h = \frac{1}{2} \times 5 \times 6 = 15 \ m^2$

منحرف II کا رقبہ $= \frac{1}{2} h(a+b) = \frac{1}{2} \times 13 \times (6+4) = 65 \ m^2$

مثلث III کا رقبہ $= \frac{1}{2} \times b \times h = \frac{1}{2} \times 8 \times 4 = \frac{32}{2} = 16 \ m^2$

مثلث IV کا رقبہ $= \frac{1}{2} \times b \times h = \frac{1}{2} \times 13 \times 10 = 65 \ m^2$

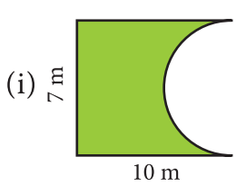
مثلث V کا رقبہ $= \frac{1}{2} \times b \times h = \frac{1}{2} \times 13 \times 10 = 65 \ m^2$

$\therefore$ باغ کا کل رقبہ $= 15 + 65 + 16 + 65 + 65 = 226 \ m^2$

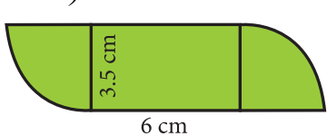
مشق 2.2

1۔ درج ذیل میں دیئے گئے مربوط شکلوں کا احاطہ اور رقبہ معلوم کیجئے ۔ $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

(i)



(ii)



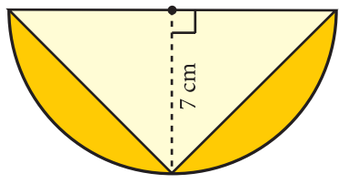
8th maths unit 2 measurements
Thursday, April 16, 2020 3:43:41 PM

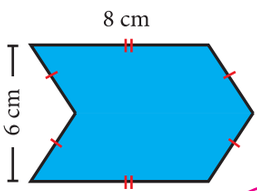
2۔ درج ذیل خاکوں میں سیاہ کردہ حصہ کا رقبہ معلوم کیجئے ۔ ($\pi = 3.14$)

(i)

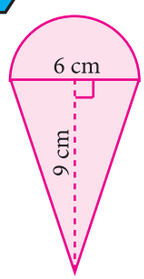


(ii)

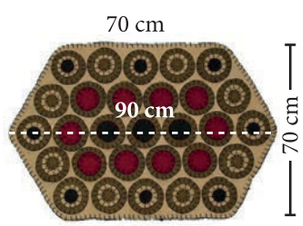




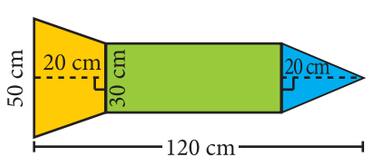
3۔ دی گئی مربوط شکل کا رقبہ معلوم کیجئے جو دو متوازی الاضلاع کو ملانے سے حاصل ہوئی ہے ۔



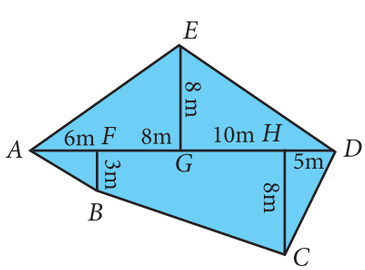
4۔ دی گئی مربوط شکل کا رقبہ معلوم کیجئے جو 6 سمر قطر والا نصف دائرہ اور 6 سمر قاعدہ اور 9 سمر اونچائی والے مثلث کو ملانے سے بنی ہوئی ہے۔ ($\pi = 3.14$)



5۔ ایک قالین جو چھ ضلعی شکل میں ہے۔ خاکہ میں دی گئی پیمائشیں رکھتی ہے، اس کا رقبہ معلوم کیجئے ۔



6۔ ایک راکٹ کے نقشہ کی پیمائشیں اس خاکہ میں دی گئی ہیں۔ اس کا رقبہ معلوم کیجئے ۔



7۔ ذیل میں دئے گئے غیر منتظم کثیر ضلعی شکل کا رقبہ معلوم کیجئے ۔

2.4 تین ابعادی (3-D) شکلیں (Three Dimensional (3-D) shapes)

ایک کاغذ پر 2 ₹ کا سکہ ، 10 ₹ کی نوٹ اور مربع نما بسکٹ کا بیرونی خاکہ کھینچئے ۔



Fig. 2.31

8th maths unit 2 measurements
Thursday, April 16, 2020 3:43:41 PM

کس طرح کے خاکے تم نے کھینچے ہیں ؟ **دائرہ، مستطیل** اور **مربع** کے خاکے حاصل ہوئے ۔ یہ شکلیں مسطح خاکوں کو ظاہر کرتے ہیں۔
ان مسطح خاکوں میں دو ابعاد ہیں جن کو لمبائی اور چوڑائی کہتے ہیں۔ اب دو روپئے کے چند سکوں کو جوڑیں، چند دس روپئے کے نوٹوں کو اور چند مربع نما بسکیٹ کو بالترتیب کھینچئے۔ خاکوں کے اوپر ترتیب دیں جیسا کہ خاکہ میں دکھایا گیا ہے۔



Fig. 2.32

اب تمہیں کس طرح کی شکلیں حاصل ہوئیں؟
استوانہ، مکعب نما اور مکعب حاصل ہوئے۔ یہ شکلیں مکمل طور پر مسطح پر واقع نہیں ہیں اور یہ کچھ جگہ بھی گھیرتے ہیں یعنی دو ابعاد لمبائی اور چوڑائی کے ساتھ تیسرا ابعاد اونچائی بھی رکھتے ہیں۔ اس طرح، شکلیں جو تین ابعاد، لمبائی، چوڑائی اور اونچائی (گہرائی) رکھتے ہیں ان کو تین ابعادی شکلیں کہتے ہیں۔ مختصراً ان کو 3 - D شکلیں بھی کہا جاتا ہے۔ 3-D شکلوں کی مثالیں یہ ہیں۔

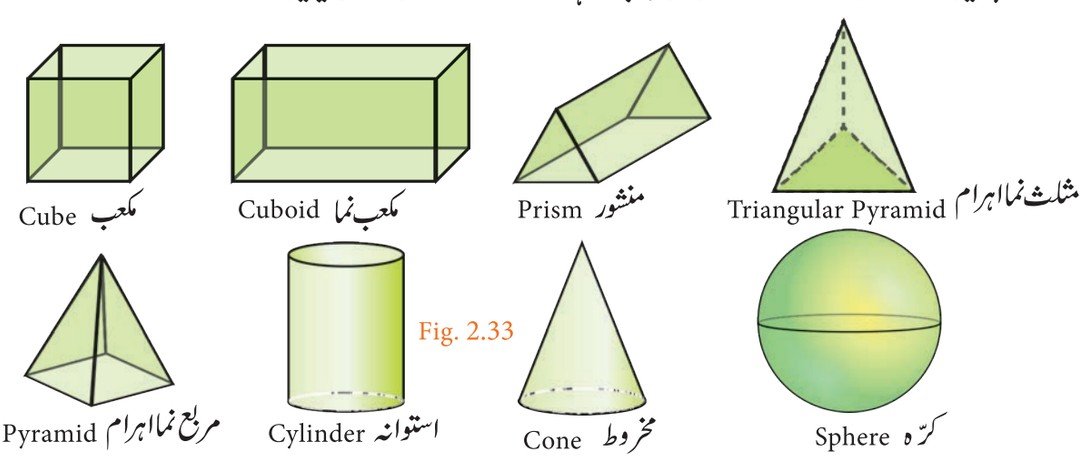


Fig. 2.33

2.4.1 ہموار سطحیں، کنارے اور راسیں Faces, Edges and Vertices

ذیل کے خاکہ پر غور کیجئے اس خاکے کا نام کیا ہے؟ یہ ایک مکعب ہے۔ مکعب چھ مربع شکل کے مسطح سے بنا ہوا ہے۔ مکعب کے چھ مربع شکل کے مسطح کو مکعب کی **ہموار سطحیں** کہتے ہیں۔

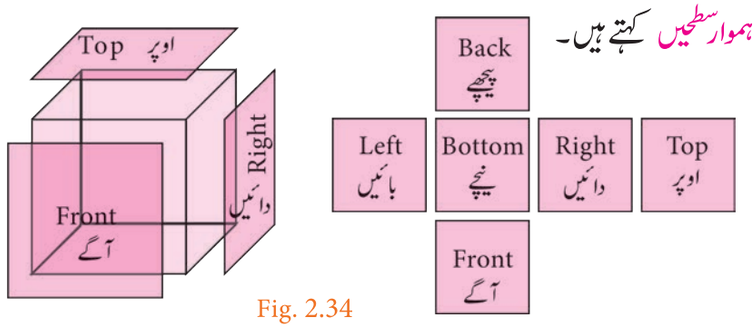


Fig. 2.34

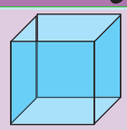
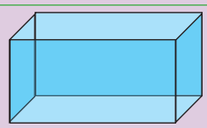
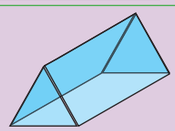
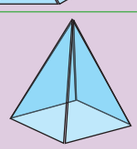
ایک قطاع خط جو مکعب کے کسی دو ہموار سطحوں کو جڑتی ہے کنارہ کہلاتا ہے اور ہر کونے (Corner) جہاں تین کنارے ملتے ہیں، ان کو راس کہتے ہیں۔ چنانچہ، ایک مکعب میں 6 ہموار سطحیں، 12 کنارے اور 8 راسیں ہوتے ہیں۔

8th maths unit 2 measurements
Thursday, April 16, 2020 3:43:42 PM



کوشش کیجئے:

ذیل کے کثیر الاضلاع کے شکلوں کے ہموار سطحیں (F) راسیں (V) اور کنارے (E) کی تعداد معلوم کر کے جدول میں درج کیجئے۔ اسی طرح $F+V-E$ بھی معلوم کیجئے۔

Solid ٹھوس	Name نام	F	V	E	F+V−E
	Cuboid مکعب نما	6	8	12	
	Cube مکعب				
	مثلث نما منشور Triangular Prism				
	مربع نما اہرام Square Pyramid				
	مثلث نما اہرام Triangular Pyramid				

اوپر کی جدول سے تم نے کیا غور کیا؟ ہم نے غور کیا کہ تمام صورتوں میں $F+V-E = 2$ ہے۔ یہ تمام کثیر الاضلاع کے لئے درست ہے اور اس تعلق کو $F+V-E = 2$ کو آئلر کا ضابطہ (Eular's Formula) کہتے ہیں۔

2.4.2 تین ابعادی شکلوں (3-D) کو بنانے کے لئے جالیں The nets for building three dimensional (3-D) shapes

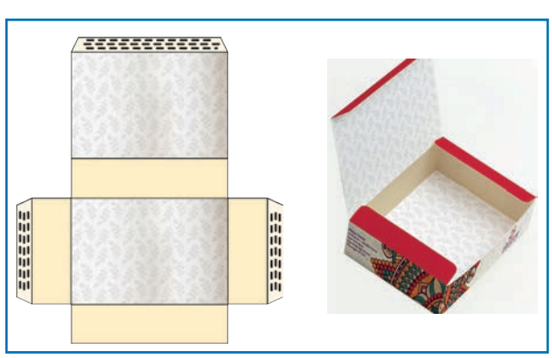
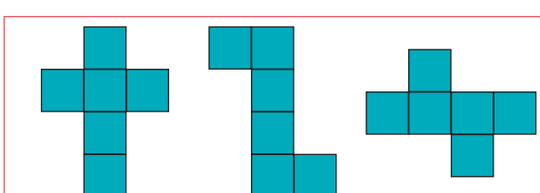


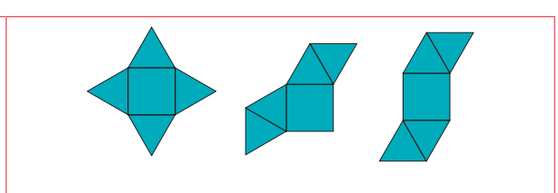
Fig. 2. 35

جب ہم مٹھائی خریدتے ہیں، دوکاندار، چپٹے (Flat) شکل کا کارڈ نکالتا ہے جس میں چند موڑ Flips ہوتے ہیں جس کو موڑ کر ایک مستطیلی شکل کا ڈبہ (مکعب نما) بناتا ہے جیسا کہ خاکہ میں دکھایا گیا ہے۔ اس کے بعد اس ڈبہ میں مٹھائیوں کو ترتیب سے جوڑ کر تمہیں دیتا ہے۔ ڈبے بنانے کے لئے چپٹے کارڈ پہلے سے ڈیزائن کئے ہوتے ہیں، سوائے Flaps کے (نقطے دار خطوط) جس کو جالی (net) کہتے ہیں۔

مثال کے طور پر، درجہ ذیل کی جالیں، مکعب اور مربع اہرام بناتی ہیں۔



مکعبوں کے لئے جالیں

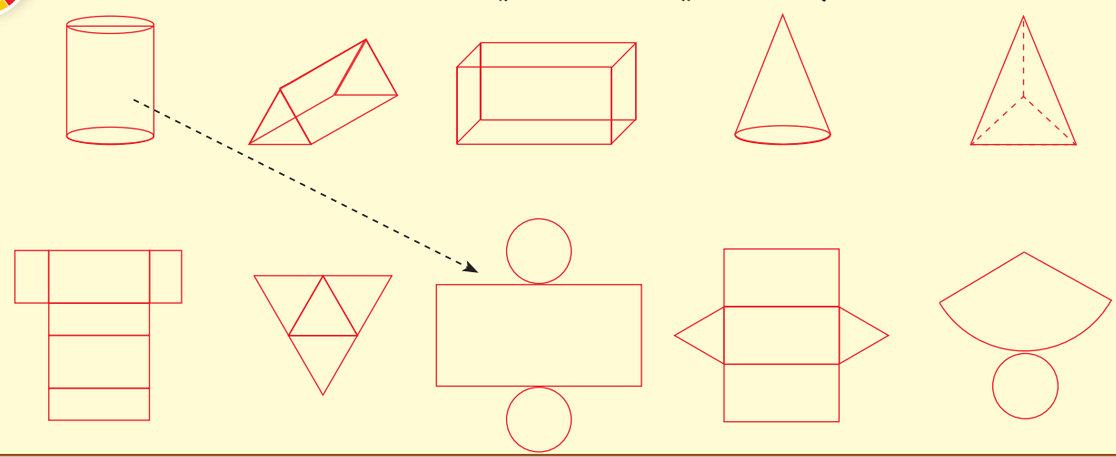


مربع اہرام کے لئے جالیں

8th maths unit 2 measurements
Thursday, April 16, 2020 3:43:42 PM

کارروائی

شکل سے تعلق رکھنے والی جالی (net) کو ایک خط کھینچ کر جوڑ ملائیے؟

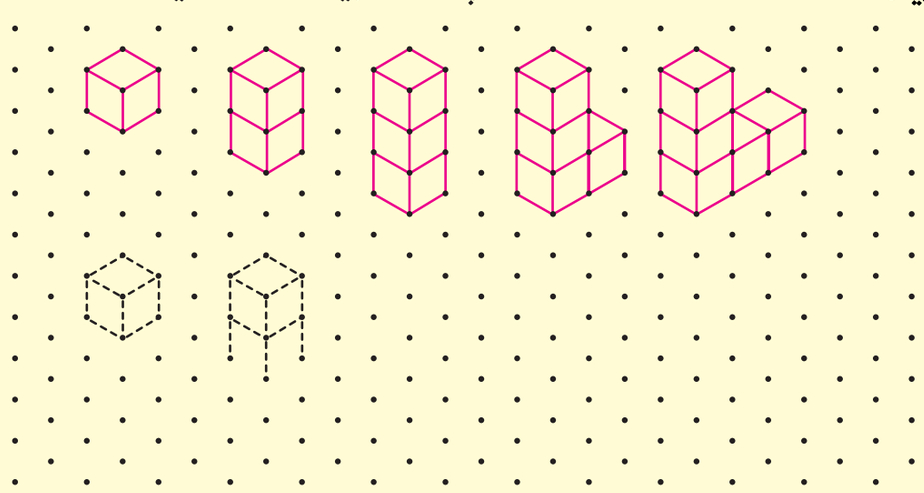


2.4.3 ہم پیمائشی نقطے والے کاغذ اور مربع نما جال کو استعمال کر کے 3- D شکلیں کھینچنا

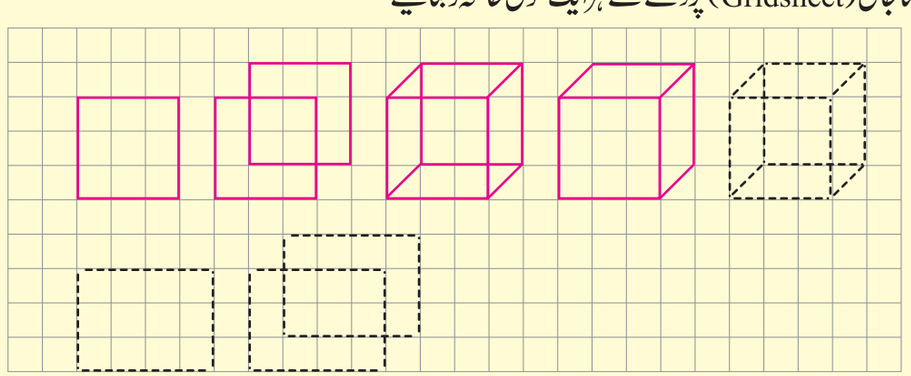
Drawing 3-D shapes using isometric dot sheets and grid sheets.

کارروائی

1 ہم پیمائشی نقطے والے کاغذ (Isometric dot sheet) پر دئے گئے ہر ایک ٹھوس خاکہ کو بنائیے



2. مربع نما جال (Gridsheet) پر دئے گئے ہر ایک ٹھوس خاکہ کو بنائیے



8th maths unit 2 measurements
Thursday, April 16, 2020 3:43:43 PM

2.4.4 ٹھوس اشیاء کی عمودی تراش
Cross section of solid shapes




Fig. 2.36

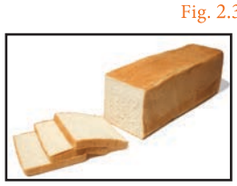
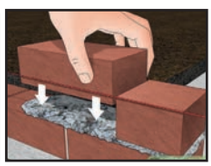



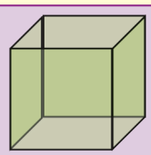
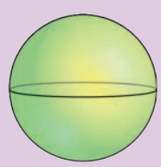
Fig. 2.37

جب ہم ترکاریوں کو پکانے کے لئے عمودی طور پر تراشتے ہیں تو ان میں ہم بعض مسطح شکلیں دیکھتے ہیں۔ مثلاً گاجر اور کیلے کا تنہ عمودی تراش میں ایک دائرہ ہوتا ہے۔

اس طریقہ سے نان (Bread) اور اینٹ وغیرہ کی عمودی تراش میں مستطیل اور مربع کو دیکھ سکتے ہیں۔

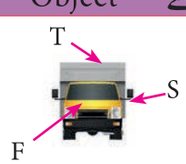
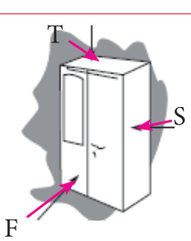
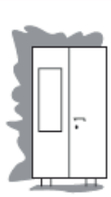
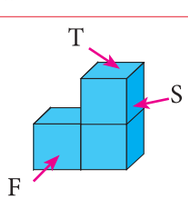
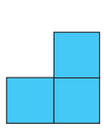
کارروائی

ذیل کی ٹھوس شکلوں کی عمودی تراش کرنے سے حاصل ہونے والے دوابعادی (2-D) شکلوں کو بنایئے اور ان کے نام لکھئے

ٹھوس Solids			
2-D شکل 2-D Shape			
نام	مربع Square		

2.4.5 3-D شکلوں کا مختلف بصری معائنہ
3-D shapes in different views

ایک 3-D شئے مختلف سمتوں سے مختلف نظر آسکتی ہے۔ ایک 3-D کا بصری معائنہ اس کو کہتے ہیں جس میں شئے کو مختلف سمتوں سے دیکھا جاتا ہے۔ آگے کا منظر، اوپر کا منظر، بازو کا منظر چند بصری معائنے ہیں۔ بعض اشیاء کے مختلف بصری معائنے ذیل میں دکھائے گئے ہیں۔

Object شئے	Front View آگے کا منظر	Top View اوپر کا منظر	Side View بازو کا منظر
			
			
			

8th maths unit 2 measurements
Thursday, April 16, 2020 3:43:43 PM

مشق 2.3

1 خالی جگہ پر کیجئے۔

i مکعب نما کے تین ابعاد ..... ، ..... اور ..... ہیں۔

ii کثیر ضلعی کے دو سے زیادہ کناروں کے ملنے کے مقام کو .....کہتے ہیں۔

iii ایک مکعب ..... ہموار سطحیں رکھتا ہے۔

iv ٹھوس استوانہ کا عمودی تراش ..... ہے

v اگر ایک 3-D شکل کی جالی میں چھ مسطح مربع ہوں تو اس کو .....کہتے ہیں۔

2 جوڑ ملایئے:

(i) – (a) استوانہ

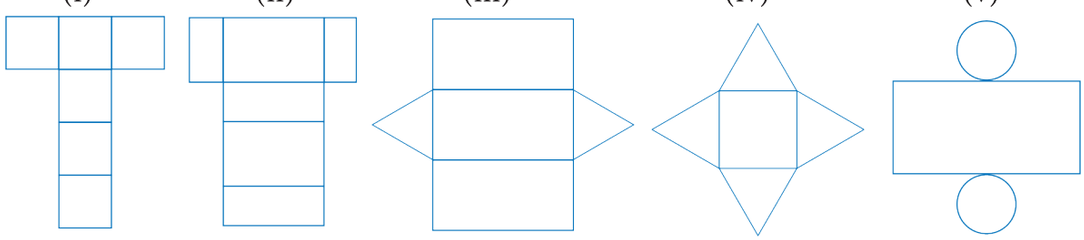
(ii) – (b) مکعب نما

(iii) – (c) مثلث نما منشور

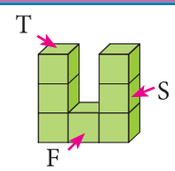
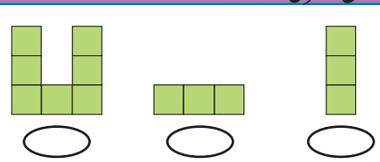
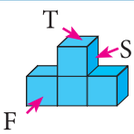
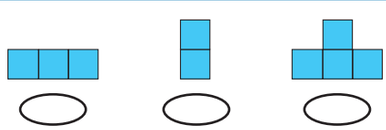
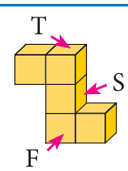
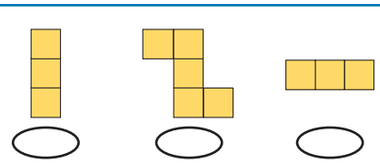
(iv) – (d) مربع اہرام

3 ذیل کے کونسی جالیاں (nets)، 3-D شکلوں کو ظاہر کرتے ہیں؟ ان کو بتایئے؟

(i) (ii) (iii) (iv) (v)



4 ہر ٹھوس کے لئے تین بصری معائنہ دئے گئے ہیں۔ ہر ٹھوس شکل کا اوپر، سامنے اور بازو کے منظر کی شناخت کیجئے

ٹھوس Solid	تین بصری معائنہ Three views
	
	
	

8th maths unit 2 measurements
Thursday, April 16, 2020 3:43:44 PM

5 نیچے دئے گئے جدول کے لئے آئلر کے ضابطہ کو جانچئے؟

شمار عدد	ہموار سطحیں	راسیں	کنارے
(i)	4	4	6
(ii)	10	6	12
(iii)	12	20	30
(iv)	20	13	30
(v)	32	60	90

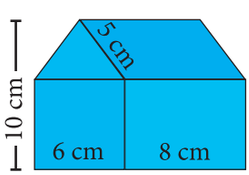
مشق 2.4

متفرق مشقی سوالات Miscellaneous Practice Problems



1۔ ایک کتب خانے کے داخلے میں دو گیٹ (gates) لگائے گئے ہیں۔ان گیٹ کو آسانی سے کھولنے کے لئے، گیٹ جس دیوار پر نصب کیا گیا ہے اس سے 6 فٹ کے فاصلہ پر ایک پہیہ Wheel لگایا گیا ہے۔اگر ایک گیٹ $90°$ زاویہ پر کھلتا ہے تو پہیہ سے طے شدہ فاصلہ معلوم کیجئے $(\pi = 3.14)$

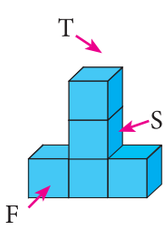
2۔ اگر ایک شخص اپنی معمول رفتار سے 150 میٹر نصف قطر والے مدور راستہ کو 9 منٹ میں طے کرتا ہے تو 3 منٹ میں اس سے طے کردہ فاصلہ معلوم کیجئے $(\pi = 3.14)$



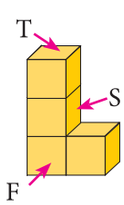
3۔ دئے گئے گھر کے خاکہ کا رقبہ معلوم کیجئے؟

4۔ ذیل کے ٹھوس شکلوں کے لئے اوپر، سامنے اور بازو کے منظر کا نقشہ بنائیے؟

(i)



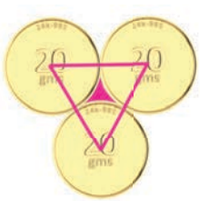
(ii)



تقابلی سوالات Challenging problems

5۔ سلطان اپنے کمرے کے لئے 3 فٹ چوڑائی کا اکہرا دروازہ لگاتا ہے جب کہ سلمان اپنے کمرے کے لئے $1\frac{1}{2}$ فٹ کی چوڑائی دوہرا دروازہ لگاتا ہے۔اگر اکہرا، اور دوہرا دروازہ $120°$ زاویہ تک کھل سکتا ہے تو کس کے دروازے کے لئے کم از کم رقبہ درکار ہوگا؟

6۔ ایک مستطیلی کھیت کی پیمائش $15m \times 8m$ ہے۔اس کے چاروں کناروں پر 4 گائے کو مرکز سے $3m$ لمبائی والے رسیوں سے باندھا گیا ہے۔کسی بھی گائے سے بغیر چرے حصہ کا رقبہ معلوم کیجئے $(\pi = 3.14)$



7۔ تین مماثل سکے ہیں جس کے ہر ایک سکہ کا قطر 6 سمر ہے، سکوں کو خاکہ کے مانند رکھا گیا ہے۔ سکوں کے درمیان سیاہ کردہ حصہ کا رقبہ معلوم کیجئے $(\pi = 3.14)$ $(\sqrt{3} = 1.732)$

8th maths unit 2 measurements
Thursday, April 16, 2020 3:43:44 PM

8. آئلر ضابطہ (Euler Formula) کو استعمال کر کے نامعلوم جوابات معلوم کیجئے

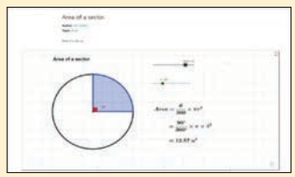
شمار عدد	ہموار سطحیں	راسیں	کنارے
(i)	?	6	14
(ii)	8	?	10
(iii)	20	10	?

SUMMARY خلاصہ

- دائرے پر کوئی دو نقاط کو ملانے والی قطاع خط کو وتر (Chord) کہتے ہیں۔
- قطر دائرے کو دو مساوی حصوں میں تقسیم کرتا ہے۔ یہ دائرے کا سب سے بڑا وتر ہے۔
- دائرے کے محیط کا کچھ حصہ کو مدور قوس کہتے ہیں۔
- دائرہ کا وہ خطہ جو کسی مدور قوس اور دو نصف قطروں کے درمیان بند کیا گیا ہو اس کو قطاع دائرہ کہتے ہیں۔
- دائرے کے مرکز سے بننے والے قطاع دائرہ کو مرکزی زاویہ کہتے ہیں۔
- ایک مربوط شکل کا احاطہ اس کے اضلاع کی لمبائیوں کا حاصل جمع ہے جس سے ایک بند سرحد شکل بنتی ہے۔
- مربوط شکلوں کا رقبہ کچھ نہیں بلکہ اس میں موجود تمام سادہ شکلوں کے رقبوں کا حاصل جمع ہے۔
- شکلیں جو تین ابعاد، لمبائی، چوڑائی اور اونچائی (گہرائی) رکھتے ہیں۔ ان کو تین ابعادی شکلیں کہتے ہیں۔ مختصراً ان کو 3-D شکلیں بھی کہا جاتا ہے۔
- ایک مکعب میں 6 ہموار سطحیں، 12 کنارے اور 8 راسیں ہوتے ہیں۔

ICT CORNER ICT کارنر

اس کارروائی کے ذریعہ تم قطاع دائرے کے رقبہ اور احاطہ کو کس طرح معلوم کیا جاتا ہے سیکھو گے۔



مرحلہ 1 براؤزر کھولئے اور WWW. geogebra. com ٹائپ کیجئے یا نیچے دئے گئے QR کوڈ کو اسکین کیجئے۔

مرحلہ 2 قطاع دائرے کے رقبہ کو Search Column میں ٹائپ کیجئے۔

مرحلہ 3 نصف قطر کے سلائڈ اور درجہ کے سلائڈ کو حرکت دیں۔
تمہیں بہت سارے نتائج حاصل ہوں گے۔



Step 1



Step 2



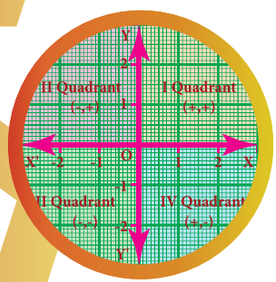
Step 3

V54QC

Go through the remaining worksheets given for this chapter

Web URL Measurement (measurements links)
https://www.geogebra.org/m/FSqNDNxN
*Pictures are indicatives only.
*If browser requires, allow Flash Player or Java Script to load the page.

8th maths unit 2 measurements
Thursday, April 16, 2020 3:43:45 PM



ALGEBRA الجبراء

3

سیکھنے کے مقاصد

YUTO6

- جملوں کی جمع اور تفریق کا اعادہ کرنا
- یہ جانچنا کہ کس طرح الجبرائی جملوں کو سالم سر اعداد سے ضرب کیا جاتا ہے؟
- الجبرائی جملوں کو یک رقمی سے تقسیم کی شناخت جاننا۔
- تماثلات $(a^2-b^2), (a-b)^2, (a+b)^2$ اور $(x+a)(x+b)$ کو اعادہ کرنا
- تماثلات $(x+a)(x+b)(x+c), (a-b)^3, (a+b)^3$ کو سمجھنا اور انہیں مسئلوں کو حل کرنے کے لئے استعمال کرنا
- (a^3+b^3) اور (a^3-b^3) کی شکل کے اجزائے ضربی میں تبدیل ہونے والے جملوں کو پہچاننا۔
- خطی مساوات درپیش ہونے والے لفظی حسابات حل کرنا۔
- ترسیم میں نقاط کو مرتسم کرنے سیکھنا۔
- سادہ خطی مساوات کی ترسیمات کھینچنا۔

اعادہ: ہم پچھلی جماعت میں مستقل، متغیرات، یکساں ارقام، غیر یکساں ارقام، سر اعداد، عددی اور الجبرائی جملوں کے بارے میں سیکھ چکے ہیں۔ آگے، ہم الجبرائی جملوں پر چند بنیادی اعمال جیسے جمع اور تفریق کئے ہیں۔ اب ہم انہیں دوبارہ اکٹھا کریں گے اور آگے سیکھیں گے۔

آگے، ہم الجبرائی جملوں اور الجبرائی تماثلات کے ضرب اور تقسیم کے متعلق سیکھیں گے۔

ذیل کے سوالات حل کیجئے:

1۔ ذیل کے جملوں کے ارقام کی تعداد لکھئے۔

(i) $x+y+z-xyz$

(ii) m^2n^2c

(iii) $a^2b^2c-ab^2c^2+a^2bc^2+3abc$

(iv) $8x^2-4xy+7xy^2$

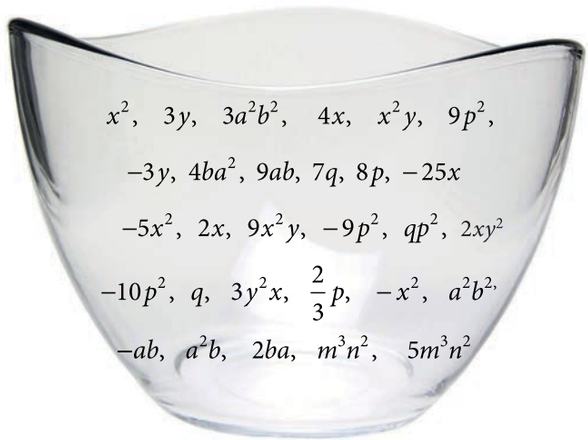
2۔ ذیل کے جملوں میں ہر رقم کی عددی ضریب پہچانئے۔

(i) $2x^2-5xy+6y^2+7x-10y+9$

(ii) $\frac{x}{3}+\frac{2y}{5}-xy+7$

8th maths unit 3 algebra 1
Thursday, April 16, 2020 3:44:33 PM

3۔ ذیل میں یکساں ارقام چنئے۔



یکساں ارقام

رقموں کے متغیرات کے ساتھ ساتھ
ان کے بالترتیب قوتیں بھی یکساں ہونی چاہئے۔

مثالیں: $x^2, 4x^2$
$a^2b^2, -5a^2b^2$
$2m, -7m$



4۔ جمع کیجئے: $2x, 6y, 9x-2y$

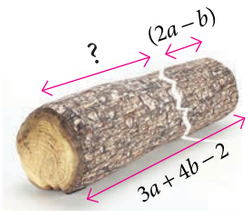
5۔ مختصر کیجئے: $(5x^3y^3-3x^2y^2+xy+7)+(2xy+x^3y^3-5+2x^2y^2)$

6۔ ایک مثلث کے اضلاع $2x-5y+9$, $3y+6x-7$ اور $-4x+y+10$ ہیں۔ مثلث کا احاطہ معلوم کیجئے۔

7۔ $-2mn$ کو $6mn$ سے تفریق کیجئے۔

8۔ $6a^2-5ab+3b^2$ کو $4a^2-3ab+b^2$ سے تفریق کیجئے

9۔ ایک لکڑی کے کندہ کی لمبائی $3a+4b-2$ اور اس میں سے ایک ٹکڑا $(2a-b)$ نکال دیا جاتا ہے۔ باقی کندہ کی لمبائی کیا ہے؟

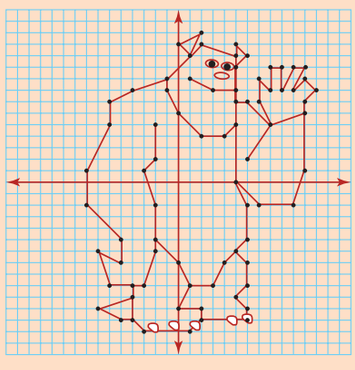


10۔ ایک ٹن میں x لیٹر تیل تھا۔ دوسرے ٹن میں $(3x^2+6x-5)$ لیٹر ٹن تیل تھا۔ دوکاندار نے دوسرے ٹن میں $(x+7)$ لیٹر جمع کیا۔ پھر، اس نے دوسرے ٹن سے (x^2+6) تیل فروخت کیا۔ دوسرے ٹن میں بچت تیل کتنا تھا؟

حقیقی زندگی میں الجبراء - روزمرہ کے حسابات



رفتار، فاصلہ، وقت اور اوسط رفتار مساوات استعمال ہوتے ہیں۔



ترسیمات تصویریں بنانے کے لئے استعمال ہوتے ہیں

8th maths unit 3 algebra 1
Thursday, April 16, 2020 3:44:34 PM



3.1 تعارف Introduction

آیئے دیئے گئے صورت حال پر غور کریں۔صفوان اپنے باغ میں پودے بوتا ہے۔

وہ 10 صفوں اور ہر صف میں 5 پودے بوتا ہے۔ کیا تم بتا سکتے ہو کہ کتنے پودے بوئے گئے؟

جی ہاں ، کل پودوں کی تعداد

پودے 50 = 10 × 5 = 10 صف × ہر ایک صف میں 5 پودے

اسی طرح، داؤد نے چند پودے بوئے۔ یہ معلوم نہیں کہ کتنے صفیں اور ہر صف میں کتنے پودے ہیں، تم کس طرح کل پودوں کی تعداد کو ظاہر کروگے؟

نامعلوم مقداروں کے لئے، ہم انہیں x اور y کی طرح سے لیتے ہیں۔

x صف × ہر صف میں y پودے = لہذا، کل پودوں کی تعداد

$x \times y = xy$ پودے

چلئے ہم اس صورت حال کو دراز کرتے ہیں، راشد $(2x^2 + 5x - 7)$ صفوں میں اور ہر صف میں $3y^2$ پودے بوتا ہے۔ اب ہم اوپر کی تصور کی مدد سے راشد کے بوئے ہوئے کل پودوں کی تعداد معلوم کر سکتے ہیں۔

صفیں $(2x^2 + 5x - 7)$ × ہر صف میں $3y^2$ پودے = کل پودوں کی تعداد

$= 3y^2 \times (2x^2 + 5x - 7)$

ہم کیسے اوپر کے الجبریائی جملہ کا حاصل ضرب معلوم کریں گے ؟

اب، ہم الجبریائی جملوں کے حاصل ضرب معلوم کرنے سیکھیں گے

غور کیجئے:

کثیر رقمی Polynomial	کثیر رقمی ایک جملہ ہے جس میں دو یا دو سے زیادہ الجبریائی رقمیں پائی جاتی ہیں۔ ایک کثیر رقمی میں تمام متغیرات کو صرف صحیح عدد کی قوتوں میں لکھا جاتا ہے۔ $4x^2 + 3x$ $a^2 + 2ab + b^2$ ایک کثیر رقمی جس میں یہ نہ ہو 1) ایک متغیر کے ساتھ تقسیم مثال $4x^2 - \frac{5}{1+x}$، کثیر رقمی نہیں ہوگا۔ 2) منفی قوت نما مثال: $7x^{-2} + 5x - 6$ ، کثیر رقمی نہیں ہوگا۔ 3) کسری قوت نما مثال : $3x^3 + 4x^{\frac{1}{2}} + 5$، کثیر رقمی نہیں ہوگا۔
یک رقمی Monomial	وہ الجبریائی جملہ جس میں صرف ایک رقم ہوتی ہے، ایک رقمی کہلاتا ہے۔ مثالیں: $4x,\quad 3x^2y,\quad -2y^2$.
دو رقمی Binomial	وہ الجبریائی جملہ جس میں صرف دو رقمیں ہوتے ہیں، دو رقمی کہلاتا ہے۔ مثالیں: $2x+3,\quad 5y^2+9y,\quad a^2b^2+2b$.
سہ رقمی Trinomial	وہ الجبریائی جملہ جس میں صرف تین رقمیں ہوتے ہیں، سہ رقمی کہلاتا ہے۔ مثالیں: $2a^2b-8ab+b^2,\ m^2-n^2+3$

8th maths unit 3 algebra 1
Thursday, April 16, 2020 3:44:35 PM

3.2 الجبرائی جملوں کی ضرب Multiplication of Algebraic Expressions

- الجبرائی جملوں کا حاصل ضرب معلوم کرنے سے پہلے، ہمیں نیچے دئے گئے مرحلوں کو اختیار کرنا چاہئے۔

رقموں کے نشانوں کو ضرب کرتے ہیں۔ یعنی دو یکساں نشانیوں کا حاصل ضرب مثبت ہے اور دو غیر یکساں نشانیوں کا حاصل ضرب منفی ہے۔

یکساں نشانیاں	$(+)\times(+)=+$	$(-)\times(-)=+$
غیر یکساں نشانیاں	$(+)\times(-)=-$	$(-)\times(+)=-$

- رقموں کے نظیری سر اعداد کو ضرب کرتے ہیں۔
- قوتوں کے قوانین کو استعمال کر کے متغیرات کے اجزائے ضربی کو ضرب کرتے ہیں۔

اگر 'x' ایک متغیر ہے اور n,m مثبت سالم اعداد ہوں تو

$$x^m \times x^n = x^{m+n}$$

مثال کے طور پر

$$x^3 \times x^4 = x^{3+4} = x^7$$

ذرا سوچئے

ہر الجبرائی جملہ ایک کثیر رقمی ہے۔ کیا یہ جملہ صحیح ہے؟ کیوں؟

کیا تم جانتے ہو؟

ایک الجبرائی جملہ اور ایک کثیر رقمی کے درمیان فرق

کثیر رقمی اس میں متغیرات کی قوتیں صرف صحیح اعداد ہوتے ہیں

مثال: $4x^2-3x+9$, $2y^6+5y^3-3$

الجبرائی جملہ اس میں متغیرات کی قوتیں صحیح اعداد، کسریں، منفی قوتیں ہو سکتے ہیں

مثال: $4x^{3/2}-3x+9$, $2y^2+\frac{5}{y}-3$, $3x^2-4x+1$

غور کیجئے

دو رقموں کا حاصل ضرب ( ) ، نقطہ (•) یا × علامتوں سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

مثال کے طور پر $4x^2$ اور $x.y$ کے ضرب کو ذیل کے کسی ایک طریقہ سے لکھا جا سکتا ہے۔

$4x^2 \cdot xy$	$(4x^2)\times xy$	$4x^2(xy)$	$4x^2 \times xy$	$(4x^2)(xy)$

3.2.1 دو یا دو سے زیادہ یک رقمیات کی ضرب Multiplication of two or more monomials

غور کیجئے کہ سلمٰی نے 3 پن خریدے۔ ہر ایک کی قیمت ₹ 5 @ ہے۔ سلمٰی نے دوکاندار کو کتنے روپئے ادا کی ہوگی؟



سلمٰی کے دوکاندار کو ادا کرنے کی رقم $= 3 \times ₹\ 5$

$= ₹\ 15$

8th maths unit 3 algebra 1
Thursday, April 16, 2020 3:44:35 PM

@ - کی شرح سے

اگر یہاں 'x' پن اور ہر ایک کی قیمت ₹ y ہوں،
تو سلمٰی کے ₹ 5y @ سے خریدے ہوئے $(3x^2)$ پن کی قیمت

$$= (3x^2) \times 5y$$
$$= (3 \times 5)(x^2 \times y)$$
$$= ₹\ 15x^2y$$

مثال 3.1 اگر ایک مستطیلی پینٹنگ (painting) کی لمبائی اور چوڑائی $4xy^3$ اور $3x^2y$ ہیں، اس کا رقبہ معلوم کیجئے۔



حل : مستطیلی پینٹنگ کا رقبہ $A = (l \times b)$ مربع اکائیاں

$$= (4xy^3) \times (3x^2y)$$
$$= (4 \times 3)(x \times x^2)(y^3 \times y)$$
$$A = 12x^3y^4 \text{ مربع اکائیاں}$$

مثال 3.2 $2x^2y^2$ ، $3y^2z$ اور $-z^2x^3$ کا حاصل ضرب معلوم کیجئے۔

حل: ہمارے پاس، $(2x^2y^2) \times (3y^2z) \times (-z^2x^3)$

$$= (+) \times (+) \times (-)(2 \times 3 \times 1)(x^2 \times x^3)(y^2 \times y^2)(z \times z^2)$$
$$= -6x^5y^4z^3$$

کوشش کیجئے:

حاصل ضرب معلوم کیجئے۔

(i) $3ab^2, -2a^2b^3$

(ii) $4xy, 5y^2x, (-x^2)$

(iii) $2m, -5n, -3p$

3.2.2 ایک کثیر رقمی کو ایک رقمی سے ضرب Multiplication of a polynomial by a monomial

اگر 'a' دوکانیں اور ہر ایک میں 8 ٹوکریوں میں 'x' سیب اور 3 ٹوکریوں میں 'y' سنترے اور 5 ٹوکریوں میں 'z' کیلے ہوں تو،
کل سیب، سنترے اور کیلے کی تعداد

$$= a \times (8x + 3y + 5z)$$
$$= a(8x) + a(3y) + a(5z) \quad \text{(تقسیمی اصول کے استعمال سے)}$$
$$= 8ax + 3ay + 5az$$

کیا تم جانتے ہو؟

یک رقمی = یک رقمی × یک رقمی
دو رقمی = دو رقمی × یک رقمی
دو رقمی / کثیر رقمی = دو رقمی × دو رقمی
کثیر رقمی = یک رقمی × کثیر رقمی

غور کیجئے

تقسیمی اصول

اگر 'a' ایک مستقل ہے، x اور y متغیرات ہوں تو $a(x + y) = ax + ay$
مثال کے طور پر، $5(x+y) = 5x+5y$

8th maths unit 3 algebra 1
Thursday, April 16, 2020 3:44:36 PM

مثال 3.3

$3x^2y$ اور $(2x^2y^3-5x^2y+9xy)$ کو ضرب دیجئے۔

حل :

یہاں پر $(3x^2y)\times(2x^3y^3-5x^2y+9xy)$

$=3x^2y(2x^3y^3)-3x^2y(5x^2y)+3x^2y(9xy)$

کثیر رقمی کے ہر ایک رقم کو یک رقمی سے ضرب دینے پر

$=(3\times2)(x^2\times x^3)(y\times y^3)-(3\times5)(x^2\times x^2)(y\times y)+(3\times9)(x^2\times x)(y\times y)$

$=6x^5y^4-15x^4y^2+27x^3y^2$

ذرا سوچئے

$3+(4x\,7y)\neq 12x-21y$? کیوں؟



مثال 3.4

سجاد ₹ 2000 روپیوں کے 'x' نوٹ، ₹ 500 روپیوں کے 'y' نوٹ اور ₹ 100 روپیوں کے 'z' نوٹ جمع کرتا ہے اور وثیق، سجاد کی جمع کردہ رقم سے $3xy$ گنا رقم جمع کرتا ہے۔ وثیق نے بینک میں کتنی رقم جمع کی؟

حل :

سجاد کی جمع کردہ رقم

$=(x\times₹2000+y\times₹500+z\times₹100)$

$=₹(2000x+500y+100z)$

وثیق کی جمع کردہ رقم = $3xy$ گنا × سجاد کی جمع کردہ رقم

$=3xy\times(2000x+500y+100z)$

$=(3\times2000)(x\times x\times y)+(3\times500)(x\times y\times y)+(3\times100)(x\times y\times z)$

$=₹(6000x^2y+1500xy^2+300xyz)$

کوشش کیجئے :

ضرب دیجئے۔

(i) $(5x^2+7x-3)$ سے $4x^2$ (ii) $(10x-7y+5z)$ سے $6xyz$

(iii) $(ab+3bc-5ca)$ سے $3a^2bc$

3.2.3 دو رقمیات کی ضرب Multiplication of two binomials

ایک مستطیلی پھولوں والی زمین لیجئے جس کی اصل لمبائی سے 5 اکائیاں کم کر دیا جائے اور اصل چوڑائی سے 3 اکائیاں بڑھا دیا جائے۔ مستطیلی پھولوں والی زمین کا رقبہ کیا ہے ؟



مستطیلی پھولوں والی زمین کا رقبہ $=l\times b$

مربع اکائیاں $A=(l-5)\times(b+3)$

ہم یہاں کس طرح ضرب کرتے ہیں؟

اب، ہم دو دو رقمیات کی ضرب کو سیکھیں گے۔

8th maths unit 3 algebra 1
Thursday, April 16, 2020 3:44:37 PM

اگر $(x+y)$ اور $(p+q)$ دو دورقمی ہوں، تو ہم ان کے حاصل ضرب اس طرح معلوم کر سکتے ہیں۔

(i) Horizontal distributive approach (i) اُفقی تقسیمی طریقہ

$$(x+y)(p+q) = x(p+q)+y(p+q)$$
$$= xp+xq+yp+yq$$

(ii) Vertical distributive approach (ii) عمودی تقسیمی طریقہ

$$\begin{array}{r} x+y \\ p+q \\ \hline xq+yq \\ xp+yp \\ \hline = xp+xq+yp+yq \end{array}$$

(iii) Grid approach (iii) جالی دار طریقہ

×	x	y
p	xp	yp
q	xq	yq

$= xp+xq+yp+yq$

(iv) FOIL approach (iv) طریقہ FOIL

ہم اسے براہ راست اس طرح کر سکتے ہیں

$$(x+y)(p+q) = x(p)+x(q)+y(p)+y(q)$$

Outer بیرونی, Last آخری, Firsts پہلا, Inner اندرونی

دوسرا طریقہ جالی دار طریقہ سے

×	l	-5
b	lb	$-5b$
3	$3l$	-15

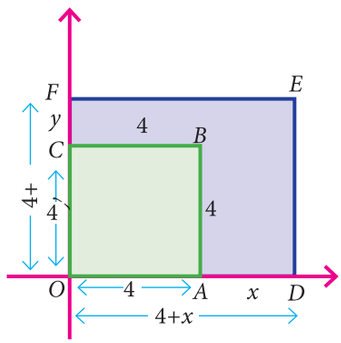
$= (lb+3l-5b-15)$

اس لئے، اوپر کے مستطیل کا رقبہ $= (l-5)\times(b+3)$

$= l(b+3)-5(b+3)$

مربع اکائیاں $A = (lb+3l-5b-15)$

آیئے ایک اور مثال لیتے ہیں۔ دیے گئے خاکہ پر غور کیجئے۔



مربع $OABC$، میں $OA =$ 4 اکائیاں $OC =$ 4 اکائیاں

مربع $OABC$ کا رقبہ $= 4\times 4$

$= 16$ مربع اکائیاں

اگر اس مربع کے اضلاع کو بالترتیب x اکائیوں اور y اکائیوں سے اضافہ کیا جاتا ہے۔

ہمیں ایک مستطیل ODEF حاصل ہوتا ہے جس کے اضلاع

اکائیاں $OD=(4+x)$ اور اکائیاں $OF=(4+y)$ ہیں

مستطیل $ODEF$ کا رقبہ $= (4+x)(4+y)$ FOIL طریقہ سے

$A = 16+4y+4x+xy$ sq. units. (تمام رقمیں غیر یکساں ہیں، اس لئے ہم ان کی جمع نہیں کر سکتے)

مثال 3.5

ضرب دیجئے $(2x+5y)$ اور $(3x-5y)$

حل: اُفقی تقسیمی طریقے سے

$$(2x+5y)(3x-4y) = 2x(3x-4y)+5y(3x-4y)$$
$$= 6x^2-8xy+15xy-20y^2$$
$$= 6x^2+7xy-20y^2$$

(یکساں رقموں کو مختصر کرنے پر)

دوسرا طریقہ جالی دار طریقہ سے

×	$2x$	$5y$
$3x$	$6x^2$	$15xy$
$4\ y$	$8\ xy$	$20\ y^2$

$= 6x^2-8xy+15xy-20y^2$

$= 6x^2+7xy-20y^2$

8th maths unit 3 algebra 1
Thursday, April 16, 2020 3:44:37 PM

ذرا سوچئے



$3x^2\,(x^4-7x^3+2)$, (i)
اس جملہ میں اعلیٰ ترین قوت کیا ہے؟
(ii) کیا $-5y^2+2y-6 = -(5y^2+2y-6)$
اگر درست نہیں ہے تو غلطی کو درست کیجئے۔

کوشش کیجئے:



ضرب دیجئے

(i) $(a-5)$ اور $(a+4)$
(ii) $(a+b)$ اور $(a-b)$
(iii) (m^4+n^4) اور $(m-n)$
(iv) $(2x+3)(x-4)$
(v) $(x-5)(3x+7)$
(vi) $(x-2)(6x-3)$

مشق 3.1

1۔ جدول مکمل کیجئے۔

×	$2x^2$	$-2xy$	x^4y^3	$2xyz$	$(__)xz^2$
x^4					
$(___)$			$4x^5y^4$		
$-x^2y$					
$2y^2z$					$-10xy^2z^3$
$-3xyz$					
$(___)$				$-14xyz^2$	

2۔ ارقام کے حاصل ضرب معلوم کیجئے۔

(i) $-2mn, (2m)^2, -3mn$ (ii) $3x^2y, -3xy^3, x^2y^2$

3۔ اگر $l=4\,pq^2$, $b=-3p^2q$, $h=2\,p^3q^3$ ہو تو، $l\times b\times h$ کی قیمت معلوم کیجئے۔

4۔ پھیلایئے۔

(i) $5x(2y-3)$ (ii) $-2p(5p^2-3p+7)$
(iii) $3mn(m^3n^3-5m^2n+7mn^2)$ (iv) $x^2(x+y+z)+y^2(x+y+z)+z^2(x-y-z)$

5۔ ذیل کے حاصل ضرب معلوم کیجئے۔

(i) $(2x+3)(2x-4)$ (ii) $(y^2-4)(2y^2+3y)$
(iii) $(m^2-n)(5m^2n^2-n^2)$ (iv) $3(x-5)\times 2(x-1)$

6۔ غائب رقم معلوم کیجئے۔

(i) $6xy\times$ _____ $=-12x^3y$ (ii) _____ $\times(-15m^2n^3p)=45m^3n^3p^2$
(iii) $2y(5x^2y-$ ___ $+3$ ___ $)=10x^2y^2-2xy+6y^3$

8th maths unit 3 algebra 1
Thursday, April 16, 2020 3:44:37 PM

7۔ ذیل کو جوڑ ملایئے۔

a)	$4y^2 \times -3y$	(i)	$20x^2y - 20x$
b)	$-2xy(5x^2 - 3)$	(ii)	$5x^3 - 5xy^2 + 5x^2y$
c)	$5x(x^2 - y^2 + xy)$	(iii)	$4x^2 - 9$
d)	$(2x + 3)(2x - 3)$	(iv)	$-12y^3$
e)	$5x(4xy - 4)$	(v)	$-10x^3y + 6xy$

A) iv, v, ii, i, iii B) v, iv, iii, ii, i C) iv, v, ii, iii, i D) iv, v, iii, ii, i

8۔ ایک کار $(x+30)$ کلومیٹر فی گھنٹہ کی یکساں رفتار سے حرکت کرتی ہے $(y+2)$ گھنٹوں میں کار سے سفر کردہ فاصلہ معلوم کیجئے۔
(اشارہ: وقت × رفتار=فاصلہ)

معروضی سوالات: Objective type Questions:

9۔ $7p^3$ اور $(2p^2)^2$ کا حاصل ضرب .....ہے۔

(A) $14p^{12}$ (B) $28p^7$ (C) $9p^7$ (D) $11p^{12}$

10۔ حاصل ضرب m^4n^3 ____ $-3m^3n \times 9$ (____) میں غائب ارقام یہ ہیں۔

(A) $mn^2, 27$ (B) $m^2n, 27$ (C) $m^2n^2, -27$ (D) $mn^2, -27$

11۔ اگر ایک مربع کا رقبہ $36x^4y^2$ ہو تو اس کا ضلع ..... ہے۔

(A) $6x^4y^2$ (B) $8x^2y^2$ (C) $6x^2y$ (D) $-6x^2y$

12۔ اگر ایک مستطیل کا رقبہ $48m^2n^3$ اور اس کی لمبائی $8mn^2$ ہو تو اس کی چوڑائی ..... ہے۔

(A) $6\ mn$ (B) $8m^2n$ (C) $7m^2n^2$ (D) $6m^2n^2$

13۔ اگر ایک مستطیلی زمین کا رقبہ $(a^2 - b^2)$ مربع اکائیاں ہے جس کی چوڑائی $(a-b)$ ہو تو اس کی لمبائی ..... ہے۔

(A) $a - b$ (B) $a + b$ (C) $a^2 - b$ (D) $(a+b)^2$

3.3 الجبریائی جملوں کی تقسیم Division of Algebraic Expressions

پچھلی کلاسوں میں، ہم الجبریائی جملوں کی جمع، تفریق اور ضرب سیکھ چکے ہیں۔ اب ہم الجبریائی جملوں پر ایک دوسرا بنیادی عملی **تقسیم** کے بارے میں سیکھیں گے۔ ہمیں یہ معلوم ہے کہ ضرب کا معکوس عمل ہی تقسیم ہے۔

ہر ایک ₹ 5 کی شرح سے 10 گیندوں کی قیمت $= 10 \times 5$

$= ₹\ 50$

جب کہ اگر ہمارے پاس ₹50 ہیں اور ہم 10 گیندیں خریدنا چاہتے ہیں تو،

ہر ایک گیند کی قیمت $= ₹\ \frac{50}{10}$

$= ₹\ 5$

8th maths unit 3 algebra 1
Thursday, April 16, 2020 3:44:38 PM

جو ہم اوپر دیکھتے ہیں وہ اعداد پر تقسیم ہے۔لیکن تم کیسے ایک الجبریائی جملہ کو دوسرے الجبریائی جملہ سے تقسیم کروگے؟

بے شک، قوتوں کے قانون کی مدد سے الجبریائی جملوں کے لئے بھی اسی طریقہ کو اختیار کیا جاتا ہے۔

اگر 'x' ایک متغیر ہے اور n,m مستقل ہیں تو $x^m \div x^n = x^{m-n}$ جہاں $m>n$

3.3.1 یک رقمی کو ایک دوسرے یک رقمی سے تقسیم Division of a monomial by another monomial

یک رقمی $10p^4$ کو دوسرے یک رقمی $2p^3$ سے تقسیم کرنے پر، ہمیں یہ حاصل ہوتا ہے

$$10p^4 \div 2p^3$$

$$\frac{10p^4}{2p^3} = \frac{\overset{5}{\cancel{10}} \times \cancel{p} \times \cancel{p} \times \cancel{p} \times p}{\cancel{2} \times \cancel{p} \times \cancel{p} \times \cancel{p}} \quad \text{(قوتوں کی توسیع)}$$

$$= 5p$$

حالانکہ، ہم قوتوں کے قانون بھی تقسیم کے لئے استعمال کر سکتے ہیں۔

اس طرح کہ

$$\frac{10p^4}{2p^3} = 5p^{4-3}$$

$$= 5p$$

ذرا سوچئے

کیا ذیل میں دئے گئے جملے صحیح ہیں؟

(i) $\frac{x^3}{x^8} = x^{8-3} = x^5$ (ii) $\frac{10m^4}{10m^4} = 0$

(iii) جب یک رقمی کو اسی یک رقمی سے تقسیم کیا جاتا ہے، تو ہم کو 1 حاصل ہوگا ؟

$$\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$$

مثال 3.6

وسیم $4xy$ تصاویر ایک تصویری کتاب کے ایک صفحہ میں چسپاں کرتا ہے۔ $100\,x^2y^3$ تصاویر چسپاں کرنے کے لئے کتنے صفحوں کی ضرورت ہے؟ (y,x مثبت سالم اعداد ہیں)



حل :

تصاویر کی کل تعداد $= 100x^2y^3$

ہر صفحہ میں تصاویر $= 4xy$

کل درکار صفحوں کی تعداد $= \frac{\text{تصاویر کی کل تعداد}}{\text{ایک صفحہ میں تصاویر کی تعداد}}$

$$= \frac{\overset{25}{\cancel{100}}x^2y^3}{\cancel{4}xy} = 25x^{2-1}y^{3-1}$$

$$= 25xy^2 \text{ صفحات}$$

کوشش کیجئے

(i) $12x^3y^2$ by x^2y

(ii) $-20a^5b^2$ by $2a^3b^7$

(iii) $28a^4c^2$ by $21ca^2$

(iv) $(3x^2y)^3 \div 6x^2y^3$

(v) $64m^4(n^2)^3 \div 4m^2n^2$

(vi) $(8x^2y^2)^3 \div (8x^2y^2)^2$

(vii) $81p^2q^4 \div \sqrt{81p^2q^4}$

(vii) $(4x^2y^3)^0 \div \frac{(x^3)^2}{x^6}$

8th maths unit 3 algebra 1
Thursday, April 16, 2020 3:44:38 PM

3.3.2 ایک الجبریائی جملہ (کثیر رقمی) کو یک رقمی سے تقسیم

Division of an algebraic expression (polynomial) by a monomial

ایک کثیر رقمی کو یک رقمی سے تقسیم کرنے کے لئے، کثیر رقمی کے ہر رقم کو اس کثیر رقمی سے تقسیم کرتے ہیں۔

مثال 3.7 تقسیم کیجئے $(5y^3 - 25y^2 + 8y)$ کو $5y$ سے

حل:

$$(5y^3 - 25y^2 + 8y) \div 5y$$

ہمارے پاس،

$$= \frac{5y^3 - 25y^2 + 8y}{5y}$$

$$= \frac{\cancel{5}y^3}{\cancel{5}y} - \frac{\overset{5}{\cancel{25}}y^2}{\cancel{5}y} + \frac{8y}{5y}$$

$$= y^{3-1} - 5y^{2-1} + \frac{8}{5}$$

$$= y^2 - 5y + \frac{8}{5}$$

ذرا سوچئے

کیا ذیل کی تقسیم درست ہے؟

(i) $\frac{4y+3}{4} = y + 3$ (ii) $\frac{5m^2+9}{9} = 5m^2$

(iii) $\frac{2x^2+8}{4} = 2x^2 + 2$

اگر درست نہیں ہے تو درست کیجئے۔

کوشش کیجئے:

(i) $(16y^5 - 8y^2) \div 4y$

(ii) $(p^5q^2 + 24p^3q - 128q^3) \div 6q$

(iii) $(4m^2n + 9n^2m + 3mn) \div 4mn$

3.4 چند عمومی غلطیوں سے بچئے

Avoid some common errors

S.No	Error غلطی	Correct صحیح	Reason وجہ
1.	$2xx = 2x$	$2xx = 2 \times x^1 \times x^1 = 2x^2$	متغیرات کا حاصل ضرب
2.	$-3x - 4x = -1x$	$-3x - 4x = -7x$	یکساں نشانی والے اجزائے ضربی کو جمع کر کے اسی نشانی کو لکھتے ہیں۔
3.	$4y + 3y + y = 7y$	$4y + 3y + y = 8y$	$1y$ کی طرح سے y ہے، کسی رقم کے سر عدد 1 کو عموماً لکھا نہیں جاتا۔
4.	$5x + 3x = 8x^2$	$5x + 3x = 8x$	جب ہم یکساں ارقام کو جمع یا تفریق کرتے ہیں یکساں ارقام کے متغیرات کو اسی طرح رکھتے ہوئے صرف سر اعداد کو جمع یا تفریق کرتے ہیں
5.	$9x + 1 = 10x$	$9x + 1 = 9x + 1$	غیر یکساں ارقام کو جمع یا تفریق نہیں کیا جا سکتا
6.	$3x + 4y = 7xy$	$3x + 4y = 3x + 4y$	غیر یکساں ارقام کو جمع نہیں کیا جا سکتا۔
7.	$3(4x + 9)$ $= 12x + 9$	$3(4x + 9) = 12x + 27$	مشترک جزو ضربی 3 سے دونوں ارقام کو ضرب کیا جاتا ہے۔
8.	$5 + (3y - 4)$ $= 15y - 20$	$5 + (3y - 4)$ $= 5 + 3y - 4$	ارقام کے درمیان میں جمع کی علامت ہے، ضرب نہیں۔

8th maths unit 3 algebra 1
Thursday, April 16, 2020 3:44:39 PM

9.	$(-7x^2+2x+3)$ $=-(7x^2+2x+3)$	$-7x^2+2x+3$ $=-(7x^2-2x-3)$	(–1) کومشترک لیتے ہوئے، تمام ارقام کے لئے ہم ان کی نشان تبدیل کرتے ہیں۔
10.	$(2x)^2=2x^2$	$(2x)^2=2^2\times x^2=4x^2$	براکٹ کے اندر تمام بنیادی اجزائے ضربی کے لئے قوت مشترک ہے۔
11.	$(2x-5)(3x-4)$ $=6x^2+20$	$(2x-5)(3x-4)$ $=2x(3x-4)-5(3x-4)$ $=6x^2-8x-15x+20$ $=6x^2-23x+20$	تقسیمی اصول اختیار کرنا چاہئے۔
12.	$(x-9)^2=x^2-9^2$	$(x-9)^2=(x-9)(x-9)$ $=x^2-2(x)(9)+9^2$ $=x^2-18x+81$	دورقمیات $(a+b)^2$، $(a-b)^2$ کا حاصل ضرب، تماثلات استعمال کرتے ہیں۔
13.	$\frac{p^2}{p^5}=p^{5-2}=p^3$	$\frac{p^2}{p^5}=\frac{1}{p^{5-2}}=\frac{1}{p^3}$	قوتوں کے قانون $x^m\div x^n=x^{m-n}$ جب $m>n$ ہو۔
14.	$\frac{x^2+5}{5}=x^2$	$\frac{x^2+5}{5}=\frac{x^2}{5}+\frac{5}{5}$ $=\frac{x^2}{5}+1$	جملوں کے ہر رقم کو نسب نما سے تقسیم کرتے ہیں۔
15.	$\frac{5m^2}{5m^2}=0$	$\frac{5m^2}{5m^2}=1$	ایک رقم کو جب اسی رقم سے تقسیم کرنے پر 1 حاصل ہوتا ہے۔

مشق 3.2

1۔ خالی جگہ پر کیجئے۔

(i) $\frac{18m^4(__)}{2m^3n^3}=_____mn^5$ (ii) $\frac{l^4m^5n^{(_)}}{2lm^{(_)}n^6}=\frac{l^3m^2n}{2}$ (iii) $\frac{42a^4b^5(__)}{6a\square^2}=(__)b^3c^2$

2۔ صحیح یا غلط بتایئے

(i) $8x^3y\div 4x^2=2xy$

(ii) $7ab^3\div 14ab=2b^2$

3۔ تقسیم کیجئے۔

(i) $27y^3$ کو $3y$ سے (ii) x^3y^2 کو x^2y سے

(iii) $45x^3y^2z^4$ کو $(-15xyz)$ سے

(iv) $(3xy)^2$ کو $9xy$ سے

4۔ مختصر کیجئے۔

(i) $\frac{3m^2}{m}+\frac{2m^4}{m^3}$ (ii) $\frac{14p^5q^3}{2p^2q}-\frac{12p^3q^4}{3q^2}$

5۔ تقسیم کیجئے۔

(i) $(32y^2-8yz)$ کو $2y$ سے (ii) $(4m^2n^3+16m^4n^2-mn)$ کو $2mn$ سے

(iii) $10(4x-8y)$ کو $5(x-2y)$ سے (iv) $81(p^4q^2r^3+2p^3q^3r^2-5p^2q^2r^2)$ کو $(3pqr)^2$ سے

8th maths unit 3 algebra 1
Thursday, April 16, 2020 3:44:39 PM

6۔ غلطیوں کو پہچانئے اور انہیں درست کیجئے۔

(i) $7y^2 - y^2 + 3y^2 = 10y^2$ (ii) $6xy + 3xy = 9x^2y^2$

(iii) $m(4m-3) = 4m^2 - 3$ (iv) $(4n)^2 - 2n + 3 = 4n^2 - 2n + 3$

(v) $(x-2)(x+3) = x^2 - 6$ (vi) $-3p^2 + 4p - 7 = -(3p^2 + 4p - 7)$

7۔ بیان A : اگر $24\,p^2q$ کو $3pq$ سے تقسیم کیا جاتا ہے تو خارج قسمت $8p$ ہوگا۔

بیان B : $\frac{(5x+5)}{5}$ کو مختصر کرنے سے $5x$ حاصل ہوگا۔

(i) بیان A اور B دونوں درست ہیں۔ (ii) A درست ہے مگر B غلط ہے۔

(iii) A غلط ہے مگر B درست ہے۔ (iv) A اور B دونوں غلط ہیں۔

8۔ بیان A : $4x^2 + 3x - 2 = 2(2x^2 + \frac{3x}{2} - 1)$

بیان B : $(2m-5)-(5-2m) = (2m-5) + (2m-5)$

(i) بیان A اور B دونوں درست ہیں۔ (ii) A درست ہے مگر B غلط ہے۔

(iii) A غلط ہے مگر B درست ہے۔ (iv) A اور B دونوں غلط ہیں۔

3.5 تماثلات Identities

اگلی جماعت میں ہم معیاری الجبرائی تماثلات کے بارے میں مطالعہ کر چکے ہیں۔ تماثل ایک مساوات ہے جو ہر ممکن متغیرات کی قیمت پر صحیح ہوتا ہے۔ اب ہم چار معلوم شدہ تماثلات کا اعادہ کریں گے۔ جو

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $(a-b)^2 \equiv a^2 - 2ab + b^2$

$(a^2 - b^2) = (a+b)(a-b)$ $(x+a)(x+b) \equiv x^2 + (a+b)x + ab$



کوشش کیجئے

تماثل کی نمائندگی کے لئے ہم $\equiv$ علامت کے بجائے $=$ استعمال کریں گے تاکہ کوئی الجھن نہ رہے۔

ذیل کو پھیلایئے

1. $(p+2)^2 =$ .....
2. $(3-a)^2 =$ .....
3. $(6^2 - x^2) =$ .....
4. $(a+b)^2 - (a-b)^2 =$ .....
5. $(a+b)^2 = (a+b) \times$ .....
6. $(m+n)(.....) = m^2 - n^2$
7. $(m+....)^2 = m^2 + 14m + 49$
8. $(k^2 - 36) = (k+...)(k-...)$
9. $m^2 - 6m + 9 =$ .....
10. $(m-10)(m+5) =$ .....



غور کیجئے

$7x+3=10$ کے لئے $x=1$ ہی صرف ایک حل ہے۔ جب کہ x کی کوئی بھی قیمت $(x+2)^2=x^2+4x+4$ کو مطمئن کرتی ہے۔ لہٰذا $7x+3=10$ ایک مساوات ہے، $(x+2)^2=x^2+4x+4$ ایک تماثل ہے۔ تماثل ایک مساوات ہوسکتی ہے، مگر اس کا برعکس صحیح نہیں ہوسکتا، یعنی ایک مساوات تماثل نہیں بن سکتی۔

3.5.1 تماثلات کے استعمالات Application of Identities

تماثلات سے الجبرائی جملوں اور اعداد کے ضرب پر مسئلوں کو حل کرنے کا ایک دوسرا طریقہ حاصل ہوتا ہے۔

8th maths unit 3 algebra 1
Thursday, April 16, 2020 3:44:39 PM

مثال 3.8 $(a+b)^2$ کے تماثل کو استعمال کرکے $(3a+4c)^2$ کی قیمت معلوم کیجئے۔

حل : $(3a+4c)^2$ کو $(a+b)^2$ سے موازنہ کرنے پر ہمیں یہ حاصل ہوتا ہے $a=3a$, $b=4c$

یہاں پر $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$

$\therefore (3a+4c)^2 = (3a)^2+2(3a)(4c)+(4c)^2$ (a اور b کی قیمتوں کو ردوبدل کرنے پر)

$= 3^2a^2+(2\times3\times4)(a\times c)+4^2c^2$

$(3a+4c)^2 = 9a^2+24ac+16c^2$

مثال 3.9 $(a-b)^2$ تماثل کو استعمال کرکے 998^2 کی قیمت معلوم کیجئے۔

حل : ہمیں معلوم ہے کہ 998 کو $(1000-2)$ کی طرح ظاہر کرسکتے ہیں۔

$\therefore (998)^2 = (1000-2)^2$

یہ $(a-b)^2$ شکل میں ہے، ہمیں یہ حاصل ہوتا ہے۔ $a=1000$ ، $b=2$

یہاں پر $(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$

$(1000-2)^2 = (1000)^2-2(1000)(2)+(2)^2$

$= 1000000-4000+4 = 996004$

مثال 3.10 $(a+b)\ (a-b)$ تماثل کو استعمال کرکے $(3x+5y)\ (3x-5y)$ کو مختصر کیجئے۔

حل $(3x+5y)\ (3x-5y)$ ہمارے پاس ہے۔

اسے $(a+b)\ (a-b)$ سے موازنہ کرنے پر ہمیں یہ حاصل ہوتا ہے۔ $a=3x \quad b=5y$

یہاں پر $(a+b)\ (a-b) = a^2-b^2$

$(3x+5y)\ (3x-5y) = (3x)^2-(5y)^2$ (a اور b کی قیمتوں کو ردوبدل کرنے پر)

$= 3^2x^2-5^2y^2$

$(3x+5y)\ (3x-5y) = 9x^2-25y^2$

مثال 3.11 a^2-b^2 تماثل کو استعمال کرکے y^2-16 کو پھیلایئے۔

حل : y^2-16 کو y^2-4^2 کی طرح لکھ سکتے ہیں

اسے a^2-b^2 سے موازنہ کرنے پر ہمیں حاصل ہوتا ہے $a=y$, $b=4$

یہاں پر $a^2-b^2 = (a+b)\ (a-b)$

$y^2-4^2 = (y+4)(y-4)$

$y^2-16 = (y+4)\ (y-4)$

8th maths unit 3 algebra 1
Thursday, April 16, 2020 3:44:40 PM

مثال 3.12 $(x+a)(x+b)$ تماثل کو استعمال کرکے $(5x+4)$ $(5x+3)$ کو مختصر کیجئے۔

حل : ہمارے پاس ہے۔ $(5x+3)(5x+4)$

اسے $(x+a)(x+b)$ سے موازنہ کرنے پر ہمیں یہ حاصل ہوتا ہے۔ $a=3,\ b=4$ اور $x=5x$

$(x+a)(x+b) = x^2+(a+b)x+ab$ (x, a اور b کی قیمتوں کو دوبدل کرنے پر)

$$(5x+3)(5x+4) = (5x)^2 + (3+4)(5x) + (3)(4)$$
$$= 5^2x^2 + (7)(5x) + 12$$
$$(5x+3)(5x+4) = 25x^2 + 35x + 12$$

کوشش کیجئے:

مناسب تماثلات کو استعمال کرکے پھیلایئے۔

1) $(3p+2q)^2$ 2) $(105)^2$ 3) $(2x-5d)^2$

4) $(98)^2$ 5) $(y-5)(y+5)$ 6) $(3x)^2-5^2$

7) $(2m+n)(2m+p)$ 8) 203×197

9۔ مربع کا رقبہ معلوم کیجئے جس کا ضلع $(x-2)$ ہے۔

10۔ مستطیل کا رقبہ معلوم کیجئے جس کی لمبائی اور چوڑائی $(y+4)$ اور $(y-3)$ ہے۔

3.6 مکعبی تماثلات Cubic identites

I. $(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

اب ہم یہ ثابت کریں گے LHS $= (a+b)^3$

$= [(a+b)(a+b)](a+b)$ (توسیع شکل)

$= (a+b)^2(a+b)$

$= (a^2+2ab+b^2)(a+b)$ (تماثل کو استعمال کرنے پر)

$= a(a^2+2ab+b^2)+b(a^2+2ab+b^2)$ (تقسیمی اصول کو استعمال کرنے پر)

$= a^3+2a^2b+ab^2+ba^2+2ab^2+b^3$

$= a^3+(2a^2b+ba^2)+(ab^2+2ab^2)+b^3$ (یکساں ارقام کو گروہ بنانے پر)

$= a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

$= RHS$

$(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

چنانچہ، راست ضرب کے ذریعہ ہم یہ مکعبی تماثل ثابت کر چکے ہیں۔

دوسرا طریقہ

×	a^2	$2ab$	b^2
a	a^3	$2a^2b$	ab^2
b	a^2b	$2ab^2$	b^3

$= a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

کارروائی

اپنے ٹیچر کی مدد سے تم $(a+b)^3$ کا ثبوت دیکھ سکتے ہو۔

8th maths unit 3 algebra 1
Thursday, April 16, 2020 3:44:40 PM

دوسرا طریقہ

×	a^2	$2ab$	b^2
a	a^3	$2a^2b$	ab^2
b	a^2b	$2ab^2$	b^3

$= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

II- $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3a^2b - b^3$

راست ضرب کے ذریعے اس تماثل کو ثابت کیا جا سکتا ہے۔

$(a-b)^3 = (a-b)(a-b)(a-b)$ ہمارے پاس ہے۔

$= (a-b)^2 \times (a-b)$

$= (a^2 - 2ab + b^2)(a-b)$

$= a(a^2 - 2ab + b^2) - b(a^2 - 2ab + b^2)$

$= a^3 - 2a^2b + ab^2 - ba^2 + 2ab^2 - b^3$

$= a^3 - 2a^2b + ba^2 + ab^2 + 2ab^2 - b^3$

$= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

$= RHS$

$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3a^2b - b^3$

چنانچہ ، ثابت ہوا

III $(x+a)(x+b)(x+c) = x^3 + (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x + abc$

ہمیں معلوم ہوتا ہے کہ تماثل $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

اسے ایک دورقمی $(x+c)$ سے ضرب کریں، تو ہمیں یہ حاصل ہوتا ہے۔

$(x+a)(x+b)(x+c) = \big[(x+a)(x+b)\big](x+c)$

$= (x^2 + (a+b)x + ab) \times (x+c)$

$= x\big[x^2 + (a+b)x + ab\big] + c\big[x^2 + (a+b)x + ab\big]$ (تقسیمی اصول)

$= x^3 + (a+b)x^2 + abx + cx^2 + (a+b)xc + abc$

$= x^3 + ax^2 + bx^2 + abx + cx^2 + acx + bcx + abc$

$= x^3 + (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x + abc$ (x^2, x ارقام کو ملانے پر)

$(x+a)(x+b)(x+c) = x^3 + (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x + abc$

لہٰذا، ہم ان مکعبی تماثلات سے یہ نتیجے نکال سکتے ہیں۔

- $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
- $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
- $(x+a)(x+b)(x+c) = x^3 + (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x + abc$

حاصلات: اوپر کے تماثلات سے درج ذیل نتیجے حاصل ہو سکتے ہیں۔

(i) $(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$

(ii) $a^3 + b^3 = (a+b)\left(a^2 - ab\right) + b^2$

(iii) $(a-b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a-b)$

(iv) $a^3 - b^3 = (a-b)\left(a^2 + ab\right) + b^2$



کیسے؟ کوشش کیجیے۔

8th maths unit 3 algebra 1
Thursday, April 16, 2020 3:44:40 PM

3.6.1 مکعبی تماثلات کے استعمال Application of Cubic Identities

I. تماثل $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ کا استعمال

مثال 3.13 پھیلایئے $(x+4)^3$

حل:

$(a+b)^3$ کو $(x+4)^3$ سے موازنہ کرنے پر، ہمیں $a=x,\ b=4$ حاصل ہوتا ہے۔

ہمیں معلوم ہے $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

$(x+4)^3 = (x)^3 + 3(x)^2(4) + 3(x)(4)^2 + (4)^2$ (a, b کی قیمتوں کو)

$= (x)^3 + 3x^2(4) + 3(x)(16) + 16$ (رد و بدل کرنے پر)

$(x+4)^3 = x^3 + 12x^2 + 48x + 16$

$(4)^2 = 4 \times 4 = 16$

$(4)^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$

اس کو استعمال کر کے پھیلانے کی کوشش کیجئے۔

$(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$

مثال 3.14 $(103)^3$ کی قیمت معلوم کیجئے

حل:

یہاں پر $(103)^3 = (100+3)^3$

اسے $(a+b)^3$ سے موازنہ کرنے پر ہمیں $a=100,\ b=3$ حاصل ہوتا ہے

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ (a, b کی قیمتوں کو رد و بدل کرنے پر)

$(100+3)^3 = (100)^3 + 3(100)^2(3) + 3(100)(3)^2 + (3)^3$

$= 1000000 + 3(10000)(3) + 3(100)(9) + 27$

$= 1000000 + 90000 + 2700 + 27$

$(103)^3 = 1092727$

II. تماثل $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ کا استعمال

مثال 3.15 پھیلایئے $(y-5)^3$

حل:

$(a-b)^3$ کو $(y-5)^3$ سے موازنہ کرنے پر ہمیں $a = y,\ b=5$ حاصل ہوتا ہے۔

$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

$(y-5)^3 = (y)^3 + 3(y)^2(5) + 3(y)(5)^2 - (5)^3$

$= (y)^3 + 3y^2(5) + 3(y)(25) - 125$

$(y-5)^3 = y^3 - 15y^2 + 75y - 125$

اس کو استعمال کر کے پھیلانے کی کوشش کیجئے۔

$(a-b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a-b)$

8th maths unit 3 algebra 1
Thursday, April 16, 2020 3:44:41 PM

مثال 3.16 $(98)^3$ کی قیمت معلوم کیجئے

حل: یہاں پر $(98)^3 = (100-2)^3$

اسے $(a-b)^3$ سے موازنہ کرنے پر، ہمیں $a=100$ ، $b=2$ حاصل ہوتا ہے

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$(100-2)^3 = (100)^3 - 3(100)^2(2) + 3(100)(2)^2 + (2)^2$$

$$= 1000000 - 3(10000)(2) + 3(100)(4) - 8$$

$$= 1000000 - 60000 + 1200 - 8$$

$$= 941192$$

III. تماثل $(x+a)(x+b)(x+c) = x^3 + (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x + abc$ کا استعمال

مثال 3.17 پھیلایئے $(x+3)(x+5)(x+2)$

حل: اسے $(x+a)(x+b)(x+c)$ سے موازنہ کرنے پر، ہمیں $x=x$, $a=3$, $b=5$, $c=2$ حاصل ہوتا ہے۔

$$(x+a)(x+b)(x+c) = x^3 + (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x + abc$$

$$(x+3)(x+5)(x+2) = (x)^3 + (3+5+2)(x)^2 + (3\times5 + 5\times2 + 2\times3)x + (3)(5)(2)$$

$$= x^3 + 10x^2 + (15+10+6)x + 30$$

$$(x+3)(x+5)(x+2) = x^3 + 10x^2 + 31x + 30$$



کوشش کیجئے:

پھیلایئے (i) $(x+4)^3$ (ii) $(y-2)^3$ (iii) $(x+1)(x+3)(x+5)$

مشق 3.3

1 پھیلایئے۔

(i) $(3m+5)^2$ (ii) $(5p-1)^2$ (iii) $(2n-1)(2n+3)$ (iv) $4p^2 - 25q^2$

2 پھیلایئے۔

(i) $(3+m)^3$ (ii) $(2a+5)^3$ (iii) $(3p+4q)^3$

(iv) $(52)^3$ (v) $(104)^3$

3 پھیلایئے۔

(i) $(5-x)^3$ (ii) $(2x-4y)^3$ (iii) $(ab-c)^3$

(iv) $(48)^3$ (v) $(97xy)^3$

4 مختصر کیجئے۔

(i) $(5y+1)(5y+2)(5y+3)$ (ii) $(p-2)(p+1)(p-4)$

5 مکعب کا حجم معلوم کیجئے جس کا ضلع $(x+1)$ سمر ہے۔

6 مکعب نما کا حجم معلوم کیجئے جس کا ابعاد $(x+2)$، $(x-1)$ اور $(x-3)$ ہے۔

8th maths unit 3 algebra 1
Thursday, April 16, 2020 3:44:41 PM

Objective Type Questions معروضی سوالات

7۔ اگر $x^2 - y^2$ اور $(x + y) = 8$ ہوتو $(x - y)$ اس کے مساوی ہے۔

(A) 8 (B) 3 (C) 2 (D) 1

8۔ $\frac{(a+b)(a^3-b^3)}{(a^2-b^2)} =$ _____

(A) a^2-ab+b^2 (B) a^2+ab+b^2 (C) $a^2+2ab+b^2$ (D) $a^2-2ab+b^2$

9۔ $(p+q)(p^2-pq+q^2) =$ _____

(A) p^3+q^3 (B) $(p+q)^3$ (C) p^3-q^3 (D) $(p-q)^3$

10۔ اگر $(a-b) = 3$ اور $ab = 5$ ہوتو $a^3-b^3 =$ .....

(A) 15 (B) 18 (C) 62 (D) 72

11۔ $a^3+b^3 = (a+b)^3$ _____

(A) $3a(a+b)$ (B) $3ab(a-b)$ (C) $3-ab(a+b)$ (D) $3ab(a+b)$

3.7 اجزائے ضربی Factorisation



غور کیجئے

اعداد اولی وہ عدد جو 1 اور اسی عدد سے تقسیم پذیر ہے (یا) وہ عدد جس کے صرف 2 جزو ضربی ہیں۔ مثال 2,3,5,7,11,...

مرکب اعداد وہ عدد جس کے 2 سے زیادہ اجزاء ہوتے ہیں مثال...4,6,8,9,10,12

کسی بھی عدد کو دو یا دو سے زیادہ اعداد کے حاصل ضرب کی طرح سے ظاہر کرنے کو **اجزائے ضربی** کہتے ہیں۔ اسی عدد 12 کو اولی اجزائے ضربی (Prime factors) کے حاصل ضرب کی طرح سے ظاہر کر سکتے ہیں جیسے $12=2\times2\times3$ یہ اولی اجزائے ضربی (Prime factorisation) کہلاتا ہے۔

جی ہاں، ایک الجبریائی جملہ کو دو یا دو سے زیادہ جملوں کے حاصل ضرب، کی طرح سے ظاہر کرنے کو اجزائے ضربی کہتے ہیں

مثال کے طور پر (i) $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ یہاں، a^2-b^2 کے دو اجزائے ضربی $(a+b)$ اور $(a-b)$ ہیں۔

(ii) یہاں، $5y+30=5(y+6)$ کے دو اجزائے ضربی 5 اور $(y+6)$ ہیں۔

کسی بھی جملے کو (جملہ)$\times(1)$ کی طرح سے اجزائے ضربی نکال سکتے ہیں۔ مثال کے طور پر، a^2-b^2 کو اس طرح سے بھی اجزائے ضربی نکال سکتے ہیں۔ $(1)\times\left(a^2-b^2\right)$ یا $(-1)\times\left(b^2-a^2\right)$ کیونکہ تمام اعداد اور جملوں کے لئے 1 ایک جزو ضربی ہے۔

اس لئے، جملوں کو اجزائے ضربی نکالتے وقت 1 کے علاوہ دو یا دو سے زیادہ جزو ضربی حاصل کرنے کے لئے نیچے دئے گئے اجزائے ضربی کے مناسب قسم کو اختیار کرنا چاہئے۔ جملے سے تمام مشترک اجزا کو باہر نکالنے کے بعد اجزائے ضربی کے عمل کو بند کریں اور اجزاء کی فہرست بنالیں۔

قسم 1 : ہر رقم سے مشترک جزو ضربی کو باہر نکالتے ہوئے اجزائے ضربی معلوم کرنا۔

Type: 1 Factorisation by taking out the common factor from each term.

مثال 3.18 $4x^2y+8xy$ اجزائے ضربی معلوم کیجئے۔

حل : ہمارے پاس ہے، $4x^2y+8xy$

سے اس طرح لکھا جا سکتا ہے $=(2\times2\times x\times x\times y)+(2\times2\times2\times x\times y)$

8th maths unit 3 algebra 1
Thursday, April 16, 2020 3:44:42 PM

مشترک جزو جزبی $y,x,2,2$ کو باہر نکالنے پر ہمیں یہ حاصل ہوتا ہے۔

$= 2\times 2\times x\times y(x+2)$

$= 4xy(x+2)$

قسم 2 ہر رقم سے دورقمی جزوضربی کو باہر نکالتے ہوئے اجزائے ضربی معلوم کرنا

Type: 2 Factorisation by taking out the common binomial factor from each term

مثال 3.19

(i) $(2x+5)(x-y)+(4y)(x-y)$ اجزائے ضربی معلوم کیجئے

حل:

ہمارے پاس ہے، $(2x+5)(x-y)+(4y)(x-y)$

مشترک دورقمی جزوضربی $(x-y)$ کو باہر نکالنے پر

ہمیں یہ حاصل ہوتا ہے۔ $(x-y)(2x+5+4y)$

(ii) $3n(p-2)+4(2-p)$ اجزائے ضربی معلوم کیجئے۔

حل:

ہمارے پاس ہے

$3n(p-2)+4(2-p)$ (مشترک لینے پر)

$3n(p-2)-4(p-2)$

مشترک دورقمی $(p-2)$ کو باہر نکالنے پر

ہمیں یہ حاصل ہوتا ہے۔ $(p-2)(3n-4)$

قسم 3 گروہوں کے ذریعے اجزائے ضربی معلوم کرنا۔ Type: 3 Factorisation by grouping

بعض اوقات دئے گئے جملے کے رقموں کو اس طرح گروہ بندی کی جاتی ہے کہ ان میں ایک مشترک اجزئے ضربی ہوتا ہے کہ اس میں سے مشترک اجزائے ضربی کو آسانی سے باہر نکالا جاسکتا ہے۔

مثال 3.20

$x^2+yz+xy+xz$ اجزائے ضربی معلوم کیجئے۔

حل:

ہمارے پاس ہے، $x^2+yz+xy+xz$

رقموں کی مناسب گروہ بندی کرنے پر $=(x^2+xy)+(yz+xz)$

$=x(x+y)+z(y+x)$

جمع متبادلت پذیر ہے $=x(x+y)+z(x+y)$

مشترک دورقمی جزوضربی $(x+y)$ کو باہر نکالنے پر $=(x+y)[x+z]$

قسم 4 : تماثلات کو استعمال کرکے اجزائے ضربی معلوم کرنا۔ Type: 4 Factorisation using Identities

(i) $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ (ii) $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ (iii) $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

مثال 3.21

$x^2+8x+16$ اجزائے ضربی معلوم کیجئے۔

حل:

یہاں پر $x^2+8x+16$

اسے اس طرح لکھا جاسکتا ہے۔ x^2+8x+4^2

اسے $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$ سے موازنہ کرنے پر، ہمیں یہ حاصل ہوتا ہے۔ $a=x, b=4$

$(x^2)+2(x)(4)+(4)^2=(x+4)^2$

$x^2+8x+16=(x+4)^2$

دو اجزائے ضربی ہیں $(x+4), (x+4)$

8th maths unit 3 algebra 1
Thursday, April 16, 2020 3:44:42 PM

مثال 3.22 اجزائے ضربی معلوم کیجئے: $49x^2 - 84xy + 36y^2$

حل: یہاں پر $49x^2 - 84xy + 36y^2 = 7^2x^2 - 84xy + 6^2y^2$

$= (7x)^2 - 2(7x)(6y) + (6y)^2$

اسے $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$ سے موازنہ کرنے پر، ہمیں یہ حاصل ہوتا ہے $a = 7x,\ b = 6y$

$(7x)^2 - 2(7x)(6y) + (6y)^2 = (7x-6y)^2$

$\therefore\ 49x^2 - 84xy + 36y^2 = (7x-6y)^2$

$(7x-6y)$ ، $(7x-6y)$ دو اجزائے ضربی ہیں

کوشش کیجئے

اجزائے ضربی معلوم کیجئے۔

حاصل جمع	حاصل ضرب	جزو 2	جزو 1
12	35		
-3	-40		
-17	60		
+14	-51		
-4	-32		

مثال 3.23 اجزائے ضربی معلوم کیجئے $49x^2 - 64y^2$

حل: یہاں پر $49x^2 - 64y^2 = 7^2x^2 - 8^2y^2$

$= (7x)^2 - (8y)^2$

اسے $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ سے موازنہ کرنے پر، ہمیں یہ حاصل ہوتا ہے۔ $a = 7x,\ b = 8y$

$(7x)^2 - (8y)^2 = (7x+8y)(7x-8y)$

$(7x+8y)(7x-8y)$ دو اجزائے ضربی ہیں

قسم 5 : جملہ (ax^2+bx+c) کا اجزائے ضربی معلوم کرنا

Type: 5 Factorisation of the expression

مثال 3.24 اجزائے ضربی معلوم کیجئے $x^2 + 8x + 15$

حل: یہ ax^2+bx+c کی شکل میں ہے۔

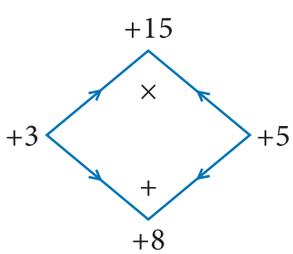
ہمیں یہ حاصل ہوتا ہے $a = 1, b = 8, c = 15$

اب، حاصل جمع b= اور حاصل ضرب $a \times c$

b=8 $= 1 \times 15$

$= x^2 + 8x + 15$

حاصل جمع = 8	حاصل ضرب=15
1+15 = 16	1×15 = 15
3+5 = 8 ✓	**3 × 5 = 15**



درمیانی رقم $8x$ کو $3x+5x$ کی طرح لکھ سکتے ہیں۔ $= (x^2 + 3x) + (5x + 15)$

(مشترک جزو ضربی $x+3$ کو باہر نکالنے پر) $= x(x+3) + 5(x+3)$

$= (x+3)(x+5)$

$x^2 + 8x + 15 = (x+5)(x+3)$

ذرا سوچئے

$x^2-4(x-2)=(x^2-4)(x-2)$

کیا یہ درست ہے؟ اگر نہیں ہے تو درست کیجئے۔

8th maths unit 3 algebra 1
Thursday, April 16, 2020 3:44:42 PM

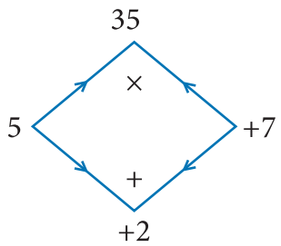
مثال 3.25 اجزائے ضربی معلوم کیجئے: $7c^2 + 2c - 5$

حل: یہ ax^2+bx+c کی شکل میں ہے

ہمیں یہ حاصل ہوتا ہے $a = 7,\ b = 2,\ c = -5$

جمع $b=2$ اور حاصل ضرب $= a \times c = 7 \times (-5) = -35$

حاصل ضرب = 35	حاصل جمع = 2
$1 \times (35) = 35$	$135 = 34$
$1 \times 35 = 35$	$1+35 = 34$
$5 \times (7) = 35$	$57 = 2$
$5 \times 7 = 35$	**$5+7 = 2$** ✓



$= 7c^2 + 2c - 5$

(درمیانی رقم $2c$ کو $-5c+7c$ کی طرح لکھ سکتے ہیں)

$= (7c^2 - 5c) + (7c - 5)$

(مشترک جزو ضربی $7c-5$ کو باہر نکالنے پر)

$= c(7c - 5) + 1(7c - 5)$

$= (7c - 5)(c + 1)$

$(7c - 5)$ ، $(c + 1)$ دو اجزائے ضربی ہیں

کوشش کیجئے

ذیل کے اجزائے ضربی معلوم کیجئے

1) $3y+6$ 2) $10x^2+15y^2$ 3) $7m(m-5)+1(5-m)$ 4) $64-x^2$ 5) x^2-3x+2

6) $y^2-4y-32$ 7) $p^2+2p-15$ 8) $m^2+14m+48$ 9) x^2-x-90 10) $9x^2-6x-8$

3.7.1 مکعبی تماثلات کو استعمال کرکے اجزائے ضربی معلوم کرنا

Factorisation using cubic identities

غور کیجئے

$8a^3 = 2 \times 2 \times 2 \times a^3$

$= 2^3 a^3 = (2a)^3$

مکعبی تماثلات یہ ہیں

(i) $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

(ii) $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

I۔ تماثل $a^3+b^3 = (a+b)(a^2-ab+b^2)$ استعمال کرکے اجزائے ضربی معلوم کرنا۔

مثال 3.26 اجزائے ضربی معلوم کیجئے۔ $x^3 + 15x^2 + 75x + 125$

غور کیجئے

کامل مکعب اعداد

وہ عدد جسے $x \times x \times x$ کی شکل میں لکھا جاسکتا ہے، کامل مکعب عدد کہلاتا ہے۔

مثالیں $8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$

$27 = 3 \times 3 \times 3 = 3^3$

$125 = 5 \times 5 \times 5 = 5^3$

یہاں 125,27,8 چند کامل مکعب اعداد ہیں۔

حل:

دیا گیا ہے $x^3 + 15x^2 + 75x + 125$

اس کو اس طرح لکھا جاسکتا ہے $x^3 + 15x^2 + 75x + 5^3$

$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = (a+b)^3$ اس کے ساتھ موازنہ کرنے پر

ہمیں حاصل ہوا $a = x,\ b = 5$

دیے گئے جملے کا اظہار اس طرح کیا جاسکتا ہے۔

$(x)^3 + 3(x)^2(5) + 3(x)(5)^2 + (5)^3 = (x+5)^3$

$(x+5)(x+5)(x+5)$ تین اجزائے ضربی ہیں۔

8th maths unit 3 algebra 1
Thursday, April 16, 2020 3:44:43 PM

II تماثل $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ کواستعمال کرکے اجزائے ضربی معلوم کرنا

II. Factorise using the identity

مثال 3.27 $8p^3 - 12p^2q + 6pq^2 - q^3$ اجزائے ضربی معلوم کیجئے۔

حل: ہمارے پاس ہے۔ $8p^3 - 12p^2q + 6pq^2 - q^3$

اسے اس طرح لکھا جاسکتا ہے۔ $(2p)^3 - 12p^2q + 6pq^2 - (q)^3$

اسے $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = (a-b)^3$ سے موازنہ کرنے پر، ہمیں یہ حاصل ہوتا ہے $a = 2p, b = q$

دیئے گئے جملے کا اظہار اس طرح کیا جاسکتا ہے۔ $(2p)^3 - 3(2p)^2(q) + 3(2p)(q)^2 - (q)^3 = (2p-q)^3$

تین اجزائے ضربی ہیں۔ $= (2p-q), (2p-q), (2p-q)$

مشق 3.4

1۔ مشترک جزو ضربی کو باہر نکالتے ہوئے ذیل کے اجزائے ضربی معلوم کیجئے۔

(i) $18xy - 12yz$ (ii) $9x^5y^3 + 6x^3y^2 - 18x^2y$ (iii) $x(b-2c) + y(b-2c)$

(iv) $(ax+ay)+(bx+by)$ (v) $2x^2(4x-1) - 4x + 1$ (vi) $3y(x-2)^2 - 2(2-x)$

(vii) $6xy - 4y^2 + 12xy - 2yzx$ (viii) $a^3 - 3a^2 + a - 3$

(ix) $3y^3 - 48y$ (x) $ab^2 - bc^2 - ab + c^2$

2۔ ذیل کے جملوں کی اجزائے ضربی معلوم کیجئے۔

(i) $x^2 + 14x + 49$ (ii) $y^2 - 10y + 25$

(iii) $c^2 - 4c - 12$ (iv) $m^2 + m - 72$ (v) $4x^2 - 8x + 3$

3۔ تماثل $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ کواستعمال کرکے ذیل کے اجزائے ضربی معلوم کیجئے۔

(i) $64x^3 + 144x^2 + 108x + 27$ (ii) $27p^3 + 54p^2q + 36pq^2 + 8q^3$

4۔ تماثل $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ کواستعمال کرکے ذیل کے اجزائے ضربی معلوم کیجئے۔

(i) $y^3 - 18y^2 + 108y - 216$ (ii) $8m^3 - 60m^2n + 150mn^2 - 125n^3$

معروضی سوالات Objective type Questions

5۔ $9x^2 + 6xy$ کے اجزائے ضربی یہ ہیں۔

(A) $3y, (x+2)$ (B) $3x, (3x+3y)$ (C) $6x, (3x+2y)$ (D) $3x, (3x+2y)$

6۔ $4 - m^2$ کے اجزائے ضربی یہ ہیں

(A) $(2+m)(2+m)$ (B) $(2-m)(2-m)$ (C) $(2+m)(2-m)$ (D) $(4+m)(4-m)$

7۔ ..... کے اجزائے ضربی $(x+4)$ اور $(x-5)$ ہیں۔

(A) $x^2 - x + 20$ (B) $x^2 - 9x - 20$ (C) $x^2 + x - 20$ (D) $x^2 - x - 20$

8۔ اگر $x^2 - 5x + 6$ کے اجزائے ضربی $(x-p)$ $(x-2)$ ہوں تو p کی قیمت ..... ہوگی۔

(A) 3 (B) 3 (C) 2 (D) 2

9۔ $1 - m^2$ کے اجزائے ضربی یہ ہیں۔

(A) $(1+m), (1+m+m^2)$ (B) $(1-m), (1-m-m^2)$

(C) $(1-m), (1+m+m^2)$ (D) $(1+m), (1-m+m^2)$

10۔ $x^3 + y^3$ کا ایک جزو ضربی یہ ہے۔

(A) $(x-y)$ (B) $(x+y)$ (C) $(x+y)^3$ (D) $(x-y)^3$

8th maths unit 3 algebra 1
Thursday, April 16, 2020 3:44:44 PM

مشق 3.5

CZQXY

متفرق مشقی سوالات Miscellaneous Practice Problems

1۔ $5y^2(x^2y^3-2x^4y+10x^2)$ کو $-2(xy)^2(y^3+7x^2y+5)$ سے تفریق کیجئے۔

2۔ $(4x^2+9)$ اور $(3x-2)$ کو ضرب دیجئے۔

3۔ $7\,b\%$ فی سال کی شرح سے $4ab$ سالوں کے لئے $Rs.5a^2b^2$ پر سادہ سود معلوم کیجئے۔

4۔ ایک نوٹ بک کی قیمت $Rs.10ab$ ہے۔ اگر بلال کے پاس $Rs\ (5a^2b+20ab^2+40ab)$ ہوں، تو وہ کتنے نوٹ بکس خرید سکتا ہے ؟

5۔ $(7y^2-19y-6)$ کے لئے اجزائے ضربی معلوم کیجئے۔

تقابلی سوالات Challenging problems

6۔ کسی گھر کی وائرنگ کرتے وقت ایک کانٹراکٹر (Contractor) تار کی پیمائش دریافت کرنے کے لئے جملہ $4x^2+11x+6$ استعمال کرتا ہے۔ اگر یہ جملہ کمروں کی تعداد اور آؤٹلٹ کی تعداد کی ضرب سے بنتا ہے اور وہ کمروں کی تعداد $(x+2)$ معلوم کرتا ہے، $'x'$ کے لحاظ سے آؤٹلٹ کی تعداد معلوم کیجئے (اشارہ : اجزائے ضربی معلوم کیجئے $4x^2+11x+6$)

7۔ ایک معمار کسی کمرے کے زمین کے رقبہ کو ظاہر کرنے کے لئے جملہ x^2+6x+8 استعمال کرتا ہے۔ اگر وہ یہ فیصلہ کرتا ہے کہ کمرے کی لمبائی کو $(x+4)$ سے ظاہر کیا جاسکتا ہے تو x کے لحاظ سے اس کمرے کی چوڑائی کیا ہوگی؟

8۔ غائب رقم معلوم کیجئے۔ $y^2+(\ldots.)\,x+56=(y+7)(y+\ldots.)$

9۔ اجزائے ضربی معلوم کیجئے۔ $16p^4-1$

10۔ اجزائے ضربی معلوم کیجئے۔ $3x^3-45x^2y+225xy^2-375y^2$

3.8 ایک متغیرات والے خطی مساوات (Linear equation in one varaible)

3.8.1 تعارف (Introduction)

ہم پچھلی کلاس میں سیکھے ہوئے الجبرا کے اصولوں کا اعادہ کریں گے۔

ایک مستطیل کا احاطہ معلوم کرنے کا ضابطہ کیا ہے؟ اگر ہم لمبائی کو l اور چوڑائی کو b سے ظاہر کریں م تو احاطہ P اس طرح دیا جاتا ہے $P=2(l+b)$ ۔ اس ضابطہ میں، 2 ایک متعین عدد ہے جب کہ حروف P, l اور b غیر متعین ہیں کیونکہ یہ مستطیل کی جسامت پر منحصر ہیں اور چنانچہ P, l اور b متغیرات ہیں۔ مختلف جسامت کے مستطیلوں کے لئے، ان کی قیمتیں بدلتی رہتی ہیں۔ 2 ایک مستقل ہے (جو کسی بھی جسامت کے مستطیل کے لئے تبدیل نہیں ہوتا)۔

ایک الجبریائی جملہ متغیرات، مستقل اور عملی علامتوں (جیسے جمع اور تفریق کی نشانیاں) پر مشتمل ایک حسابی جملہ ہے۔

مثال: $4x^2+5x+7xy+100$ ایک الجبریائی جملہ ہے، غور کریں کہ پہلی رقم $4x^2$ میں مستقل 4 اور متغیر x^2 شامل ہے۔ رقم $7xy$ میں مستقل کیا ہے؟ کیا اس جملے کے آخری رقم میں متغیر ہے؟

متغیرات والے ارقام کے 'عددی حصے' سر اعداد ہیں۔ $4x^2+5x+7xy+100$ میں پہلی رقم کا سر عدد 4 ہے۔ دوسری رقم کا سر عدد کیا ہے؟ یہ 5 ہے۔ رقم xy کا سر عدد 7 ہے۔

8th maths unit 3 algebra 2
Thursday, April 16, 2020 3:45:47 PM

3.8.2 الجبرائی جملوں کی تصنیف Forming algebraic expressions

اب ہم چند بیانات (Statements) کو الجبرائی زبان میں ترجمہ کرتے ہیں اور اعادہ کرتے ہیں کہ جملوں کو کیسے جملہ ترتیب دیتے ہیں۔ یہاں چند مثالیں دی گئی ہیں:

بیان	جملہ	تفصیل
8 اور 7 کا حاصل جمع ہے	$8 + 7$	مختصر کرنے پر ہمیں ایک واحد عدد حاصل ہوتا ہے۔ یہ ایک عددی جملہ ہے
x اور 7 کا حاصل جمع ہے	$x + 7$	ہمیں ایک الجبرائی جملہ $x+7$ حاصل ہوتا ہے چونکہ x ایک متغیر ہے
16 کو y سے تقسیم	$\frac{16}{y}$	یہاں y ایک متغیر ہے۔
ایک عدد p کے تگنا سے ایک زیادہ ہے	$3p+1$	یہاں p ایک متغیر ہے، p کا سر عدد 3 ہے
ایک عدد اور اسی عدد سے 5 کم کا حاصل ضرب ہے	$x(x - 3)$	غور کریں کہ مکمل جملے میں x اسی عدد کو ظاہر کرتا ہے (ہم ضرب کو ظاہر کرنے کے لئے قوسین کا استعمال کرتے ہیں)

3.8.3 مساوات Equations

مساوات ایک بیان ہے جو دو جملوں کی برابری کو اظہار کرتا ہے، جملوں کو ''مساوی ہے'' (equal to) نشان کے دونوں طرف لکھا جاتا ہے۔

مثال کے طور پر، $2x+7=17$ ایک مساوات ہے (یہاں x ایک متغیر ہے)

$2x+7$ مساوات کا بائیں طرف (LHS) بناتا ہے، اور 17 مساوات کا دائیں طرف (RHS) بناتا ہے۔

ایک یا ایک سے زیادہ متغیر والی خطی مساوات

جب کسی بیان کو حسابی اصطلاح کی شکل میں لکھتے ہیں تو مساوات بنتی ہے۔

یہاں چند مثالیں دئے گئے ہیں:

(i) ایک عدد کے ساتھ 5 جمع کر کے 25 حاصل کیا جاتا ہے

اس بیان کو $x+5=25$ کی طرح لکھا جاسکتا ہے۔

یہ مساوات $x+5=25$، ایک متغیر (x) سے بنا ہے جس کی اعلیٰ ترین قوت 1 ہے۔ اس لئے اسے ایک متغیر والے خطی مساوات کہا جاتا ہے۔ لہذا،

مثالیں: $5x-2=8, \quad 3y+24=0$

ایک متغیر والی اس خطی مساوات کو سادہ مساوات بھی کہا جاتا ہے۔

8th maths unit 3 algebra 2
Thursday, April 16, 2020 3:45:48 PM

(ii) دواعداد کا حاصل جمع 45 ہے

یہ مساوات $x+y=45$ دو متغیرات x اور y سے بنی ہوئی ہے جس کی اعلیٰ ترین قوت 1 ہے۔

چنانچہ، اسے ہم دو متغیرات والی خطی مساوات کہتے ہیں۔

اس کلاس میں ہم ایک متغیر والی خطی مساوات کو حل کرنا سیکھیں گے۔ اگلی جماعتوں میں تم دوسری قسم کی مساوات کو حل کرنا سیکھو گے۔



غور کیجئے

اس طرح کے تشکیل شدہ مساوات جس کے متغیرات کی قوت 1 سے زیادہ، (2,3, ... وغیرہ) ہوں یہ دو درجی، مکعبی اور اسی طرح کہلاتا ہے۔

مثالیں: (i) $x^2+4x+7=0$ ایک دو درجی مساوات ہے

(ii) $5x^3-x^2+3x=10$ ایک مکعبی مساوات ہے



کوشش کیجئے

ذیل میں کون سے خطی مساوات ہیں۔ پہچانئے۔

(i) $2+x=19$ (ii) $7x^2-5=3$ (iii) $4p^3=12$ (iv) $6m+2$ (v) $n=10$

(vi) $7k-12=0$ (vii) $\frac{6x}{8}+y=1$ (viii) $5+y=3x$ (ix) $10p+2q=3$ (x) x^2-2x-4

ذیل کے بیانات کو خطی مساوات میں تبدیل کیجئے۔

مثال 3.28 دئے گئے ایک عدد کے ساتھ 7 جمع کرنے پر 19 حاصل ہوتا ہے۔



ذرا سوچئے

(i) $t(t-5)=10$ کیا ایک خطی مساوات ہے؟ کیوں؟

(ii) $x^2=2x$ کیا ایک خطی مساوات ہے؟ کیوں؟

حل : فرض کیجئے کہ وہ عدد n ہے۔

جب اس عدد کے ساتھ 7 جمع کرنے پر ہمیں $n+7$ حاصل ہوتا ہے۔

اس نتیجہ سے ہمیں 19 حاصل ہوتا ہے۔

لہذا، یہ مساوات $n+7=19$ ہے۔

مثال 3.29 ایک عدد کے 4 گنا اور 18 کا حاصل جمع 28 ہے۔

حل : فرض کیجئے کہ وہ عدد x ہے۔

اس عدد کا 4 گنا $4x$ ہے۔

اب 18 جمع کرنے پر، ہمیں $4x+18$ حاصل ہوتا ہے۔

اب نتیجہ 28 ہونا چاہئے۔

غرض، یہ مساوات $4x+18=28$ ہونی چاہئے۔

8th maths unit 3 algebra 2
Thursday, April 16, 2020 3:45:48 PM

کوشش کیجئے

ذیل کے بیانات کو خطی مساوات میں تبدیل کیجئے۔

1۔ ایک عدد اور 5 کے حاصل ضرب سے 8 تفریق کرنے پر، مجھے 32 حاصل ہوتا ہے۔

2۔ تین متواتر سالم اعداد کا حاصل جمع 78 ہے۔

3۔ پرویز کے پاس دو سو روپئے کا ایک نوٹ تھا۔ ایک کتاب کے 7 کاپی لینے کے بعد اس کے پاس 60 ₹ بچت تھا۔

4۔ ایک مثلث مساوی الساقین کے قاعدے کے زاویے مساوی ہیں اور اس کے زاویہ کی پیمائش $80°$ ہے۔

5۔ ایک مثلث ABC میں، $\angle A$ زاویہ $\angle B$ سے 10 زائد ہے اور $\angle C$ زاویہ $\angle A$ کا تین گنا ہے۔ اس مساوات کو زاویہ B کے لحاظ سے ظاہر کیجئے۔

3.8.4 خطی مساوات کا حل : Solution of a linear equation:

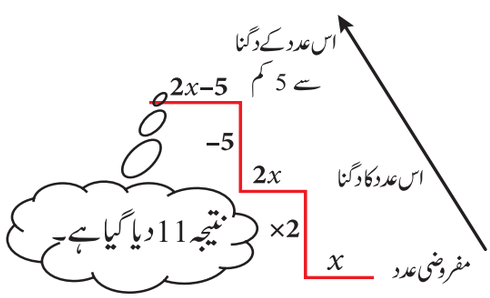
کسی مساوات میں متغیر کو تبدیل کرنے والی قیمت اس طرح سے کہ مساوات کے دونوں جانب مساوی کردے، اسے مساوات کا حل یا مساوات کا جذر کہتے ہیں۔

مثال : $2x = 10$

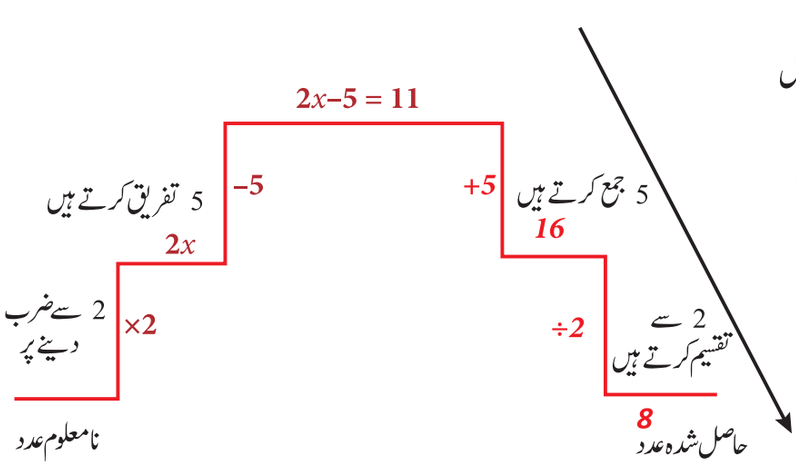
ہم یہ معلوم کرتے ہیں کہ $x = 5$ کی قیمت کے لئے مساوات کی " شرط " پوری ہوتی ہے یعنی، اگر ہم $x=5$ مساوات میں بھرتی کرنے پر LHS کی قیمت RHS کی قیمت کے مساوی ہوتی ہے۔ غرض $x=5$ مساوات کا **حل** ہے۔ غور کیجئے کہ x کی کوئی دوسری قیمت مساوات کی شرط پوری نہیں کرتی ہے۔ غرض $x=5$ **مساوات کا حل** ہے۔

(i) کرو، الٹ کرو طریقہ (Do - undo Method)

بیان (دیا گیا)	آپ سوچئے 
ایک عدد کے دگنا سے 5 کم کرنے پر 11 حاصل ہوتا ہے	درکار عدد نا معلوم ہے فرض کیجئے کہ یہ عدد x ہے۔ اس عدد کا دگنا $2x$ ہے۔ اس کا نتیجہ 11 دیا گیا ہے۔



مساوات کے اس ترتیب سے ذیل کی طرح ذہنی تصور حاصل ہوسکتا ہے۔ عدد x سے، اعمال جیسے تفریق، ضرب وغیرہ کو انجام دیتے ہوئے ہم $2x - 5 = 11$ دیا گیا ہو، واپس x کی قیمت تک پہنچنے کے لئے، ہم تمام کئے ہوئے کام کو الٹنا (Undo) کرتے ہیں، غرض، مساوات تصنیف کرنے کے لئے ہم (do) انجام دیتے ہیں اور حل حاصل کے لئے ہم کئے ہوئے کو الٹتے (Undo) ہیں۔



8th maths unit 3 algebra 2
Thursday, April 16, 2020 3:45:49 PM

مثال 3.30 (a) مساوات حل کیجئے: $x - 7 = 6$ (b) مساوات حل کیجئے: $3x = 51$

حل : دیا گیا ہے

$$x - 7 = 6$$

(دونوں جانب 7 جمع کریں) $x - 7 + 7 = 6 + 7$

$$x = 13$$

حل : دیا گیا ہے

$$3x = 51$$

$$3 \times x = 51$$

(دونوں جانب 3 سے تقسیم کریں) $\frac{3 \times x}{3} = \frac{51}{3}$

$$x = 17$$

(ii) منتقلی کا طریقہ (Transposition Method)

مساوات میں ایک عدد کو ایک طرف سے دوسری طرف لے جانے کا عمل ''منتقلی طریقہ'' کہلاتا ہے۔

اوپر کی مساوات کے لئے دونوں طرف 7 جمع کرنا، بائیں طرف کے -7 کو اس کے جمعی معکوس $+7$ میں تبدیل کر کے دائیں طرف جمع کرنے کے برابر ہے۔

$$x - 7 = 6$$

$$x = 6 + 7$$

$$x = 13$$

ذرا سوچئے

کیا ایک خطی مساوات کے لئے ایک سے زیادہ حل ہو سکتے ہیں؟

اسی طرح، دونوں طرف 3 سے تقسیم کرنا، دائیں طرف کے عدد 3 کو اس کے معکوس $\frac{1}{3}$ میں تبدیل کر کے RHS سے ضرب کرنے کے برابر ہے اور اس کا برعکس

(i) $6x = 12$

$$x = \frac{12}{6}$$

$$x = 2$$

(ii) $\frac{y}{7} = 10$

$$y = 10 \times 7$$

$$y = 70$$

غور کیجئے

دئے گئے خطی مساوات کو دوبارہ ترتیب دیتے وقت (Rearrange)، مساوات کے نشان کے دونوں طرف کے، یکساں ارقام کو گروپ کر کے پھر جملے میں حاصل ہونے والے نشانات کے اعتبار سے بنیادی حسابی اعمال انجام دیجئے۔

مثال 3.31 حل کیجئے. $2x + 5 = 9$

حل:

$$2x + 5 = 9$$

$$2x = 9 - 5$$

$$2x = 4$$

$$x = \frac{\cancel{4}^{2}}{\cancel{2}} = 2$$

کوشش کیجئے

x اور y کے لئے حل کیجئے۔

(i) $2x = 10$ (ii) $3 + x = 5$

(iii) $x - 6 = 10$ (iv) $3x + 5 = 2$

(v) $\frac{2x}{7} = 3$ (vi) $2 = 4m - 6$

(vii) $4(3x - 1) = 80$ (viii) $3x - 8 = 7 - 2x$

(ix) $7 - y = 3(5 - y)$ (x) $4(1 - 2y) - 2(3 - y) = 0$

مثال 3.32 حل کیجئے. $\frac{4y}{3} - 7 = \frac{2y}{5}$

حل:

(یکساں ارقام کو ترتیب دیجئے)

$$\frac{4y}{3} - \frac{2y}{5} = 7$$

8th maths unit 3 algebra 2
Thursday, April 16, 2020 3:45:49 PM

$$\frac{20y-6y}{15}=7$$

$$14y=7\times15$$

$$y=\frac{\cancel{7}\times15}{\cancel{14}_{2}}$$

$$y=\frac{15}{2}$$

ذرا سوچئے

1۔ ''کسی مساوات کے دونوں جانب ایک غیر صفری عدد سے ضرب یا تقسیم کرنے پر'' کیا حل میں کوئی تبدیلی آئے گی؟

2۔ ''کسی مساوات کے دونوں جانب دو مختلف اعداد سے ضرب یا تقسیم کرنے پر'' مساوات کیا ہوگی؟

مشق 3.6

1۔ خالی جگہ پر کیجئے۔

(i) مساوات $x+5=12$ میں x کی قیمت .....ہے۔

(ii) مساوات $y-9=(-5)+7$ میں y کی قیمت .....ہے۔

(iii) مساوات $8m=56$ میں m کی قیمت .....ہے۔

(iv) مساوات $\frac{2p}{3}=10$ میں p کی قیمت .....ہے۔

(v) ایک متغیر والے خطی مساوات کے .....حل ہوتے ہیں۔

2۔ صحیح یا غلط بتائیے۔

(i) مساوات میں ایک عدد کو ایک طرف سے دوسرے طرف لے جانے کا عمل منتقل کہلاتا ہے۔

(ii) ایک متغیر والے خطی مساوات میں قوت 2 والا صرف ایک متغیر ہوتا ہے۔

3۔ جوڑ ملائیے:

(a) $\frac{x}{2}=10$	(i) $x=4$
(b) $20=6x-4$	(ii) $x=1$
(c) $2x-5=3-x$	(iii) $x=20$
(d) $7x-4-8x=20$	(iv) $x=\frac{8}{3}$
(e) $\frac{4}{11}=x\quad\frac{7}{11}$	(v) $x=-24$

(A) (i),(ii), (iv) ,(iii),(v) (B) (iii), (iv) , (i) ,(ii), (v)

(C) (iii),(i) ,(iv), (v), (ii) (D) (iii) , (i) , (v) ,(iv) ,(ii)

4۔ x معلوم کیجئے۔

(i) $\frac{2x}{3}-4=\frac{10}{3}$ (ii) $y+\frac{1}{6}-3y=\frac{2}{3}$ (iii) $\frac{1}{3}-\frac{x}{3}=\frac{7x}{12}+\frac{5}{4}$

5۔ x معلوم کیجئے۔

(i) $-3(4x+9)=21$ (ii) $20-2(5-p)=8$ (iii) $(7x-5)-4(2+5x)=10(2-x)$

6۔ x اور m معلوم کیجئے۔

(i) $\frac{3x-2}{4}-\frac{(x-3)}{5}=-1$ (ii) $\frac{m+9}{3m+15}=\frac{5}{3}$

8th maths unit 3 algebra 2
Thursday, April 16, 2020 3:45:50 PM

3.8.5 خطی مساوات میں درپیش آنے والے لفظی حسابات Word problems that involve linear equations

لفظی حسابات کو حل کرنے کا تقابلی حصہ بیانات کو مساوات میں ترجمہ کرنے کا عمل ہے۔اس طرح کے مسئلوں (حسابات) کو اکٹھا کیجئے اور انہیں حل کرنے کی کوشش کیجئے۔

مثال 3.33 دو اعداد کا حاصل جمع 36 ہے اور ایک عدد دوسرے عدد سے 8 زیادہ ہوتا ہے۔اعداد معلوم کیجئے۔

حل : فرض کیجئے کہ چھوٹا عدد x ہے اور بڑا عدد $x+8$ ہے۔

دیا گیا ہے: دو اعداد کا حاصل جمع $= 36$

$$x + (x+8) = 36$$
$$2x + 8 = 36$$
$$2x = 36 - 8$$
$$2x = 28$$
$$x = \frac{28}{2}$$
$$x = 14$$

غرض،

چھوٹا عدد $x = 14$

بڑا عدد $x + 8 = 14 + 8 = 22$

مثال 3.34

ایک بس 56 مسافروں کو لئے جا رہی ہے جن میں سے چند لوگ ₹ 8 کی ٹکٹ رکھے ہوئے ہیں اور باقی لوگ ₹10 کی ٹکٹ رکھے ہوئے ہیں۔اگر ان مسافروں سے کل ₹500 حاصل کیا گیا ہو تو ہر ایک قسم کے ٹکٹ رکھنے والے مسافروں کی تعداد معلوم کیجئے۔

حل : فرض کیجئے کہ ₹8 کی ٹکٹ رکھنے والے مسافروں کی تعداد y ہے تو ₹10 کی ٹکٹ رکھنے والے مسافروں کی تعداد $(56 - y)$ ہے۔

مسافروں سے حاصل کی گئی کل رقم = ₹ 500

یعنی $y \times ₹8 + (56 - y) \times ₹10 = 500$

$$8y + 560 - 10y = 500$$
$$8y - 10y = 500 - 560$$
$$-2y = -60$$
$$y = \frac{60}{2}$$
$$y = 30$$

چنانچہ مسافروں کی تعداد جو

₹ 8 کی ٹکٹ رکھتے ہیں $= 30$

₹ 10 کی ٹکٹ رکھتے ہیں $= 56 - 30 = 26$

مثال 3.35

ایک مستطیل کھیت کی لمبائی اس کی چوڑائی سے 9 زیادہ ہے، اگر اس کھیت کا احاطہ 154m ہے تو کھیت کی لمبائی اور چوڑائی معلوم کیجئے۔

حل : فرض کیجئے کہ کھیت کی چوڑائی 'x' میٹر ہے تو اس کی لمبائی $(x + 9)$ میٹر ہے۔

کھیت کا احاطہ، $P = 2$ (چوڑائی + لمبائی) $= 2(x + 9 + x) = 2(2x + 9)$

دیا گیا ہے $2(2x + 9) = 154.$

$$4x + 18 = 154$$
$$4x = 154 - 18$$
$$4x = 136$$
$$x = 34$$

غرض، مستطیلی کھیت کی چوڑائی $= 34\,m$

مستطیلی کھیت کی لمبائی $= x + 9 = 34 + 9 = 43m$

8th maths unit 3 algebra 2
Thursday, April 16, 2020 3:45:50 PM

مثال 3.36

$2m$ لمبائی والا ایک لکڑی کا ٹکڑا ہے۔ ایک بڑھئی (Carpenter) اس کو دو ٹکڑوں میں کاٹنا چاہتا ہے اس طرح کہ پہلا ٹکڑا دوسرے ٹکڑے کے دگنے سے $40cm$ چھوٹا ہو۔ چھوٹے ٹکڑے کی لمبائی معلوم کیجئے۔

حل: فرض کیجئے کہ پہلے ٹکڑے کی لمبائی $x\ cm$ ہے۔

تو دوسرے ٹکڑے کی لمبائی $(200\ cm - x\ cm)$ ہے، یعنی $(200 - x)\ cm$

دئے گئے بیان کے مطابق (m کو cm میں تبدیل کرنے پر)

دوسرے ٹکڑے کے دگنے سے 40 کم = پہلا ٹکڑا

$$x = 2\times(200 - x) - 40$$
$$x = 400 - 2x - 40$$
$$x + 2x = 360$$
$$3x = 360$$
$$x = \frac{360}{3}$$
$$x = 120$$

ذرا سوچئے

فرض کیجئے کہ دوسرے ٹکڑے کو x لیتے ہیں تو پہلے ٹکڑا $(200 - x)$ ہوگا۔ تو مرحلے کس طرح مختلف ہوں گے؟ کیا جواب مختلف ہوگا؟

غرض، پہلے ٹکڑے کی لمبائی $120\ cm$ اور

دوسرے ٹکڑے کی لمبائی $200\ cm - 120\ cm = 80\ cm$ ہے،

جو پہلے ٹکڑے سے چھوٹا ہے۔

مثال 3.36

ایک ماں کی عمر اپنی بیٹی کی عمر سے پانچ گنا زیادہ ہے۔ 2 سال بعد، ماں کی عمر اپنی بیٹی کی عمر سے چار گنا زیادہ ہوگی۔ ان کی موجودہ عمریں معلوم کیجئے۔

حل:

شخص/عمر	اب	2 سال بعد
بیٹی	x	$x+2$
ماں	$5x$	$5x+2$

دی گئی شرط: دو سال بعد، ماں کی عمر = بیٹی کے عمر کا 4 گنا ہے

$$5x+2 = 4(x+2)$$
$$5x+2 = 4x+8$$
$$5x - 4x = 8 - 2$$
$$x = 6$$

چنانچہ، بیٹی کی موجودہ عمر = 6 سال

اور ماں کی موجودہ عمر $= 5x = 5\times 6 =$ 30 سال

مثال 3.37

ایک کسر کا نسب نما اس کے شمار کنندہ سے 3 زیادہ ہے۔ اگر شمار کنندہ کے ساتھ 2 جمع کریں اور نسب نما کے ساتھ 9 جمع کریں، تو وہ کسر $\frac{5}{6}$ ہو جاتی ہے۔ اصلی کسر معلوم کیجئے؟

حل: فرض کیجئے کہ اصلی کسر $\frac{x}{y}$ ہے۔

8th maths unit 3 algebra 2
Thursday, April 16, 2020 3:45:51 PM

دیا گیا ہے کہ $y = x+3$ (3 + شمارکنندہ = نسب نما)

لہذا، کسر کو $\frac{x}{x+3}$ کی طرح لکھا جاسکتا ہے۔ دئے گئے شرط کے تحت $\frac{x+2}{(x+3)+9} = \frac{5}{6}$

ترچھی ضرب سے, $6(x+2) = 5(x+3+9)$

$$\begin{aligned} 6x+12 &= 5(x+12) \\ 6x+12 &= 5x+60 \\ 6x-5x &= 60-12 \\ x &= 60-12 \\ x &= 48. \end{aligned}$$

لہذا، اصلی کسر یہ ہے $\frac{x}{x+3} = \frac{48}{48+3} = \frac{48}{51}$.

مثال 3.39 کسی دو ہندسی عدد کے ہندسوں کا حاصل جمع 8 ہے۔ اگر عدد کی قیمت کے ساتھ 18 جمع کیا جائے تو اس کے ہندسے الٹ جاتے ہیں۔ وہ عدد معلوم کیجئے۔

حل : فرض کیجئے کہ دو ہندسی عدد xy ہے (یعنی دس کا ہندسہ x ہے ، اکائی ہندسہ y ہے)

اس کی قیمت $10x+y$ کس طرح ظاہر کرسکتے ہیں

دیا گیا ہے $x+y=8$ جس سے $y = 8-x$ حاصل ہوتا ہے۔

لہذا اس کی قیمت $10x+y$ ہے۔

$$= 10x + 8 - x$$
$$= 9x + 8.$$

نیا عدد yx ہے جس کی قیمت $10y+x$ ہے۔

$$= 10(8-x) + x$$
$$= 80 - 9x$$

دیا گیا ہے، جب دئے گئے عدد (xy) کے ساتھ 18 جمع کریں تو نیا عدد (yx) حاصل ہوتا ہے۔

$$(9x+8) + 18 = 80 - 9x$$

اسے مختصر کرنے پر

$$\begin{aligned} 9x + 9x &= 80 - 8 - 18 \\ 18x &= 54 \\ x &= 3 \quad \Rightarrow y = 8 - 3 = 5 \end{aligned}$$

$xy = 10x + y \Rightarrow 10(3) + 5 = 30 + 5 = 35$ دو ہندسی عدد ہے۔

مثال 3.40 رفیق اپنی موٹر سائیکل 35 کلومیٹر / گھنٹہ سے چلاتے ہوئے گھر سے اپنی آفس کو 5 منٹ دیر سے پہنچتا ہے۔ اگر وہ 50 کلومیٹر/گھنٹہ سے موٹر سائیکل چلایا ہوتا، تو وہ اپنی آفس کو 4 منٹ آگے پہنچتا۔ اس کے گھر سے آفس کتنے فاصلے پر ہے؟

رفتار 1 = 35 کلومیٹر/ گھنٹہ = 1 منٹ

رفتار 2 = 50 کلومیٹر/ گھنٹہ = 2

حل : فرض کیجئے کہ فاصلہ x کلومیٹر ہے (اعادہ کریں کہ وقت $= \frac{\text{فاصلہ}}{\text{رفتار}}$)

$T_1 = \frac{x}{35}$ hr : 35 کلومیٹر / گھنٹہ سے x کلومیٹر کے فاصلہ کو طئے کرنے کے لئے لیا گیا وقت

$T_2 = \frac{x}{50}$ hr : 50 کلومیٹر / گھنٹہ سے x کلومیٹر کے فاصلہ کو طے کرنے کے لئے لیا گیا وقت

8th maths unit 3 algebra 2
Thursday, April 16, 2020 3:45:51 PM

اس مسئلہ کے تحت، دو وقتوں کا فرق

$$= 4-(-5)$$

$$= 4+5 = 9 \text{ منٹ}$$

(منٹ کو گھنٹہ میں تبدیل کرنے پر) $= \frac{9}{60}$ گھنٹہ

$T_1 - T_2 = \frac{9}{60}$, دیا گیا ہے

$$\frac{x}{35} - \frac{x}{50} = \frac{9}{60}$$

$$\frac{10x - 7x}{350} = \frac{9}{60}$$

$$\frac{3x}{350} = \frac{9}{60}$$

$$x = \frac{9}{60} \times \frac{350}{3}$$

$x = 17\frac{1}{2}$ km. اس کے آفس کا فاصلہ

مشق 3.7

1۔ خالی جگہ پر کیجئے

(i) مساوات $ax+b = 0$ کا حل .....ہے۔

(ii) اگر a اور b مثبت سالم اعداد ہوں تو مساوات $ax=b$ کا حل ہمیشہ .....ہوتے ہیں۔

(iii) ایک عدد کے چھٹویں حصے کو جب اسی عدد سے تفریق کرنے پر 25 حاصل ہوتا ہے تو وہ عدد .....ہے۔

(iv) ایک مثلث کے زاویے 2:3:4 نسبت میں ہوں تو سب سے بڑے زاویے اور سب سے چھوٹے زاویے کا فرق .....ہے۔

(v) مساوات $a+b=23$ میں a کی قیمت 14 ہے تو b کی قیمت .....ہے۔

2۔ صحیح یا غلط بتائیے

(i) '' ایک عدد اور اسی عدد کے دگنا کا حاصل جمع 48 ہے '' اسے $y+2y = 48$ کی طرح لکھا جا سکتا ہے۔

(ii) $5(3x+2) = 3(5x-7)$ ایک متغیر والی خطی مساوات ہے۔

(iii) ایک عدد کا ایک تہائی اصل عدد سے 10 کم ہے اس کا حل $x=25$ ہے۔

3۔ ایک عدد دوسرے عدد کا سات گنا ہے۔ اگر ان کا فرق 18 ہو تو اعداد معلوم کیجئے۔

4۔ تین متواتر طاق اعداد کا حاصل جمع 75 ہے۔ ان میں سے کونسا سب سے بڑا عدد ہے؟

5۔ ایک مستطیل کی لمبائی اس کے چوڑائی کا $\frac{1}{3}$ ہے، اگر اس کا احاطہ 64 cm ہو تو مستطیل کی لمبائی اور چوڑائی معلوم کیجئے۔

6۔ ₹ 5 اور ₹10 کے کل 90 نوٹ ہیں، جس کی کل رقم ₹500 بنتی ہے۔ ہر ایک روپئے کے نوٹ کی تعداد معلوم کیجئے؟

7۔ حال میں، ترنم کی عمر متین کی عمر سے 5 سال زیادہ ہے۔ پانچ سال پہلے ترنم اور متین کے عمر کی نسبت 3:2 تھی۔ موجودہ عمریں معلوم کیجئے۔

8th maths unit 3 algebra 2
Thursday, April 16, 2020 3:45:51 PM

8۔ ایک عدد کے دو ہندسے ہیں جن کا حاصل جمع 9 ہے۔ اگر اصل عدد سے 27 تفریق کریں تو ہندسے ردوبدل ہوتے ہیں تو اصل عدد معلوم کیجئے۔

9۔ ایک کسر کا نسب نما اس کے شمار کنندہ سے 8 زیادہ ہے۔ اگر شمار کنندہ سے 17 بڑھایا جائے اور نسب نما سے 1 کم کیا جائے تو ہمیں $\frac{3}{2}$ حاصل ہوتا ہے تو اصل کسر معلوم کیجئے۔

10۔ ایک ٹرین 60 کلومیٹر / گھنٹہ سے چلتی ہے اور منزل کو 15 منٹ دیر سے پہنچتی ہے۔ لیکن، اگر وہ ٹرین 85 کلومیٹر / گھنٹہ سے چلتی ہے تو صرف 4 منٹ دیر سے پہنچتی ہے۔ ٹرین سے طے کیا گیا فاصلہ معلوم کیجئے۔

معروضی سوالات Objective Type Questions

11۔ ایک عدد اور اس کے آدھا کا حاصل جمع 30 ہے تو عدد ..... ہے۔

(a) 15 (b) 20 (c) 25 (d) 40

12۔ ایک مثلث کا بیرونی زاویہ $120°$ ہے اور اس کا کسی ایک مقابل اندرونی زاویہ $58°$ ہے تو دوسرا مقابل اندرونی زاویہ ..... ہے۔

(a) $62°$ (b) $72°$ (c) $78°$ (d) $68°$

13۔ 1 سال میں 5% فی سال کی شرح سے ₹ 500 سادہ سود حاصل کرنے کے لئے روپیوں کا اصل کیا ہوگا؟

(a) 50000 b) 30000 (c) 10000 (d) 5000

14۔ دو اعداد کے LCM اور HCF کا حاصل ضرب 24 ہے۔ اگر کوئی ایک عدد 6 ہو تو دوسرا عدد ..... ہے۔

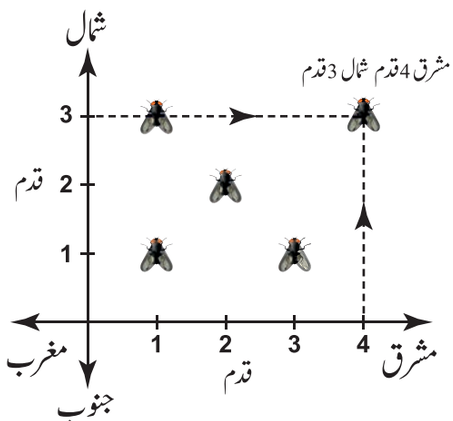
(a) 6 (b) 2 (c) 4 (d) 8

15۔ تین متواتر اعداد میں سب سے بڑا عدد $x + 1$ ہو تو سب سے چھوٹا عدد کیا ہے ؟

(a) x (b) 2 (c) $x + 2$ (d) $x-1$

3.9 ترسیم Graph

3.9.1 تعارف

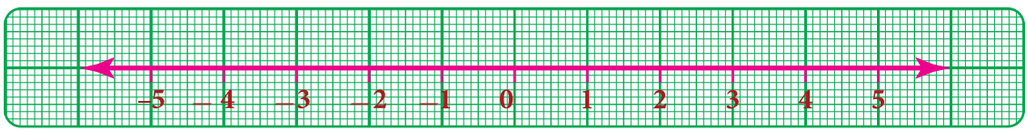


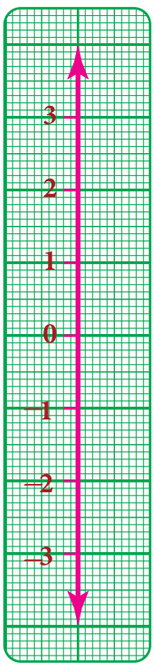
17 ویں صدی میں ایک اتفاق یہ ہوا کہ جب ڈیکارٹے، ایک معروف ریاضی دان بیمار ہوئے اور اپنے پلنگ پر لیٹے ہوئے انہوں نے غور کیا کہ ایک پتنگا چھت کے کنارے منڈلا رہا ہے اور چھت کے مختلف حصوں پر بیٹھ رہا ہے۔ انہوں نے چھت پر ان تمام مقامات کو پہنچنا چاہا جہاں وہ پتنگا بیٹھا تھا، فوراً، انہوں نے ایک کاغذ پر اپنے کمرے کے اوپری سطح کا نقشہ کھینچا جس میں افقی اور عمودی لکیریں بنائیں۔ ان عمودی لکیروں کے تحت، انہوں نے سمتوں کو استعمال کیا اور مشرق، مغرب، شمال اور جنوب کے سمتوں میں پتنگے کی حرکت کے ذریعے پتنگے کے مقامات کو سمجھا۔ انہوں نے اس مقام کو سطح میں (x,y) کی طرح بتایا جو دو قیمتوں کو ظاہر کرتا ہے۔ ایک (x) جو افقی سمت میں اور دوسری (y) جو عمودی سمت میں ہے (مثال کے طور پر اس صورت میں مشرق اور شمال) اس طرح سے ترسیمات کا تصور وجود میں آیا۔

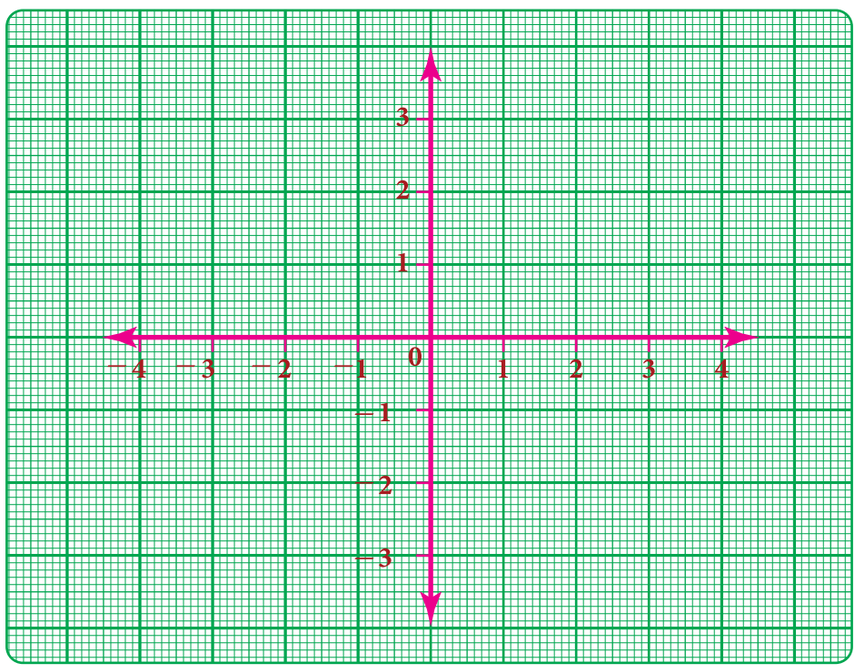
3.9.2 ترسیمی کاغذ (Graph sheets)

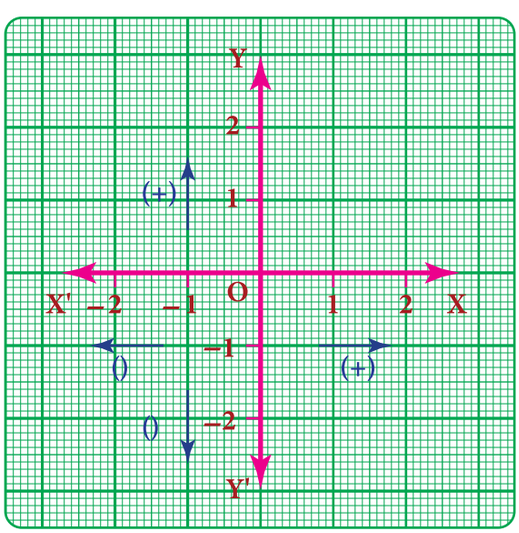
اعداد کے درمیان کے تعلق کو ظاہر کرنے کے لئے ترسیم صرف ایک بصری طریقہ ہے۔ پچھلی کلاس میں، ہم نے سیکھا ہے کہ کس طرح سالم اعداد کو افقی طور پر عددی خط پر ظاہر کیا جاتا ہے۔ اسی طرح اب عمودی طور پر ایک اور عددی خط لیجئے۔ ترسیمی کاغذ پر دونوں عددی خطوط کو صفر پر ایک دوسرے کے باہم عمودی لیتے ہیں۔ عددی خطوط اور نشان کردہ سالم اعدا کو ترسیمی کاغذ کے سیاہ لکیروں پر رکھنا چاہئے۔

8th maths unit 3 algebra 2
Thursday, April 16, 2020 3:45:52 PM









عمودی خطوط کا تقاطع نقطہ O مبتداء $(0,0)$ کو ظاہر کرتا ہے۔

کارتیسی نظام Cartesian system

افقی اور عمودی طور پر دو پیمائشوں کی مدد سے ایک نقطہ کو مقرر کرنے کا رینی ڈیسکارٹس نظام ان کی اعزاز میں کارتیسی نظام کہلاتا ہے۔ XOX' نامی افقی خط x- محور کہلاتا ہے اور YOY' نامی عمودی خط y- محور کہلاتا ہے۔ دونوں محوریں محددی محور کہلاتے ہیں۔ X- محور اور Y- محور رکھنے والی سطح کو محددی سطح یا کارتیسی سطح کہا جاتا ہے۔

3.9.3 ترسیم میں علامتیں Signs in the graphs

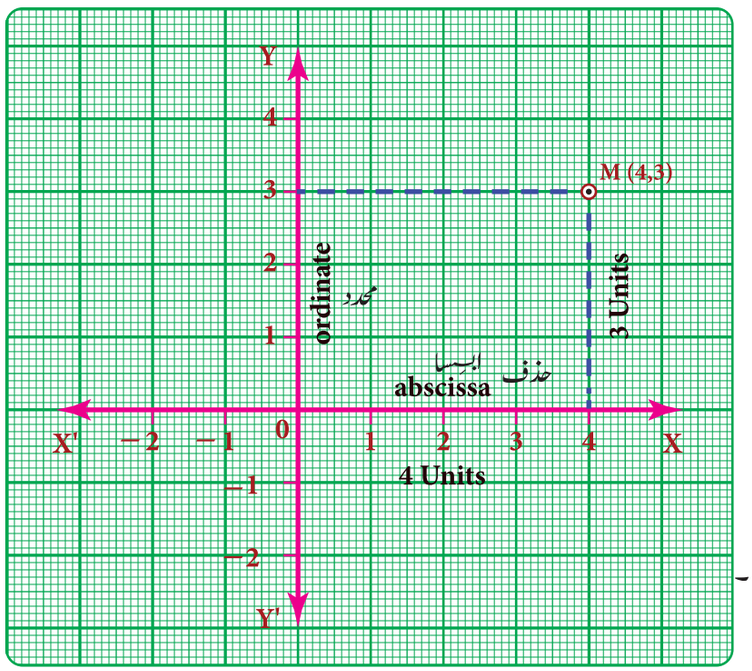
1 ایک نقطے کا X- محدد پر OX کی طرف مثبت اور 'OX کی طرف منفی ہے۔

2 ایک نقطے کا Y- محدد پر OY کی طرف مثبت اور 'OY کی طرف منفی ہے۔

3.9.4 ترتیب وار جوڑیاں

ایک نقطہ سطح میں ایک مقام کو ظاہر کرتا ہے۔ نقطہ کو مخصوص ترتیب میں دو اعداد 'a' اور 'b' کی ترتیب دار جوڑی سے ظاہر کیا جاتا ہے جس میں 'a' ، x- محور پر فاصلے کو ظاہر کرتا ہے اور 'b' ، y- محور پر فاصلے کو ظاہر کرتا ہے۔ اسے ترتیب دار جوڑی (a,b) کہا جاتا ہے۔ یہ سطح کے کسی نقطے کو صحیح پتہ لگانے میں مدد دیتی ہے۔ ہر ایک نقطہ اعداد کے جوڑی کے ذریعے ٹھیک پہچانا جا سکتا ہے۔ یہ واضح ہے کہ نقطہ (b,a) نقطہ (a,b)

8th maths unit 3 algebra 2
Thursday, April 16, 2020 3:45:53 PM



نقطہ (a,b) کے مساوی نہیں ہے کیونکہ یہ دونوں مختلف ترتیب کو ظاہر کرتے ہیں۔

ہمارے پاس، مددی محوریں جیسے XOX' اور YOY' ہیں اور فرض کیجئے کہ M سطح میں $(4,3)$ ہے۔ M کا پتہ لگانے کے لئے

(i) آپ (ہمیشہ) O ایک مقررہ نقطہ سے شروع کیجئے (جسے ہم مبتداء مان چکے ہیں)

(ii) پہلے، افقی سمت پر 4 اکائیاں آگے بڑھئے (یعنی x- محور کی سمت میں)

(iii) اور پھر، y- محور پر 3 اکائیاں آگے بڑھئے۔

یہ سمجھنے کے لئے کہ کس طرح ہم M تک سفر کئے ہیں، ہم اسے $(4,3)$ سے ظاہر کرتے ہیں۔

4 کو M کا x- محدد کہتے ہیں اور 3 کو M کا y - محدد کہتے ہیں۔

یہ بھی معمول ہے کہ x- محدد کو حذف (abscissa) اور y - محدد کو معین کی طرح نام دیتے ہیں۔

$(4,3)$ ایک ترتیب وار جوڑی ہے

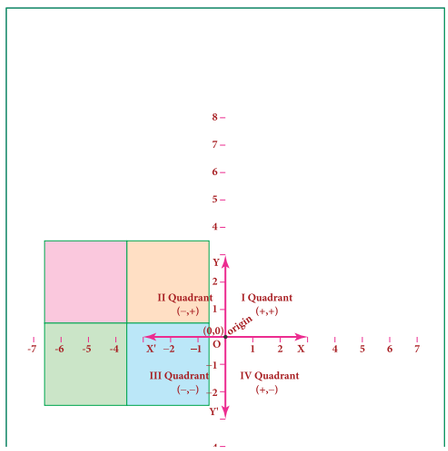


غور کیجئے

اگر $(4,3)$ کے بجائے، ہم $(3,4)$ لکھتے ہیں اسے نشان کرنے کی کوشش کیجئے، تو کیا یہ دوبارہ M کو ظاہر کرے گا ؟

3.9.5 ربعات Quadrants

ترسیم کی سطح کو چار حصوں میں تقسیم کرنے والے محددی محوریں ربع کہلاتے ہیں۔ رواجی طور پر ربع کو x- محور کے مثبت جانب سے شروع کرتے ہوئے گھڑی کی مخالف سمت سے نام دئے جاتے ہیں۔



Quadrant	Sign
I حصہ XOY	ہوتو محددیں $(+,+)$ ہوتے ہیں $x>0,\ y>0,$ مثالیں $(5,7)\ (2,9)\ (10,15)$
II حصہ X'OY	ہوتو محددیں $(-,+)$ ہوتے ہیں $x>0,\ y<0,$ مثالیں $(-2,8)\ (-1,10)\ (-5,3)$
III حصہ X'OY'	ہوتو محددیں $(-,-)$ ہوتے ہیں $x<0,\ y<0,$ مثالیں $(-2,-3)\ (-7,-1)\ (-5,-7)$
IV حصہ XOY'	ہوتو محددیں $(+,-)$ ہوتے ہیں $x>0,\ y<0,$ مثالیں $(1,-7)\ (4,-2)\ (9,-3)$

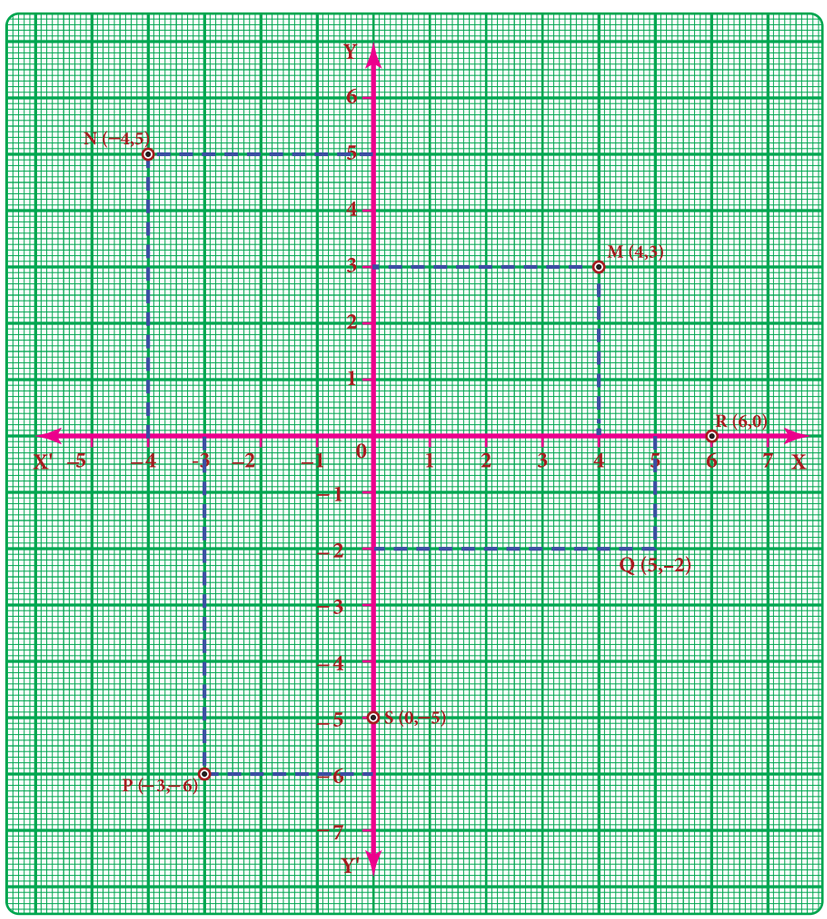
8th maths unit 3 algebra 3
Thursday, April 16, 2020 3:46:37 PM

محوروں پر ایک نقطے کا محدد Coordinate of a point on the axes

- اگر $y=0$ ہوتو محدد $(x,0)$ 'x' محور پر موجود ہے۔
  مثال کے طور پر $(7,0)$ $(-5,0)$ $(2,0)$ '$-x$' محور پر موجود ہیں۔
- اگر $x=0$ ہوتو محدد $(0,y)$ '$-y$' محور پر موجود ہے
  مثال کے طور پر $(0,9)$ $(0,-4)$ $(0,3)$ '$-y$' محور پر موجود ہیں۔

3.9.6 ترسیم پر دئے گئے نقاط کو مرتسم (درج) کرنا

ذیل کے نقاط: $(4,3), (-4,5), (-3,-6), (5,-2), (6,0), (0,-5)$ لیجئے۔



(i) $(4,3)$ کو درج کرنے کے لئے
مبدا O سے شروع کرتے ہوئے OX پر 4 اکائیاں آگے بڑھتے ہوئے اور پھر 4 سے OY کے متوازی اوپر کی جانب 3 اکائیاں آگے بڑھتے ہوئے $M(4,3)$ پر پہنچتے ہیں۔

(ii) $(-4,5)$ کو درج کرنے کے لئے
مبدا سے OX' پر 4 اکائیاں بڑھتے ہوئے اور پھر -4 سے OY کے متوازی اوپر 5 اکائیاں آگے بڑھتے ہوئے $N(-4,5)$ پر پہنچتے ہیں۔

(iii) $(-3,-6)$ کو درج کرنے کے لئے
مبدا سے OX' پر 3 اکائیاں بڑھتے ہوئے اور پھر -3 سے OY' کے متوازی اوپر 6 اکائیاں آگے بڑھتے ہوئے $P(-3,-6)$ پر پہنچتے ہیں۔

(iv) $(5,-2)$ کو درج کرنے کے لئے مبدا سے OX پر 5 اکائیاں بڑھتے ہوئے اور پھر 5 سے OY' کے متوازی اوپر 2 اکائیاں آگے بڑھتے ہوئے $Q(5,-2)$ پر پہنچتے ہیں۔

(v) $(6,0)$ اور $(0,-5)$ کو درج کرنے کے لئے دئے گئے نقطہ $(6,0)$ میں x-محدد 6 ہے اور y-محدد صفر ہے۔
اس لئے یہ نقطہ X-محور پر موجود ہے مبدا سے OX پر 6 اکائیاں آگے بڑھتے ہوئے $R(6,0)$ پر پہنچتے ہیں۔
دئے گئے نقطہ $(0,-5)$ میں x-محدد صفر ہے اور y-محدد 5 ہے۔ اس لئے یہ نقطہ Y-محور پر موجود ہے۔ مبدا سے OY' پر 5 اکائیاں آگے بڑھتے ہوئے $S(0,-5)$ پر پہنچتے ہیں۔

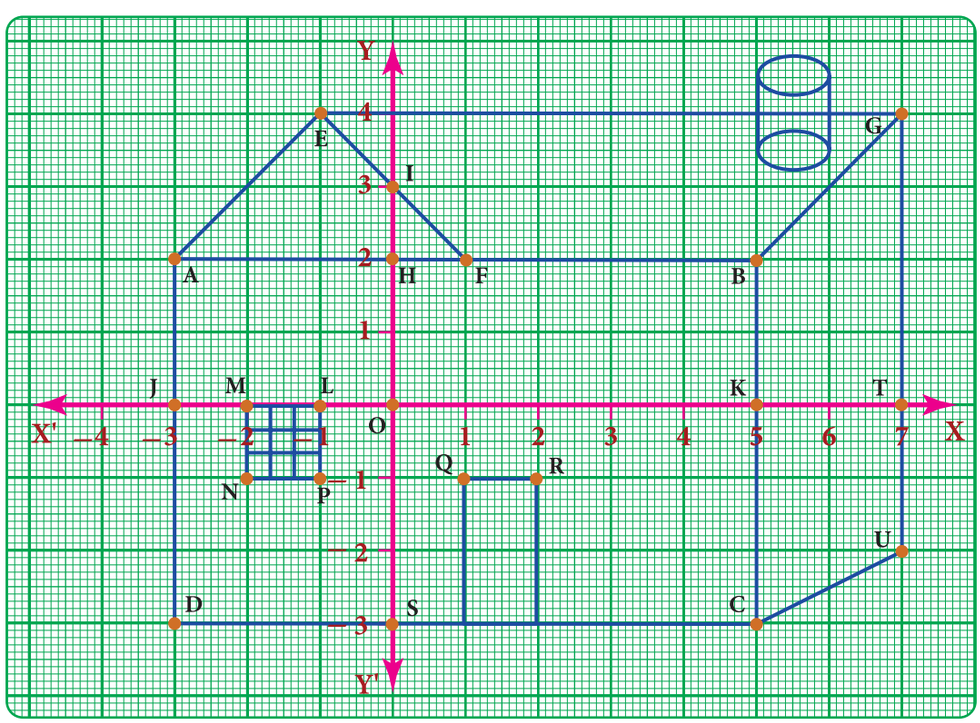
8th maths unit 3 algebra 3
Thursday, April 16, 2020 3:46:38 PM

کوشش کیجئے

I۔ نیچے دی گئی جدول مکمل کیجئے

شمار عدد	نقطہ	x- محدد کا نشان	y- محدد کا نشان	ربع
1	(−7,2)			
2	(10,−2)			
3	(−3,−7)			
4.	(3,1)			
5.	(7,0)			
6.	(0,−4)			

2۔ ذیل کے خاکے میں نشان کردہ نقاط کے محدد یں لکھئے



مشق 3.8

1۔ خالی جگہ بھرتی کیجئے۔

(i) x- محور اور y- محور ..... پر قطع کرتے ہیں۔

(ii) تیسرے ربع میں نقاط کے محدد یں ہمیشہ .....ہوتے ہیں۔

(iii) نقطہ (0, −5) .....محور پر موجود ہے۔

(iv) x- محدد y- محور پر ہمیشہ .....ہوتا ہے۔

(v) y- محور کے متوازی خط کے لئے .....محدد یں یکساں ہوتے ہیں۔

8th maths unit 3 algebra 3
Thursday, April 16, 2020 3:46:38 PM

2۔ صحیح یا غلط بتائیے

(i) $(-10,20)$ دوسرے ربع میں موجود ہے۔

(ii) $(-9, 0)$ x- محور پر موجود ہے

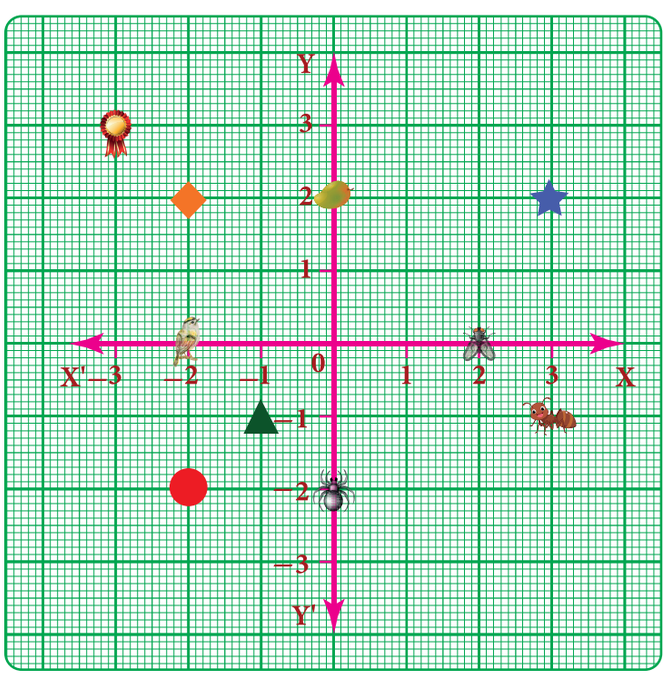
(iii) مبدا کے محددیں $(1,1)$ ہیں۔

3۔ ترسیمی کاغذ پر نقاط کو درج کئے بغیر ربع معلوم کیجئے۔

$(3, -4), (5,7), (2,0), (-3, -5), (4, -3), (-7,2), (-8,0), (0,10), (-9,50)$.

4۔ ذیل کے نقاط کو ترسیمی کاغذ پر درج کیجئے۔

A(5,2), B(– 7, – 3), C(– 2,4), D(– 1, – 1), E(0, – 5), F(2,0), G(7, – 4), H(–4,0), I(2,3), J(8, –4), K(0,7).



5۔ ترسیم کو استعمال کر کے ہر ایک خاکے کے مقام کے محددیں دریافت کیجئے۔

a۔ ستارہ _____

b۔ پرندہ _____

c۔ سرخ دائرہ _____

d۔ ہیرا _____

e۔ مثلث _____

f۔ چیونٹی ہے _____

g۔ آم _____

h۔ مکھی _____

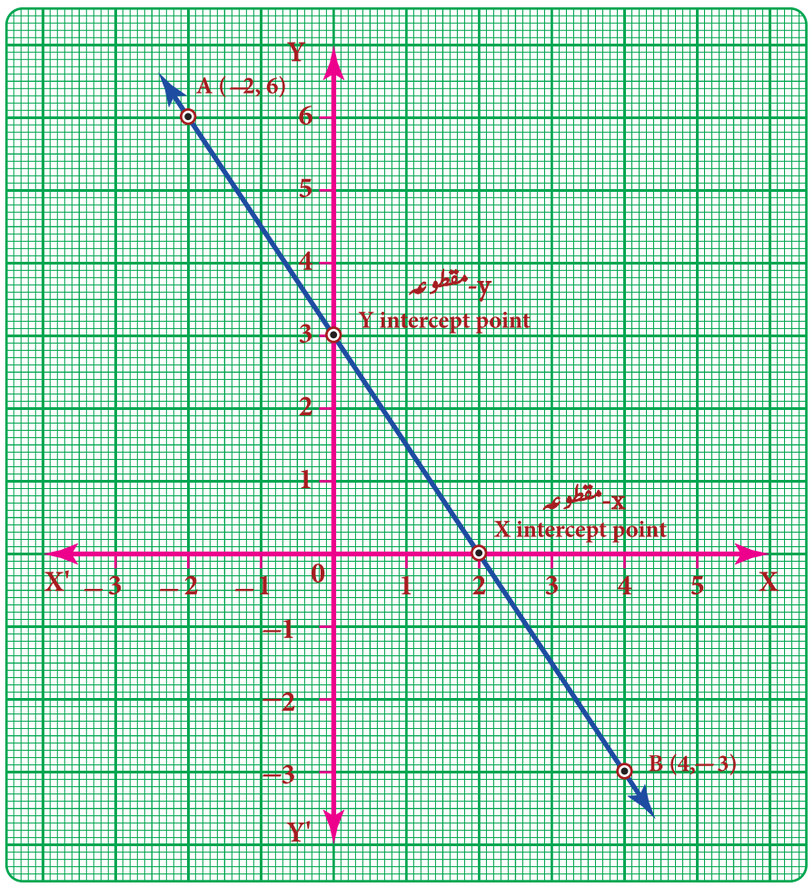
i۔ تمغہ (میڈل) _____

j۔ مکڑی _____

3.9.7 ایک خط مستقیم حاصل کرنا To obtain a straight line

اب، ہمیں یہ معلوم ہے کہ کس طرح ترسیم پر نقاط کو درج کرتے ہیں۔ ترسیم پر نقاط مختلف ترتیب میں ہو سکتے ہیں۔ اگر ہم کسی دو نقاط کو ملائیں تو ہمیں ایک خط مستقیم حاصل ہوتا ہے۔

8th maths unit 3 algebra 3
Thursday, April 16, 2020 3:46:43 PM



(i) نقاط A (–2 ,6) اور B(4,–3) ملاتے ہوئے ایک خط مستقیم کھینچئے۔

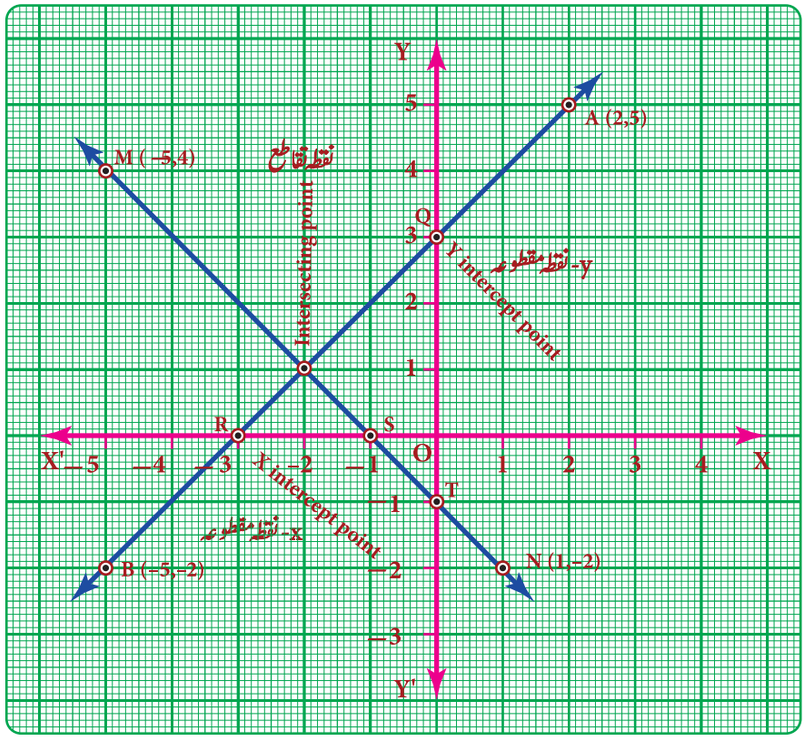
حل

دیا گیا پہلا نقطہ A (–2 ,6)، II ربع میں موجود ہے اور اسے درج کیجئے۔ دوسرا نقطہ B(4,–3)، IV ربع میں موجود اور اسے درج کیجئے۔

اب اسکیل کی مدد سے نقطہ A اور نقطہ B کو ملایئے اور اسے دراز کیجئے۔ ہمیں ایک خط مستقیم حاصل ہوتا ہے۔

غور کیجئے

خط مستقیم x- محور کو (2,0) پر قطع کرتا ہے اور y- محور کو (0,3) پر قطع کرتا ہے۔



(ii) نقاط کو ملاتے ہوئے خط مستقیم کھینچئے اور نقطہ تقاطع بھی معلوم کیجئے۔

I اور III ربع میں نقاط A اور B کی پہلی جوڑی کو درج کیجئے۔ نقاط کو ملایئے اور اسے دراز کرنے پر خط مستقیم AB حاصل ہوتا ہے۔ II اور IV ربع میں نقاط M اور N کی دوسری جوڑی کو درج کیجئے۔ نقاط کو ملایئے اور اسے دراز کر کے خط مستقیم MN حاصل ہوتا ہے۔ اب، دونوں خطوط $P(-2,1)$ پر قطع کرتے ہیں۔

8th maths unit 3 algebra 3
Thursday, April 16, 2020 3:46:43 PM

(i) خط AB محددی محور کو قطع کرتی ہے یعنی X- محور کو $(-3,0)$ R پر اور Y- محور کو $(0,3)$ Q پر قطع کرتی ہے۔

(ii) خط MN محددی محور کو قطع کرتی ہے، یعنی X- محور کو $(0,-1)$ S اور Y- محور کو $(0,1)$ T پر قطع کرتی ہے۔

3.9.8 محددی محوروں کے متوازی خط Line parallel to the coordinate axes

- اگر ایک خط X- محور کے متوازی ہے، X- محور سے اس کا فاصلہ یکساں ہے اور اسے $y = c$ سے ظاہر کرتے ہیں۔
- اگر ایک خط Y- محور کے متوازی ہے، Y- محور سے اس کا فاصلہ یکساں ہے اور اسے $x = k$ سے ظاہر کرتے ہیں۔

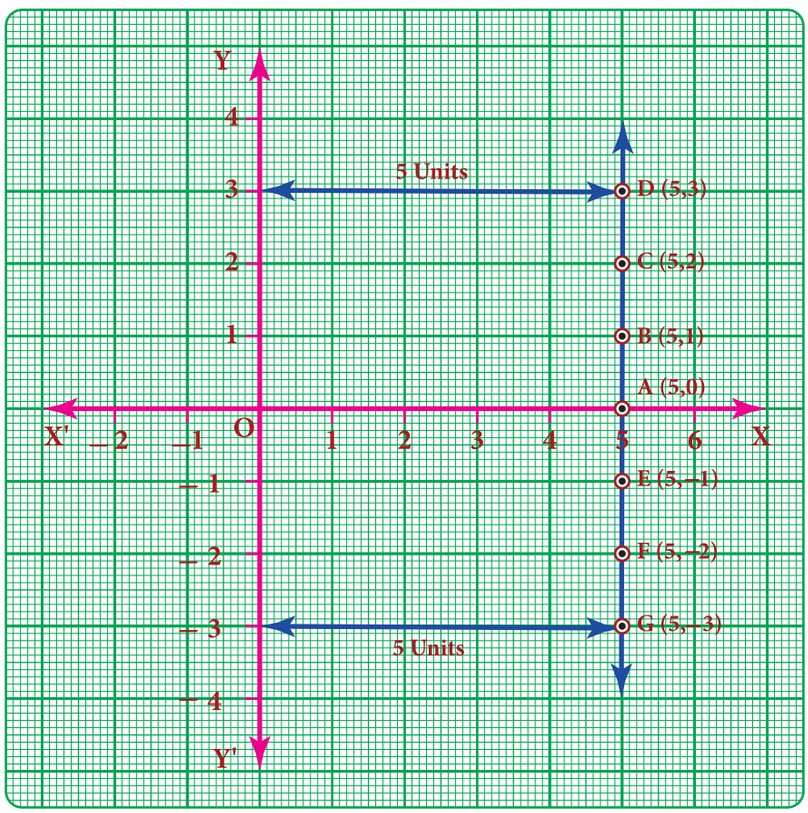
(یہاں c اور k مستقل ہیں)۔

(i) $x = 5$ کی ترسیم کیجئے۔

حل: $x = 5$ کا مطلب y- محدد کے کوئی بھی قیمت کے لئے x- محدد ہمیشہ 5 ہے۔ اس لئے ہم y کے محدد کے لئے کوئی بھی قیمت لے سکتے ہیں اور اسے ذیل کی طرح درج کیا جاتا ہے۔

X	5	5	5	5	5
Y	−2	−1	0	2	3

$x = 5$ دیا گیا ہے (متعین)
y کے لئے کوئی بھی قیمت لیجئے (کیوں)



نقاط $(5,0), (5,-2), (5,-1)$, $(5,2), (5,3)$ ہیں۔ ترسیم میں ان نقاط کو درج کیجئے اور انہیں ملائیے۔ ہمیں Y محور سے 5 اکائیاں کے فاصلے پر y محور کے متوازی ایک خط مستقیم حاصل ہوتا ہے۔

غور کیجئے

$X=0$، y محور کو ظاہر کرتا ہے

$Y=0$، x محور کو ظاہر کرتا ہے

ذرا سوچئے

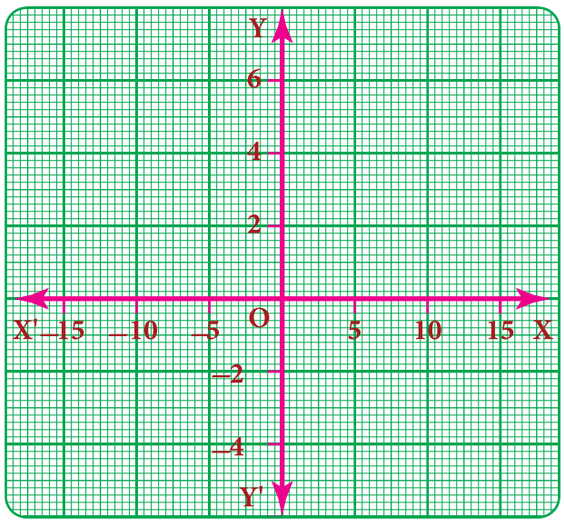
$(5,-10)$, $(0,5)$, $(5,20)$ نقاط میں سے کونسے نقاط خط مستقیم $x = 5$ پر موجود ہیں؟

3.9.9 ترسیم میں پیمائش Scale in a graph:

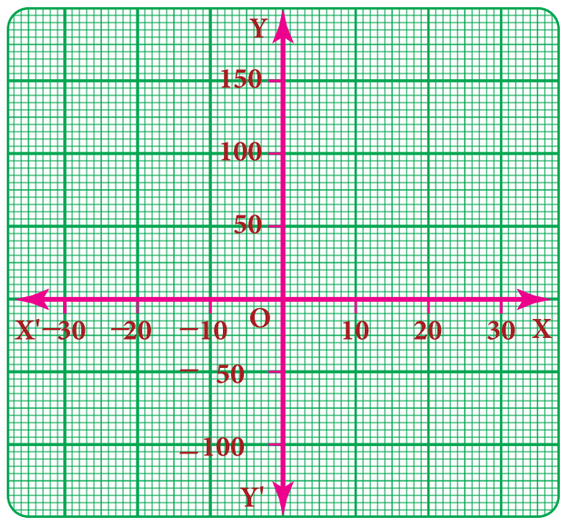
ترسیم کھینچنے کے ایسی صورتیں بھی ہوں گی جس میں x، y کا بڑا ضریب ہے اور 'y' محدد اور اس کے برعکس درج کرنے کے لئے عام ترسیم میں اکائیاں ناکافی ہو سکتے ہیں۔ اس صورت حال میں، ضرورت کے بقدر دونوں محوروں میں ہم پیمائش کا تصور استعمال کرتے ہیں۔

8th maths unit 3 algebra 3
Thursday, April 16, 2020 3:46:44 PM

ترسیم کے دائیں کنارے پر رواجی پیمائش ظاہر کرتے ہیں۔ نیچے چند مثالیں دیے گئے ہیں۔



مثال 1 : x محور پر 1 cm = 5 اکائیاں
y محور پر 1 cm = 2 اکائیاں



مثال 2 : x محور پر 1 cm = 10 اکائیاں
y محور پر 1 cm = 50 اکائیاں

3.10 خطی ترسیم Linear graph

3.10.1 خطی نمونہ Linear pattern:

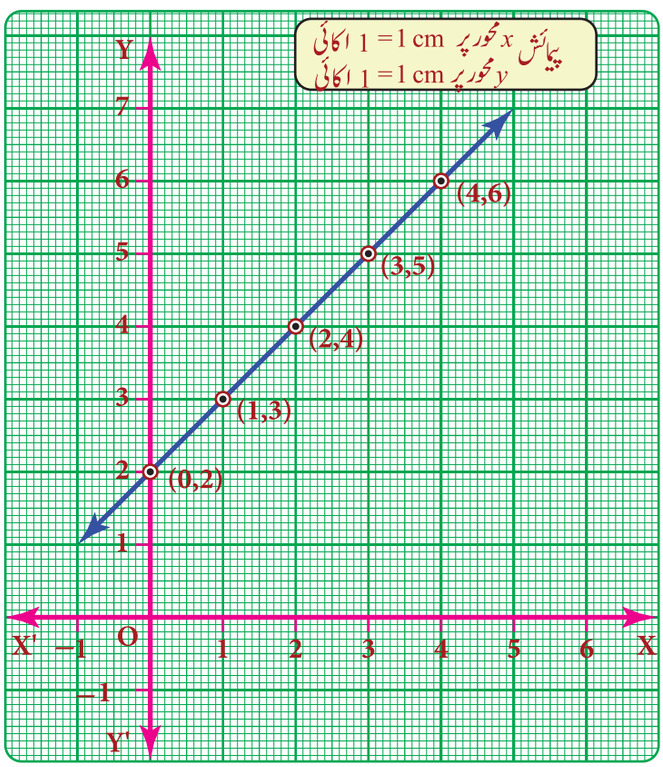
محددی سطح پر ذیل کے نقاط درج کیجئے

(0,2), (1,3), (2,4),(3,5) (4,6)

آپ کیا معلوم کرتے ہو؟ یہ تمام ایک خط پر موجود ہیں!

ان میں کوئی نمونہ ہے۔ ہر ایک ترتیب دار جوڑی میں y- محدد پر غور کیجئے, 2=0+2, 3=1+2, 4=2+2, 5=3+2, 6=4+2 ہر ایک جوڑی میں، y- محدد، x- محدد سے زیادہ ہے۔ ہر ایک نقطہ کے محددیں اپنے درمیان یکساں تعلق رکھتے ہیں۔ درج کئے گئے تمام نقاط ایک خط پر موجود ہیں۔

اس طرح صورت حال میں، جب درج کئے گئے تمام نقاط ایک خط پر موجود ہوں، تو ہم یہ کہتے ہیں کہ ایک خطی نمونہ وجود میں آتا ہے۔



اس مثال میں، ہم یہ معلوم کر سکتے ہیں کہ ہر ایک ترتیب دار جوڑی میں y کی قیمت $=x$ کی قیمت $+2$ ہے، لہذا، اوپر کے خطی نمونہ کو ایک الجبریائی مساوات $y=x+2$ سے ظاہر کر سکتے ہیں۔ اس طرح کی مساوات ''خطی مساوات'' کہلاتا ہے اور خطی مساوات کے لئے خط کی ترسیم کو خطی ترسیم کہتے ہیں۔

8th maths unit 3 algebra 3
Thursday, April 16, 2020 3:46:44 PM

خطی مساوات میں ایک (یا ایک سے زیادہ) متغیرات ہوتے ہیں جہاں ایک متغیر دوسرے متغیر (دوسرے متغیرات) کے تابع ہوتا ہے۔ ایک ٹیکسی کے ذریعے جتنی دور ہم سفر کرتے ہیں۔ ٹیکسی کا کرایہ اتنا ہی زیادہ ہوگا۔ طے کیا گیا فاصلہ آزاد متغیر کی ایک مثال ہے۔ فاصلہ کے تابع ہونے پر، ٹیکسی کا کرایہ تابع متغیر کہلاتا ہے۔

جتنی زیادہ ہم بجلی (Electricity) استعمال کریں گے، اتنی ہی زیادہ بجلی کی بل ہوگی۔ استعمال کردہ بجلی کی مقدار آزاد متغیر کی ایک مثال ہے اور بجلی کی بل کی رقم تابع متغیر ہے۔

3.10.2 دو متغیر والی خطی تفاعل کی ترسیم (Graph of a linear function in two variables)

ہم علم ہندسہ میں متوازی خطوط، تقاطع خطوط وغیرہ کے بارے میں بحث کر چکے ہیں مگر کبھی ہم نے یہ نہیں دیکھا کہ وہ ایک دوسرے سے کتنے فاصلے پر ہیں یا وہ کہاں ہیں؟ ترسیم کی مدد سے ہم خطوط کو درج کر سکتے ہیں۔ خطی مساوات دو متغیرات (جیسے x اور y) والی ایک مساوات ہے جس کی ترسیم ایک خط ہے۔ ایک خطی مساوات کی ترسیم کھینچنے کے لئے ہمیں کم از کم دو نقاط کی ضرورت ہے۔ مگر دو سے زیادہ نقاط استعمال کرنا بطور احتیاط ہے (کیوں؟) نقاط کو منتخب کرتے وقت، دونوں مثبت اور منفی قیمتوں کے علاوہ صفر کو بھی شامل کرنا بہتر ہے۔ کوئی دو نقاط کی جوڑی کے ذریعے ایک الگ (یکتا) خط گذرتی ہے۔

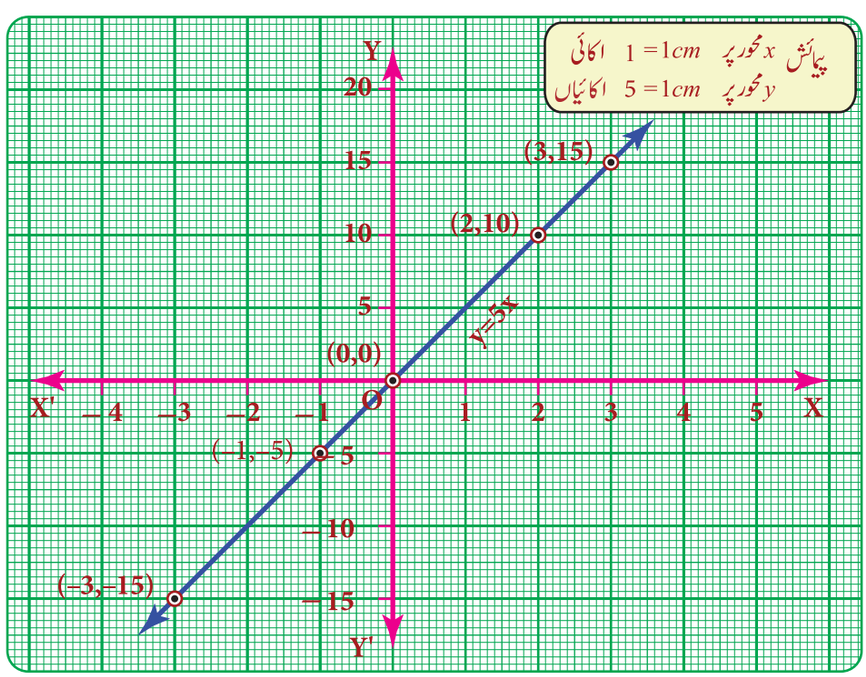
مثال 3.41 $y = 5x$ کی ترسیم کیجئے۔

x	$y = 5x$
-3	$5 \times (-3) = -15$
-1	$5 \times (-1) = -5$
0	$5 \times (0) = 0$
2	$5 \times (2) = 10$
3	$5 \times (3) = 15$

x	−3	−1	0	2	3
y	−15	−5	0	10	15

حل : دی گئی مساوات $y = 5x$ کا مطلب ہے کہ x, y کے کسی بھی قیمت کے لئے y کی قیمت، x کی قیمت کا 5 گنا ہے۔

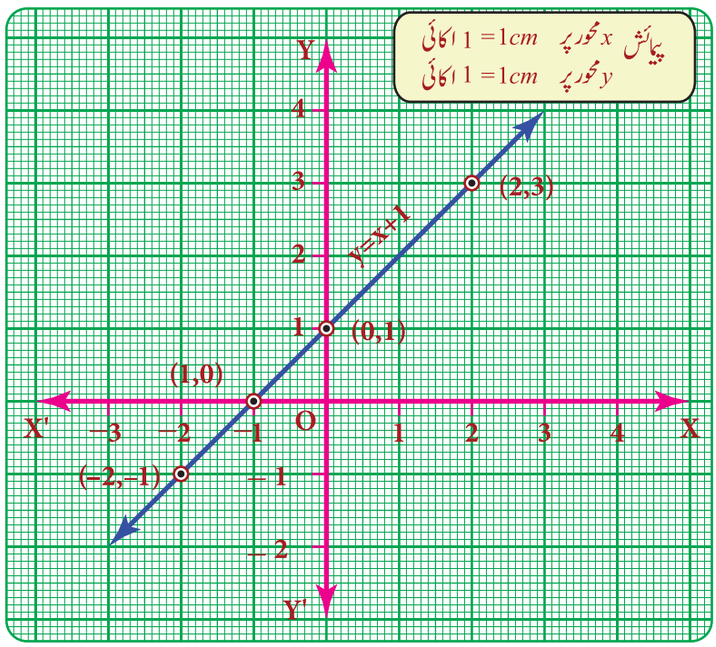
نقاط کو درج کیجئے۔ (−3,−15) (−1,−5) (0,0) (2,10) (3,15)



8th maths unit 3 algebra 3
Thursday, April 16, 2020 3:46:45 PM

مثال 3.42

$y = x + 1$ کی ترسیم کیجئے۔



x اور y کی قیمتوں کی ایک جوڑی کا انتخاب کرنے پر، ہمیں پہلے یہ پتہ کرنے میں مدد ملتی ہے کہ

(i) اگر x صفر ہو تو y کی قیمت کیا ہوگی اور

(ii) اگر y صفر ہو تو x کی قیمت کیا ہوگی؟

اس کے بعد ہم مزید ایک یا دو قیمت معلوم کر سکتے ہیں۔

آیئے کم از کم مزید دو ترتیب دار جوڑیاں معلوم کریں۔

آسان ترسیم کے لئے، ہم کسری جوابات سے احتیاط کرتے ہیں۔ ہم مناسب اندازہ لگا سکتے ہیں۔

اب ہمارے پاس ترسیم کے پانچ نقاط ہیں۔

x	$y = x+1$
−2	−2+1 = -1
−1	−1+1 = 0
0	0+1 = 1
1	1+1 = 2
2	2+1 = 3

x	−2	−1	0	1	2
y	−1	0	1	2	3

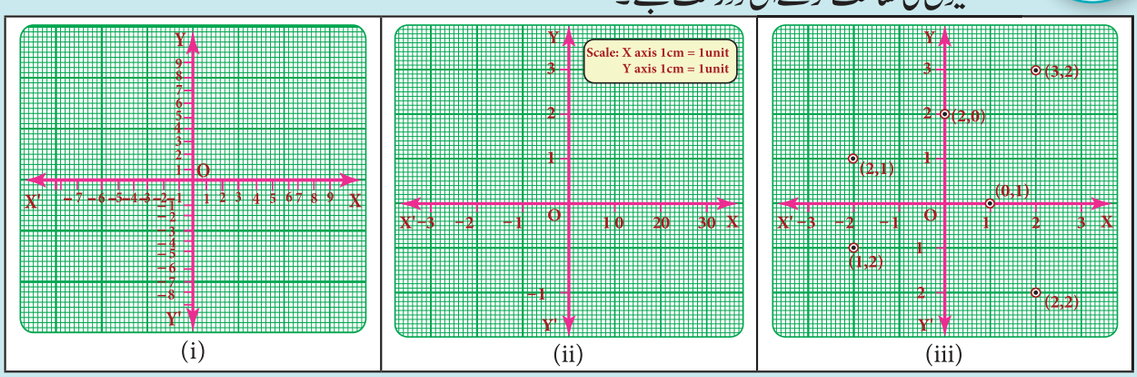
غور کیجئے

ترسیم کی سمت بندی منتخب شدہ پیمائش کے اعتبار سے مختلف ہوں گے۔

اب ہمارے پاس ترسیم کے پانچ نقاط ہیں: (−2,−1)، (−1,0)، (0,1)، (1,2) اور (2,3)

کوشش کیجئے

غلطیوں کی شناخت کر کے ان کو درست کیجئے۔



(i) (ii) (iii)

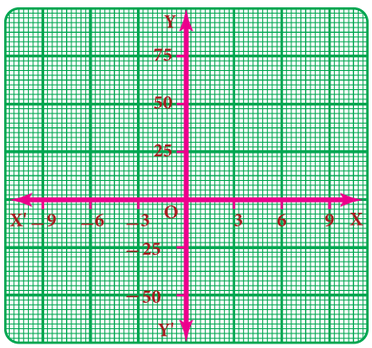
مشق 3.9

I۔ خالی جگہ پر کیجئے۔

(i) $y = px$ جہاں $p \in z$ ہمیشہ ..... سے گذرتی ہے۔

(ii) خط $x = 4$ اور $y = -4$ کا تقاطع نقطہ ..... ہے۔

8th maths unit 3 algebra 3
Thursday, April 16, 2020 3:46:46 PM



(iii) دی گئی ترسیم کے لئے پیمائش،

x- محور پر $1cm$ = ... اکائیاں

y- محور پر $1cm$ = ... اکائیاں

2۔ صحیح یا غلط بتائیے۔

(i) نقاط (3,3) (2,2) (1,1) ایک ہی خط مستقیم پر موجود ہیں۔

(ii) $y = 9x$ مبدا سے نہیں گذرتی۔

3۔ کیا ایک خط (2,2) سے گذرے گی اگر وہ محوروں کو (0,2) ، (2,0) پر قطع کرتی ہے۔ دوسرے ربع میں خط پر ایک نقطہ معلوم کیجئے۔

4۔ کیا ایک خط (4,–2) سے گذرتی ہے اور y محور کو (0,2) پر قطع کرتی ہے۔ دوسرے ربع میں خط پر ایک نقطہ معلوم کیجئے۔

5۔ اگر نقاط P(5, 3) Q(−3, 3) R(−3, −4) اور S ایک مستطیل بناتے ہوں تو S کے محد د معلوم کیجئے۔

6۔ ایک خط (6,0) اور (0,6) سے گذرتی ہے اور ایک دوسری خط (–3,0) اور (0,–3) سے گذرتی ہے۔ ایک منحرف حاصل کرنے کے لئے کون سے نقاط کو ملانا چاہئے؟

7۔ (2,–4) (–3,7) اور (7, –5) (4,6) کو ملانے کے نقطہ تقاطع معلوم کیجئے۔ مزید ان خطوط اور محور کے نقطہ تقاطع معلوم کیجئے

8۔ ذیل کے مساوات کی ترسیم کھینچئے (i) $x = -7$ (ii) $y = 6$

9۔ مساوات کی ترسیم کھینچئے (i) $y = -3x$ (ii) $y = x - 4$ (iii) $y = 2x + 5$

10۔ قیمتیں معلوم کیجئے

a) $y = x + 3$

x	0		−2	
y		0		−3

b) $2x + y - 6 = 0$

x	0		−1	
y		0		−2

c) $y = 3x+1$

x	−1	0	1	2
y				

مشق 3.10

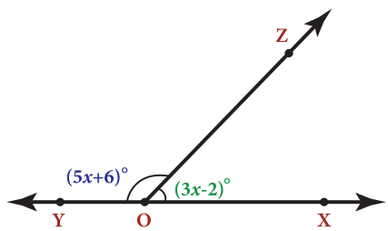
متفرق مشقی سوالات (Miscellaneous Practice Problems)

1۔ تین اعداد کا حاصل جمع 58 ہے۔ دوسرا عدد پہلے عدد کے دو پانچویں کے تین گنا ہے اور تیسرا عدد پہلے عدد سے 6 کم ہے۔ تین اعداد معلوم کیجئے۔

2۔ ایک مثلث ABC میں، ∠B کی پیمائش ∠A کی پیمائش کا دوتہائی ہے۔ ∠C کی پیمائش ∠A کی پیمائش سے 20° زیادہ ہے۔ تین زاویوں کی پیمائش معلوم کیجئے۔

3۔ ایک مثلث مساوی الساقین کے دو مساوی اضلاع $5y-2$ اور $4y+9$ اکائیاں ہیں۔ تیسرا ضلع $2y+5$ اکائیاں ہے۔ 'y' اور مثلث کا احاطہ معلوم کیجئے۔

4۔ دئے گئے خاکہ میں، زاویہ XOZ اور زاویہ ZOY ایک خطی جوڑی بناتے ہیں۔ x کی قیمت معلوم کیجئے۔



5۔ ذیل کے معطیات کے لئے ترسیم کھینچئے۔

مربع کا ضلع (cm)	2	3	4	5	6
رقبہ (cm^2)	4	9	16	25	36

کیا یہ ترسیم ایک خطی تعلق کو ظاہر کرتی ہے؟

8th maths unit 3 algebra 3
Thursday, April 16, 2020 3:46:46 PM

تقابلی سوالات: Challenging Problems

6۔ تین متواتر سالم اعداد کو جب بڑھتی ہوئی ترتیب میں لیتے ہوئے انہیں بالترتیب 3,2 اور 4 سے ضرب دیا جائے تو کل 74 حاصل ہوتا ہے۔ تین اعداد معلوم کیجئے۔

7۔ 331 طلباء ایک تفریح کو گئے۔ چھ بس ان کی گنجائش تک بھر گئے اور 7 طلباء کو ایک وین میں جانا پڑا۔ ہر ایک بس میں کتنے طلباء تھے؟

8۔ ایک سڑک کے بیوپاری کے پاس 22 اشیاء تھیں، جن میں چند پنسل اور دوسرے بال پن تھے۔ ایک مقررہ دن میں، اس نے پنسل اور پن فروخت کئے۔ ہر ایک پنسل 15 ₹ سے اور ہر ایک پن 20 ₹ میں فروخت کیا۔ اگر اس بیوپاری نے کل 380 ₹ کی فروخت کیا، تو اس نے کتنے پنسل فروخت کیا؟

9۔ ترسیمی کاغذ پر خطوط $y = x$، $y = 2x$ اور $y = 5x$ کی ترسیم کھینچئے۔ کیا آپ ان ترسیم میں کوئی خاص بات معلوم کئے ہو؟

10۔ معقر (Concave) کثیر ضلعی کے زاویوں کے تعداد اور اس کثیر ضلعی کے اضلاع کی تعداد پر غور کیجئے۔

ذیل کی طرح جدول میں درج کیجئے۔

اضلاع کی تعداد	زاویوں کی تعداد	کثیر ضلعی کا نام

اسے استعمال کر کے کثیر ضلعی زاویوں کی تعداد اور اضلاع کی تعداد کے درمیان تعلق کی وضاحت کرتے ہوئے ترسیم کھینچئے۔

خلاصہ

- دو الجبریائی جملوں کے حاصل ضرب کے دوران، ذیل کو اختیار کریں۔ ارقام کی نشانیوں کو ضرب کرتے ہیں۔ ارقام کے نظیری سر اعداد کو ضرب کرتے ہیں۔ قوتوں کے قانون کو استعمال کر کے متغیر اجزاء کو ضرب کرتے ہیں۔
- ایک کثیر رقمی کو یک رقمی سے تقسیم کرنے کے لئے، کثیر رقمی کے ہر رقم کو یک رقمی سے تقسیم کرتے ہیں۔
- **تماثل:** تماثل ایک مساوات ہے جو ہر ممکن متغیرات کی قیمت پر صحیح ہوتا ہے۔

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \qquad (x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$
$$(a^2 - b^2) = a^2 - 2ab + b^2 \qquad (a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$
$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b) \qquad (a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$
$$(x+b)\ (x+b)(x+c) = x^3 + (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x + abc$$

- **اجزائے ضربی:** ایک الجبریائی جملہ کو دو یا دو سے زیادہ جملوں کے حاصل ضرب کی طرح سے ظاہر کرنے کو اجزائے ضربی کہتے ہیں۔
- صرف ایک متغیر جس کی اعلیٰ ترین قوت ایک رکھنے والی مساوات ایک متغیر والی خطی مساوات کہلاتی ہے۔
- وہ قیمت جو مساوات کے ایک متغیر کی جگہ بھرتی کرنے پر مساوات کے دونوں طرف مساوی بنتے ہیں۔ مساوات کا حل یا جذر کہلاتا ہے۔
- اعداد کے درمیانی تعلق کو ظاہر کرنے کے لئے ترسیم صرف ایک بصری طریقہ ہے۔
- XOX' نامی افقی خط x- محور کہلاتا ہے۔ YOY' نامی عمودی خط y- محور کہلاتا ہے۔ دونوں محوریں **محددی محوریں** کہلاتے ہیں۔ x- محور اور y- محور رکھنے والا سطح کو محددی سطح یا **کارتیسی سطح** کہتے ہیں۔
- نقطہ کو مخصوص ترتیب میں دو اعداد 'a' اور 'b' کی ترتیب دار جوڑی سے ظاہر کیا جاتا ہے جس میں 'a' x- محور پر فاصلے کو ظاہر کرتا ہے۔ اور 'b' y- محور پر فاصلے کو ظاہر کرتا ہے۔ اسے ترتیب دار جوڑی (a,b) کہا جاتا ہے۔
- ترسیم کے سطح کو چار حصوں میں تقسیم کرنے والے محددی محوریں ربع کہلاتے ہیں۔
- خطی مساوات کی ترسیم کے خط کو **خطی ترسیم** کہتے ہیں۔

8th maths unit 3 algebra 3
Thursday, April 16, 2020 3:46:47 PM

ICT CORNER — ICT کارنر

اس کارروائی سے تم الجبراء، ان پر اعمال اور ان کی خصوصیات کے مطالعہ کے بارے میں معلوم کر سکتے ہو۔



مرحلہ 1 براؤزر کھولئے اور دئے گئے URL کو ٹائپ کیجئے۔

مرحلہ 2 اشیاء میں سے کسی ایک لنک پر کلک کر کے الجبراء کے بنیادیات، قوتیں، کثیر رقمی، دو درجی مساوات وغیرہ کے بارے میں معلوم کر سکتے ہیں۔

براؤسر میں ایک نیا ٹیب کھلے گا جس میں تم الجبرائی جمع اور تفریق پر دلچسپ گیم دیکھو گے۔

مرحلہ 3 مثال کے طور پر، بنیادی مینو کے تحت لنک "Balance while adding and subtracting" پر کلک کیجئے۔

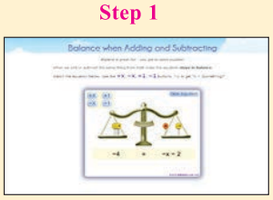
مرحلہ 4 اسی طرح تم الجبراء کے تمام تصورات کو سیکھ سکتے ہو۔



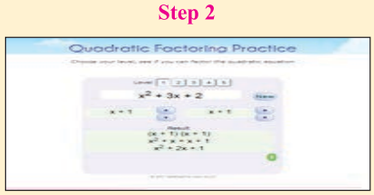
Step 1



Step 2



Step 3



Step 4

AZR3S

Web URL **Algebra:**
https://www.mathsisfun.com/algebra/index.html
*Pictures are indicatives only.
*If browser requires, allow Flash Player or Java Script to load the page.

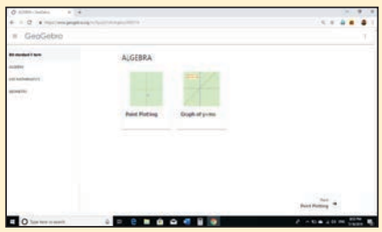
ICT CORNER — ICT کارنر

مطلوبہ نتائج

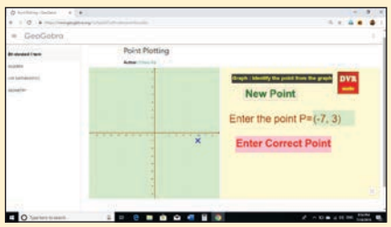


مرحلہ-1 براؤزر کھولئے اور نیچے دئے گئے URL لنک ٹائپ کیجئے یا QR کوڈ کو اسکین کیجئے۔ 'ALGEBRA" نامی GeoGebra ورک بک کھولے گا۔ "Point Plotting" نامی ورک شیٹ پر کلک کیجئے۔

مرحلہ-2 دئے گئے ورک شیٹ میں تم، "New point" پر کلک کرے نیا نقطہ حاصل کر سکتے ہو۔ input box میں صحیح نقطہ داخل کر کے انٹر (Enter) دبایئے۔



Step 1



Step 2

OJYE7

Browse in the link
Algebra:
https://www.geogebra.org/m/fqxbd7rz#chapter/409574 or Scan the QR Code.

8th maths unit 3 algebra 3
Thursday, April 16, 2020 3:46:48 PM



4 روزمرّہ زندگی کے حسابات

LIFE MATHEMATICS

سیکھنے کے مقاصد

- نفع، نقصان اور سود کے اصولوں کا اعادہ کرنا۔
- فیصد کا استعمال، نفع اور نقصان، بالائی اخراجات، رعایت (کٹوتی) اور محصول (GST) کے حسابات کو حل کرنا۔
- سودِ مرکب کے بارے میں جاننا اور سودِ مرکب کو نمونے اور ضابطہ کے ذریعہ معلوم کرنا اور ان کو آسان حسابات کے لئے استعمال کرنا۔
- 2 سال اور 3 سال کے لئے سودِ مفرد اور سودِ مرکب کے درمیانی فرق معلوم کرانا۔
- راست اور معکوس تناسبوں کا اعادہ کرنا۔
- مرکب متغیر کو جاننا اور اس سے تعلق رکھنے والے حسابات کو حل کرنا۔
- وقت اور کام کے حسابات کو حل کرنا۔

NVEI4

4.1 تعارف (Introduction)

آٹھویں جماعت کے حساب کلاس میں ہوا مکالمہ درج ذیل ہے۔

استاد : عزیز طلباء جھنڈے کے دن کے لئے روپیہ جمع کیا جارہا ہے اور اس طرح ساتویں جماعت میں 40 طلباء میں سے 32 اور ہماری جماعت میں 50 طلباء میں سے 42 نے پیسے جمع کئے۔ کیا کوئی کہہ سکتا ہے کہ کس جماعت نے زیادہ رقم دیا؟

اقبال : جناب 40 میں سے 32 کو ہم $\frac{32}{40}$ اور 50 میں سے 42 کو $\frac{42}{50}$ میں لکھ سکتے ہیں۔ اس کے نظیری یکساں کسور بالترتیب $\frac{160}{200}$ اور $\frac{168}{200}$ ہیں۔ لہذا، ہماری جماعت کے طلباء نے زیادہ رقم دی ہے۔

استاد : بہت خوب اقبال، کیا ان کا موازنہ کرنے کا کوئی اور طریقہ ہے؟

وسیم : ہاں جناب، فیصد کی مدد سے معلوم کر سکتے ہیں $\frac{32}{40}=\frac{32}{40}\times 100=80\ \%$ اور $\frac{42}{50}=\frac{42}{50}\times 100=84\%$

ہماری جماعت نے VII ویں جماعت سے 4% زیادہ چندہ دیا ہے۔

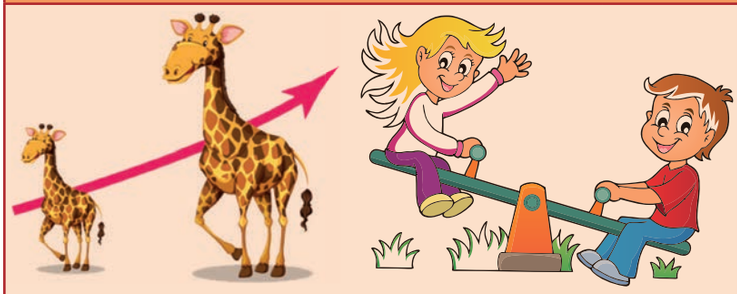
استاد : عمدہ وسیم، تم بالکل صحیح کہا، کیا کوئی کہہ سکتا ہے کہ فیصد زیادہ تر کہاں نظر آتا ہے؟

شکیل : ہاں جناب، میں نے اپنے والد سے سیکھا ہے کہ فیصد کا استعمال نفع اور نقصان دریافت کرنے لئے، رعایت، محصول محسوب کرنے کے لئے (مثال: GST) سود، بڑھوتی اور گھٹوتی میں اور تقریباً ہر وہ جگہ جہاں موازنہ کیا جاتا ہے۔ والد نے یہ بھی کہا ہے کہ قیمتوں کا موازنہ کرنے کے لئے یہ آسان طریقہ ہے۔

استاد : عمدہ شکیل، انہیں موضوعات کو ہم فی صد کے استعمال سے اس باب میں جانیں گے۔

8th maths unit 4 life maths 1
Thursday, April 16, 2020 3:47:30 PM

اوپر کے مکالمہ سے ہم مختلف صورتِ حال میں فیصد کا استعمال کے طریقہ کے بارے میں سیکھیں گے اور جو اکثر روزمرہ زندگی کے حسابات میں دیکھے جاتے ہیں۔ مزید اس سبق میں ہم راست تناسب، معکوس تناسب، مرکب متغیر، وقت اور کام سے متعلق سوالات کو بعد میں دیکھیں گے۔

روزمرہ زندگی کے حسابات	حقیقی زندگی میں زندگی کے حسابات
	
مرکب سود کی وجہ سے نقدی تیزی سے بڑھتی ہے۔	ایک مخصوص وقفہ میں زرافہ کی نشو ونما راست تناسب کی مثال ہے اور اتار چڑھاؤ (See - Saw) معکوس تناسب کی مثال ہے۔



کوشش کیجئے

دئے گئے اعداد کے لئے نشان کردہ فیصد کی قیمت معلوم کیجئے۔

اعداد / %	60	240	660	852	1200
10 %					
20 %					
25 %					
$33\frac{1}{3}$ %					

4.2 حسابات میں فیصد کا استعمال Applications of Percentage in Problems

ہم جانتے ہیں کہ فیصد کا مطلب فی سو یا سوواں یا سویں کا ہے اس کو % علامت سے ظاہر کیا جاتا ہے x % کو کسر میں $\frac{x}{100}$ کے طور پر ظاہر کرتے ہیں یہ مقدار کو آسانی سے موازنہ کرنے میں بہت کارآمد ہے۔ چلئے ہم ان کے استعمال سے نیچے دئے گئے لفظی حسابات کو سیکھیں گے۔

مثال 4.1 اگر 600 کا x %، 450 ہو تو x کی قیمت معلوم کیجئے۔

حل :

x % کا 600 = 450

$$\frac{x}{100} \times 600 = 450$$

$$x = \frac{450}{6}$$

$$x = 75$$

8th maths unit 4 life maths 1
Thursday, April 16, 2020 3:47:31 PM

مثال 4.2

جب ایک عدد میں 25% کی گھٹوتی ہوتی ہے تو وہ 120 ہوجاتا ہے۔اس عدد کو معلوم کیجئے۔

حل : فرض کیجئے کہ عدد x ہے۔

دیا گیا ہے، $x - \frac{25}{100}x = 120$

$$\frac{100x - 25x}{100} = 120$$

$$\frac{75x}{100} = 120$$

$$\Rightarrow x = \frac{120 \times 100}{75}$$

$$\Rightarrow x = 160$$

کیا آپ جانتے ہو؟

اگر ہم کسی مقدار A کو لیں اور اس مقدار کو $x\%$ سے گھٹاتے جائیں، تو گھٹی ہوئی مقدار ہمیں اس طرح سے حاصل ہوگی۔

$$D = \left(1 - \frac{x}{100}\right) A$$

دوسرا طریقہ : اوپر دئے گئے ضابطہ کو استعمال کر کے۔

$$D = \left(1 - \frac{25}{100}\right)A \Rightarrow 120 = \frac{75}{100} \times A$$

$$A = 120 \times \frac{100}{75} = 160$$

مثال 4.3

عقیلہ ایک امتحان میں 80% مارکس حاصل کرتی ہے اگر وہ 576 مارکس حاصل کی ہو تو اس امتحان کے زیادہ سے زیادہ مارکس معلوم کیجئے۔

حل : فرض کیجئے کہ زیادہ سے زیادہ (Maximum) مارکس x ہے۔

اب، 80 % کا x = 576

$$\frac{80}{100} \times x = 576$$

$$\Rightarrow x = 576 \times \frac{100}{80}$$

x = 720 مارکس

لہذا، 720 = امتحان کے کل مارکس

مثال 4.4

اگر ماش کی دال کی قیمت میں 20% بڑھوتی (اضافہ) کے بعد ₹ 96 فی کلوگرام ہوجاتی ہے تو فی کلوگرام ماش کی دال کی اصلی قیمت معلوم کیجئے۔

حل : فرض کیجئے ماش کی دال کی اصلی قیمت ₹ x ہے۔

اضافہ کے بعد نئی قیمت $20\% = x + \frac{20}{100}x = \frac{120x}{100}$

دیا گیا ہے، $96 = \frac{120x}{100}$

$$\therefore x = \frac{96 \times 100}{200}$$

$\therefore$ ماش کی دال کی اصلی قیمت = ₹80

کیا آپ جانتے ہو؟

اگر ہم کسی مقدار A کو لیں اور اس مقدار کو $x\%$ سے بڑھاتے جائیں، تو بڑھی ہوئی مقدار ہمیں اس طرح سے حاصل ہوگی۔

$$D = \left(1 + \frac{x}{100}\right) A$$

دوسرا طریقہ : اوپر دئے گئے ضابطہ کو استعمال کر کے۔

$$I = \left(1 + \frac{20}{100}\right)A$$

$$\Rightarrow 96 = \frac{120}{100} \times A$$

$$A = 96 \times \frac{100}{120}$$

$$A = ₹80$$

8th maths unit 4 life maths 1
Thursday, April 16, 2020 3:47:31 PM

کوشش کیجئے

1۔ 10 گھنٹے کا مطلب ایک دن کا کتنا فی صد ہے؟

2۔ ₹350 کو R،Q،P میں اس طرح تقسیم کیجئے کہ R جتنا حصہ لے گا، اس کا 50% حصہ Q لے گا، اور جتنا حصہ Q لے گا، اس کا 50% حصہ P لے گا۔

ذرا سوچئے



200 سے 600 کے اضافہ میں یہ بات واضح ہے کہ اس میں 200% کا اضافہ ہوا ہے (جانچئے) کسی شہر کا ٹریفک پولیس کمشنر بڑے فخر کے ساتھ یہ کہتا ہے کہا ایک سال میں 200% حادثوں میں کمی ہوئی ہے۔ وہ کہتا ہے کہ گزشتہ سال 600 حادثے پیش آئے جب کہ اس سال حادثوں کی تعداد 200 ہے۔ کیا 600 سے 200 میں کمی اوپر کی طرح 200% ہے؟ تصدیق کیجئے۔

مثال 4.5

ایک شخص کی آمدنی میں 10% کا اضافہ ہوتا ہے اور اس کے بعد 10% کی کمی (گھٹوتی) ہوتی ہے۔ اس کی آمدنی میں ہوئے فرق کو معلوم کیجئے۔

حل: فرض کیجئے اس کی آمدنی ₹ x ہے۔

10% اضافہ کے بعد آمدنی

$$₹x + \left(\frac{10}{100} \times x\right) = ₹\frac{110}{100}x \text{ (or) } ₹\frac{11}{10}x$$

10% کمی کے بعد آمدنی $= ₹\frac{11x}{10} - \frac{10}{100}\left(\frac{11x}{10}\right)$

i.e. $\frac{11x}{10} - \frac{11x}{100} = \frac{110x - 11x}{100} = ₹\frac{99x}{100}$

$\therefore$ اس کی آمدنی کا فرق $= x - \frac{99x}{100} = \frac{x}{100}$

$\therefore$ فرق کا فیصد $= \frac{\frac{x}{100}}{x} \times 100 = 1\%$

یعنی، آمدنی میں 1% کی کمی ہوتی ہے۔

دوسرا طریقہ

فرض کیجئے اس کی آمدنی ₹ 100 ہے۔

10% اضافہ کے بعد آمدنی

$= 100 + 100 \times \frac{10}{100} = ₹110.$

10% کمی کے بعد آمدنی

$= 110 - 110 \times \frac{10}{100} = 110 - 11 = ₹99$

اس کی آمدنی کا فرق $= 100 - 99 = 1$

$\therefore$ فرق کا فیصد $= \frac{1}{100} \times 100 = 1\%.$

یعنی، آمدنی میں 1% کی کمی ہوتی ہے۔

غور کیجئے

دئے گئے کسی دو اعداد میں، اگر ان میں سے ایک میں x % کا اضافہ یا کمی ہوتی ہے اور دوسرے میں y % کا اضافہ یا کمی ہوتی ہے تو ان اعداد کے ضرب میں $\left(x + y + \frac{xy}{100}\right)$% کا اضافہ یا کمی ہوگی۔ کمی کے لئے منفی نشان کو استعمال کریں اور فرض کریں کہ اگر نشان منفی ہو تو کمی ہوگی۔ اس کے استعمال سے مثال 4.5 کے جواب کی جانچ کیجئے۔

8th maths unit 4 life maths 1
Thursday, April 16, 2020 3:47:32 PM

مشق 4.1

1۔ خالی جگہ پر کیجئے۔

(i) اگر x کا 30%، 150 ہوتو x ..... ہے۔ (ii) ایک گھنٹے کے دومنٹ ..... % ہیں ۔

(iii) اگر x کا x %، 25 ہوتو x ..... ہے۔

(iv) ایک اسکول میں 1400 طلباء ہیں جن میں سے 420 لڑکیاں ہیں۔اس اسکول میں لڑکوں کا فیصد ..... ہے۔

(v) 0.5252 ..... فیصد ہے۔

2۔ ہر ایک خط کشیدہ حصے کو فیصد کی زبان میں لکھئے۔

(i) کیک (cake) کا آدھا حصہ بچوں میں تقسیم کیا گیا ہے۔ (ii) کلثوم ایک مقابلے میں 10 میں سے 7.5 پوائنٹ حاصل کرتی ہے۔

(iii) مجسمہ خالص چاندی سے بنا ہوا ہے ۔ (iv) 50 میں سے 48 طلباء نے کھیلوں میں حصہ لیا۔

(v) صرف 3 میں سے 2 اشخاص کو انٹرویو میں انتخاب کیا جائے گا۔



3۔ کس عدد کا 32% ، 48 ہے؟

4۔ 400 کا 25% کا 30% کیا ہوگا۔

5۔ اگر ایک کار کی اصلی قیمت ₹3,00,000 اور اس کو ₹200,000 میں فروخت کیا گیا ہو تو کار کی قیمت میں کٹوتی کی فیصد معلوم کیجئے۔

6۔ اگر ایک عدد کا 75% اور اسی عدد کا 60% کا فرق 82.5 ہو تو اس عدد کا 20% معلوم کیجئے۔

7۔ جب ایک عدد میں 18% کے اضافہ سے 236 حاصل ہوتا ہے اس عدد کو معلوم کیجئے۔

8۔ جب ایک عدد میں 20% کی کمی سے 80 حاصل ہوتا ہے تو اس عدد کو معلوم کیجئے۔

9۔ ایک عدد میں 25% کا اضافہ ہوتا ہے اور اس کے 20% کی کمی ہوتی ہے تو اس عدد کا فرق معلوم کیجئے؟

10۔ ایک جماعت میں لڑکے اور لڑکیوں کی نسبت 5:3 ہے۔اگر کسی امتحان میں 16% لڑکے اور 8% لڑکیاں ناکام ہوتے ہیں تو کامیاب طلباء کا فیصد معلوم کیجئے؟

Objective Type Questions معروضی سوالات

11 ۔ 250 لیٹر کا 12% ایسی طرح ہے۔ 150 لیٹر کا ..... کے مساوی ہے۔

(a) 10% (b) 15% (c) 20% (d) 30%

12 ۔ ایک اسکول کے انتخابات میں تین امیدوار A، B اور C بالترتیب 153، 245 اور 102 ووٹ حاصل کرتے ہیں۔ جیت حاصل کرنے والے ووٹوں کی فیصد .....ہے۔

(a) 48% (b) 49% (c) 50% (d) 45%

13 ۔ 10000 کا 15% کا 25% = ... (a) 375 b) 400 c) 425 d) 475

14 ۔ جب ایک عدد کا 60% سے 60 کو تفریق کرنے پر 60 حاصل ہوتا ہے وہ عدد ..... ہے۔

(a) 60 (b) 100 (c) 150 (d) 200

15 ۔ اگر x کا 64% = 48 کا 48% ہوتو x کی قیمت ..... ہے۔

(a) 64 (b) 56 (c) 42 (d) 36

8th maths unit 4 life maths 1
Thursday, April 16, 2020 3:47:33 PM

4.3 نفع، نقصان، رعایت، بالائی اخراجات اور GST (اشیاء کی خدماتی محصول)

Profit and Loss, Discount, Overhead Expenses and GST

4.3.1 نفع اور نقصان Profit and Loss:



کوشش کیجئے:

1۔ اگر کسی شئے کی قیمت فروخت، اس کی قیمت خرید سے کم ہوگی تو، ایسی صورت میں ..... ہوگا۔

2۔ ایک شئے جس کی قیمت ₹5000 ہے، اس کو ₹ 4850 میں فروخت کیا گیا۔ اس میں نفع ہوا ہے یا نقصان؟ اس کا کتنا فیصد ہے؟

3۔ اگر کسی شئے کی قیمت خرید اور قیمت فروخت کی نسبت 5:7 ہو تو، نفع/نقصان کا فی صد ..... ہوگا۔

قیمت خرید (اصلی قیمت) Cost Price (C.P)

خریدی ہوئی شئے کی رقم کو اس شئے کی **قیمتِ خرید** (C.P) کہتے ہیں۔

قیمت فروخت Selling Price (S.P)

فروخت کی ہوئی شئے کی رقم کو اس شئے کی **قیمتِ فروخت** (S.P) کہتے ہیں۔

نفع یا منافع Profit or Gain

جب S.P، C.P سے زیادہ ہو تو اس میں **نفع یا منافع** ہوتا ہے۔

چنانچہ، نفع یا منافع = S.P − C.P

نقصان: Loss

جب S.P , C.P سے کم ہو تو اس میں **نقصان** ہوتا ہے۔

چنانچہ نقصان = C.P − S.P

اس بات کو ذہن نشین کرلیں کہ نفع یا نقصان ہمیشہ قیمتِ خرید سے محسوب کیا جاتا ہے۔

ضابطے: Formulae:

(i) نفع یا منافع کا فیصد $\text{Gain or Profit \%} = \left(\frac{\text{نفع}}{C.P} \times 100\right)\%$

(ii) نقصان کا فیصد $\text{Loss \%} = \left(\frac{\text{نقصان}}{C.P} \times 100\right)\%$

(iii) $S.P = \frac{(100 + \text{نفع \%})}{100} \times C.P$ (or) $C.P = \left(\frac{100}{100 + \text{نفع \%}}\right) S.P$

(iv) $S.P = \frac{(100 - \text{نقصان \%})}{100} \times C.P$ (or) $C.P = \frac{100}{(100 - \text{نقصان \%})} \times S.P$

4.3.2 رعایت Discount

فروخت میں اضافہ اور پرانے ذخیرے (Old Stock) کو خالی کرنے کے لئے آڈی کے مہینے اور دوسرے تہواروں کے مواقع پر دکاندار اشیاء کی نشان کردہ قیمت پر مخصوص فیصد کی کمی کرتے ہیں۔ اس کمی کو **رعایت** کہتے ہیں۔

8th maths unit 4 life maths 1
Thursday, April 16, 2020 3:47:33 PM

نشان کردہ قیمت Marked price

بڑے دکانوں اور ڈیپارٹمنٹ اسٹورس میں ہم یہ دیکھتے ہیں کہ تمام اشیاء پر ایک کارڈ لگا ہوتا ہے جس پر اس شئے کی قیمت لکھی ہوتی ہے اس پر لکھی ہوئی قیمت کو **نشان کردہ قیمت** کہتے ہیں۔

صرف نشان کردہ قیمت ہی پر دکاندار مخصوص فیصد کی رعایت دیتا ہے۔ گاہک سے رعایت کے بعد ادا کی جانے والی رقم کو **قیمتِ فروخت** کہتے ہیں۔ یعنی،

رعایت – نشان کردہ قیمت = قیمتِ فروخت

4.3.3 بالائی اخراجات Overhead Expenses

دکاندار، تاجر اور خردہ فروش (Retailers) اشیاء کو خریدنے اور فروخت کرنے میں شامل ہیں۔ بعض اوقات جب ہم مشینری، فرنیچر، برقی آلات وغیرہ خریدتے وقت بعض اخراجات جیسے مرمت، نقل و حمل اور مزدوری وغیرہ ان میں شامل ہو جاتے ہیں۔ یہ اخراجات، قیمتِ خرید کے ساتھ شامل ہوتے ہیں اور ان کو بالائی اخراجات کہتے ہیں۔ لہذا،

بالائی اخراجات + قیمتِ خرید = کل قیمتِ خرید

4.3.4 اشیاء اور خدماتی محصول Goods and Services Tax (GST):

اشیاء اور خدماتی محصول (GST) ہندوستان کا واحد (صرف) مشترک محصول ہے جو تمام اشیاء اور گھریلو استعمالات کے لئے اشیاء خدماتی محصول لیا جاتا ہے۔ GST گاہک اور تاجر سے اصول کیا جاتا ہے اور یہ حکومت کی آمدنی کا ذریعہ ہے۔ GST تین قسم کے ہوتے ہیں جو یہ ہیں مرکزی GST، (CGST) ریاستی (GST)، (SGST) اور متحدہ (GST)، (IGST)۔ مرکزی علاقوں کے لئے متحدہ GST، (UTGST) مرکزی اور ریاستی حکومت GST کو مساوی حصوں میں تقسیم کر لیتے ہیں۔ کئی اشیاء جیسے انڈے، شہد، دودھ، نمک وغیرہ جو GST سے بری ہیں۔

اشیاء جیسے پٹرول، ڈیزل، وغیرہ GST میں نہیں آتے اور ان کا محصول علاحدہ ہے۔ GST کونسل نے 1300 اشیاء اور 500 خدمات کے مطابق چار محصولی حصّوں میں مقرر کئے ہیں وہ 5%، 12%، 18%، 28% ہیں۔

مثال 4.6 واجد ₹ 16150 میں واشنگ مشین (Washing Machine) خریدتا ہے اور نقل و حمل (آمد و رفت) کے لئے ₹ 1350 ادا کرتا ہے اور وہ اس کو ₹ 19250 میں فروخت کرتا ہے۔ نفع یا نقصان کا فیصد معلوم کیجئے۔



حل :

واشنگ مشین کی کل C.P

= C.P + بالائی اخراجات

= 16150 + 1350 = ₹17500

S.P = ₹19250

چنانچہ، ہمیں معلوم ہوا، S.P > C.P

$$\text{نفع } \% = \left(\frac{\text{نفع}}{C.P} \times 100\right)\% = \left(\frac{19250-17500}{17500} \times 100\right)\%$$

$$= \frac{1750}{17500} \times 100 = 10\%$$

8th maths unit 4 life maths 1
Thursday, April 16, 2020 3:47:34 PM

مثال 4.7 اگر LED ٹی وی کی قیمتِ فروخت، اس کے $\frac{5}{4}$ قیمتِ خرید کے مساوی ہو تو نفع/منافع کا فیصد معلوم کیجئے۔

حل: فرض کیجئے کہ LED ٹی وی کا C.P ₹ x ہے۔



$$\therefore \text{S.P} = \frac{5}{4}x$$

$$\text{نفع} = \text{S.P} - \text{C.P} = \frac{5}{4}x - x = \frac{x}{4}$$

$$\therefore \quad \text{نفع}\ \% = \left(\frac{\text{نفع}}{C.P} \times 100\right)\%$$

$$= \left(\frac{x/4}{x} \times 100\right)\%$$

$$= \left(\frac{1}{4} \times 100\right)\% = 25\,\%$$

مثال 4.8 اسٹرابری (Strawberries) کے 16 ڈبوں کی قیمتِ خرید اور اسٹرابری کے 20 ڈبوں کی قیمتِ فروخت کے مساوی ہے نفع یا نقصان کا فیصد معلوم کیجئے۔

حل: فرض کیجئے ایک اسٹرابری کے ڈبہ کا C.P ₹ x ہے۔

$$20\,x = \text{اسٹرابری کے 20 ڈبوں کا C.P}$$

$$16\,x = \text{اسٹرابری کے 16 ڈبوں کا C.P} = \text{اسٹرابری کے 20 ڈبوں کا S.P}$$

چنانچہ، $\text{S.P} < \text{C.P}$ لہذا نقصان ہوتا ہے۔



$$\text{نقصان} = \text{C.P} - \text{S.P} = 20\,x - 16\,x = 4\,x$$

$$\therefore \quad \text{نقصان}\ \% = \left(\frac{\text{نقصان}}{C.P} \times 100\right)\%$$

$$= \left(\frac{4x}{20x} \times 100\right)\%$$

$$= 20\ \%$$

غور کیجئے

اگر x اشیاء کی قیمت خرید y = اشیاء کی قیمتِ فروخت ہو تو نفع کا $\left(\frac{x-y}{y} \times 100\right)\%$ =

اگر جواب منفی ہو تو اس کو نقصان کے طور پر لیا جائے گا۔

(اس ضابطہ کو مثال 4.8 کے لئے استعمال کر کے تمہارے جواب کو جانچئے)

مثال 4.9 دکاندار 5% نقصان سے سائیکل کو ₹ 4275 سے فروخت کرتا ہے۔ 5% نفع حاصل کرنے کے اس کو کتنے میں فروخت کرنا ہوگا۔

8th maths unit 4 life maths 1
Thursday, April 16, 2020 3:47:34 PM



حل :

$$\text{سائیکل کا S.P} = ₹\,4275$$

$$\text{نقصان} = 5\%$$

$$\therefore \text{C.P} = \frac{100}{100 - \text{نقصان}\%} \times \text{S.P}$$

$$= \frac{100}{95} \times 4275 = ₹4500$$

یہاں، $\text{C.P} = ₹\,4500$ اور مطلوبہ نفع $= 5\%$

$$\therefore \text{مطلوبہ S.P} = \frac{100 + \text{نفع}\%}{100} \times \text{C.P}$$

$$= \frac{100+5}{100} \times 4500$$

$$= 105 \times 45 = ₹\,4725$$

لہذا، مطلوبہ قیمت فروخت ₹ 4725 ہے۔

مثال 4.10 موسم سرما میں دکاندار فروخت کو بڑھانے کے لئے برساتی کوٹ کی قیمت ₹1060 سے ₹ 901 گھٹا دیتا ہے۔ اس سے دی گئی رعایت کی شرح معلوم کیجئے۔



حل: دیا گیا ہے،

$$\text{رعایت} = \text{نشان کردہ قیمت} - \text{قیمتِ فروخت}$$

$$= 1060 - 901 = ₹\,159$$

$$\therefore \text{رعایت} = \left(\frac{159}{1060} \times 100\right)\%$$

$$= 15\%$$



ذرا سوچئے

ایک دکاندار مارکر بورڈ (Marker Board) کی قیمت، قیمتِ خرید سے 15% زیادہ نشان کرتا ہے اور اس کے بعد وہ نشان کردہ قیمت سے 15% کی رعایت دیتا ہے۔ اس بیوپار (کاروبار) میں اس کو کیا نفع یا نقصان ہوگا؟

مثال 4.11 ایک شئے پر دو لگاتار 25% اور 20% رعایتیں دی جاتی ہیں۔ اس کی معادل واحد رعایت معلوم کیجئے۔

حل : فرض کیجئے کہ شئے کی نشان کردہ قیمت ₹ 100 ہے۔

$$\text{25\% کی پہلی رعایت} = 100 \times \frac{25}{100} = ₹25.$$

$$\therefore \text{پہلی رعایت کے بعد کی قیمت} = 100 - 25 = ₹75.$$

$$\text{20\% کی دوسری رعایت} = 75 \times \frac{20}{100} = ₹15.$$

8th maths unit 4 life maths 1
Thursday, April 16, 2020 3:47:35 PM

$\therefore$ دوسری رعایت کے بعد کی قیمت $= 75 - 15 = ₹60.$

ٹھیک قیمت فروخت $= ₹\ 60$

$\therefore$ دئے گئے دولگاتار رعایت کی معادل واحد رعایت $= (100\text{-}60)\,\% = 40\,\%$



غور کیجئے

- اگر دولگاتار رعایتیں $a\%$ اور $b\%$ بالترتیب ہوں تو،
$$\text{S.P} = \left(1-\frac{a}{100}\right)\left(1-\frac{b}{100}\right)\times \text{M.P.}$$
- 3 لگاتار رعایتیں $a\%$، $b\%$ اور $c\%$ بالترتیب کا معادل واحد رعایت
$$= \left\{1-\left(1-\frac{a}{100}\right)\left(1-\frac{b}{100}\right)\left(1-\frac{c}{100}\right)\right\}\times 100\%.$$

(اس ضابطہ کو مثال 4.11 کے لئے استعمال کر کے تمہارے جواب کو جانچئے)

مثال 4.12 ایک تاجر پانی کا ہیٹر (HEATER) ₹ 10502 کو فروخت کرتا ہے۔ ہے جس میں 18 % GST شامل ہے۔ پانی کے ہیٹر کا M.P ، GST معلوم کیجئے۔

حل : فرض کیجئے کہ نشان کردہ قیمت x ₹ ہے۔

$$x + \frac{18x}{100} = 10502$$

$$\frac{118x}{100} = 10502$$

$\therefore$ نشان کردہ قیمت $x = ₹8900.$

$18\,\%$ GST $= ₹10502 - ₹8900 = ₹1602$

(یا)

$$= 8900 \times \frac{18}{100} = ₹1602$$

مثال 4.13 ایک خاندان ہوٹل کو جاتا ہے اور کھانے کے لئے ₹ 350 خرچ کرتا ہے اور اس کے ساتھ مزید 5% *GST* ادا کرتا ہے ۔ *CGST* اور *SGST* محسوب کیجئے۔

حل: کھانے کی قیمت $= ₹350$

5% *GST* کو مرکزی اور ریاستی حکومتوں کو مساوی طور پر 2.5% حصوں میں تقسیم کرتے ہیں۔

$$\therefore \text{CGST} = \text{SGST} = 350 \times \frac{2.5}{100} = ₹8.75$$

مشق 4.2

1۔ (i) نقصان یا نفع کا فیصد ہمیشہ .....سے محسوب کیا جاتا ہے۔

(ii) موبائل فون 20% نفع سے ₹ 8400 میں فروخت کیا گیا۔ موبائل فون کی قیمت خرید .....ہے۔

8th maths unit 4 life maths 1
Thursday, April 16, 2020 3:47:35 PM

پر

(iii) ایک شئے $7\frac{1}{2}\%$ نقصان سے ₹ 555 میں فروخت کیا گیا۔ شئے کی قیمتِ خرید .....ہے۔

(iv) مکسر گرینڈر کی نشان کردہ قیمت ₹ 4500 ہے۔اس کو رعایت کے بعد ₹ 4140 میں فروخت کیا گیا۔ رعایت کی شرح .....ہے۔

(v) قمیص کی قیمت ₹ 575 اور ٹی شرٹ کی قیمت ₹ 325 ہے اس کے ساتھ 5% *GST* شامل ہو تو کل بل کی رقم .....ہے۔

2۔ ایک شئے ₹ 820 فروخت کرنے پر 10% کا نقصان قیمتِ فروخت پر ہوتا ہے تو اس کی قیمت خرید معلوم کیجئے۔

3۔ اگر ایک شئے کو ₹ 810 پر فروخت کرنے پر حاصل ہونے والا نفع یکساں ہے اس کو ₹ 530 پر فروخت کرنے پر حاصل ہونے والے نقصان سے تو اس شئے کی قیمتِ خرید معلوم کیجئے۔

4۔ اگر 10 اسکیل کی قیمت فروخت، 15 اسکیل کی قیمتِ خرید کے مساوی ہو تو نفع کا فیصد معلوم کیجئے۔



5۔ چند اشیاء ₹ 15 پر 2 سے خریدتے اور ₹ 25 پر 3 سے فروخت کرتے ہیں۔نفع کا فیصد معلوم کیجئے۔

6۔ ایک شخص اسپیکر (Speaker) 20% نقصان سے ₹ 768 پر فروخت کرتا ہے۔20% نفع حاصل کرنے کے لئے اسپیکر کو کتنے میں فروخت کرنا ہوگا۔



7۔ نامعلوم x , y اور z کو دریافت کیجئے۔

شمار عدد	اشیاء کے نام	نشان کردہ قیمت	قیمت فروخت	رعایت
(i)	کتاب	₹225	x	8%
(ii)	LED TV	y	₹11970	5%
(iii)	ڈیجیٹل گھڑی	₹750	₹615	z

8۔ ذیل کے دئے گئے معطیات کے لئے کل بل کی رقم معلوم کیجئے.

شمار عدد	اشیاء کے نام	نشان کردہ قیمت	رعایت	GST
(i)	اسکول بیگ	₹500	5%	12%
(ii)	ہیئر ڈرائر	₹2000	10%	28%

9۔ ایک مشہور کمپنی کے AC کی نشان کردہ قیمت ₹ 38000 ہے ۔گاہک کے لئے 2 اختیارات دئے گئے ہیں۔

(i) قیمتِ فروخت ₹ 38000 اس کے ساتھ ₹ 3000 کے دلکش تحفہ یا

(ii) 8% کی رعایت لیکن کوئی کوئی مفت تحفہ نہیں۔

ان میں کونسی بہتر قیمت ہوگی؟



8th maths unit 4 life maths 1
Thursday, April 16, 2020 3:47:36 PM

10۔ اگرنہالی (گدا) کی نشان کردہ قیمت ₹ 7500 ہےاوراس پردولگاتار 10% اور 20% رعایتیں دی جائےتو گاہک سےادا کی جانے والی رقم معلوم کیجئے۔

معروضی سوالات Objective Type Questions

11۔ ایک پھل کا تاجر پھل کو ₹ 200 میں فروخت کرتا ہےاور ₹ 40 نفع حاصل کرتا ہےاس کے نفع کا فیصد.....ہے۔

(a) 20% (b) 22% (c) 25% (d) $16\frac{2}{3}$ %

12۔ ایک عورت ₹ 528 پرگلدان فروخت کرتی ہے جس سے 20%اس کونفع حاصل ہوتا ہے۔کس قیمت پرفروخت کرنے سے اسے25% کا نفع حاصل ہوگا۔

(a) ₹500 (b) ₹550 (c) ₹553 (d) ₹573

13۔ ایک شخص ₹150 میں ایک شئے خریدتا ہےاوراس پر ہوئے بالائی اخراجات اس کے قیمتِ خرید کا 12% ہے۔ 5% نفع حاصل کرنے کے لئے اسے کس قیمت سےفروخت کرنا ہوگا۔

(a) ₹180 (b) ₹168 (c) ₹176.40 (d) ₹ 88.20

14۔ ٹوپی(ہیٹ) کی قیمت ₹ 210 ہے۔اگروہ 16%رعایت پرخریدتا ہےتوٹوپی کی نشان کردہ قیمت .....ہوگی۔

(a) ₹243 (b) ₹176 (c) ₹230 (d) ₹250

15۔ واحدرعایت جودولگاتاررعایتیں 20%اور25%کےمساوی ہوگی۔

(a) 40% (b) 45% (c) 5% (d) 22.5%

4.4 سودِمرکب (Compound Interest)

کائنات کی سب سے طاقتورقوت ..... ہے۔اس محاورہ کوکس طرح پورا کروگے؟ دنیا کے نامورطبیعیات دان البرٹ آئنسٹائن نے اس محاورہ کولفظ ''سودِمرکب'' سےمکمل کیا۔

جب سادہ سود $\left(I = \frac{PNR}{100}\right)$ پرروپیوں کوادھاردیتے وقت یاودیعت کرتے ہیں تو زراصل پر یکساں طور پرقرض یاودیعت کی مدد سے سود کومحسوب کرسکتے ہیں۔



کوشش کیجئے

1۔ دئے گئے زراصل کے لئے سادہ سود دریافت کرنے کا ضابطہ ..... ہے۔

2۔ ₹ 900 کے لئے 8% سالانہ شرح سود کےحساب سے 73 دنوں کے لئے سادہ سودمحسوب کیجئے۔

3۔ 10% سالانہ شرح سود کےحساب سے ₹ 2000 کی رقم کتنے سالوں میں ₹ 3600 ہوجائے گی؟

پوسٹ آفس(ڈاک خانہ)، بینک بیمہ کمپنیاں اوردوسرے مالیاتی ادارے سودکومحسوب کرنے کا دوسرے طریقے کوبھی اپناتے ہیں۔یہاں، پہلے وقفہ کی مدت پرحاصل ہونے والاسود(مثلاً 6 ماہ) کوابتدائی زراصل کے ساتھ شامل کیا جاتا ہے۔اوراس سے حاصل ہونے والی رقم کو دوسرے وقفہ کی مدت کا زراصل لیا جاتا ہے(مثلاً، بعد کے 6 ماہ)اورقرض کا یہ سلسلہ اس وقت تک جاری رہتا ہے جب تک کہ قرض دینے اور قرض لینے والے کے درمیان مقررکردہ وقفہ ختم نہ ہوجائے۔

8th maths unit 4 life maths 1
Thursday, April 16, 2020 3:47:36 PM

ایک متعین وقفہ کے بعد، رقم اور ادھار (یا) ودیعت (جمع کردہ) کے درمیانی فرق کو سودِ مرکب کہتے ہیں۔ جس کو مختصر طور پر C.I کہتے ہیں۔

یہ واضح ہے کہ مرکب سود میں سادہ سود سے زیادہ رقم حاصل ہوتی ہے کیوں کہ اس میں ہر وقفہ میں زر اصل تبدیل ہوتا رہتا ہے۔

زر اصل کے ساتھ سود جمع ہونے والے کے وقفہ کو ہم وقفہ کی تبدیلی (Conversion period) کہتے ہیں۔

مثال کے طور پر، اگر سود سہ ماہی ہو تو سال میں چار تبدیلی وقفے ہوں گے جو ہر تین مہینے پر ہوتا ہے۔ اس صورت حال میں سالانہ شرح سود کا ایک چوتھائی شرح سود ہوگا۔ سال میں 4 مرتبہ سود کو ملایا جاتا ہے۔

سادہ سود میں زر اصل پورے وقفے کے لئے وہی رہتا ہے جب کہ مرکب سود میں زر اصل لگاتار تبدیلی وقفہ کے مطابق تبدیل ہوتا رہتا ہے۔

سادہ سود اور مرکب سود پہلے تبدیلی وقفہ میں یکساں ہوتے ہیں۔

تشریح 1 : ₹ 20,000 پر 10% شرح سالانہ سے 4 سال کے لئے سود مرکب محسوب کیجئے اور اس کو انہی سے حاصل ہونے والے سادہ سود کا موازنہ کیجئے۔

سادہ سود محسوب کرنا

اعادہ کریں

$$I = \frac{PNR}{100}$$

$P = 2000$

$N = 4$ سال

$R = 10\ \%$

$$\text{سادہ سود} = \frac{20000 \times 4 \times 10}{100}$$

$= ₹\ 8000$

سود مرکب محسوب کرنا

پہلے سال کا زر اصل $= ₹20000$

پہلے سال کا سود $\left(\frac{20000 \times 10 \times 1}{100}\right) = ₹2000$

ایک سال کے اختتام پر زر کل (رقم) $(P+I) = ₹22000$

یعنی، دوسرے سال کا زر اصل $= ₹22000$

دوسرے سال کا سود $\left(\frac{22000 \times 10 \times 1}{100}\right) = ₹2200$

دوسرے سال کے اختتام پر زر کل $= ₹24200$

یعنی، تیسرے سال کا زر اصل $= ₹24200$

تیسرے سال کا سود $\left(\frac{24200 \times 10 \times 1}{100}\right) = ₹2420$

تیسرے سال کے اختتام پر زر کل $= ₹26620$

یعنی، چوتھے سال کا زر اصل $= ₹26620$

چوتھے سال کا سود $\left(\frac{26620 \times 10 \times 1}{100}\right) = ₹2662$

$\therefore$ چوتھے سال کے اختتام پر زر کل $= ₹29282$

$\therefore$ چار سال کے لئے مرکب سود $= A - P = 29282 - 20000 = ₹9282$

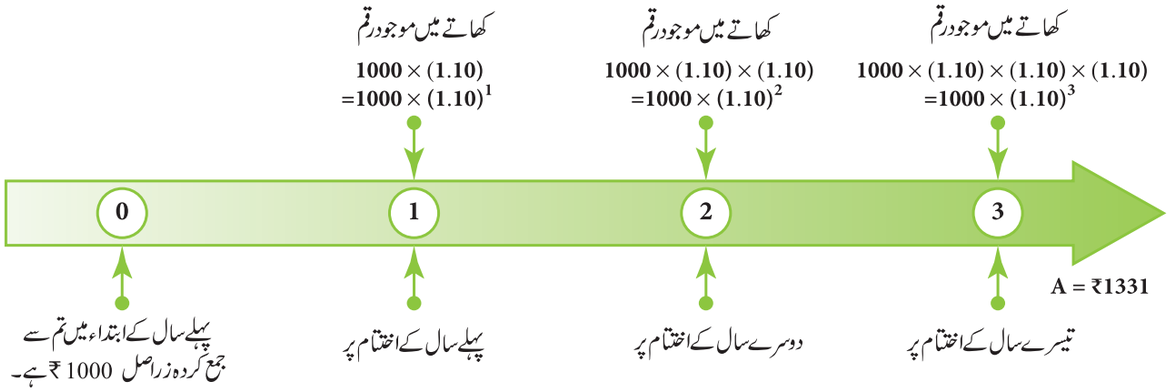
C.I کے حل کرتے وقت ہم نے غور کیا کہ لگاتار 1.1 سے ضرب کیا گیا جیسے

20000, (×1.1) 22000, (×1.1) 24200, (×1.1) 26620, (×1.1)29282 چار سال کے لئے۔ ہم نے بھی غور کیا کہ

8th maths unit 4 life maths 1
Thursday, April 16, 2020 3:47:37 PM

مرکب سود (₹ 9282) تیزی سے بڑھتا ہے۔ حاصل ہوئے سادہ سود (₹ 8000) سے زیادہ ہے۔ جب مدت کا وقفہ زیادہ ہو تو اوپر کے طریقے سے حل کرنے میں زیادہ وقت درکار ہوگا۔ لہذا، ہمارے پاس رقم اور مرکب سود کو آسانی سے معلوم کرنے کا ضابطہ موجود ہے۔

تشریح : ₹ 1000 پر 10% شرح سود سالانہ سے 3 سال کا مرکب سود اور رقم معلوم کرنا



فلوچارٹ (Flow Chart) سے نظر آتا ہے کہ 10% سود سالانہ جمع ہوتا رہتا ہے

پہلے سال کی رقم کے لئے $P\left(1+\frac{r}{100}\right)$، دوسرے سال کی رقم کے لئے $P\left(1+\frac{r}{100}\right)\left(1+\frac{r}{100}\right)$،

تیسرے سال کی رقم کے لئے $P\left(1+\frac{r}{100}\right)\left(1+\frac{r}{100}\right)\left(1+\frac{r}{100}\right)$ ، n ویں سال کے لئے $A = P\left(1+\frac{r}{100}\right)^n$

سال کے لئے اس کی عام شکل $A = 1000\left(1+\frac{10}{100}\right)^3 = ₹\ 1331$ ہے۔ یہاں، C.I = ₹ 331 ہے۔

کیا تم جانتے ہو؟



1626 میں پیٹر مینائٹ (Peter minuit) نے وافنگر انڈینز (Wappinger Indians) سے مین ہیٹن جزیرہ (Manhattan Island) کو 24 ڈالروں پر خریدنے کے لئے منوالیتا ہے۔ اگر وہ مقامی امریکی 24 ڈالروں کو ایک بینک کے کھاتہ میں 5% شرح ماہانہ سودِ مرکب کے حساب سے جمع کرتے تو سال 2020 تک ان کے کھاتے میں 5.5 بلین (550 کروڑ) ڈالر ہوتے۔ یہ سودِ مرکب کی عمدہ مثال ہے۔

درج ذیل ضابطوں سے ذیل کے وقفوں (مدتوں) کے کئے آسانی کے ساتھ مرکب سود معلوم کرنے میں مددگار ثابت ہوں گے۔

(i) جب سودِ مرکب سالانہ کے لئے محسوب کرنا ہو، $A = P\left(1+\frac{r}{100}\right)^n$

جس میں A رقم ہے، P زر اصل, r سالانہ کی سود کی شرح اور n سالوں کی تعداد ہے۔ ہمیں زر اصل − رقم = سود مرکب حاصل ہوگا۔

(ii) جب سودِ مرکب ششماہی محسوب کرنا ہو تو،

$$A = P\left(1+\frac{r}{200}\right)^{2n}$$

8th maths unit 4 life maths 1
Thursday, April 16, 2020 3:47:37 PM

(iii) جب سودمرکب سہ ماہی محسوب کرنا ہوتو، $A = P\left(1+\frac{r}{400}\right)^{4n}$

(iv) جب سودِمرکب سالانہ ہولیکن شرح سود سال با سال مختلف ہوتو

$$A = P\left(1+\frac{a}{100}\right)\left(1+\frac{b}{100}\right)\left(1+\frac{c}{100}\right)\ldots$$

جس میں a، b اور c شرح سود بالترتیب I,II,اور III سال ہیں۔

(V) جب سود سالانہ ہولیکن مدت کسر میں ہو جیسے $a\frac{b}{c}$ سال ہوتو

$$A = P\left(1+\frac{r}{100}\right)^{a}\left(1+\frac{\frac{b}{c}\times r}{100}\right)$$

(طویل حسابات کو حل کرنے کے لئے کیلکولیٹر (calculator) کے استعمال کی اجازت دی جاسکتی ہے اور تمہارے جوابات کے تصدیق کے لئے بھی استعمال کرسکتے ہیں۔

مثال 4.14 درج ذیل میں دئے گئے معطیات کے لئے C.I دریافت کیجئے.

(i) زراصل، ₹ 4000 = سالانہ $r = 5\%$ سال $n = 2$ سودِمرکب سالانہ محسوب کیا جاتا ہے

(ii) زراصل، ₹ 5000 = سالانہ $r = 4\%$ سال $n = 1\frac{1}{2}$ سودِمرکب ششماہی محسوب کرنا

(iii) زراصل، پہلے سال کے لئے ₹ 30,000 = $r = 7\%$، دوسرے سال کے لئے $r = 8\%$، سودمرکب سالانہ محسوب کرنا

(iv) زراصل, ₹ 10000 = سالانہ $r = 8\%$ سال $n = 2\frac{3}{4}$ سودِمرکب سالانہ محسوب کرنا

حل :

(i) رقم $A = P\left(1+\frac{r}{100}\right)^{n}$

$$= 4000\left(1+\frac{5}{100}\right)^{2}$$

$$= 4000 \times \frac{21}{20} \times \frac{21}{20}$$

$$A = ₹4410$$

$$\therefore C.I = A - P = 4410 - 4000 = ₹410$$

(ii) رقم $A = P\left(1+\frac{r}{100}\right)^{2n} = 5000\left(1+\frac{4}{200}\right)^{2\times\frac{3}{2}} = 5000 \times \frac{51}{50} \times \frac{51}{50} \times \frac{51}{50}$

$$= 51 \times 10.2 \times 10.2$$

$$= ₹5306.04$$

$$\therefore C.I = A - P = ₹5306.04 - ₹5000$$

$$= ₹306.04$$

8th maths unit 4 life maths 1
Thursday, April 16, 2020 3:47:38 PM

(iii)
$$A = P\left(1+\frac{a}{100}\right)\left(1+\frac{b}{100}\right)$$
$$= 3000\left(1+\frac{7}{100}\right)\left(1+\frac{8}{100}\right)$$
$$= 30000 \times \frac{107}{100} \times \frac{108}{100}$$
$$A = ₹34668$$

$$\therefore \text{ C.I} = A - P = 34668\text{-}30000 = ₹4668.$$

(iv)
$$A = P\left(1+\frac{r}{100}\right)^{a}\left(1+\frac{\frac{b}{c}\times r}{100}\right) = 10000\left(1+\frac{8}{100}\right)^{2}\left(1+\frac{\frac{3}{4}\times 8}{100}\right)$$
$$= 10000\left(\frac{27}{25}\right)^{2}\left(\frac{53}{50}\right)$$
$$= 10000 \times \frac{27}{25} \times \frac{27}{25} \times \frac{53}{50}$$
$$A = ₹\ 12363.84$$
$$\therefore \text{C.I} = 12363.84 - 10{,}000 = ₹2363.84$$

4.4.1 سودِ مرکب کے ضابطے کے استعمالات: Applications of Compound Interest formula:

درج ذیل کی صورتوں میں سودِ مرکب کا ضابطہ استعمال ہوتا ہے۔

(i) آبادی میں اضافہ $\left[P\left(1+\frac{r}{100}\right)^{n}\right]$ یا $\left[P\left(1-\frac{r}{100}\right)^{n}\right]$ کمی کو معلوم کرنے کے لئے۔

(ii) جب نشوونما کی شرح دی گئی ہو تو خلیوں کی نشوونما معلوم کرنے کے لئے

(iii) مشینوں، موٹر گاڑیاں، گھریلو اشیاء وغیرہ کی قیمت میں گھٹوتی کو معلوم کرنے کے لئے۔

مثال 4.15 دو سال پہلے ایک موٹر سائیکل کی قیمت ₹ 70,000 تھی۔ اس کی قیمت میں سالانہ 4% کی شرح سے گھٹوتی ہوتی ہے تو اس کی موجود قیمت معلوم کیجئے



حل :

گھٹی ہوئی قیمت $= P\left(1-\frac{r}{100}\right)^{n}$
$$= 70000\left(1-\frac{4}{100}\right)^{2}$$
$$= 70000 \times \frac{96}{100} \times \frac{96}{100}$$
$$= ₹64512$$

8th maths unit 4 life maths 1
Thursday, April 16, 2020 3:47:38 PM

مثال 4.16 ایک تجربہ خانہ میں بیکٹر یا پہلے گھنٹے میں 5% کی شرح سے اضافہ ہوتے ہیں۔ دوسرے گھنٹے میں 8% کی شرح سے کم ہوتے ہیں اور تیسرے گھنٹے میں دوبارہ 10% کی شرح سے اضافہ ہوتے ہیں۔ 3 گھنٹے کے اختتام پر بیکٹر یا کی تعداد معلوم کیجئے۔ اگر ان کی ابتدائی تعداد 10000 ہو۔

حل : 3 گھنٹے کے اختتام پر بیکٹر یا کی تعداد

$$A = P\left(1+\frac{a}{100}\right)\left(1-\frac{b}{100}\right)\left(1+\frac{c}{100}\right) \quad \text{(کیونکہ '−' کمی کی علامت ہے)}$$

$$= 10000\left(1+\frac{5}{100}\right)\left(1-\frac{8}{100}\right)\left(1+\frac{10}{100}\right)$$

$$= 10000 \times \frac{105}{100} \times \frac{92}{100} \times \frac{110}{100}$$

$$A = ₹10626$$

مثال 4.17 ایک گاؤں کی آبادی میں اضافہ کی شرح 6% سالانہ سال 2018 میں 238765 آبادی تھی۔ سال 2016 اور 2020 کی آبادی معلوم کیجئے۔

حل : فرض کیجئے کہ 2016 میں آبادی P ہے۔

تو $A = P\left(1+\frac{r}{100}\right)^n$

$$\Rightarrow 238765 = P\left(1+\frac{6}{100}\right)^2 = P\left(\frac{53}{50}\right)^2$$

$$\Rightarrow P = 238765 \times \frac{50}{53} \times \frac{50}{53}$$

$$\therefore P = 212500$$

فرض کیجئے کہ 2020 میں آبادی A ہے

$$A = P\left(1+\frac{r}{100}\right)^n$$

$$\therefore A = 238765\left(1+\frac{6}{100}\right)^2$$

$$= 238765 \times \frac{53}{50} \times \frac{53}{50}$$

$$= 95.506 \times 53 \times 53$$

$$A = 268276$$

سال 2016 میں آبادی 2,12,500 ہے اور سال 2020 میں آبادی 2,68,276 ہے۔

8th maths unit 4 life maths 1
Thursday, April 16, 2020 3:47:38 PM

4.4.2 S.I اور C.I کادرمیانی فرق Difference between S.I and C.I:

پہلے تبدیلی وقفہ میں S.I اور C.I میں کوئی فرق نہیں ہے۔

دوسال کے لئے S.I اور C.I میں فرق یہ ہے۔

$$C.I - S.I = P\left(\frac{r}{100}\right)^2$$

تین سال کے لئے S.I اور C.I میں فرق یہ ہے۔

$$C.I - S.I = P\left(\frac{r}{100}\right)^2\left(3+\frac{r}{100}\right)$$

مثال 4.18 ذیل کے لئے C.I اور S.I کے درمیانی فرق معلوم کیجئے۔

(i) P = ₹5000, r = 4% p.a, n = 2 years. سال

(ii) P = ₹8000, r = 5% p.a, n = 3 years. سال

حل :

(i) دوسال کے لئے $C.I - S.I = P\left(\frac{r}{100}\right)^2 = 5000 \times \frac{4}{100} \times \frac{4}{100} = ₹8$

(ii) تین سال کے لئے $C.I - S.I = P\left(\frac{r}{100}\right)^2\left(2+\frac{r}{100}\right)$

$$= 8000 \times \frac{5}{100} \times \frac{5}{100} \times \left(3+\frac{5}{100}\right)$$

$$= 20 \times \frac{61}{20} = ₹61$$

HOGUJ

مشق 4.3

I۔ خالی جگہ پر کیجئے۔

i۔ 5000 ₹ پر 12% شرح سالانہ سے 2 سال کے لئے سودمرکب .....ہے۔

ii۔ 8000 ₹ پر 10% شرح سالانہ سے 1 سال کے لئے ششماہی سودِمرکب .....ہے۔

iii۔ ایک گاؤں کی آبادی میں اضافہ کی شرح 10% سالانہ ہے اگر اس کی موجودہ آبادی 26,620 ہوتو 3 سال پہلے اس گاؤں کی آبادی.....تھی۔

iv۔ اگر کسی رقم کو سہ ماہی سودِمرکب محسوب کرتے ہوتو، .....ضابطے کو استعمال کرکے دریافت کرتے ہیں۔

v۔ زراصل 5000 ₹ کے لئے 8% شرح سود سالانہ پر 2 سال کے لئے S.I اور C.I میں فرق .....ہے۔

8th maths unit 4 life maths 1
Thursday, April 16, 2020 3:47:38 PM

2۔ صحیح یا غلط بیان کیجئے۔

i۔ گھٹوتی کی قیمت دریافت کرنے کا ضابطہ $P\left(1-\frac{r}{100}\right)^n$ ہے۔

ii۔ اگر ایک شہر کی موجودہ آبادی P ہے اور r% شرح سالانہ سے آبادی میں اضافہ ہو تو n سال پہلے آبادی $P\left(1+\frac{r}{100}\right)^n$ ہوگی

iii۔ ایک مشین کی موجودہ قیمت ₹ 16800 ہے۔ ہر سال اس کی قیمت 25% شرح سے گھٹتی ہے۔ دو سال بعد اس کی قیمت ₹9,450 ہوگی۔

iv۔ ₹ 1000 کی رقم 20% شرح سود مرکب سالانہ پر 3 سال کی مدت میں ₹ 1331 ہوجاتی ہے۔

v۔ ₹16000 کی رقم 20% شرح سالانہ سے 9 مہینوں کے لئے سہ ماہی سودِ مرکب ₹ 2522 ہوتی ہے۔

3۔ ₹ 3200 پر 2.5% شرح سالانہ سے 2 سال کے لئے سودِ مرکب معلوم کیجئے۔

4۔ ₹ 4000 پر 10% شرح سالانہ سے 2½ سال کے لئے سودِ مرکب معلوم کیجئے۔ اگر سودِ مرکب سالانہ محسوب کیا جاتا ہو۔

5۔ وہ زر اصل معلوم کیجئے جو 2 سال کی مدت میں 4% شرح سالانہ سے ₹ 2028 سودِ مرکب دیتا ہے۔

6۔ ₹ 3375 کی رقم $13\frac{1}{3}$% شرح سالانہ پر کتنی مدت میں ₹ 4096 ہوجائے گی جب کہ سودِ مرکب ششماہی محسوب کیا جاتا ہے۔

7۔ ₹15000 کی رقم کے لئے 3 سال کا C.I معلوم کیجئے، اگر سود کی شرح 15%، 20% اور 25% بالترتیب I، II اور III سالوں کے لئے ہیں۔

8۔ ₹ 5000 کی رقم پر 2% شرح سالانہ پر 1 سال کے لئے C.I اور S.I میں فرق معلوم کیجئے، اگر سودِ مرکب ششماہی محسوب کیا جاتا ہے؟

9۔ ₹ 8000 کی رقم پر اگر C.I اور S.I میں فرق ₹ 20 ہو تو سود کی شرح معلوم کیجئے؟

10۔ اگر C.I اور S.I میں فرق ₹ 1134 جو 15% شرح سالانہ سے 3 سال کے لئے ہو تو زر اصل معلوم کیجئے؟

Objective Type Questions معروضی سوالات

11۔ اگر کسی زر اصل پر سودِ مرکب ہر ماہ میں محسوب کیا جاتا ہے تو تبدیلی کے وقفہ کی تعداد .....ہے۔

(a) 2 (b) 4 (c) 6 (d) 12

12۔ ₹ 4400 کی رقم 10% شرح سالانہ پر کتنی مدت میں ₹ 4851 ہوجائے گی جب کہ سودِ مرکب ششماہی محسوب کیا جاتا ہے۔

(a) 6 ماہ (b) 1 سال (c) $1\frac{1}{2}$ سال (d) 2 سال

13۔ ایک مشین کی قیمت ₹ 18,000 ہے اور سالانہ $16\frac{2}{3}$% شرح سے گھٹتی ہے۔ دو سال بعد اس کی قیمت .....ہوگی؟

(a) ₹12000 (b) ₹12500 (c) ₹15000 (d) ₹16500

8th maths unit 4 life maths 1
Thursday, April 16, 2020 3:47:39 PM

14۔ کسی رقم 10% شرح سالانہ سودِ مرکب سے 3 سال میں ₹ 2662 ہوجاتی ہے وہ رقم.....ہے۔

(a) ₹2000 (b) ₹1800 (c) ₹1500 (d) ₹2500

15۔ ایک رقم پر جو 2% شرح سالانہ سے 2 سال کے لئے سودِ مرکب اور سادہ سود میں فرق 1 ہو تو رقم .....ہوگی؟

(a) ₹2000 (b) ₹1500 (c) ₹3000 (d) ₹2500

4.5 مرکب متغیر : Compound Variation

اس سے پہلے کہ ہم مرکب متغیر کے بارے میں معلومات حاصل کریں، آیئے ہم راست اور معکوس متغیر کے نظریات کا ایک بار اعادہ کریں۔

اگر دو مقداریں اس طرح ہوں کہ کسی ایک مقدار میں بڑھوتی یا گھٹوتی ہو تو بالترتیب دوسری مقدار میں بھی بڑھوتی یا گھٹوتی (ایک ہی قسم کا اثر) ہو تو ایسی صورت میں ہم یہ کہیں گے کہ دونوں مقداریں راست تناسب میں ہیں۔ بہ الفاظ دیگر اگر $y = kx$ ہو تو یہ کہا جائے گا کہ، x اور y میں تبدیلی آتی ہے، جس میں k ، تناسبیت کا مستقلہ کہا جاتا ہے اور $k>0$ ہے، اس طرح فرض کریں کہ y ہمیشہ x پر منحصر ہے، چنانچہ $k = \frac{y}{x}$ ۔

مثال کے طور پر فرض کرو کہ تم اپنے دوست کو اپنی یوم پیدائش کے موقعہ پر اپنے ہر ایک دوست کو دو پن تحفہ میں دینا چاہتے ہو۔ خریدے جانے والے پنوں کی مقدار، ان دوستوں کی تعداد پر منحصر ہوگی، جو اس جشن میں شرکت کرنے والے ہیں یعنی وہ راست تناسب میں ہوگی۔ کیا ایسا نہیں ہے؟ اس کو سمجھنے کے لئے ہمیں درج ذیل جدول مددگار ثابت ہوگی۔

دوستوں کی تعداد	1	2	5	12	15
پن کی تعداد	2	4	10	24	30

ایسی صورت میں ہم یہ دیکھتے ہیں کہ تناسبیت کا مستقلہ $k = \frac{y}{x} = \frac{2}{1} = \frac{4}{2} = \frac{10}{5} = \frac{24}{12} = \frac{30}{15} = 2$

راست تناسب کی بعض اور مثالیں :

1۔ فاصلہ - وقت (مستقل رفتار کے تحت)

اگر فاصلہ میں اضافہ ہو تو فاصلے کو طے کرنے کے وقت میں بھی اضافہ ہوگا اور اس کے برعکس بھی (Vice - Versa)

2۔ خریدنا - خرچ کرنا

اگر کوئی خاندان تہوار کے موقع پر زیادہ اشیاء خریدتا ہے تو خرچ بھی زیادہ ہوگا اور اس کے برعکس بھی۔

3۔ کام کا وقت - کمائی : اگر کام کرنے کے گھنٹوں کی تعداد کم ہو تو کمائی بھی کم ہوگی اور اس کے برعکس بھی۔

اسی طرح گر دو مقداریں اس طرح ہوں کہ کسی ایک مقدار میں بڑھوتی یا گھٹوتی ہو تو بالترتیب دوسری مقدار میں گھٹوتی یا بڑھوتی (الٹا اثر) ہو تو ایسی صورت میں ہم یہ کہیں گے کہ دونوں مقداریں معکوس تناسب (بلا راست) میں ہیں۔ ان میں تبدیلی اُلٹا ہوتی ہے۔ بہ الفاظ دیگر اگر $xy = k$ ہو تو یہ کہا جائے گا کہ، x اور y میں تبدیلی آتی ہے، جس میں k ، تناسبیت کا مستقلہ کہا جاتا ہے اور $k>0$ ہے۔

مثال کے طور پر فرض کیجئے کہ گاؤں میں صحت عامہ کی آگاہی کے لئے کسی اسکول کے ایک کلاس کے 30 طلباء، گاؤں کی گلیوں میں ایک ترتیب میں چہل قدمی کرتے ہیں، تو چلنے کے دوران ہم دیکھیں گے کہ صفوں اور قطاروں کی تعداد معکوس تناسب میں ہے۔

اس کو سمجھنے کے لئے ہمیں درج ذیل جدول مددگار ثابت ہوگی۔

صفوں میں طلباء کی تعداد	1	2	3	5	6
قطاروں میں طلباء کی تعداد	30	15	10	6	5

8th maths unit 4 life maths 2
Thursday, April 16, 2020 3:48:34 PM

ہم یہ دیکھتے ہیں کہ ان ترتیبوں میں ⁞⁞⁞⁞⁞⁞ (5 صف/6 قطاریں) اور ⁞⁞⁞⁞⁞⁞ (6 صف/5 قطاریں) ہیں اور یہ بھی دیکھتے ہیں کہ صفوں اور قطاروں میں مخالف متغیر ہے۔ ایسی صورت میں ہم یہ دیکھتے ہیں کہ تناسبیت کا مستقلہ k، 30 ہے۔

معکوس تناسب کی بعض اور مثالیں :

1۔ قیمت - استعمال (Price - consumption)

اگر کسی شئے کی قیمت میں اضافہ ہو تو اس کے استعمال میں کمی ہوگی اور اس کے برعکس بھی۔

2۔ مزدور - وقت

اگر کسی کام کو مکمل کرنے کے لئے زیادہ مزدوروں کو مقرر کرتے ہیں تو کم وقت میں کام مکمل ہوگا اور اس کے برعکس بھی۔

3۔ رفتار - وقت (متعین فاصلہ)

اگر ہم دھیمی رفتار سے سفر کرتے ہیں تو دئے گئے فاصلے کو طے کرنے کے لئے زیادہ وقت لگے گا اور اس کے برعکس بھی۔

راست اور معکوس تناسبوں کے اصول کو استعمال کرتے ہوئے ذیل میں دئے گئے سوالات کے جوابات دینے کی کوشش کیجئے۔

کوشش کیجئے :

(1) ذیل میں دئے گئے مثالوں کو راست یا معکوس تناسب میں تقسیم کیجئے۔

(i) دال کا وزن ان کی قیمت سے۔

(ii) بس سے طے کردہ فاصلہ سے اس کی ٹکٹ (Ticket) کی قیمت۔

(iii) کسی مخصوص فاصلہ کو طے کرنے کے لئے کھلاڑی کی رفتار۔

(iv) کسی مخصوص وقفہ میں عمارت کو مکمل کرنے کے لئے مقرر کردہ مزدوروں کی تعداد۔

(v) دائرے کے رقبہ سے اس کا نصف قطر۔

(2) اگر ایک طالب علم 15 منٹوں میں 21 صفحے ٹائپ (Type) کرسکتا ہے تو وہ اسی رفتار سے 84 صفحوں کو ٹائپ کرنے کے لئے کتنا وقت لگائے گا؟

(3) اگر کسی کام کو 35 عورتیں 16 دنوں میں مکمل کرسکتی ہیں تو 28 عورتیں اسی کام کو کتنے دنوں میں مکمل کریں گی؟

آیئے اب یہ دیکھیں گے کہ مرکب متغیر کیا ہے؟ بعض حسابات جن میں دو یا دو سے متغیرات ہوتے ہیں۔ اس کو مرکب متغیر کہتے ہیں۔ دو متغیرات کے مختلف امکانات یہ ہیں۔

راست - راست، راست - معکوس، معکوس - راست، معکوس - معکوس۔

غور کیجئے

بعض ایسی صورت حال بھی ہیں جس میں نہ تو راست متغیر استعمال ہوتا ہے اور نہ ہی معکوس متغیر استعمال ہوتا ہے۔ مثال کے طور پر اگر کوئی شخص ایک آنکھ سے ایک مخصوص دوری پر ایک طوطا دیکھتا ہے اس کا یہ مطلب نہیں کہ وہ اپنی دونوں آنکھوں سے اسی دوری پر دو طوطے دیکھ سکتا ہے؟ اسی طرح، اگر ایک بڑے (Vadai) کو تلنے کے لئے 5 منٹ لگتے ہیں تو اس کا یہ مطلب نہیں کہ 20 بڑے تلنے کے لئے 100 منٹ لگیں گے۔

چلئے اب ہم مرکب متغیرات پر چند سوالات حل کریں گے۔ یہاں ہم واقف مقدار سے ناواقف مقدار (x) کا موازنہ کرنا، مرکب متغیرات کے حسابات کو حل کرنے کے لئے چند طریقے استعمال میں ہیں۔ وہ یہ ہیں۔

8th maths unit 4 life maths 2
Thursday, April 16, 2020 3:48:35 PM

4.5.1 تناسب کا طریقہ Proportion Method

اس طریقہ میں ہم دئے گئے معطیات کا موازنہ کر کے یہ معلوم کر سکتے ہیں کہ یہ راست یا معکوس تناسب ہے اور ان تناسب کو دریافت کرنے کے بعد ہم اس اصول کو استعمال کر کے

طرفین کا حاصل ضرب = وسطین کا حاصل ضرب

نامعلوم قیمت (x) دریافت کر سکتے ہیں۔

4.5.2 جزوِ ضربی کا ضربی طریقہ Multiplicative factor Method

تشریح :

Men افراد	Hours گھنٹے	Days دن
D a / x I	D c / d	I e / f

یہاں، نامعلوم (x) افراد کا موازنا معلوم گھنٹے اور دن سے کیا جاتا ہے۔ اگر افراد اور وقت راست تناسب (D) میں ہو تو جزوِ ضربی $\frac{d}{c}$ کے طور پر لیں (مقلوب لیں)۔ اسی طرح اگر افراد اور دن معکوس تناسب (I) میں ہو تو جزوِ ضربی $\frac{e}{f}$ کے طور پر لیں (کوئی تبدیلی نہیں)۔ لہذا، نامعلوم (x) افراد کو اس طرح دریافت کر سکتے ہیں۔ $x = a \times \frac{d}{c} \times \frac{e}{f}$.

4.5.3 ضابطہ کا طریقہ Formula Method :

دئے گئے بیان (سوال) میں موجود معطیات جیسے افرد (P)، دن (D)، گھنٹے (H) اور کام (W) کو شناخت کر کے اس ضابطہ کو استعمال کریں۔

$$\frac{P_1 \times D_1 \times H_1}{W_1} = \frac{P_2 \times D_2 \times H_2}{W_2}$$

دئے گئے سوال کے پہلے بیان میں لاحقہ 1 (Suffix 1) میں مکمل معطیات (معلومات) ہوتے ہیں۔ اس سوال کے دوسرے بیان میں لاحقہ 2 میں نامعلوم معطیات کو دریافت کرتے ہیں۔ یعنی یہ اس ضابطہ میں، P_1 افراد، W_1 کسی کام کو D_1 دنوں میں روزانہ H_1 گھنٹے کرتے ہیں تو ایسی طرح P_2 افراد W_2 کسی کام کو D_2 دنوں میں روزانہ H_2 گھنٹے کرتے ہیں۔ ان سوالات میں کام W_1 اور W_2 کو ٹھیک سے شناخت کرنا بے حد ضروری ہے۔

اس طریقہ سے نامعلوم قیمت (x) کو آسانی سے بہت جلد دریافت کیا جا سکتا ہے۔

مثال 4.19 (راست - راست متغیر)

اگر کوئی کمپنی 15 مزدوروں کو 20 دنوں کے لئے 6 لاکھ روپے معاوضہ دیتی ہے۔ 5 مزدوروں کو 12 دنوں کے لئے کتنا معاوضہ دے گی؟

حل :

تناسب کا طریقہ

مزدور	معاوضہ	دن
D 15 / 5	D 6 / x	D 20 / 12

یہاں، نامعلوم معاوضہ کی رقم (x) ہے۔ اس کو مزدوروں اور دنوں سے موازنہ کرتے ہیں۔

8th maths unit 4 life maths 2
Thursday, April 16, 2020 3:48:36 PM

مرحلہ 1 :

یہاں، دنوں کی تعداد کم ہونے سے معاوضہ بھی کم ہوگا۔ لہذا، یہ راست تناسب ہے۔

تناسب $x : 6 :: 12 : 20$ ہے۔ ⟵ (1)

مرحلہ 2 :

اسی طرح مزدوروں کی تعداد کم ہونے سے معاوضہ بھی کم ہوگا۔ لہذا، یہ دوبارہ راست تناسب ہے۔

تناسب $x : 6 :: 5 : 15$ ہے۔ ⟵ (2)

مرحلہ 3 :

(1) اور (2) کو ملانے سے

$$\left.\begin{matrix} 20 : 12 \\ 15 : 5 \end{matrix}\right\} :: 6 : x$$

ہم جانتے ہیں کہ، وسطین کا حاصل ضرب = طرفین کا حاصل ضرب

طرفین		وسطین		طرفین
x	:	12 : 6	:	20
		5		15

لہذا، $20 \times 15 \times x = 12 \times 6 \times 5 \Rightarrow x = \dfrac{12 \times 6 \times 5}{20 \times 15}$ = ₹ 1.2 لاکھ

جزوضربی کا ضربی طریقہ :

دن	معاوضہ (کام)	مزدور
D 20 / 12	D 6 / x	D 15 / 5

یہاں، نامعلوم (x) معاوضہ ہے۔ اس کو مزدوروں اور دنوں سے موازنہ کرتے ہیں۔

مرحلہ 1 : یہاں، دنوں کی تعداد کم ہونے کی وجہ سے معاوضہ بھی کم ہوگا۔ لہذا، یہ راست تناسب ہے۔

جزوضربی $\dfrac{12}{20}$ ہے۔ (مقلوب لیجئے)

مرحلہ 2 : اسی طرح، مزدوروں کی تعداد کم ہونے سے معاوضہ بھی کم ہوگا۔ لہذا یہ دوبارہ راست تناسب ہے۔

جزوضربی $\dfrac{5}{15}$ ہے۔ (مقلوب لیجئے)

مرحلہ 3 : $\therefore \quad x = 6 \times \dfrac{12}{20} \times \dfrac{5}{15}$

x = ₹ 1.2 لاکھ

ضابطہ کا طریقہ یہاں $P_1 = 15, D_1 = 20$ اور $W_1 = 6$

$P_2 = 5, D_2 = 12$ اور $W_2 = x$

ضابطہ کے استعمال سے، $\dfrac{P_1 \times D_1}{W_1} = \dfrac{P_2 \times D_2}{W_2}$

8th maths unit 4 life maths 2
Thursday, April 16, 2020 3:48:36 PM

ہمیں حاصل ہوتا ہے۔ $\frac{15\times 20}{6} = \frac{5\times 12}{x}$

$\Rightarrow x = \frac{5\times 12\times 6}{15\times 20} = ₹\ 1.2$ لاکھ



مثال 4.20 (راست - معکوس متغیر)

180 میٹر لمبائی والی چٹائی (Mat) کو 15 عورتیں 12 دنوں میں بناتے ہیں۔
512 میٹر لمبائی چٹائی کو 32 عورتیں کتنے دنوں میں بنا سکتی ہیں؟

حل:

تناسب کا طریقہ

دن		عورتیں		لمبائی (کام)
12	D	15	I	180
x	I	32	D	512

یہاں، نامعلوم دنوں کی تعداد (x) ہے۔اس کو لمبائی اور عورتوں کی تعداد سے موازنہ کرتے ہیں۔

مرحلہ 1 :

یہاں، لمبائی میں بڑھنے سے دنوں میں بھی اضافہ ہوگا۔لہذا، یہ راست تناسب ہے۔

$\therefore$ تناسب $180 : 512 :: 12 : x$ ⟵ (1)

مرحلہ 2 :

یہاں عورتوں کی تعداد میں اضافہ ہونے سے دنوں میں کمی ہوگی۔ لہذا، معکوس تناسب ہے۔

$\therefore$ تناسب $32 : 15 :: 12 : x$ ⟵ (2)

مرحلہ 3 :

(1) اور (2) کو ملانے سے

$$\left.\begin{matrix} 180 : 512 \\ 32 : 15 \end{matrix}\right\} :: 12 : x$$

ہم جانتے ہیں کہ، وسطین کا حاصل ضرب = طرفین کا حاصل ضرب

طرفین		وسطین		طرفین
x	:	$512 : 12$	:	180
		15	:	32

لہذا $180\times 32\times x = 512\times 12\times 15 \Rightarrow x = \frac{512\times 12\times 15}{180\times 32} = 16$ دن

جزو ضربی کا ضربی طریقہ:

دن		عورتیں		لمبائی (کام)
12	D	15	I	180
x	I	32	D	512

یہاں، نامعلوم دنوں کی تعداد (x) ہے۔ اس کو لمبائی اور عورتوں سے موازنہ کرتے ہیں۔

8th maths unit 4 life maths 2
Thursday, April 16, 2020 3:48:36 PM

مرحلہ 1 :

یہاں، لمبائی بڑھنے سے دنوں میں بھی اضافہ ہوگا۔ لہذا، یہ راست تناسب ہے۔

جزوضربی $\frac{512}{180}$ ہے۔(مقلوب لیجئے)

مرحلہ 2 :

اسی طرح عورتوں کی تعداد میں اضافہ ہونے سے دنوں میں کمی ہوگی۔ لہذا، یہ معکوس تناسب ہے۔

جزوضربی $\frac{15}{32}$ ہے۔(کوئی تبدیلی نہیں)

مرحلہ 3 :

$$\therefore x = 12 \times \frac{512}{180} \times \frac{15}{32} = 16 \text{ دن}$$

ضابطہ کا طریقہ: یہاں $W_1 = 180$ اور $P_1 = 15,\ D_1 = 12$

$W_2 = 512$ اور $P_2 = 32,\ D_2 = x$

ضابطہ کے استعمال سے $\frac{P_1 \times D_1}{W_1} = \frac{P_2 \times D_2}{W_2}$

ہمیں حاصل ہوتا ہے $\frac{15 \times 12}{180} = \frac{32 \times x}{512}$

$$\Rightarrow 1 = \frac{32 \times x}{512} \quad \Rightarrow x = \frac{512}{32} = 16 \text{ دن}$$

اشارہ : طلباء یہاں دئے گئے تینوں طریقوں میں سے کسی بھی طریقہ سے جواب دے سکتے ہیں۔

کوشش کیجئے

1۔ جب $x = 5$ اور $y = 5$ ہوتو k معلوم کیجئے جب کہ x اور y راست متغیر ہیں۔

2۔ جب x اور y معکوس ہوتو مستقل کا متغیر معلوم کیجئے جب $x = 64$ اور $y = 0.75$ ہے۔

کارروائی

تم دئے گئے نصف قطر کا ایک دائرہ بنائیے۔ اس کے بعد اس کے نصف قطروں کو اس طرح کھینچئے کہ کسی بھی نصف قطر کی جوڑی کے درمیانی زاویئے مساوی ہوں۔ تم اس دائرہ میں تین نصف قطروں سے ابتداء کر کے 12 نصف قطروں میں ختم کیجئے۔ ایک جدول ترتیب دیجئے جس میں نصف قطروں کی تعداد کو متواتر نصف قطر کی جوڑی کے درمیان بننے والے زاویئے ہوں اور جانچئے کہ کیا وہ معکوس تناسب میں ہیں؟ مستقل تناسب کیا ہے؟

مثال 4.21

(معکوس - راست متغیر)

اگر 448 میٹر لمبی ایک دیوار پر 81 طلباء 56 دنوں میں نقش ونگار (Painting) کر سکتے ہیں۔ 160 میٹر لمبی ویسی ہی دیوار پر 27 دنوں میں کتنے طلباء نقش ونگار کریں گے۔

حل: جزوضربی کا ضربی طریقہ

دیوار کی لمبائی (کام)	دن	طلباء
448	56	81
D	I	D
160	27	x

8th maths unit 4 life maths 2
Thursday, April 16, 2020 3:48:37 PM

مرحلہ 1 : یہاں، دنوں کی تعداد کم ہونے سے طلباء کی تعداد بڑھے گی۔ لہذا، یہ معکوس متغیر ہے۔

$\therefore$ جزوضربی $\frac{56}{27}$ ہے۔

مرحلہ 2 : اسی طرح لمبائی کم ہونے سے طلباء کی تعداد بھی کم ہوگی۔ لہذ، یہ راست متغیر ہے۔

$\therefore$ جزوضربی $\frac{160}{448}$ ہے۔

مرحلہ 3 :

$$\therefore x = 81 \times \frac{56}{27} \times \frac{160}{448}$$



ضابطہ کا طریقہ:

$x =$ 60 طلباء

یہاں $P_1 = 81, D_1 = 56$ اور $W_1 = 448$

یہاں $P_2 = x, D_2 = 27$ اور $W_2 = 160$

ضابطہ کے استعمال $\quad \frac{P_1 \times D_1}{W_1} = \frac{P_2 \times D_2}{W_2}$

ہمیں حاصل ہوگا $\quad \frac{81 \times 56}{448} = \frac{x \times 27}{160}$

$$\Rightarrow x = \frac{81 \times 56}{448} \times \frac{160}{27}$$

$$x = 60$$

مثال 4.22 (معکوس - معکوس متغیر)

اگر 48 افراد روزانہ 7 گھنٹے کام کرکے 24 دنوں میں کسی کام کو مکمل کرتے ہیں۔ تو اسی کام کو 28 افراد روزانہ 8 گھنٹے کام کرکے کتنے دنوں میں مکمل کریں گے؟

حل:

جزوضربی کا ضربی طریقہ:

دن	گھنٹے	افراد
24	7	48
x	8	28

مرحلہ 1 :

یہاں، افراد کی تعداد کم ہونے سے دنوں کی تعداد بڑھتی ہے۔ لہذا، یہ معکوس متغیر ہے۔

$\therefore$ جزوضربی $\frac{48}{28}$ ہے۔

8th maths unit 4 life maths 2
Thursday, April 16, 2020 3:48:37 PM

مرحلہ 2 :

اسی طرح، گھنٹے کی تعداد بڑھنے سے دنوں کی تعداد گھٹے گی۔ لہذا یہ معکوس متغیر ہے۔

$\therefore$ جزوضربی $\frac{7}{8}$ ہے۔

مرحلہ 3 :

$$\therefore x = 24 \times \frac{48}{28} \times \frac{7}{8} = 36 \text{ دن}$$

ضابطہ کا طریقہ: یہاں $P_1 = 48, D_1 = 24, H_1 = 7$ اور $W_1 = 1$ (کیوں؟)

$P_2 = 28, D_2 = x, H_2 = 8$ اور $W_2 = 1$ (کیوں؟)

ضابطہ کے استعمال سے، $\frac{P_1 \times D_1 \times H_1}{W_1} = \frac{P_2 \times D_2 \times H_2}{W_2}$

ہمیں حاصل ہوگا۔ $\frac{48 \times 24 \times 7}{1} = \frac{28 \times x \times 8}{1}$

$$\Rightarrow x = \frac{48 \times 24 \times 7}{28 \times 8} = 36 \text{ دن}$$

کوشش کیجئے

ذیل کے سوالات میں موجود مختلف متغیرات کی شناخت کیجئے۔

1۔ 24 افراد 12 دنوں میں 48 اشیاء تیار کرسکتے ہیں تو 6 افراد 6 دنوں میں ..... اشیاء تیار کرسکتے ہیں۔

2۔ 15 مزدور 4 گھنٹوں میں 4 کلومیٹر لمبی سڑک کو بچھا سکتے ہیں تو ..... مزدور 8 گھنٹوں میں 8 کلومیٹر لمبی سڑک کو بچھا سکتے ہیں۔

3۔ 25 عورتیں روزانہ 12 گھنٹے کام کرکے کسی کام کو 36 دنوں میں مکمل کرسکتے ہیں تو 20 عورتیں اسی کام کو روزانہ ..... گھنٹے کام کرکے 30 دنوں میں مکمل کرسکتے ہیں۔

4۔ ایک خیمہ میں 98 افراد کے لئے 420 کلوگرام چاول 45 دنوں کے لئے کافی ہے۔ 42 افراد کے لئے 60 کلوگرام چاول ..... دنوں کے لئے کافی ہوگا۔

4.6 وقت اور کام Time and Work

درج ذیل سوالوں کے جواب تم کیسے دے سکتے ہو؟

اگر طہورہ نے دئے گئے کام کو 2 گھنٹوں میں مکمل کیا ہے اور فاطمہ نے 3 گھنٹوں میں مکمل کیا ہے تو وہ دونوں مل کر کتنے دنوں میں مکمل کر سکتے ہیں؟ اس سوال کا جواب اس باب میں دیا گیا ہے۔

عموماً کئے جانے والے کام کو ایک اکائی (One Unit) کے طور پر سمجھا جاتا ہے۔ کام کسی بھی شکل کا ہوسکتا ہے جیسے ایک دیوار تعمیر کرنا، سڑک بنانا، کسی ٹینکی (Tank) میں پانی بھرنا یا خالی کرنا یا غذا کی متعین مقدار کھانا وغیرہ۔

وقت کی پیمائش گھنٹے، دن وغیرہ سے کی جاتی ہے۔

کام کو گروپ میں مکمل کرنے کی صورت میں بعض مرتبہ یہ قیاس کیا جاتا ہے کہ گروپ کا ہر فرد کے لئے کام کا وقت یکساں ہوگا۔

8th maths unit 4 life maths 2
Thursday, April 16, 2020 3:48:38 PM

اکائی کا طریقہ : Unitary Method

اگر دو افراد x اور y اسی کام کو انفرادی طور پر a اور b دنوں میں کر سکتے ہیں تو ان کا ایک دن کا کام بالترتیب $\frac{1}{a}$ اور $\frac{1}{b}$ ہوگا۔

اسی طرح، ایک دن میں ان دونوں سے مجموعی طور پر ہونے والا کام۔ $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{a+b}{ab}$

لہذا، x اور y سے مجموعی طور پر کام کو $\frac{ab}{a+b}$ دنوں میں مکمل کر سکتے ہیں۔

مثال 4.23

کسی کام کو A اور B مل کر 16 دنوں میں مکمل کرتے ہیں۔ اسی کام کو صرف A تنہا 48 دنوں میں ختم کر سکتا ہے۔ اسی کام کو صرف B کتنے دنوں میں کر سکے گا؟

حل : $(A+B)$ سے 1 دن میں کیا جانے والا کام $=\frac{1}{16}$

$\therefore$ A سے 1 دن میں کیا جانے والا کام $=\frac{1}{48}$

$\therefore$ B سے 1 دن میں کیا جانے والا کام $=\frac{1}{16}-\frac{1}{48}$

$=\frac{3-1}{48}=\frac{2}{48}=\frac{1}{24}$

کام کو صرف B تنہا 24 دنوں میں ختم کر سکتا ہے۔

غور کیجئے

کسی کام کو مکمل کرنے کے لئے لیا جانے والا وقت مختلف عوامل پر منحصر ہے جیسے افراد کی تعداد اور ان کے کام کرنے کی قابلیت، کام کی مقدار اور ایک دن میں صرف کیا گیا وقت (گھنٹے) شامل ہیں۔

مثال 4.24

P اور Q کسی کام کو بالترتیب 20 دن اور 30 دن میں کر سکتے ہیں۔ دونوں مل کر کام شروع کرتے ہیں۔ چند دنوں کے بعد Q کام کو چھوڑ کر چلا جاتا ہے اور P باقی کام کو 5 دنوں میں مکمل کرتا ہے۔ کام شروع کرنے کے کتنے دنوں بعد Q کام چھوڑ کر چلا گیا؟

حل: P سے ایک دن میں کیا گیا کام $=\frac{1}{20}$ اور Q سے ایک دن میں کیا گیا کام $=\frac{1}{30}$

P سے کیا گیا 5 دنوں کا کام $=\frac{1}{20}\times 5=\frac{5}{20}=\frac{1}{4}$

بقیہ کام $=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$ (مکمل کام ہمیشہ 1 ہے۔)

P اور Q دونوں سے کیا گیا بقیہ کام

P اور Q دونوں سے ایک دن میں کیا گیا کام $=\frac{1}{20}+\frac{1}{30}=\frac{5}{60}=\frac{1}{12}$

دونوں مل کر کام کرنے کے دنوں کی تعداد $=\frac{3/4}{1/12}=\frac{3}{4}\times\frac{12}{1}=9$ دن

چنانچہ، کام شروع ہونے کے 9 دن بعد Q کام چھوڑ کر چلا گیا۔

مثال 4.25

A، B سے 3 گنا تیز کام کر کے کسی کام کو B سے 24 دن پہلے A مکمل کرتا ہے۔ معلوم کیجئے کہ دونوں مل کر کتنے دنوں میں اس کام کو مکمل کر سکتے ہیں۔

8th maths unit 4 life maths 2
Thursday, April 16, 2020 3:48:38 PM

حل: اگر B ایک کام کو 3 دن میں کرتا ہے تو A اسی کام کو 1 دن میں کرے گا۔یعنی ان کا فرق 2 دن ہے۔یہاں، دیا گیا ہے کہ کسی کام کو A اور B سے مکمل کرنے کا درمیانی فرق 24 دن ہے۔چنانچہ، A $\frac{24}{2}=12$ دن اور B $36=3\times12$ دنوں میں انفرادی طور پر اس کام کو مکمل کریں گے۔لہذا،

A اور B مل کر کام کو مکمل کرنے کے لئے لیا گیا وقت $=\frac{ab}{a+b}$ دن

$=\frac{12\times36}{12+36}=\frac{12\times36}{48}=9$ دن

اگر مزدور A ،مزدور B سے $\frac{a}{b}$ گنا اچھا کام کرتا ہے تو B سے لے جانے والے وقت سے مزدور A ، $\frac{b}{a}$ وقت میں کام کو مکمل کرسکتا ہے۔

2.6 کام کے لئے پیسوں کو تقسیم کرنا: Sharing of money for work

جب افراد کا ایک گروہ کسی کام کو مل کر کرتا ہے ان کے انفرادی کام کے بنیاد پر ان کو اجرت ملتی ہے۔عام طور پر، گروہ میں مل کر کام کرنے کی اجرت کو ہر ایک سے کیا گیا کام کی نسبت میں تقسیم کیا جاتا ہے۔

کیا آپ جانتے ہو؟

- اگر A اور B سے کئے گئے کام کے وقت کی نسبت $x:y$ ہو تو A اور B سے کئے گئے کام کی نسبت $x:y=\frac{1}{x}:\frac{1}{y}$ ہے۔یہ نسبت ان کی انفرادی اجرت کے لئے بھی ہے۔
- اگر 3 افراد A، B اور C کسی کام کو بالترتیب x، y اور z دنوں میں کرسکتے ہیں تو ان کی اجرت کو تقسیم نسبت $\frac{1}{x}:\frac{1}{y}:\frac{1}{z}$ اس کو استعمال کرکے اوپر کی مثال کو حل کرنے کی کوشش کیجئے۔

مثال 4.26

x ، y اور z کسی کام کو بالترتیب 4, 6 اور 10 دنوں میں کرسکتے ہیں۔ اگر x, y اور z مل کر اس کام کو مکمل کرتے ہیں تو ان کی انفرادی اجرت کا حصہ معلوم کیجئے۔اگر ان کو کام مکمل کرنے پر ₹ 31000 دیا گیا ہو۔



حل: چونکہ، دنوں کی تعداد تینوں کے لئے یکساں $\left(\frac{60}{31}\right)$ ہے۔ان کے اجرت کی حصہ کی نسبت ان کے ایک دن میں کئے جانے والے کام کی نسبت کے مساوی ہے۔

یعنی، $\frac{1}{4}:\frac{1}{6}:\frac{1}{10}=\frac{15}{60}:\frac{10}{60}:\frac{6}{60}=15:10:6$

کل حصے $=15+10+6=31$

A کا حصہ اور لہذا $\frac{15}{31}\times31000=₹15000$ B کا حصہ $=\frac{10}{31}\times31000=₹10000$

C کا حصہ $=₹\ 31000-(₹\ 15000+₹\ 10000)=₹\ 6000.$

8th maths unit 4 life maths 2
Thursday, April 16, 2020 3:48:39 PM



کوشش کیجئے

1. اکرام کسی کام کا ایک تہائی حصہ P دنوں میں کرسکتا ہے تو وہ $\frac{3}{4}$ واں حصہ کا کام ..... دنوں میں کرے گا؟
2. اگر M افراد کی کام کو N دنوں میں کرتے ہیں تو $4m$ افراد اسی کام کو ..... دنوں میں مکمل کر سکتے ہیں اور $\frac{m}{4}$ افراد اسی کام کو ..... دنوں میں مکمل کر سکتے ہیں۔



مشق 4.4

I۔ خالی جگہ پر کیجئے:

(i) A کسی کام کو 3 دنوں میں مکمل کرسکتا ہے جب کہ B اس کو 6 دنوں میں مکمل کرے گا۔ دونوں مل کر اس کام کو .....دنوں میں مکمل کریں گے۔

(ii) اگر 5 افراد 5 کاموں کو 5 دنوں میں کرسکتے ہیں تو 50 افراد 50 کاموں کو ..... دنوں میں کر سکتے ہیں۔

(iii) A کسی کام کو 24 دنوں میں کرسکتا ہے۔ A اور B مل کر اس کام کو 6 دنوں میں مکمل کر سکتے ہیں تو صرف B ..... دنوں میں اس کو مکمل کرے گا۔

(iv) صرف A تنہا کسی کام کو 35 دنوں میں پورا کرسکتا ہے۔ اگر A، B سے 40% زیادہ قابل ہو تو B اس کام کو ..... دنوں میں پورا کرے گا۔

(v) صرف A تنہا 10 دنوں میں کسی کام کو کرتا ہے اور صرف B اسی کام کو 15 دنوں میں کرتا ہے۔ ان دونوں کو اس کام کا معاوضہ ₹ 2,00,000 ملتا ہے۔ A کو ملنے والی رقم ..... ہے۔

2۔ 210 افراد روزانہ 12 گھنٹے کام کرکے 18 دنوں میں کسی کام کو مکمل کرتے ہیں، اسی کام کو روزانہ 14 گھنٹے کام کرکے 20 دنوں میں کتنے افراد مکمل کر سکتے ہیں؟

3۔ ایک سمنٹ کے کارخانے میں 12 دنوں میں 36 مشینوں کی مدد سے 7,000 سمنٹ کے بیگ تیار ہوتے ہیں۔ 24 مشینوں کو استعمال کرکے 18 دنوں میں کتنے بیگ تیار کر سکتے ہیں۔

4۔ ایک صابن کے کارخانے میں روزانہ 15 گھنٹے کام کرکے 6 دنوں میں 9,600 صابن تیار کئے جاتے ہیں۔ روزانہ مزید 3 گھنٹے اضافہ کرکے 14,400 صابن کتنے دنوں میں تیار کر سکتے ہیں؟

5۔ اگر 6 لاریاں (Lorries) 135 ٹن اشیاء کو 5 دنوں میں ایک جگہ دوسری جگہ منتقل کرتے ہیں۔ 4 دنوں میں 180 ٹن اشیاء کو منتقل کرنے کے لئے کتنے لاریاں درکار ہوں گے ؟

6۔ A کسی کام کو 12 گھنٹوں میں کرتا ہے۔ B اور C اس کو 3 گھنٹوں کرتے ہیں جب کہ A اور C اسی کام کو 6 گھنٹوں میں کرتے ہیں تو صرف B اسی کام کو کتنے گھنٹوں میں کرسکتا ہے؟

7۔ A اور B کام کے کسی حصہ کو 12 دنوں میں کر سکتے ہیں جب کہ B اور C اسی کام کو 15 دنوں میں کر سکتے ہیں۔ A اور C اسی کام کو 20 دنوں میں کر سکتے ہیں۔ ہر ایک تنہا اسی کام کو کتنے دنوں میں کریں گے؟

8۔ ایک بڑھئی (Carpenter) A ایک کرسی کے حصوں کو 15 منٹ میں جوڑتا ہے جب کہ اسی کام کو بڑھئی B، بڑھئی A سے 3 منٹ کے اضافہ سے کرتا ہے۔ دونوں مل کر 22 کرسیوں کے حصوں کو کتنے وقت کو جوڑیں گے؟

8th maths unit 4 life maths 2
Thursday, April 16, 2020 3:48:40 PM

9۔ A کسی کام کو 45 دنوں میں مکمل کرتا ہے۔ وہ 15 دنوں تک کام کرتا ہے اور اس کام کو B، 24 دنوں میں ختم کرتا ہے۔ اگر وہ دونوں مل کر کام کریں گے تو 80% کام کو مکمل کرنے کے لئے کتنے دن درکار ہوں گے؟

10۔ A، B سے تین گنا تیز (Fast) ہے۔ اگر B کسی کام کے حصہ کو 24 دنوں میں کرتا ہے تو دونوں مل کر کتنے دنوں میں مکمل کریں گے؟

مشق 4.5

متفرق مشقی سوالات Miscellaneous and Practice Problems



1۔ ایک پھل فروش بعض آم خریدتا ہے، جن میں سے 10% سڑ جاتے ہیں۔ اس نے باقی $33\frac{1}{3}\%$ فروخت کردئے۔ اگر اس کے پاس باقی 240 آم ہوں تو یہ معلوم کیجئے کہ اس نے کل کتنے آم خریدے؟

2۔ ایک طالب علم امتحان میں 31% مارکس حاصل کرتا ہے، مگر 12 مارکس کم حاصل کرکے وہ فیل ہوجاتا ہے۔ اگر پاس ہونے کا فیصد 35 ہو تو امتحان کے کل مارکس معلوم کیجئے۔

3۔ سلطانہ جنرل اسٹور سے ذیل کی چیزیں خریدتی ہے۔ اس سے ادا کی گئی بل کی کل رقم دریافت کیجئے۔



(i) GST 5% پر ₹ 800 کی ادویات۔



(ii) GST 12% پر ₹ 650 کی زیبائشی اشیاء۔



(iii) GST 0% پر ₹ 900 کا اناج۔



(iv) GST 18% پر ₹ 1750 کا چشمہ۔



(v) GST 28% پر ₹ 28500 کی ایئر کنڈیشنر (AC)

4۔ P کی آمدنی 25% زیادہ Q سے، Q کی آمدنی کتنے فیصد سے P سے کم ہے۔



5۔ زاہدہ دو ساڑیاں فروخت کرتی ہے۔ فی ساڑی ₹ 2200 ہے۔ ایک پر 10% نفع حاصل کرتا ہے اور دوسرے پر 12% نقصان ہوتا ہے۔ اس کے فروخت کا نفع یا نقصان کا فیصد معلوم کیجئے۔

6۔ اگر 32 افراد کسی کام کو روزانہ 12 گھنٹے کام کرکے 15 دنوں میں پورا کرتے ہیں تو کتنے آدمی روزانہ 10 گھنٹے کام کرکے 24 دنوں میں اس کام کو دگنا کرسکتے ہیں؟

7۔ آمینہ 18 دنوں میں ایک ساڑی (saree) بُنتی ہے۔ ریشمہ آمینہ سے دگنی رفتار سے بُنتی ہے۔ اگر دونوں مل کر بُنتے ہیں تو کتنے دنوں میں ایک ساڑی بُن سکتے ہیں؟

8th maths unit 4 life maths 2
Thursday, April 16, 2020 3:48:40 PM

8۔ P اور Q کسی کام کے حصے کو بالترتیب 12 اور 15 دنوں میں کرسکتے ہیں۔صرف P اس کام کو شروع کرتا ہے اور 3 دن بعد Q اس کام میں شامل ہوکر کام کو مکمل کرتا ہے۔ کتنے دن وہ دونوں مل کر کام کرتے ہیں؟

تقابلی سوالات Challenging Problems

9۔ اگر کسی کسر کے شمار کنندہ میں 30% کا اضافہ کیا جاتا اور نسب نما میں 20% کی کمی جاتی ہو تو وہ $\frac{2}{3}$ ہوجاتی ہے۔ اصل کسر معلوم کیجئے۔



10۔ اسلم نے ایک لیب ٹاپ کو 12% نفع پر فروخت کرتا ہے۔ اگر وہ اس کو مزید ₹1200 پر فروخت کرتا ہے تو اس کو 20% نفع حاصل ہوتا۔ لیپ ٹاپ کی قیمت خرید معلوم کیجئے۔

11۔ دکاندار کسی شئے پر دو لگاتار رعایتیں دیتا ہے جس کی نشان کردہ قیمت ₹180 اور قیمتِ فروخت ₹108 ہے۔ اگر دوسری رعایت 25% ہو تو پہلی رعایت کی فیصد معلوم کیجئے۔

12۔ زر اصل دو سال میں اس سے 1.69 مرتبہ ہوجاتی ہے تو سودِ مرکب کی شرح معلوم کیجئے۔

13۔ ایک کمپنی 540 موٹر پمپ کو 150 دنوں میں بنانے کا معاہدہ (agreement) کرتی ہے۔ اس کام کے لئے 40 افراد مقرر کرتی ہے۔ 75 دنوں تک وہ کمپنی صرف 180 موٹر پمپ بنا پاتی ہے۔ معاہدہ کے تحت وقت مقررہ تک کام کو مکمل کرنے کے لئے مزید کتنے افراد شامل کرنا ہوگا؟

14۔ کسی کام کا $\frac{1}{2}$ حصہ صرف P، 6 دنوں میں کرسکتا ہے، اسی کام کا $\frac{2}{3}$ حصہ صرف Q، 4 دنوں میں کرسکتا ہے۔ دونوں مل کر کتنے دنوں میں $\frac{3}{4}$ حصہ کام مکمل کریں گے؟

15۔ صرف x کسی کام کے حصہ کو 6 دنوں میں کرسکتا ہے۔ صرف y اسی کام کو 8 دنوں میں کرسکتا ہے۔ اس کام کو مکمل کرنے کے لئے x اور y کو ₹4800 ملتے ہیں۔ Z کی مدد سے اس کام کو 3 دنوں میں وہ مکمل کرتے ہیں۔ Z کے حصہ کی رقم کتنی ہوگی؟

خلاصہ

- جب $S.P$, $C.P$ سے زیادہ ہو تو اس میں نفع یا نقصان ہوتا ہے۔ $S.P - C.P$ = نفع / منافع ،
- جب $S.P$ - $C.P$ = کم ہو تو اس میں نقصان ہوتا ہے $C.P - S.P$ = نقصان
- نفع یا نقصان کو ہمیشہ قیمتِ خرید پر محسوب کیا جاتا ہے۔
- رعایت = نشان کردہ قیمت − قیمت فروخت

ضابطے

(i) $\text{نفع / منافع } \% = \left(\frac{\text{نفع}}{C.P} \times 100\right)\%$

(ii) $\text{نقصان } \% = \left(\frac{\text{نقصان}}{C.P} \times 100\right)\%$

(iii) $S.P = \frac{(100 + \text{نفع } \%)}{100} \times C.P$ (or) $C.P = \left(\frac{100}{100 + \text{نفع } \%}\right) \times S.P$

(iv) $S.P = \frac{(100 - \text{نقصان})\%}{100} \times C.P$ (or) $C.P = \frac{100}{(100 - \text{نقصان})\%} \times S.P$

8th maths unit 4 life maths 2
Thursday, April 16, 2020 3:48:41 PM

❖ جب سود مرکب سالانہ ہو۔ $A = P\left(1+\frac{r}{100}\right)^{n}$

❖ جب سودِ مرکب ششماہی ہو۔ $A = P\left(1+\frac{r}{200}\right)^{2n}$

❖ جب سودِ مرکب سہ ماہی ہو۔ $A = P\left(1+\frac{r}{400}\right)^{4n}$

❖ جب سودِ مرکب سالانہ ہو لیکن شرح سود سال بہ سال مختلف ہو۔ $A = P\left(1+\frac{a}{100}\right)\left(1+\frac{b}{100}\right)\left(1+\frac{c}{100}\right)$

جس میں a,b اور c شرح سود بالترتیب I، II اور III سال ہیں۔

❖ جب سودِ مرکب سالانہ ہو لیکن مدت کسر میں ہو جیسے $a\frac{b}{c}$ سال ہو تو، $A = P\left(1+\frac{r}{100}\right)^{a}\left(1+\frac{\frac{b}{c}\times r}{100}\right)$

❖ زر اصل (A–P) – رقم = C.I

❖ پہلی تبدیلی کی وقفہ میں سادہ اور سودِ مرکب کے درمیان کوئی فرق نہیں ہے۔

❖ دو سال کے لئے $S.I$ اور $C.I$ میں فرق یہ ہے $C.I - S.I = P\left(\frac{r}{100}\right)^{2}$

❖ تین سال کے لئے $S.I$ اور $C.I$ میں فرق یہ ہے $C.I - S.I = P\left(\frac{r}{100}\right)^{2}\left(3+\frac{r}{100}\right)$

❖ اگر $y = kx$ ہو تو یہ کہا جائے گا کہ، x اور y میں تبدیلی آتی ہے، جس میں k ، تناسبیت کا مستقلہ کہا جاتا ہے اور $k>0$ ہے، اس طرح فرض کریں کہ y ہمیشہ x پر منحصر ہے، چنانچہ $k = \frac{y}{x}$ ۔

❖ دیگر اگر $xy = k$ ہو تو یہ کہا جائے گا کہ، x اور y میں تبدیلی آتی ہے، جس میں k ، تناسبیت کا مستقلہ کہا جاتا ہے اور $k>0$ ہے۔

❖ بعض حسابات جن میں دو یا دو سے زیادہ متغیرات کا سلسلہ ہوتا ہو تو اس کو مرکب متغیر کہتے ہیں۔

❖ تناسب کو دریافت کرنے کے بعد، ہم اس اصول کو استعمال کر کے وسطین کا حاصل ضرب = طرفین کا حاصل ضرب سے نامعلوم قیمت (x) دریافت کر سکتے ہیں۔

❖ اس ضابطہ کو استعمال کر کے $\frac{P_1 \times D_1 \times H_1}{W_1} = \frac{P_2 \times D_2 \times H_2}{W_2}$ ہم نامعلوم قیمت (x) دریافت کر سکتے ہیں۔

❖ نامعلوم قیمت (x) کو ہم جزوِ ضربی کا ضربی طریقہ سے بھی دریافت کر سکتے ہیں۔

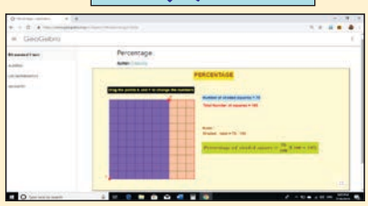
❖ اگر دو افراد X اور Y اسی کام کو انفرادی طور پر a اور b دنوں میں کر سکتے ہیں تو ان کا ایک دن کا کام بالترتیب $\frac{1}{a}$ اور $\frac{1}{b}$ ہوگا۔

❖ X اور Y مجموعی طور پر کام کو $\frac{ab}{a+b}$ دنوں میں مکمل کر سکتے ہیں۔

8th maths unit 4 life maths 2
Thursday, April 16, 2020 3:48:41 PM

ICT CORNER — ICT کارنر

مطلوبہ نتیجہ



مرحلہ1

براوزکھولئے اور نیچے دئے گئے *URL* ٹائپ کیجئے (یا) *URL* ٹائپ کیجئے (یا) *QR* کواسکین کیجئے۔

زندگی کے حسابات نامی *GeoGebra* ورک بک کھلے گا۔ ''فیصد'' نامی ورک شیٹ پر کلک کریں.

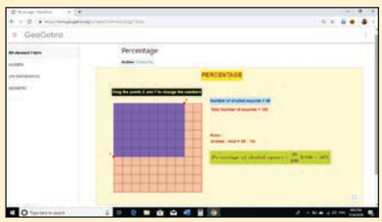
مرحلہ2

دئے گئے ورک شیٹ تم نیلے مستطیل کو لال نقاط جیسے *E* اور *F* کو کھینچ کر تبدیل کر سکتے ہو۔

نیلے سے تمام مربعوں کو گنتی کر کے نسبت معلوم کریں اور نسبت اور فیصد کو جانچئے۔



Step 1



Step 2

SKT0B

Go through the remaining worksheets given for this chapter

Browse in the link

Life Mathematics:

https://www.geogebra.org/m/fqxbd7rz#chapter/409575 or Scan the QR Code.

*Pictures are indicatives only.

*If browser requires, allow Flash Player or Java Script to load the page.

ICT CORNER — ICT کارنر

مطلوبہ نتیجہ



مرحلہ 1 :

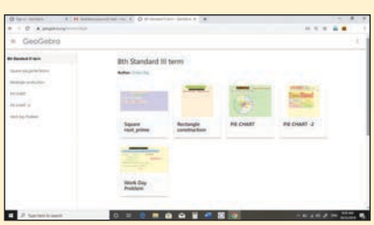
براؤزکھولئے اور دئے گئے URL لنک کو ٹائپ کیجئے یا دئے گئے QR کوڈ کو اسکین کیجئے۔

" 8th Standard III term " نامی Geogebra ورک شیٹ کھلے گا۔

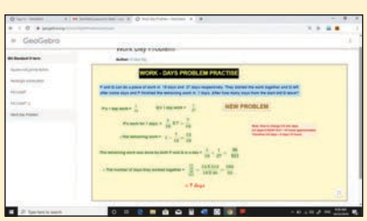
Work Day Problem نامی ورک شیٹ پر کلک کیجئے۔

مرحلہ 2 :

New Problem پر کلک کیجئے۔ خود ہی حل کر کے تمہارے جوابات کو جانچئے۔



Step 1



Step 2

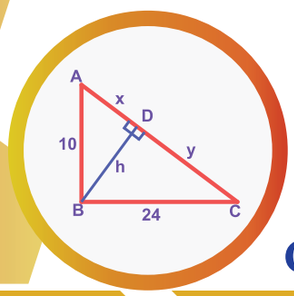
CA6TY

Browse in the link

Life Mathematics:

https://www.geogebra.org/m/xmm5kj9r or Scan the QR Code.

8th maths unit 4 life maths 2
Thursday, April 16, 2020 3:48:42 PM



5 علم ہندسہ (جیومٹری)

GEOMETRY

سیکھنے کے مقاصد

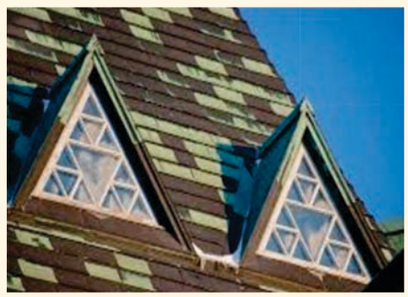
- مثلثوں میں مشابہت اور مطابقت (Congruence) کا اعادہ کرنا اور ان کے بنیادی خواص کو جاننا۔
- ان خواص کی بنیاد پر مسئلوں کو سمجھنا اور ان کے ذریعے سوالوں کو حل کرنا۔
- فیثاغورث کے مسئلہ کو سمجھنا اور اس کے استعمال سے سوالات حل کرنا۔
- ایک مثلث کے خط وسطی، ارتفاء، زاویائی ناصف اور عمودی ناصف کے نقطہ تراکز کو معلوم کرنا۔
- مختلف اقسام کے چار ضلعیوں کی تصنیف کرنا۔

S7T8P

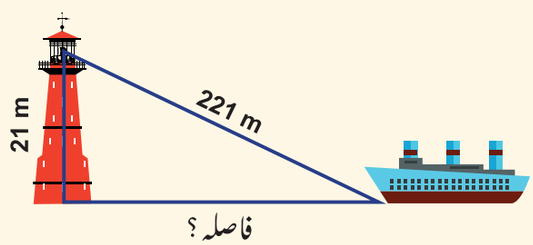
5.1 تعارف (introduction)

جیسا کہ ہم جانتے ہیں کہ علم ہندسہ ہمیں نقاط، دائرے، دو ابعاد والے مثلثوں اور ٹھوس اشیاء کے خواص اور تعلق کو ظاہر کرتا ہے۔ پچھلی جماعتوں میں ہم نے مثلثوں کے بعض خواص سے متعلق پڑھا تھا۔ اس جماعت میں ہم ان کا اعادہ کریں گے اور مثلثوں کی مشابہت اور مماثلت کے بارے میں معلومات حاصل کریں گے۔ فیثاغورث کا کلیہ، مثلثوں میں خط وسطی، عمود، زاویائی ناصف اور عمودی ناصف سے متعلق بھی معلومات حاصل کریں گے۔ مختلف قسم کے چار ضلعیوں کی تصنیف کے بارے میں بھی معلومات حاصل کریں گے۔

روزمرہ زندگی کے حسابات۔ حقیقی زندگی میں علم ہندسہ (جیومٹری)



عمارتوں کی تعمیر کے دوران بہتر مضبوطی اور استحکام کے لئے مثلثوں کی مطابقت کو پیش نظر رکھا جاتا ہے۔



مسئلہ فیثاغورث اشیاء کی اونچائی اور فاصلہ معلوم کرنے میں بہت کارآمد ہوتا ہے۔

8th maths unit 5 geometry
Thursday, April 16, 2020 3:50:15 PM

مثلثوں کی خصوصیات کا اعادہ کر کے ذیل کے سوالات کے جوابات دیجئے۔

1۔ ایک مثلث کے تینوں زاویوں کا حاصل جمع .....ہے۔

2۔ ایک مثلث کا خارجی زاویہ مقابل .....زاویوں کے حاصل جمع کے مساوی ہوتا ہے۔

3۔ مثلث کے کسی دو ضلعوں کا حاصل جمع تیسرے ضلع سے .....ہوتا ہے۔

4۔ مساوی ضلعوں کے مقابل زاویے.....ہوتے ہیں اور اس کے برعکس بھی۔

5۔ مثلث ABC میں ∠A کی پیمائش کیا ہے؟

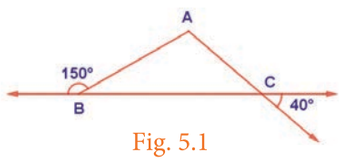
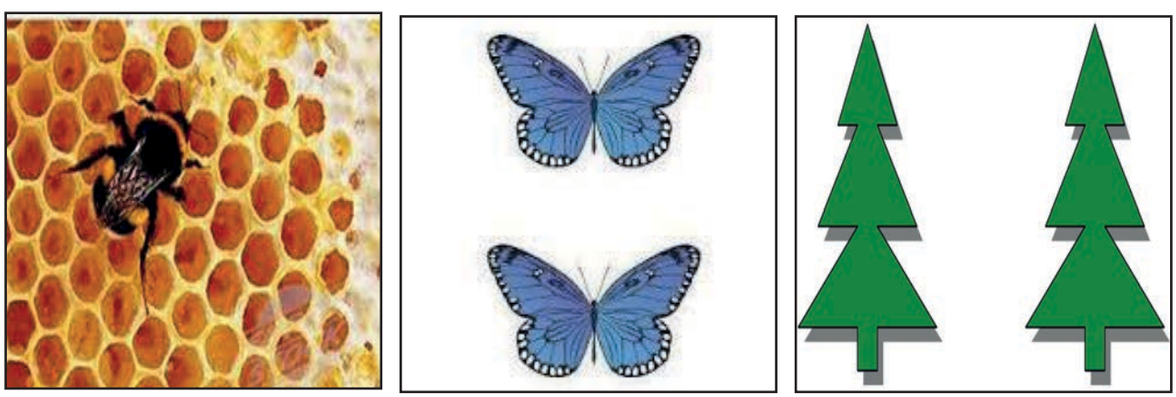


Fig. 5.1

5.2 مماثل اور مشابہ شکلیں (Congruent and Similar Shapes)

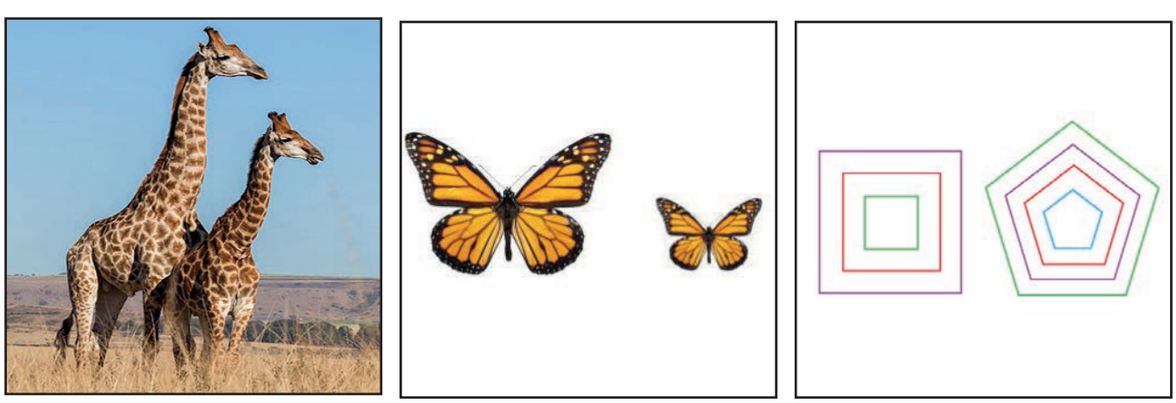
مماثل شکلیں اپنی جسامت اور شکل میں ایک جیسے ہوتے ہیں۔ بہ الفاظ دیگر اگر ایک شکل، دوسری شکل پر مکمل طور پر منطبق ہو تو اسے مماثل شکل کہیں گے۔

مثالیں :



مشابہ شکلوں، حسابی طور پر شکل میں ایک جیسے ہوں گے، مگر ان کی جسامت مختلف ہوگی۔ دو ہندسی شکلیں اس وقت مشابہ کہلائیں گے، (~) جب ان کی جسامت ایک مستقل نسبت میں بڑھتی ہو۔ بہ الفاظ دیگر فوٹو گرافی کے ذریعہ اصلی شکل کی جسامت کو بالترتیب بڑھانا۔

مثالیں :

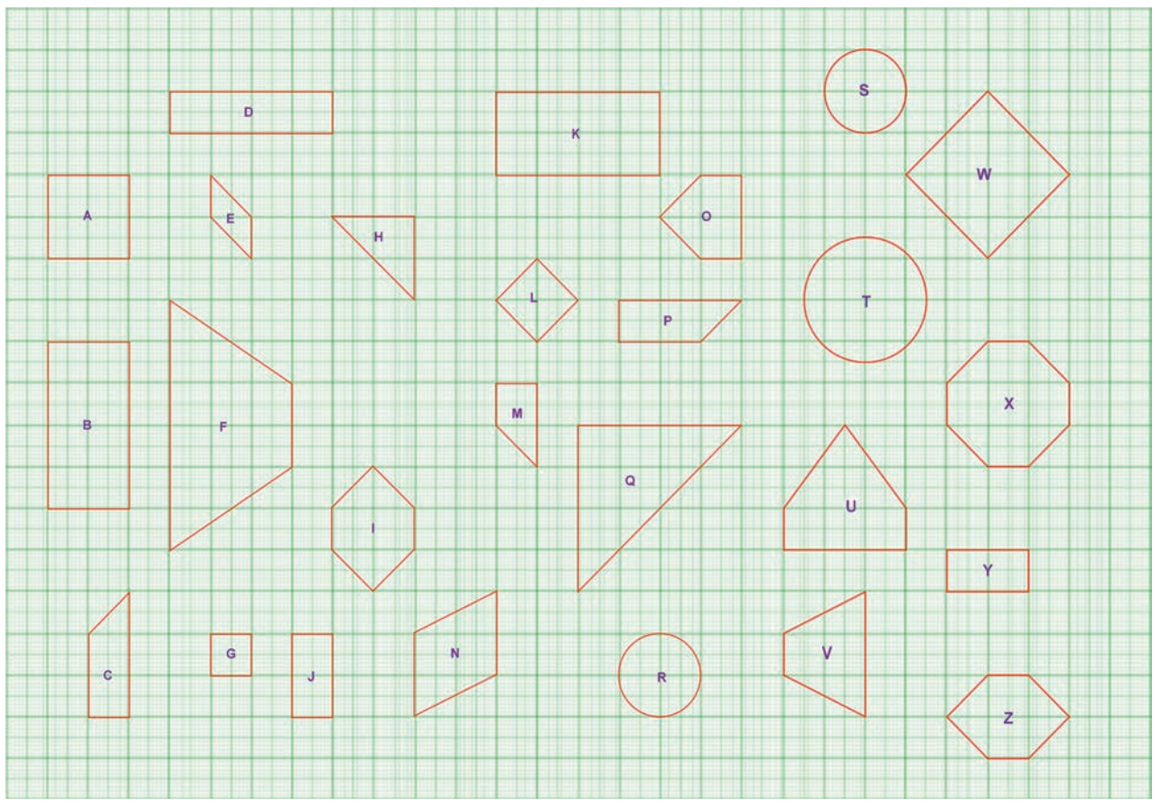


8th maths unit 5 geometry
Thursday, April 16, 2020 3:50:16 PM



کوشش کیجئے:

متماثل اور متشابہ خاکوں کی جوڑیوں کو شناخت کر کے حروف کی جوڑیاں لکھئے؟



5.2.1۔ مماثل مثلثیں (Congruent Triangles)

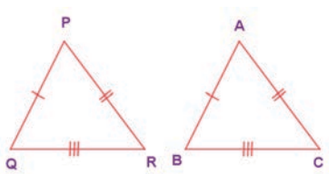


Fig. 5.2

فرض کیجئے PQR اور ABC دو مثلثیں ہیں۔ انہیں اُسی وقت مماثل (=) کہا جائے گا، جب اس کے نظیری حصے مماثل ہوں۔ یعنی $PQ=AB$, $QR=BC$ اور $PR=AC$

اور اسی طرح $\angle P = \angle A, \angle Q = \angle B$ اور $\angle R = \angle C$ ۔

اس کا اظہار اس طرح سے کیا جاتا ہے۔ $\Delta PQR \equiv \Delta ABC$

(i) SSS (ضلع ضلع ضلع) کی متماثلت

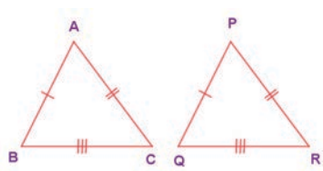


Fig. 5.3

اگر ایک مثلث کے تین ضلع بالترتیب دوسرے مثلث کے تین ضلعوں کے مساوی ہوں تو وہ دو مثلثیں متماثل کہلاتے ہیں، یعنی $AB=PQ$، $BC=QR$ اور $AC=PR$ ہیں

$\Rightarrow \Delta ABC \equiv \Delta PQR.$

(ii) SAS (ضلع زاویہ ضلع) کی متماثلت

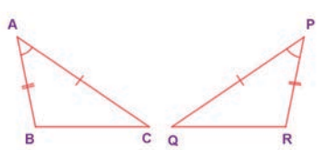


Fig. 5.4

اگر ایک مثلث کے دو ضلعے اور درمیانی زاویہ (included angle) دوسرے مثلث کے دو ضلعے اور درمیانی زاویہ کے مساوی ہو تو وہ دونوں مثلثیں متماثل ہیں۔ یہاں، $AC=PQ$, $\angle A=\angle P$ اور $AB=PR$ ہیں اور لہذا $\Delta ACB \equiv \Delta PQR$ ہیں۔

8th maths unit 5 geometry
Thursday, April 16, 2020 3:50:18 PM

(iii) ASA (زاویہ ضلع زاویہ کی متماثلت)

اگر ایک مثلث کے کوئی دو زاویے اور ایک ضلع بالترتیب دوسرے مثلث کے دو زاویوں اور درمیان کے ضلع باہم مساوی ہو تو وہ دونوں مثلثیں متماثل ہوتے ہیں۔

یہاں، $CA=PR, \angle A=\angle R$ اور لہذا $\angle C=\angle P$

$\Delta ABC \equiv \Delta RQP$ ہیں۔

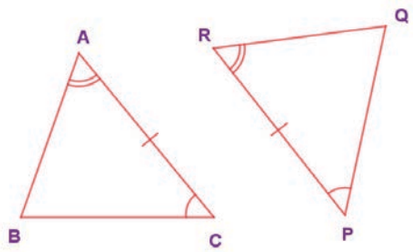


Fig. 5.5

(iv) RHS (زاویہ قائمہ وتر ضلع)

اگر ایک مثلث قائمۃ الزاویہ کے وتر اور ایک ضلع (ساق) بالترتیب دوسرے مثلث قائمۃ الزاویہ کے وتر اور ضلع کے باہم مساوی ہوں تو یہ دو مثلثیں متماثل ہوتے ہیں۔

یہاں $BC = QR, AB = PQ$ اور $AC = PR$

(وتر) (hypotenuse) (ساق) (leg) (ساق) (leg)

اور لہذا $\Delta ABC \equiv \Delta PQR$ ہیں۔

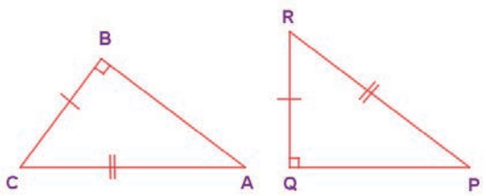
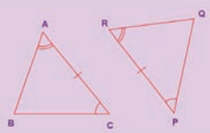
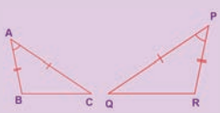


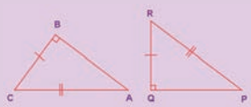
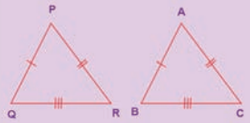
Fig. 5.6

- کوئی بھی قطعہ (Segment) یا زاویہ خود ہی کے متماثل ہے تو اس کو منعکسہ خاصیت (Reflexive Property) کہتے ہیں۔
- متماثل مثلثوں کے نظیری حصے متماثل ہیں۔ اس کو CPCTC یعنی Corresponding parts of Congruent Triangles are congruent کہتے ہیں۔
- اگر زاویے ہو تو ضلع ایک مثلث میں دو زاویے مساوی ہو تو ان کے مقابل کے اضلاع مساوی ہوتے ہیں۔
- اگر ضلع ہو تو زاویے ایک مثلث میں دو اضلاع مساوی ہو تو ان کے مقابل زاویے مساوی ہوتے ہیں۔

کوشش کیجئے:

ان کے متماثل خصوصیت کے تحت جوڑ لگائیے:

S.No.	A	B
1		RHS
2		SSS

S.No.	A	B
3		SAS
4		ASA

8th maths unit 5 geometry
Thursday, April 16, 2020 3:50:19 PM

مثال 5.1

درج ذیل کے خاکوں میں نامعلوم قیمتوں کو معلوم کیجئے

(i)

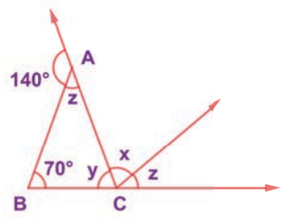


Fig. 5.7 (i)

(ii)

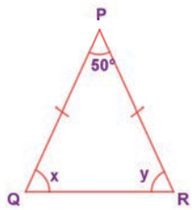


Fig. 5.7 (ii)

(iii)

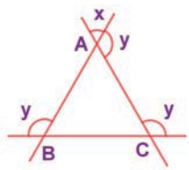


Fig. 5.7 (iii)

حل: **(i) خاکہ 5.7 (i) سے**

$\angle 140^\circ + \angle z = 180^\circ$ (خطی جوڑی)

اسی طرح $\Rightarrow \angle z = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$

$\angle x + \angle z = \angle 70 + \angle z$ (بیرونی زاویہ کی خصوصیت)

اسی طرح $\Rightarrow \angle x = 70^\circ$

$\angle z + \angle y + 70^\circ = 180^\circ$

$\Rightarrow 40^\circ + \angle y + 70^\circ = 180^\circ$ (ΔABC میں، زاویوں کے حاصل جمع کی خاصیت)

$\Rightarrow \angle y = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$

(ii) خاکہ 5.7 (ii) سے $PQ = PR$

$\Rightarrow \angle Q = \angle R$ (مساوی اضلاع کے مقابل زاویے مساوی ہیں)

$\Rightarrow \angle x = \angle y$

$\Rightarrow \angle x + \angle y + 50^\circ = 180^\circ$ (ΔPQR میں، زاویوں کے حاصل جمع کی خاصیت)

$\Rightarrow 2\angle x = 130^\circ$

$\Rightarrow \angle x = 65^\circ$

$\Rightarrow \angle y = 65^\circ$

(iii) خاکہ 5.7 (iii) سے $\angle A = x$، ΔABC میں (عمودی طور پر مقابل کے زاویے)

اسی طرح $\angle B = \angle C = x$

$\Rightarrow \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ (ΔABC میں، زاویوں کے حاصل جمع کی خاصیت) (کیوں؟)

$\Rightarrow 3x = 180^\circ$

$\Rightarrow x = 60^\circ$

$\Rightarrow y = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$

8th maths unit 5 geometry
Thursday, April 16, 2020 3:50:19 PM

مثال 5.2 (SSS اور SAS متماثلت کی تشریح کرتی ہے)

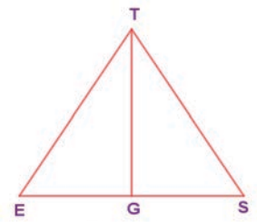


Fig. 5.8

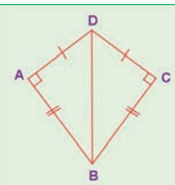
اگر $\angle E = \angle S$ اور ES کا وسطی نقطہ G ہے۔ثابت کیجئے کہ $\Delta GET \equiv \Delta GST$ ہیں۔

ثبوت:

	بیانات	اسباب
1	$\angle E \equiv \angle S$	دیا گیا ہے
2	$ET \equiv ST$	اگر دو زاویے مساوی ہوں تو درمیانی ضلع مساوی ہوتا ہے
3	ES کا وسطی نقطہ G ہوتا ہے۔	دیا گیا ہے
4	$EG \equiv SG$	3 سے حاصل ہوتا ہے
5	$TG \equiv TG$	منعکسہ خاصیت
6	$\Delta GET \equiv \Delta GST$	(2,4,5) کے تحت SSS ہے اور (2,1,4) کے تحت SAS ہے



ذرا سوچئے



خاکہ میں DA=DC اور BA=BC ہے۔

کیا مثلثیں DBA اور DBC متماثل ہیں؟ کیوں؟

مثال 5.3 (AAS اور ASA کی متماثلت کی تشریح کرتی ہے)

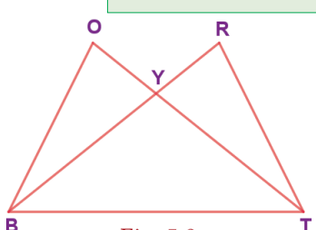


Fig. 5.9

اگر $\angle YTB \equiv \angle YBT$ اور $\angle BOY \equiv \angle TRY$ ہو تو

ثابت کیجئے $\Delta BOY \equiv \Delta TRY$ ہیں

ثبوت:

	بیانات	اسباب
1	$\angle YTB \equiv \angle YBT$	دیا گیا ہے
2	$BY \equiv TY$	اگر دو ضلعے مساوی ہوں تو درمیانی زاویہ مساوی ہوتا ہے
3	$\angle BYO \equiv \angle TYR$	عمودی زاویے متماثل ہیں
4	$\angle BOY \equiv \angle TRY$	دیا گیا ہے
5	$\Delta BOY \equiv \Delta TRY$	(4,3,2) کے تحت AAS ہے۔
6	$\angle OBY \equiv \angle RTY$	3 اور 4 سے حاصل ہوتا ہے۔
7	$\Delta BOY \equiv \Delta TRY$	(6,2,3) کے تحت ASA ہے

مثال 5.4 (RHS کی متماثلت کی تشریح کرتی ہے)

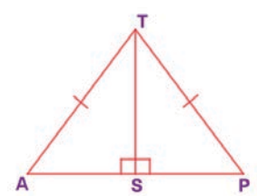


Fig. 5.10

اگر TAP ایک مثلث مساوی الساقین ہے جس میں TA=TP اور $\angle TSA = 90°$ ہو تو معلوم کیجئے

(i) کیا $\Delta TAS \equiv \Delta TAP$ ؟ کیوں ؟

(ii) کیا $\angle A = \angle P$ مساوی ہے ؟ کیوں؟

(iii) کیا AS=PS مساوی ہے؟ کیوں؟

8th maths unit 5 geometry
Thursday, April 16, 2020 3:50:20 PM

ثبوت: (i) TP=TA (وتر) اور $\angle TSA=90°$ ہے۔

TS ایک مشترک ضلع ہے

لہذا RHS متماثلت کے تحت $\triangle TAS \equiv \triangle TAP$ ہے ۔

(ii) دیا گیا ہے TA=TP

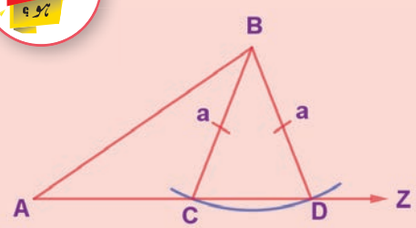
$\therefore \quad \angle P=\angle A$ (اگر زاویے ہو تو ضلعے)

(iii) $\therefore \quad \angle ATS = \angle PTS$

CPCTC کے تحت $AS = PS$

کیا تم جانتے ہو؟

دو مثلثوں متماثل ثابت کرنے کے لئے SSA اور ASS خصوصیات کافی نہیں ہیں۔
اس کی وضاحت اس خاکہ سے کی گئی ہے ۔ مثلثیں ABD اور ABC میں،
BC=BD=a ، ABC اور $\angle BAZ$ مشترک ہیں لیکن AC≠AD، چنانچہ
Δ ABD Δ ABC متماثل نہیں ہے، سے، اور SSA ثابت نہیں ہوتا۔



5.2.2۔ مشابہ مثلثیں (Similar Triangles)

فرض کیجئے PQR اور ABC دو مثلثیں ہیں۔ انہیں اُسی وقت مشابہ (~) کہا جائے گا،
جب اس کے نظیری زاویے اور نظیری ضلعے تناسب میں ہوں۔ یعنی $\angle P = \angle A$، $\angle Q = \angle B$
اور $\angle R = \angle C$ اور اسی طرح $\frac{PQ}{AB}=\frac{PR}{AC}=\frac{QR}{BC}$ ۔
اس کا اظہار اس طرح سے کیا جاتا ہے $\Delta PQR \sim \Delta ABC$ ۔

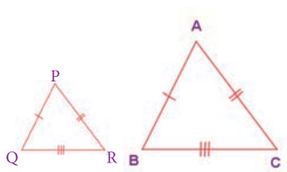


Fig. 5.11

(i) AAA (زاویہ-زاویہ-زاویہ) یا AA (زاویہ-زاویہ) مشابہت

اگر ایک مثلث کے دو زاویے بالترتیب دوسرے مثلث کے دو زاویوں کے
مساوی ہوں تو وہ دونوں مثلثیں متشابہ ہوں گے۔ خاکہ میں $\angle A = \angle P$ ،
$\angle B = \angle Q$ ، مساوی ہیں چنانچہ $\Delta ABC \sim \Delta PQR$

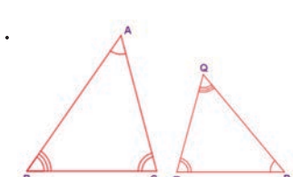


Fig. 5.12

(ii) SAS (ضلع-زاویہ-ضلع) مشابہت

اگر ایک مثلث کے دو ضلعے، دوسرے مثلث کے دو ضلعے تناسب میں ہوں اور
درمیانی زاویے (Included angles) بھی مساوی ہوں تو دو مثلثیں متشابہ
کہلاتے ہیں۔ خاکہ میں، $\frac{AC}{PQ}=\frac{AB}{PR}$ اور $\angle A=\angle P$ ہیں۔
لہذا $\Delta ACB \sim \Delta PQR$ ہیں۔

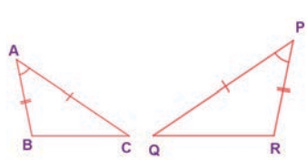


Fig. 5.13

8th maths unit 5 geometry
Thursday, April 16, 2020 3:50:20 PM

(iii) SSS (ضلع-ضلع-ضلع) مشابہت

دو مثلثیں مشابہ ہیں۔ اگر ان کے نظیری ضلعے ایک ہی نسبت میں ہوں یعنی اگر $\frac{AB}{PQ}=\frac{AC}{PR}=\frac{BC}{QR}$ ہوتو $\Delta ACB \sim \Delta PQR$ ہیں۔

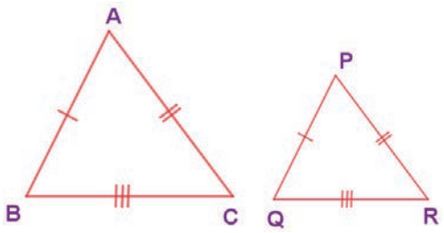


Fig. 5.14

(iv) RHS (زاویہ قائمہ-وتر-ضلع) مشابہت

دو مثلثیں مشابہ ہیں۔ اگر ایک مثلث قائمہ الزاویہ کا وتر اور ایک ضلع بالترتیب دوسرے مثلث قائمۃ الزاویہ کے وتر اور ضلع کے تناسب میں ہوں تو یہ RHS تشابہت ہے۔

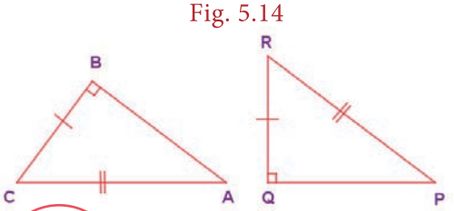
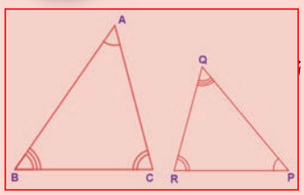


Fig. 5.15

کیا آپ جانتے ہو؟

اگر $\Delta ABC \sim \Delta PQR$ ، ہوتو ΔABC کے اضلاع BC,AB اور AC کے نظیری اضلاع بالترتیب QR,PQ اور PR ہیں۔ A,B اور C کے نظیری زاویے بالترتیب Q,R اور R ہیں۔ مثلث کو نام دینا بہت اہم ہے۔ مثال کے طور پر، اگر $\Delta ACB \sim \Delta PQR$ ہو ΔBAC مثلث ΔPQR کے متشابہ نہیں ہے۔



مثال 5.5 خاکہ 5.16 میں اگر $\Delta PQR \sim \Delta XYZ$ ہوتو a اور b معلوم کیجئے۔

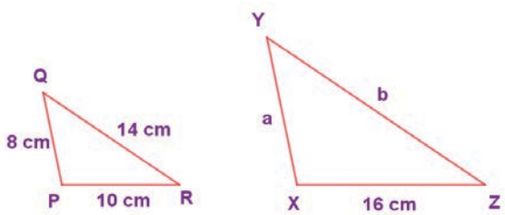


Fig. 5.16

حل: دیا گیا ہے کہ $\Delta PQR \sim \Delta XYZ$

$\therefore$ ان کے نظیری اضلاع تناسب میں ہیں

$$\Rightarrow \frac{PQ}{XY}=\frac{QR}{YZ}=\frac{PR}{XZ}$$

$$\Rightarrow \frac{8}{a}=\frac{14}{b}=\frac{10}{16}$$

$$\Rightarrow \frac{8}{a}=\frac{10}{16}$$

$$\Rightarrow a=\frac{8\times 16}{10}=\frac{128}{10}$$

$$a = 12.8\ cm$$

$$\frac{14}{b}=\frac{10}{16}$$

$$\Rightarrow b=\frac{14\times 16}{10}=\frac{224}{10}$$

$$\therefore\ b = 22.4\ cm$$

غور کیجئے

- اگر دو زاویے دونوں متماثل ہوں اور مکملہ ہوں تو وہ قائمۃ الزاویہ ہوں گے۔
- تمام متماثل مثلثیں متشابہ ہیں۔
- اگر دو زاویہ متماثل اور مکملہ ہوں تو وہ زاویہ قائمہ ہوں گے۔
- تمام متماثل مثلثیں مشابہ ہیں۔
- متماثلت کے لئے $\sim$ کی علامت استعمال کی جاتی ہے۔

8th maths unit 5 geometry
Thursday, April 16, 2020 3:50:21 PM

مثال 5.6 (AA متشابہت کی تشریح کرتا ہے)

خاکہ 5.17 میں $\angle ABC \equiv \angle EDC$ اور ΔCDE کا احاطہ 27 اکائیاں ہے۔ ثابت کیجئے کہ $AB \equiv EC$ ہے۔

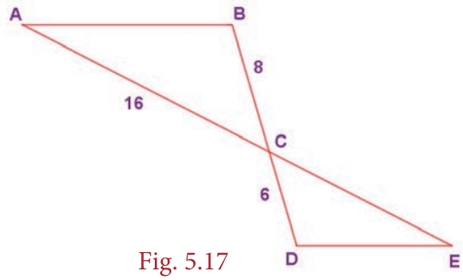


Fig. 5.17

ثبوت:

	بیانات	اسباب
1	$\angle ABC \equiv \angle EDC$	دیا گیا ہے ۔
2	$\angle BCA \equiv \angle DCE$	عمودی مقابل زاویے مساوی ہوتے ہیں۔
3	$\Delta ABC \sim \Delta EDC$	1,2 خاصیت کے تحت AA ہے۔
4	$\frac{AB}{ED} = \frac{BC}{DC} = \frac{AC}{EC}$	نظیری اضلاع، 3 کے تناسب میں ہیں ۔

$$\Rightarrow \frac{8}{6} = \frac{16}{EC} \Rightarrow EC = 12$$ اکائیاں

دیا گیا ہے، $\Delta CDE = 27$ اکائیاں کا احاطہ

$\therefore ED + DC + EC = 27 \Rightarrow ED + 6 + 12 = 27 \Rightarrow ED = 27 - 18 = 9$ اکائیاں

$\therefore \frac{AB}{9} = \frac{8}{6} \Rightarrow AB = 12$ اکائیاں لہذا AB=EC ہے۔

مثال 5.7 (AA متشابہت کی تشریح کرتی ہے)

خاکہ 5.18 میں دیا گیا ہے کہ

اگر $\angle 1 \equiv \angle 3$ اور $\angle 2 \equiv \angle 4$ ہو تو

ثابت کیجئے کہ $\Delta BIG \sim \Delta FAT$ ہیں اور FA بھی معلوم کیجئے ۔

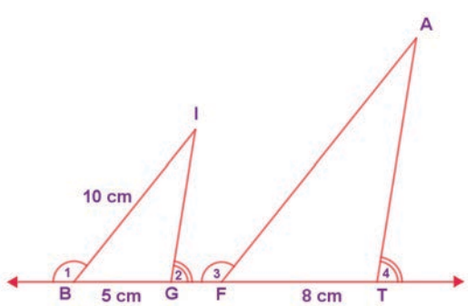


Fig. 5.18

ثبوت:

	بیانات	اسباب
1	$\angle 1 \equiv \angle 3$	دیا گیا ہے۔
2	$\angle IBG \equiv \angle AFT$	مماثل زاویوں کے تکملہ زاویے مماثل ہیں ۔
3	$\angle 2 \equiv \angle 4$	دیا گیا ہے ۔
4	$\angle IGB \equiv \angle ATF$	مماثل زاویوں کے تکملہ زاویے مماثل ہیں ۔
5	$\Delta BIG \sim \Delta FAT$	2,4 خاصیت کے تحت AA ہے ۔

اور ان کے نظیری اضلاع بھی تناسب میں ہیں۔

$$\Rightarrow \frac{BI}{FA} = \frac{BG}{FT} \Rightarrow \frac{10}{FA} = \frac{5}{8} \Rightarrow FA = \frac{10 \times 8}{5} = \frac{80}{5} = 16\ cm$$

8th maths unit 5 geometry
Thursday, April 16, 2020 3:50:22 PM

مثال 5.8 (SAS متشابہت کی) تشریح کرتی ہے)

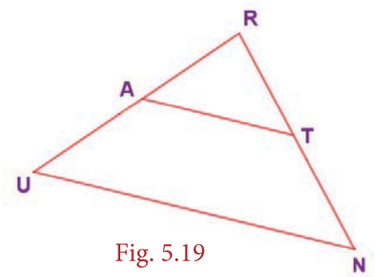


Fig. 5.19

اگر RU کا وسطی نقطہ (درمیانی) A اور RN کا وسطی نقطہ T ہو تو،
ثابت کیجئے کہ $\Delta RAT \sim \Delta RUN$ ہیں۔

ثبوت:

	بیانات	اسباب
1	$\angle ART = \angle URN$	ΔRAT اور ΔRUN میں $\angle R$ مشترک ہے۔
2	$RA = AU = \frac{1}{2} RU$	RU کا وسطی نقطہ A ہے۔
3	$RT = TN = \frac{1}{2} RN$	RN کا وسطی نقطہ T ہے۔
4	$\frac{RA}{RU} = \frac{RT}{TN} = \frac{1}{2}$	اضلاع کے تناسب 2 سے 3 ہیں۔
5	$\Delta RAT \sim \Delta RUN$	(1 اور 4) کے تحت SAS ہے۔

مثال 5.9 (SSS متشابہت کی تشریح کرتی ہے)

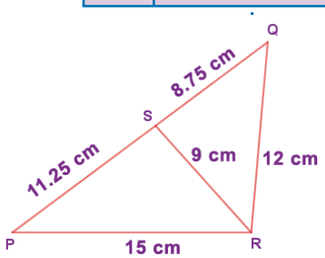


Fig. 5.20

ثابت کیجئے کہ $\Delta PQR \sim \Delta PRS$ جیسا کہ خاکہ 5.20 میں دیا گیا ہے۔

حل:

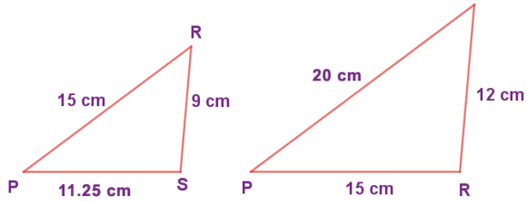
یہاں پر $\frac{PQ}{PR} = \frac{20}{15} = \frac{4}{3}$

$\frac{PR}{PS} = \frac{15}{11.25} = \frac{4}{3}$

اسی طرح $\frac{QR}{RS} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$

ہم نے معلوم کیا $\frac{PQ}{PR} = \frac{PR}{PS} = \frac{QR}{RS}$

یعنی، ان کے نظیری اضلاع تناسب میں ہیں۔



$\therefore$ SSS متشابہت کے تحت، $\Delta PQR \sim \Delta PRS$ ہیں۔

مثال 5.10 (RHS متشابہت کی تشریح کرتی ہے)

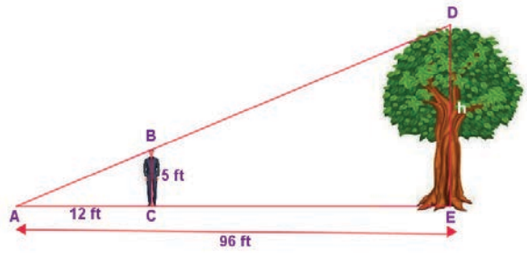


Fig. 5.21

ایک آدمی کی اونچائی اور اس کا سایہ ایک مثلث بناتا ہے۔
اس کے قریب ایک درخت اور اس کا سایہ اس کے متشابہ
ایک مثلث بناتا ہے۔ اس درخت کی اونچائی کیا ہے؟

8th maths unit 5 geometry
Thursday, April 16, 2020 3:50:22 PM

حل : یہاں پر $\Delta ABC \sim \Delta ADE$ (دیا گیا ہے)

ان کے نظیری اضلاع تناسب میں ہیں۔(RHS متشابہت کے تحت ہے۔)

$$\therefore \quad \frac{AC}{AE} = \frac{BC}{DE}$$

$$\Rightarrow \frac{12}{96} = \frac{5}{h}$$

$$\Rightarrow h = \frac{5 \times 96}{12} = 40 \ feet$$

$\therefore$ درخت کی اونچائی 40 فٹ ہے ۔

کارروائی

استاد کارڈ بورڈ یا چارٹ شیٹ سے بہت سارے متشابہ یا متماثل مثلثیں بنا کر طلباء سے کہتے ہیں کہ مثلثوں پر نشان کردہ پیمائشوں کی بنیاد پر متشابہ یا متماثل مثلثوں کی جوڑیوں کو معلوم کیجئے

مشق 5.1

1۔ دی گئی فہرست میں ٹھیک رقم سے خالی جگہ کو بھرتی کیجئے۔

(تناسب میں، متشابہ، نظیری، متماثل، شکل، رقبہ، مساوی)

(i) متشابہ مثلث کے نظیری اضلاع ..... ہیں۔

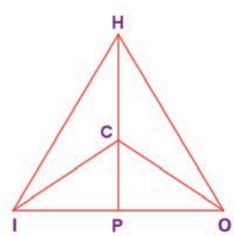
(ii) متشابہ مثلثیں کی .....یکساں ہوتے ہیں لیکن ضروری نہیں کہ جسامت یکساں ہوں۔

(iii) متشابہ مثلثوں میں .....اضلاع کے مقابل زاویے مساوی ہوتے ہیں۔

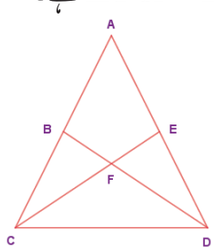
(iv) $\equiv$ کی علامت .....مثلثوں کو تعبیر کرنے کے لئے استعمال ہوتی ہے۔

(v) $\sim$ علامت .....مثلثوں کو تعبیر کرنے کے لئے استعمال ہوتی ہے۔

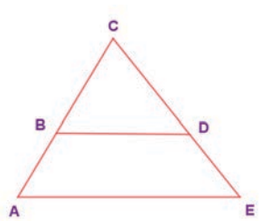
2. دئے گئے خاکہ میں $\angle CIP \equiv \angle COP$ اور $\angle HIP \equiv \angle HOP$ ہیں تو ثابت کیجئے کہ $IP \equiv OP$



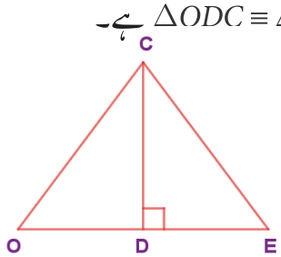
3. دئے گئے خاکہ میں $AC \equiv AD$ اور $\angle CBD \equiv \angle DEC$ ہیں تو ثابت کیجئے کہ $\Delta BCF \equiv \Delta EDF$ ہے۔



4. دئے گئے اس خاکہ میں ΔBCD ایک مثلث مساوی الساقین ہے جس کا قاعدہ BD اور $\angle BAE \equiv \angle DEA$ ہے۔ ثابت کیجئے کہ $AB \equiv ED$ ہے۔

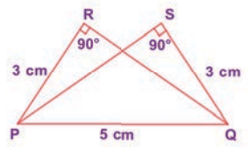


5. دئے گئے اس خاکہ میں OE کا وسطی نقطہ D ہے اور $\angle CDE = 90°$ ہے۔ ثابت کیجئے کہ $\Delta ODC \equiv \Delta EDC$ ہے۔

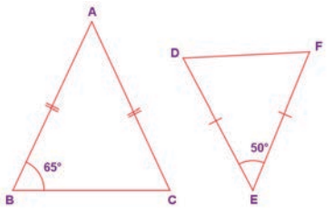


8th maths unit 5 geometry
Thursday, April 16, 2020 3:50:22 PM

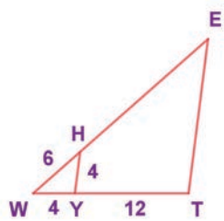
6۔ کیا $\Delta PRQ \equiv \Delta QSP$ ہے؟ کیوں؟



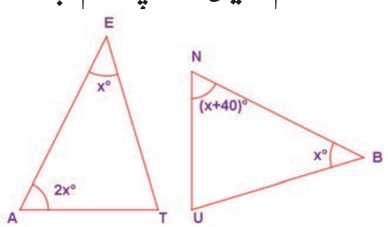
7. دیے گئے خاکہ سے ثابت کیجئے کہ
$\Delta ABC \sim \Delta EDF$



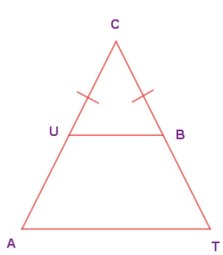
8۔ دیے گئے خاکہ میں $YH \| TE$ ہیں۔
ثابت کیجئے کہ $\Delta WHY \sim \Delta WET$
اور HE اور TE بھی معلوم کیجئے ۔



9۔ دیے گئے خاکہ میں، اگر $\Delta EAT \sim \Delta BUN$
ہوتو تمام زاویوں کے ناپ معلوم کیجئے۔



10۔ دیے گئے خاکہ میں $UB \| AT$ اور $CU \equiv CB$ ہیں۔ ثابت کیجئے $\Delta CUB \sim \Delta CAT$ اور ΔCAT ایک مثلث مساوی الساقین ہے۔



Objective Type Questions معروضی سوالات

11 ۔ دو متشابہ مثلثیں ہمیشہ .....زاویے رکھتے ہیں۔

(a) حادہ (b) منفرجہ (c) قائمہ (d) ملتے ہوئے

12۔ اگر PQR اور XYZ مثلثوں میں $\frac{PQ}{XY} = \frac{QR}{ZX}$ ہو تو وہ متشابہ ہوں اگر

(A) $\angle Q = \angle Y$ (B) $\angle P = \angle X$ (C) $\angle Q = \angle X$ (D) $\angle P = \angle Z$

13۔ ایک جھنڈے کا مستول (pole) 15 میٹر اونچا ہے 10 a.m کو اس کا سایہ 3 میٹر ہے۔ اسی وقت ایک عمارت کا سایہ 18.6 میٹر ہوتا ہے تو اس عمارت کی اونچائی ..... ہے

(A) 90 m (B) 91 m (C) 92 m (D) 93 m

14۔ اگر $\Delta ABC \sim \Delta PQR$ ہے۔ جس میں $\angle A = 53^\circ$ اور $\angle Q = 77^\circ$ ہوتو $\angle R$ ..... ہے



(A) 50° (B) 60° (C) 70° (D)80°

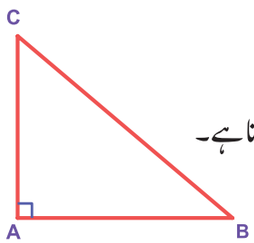
15۔ خاکہ میں درجہ ذیل کونسا بیان صحیح ہے۔

(A) $AB = BD$ (B) $BD < CD$ (C) $AC = CD$ (D) $BC = CD$

8th maths unit 5 geometry
Thursday, April 16, 2020 3:50:23 PM

5.3 مسئلہ فیثاغورث (The Pythagorean Theorem)

مسئلہ فیثاغورثی یا مسئلہ فیثاغورث قدیم یونانی ریاضی دان فیثاغورث (ق۔م 495 - 570) کے نام سے موسوم ہے۔ یہ علم ریاضی میں سب سے مشہور اور معروف مسئلہ ہے، لوگوں نے اس مسئلہ کو مختلف ممکن طریقوں سے ثابت کرنے کی کوشش کی۔ انہوں نے ہزاروں سال سے اس مسئلہ کو جیومٹری اور الجبرائی دونوں طریقوں سے الگ الگ انداز میں ثابت کیا ہے۔

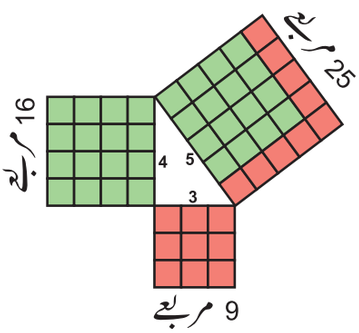


مسئلہ کا بیان (Statement of the theorem)

ایک مثلث قائمۃ الزاویہ میں وتر کا مربع اس کے دوسرے دو ضلعوں کے مربعوں کے حاصل جمع کے مساوی ہوتا ہے۔

ΔABC میں $BC^2 = AB^2 + AC^2$

بصری توضیح (Visual Illustration)



دئے گئے خاکہ میں ایک مثلث کے اضلاع کی پیمائشیں 3 اکائیاں، 4 اکائیاں اور 5 اکائیاں ہیں۔ اس مشہور مثلث 5 - 4 - 3 سے کوئی بھی آسانی کے ساتھ بصری طور پر مسئلۂ فیثاغورث کے معنی کو سمجھ سکتا ہے۔

اس خاکہ میں 3 اور 4 اکائیاں رکھنے والے اضلاع کو مثلث قائمۃ الزاویہ کے ساقین (legs) یا اضلاع کہتے ہیں۔ 5 اکائیاں رکھنے والے ضلع کو وتر کہتے ہیں۔ یاد کریں کہ مثلث قائمۃ الزاویہ کا سب سے بڑا ضلع وتر کہلاتا ہے۔

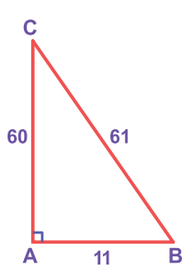
اب ہم یہ آسانی سے دیکھ سکتے ہیں کہ ایک مربع 5 اکائیوں (وتر) سے بنانا ہوا ہو جو $5 \times 5 = 25$ مربع اکائیاں (چھوٹے مربعے) ہے۔ مربع 3 اکائیاں اور 4 اکائیاں بالترتیب $3 \times 3 = 9$ مربع اکائیاں اور $4 \times 4 = 16$ مربع اکائیاں ہیں۔ مسئلہ کے بیان (Statement) کے تحت، وتر کے اکائی مربعوں کی تعداد مثلث قائمۃ الزاویہ کے دوسرے دو اضلاع کے اکائی مربعوں کی تعداد کے مساوی ہوتا ہے۔ کیا یہ دلچسپ نہیں ہے۔ ہاں، ہم معلوم کر سکتے ہیں۔

JD9Q5

$5 \times 5 = 3 \times 3 + 4 \times 4$

یعنی، $25 = 9 + 16$ صحیح ہے،

5.4 مسئلہ فیثاغورث کا برعکس Converse of Pythagoras theorem



اگر کسی مثلث میں سب سے بڑا ضلع کا مربع دوسرے دو اضلاع کے مربعوں کے حاصل جمع کے مساوی ہو تو اس مثلث کو مثلث قائمۃ الزاویہ کہتے ہیں۔

مثال : مثلث ABC میں،

$AB^2 + AC^2 = 11^2 + 60^2 = 3721 = 61^2 = BC^2$

لہذا، ΔABC ایک مثلث قائمۃ الزاویہ ہے۔

8th maths unit 5 geometry
Thursday, April 16, 2020 3:50:23 PM

کیا ہم جانتے ہو؟

(i) مخصوص سٹوں کے اعداد a,b اور c جو فیثا غورثی تعلق صحیح بناتے ہیں اور سٹوں کے ان مخصوص اعداد کو فیثا غورثی تہرے (Pythagorean triplets) کہتے ہیں۔ مثال (3,4,5) ایک فیثا غورثی تہرا ہے۔

(ii) فرض کریں کہ 1 سے بڑا کوئی بھی مثبت سالم عدد k ہو، اور (a,b,c) ایک فیثا غورث تہرا ہو تو (ka,kb,kc) بھی فیثا غورثی تہرے ہوں گے۔

مثالیں:

k	(3,4,5)	(5,12,13)
2k	(6,8,10)	(10,24,26)
3k	(9,12,15)	(15,36,39)
4k	(12,16,20)	(20,48,52)

لہذا، یہ واضح ہے کہ ہم کسی بھی فیثا غورثی تہرے کو k سے ضرب دے کر بہت سارے لامحدود فیثا غورثی تہرے حاصل کر سکتے ہیں۔

اب ہم حسابات میں مسئلہ فیثا غورث کو استعمال کر کے چند مثالیں دیکھیں گے۔

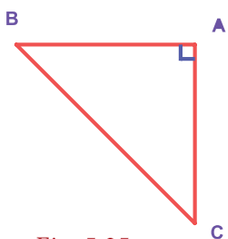


Fig. 5.25

مثال 5.11 خاکہ میں $AB \perp AC$ ہے۔

(a) مثلث ABC کس قسم کا مثلث ہے؟

(b) ΔABC میں AB اور AC کیا ہیں؟

(c) CB کو کیا کہتے ہیں؟

(d) اگر $AC = AB$ ہو تو $\angle B$ اور $\angle C$ کی پیمائشیں کیا ہیں؟

حل: (a) ΔABC مثلث قائمۃ الزاویہ ہے جبکہ A پر $AB \perp AC$ ہے۔

(b) ΔABC میں AB اور AC ساقین (ضلعے) ہیں۔

(c) CB کو وتر کہتے ہیں۔

(d) $\angle B + \angle C = 90^\circ$ اور مساوی زاوئے مقابل کے اضلاع کے مساوی ہوتے ہیں۔ لہذا، $\angle B = \angle C = \frac{90}{2} = 45^\circ$

مثال 5.12 کیا ایک مثلث قائمۃ الزاویہ کے اضلاع کے 12cm,5cm اور 13cm پیمائش کے ہو سکتے ہیں؟

حل: $a = 5$, $b = 12$ اور $c = 13$ لیجئے۔

اب $a^2 + b^2 = 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169 = 13^2 = c^2$

مسئلہ فیثا غورث کے برعکس کے تحت، دی گئی پیمائشیں ایک مثلث قائمۃ الزاویہ کی ہیں۔

مثال 5.13 ایک 20 فٹ سیڑھی زمین سے 16 فٹ اونچائی والی دیوار پر جھکائی گئی ہے۔ دیوار سے سیڑھی کا قاعدہ کتنی دوری پر ہے؟

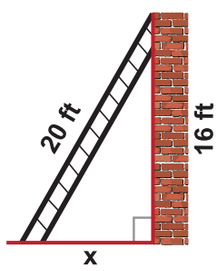


Fig. 5.26

حل: سیڑھی، دیوار اور زمین مل کر ایک مثلث قائمۃ الزاویہ بناتے ہیں،

سیڑھی وتر ہے۔ مسئلہ فیثا غورث کے تحت،

8th maths unit 5 geometry
Thursday, April 16, 2020 3:50:24 PM

$$20^2 = 16^2 + x^2$$

$$\Rightarrow 400 = 256 + x^2$$

$$\Rightarrow x^2 = 400 - 256 = 144 = 12^2$$

$$\Rightarrow x = 12 \text{ feet}$$

چنانچہ، سیڑھی کا قاعدہ، دیوار سے 12 فٹ دوری پر ہے۔

کارروائی 1

1. ہم درج ذیل کی طرح فیثاغورثی تہرے کے سٹ (مجموعے) بنا سکتے ہیں۔

فرض کیجئے کہ m اور n کوئی دو مثبت سالم اعداد ($m > n$) ہیں۔

(a,b,c) ایک فیثاغورثی تہرا ہے، اگر $a = m^2 - n^2$, $b = 2mn$ اور $c = m^2 + n^2$ ہیں، (ذرا سوچئے، کیوں؟)

جدول مکمل کیجئے،

m	n	$a = m^2 - n^2$	$b = 2mn$	$c = m^2 + n^2$	فیثاغورثی تہرا،
2	1	___	___	___	_____
3	2	___	___	___	_____
4	1	15	8	17	(15, 8, 17)
7	2	45	28	53	(45, 28, 53)

2. مثلث قائمۃ الزاویہ کے تمام سالم عددی ضلعے معلوم کیجئے جس کا وتر 85 ہے۔

مثال 5.14 LN, MN, LM معلوم کریں اور ΔLON کا رقبہ بھی دریافت کریں۔

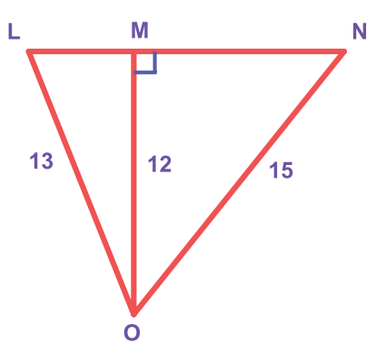


Fig. 5.27

حل : ΔLMO سے، مسئلہ فیثاغورث کے تحت،

$$LM^2 = OL^2 - OM^2$$

$$\Rightarrow LM^2 = 13^2 - 12^2 = 169 - 144 = 25 = 5^2$$

$\therefore LM = 5$ اکائیاں

ΔNMO مسئلہ فیثاغورث کے تحت

$$MN^2 = ON^2 - OM^2$$

$$= 15^2 - 12^2 = 225 - 144 = 81 = 9^2$$

$\therefore MN = 9$ اکائیاں

لہذا، $LN = LM + MN = 5 + 9 = 14$ اکائیاں

ΔLON کا رقبہ $= \frac{1}{2} \times$ قاعدہ $\times$ اونچائی

$$= \frac{1}{2} \times LN \times OM$$

$$= \frac{1}{2} \times 14 \times 12$$

$= 84$ مربع اکائیاں

8th maths unit 5 geometry
Thursday, April 16, 2020 3:50:24 PM

مثال 5.15 ΔABC ایک مثلث مساوی الاضلاع ہے اور BCD مثلث قائمۃ الزاویہ میں CD 8 سم ہے۔
ΔABC مثلث مساوی الاضلاع کا ضلع اور BD بھی معلوم کیجئے۔

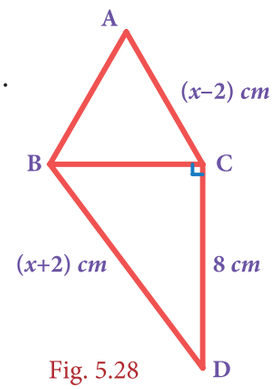


Fig. 5.28

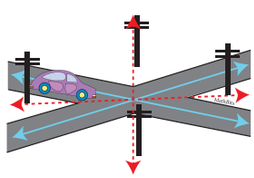
حل : خاکہ سے ΔABC ایک مثلث مساوی اضلاع ہے۔

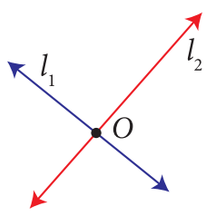
ΔBCD مسئلہ فیثاغورث کے تحت،

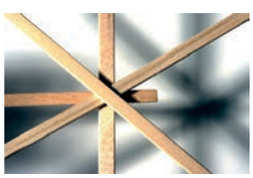
$$BD^2 = BC^2 + CD^2$$
$$\Rightarrow (x+2)^2 = (x-2)^2 + 8^2$$
$$x^2 + 4x + 4 = x^2 - 4x + 4 + 8^2$$
$$\Rightarrow 8x = 8^2$$
$$\Rightarrow x = 8\,cm$$

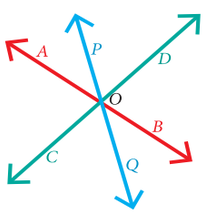
$\therefore$ ABC مثلث مساوی الاضلاع کے ضلع = سم 6 اور سم BD = 10 ہے۔

5.5 نقطۂ تراکز (Point of Concurrency)


قطع کرنے والے سڑکیں




متراکز لکڑی کے ٹکڑے



جب ایک سطح میں دو خطوط ایک دوسرے کو کاٹتے ہیں، تو انہیں تقاطع خطوط کہتے ہیں۔

یہاں، خطوط l_1 اور l_2 نقطہ O پر قطع کرتے ہیں۔

نقطہ O، l_1 اور l_2 کا تقاطع نقطہ کہلاتا ہے۔

ایک سطح میں تین یا زیادہ **خطوط متراکز** کہلاتے ہیں،

اگر یہ تمام ایک ہی نقطے سے گذرتے ہوں۔

اس خاکے میں $\overleftrightarrow{AB}$، $\overleftrightarrow{CD}$ اور $\overleftrightarrow{PQ}$ متراکز خطوط ہیں

اور O پر **نقطۂ تراکز** ہے۔

5.6 مثلث کا وسطی خطوط (Medians of a Triangle)

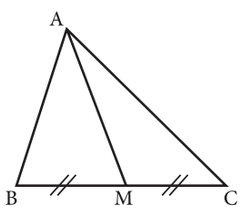


Fig. 5.29

ایک مثلث کا وسطی خط، وہ خط کا ٹکڑا ہے جو مقابل ضلع کے راس اور درمیانی نقطہ کو ملاتا ہے۔

خاکہ میں ΔABC کا وسطی خط $\overline{AM}$ ہے۔ کیا ΔABC کے اور بھی وسطی خطوط ہو سکتے ہیں؟

چونکہ ایک مثلث میں تین راسیں ہوتے ہیں، تو ایک مثلث کے تین وسطی خطوط دریافت کر سکتے ہیں۔

مثال 5.16 خاکہ میں، ABC ایک مثلث ہے اور AM کوئی ایک وسطی خط ہے۔
اگر $BM = 3.5$ cm ہو تو ضلع BC کی لمبائی معلوم کیجئے:

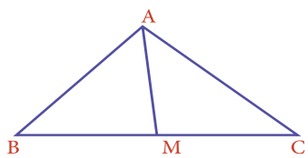


Fig. 5.30

حل: AM ایک وسطی خط ہے $\Leftarrow$ BC کا درمیانی نقطہ M ہے۔

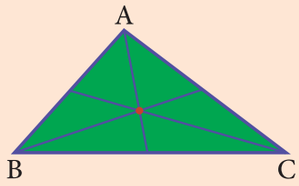
دیا گیا ہے: $BM = 3.5\ cm$

BC کی لمبائی کا دگنا $BM = 2 \times 3.5\ cm = 7cm$

8th maths unit 5 geometry
Thursday, April 16, 2020 3:50:25 PM

کارروائی

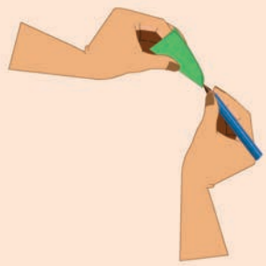
1۔ کاغذ سے کاٹا ہوا ایک مثلث لیجئے۔(فرض کیجئے کہ ہم ایک مثلث حادۃ الزاویہ سے شروع کرتے ہیں)، اسے ABC نام دیجئے۔



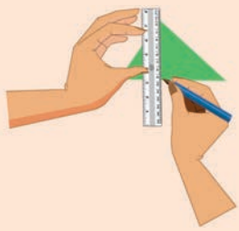
2۔ نقطہ A سے گذرنے والی لکیر پر کاغذ کو تہہ کیجئے اور خط BC کو اس طرح ملائیے کہ نقطہ B, نقطہ C پر ہو۔
نشان بنانے کے بعد کاغذ کو کھولئے۔



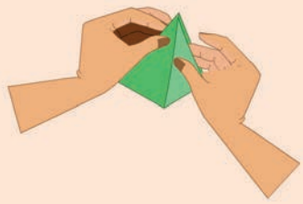
3۔ BC کا درمیانی نقطہ M نشان کیجئے۔



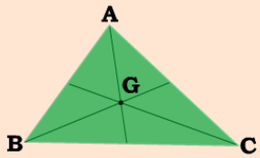
4۔ اب تم وسطی خط AM کھینچ سکتے ہو، اگر تم اس کو واضح طور پر دیکھنا چاہتے ہو۔(یا تم تہہ کو اسی طرح چھوڑ سکتے ہو)



5۔ اسی طریقے سے، تہہ کر کے دوسرے دو وسطی خطوط کھینچئے۔



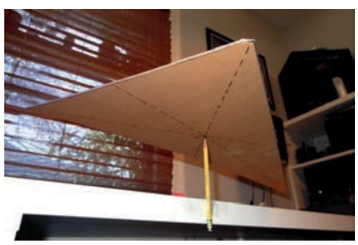
6۔ کیا تمام وسطی خطوط ایک ہی نقطہ سے گزرتے ہیں؟



اب تم اس کارروائی کو ایک مثلث منفرجۃ الزاویہ اور ایک مثلث قائمہ الزاویہ کے ساتھ دہرائیے۔ آپ کس نتیجے پر پہنچتے ہو؟

ایک مثلث کے تین وسطی خطوط متراکز ہوتے ہیں۔

5.6.1 ہندسی مرکز : Centroid



ایک مثلث میں تین وسطی خطوط کا نقطۂ ارتکاز **ہندسی مرکز** کہلاتا ہے۔اس کی نشاندہی G سے کی جاتی ہے۔دلچسپی سے، یہ نقطہ مثلث کے کمیت کا مرکز بھی ہوتا ہے۔کوئی بھی آسانی کے ساتھ اس حقیقت کی تصدیق کرسکتا ہے۔مثلث کی شکل کا ایک سخت کاغذ کا ٹکڑا لیجئے۔مثلث کو اس نقطے پر انگلی یا پنسل کی نوک پر توازن میں رکھا جاسکتا ہے۔

8th maths unit 5 geometry
Thursday, April 16, 2020 3:50:26 PM

کیا مثلث کے ہندسی مرکز کو دریافت کرنے کے لئے تینوں وسطی خطوط کو تہہ کرنا چاہئے؟

اب آپ ذیل کے سوالات کو اپنے درمیان دریافت کر سکتے ہو؟

i) تم کس طرح ایک مثلث کا ہندسی مرکز معلوم کر سکتے ہو؟

ii) کیا مثلث کا ہندسی مرکز اس کے راسوں سے مساوی فاصلہ رکھتا ہے؟

iii) کیا مثلث کا ہندسی مرکز ہمیشہ مثلث کے اندرونی جانب ہوتا ہے؟

iv) کیا (i) مثلث مساوی الساقین (ii) مثلث مساوی الاضلاع کے وسطی خطوط کے بارے میں کوئی خاص بات ہے؟

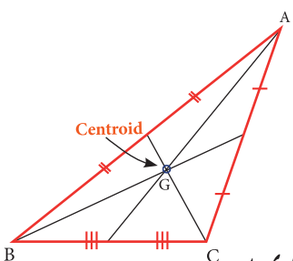
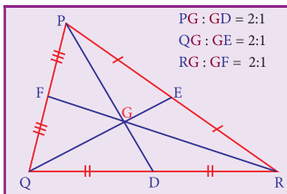


Fig. 5.31

5.6.2 ایک مثلث کے ہندسی مرکز کے خصوصیات:

- ہندسی مرکز ہمیشہ مثلث کے اندر واقع ہوتا ہے۔
- ہم پہلے ہی جان چکے ہیں کہ ہندسی مرکز کسی بھی مثلثی تختی مسئلہ کے لئے مرکز جاذبہ کی طرح کام دیتا ہے۔
- دئے گئے خاکے پر غور کیجئے۔ ہر ایک راس سے G کو کھینچے گئے خطوط تین مثلثیں ΔABG، ΔBCG اور ΔCAG بناتے ہیں۔ تعجب کی بات یہ ہے کہ ان تمام مثلثوں کے رقبہ مساوی ہیں۔

مثلث کے وسطی خطوط مثلث کو مساوی رقبہ والے 3 چھوٹے مثلثوں میں تقسیم کرتے ہیں۔



کیا تم جانتے ہو؟

مثلث کا کا ہندسی مرکز ہر ایک وسطی خطوط کو دو حصوں میں تقسیم کرتا ہے، راس کے قریب کا حصہ دوسرے حصہ کا دگنا ہوتا ہے۔ اس کا مطلب ہندسی مرکز ہر وسطی خط کو 2:1 کی نسبت میں تقسیم کرتا ہے۔ (مثال کے طور پر PD, GD کا $\frac{1}{3}$ ہے) (کاغذ کو تہہ کرنے کے طریقے سے اس کی تصنیف کیجئے)۔

مثال 5.17 خاکے میں مثلث XYZ کا ہندسی مرکز G ہے۔

(i) اگر $GL = 2.5$ cm ہو تو XL کی لمبائی معلوم کیجئے۔

(ii) اگر $YM = 9.3$ cm ہو تو GM کی لمبائی معلوم کیجئے۔

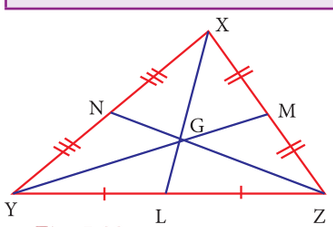


Fig. 5.32

حل: (i) چونکہ G ہندسی مرکز ہے، $XG : GL = 2:1$ اس سے ہمیں $XG:2.5=2:1$

لہذا ہمیں $XG = 5cm$ یا $1 \times (XG) = 2 \times (2.5)$ حاصل ہوتا ہے۔

چنانچہ $XL = XG + GL = 5 + 2.5cm = 7.5$ cm کی لمبائی

(ii) اگر YG کے 2 حصے ہوں تو GM 1 حصہ ہوگا (کیوں؟)۔ اس کا مطلب YM کے تین حصے ہیں۔

3 حصوں کی لمبائی 9.3 cm ہے۔ اس لئے GM (1 حصہ سے بنا ہوا ہے)

$9.3 \div 3 = 3.1$ cm ہونا چاہئے۔



مثال 5.18

ABC ایک مثلث ہے اور G ہندسی مرکز ہے۔ اگر $AD = 12cm$، $BC=8cm$ اور $BE=9cm$ ہو تو ΔBDG کا احاطہ معلوم کیجئے۔

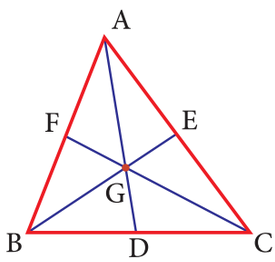


Fig. 5.33

8th maths unit 5 geometry
Thursday, April 16, 2020 3:50:26 PM

حل: ABC ایک مثلث ہے اور G ایک ہندسی مرکز ہے۔ اگر

$$AD = 12\,cm \Rightarrow GD = \frac{1}{3} \text{ کا } AD = \frac{1}{3}(12) = 4\,cm$$

$$BE = 9cm \Rightarrow BG = \frac{2}{3} \text{ کا } BE = \frac{2}{3}(9) = 6\,cm$$

اور BC کا درمیانی نقطہ D ہے $\Rightarrow BD = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2}(8) = 4\,cm$

ΔBDG کا احاطہ $= BD + GD + BG = 4 + 4 + 6 = 14$ سم

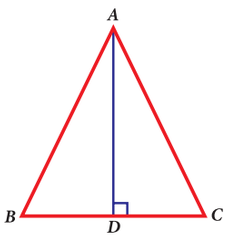


Fig. 5.34

5.7 ایک مثلث کا ارتفاع (Altitude of a Triangle)

ایک مثلث کا ارتفاع راس سے مقابل ضلع کی طرف کھینچا گیا عمود ہے۔ اس کے علاوہ، اسے مثلث کی اونچائی بھی کہتے ہیں، ارتفاع مثلث کے قاعدے سے زاویہ قائمہ بناتا ہے۔

$\triangle ABC$, میں $AD \perp BC$ بھی مثلث کا ایک ارتفاع ہے۔

کارروائی

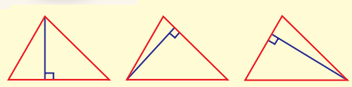
1۔ مثلث حادۃ الزاویہ کی شکل کا ایک کاغذ کا ٹکڑا لیجئے اور اسے ABC نام دیجئے۔	2۔ مثلث کو اس طرح تہہ کیجئے کہ ایک ضلع خود اسی کو ڈھانک لے اور اس ضلع کے مقابل کا راس تہہ میں ہو۔	3۔ اب تم ارتفاع AM کھینچ سکتے ہو، اگر تم اسے واضح طور پر دیکھنا چاہتے ہو۔

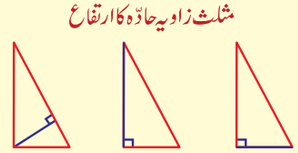
اسی طریقے سے، تم دوسرے دو اضلاع کے ارتفاع معلوم کر سکتے ہو۔

مزید، اپنے استاد کی مدد سے تم مثلث قائمہ الزاویہ اور مثلث منفرجۃ الزاویہ کے ارتفاع معلوم کیجئے۔ کیا مثلث کے ارتفاع ایک ہی نقطہ سے گذرتے ہیں؟ تمہارا نتیجہ کیا ہے؟ **کسی بھی مثلث کے تینوں ارتفاع مترا کز ہوتے ہیں۔**

اس نقطہ ارتکاز کو مثلث کا عمودی مرکز کہا جاتا ہے اور اسے حرف H سے نمائندگی کی جاتی ہے۔

ذرا سوچئے


مثلث زاویہ حادّہ کا ارتفاع


مثلث قائمۃ الزاویہ کا ارتفاع


مثلث منفرجۃ الزاویہ کا ارتفاع

1۔ ایک مثلث حادہ الزاویہ میں، تمام تینوں ارتفاع مثلث کے اندر واقع ہوتے ہیں۔ عمودی مرکز کہاں ہوگا؟ مثلث کے اندرونی جانب یا اس کے بیرونی جانب؟

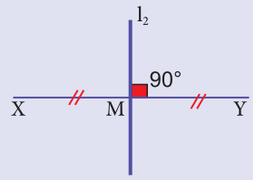
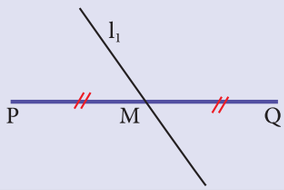
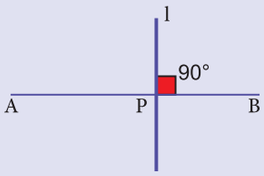
2۔ مثلث قائمۃ الزاویہ میں، وتر کے عمود کا ارتفاع مثلث کے اندر واقع ہوتا ہے، دوسرے دو ارتفاع مثلث کے پاؤں ہیں۔ کیا تم اس صورت حال میں عمودی مرکز کی شناخت کر سکتے ہو؟

3۔ مثلث منفرجۃ الزاویہ میں، منفرجہ راس سے جڑا ہوا ارتفاع مثلث کے اندر واقع ہوتا ہے اور حادہ راسوں سے جڑے ہوئے دو ارتفاع مثلث کے باہر ہوتے ہیں۔ کیا تم اس صورت حال میں عمودی مرکز کی شناخت کر سکتے ہو؟

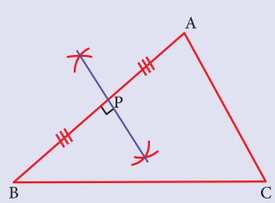
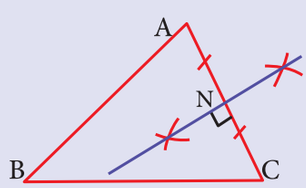
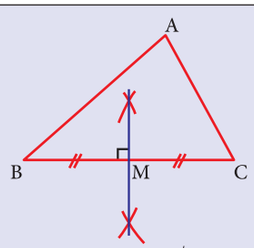
8th maths unit 5 geometry
Thursday, April 16, 2020 3:50:27 PM

5.8 ایک مثلث کا عمودی ناصف (Perpendicular Bisector of a Triangle)

چلئے پہلے ہم ذیل کی تصورات کا اعادہ کریں گے۔

عمودی ناصف	ناصف	عمود
		
$\overline{XY}$ ایک قطاع خط ہے $\overline{XY}$ کا ناصف l_2 ہے اس کے علاوہ l_2، $\overline{XY}$ کے $\perp$ ہے $\overline{XY}$ کا درمیانی نقطہ M ہے	$\overline{PQ}$ ایک قطاع خط ہے $\overline{PQ}$ کا ناصف l_1 ہے $\overline{PQ}$ کا درمیانی نقطہ M ہے l_1 ، $\overline{PQ}$ کا $\perp$ ہونا ضروری نہیں ہے۔	$\overline{AB}$ ایک قطاع خط ہے $\overline{AB}$ کا عمود l ہے $\perp$ کا قدم P ہے غور کیجئے کہ یہاں $\overline{AP} \neq \overline{PB}$

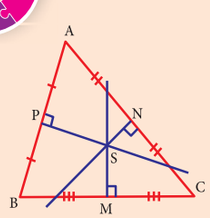
مثلث ABC لیجئے۔ اس کے تین اضلاع ہیں۔ ہر ایک ضلع کے لئے ذیل کی طرح سے تم ایک عمودی ناصف کھینچ سکتے ہو۔

ضلع AB کا عمودی ناصف	ضلع AC کا عمودی ناصف	ضلع BC کا عمودی ناصف
		
$\overline{AB}$ کا درمیانی نقطہ P ہے۔ ہمارے پاس P پر ایک عمود ہے۔	$\overline{AC}$ کا درمیانی نقطہ N ہے ۔ ہمارے پاس N پر ایک عمود ہے۔	$\overline{BC}$ کا درمیانی نقطہ M ہے۔ ہمارے پاس M پر ایک عمود ہے۔

تعجب کی بات یہ ہے کہ مثلث کے اضلاع کے تمام تینوں عمودی ناصف ایک نقطہ پر متراکز ہیں۔

کارروائی

سادہ کاغذ کے تہہ کے ذریعے عمودی ناصف کے نقطۂ ارتکاز کو دیکھ سکتے ہیں۔ کوشش کیجئے!



کسی بھی مثلث کے اضلاع کے عمودی ناصف متراکز ہوتے ہیں۔ جیسا کہ ہندسی مرکز کے لئے پچھلی کارروائی کی گئی تھی، تم اس تجربہ کو مختلف قسم کے مثلث، حادہ، منفرجہ، قائمۃ، الساقین اور مساوی الاضلاع کے لئے دہرا سکتے ہو۔ کیا تم اس صورت حال میں کوئی خاص بات معلوم کرتے ہو؟

5.8.1 حائط مرکز Cricumcentre

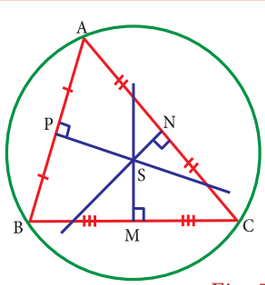


Fig. 5.35

ایک مثلث کے تینوں عمودی ناصف کا نقطۂ ارتکاز **حائط مرکز** کہلاتا ہے۔ اس کو حرف **S** سے نشاندہی کی جاتی ہے۔ اسے کیوں اس طرح کہا جاتا ہے، کیونکہ ہم مثلث کے اضلاع کے عمودی ناصف کے نقطۂ تراکز پر مرکز لے کر، مثلث کے تینوں راسوں سے ٹھیک گذرنے والا ایک دائرہ کھینچ سکتے ہیں۔ غرض حائط مرکز مثلث کے راسوں سے مساوی فاصلہ رکھتا ہے۔

8th maths unit 5 geometry
Thursday, April 16, 2020 3:50:27 PM

کارروائی

کاغذ کو تہہ کر کے جانچ کیجئے کہ ذیل میں دئے گئے صحیح ہیں۔

1۔ ایک مثلث حادۃ الزاویہ کا حائط مرکز مثلث کے اندر واقع ہوتا ہے۔

2۔ ایک مثلث منفرجہ الزاویہ کا حائط مرکز مثلث کے باہر واقع ہوتا ہے۔

3۔ ایک مثلث قائمۃ الزاویہ کا حائط مرکز اس کے وتر کے وسطی نقطہ پر واقع ہوتا ہے۔

مثال 5.19 ΔABC میں، S ایک حائط مرکز ہے، $BC = 72\ cm$ اور $DS = 15cm$ ہو تو اس کے حائط دائرے کا نصف قطر معلوم کیجئے۔

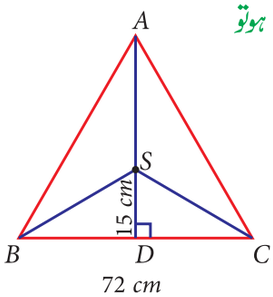


Fig. 5.36

حل : جیسا کہ ΔABC کا حائط مرکز S ہے یہ A، B اور C سے مساوی فاصلہ رکھتا ہے۔

مزید $AS = BS = CS$ = اس کے حائط دائرے کا نصف قطر ہے۔

چونکہ AD، BC کا عمودی ناصف ہے،

$$BD = \frac{1}{2} \times BC = \frac{1}{2} \times 72 = 36\ cm$$

فیثاغورث مسئلہ کے ذریعے سے، $BS^2 = BD^2 + SD^2 = 36^2 + 15^2 = 1521 = 39^2 \Rightarrow BS = 39\,cm.$

$\therefore$ ABC کے ''حائط دائرے کا نصف قطر'' $39cm$ ہے۔

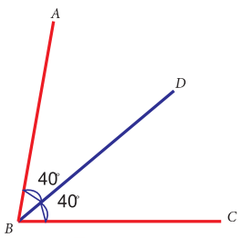
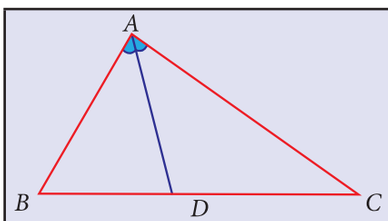
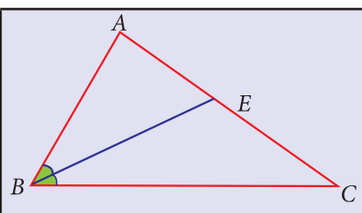
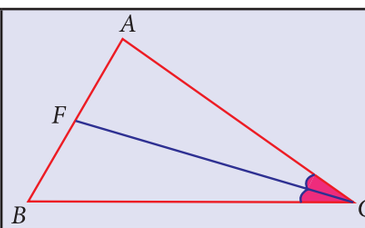


Fig. 5.37

5.9 ایک مثلث کا زاویائی ناصف (Angle Bisectors of a Triangle)

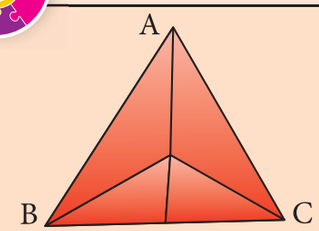
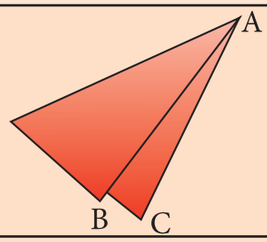
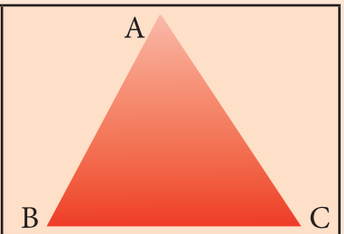
پچھلی کلاس میں ہم زاویائی ناصف کے بارے میں سیکھ چکے ہیں۔ زاویائی ناصف ایک خط یا ایک شعاع ہے جو ایک زاویہ کو دو متماثل زاویوں میں تقسیم کرتا ہے۔ اس خاکے میں $\angle ABC$ خط BD سے تنصیف کیا گیا ہے۔ اس طرح کہ $\angle ABD = \angle CBD$ ۔

مثلث ABC لیجئے۔ ایک مثلث کے کتنے زاویے ہوتے ہیں؟ 3 زاویے۔ ہر ایک زاویہ کے لئے ایک زاویائی ناصف ہوتا ہے جیسا کہ ذیل میں بتایا گیا ہے:

		
AD، $\angle A$ کو دو متماثل زاویوں میں تنصیف کرتا ہے، چنانچہ یہ $\angle A$ کا زاویائی ناصف ہے۔	BE, $\angle B$ کو دو متماثل زاویوں میں تنصیف کرتا ہے چنانچہ یہ $\angle B$ کا زاویائی ناصف ہے	CF, $\angle C$ کو دو متماثل زاویوں میں تنصیف کرتا ہے چنانچہ یہ $\angle C$ کا زاویائی ناصف ہے

8th maths unit 5 geometry
Thursday, April 16, 2020 3:50:28 PM

کارروائی

		
3۔ تمام تہہ کا خاکہ اتاریئے۔ کیا زاویائی ناصف ایک ہی نقطے سے گذرتے ہیں؟	2۔ مثلث کو تہہ کیجئے اس طرح کہ مقابل کے اضلاع آپس میں ملیں اور اس میں راس پایا جائے۔ اس طریقہ کو اسی طرح دہرایئے اور دوسرے دو اضلاع کے زاویائی ناصف بھی معلوم کیجئے۔	1۔ مثلث کی شکل کے کاغذ کا ٹکڑا لیجئے۔ اسے ABC نام دیجئے۔

اب تم اس کارروائی کو مثلث منفرجۃ الزاویہ اور زاویہ قائمۃ الزاویہ کے لئے دہرا سکتے ہو۔ نتیجہ کیا ہے؟

کیا تمام صورتوں میں زاویائی ناصف ایک ہی نقطے سے گزرتے ہیں؟

کسی بھی مثلث کے تینوں زاویائی ناصف متراکز ہوتے ہیں۔

5.9.1 درون مرکز Incentre

ایک مثلث کے تینوں زاویائی ناصف کا نقطۂ ارتکاز اس کا **درون مرکز** کہلاتا ہے۔

اس کو حرف **I** سے نمائندگی کیا جاتا ہے۔ کیوں اس کو اس طرح کہا جاتا ہے؟

کیونکہ زاویائی ناصف کے نقطۂ ارتکاز پر مرکز لے کر مثلث کے اندر ایک دائرہ کھینچ سکتے ہیں اس طرح کہ یہ دائرہ تمام تینوں اضلاع کو اندرونی جانب مس کرے۔ درون مرکز سے ہر ایک ضلع کو کھینچے گئے عمودی خط کی لمبائیاں یکساں ہوتے ہیں۔

غرض درون مرکز مثلث کے اضلاع سے مساوی فاصلہ رکھتا ہے۔

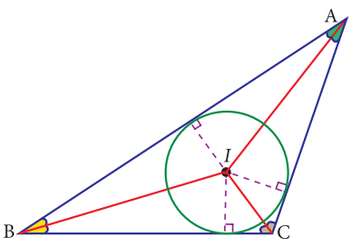


Fig. 5.38

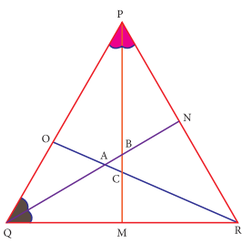


Fig. 5.39

مثال 5.20

مثلث PQR کا درون مرکز B پہچانئے۔

حل: زاویائی ناصف کا نقطۂ تقاطع درون مرکز ہے۔

یہاں PM اور QN بالترتیب $\angle P$ اور $\angle Q$ کے زاویائی ناصف ہیں اور یہ B پر قطع کرتے ہیں۔

اس لئے، مثلث PQR کا درون مرکز B ہے۔

(کیا A اور C مثلث ABC کے درون مرکز واقع ہو سکتے ہیں؟ کیوں؟)

8th maths unit 5 geometry
Thursday, April 16, 2020 3:50:28 PM

کیا تم جانتے ہو؟

ہندسی مرکز، عمودی مرکز، حائط مرکز اور درون مرکز کے مقام دئے گئے مثلثوں کے قسم کے لحاظ سے مختلف ہوتے ہیں۔
ذیل کے نکات ان کے مقامات معلوم کرنے میں مدد دیتے ہیں۔

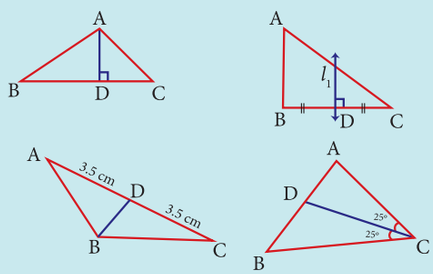
(i) مثلثوں کے تمام قسموں کے لئے، ہندسی مرکز (G) اور درون مرکز (I) مثلث کے اندر ہوگا۔

(ii) عمودی مرکز (H) مثلث حادۃ الزاویہ کے اندر، مثلث منفرجۃ الزاویہ میں باہر اور مثلث قائمۃ الزاویہ میں $90°$ والے راس پر ہوگا۔

(iii) حائط مرکز (S) مثلث حادۃ الزاویہ میں اندر، مثلث منفرجۃ الزاویہ میں باہر اور مثلث قائمۃ الزاویہ میں وتر پر ہوگا،

کوشش کیجئے

ہر ایک مثلث میں درکار قطاع کی قسم پہچانئے۔
(وسطی خط، ارتفاع، عمودی ناصف اور زاویائی ناصف)



(i) AD =_____ (ii) l_1 =_____

(iii) BD =_____ (iv) CD =_____

ذرا سوچئے

1۔ کاغذ کے تہہ کے ذریعے، مثلث مساوی الاضلاع کے ہندسی مرکز، عمودی مرکز، حائط مرکز اور درون مرکز معلوم کیجئے۔
کیا یہ منطبق ہیں؟

2۔ کاغذ کی تہہ کے ذریعے، ایک مثلث کے ہندسی مرکز (G)، عمودی مرکز (H)، حائط مرکز (S) اور درون مرکز (I) معلوم کیجئے۔
H, S, Q اور I کو ملائیے۔ کیا یہ ہم خط ہیں؟

مشق 5.2

1۔ خانہ پر کیجئے۔

(i) اگر ایک مثلث ΔPQR میں $PR^2=PQ^2+QR^2$ ہو تو، ΔPQR مثلث قائمہ کا راس ..... پر ہوگا۔

(ii) اگر ایک مثلث قائمہ کے قدم 'l' اور 'm' ہوں اور 'n' اس کا وتر ہو تو l^2 ، ..... ہوگا۔

(iii) اگر ایک مثلث کے اضلاع 5:12:13 کی نسبت میں ہوں تو وہ مثلث ..... ہوگا۔

(iv) ایک مثلث کے اضلاع کے عمودی ناصف ..... پر ملتے ہیں۔

(v) مثلث کا ہندسی مرکز ہر ایک وسطی خط کو ..... نسبت پر تقسیم کرتا ہے۔

8th maths unit 5 geometry
Thursday, April 16, 2020 3:50:28 PM

2۔ صحیح یا غلط بتائیے۔

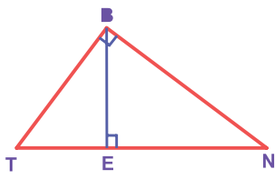
(i) 8,15,17 ایک فیثاغورثی تہرا ہے۔

(ii) ایک مثلث قائمۃ الزاویہ میں وتر سب سے بڑا ضلع ہے۔

(iii) ایک مثلث کے ہندسی مرکز اور درون مرکز مثلث کے اندر واقع ہوتے ہیں۔

(iv) ایک مثلث کے ہندسی مرکز، عمودی مرکز اور درون مرکز ہم خط ہوتے ہیں۔

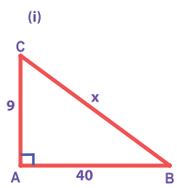
(v) درون مرکز، مثلث کے تمام راسوں سے مساوی فاصلے پر ہے۔

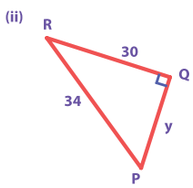


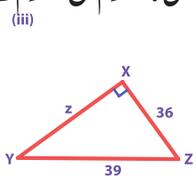
3۔ مسئلہ فیثاغورث کو استعمال کر کے جانچئے کہ، کیا دئے گئے اضلاع مثلث قائمۃ الزاویہ کے ہو سکتے ہیں؟

(i) 8,15,17 (ii) 12,13,15 (iii) 30,40,50 (iv) 9,40,41 (v) 24,45,51

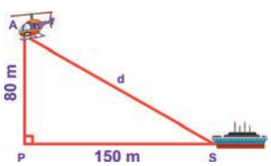
4۔ درج ذیل مثلثوں میں نامعلوم ضلع معلوم کیجئے۔





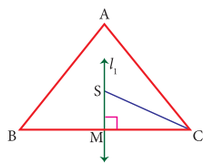


5۔ ایک مثلث مساوی الساقین کے دو مساوی ضلعوں کی لمبائی 13 سم اور قاعدہ 24 کی لمبائی 24 سم ہے۔
اس کی اونچائی (ارتفاع) معلوم کیجئے۔

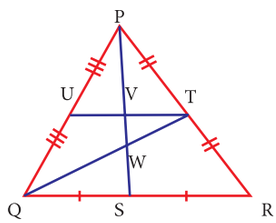


6۔ ہیلی کاپٹر اور جہاز کا درمیانی فاصلہ معلوم کیجئے۔

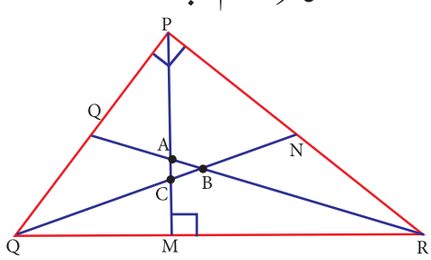
7۔ مثلث ABC میں خط l_1، ABC عمودی ناصف ہے۔
اگر SM = 8 cm, BC = 12 cm ہو تو CS معلوم کیجئے۔



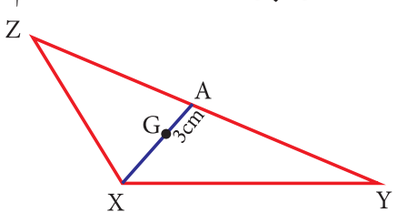
8۔ ΔPQR کے ہندسی مرکز کو پہچانئے۔



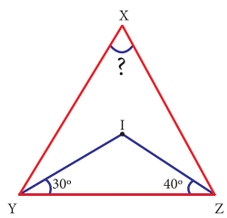
9۔ ΔPQR کے عمودی مرکز کو نام دیجئے۔



10۔ دئے گئے خاکے میں YZ , A کا درمیانی نقطہ ہے
اور مثلث XYZ کا ہندسی مرکز G ہے۔
اگر GA کی لمبائی 3 cm ہو تو XA معلوم کیجئے۔

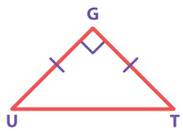


11۔ اگر ΔXYZ کا درون مرکز I ہو اور ∠IYZ=30° اور ∠IZY=40° ہو تو ∠YXZ معلوم کیجئے۔



OE24U

8th maths unit 5 geometry
Thursday, April 16, 2020 3:50:29 PM



Objective Type Questions معروضی سوالات

11۔ اگر ΔGUT قائمۃ الزاویہ والا مثلث مساوی الساقین ہوتو $\angle TUG$ ..... ہے۔

(a) 30° (b) 40° (c) 45° (d) 55°

12۔ ایک مثلث قائمۃ الزاویہ کے دو اضلاع 12 cm اور 16 cm ہوتو اس کا وتر ..... ہے۔

(a) 28*cm* (b) 20*cm* (c) 24*cm* (d) 21*cm*

13۔ مستطیل کی لمبائی 21 cm اور وتر 29 cm اس کا رقبہ ..... مربع سم ہے۔

(a) 609 (b) 580 (c) 420 (d) 210

14۔ اگر قائمۃ الزاویہ والے مثلث مساوی الساقین کا وتر کا مربع $50\ cm^2$ ہے۔ ہر ایک ضلع کی لمبائی .....ہے۔

(a) 25*cm* (b) 5*cm* (c) 10*cm* (d) 20*cm*

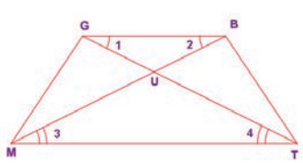
15۔ ایک مثلث قائمۃ الزاویہ کے ضلعوں کی نسبت 5 : 12 : 13 ہے اور اس کا احاطہ 120 اکائیاں ہوتو، اس کے اضلاع ..... ہیں۔

(a) 25, 36, 59 (b) 10,24,26 (c) 36, 39, 45 (d) 20,48,52

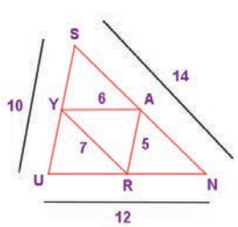
مشق 5.3

Miscellaneous Practice Problems متفرق مشقی سوالات

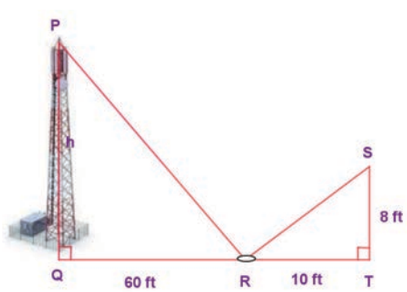
1۔ خاکہ میں $\angle 2 \equiv \angle 1$ اور $\angle 4 \equiv \angle 3$ دیا گیا ہے۔ ثابت کیجئے کہ $\Delta MUG \equiv \Delta TUB$



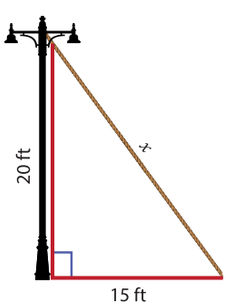
2۔ خاکہ سے ثابت کیجئے کہ $\Delta SUN \sim \Delta RAY$



3۔ کسی مینار کی بلندی کی پیمائش، زمین میں رکھے گئے ایک آئینہ R سے کی جاتی ہے۔ آئینہ کا انعکاس مینار کے اوپری حصہ پر دیکھا جاتا ہے۔ اگر $\Delta PQR \sim \Delta STR$ ہوتو مینار کی بلندی معلوم کیجئے۔



4۔ زمین کی سطح سے ستون کو سہارا دینے کے لئے تار کی لمبائی معلوم کیجئے۔

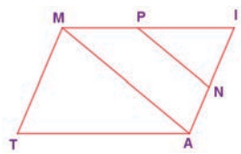


5۔ فاطمہ 25 انچ اسکرین والا ایک LED ٹیلی ویژن خریدتی ہے۔ اگر اس کی اونچائی 7 انچ ہوتو اسکرین کی چوڑائی کتنی ہوگی؟ اس کے TV کا باکس 20 انچ چوڑا ہے۔ کیا یہ TV اس باکس میں بیٹھ سکتا ہے؟

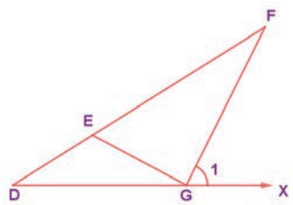
8th maths unit 5 geometry
Thursday, April 16, 2020 3:50:29 PM

Challenging problems تقابلی سوالات

6۔ خاکہ میں $\angle TMA \equiv \angle IAM$ اور $\angle TAM \equiv \angle IMA$
MI کا درمیانی نقطہ P ہے اور AI کا درمیانی نقطہ N ہے۔
ثابت کیجئے کہ $\Delta PIN \sim \Delta ATM$

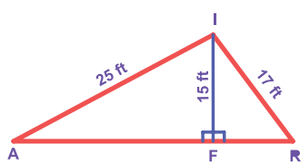


7۔ خاکہ میں اگر $\angle 1 \equiv \angle FEG$ ہو تو ثابت کیجئے کہ
$DG^2 = DE.DF$

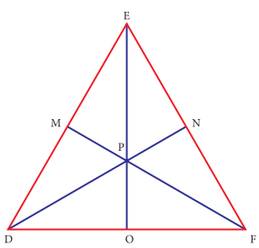


8۔ ایک معین کے وتروں کی لمبائی 12 سم اور 16 سم ہے۔
اس کا احاطہ معلوم کیجئے۔
(اشارہ: ایک معین کے وتروں کی تنصیف، زاویہ قائمہ پر ہوتی ہے)

9۔ خاکہ میں AR معلوم کیجئے۔

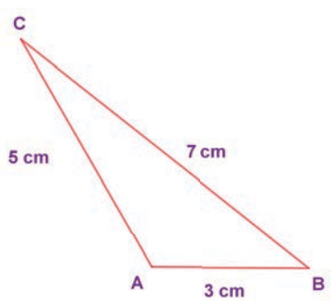


10۔ DDEF میں DN, EO, FM خطوط وسطی ہیں اور نقطہ P اس کا ہندسی مرکز ہے۔ درج ذیل کو معلوم کیجئے۔



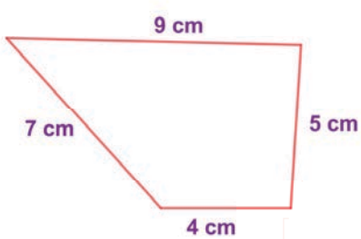
(i) اگر DE=44 ہو تو DM = ?
(ii) اگر PD=12 ہو تو PN = ?
(iii) اگر DO=8 ہو تو FD = ?
(iv) اگر OE=36 ہو تو EP = ?

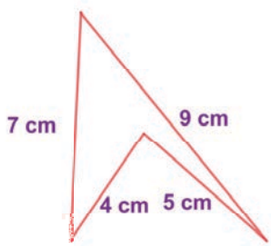
5.10 چار ضلعی کی تصنیف Construction of Quadrilaterals

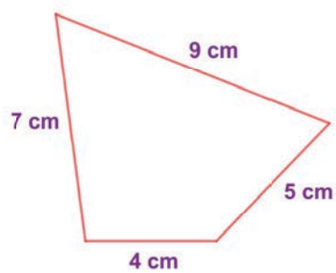


ہم نے پچھلی جماعتوں میں مثلثوں کی تصنیف کس طرح کیا جاتا ہے۔ اس کے بارے میں سیکھا۔ ایک کثیر ضلعی جس میں 3 اضلاع ہوتے ہیں۔ وہ مثلث کہلاتا ہے۔ ایک مثلث کی تصنیف کے لئے ہمیں تین آزاد پیائشوں کی ضرورت پڑتی ہے اور اسی طرح ایک مثلث کو تصنیف کرنے کا صرف ایک طریقہ ہے۔ جب اس کے 3 اضلاع دئے گئے ہوں۔ مثال کے طور پر 3 سم، 5 سم اور 7 سم اضلاع سے مثلث کو تصنیف کرنے کا صرف ایک ہی طریقہ ہے۔

چلئے اب ہم چار ضلعی کی طرف آگے بڑھتے ہیں۔ ایک کثیر ضلعی جو 4 ضلعوں سے مل کر بنتا ہے چار ضلعی کہلاتا ہے۔ لیکن ایک چار ضلعی مختلف شکلوں میں ہوسکتا ہے۔ یہ ضروری نہیں کہ وہ دئے گئے 4 پیائشوں کے لئے یکساں نظر آئے۔ مثال کے طور پر، ذیل میں 4 سم، 5 سم اور 9 سم والے اضلاع کے چار ضلعی شکلیں دی گئی ہیں۔







لہذا، ہمیں ایک مخصوص چار ضلعی تصنیف کرنے کے لئے 5 ویں پیائش کی ضرورت پڑتی ہے۔ وہ اس کا وتر یا ایک زاویہ کی پیائش ہوسکتی ہے۔ اس کے علاوہ، اگر صرف 2 یا 3 اضلاع دئے گئے ہو تو وتروں اور زاویوں کی پیائشوں کو استعمال کر کے ایک چار ضلعی کی تصنیف کر سکتے ہیں۔

8th maths unit 5 geometry
Thursday, April 16, 2020 3:50:30 PM

غور کیجیے:

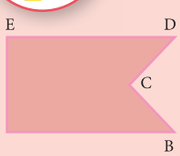
ہم کسی بھی چارضلعی میں ایک وتر کھینچ کر دو مثلثوں میں تقسیم کر سکتے ہیں۔



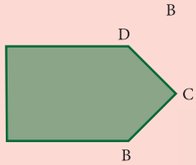
اوپر کے خاکوں میں، ایک چارضلعی کو اس کے وتروں کے ذریعہ دو طریقوں سے تقسیم کیا جاتا ہے۔ لہذا، اگر ایک وتر دیا گیا ہو تو سب سے پہلے دو اضلاع اور ایک وتر کے ذریعہ نچلا مثلث کھینچیں گے اور اس کے بعد اوپری مثلث کو دوسرے دو پیمائشوں کے ذریعہ سے کھینچے گئے۔

کیا تم جانتے ہو؟

(i) ایک کثیرضلعی جس میں کم از کم ایک اندرونی زاویہ 180° سے زیادہ ہو تو اس کو مقعر کثیرضلعی (Concave Polygon) کہتے ہیں۔

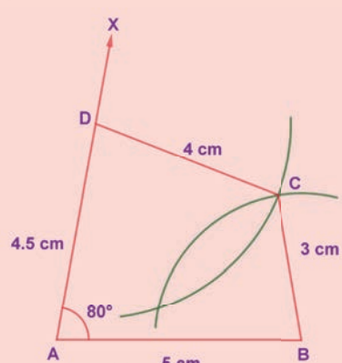


دئے گئے اس کثیرضلعی میں، C پر اندرونی زاویہ 180° سے زیادہ ہے۔

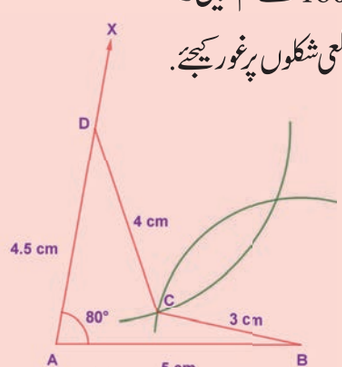


ایک کثیرضلعی جس کا ہر ایک اندرونی زاویہ 180° سے کم ہو، اس کو محدب کثیرضلعی (Convex Polygon) کہتے ہیں۔ اس کثیرضلعی کے تمام اندرونی زاویہ 180° سے کم ہیں۔

(ii) ذیل کے چارضلعی شکلوں پر غور کیجیے.



محدب چارضلعی

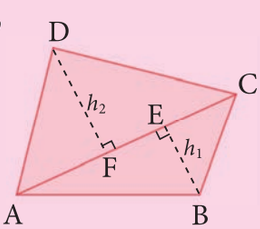


مقعر چارضلعی

جب کہ ہم ایک چارضلعی کو دو طریقوں سے تصنیف کر سکتے ہیں جیسا کہ اوپر دکھایا گیا ہے۔ ہم اب باب میں مقعر چارضلعی کے بارے میں نہیں دیکھیں گے۔ لہذا، ہم صرف محدب چارضلعی کی تصنیف کے بارے میں سیکھیں گے۔

غور کیجیے

دئے گئے چارضلعی ABCD پر غور کیجیے، جس میں AC ایک وتر (d)، پر $BE(h_1)$ اور $DF(h_2)$، B اور D، دو اس وتر AC پر دو عمود ہیں۔



$$\text{چارضلعی ABCD کا رقبہ} = \Delta ABC \text{ کا رقبہ} + \Delta ACD \text{ کا رقبہ}$$

$$= \frac{1}{2} \times AC \times BE + \frac{1}{2} \times AC \times FD$$

$$= \frac{1}{2} \times d \times h_1 + \frac{1}{2} \times d \times h_2 = \frac{1}{2} \times d \times (h_1 + h_2) \text{ sq.units.}$$

8th maths unit 5 geometry
Thursday, April 16, 2020 3:50:31 PM

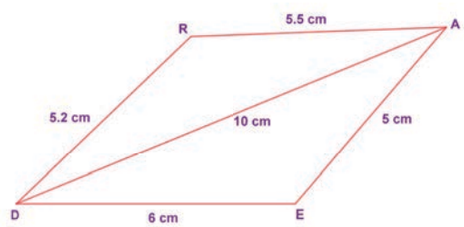
اب ہم چار ضلعی کی تصنیف کے چند قسمیں دیکھیں گے۔ جب اس کے

i۔ 4 اضلاع اور ایک وتر دئے گئے ہوں۔
ii۔ 3 اضلاع اور 2 وتریں دئے گئے ہوں۔
iii۔ 4 اضلاع اور 2 زاویے دئے گئے ہوں۔
iv۔ 3 اضلاع اور 2 زاویے دئے گئے ہوں۔
v۔ 2 اضلاع اور 3 زاویے دئے گئے ہوں۔

5.10.1 جب چار ضلعے اور ایک وتر دئے گئے ہوں تو ایک چار ضلعی کی تصنیف

Constructing a quadrilateral when its 4 sides and a diagonal are given

مثال 5.21 ایک چار ضلعی DEAR کی تصنیف کیجئے جس میں DE=6 سم، AR=5.5, EA=5 سم
RD=5.2 سم اور DA=10 سم ہوں۔ اس کا رقبہ بھی معلوم کیجئے



خام خاکہ

دیا گیا ہے
$DE = 6\ cm, EA = 5\ cm, AR = 5.5\ cm,$
$DA = 10\ cm$ اور ایک وتر $RD = 5.2\ cm$

حل:

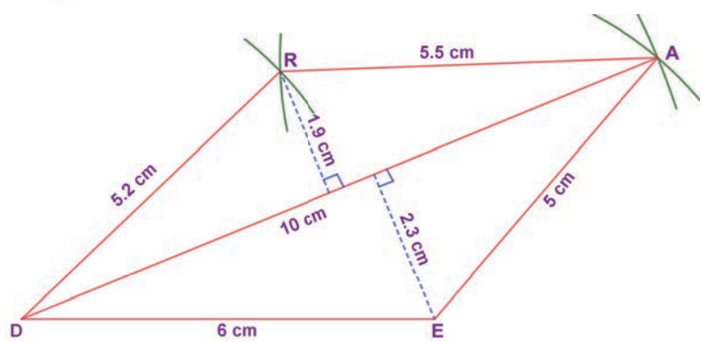


Fig. 5.40

مرحلے :

1۔ DE=6 سم ایک قطاع خط کھینچئے۔
2۔ D اور E کو مرکز مان کر بالترتیب 10 سم اور 5 سم نصف قطریں لے کر قوسین کھینچئے، انہیں A پر کاٹنے دیجئے۔
3۔ DA اور EA کو ملائیے۔
4۔ D اور A کو مرکز مان کر بالترتیب 5.2 سم اور 5.5 سم نصف قطریں لے کر قوسین کھینچئے اور انہیں R پر کاٹنے دیجئے۔
5۔ DR اور AR کو ملائیے۔
6۔ DEAR مطلوبہ چار ضلعی ہے۔

رقبہ محسوب کرنا

چار ضلعی DEAR کا رقبہ $= \frac{1}{2} \times d \times (h_1 + h_2)\ sq.\ units$

$= \frac{1}{2} \times 10 \times (1.9 + 2.3)$

$= 5 \times 4.2 = 21$ مربع اکائیاں

8th maths unit 5 geometry
Thursday, April 16, 2020 3:50:32 PM

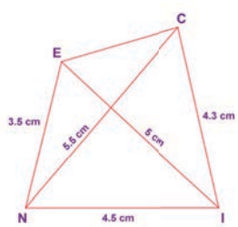
5.10.2 جب 3 ضلعے اوردووتریں دئے گئے ہوں تو چارضلعی کی تصنیف

Construct a quadrilateral when its 3 sides and 2 diagonals are given

مثال 5.22 ایک چارضلعی NICE کی تصنیف کیجئے جس میں NE=305cm, IC=4.3cm,NI=4.5cm ہوں، اس کا رقبہ بھی معلوم کیجئے۔
NC=5.5cm, اور IE=5cm

حل:

دیا گیا ہے:
$NI = 4.5\ cm, IC = 4.3\ cm,$
اور دو وتریں $NE = 3.5\ cm$
$NC = 5.5\ cm$ اور $IE = 5\ cm$



خام خاکہ

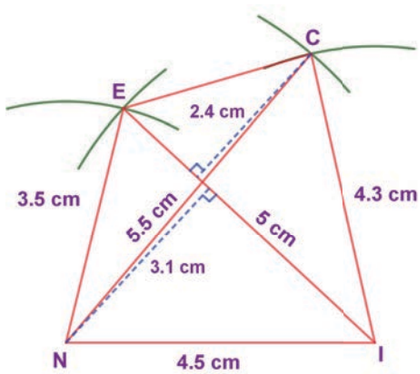


Fig. 5.41

مرحلے

1۔ NI = 4.5cm ایک قطاع کھینچئے۔

2۔ N اور I کو مرکز مان کر بالترتیب 5.5cm اور 4.3cm نصف قطر لے کر دو قوسین کھینچئے اور انہیں C پر کاٹنے دیجئے

3۔ NC اور IC کو ملائیے۔

4۔ N اور I کو مرکز مان کر بالترتیب 3.5cm اور 5cm نصف قطریں لے کر دو قوسین کھینچئے اور انہیں E پر کاٹنے دیجئے۔

5۔ IE , NE اور CE کو ملائیے۔

6۔ NICE مطلوبہ چارضلعی ہے۔

رقبہ محسوب کرنا

چارضلعی کا رقبہ $NICE = \frac{1}{2} \times d \times (h_1 + h_2)$ مربع اکائیاں

$= \frac{1}{2} \times 5 \times (2.4 + 3.1)$

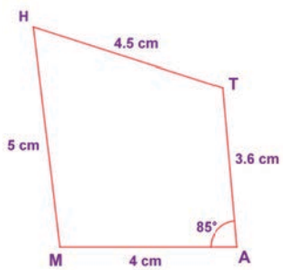
$= 2.5 \times 5.5 = 13.75\ cm^2$

8th maths unit 5 geometry
Thursday, April 16, 2020 3:50:32 PM

5.10.3 جب چار ضلعے اور ایک زاویہ دیا گیا ہو تو ایک چار ضلعی کی تصنیف

Construct a quadrilateral when its 4 sides and one angle are given

مثال 5.23 ایک چار ضلعی MATH کی تصنیف کیجئے جس میں MH=5cm, TH=4.5cm, AT=3.6cm, MA=4cm اور $\angle A=85°$ ہوں، اس کا رقبہ معلوم کیجئے



خام خاکہ

حل:

دیا گیا ہے

$MA=4\ cm,\ AT=3.6\ cm,$

$TH=4.5\ cm, MH=5\ cm$ and $\angle A=85°$

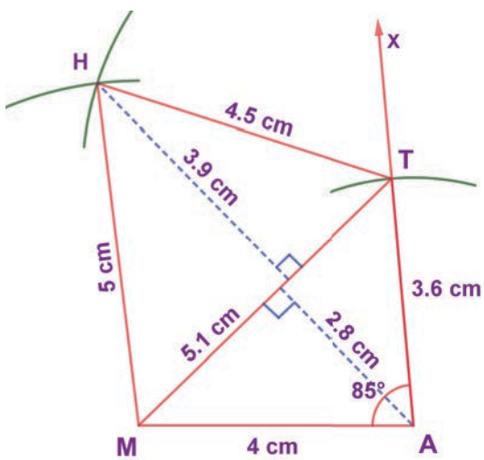


Fig. 5.42

مرحلے:

1۔ MA=4cm ایک قطاع خط کھینچئے

2۔ $\angle A=85°$ بنائیے۔

3۔ A کو مرکز مان کر 3.5cm نصف قطر والا ایک قوس کھینچئے۔ یہ شعاع AX کو T پر قطع کریں۔

4۔ M اور T کو مرکز مان کر بالترتیب 5cm اور 4.5cm نصف قطریں لے کر دو قوسین کھینچئے اور انہیں H پر کاٹنے دیجئے۔

5۔ MH اور TH کو ملائیے۔

6۔ MATH مطلوبہ چار ضلعی ہے۔

رقبہ محسوب کرنا

چار ضلعی کا رقبہ $MATH = \frac{1}{2}\times d\times(h_1+h_2)\ sq.\ units$

$= \frac{1}{2}\times 5.1\times(3.9+2.8)$

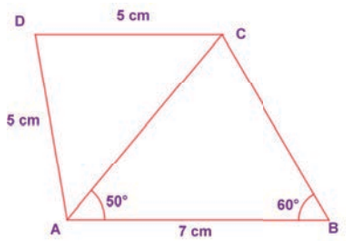
$= 2.55 \times 6.7 = 17.09\ cm^2$

8th maths unit 5 geometry
Thursday, April 16, 2020 3:50:33 PM

5.10.4 جب 3 ضلعے اور 2 زاویے دئے گئے ہوں تو چارضلعی کی تصنیف۔

Construct a quadrilateral when its 3 sides and 2 angles are given

مثال 5.24 ایک چارضلعی ABCD تصنیف کیجئے جس میں $AB=7cm, AD=5cm, CD=5cm, \angle BAC=50^\circ$ اور $\angle ABC=60^\circ$ ہوں اس کا رقبہ بھی معلوم کیجئے۔



خام خاکہ

حل:

دیا گیا ہے

$AB=7\ cm,\ AD=5\ cm,\ CD=5\ cm$

اور دو زاویے، $\angle BAC=50^\circ$

$\angle ABC=60^\circ$

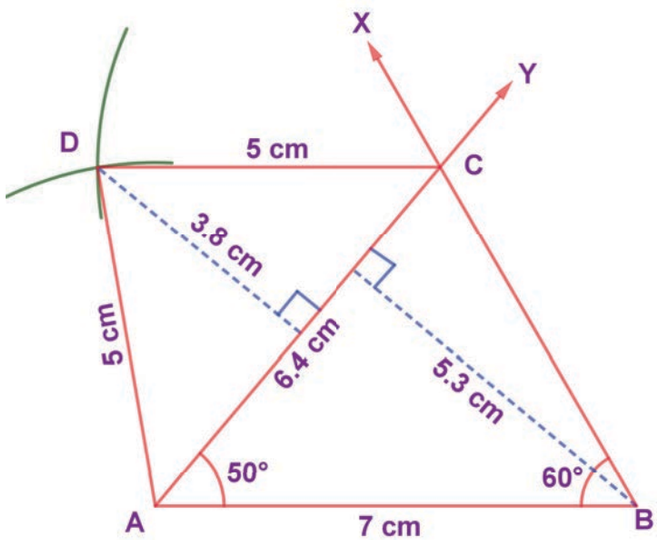


Fig. 5.43

مرحلے :

1. AB=7cm والی قطاع خط کھینچئے۔
2. خط AB کے مقام A پر $\angle BAY=50^\circ$ بنائیے اور خط AB کے مقام B پر $\angle ABX=60^\circ$ بنائیے، دونوں کو D پر ملتے ہیں۔
3. A اور C کو مرکز مان کر بالترتیب 5cm اور 5cm نصف قطریں لے کر دو قوسیں کھینچئے۔ انہیں D پر کاٹنے دیجئے
4. AD اور CD کو ملاؤ۔
5. ABCD مطلوبہ چارضلعی ہے

رقبہ محسوب کرنا

چارضلعی کا رقبہ $ABCD = \frac{1}{2}\times d\times(h_1+h_2)\ sq.\ units$

$= \frac{1}{2}\times 6.4\times(3.8+5.3)$

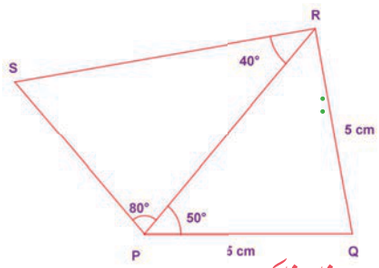
$= 3.2\times 9.1 = 29.12\ cm^2$

8th maths unit 5 geometry
Thursday, April 16, 2020 3:50:34 PM

5.10.5 جب 2 ضلعے اور 3 زاویے دیے گئے ہوں تو چار ضلعی کی تصنیف

Construct a quadrilateral when its 2 sides and 3 angles are given

مثال 5.25 ایک چار ضلعی PQRS تصنیف کیجئے جس میں PQ=QR=5cm، ∠QPR=50°، ∠PRS=40° اور ∠RPS=80° ہوں اس کا رقبہ بھی معلوم کیجئے۔



خام خاکہ

حل

دیا گیا ہے:
$PQ = 5\ cm,\ QR = 5\ cm,\ \angle QPR = 50°,$
$\angle PRS = 40°$ and $\angle RPS = 80°$

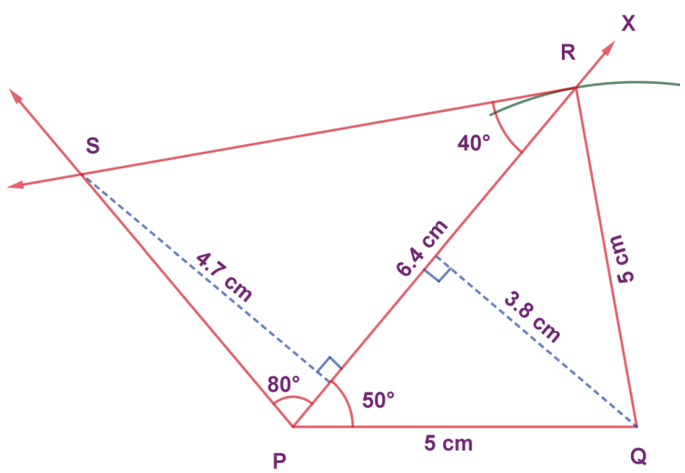


Fig. 5.44

مرحلے:

1۔ PQ=5cm والی ایک قطاع خط کھینچئے۔

2۔ خط PQ کے مقام پر ∠QPX=50° بنائیے۔

3۔ Q کو مرکز مان کر 5cm نصف قطر والا قوس کھینچئے جو PX کو R پر قطع کرے۔

4۔ خط PR کے مقام R سے ∠PRS=40° بنائیے اور خط PR کے مقام P سے ∠RPS=80° بنائیے۔
انہیں S پر قطع کرنے دیجئے۔

5۔ PQRS مطلوبہ چار ضلعی ہے۔

رقبہ محسوب کرنا

چار ضلعی کا رقبہ $PQRS = \frac{1}{2} \times d \times (h_1 + h_2)\ sq.\ units$

$= \frac{1}{2} \times 6.4 \times (4.7 + 3.8)$

$= 3.2 \times 8.5 = 27.2\ cm^2$

8 Maths UM 20-21 final 192
Thursday, January 19, 2023 1:07:47 PM

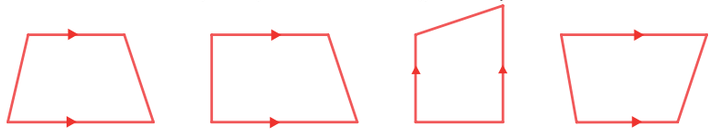
ذرا سوچئے

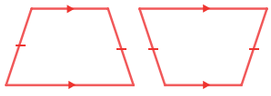
کیا ایک چار ضلعی PQRS جس میں PQ=5سم، QR=3 سم، RS=6سم، PS=7سم، اور PR=10سم
ان پیمائشوں سے تصنیف کرنا ممکن ہے؟ اگر نہیں تو کیوں؟

5.11 منحرفوں کی تصنیف Construction of Trapeziums

پہلی میعاد میں ہم نے چار ضلعی کو کس طرح تصنیف کیا جا سکتا ہے اس کو سیکھا تھا۔ چار ضلعی تصنیف کرنے کے لئے تمہیں کتنی پیمائشوں کی ضرورت پڑتی ہے؟ 5 پیمائشوں کی ضرورت پڑتی ہے چلئے اب ہم مخصوص چار ضلعی کی تصنیف کریں گے جس میں 5 پیمائشوں سے بھی کم کی ضرورت پڑے گی۔ چار ضلعی کے اضلاع اور زاویوں کے خاصیت کی بنیاد پر یہ مخصوص نام دئے جاتے ہیں جیسے منحرف، متوازی الاضلاع، معین، مستطیل، مربع اور پتنگ۔ اب تم منحرفوں کو کس طرح تصنیف کیا جا سکتا ہے اس کو سیکھو گے۔

ایک چار ضلعی جس میں مقابل کے ضلعوں کی ایک جوڑی متوازی ہو تو اس کو منحرف کہتے ہیں۔ ایک منحرف کو تصنیف کرنے کے لئے متوازی ضلعوں میں سے ایک ضلع کو قاعدہ کے طور کھینچئے، اس قاعدہ کی بنیاد پر 2 مزید پیمائشوں سے ایک مثلث تصنیف کیجئے۔ اب، اس مثلث کے راس کے ذریعہ، متوازی خط کی تصنیف کیجئے جو اس مثلث قاعدہ کے مقابل اور متوازی ہوں جیسا کہ چوتھا راس اس متوازی خط پر ہوں۔ باقی کے پیمائشوں کو نشان کیجئے۔ ہمیں منحرف کی تصنیف کے لئے چار آزاد پیمائشوں کی ضرورت پڑتی ہے۔ دی گئی شکلیں منحرف کی مثالیں ہیں۔





غور کیجئے: اوپر کی شکلوں پر تیر کا نشان متوازی ضلعوں کی رہنمائی کرتا ہے۔

اگر ایک منحرف کے غیر متوازی اضلاع لمبائی میں، مساوی اور اس کا ایک قاعدہ پر مساوی زاویے بناتے ہیں تو اس کو **منحرف مساوی الساقین** Isosceles trapezium کہتے ہیں.

کوشش کیجئے:

1۔ منحرف کا رقبہ ..... ہے۔
2۔ ایک منحرف میں متوازی ضلعوں کے درمیانی فاصلہ کو ..... کہتے ہیں۔
3۔ اگر ایک منحرف کی اونچائی اور متوازی ضلعے بالترتیب 5 cm، 7 cm اور 5 cm ہیں تو اس کا رقبہ ..... ہے۔
4۔ ایک منحرف کی تصنیف کے لئے ..... پیمائشیں کافی ہیں۔
5۔ کسی منحرف مساوی الساقین میں، غیر متوازی ضلع لمبائی میں ..... ہوتے ہیں۔
6۔ اگر رقبہ اور متوازی ضلعوں کا حاصل جمع بالترتیب $60\ cm^2$ اور 12 cm ہو تو اس کی اونچائی..... ہے۔

مندرجۂ ذیل پیمائشوں سے ہم منحرف کی تصنیف کرتے ہیں۔

(i) تین ضلعے اور ایک وتر (2) تین ضلعے اور ایک زاویہ
(3) دو ضلعے اور دو زاویئے (4) چار ضلعے

8th maths unit 5 geometry
Thursday, April 16, 2020 3:50:35 PM

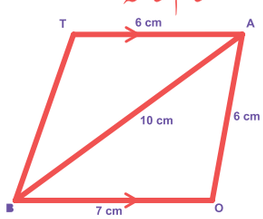
5.11.1 جب تین ضلعے اور ایک وتر کے معطیات دیے گئے ہوں تو منحرف کی تصنیف

Constructing a trapezium when its three sides and one diagonal are given:

مثال 5.26

منحرف $BOAT$ تصنیف کیجئے جس میں $\overline{BO}$ متوازی ہے $\overline{TA}$ کے، $BA = 10$ cm , $OA = 6$ cm, $BO = 7$ cm اور $TA = 6$ cm ہیں اور رقبہ بھی معلوم کیجئے۔

خام خاکہ



حل:

دیا گیا ہے،

$BO=7cm$, $OA=6cm$, $BA=10cm$,

$\overline{BO} \parallel \overline{TA}$ اور $TA=6cm$

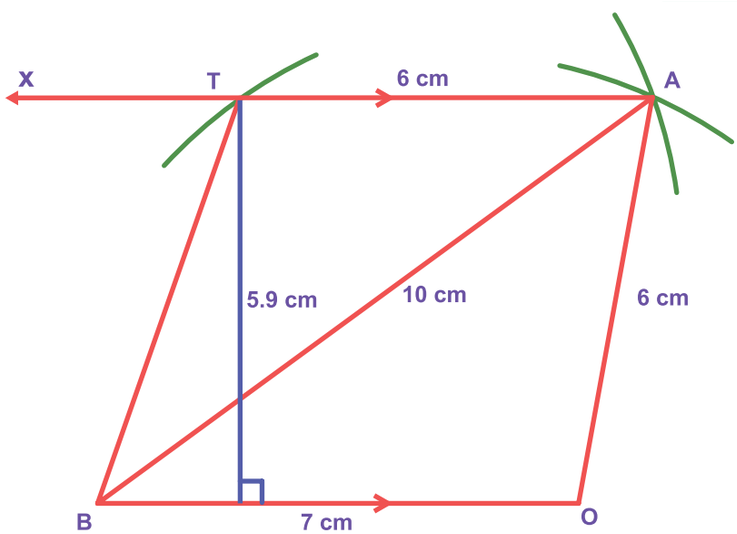


Fig. 5.45

مرحلے Steps:

1۔ $BO = 7$ cm ایک قطاع خط کھینچئے۔

2۔ B اور O کو مرکز مان کر بالترتیب 10 cm اور 6 cm نصف قطریں لے کر دو قوسیں A پر کاٹئے۔

3۔ BA اور OA کو ملائیے۔

4۔ BO کے متوازی AX کھینچئے۔

5۔ A کو مرکز مان کر 6 cm نصف قطر لے کر AX پر ایک قوس کو T پر کاٹئے۔

6۔ BT کو ملائیے۔ $BOAT$ مطلوبہ منحرف ہے۔

رقبہ محسوب کرنا

منحرف $BOAT$ کا رقبہ $= \frac{1}{2} \times h \times (a + b)$ مربع اکائیاں

$= \frac{1}{2} \times 5.9 \times (7 + 6) = 38.35$ مربع سم

8th maths unit 5 geometry
Thursday, April 16, 2020 3:50:35 PM

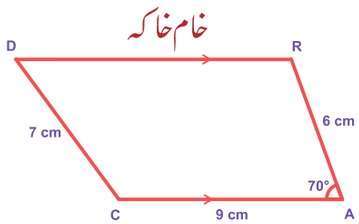
5.11.2 جب منحرف کے تین ضلعے اور ایک زاویہ دئے گئے ہو تو اس کی تصنیف

Constructing a trapezium when its three sides and one angle are given:

مثال 5.27 منحرف $CARD$ کی تصنیف کیجئے جس میں $\overline{CA}$ متوازی ہے $\overline{DR}$ سے،

$CA = 9cm$, $\angle CAR = 70^{\circ}$, $AR = 6$ cm اور $CD = 7$ cm ہیں۔اس کا بھی رقبہ معلوم کیجئے۔

حل:



دیا گیا ہے

$CA = 9cm$, $\angle CAR = 70^{\circ}$ $AR = 6cm$,

$\overline{CA} \parallel \overline{DR}$ اور $CD = 7$ cm

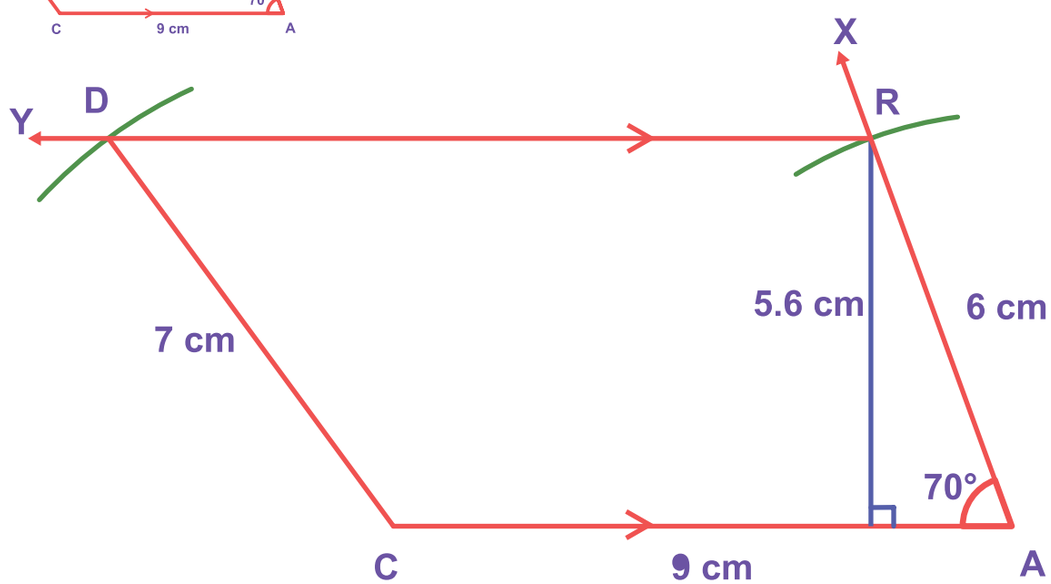


Fig. 5.46

مرحلے (Steps)

1۔ $CA = 9$ cm ایک قطاع خط کھینچئے۔

2۔ A پر زاویہ $\angle CAX = 70^{\circ}$ تصنیف کیجئے۔

3۔ A کو مرکز مان کر 6 cm نصف قطر لے کر AX پر ایک قوس بنائیے جو R کو قطع کرے۔

4۔ CA کے متوازی RY کھینچئے۔

5۔ C کو مرکز مان کر 7 cm نصف قطر لے کر RY پر ایک قوس بنائیے جو D پر قطع کرے۔

6۔ CD کو ملائیے۔ $CARD$ مطلوبہ منحرف ہے۔

رقبہ محسوب کرنا :

منحرف $CARD$ کا رقبہ $= \frac{1}{2} \times h \times (a + b)$ مربع اکائیاں

$= \frac{1}{2} \times 5.6 \times (9 + 11) = 56$ مربع سم

8th maths unit 5 geometry
Thursday, April 16, 2020 3:50:35 PM

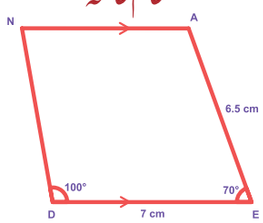
5.11.3 جب منحرف کے دو ضلعے اور دو زاویے دیے گئے ہوں تو منحرف کی تصنیف

Constructing a trapezium when its two sides and two angles are given:

مثال 5.28 منحرف $DEAN$ کی تصنیف کیجئے جس میں $\overline{DE}$ متوازی ہے $\overline{NA}$ سے۔

$DE = 7$ cm, $EA = 6.5$ cm, $\angle EDN = 100^\circ$ اور $\angle DEA = 70^\circ$ ہیں۔اس کا رقبہ بھی معلوم کیجئے۔

خام خاکہ



حل:

دیا گیا ہے

$DE=7cm$, $EA=6.5cm$ $\angle EDN = 100^\circ$

$\overline{DE} \parallel \overline{NA}$ اور $\angle DEA = 70^\circ$

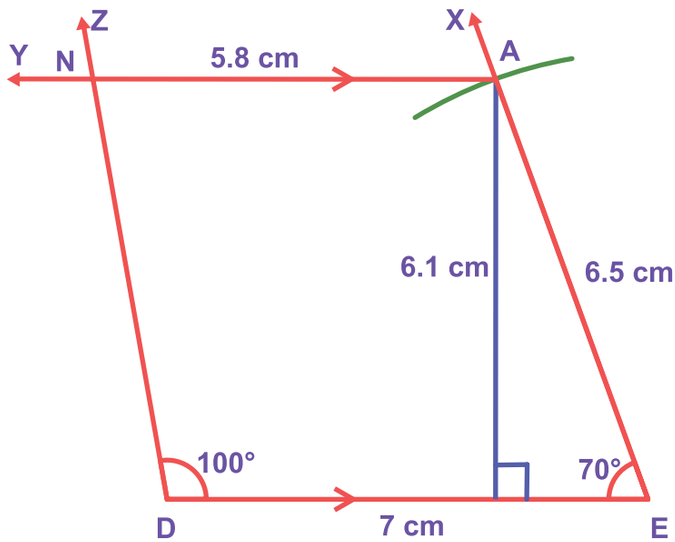


Fig. 5.47

مرحلے (Steps)

1۔ $DE = 7$cm ایک قطاع خط کھینچئے۔

2۔ E پر ایک زاویہ $\angle DEX = 70^\circ$ بنائیے۔

3۔ E کو مرکز مان کر 6.5 cm نصف قطر لے کر EX ایک قوس بنائیے جو A پر قطع کرے۔

4۔ DE کے متوازی AY کھینچئے۔

5۔ D پر ایک زاویہ $\angle EDZ = 100^\circ$ بنائیے جو AY کو N پر کاٹے۔

6۔ DEAN مطلوبہ منحرف ہے۔

رقبہ محسوب کرنا

منحرف $DEAN$ کا رقبہ $= \frac{1}{2} \times h \times (a + b)$ مربع اکائیاں

$= \frac{1}{2} \times 6.1 \times (7 + 5.8) = 39.04$ مربع سم

8th maths unit 5 geometry
Thursday, April 16, 2020 3:50:35 PM

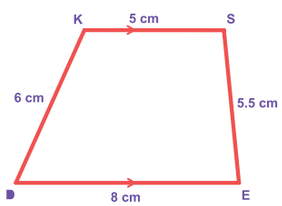
5.11.4 جب منحرف کے چاروں اضلاع دئے گئے ہو تو منحرف کی تصنیف کرنا

Constructing a trapezium when its Four sides are given:

مثال 5.29 منحرف $DESK$ کی تصنیف کیجئے جس میں $\overline{DE}$ کے متوازی $\overline{KS}$ ہوں، $KS = 5$ cm, $ES = 5.5$ cm, $DE = 8$ cm اور $KD = 6$ cm ہیں۔اس کا رقبہ بھی معلوم کیجئے۔

حل:

خام خاکہ



دیا گیا ہے

$DE=8cm$, $ES=5.5cm$, $KS=5cm$,

$\overline{DE} \parallel \overline{KS}$ اور $KD=6cm$

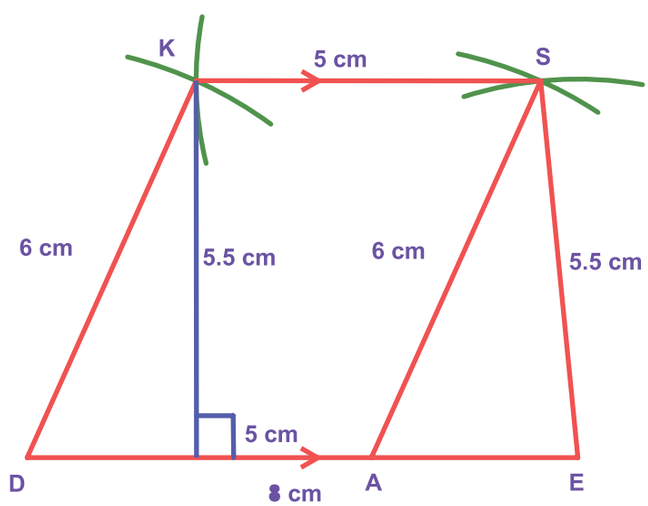


Fig. 5.48

مرحلے:

1۔ $DE = 8$ cm ایک قطاع خط کھینچئے۔

2۔ DE پر نقطہ A اس طرح نشان کیجئے کہ $DA = 5$ cm ہو۔

3۔ A اور E کو مرکز مان کر 6 cm اور 5.5 cm کے نصف قطریں کے قوسیں بالترتیب کھینچئے جو دونوں S پر قطع کرے۔ AS اور AE کو ملائیے۔

4۔ D اور S کو مرکز مان کر 6 cm اور 5 cm کے نصف قطریں کے قوسیں بالترتیب کھینچئے جو دونوں k پر قطع کرے، DK اور KS کو ملائیے۔

5۔ $DESK$ مطلوبہ منحرف ہے۔

رقبہ محسوب کرنا :

منحرف $DESK$ کا رقبہ = $\frac{1}{2} \times h \times (a+b)$ مربع اکائیاں

$= \frac{1}{2} \times 5.5 \times (8+5) = 35.75$ مربع سم

8th maths unit 5 geometry
Thursday, April 16, 2020 3:50:36 PM

مشق 5.4

I. مندرجۂ ذیل میں دئے گئے پیمائشوں کی مدد سے چارضلعی کی تصنیف کیجئے اوران کے رقبہ کو معلوم کیجئے۔

1. ABCD, AB = 5 cm, BC = 4.5 cm, CD = 3.8 cm, DA = 4.4 cm and AC= 6.2 cm.
2. PLAY, PL= 7 cm, LA = 6 cm, AY= 6 cm, PA = 8 cm and LY = 7 cm.
3. PQRS, PQ=QR= 3.5 cm, RS= 5.2 cm, SP = 5.3 cm and $\angle Q = 120$.
4. MIND, MI =3.6 cm, ND = 4 cm, MD= 4 cm, $\angle M = 50°$ and $\angle D = 100°$.
5. AGRI, AG= 4.5 cm, GR = 3.8 cm, $\angle A = 60°$, $\angle G = 110°$ and $\angle R = 90°$.

II. درج ذیل میں دئے گئے پیمائشوں سے منحرفوں کی تصنیف کیجئے اوران کے رقبے بھی معلوم کیجئے۔

1۔ $AIMS$ میں $AI=6cm$, $IM=5cm$, $AM=9cm$ اور $\overline{AI} \parallel \overline{SM}$, $MS=6.5\ cm$.

2۔ $CUTE$ میں $CU=7cm$, $\angle UCE = 80°$ $CE=6cm$ اور $\overline{CD} \parallel \overline{ET}$, $TE=5\ cm$.

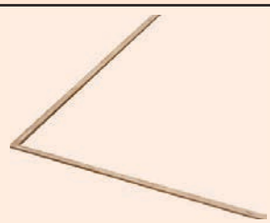
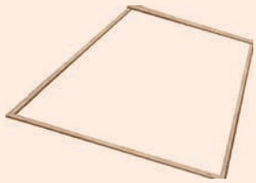
3۔ $ARMY$ میں $AR=7cm$, $RM=6.5cm$ $\angle RAY = 100°$ اور $\overline{AR} \parallel \overline{YM}$, $\angle ARM = 60°$

4۔ $CITY$ میں $CI=7cm$, $IT=5.5cm$, $TY=4cm$ اور $\overline{CI} \parallel \overline{YT}$, $YC=6\ cm$.

5.12 مخصوص چارضلعی کی تصنیف (Construction of Special Quadrilaterals)

چارضلعی کی تصنیف سیکھنے سے پہلے، ان کے بنیادی خصوصیات کا اعادہ کرنا ضروری ہے جو ہمیں تصنیف کے دوران کارآمد ہوں گے۔ چند کارروائیوں کو مکمل کرکے انہیں جمع کرنے کے ذریعے ہم اس تصنیف پر کوشش کریں گے۔

کارروائی

	
1۔ ایک جوڑی غیر مساوی کاڑیاں (مثلاً جھاڑو کی کاڑیاں لیجئے۔ اس طرح کہ ان دنوں کے کنارے کے نقاط ایک کنارے پر ملتے ہوں۔	2۔ اب اس طرح کے ایک اور جوڑی پہلے کے جوڑی کے آزاد کناروں پر لیجئے۔

احاطہ شدہ نقشہ کیا ہے؟ کیا یہ چارضلعی ہے؟ اسے $ABCD$ نام دیجئے۔
اس میں کتنے اضلاع ہیں؟ اس کے وتر کیا ہیں؟ کیا وتر مساوی ہیں؟ کیا زاویے مساوی ہیں؟

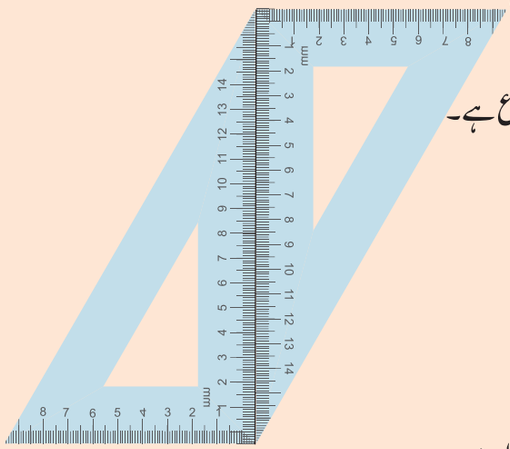
اوپر کی کارروائی میں کیا ہمیں ایک چارضلعی حاصل ہوتا ہے جس میں

(i) چاروں زاویے زاویہ حادہ ہیں۔
(ii) کوئی دو زاویے زاویہ منفرجہ ہیں۔
(iii) کوئی دو زاویے زاویہ قائمہ ہیں۔
(iv) کوئی ایک زاویہ زاویہ منفرجہ ہے۔
(v) کوئی ایک زاویہ زاویہ قائمہ ہے۔
(vi) وتر باہم $\perp$ ہیں۔

8th maths unit 5 geometry
Thursday, April 16, 2020 3:50:36 PM

کارروائی

1۔ $30° - 60° - 90°$ والے متشابہ گنئے (Set Squares) کی ایک جوڑی اس کارروائی کے لئے درکار ہیں۔



(i) ہمیں حاصل ہونے والی شکل کیا ہے؟ یہ ایک متوازی الاضلاع ہے۔

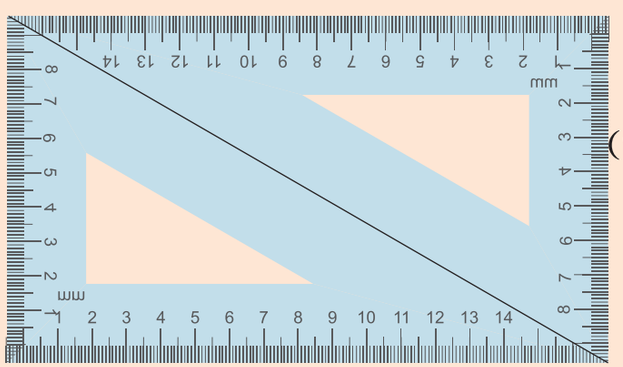
(ii) کیا مقابل کے الاضلاع مساوی ہیں؟

(iii) کیا مقابل کے الاضلاع متوازی ہیں؟

(iv) کیا وتر مساوی ہیں؟

(v) کیا تمہیں یہ شکل کوئی دوسرے متشابہ گنئے کی جوڑی کو استعمال کر کے حاصل ہوسکتا ہے؟

2۔ $30° - 60° - 90°$ متشابہ گنئے کی ایک جوڑی اس کارروائی کے لئے ضرورت ہے۔ انہیں دئے گئے خاکے میں بتائے گئے ترتیب پر جوڑیئے۔



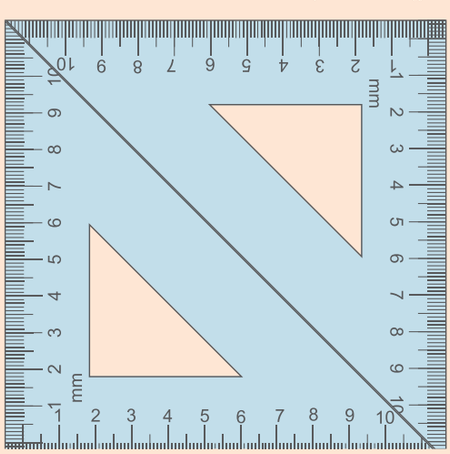
(i) ہمیں حاصل ہونے والی شکل کیا ہے؟

(ii) کیا یہ ایک متوازی الاضلاع ہے؟
یہ ایک چار ضلعی ہے؛ یہ ایک مستطیل ہے (کیسے؟)

(iii) اس کے اضلاع، زاویے اور وتر کی لمبائیوں کے بارے میں ہم کیا کہہ سکتے ہیں؟

(iv) بحث کر کے ان کی فہرست بنایئے۔

3۔ اوپر کی کارروائی کو دہرایئے، اس مرتبہ $90° - 40° - 45°$ کے گنئے کی ایک جوڑی لیجئے۔



(i) اب یہ شکل کس طرح تبدیل ہوتی ہے؟
کیا یہ ایک متوازی الاضلاع ہے؟
یہ ایک مربع بنتا ہے! (یہ کیسے حاصل ہوگا؟)

(ii) اس کے اضلاع، زاویے اور وتر کی لمبائیوں کے بارے ہم کیا کہہ سکتے ہیں؟
بحث کر کے ان کی فہرست بنایئے۔

(iii) یہ کس طرح ہمارے مستطیل کے لئے تیار کردہ فہرست سے مختلف ہوتا ہے؟

8th maths unit 5 geometry
Thursday, April 16, 2020 3:50:37 PM

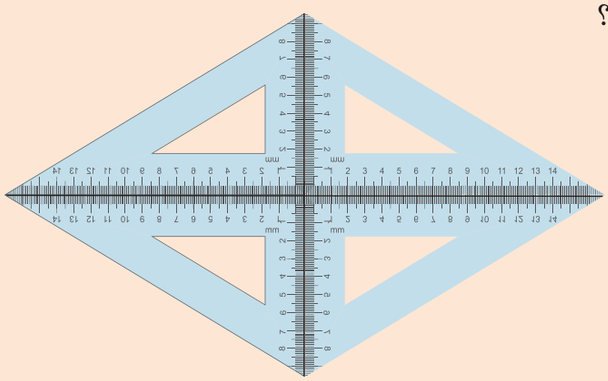
کارروائی

4۔ ہم دوبارہ اس کارروائی کے لئے $30°$-$60°$-$90°$ کے گنئے کی ایک جوڑی لیجئے۔

(i) کیا اب ہمیں ایک متوازی الاضلاع حاصل ہوتا ہے؟

(ii) اس کے اضلاع، زاویے اور وتر کی لمبائیوں کے بارے ہم کیا کہہ سکتے ہیں؟

(iii) ان کے وتروں کے بارے میں کیا خاص بات ہے؟



اوپر کی کارروائیوں کے نتیجہ کی بنیاد پر ہم اوپر کے چار ضلعوں کے مختلف خصوصیات کی فہرست بنا سکتے ہیں، یہ تمام چار ضلعی اتفاق سے متوازی الاضلاع بنتے ہیں۔

خصوصی متوازی الاضلاع	تمام اضلاع	تمام زاویے	مقابل اضلاع		تمام زاویے	مقابل زاویے	وتر	
	مساوی	مساوی	مساوی	متوازی	$90°$	متمم	زاویہ قائمہ ایک دوسرے کی تنصیف کرتے ہیں۔	ایک دوسرے پر قطع کرتے ہیں۔
(i) متوازی الاضلاع	کبھی کبھار	کبھی کبھار	ہمیشہ	ہمیشہ	کبھی کبھار	کبھی کبھار	ہمیشہ	کبھی کبھار
(ii) معین	ہمیشہ	کبھی کبھار	ہمیشہ	ہمیشہ	ہمیشہ	کبھی کبھار	ہمیشہ	ہمیشہ
(iii) مستطیل	کبھی کبھار	ہمیشہ	ہمیشہ	ہمیشہ	ہمیشہ	ہمیشہ	ہمیشہ	کبھی کبھار
(iv) مربع	ہمیشہ	ہمیشہ	ہمیشہ	ہمیشہ	ہمیشہ	ہمیشہ	ہمیشہ	ہمیشہ

8th maths unit 5 geometry
Thursday, April 16, 2020 3:50:37 PM

کوشش کیجئے

1۔ صحیح یا غلط بتائیے۔

(a) مربع ایک مخصوص مستطیل ہے۔

(b) مربع ایک متوازی الاضلاع ہے۔

(c) مربع ایک مخصوص معین ہے۔

(d) مستطیل ایک متوازی اضلاع ہے۔

2۔ چار ضلعی کے نام بتائیے۔

(a) چار ضلعی جس میں وتر ایک دوسرے کو تنصیف کرتے ہیں۔

(b) چار ضلعی جس میں وتر ایک دوسرے کے عمودی ناصف ہوتے ہیں۔

(c) چار ضلعی جس میں وتر مختلف لمبائیاں رکھتے ہیں۔

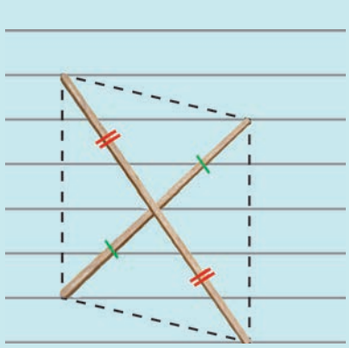
(d) چار ضلعی جس میں وتر مساوی ہوتے ہیں۔

(e) چار ضلعی جس میں مقابل کے اضلاع متوازی ہوتے ہیں۔

(f) چار ضلعی جس میں مقابل کے زاویے مساوی ہوتے ہیں۔

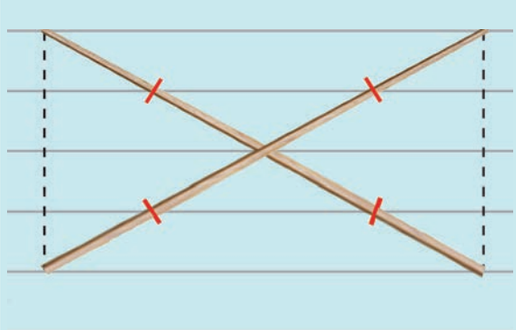
3۔ لکیروں کے شیٹ پر دو کاڑیوں کو لیجئے جیسا کہ نیچے بتایا گیا ہے۔

(a)



دو غیر مساوی کاڑیوں کو
اس طرح رکھا گیا ہے کہ ان کے
درمیانی نقاط منطبق ہوں۔

(b)

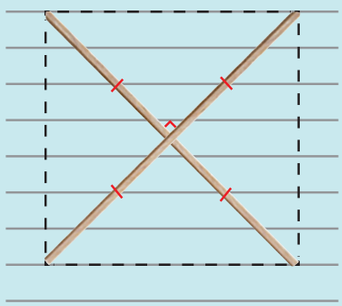


دو مساوی کاڑیوں کو
اس طرح رکھا گیا ہے کہ ان کے
درمیانی نقاط منطبق ہوں۔

8th maths unit 5 geometry
Thursday, April 16, 2020 3:50:37 PM

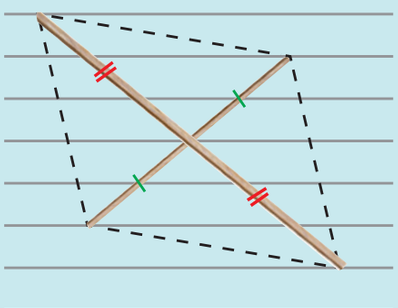
کوشش کیجئے

(d)



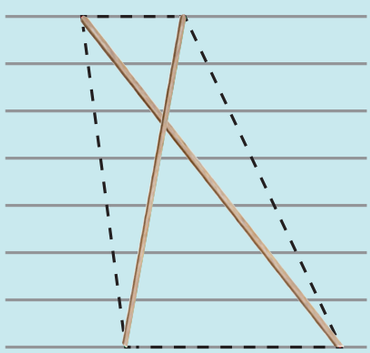
دو مساوی کاڑیوں کو اس طرح رکھا گیا ہے کہ ان کے درمیانی نقاط عمودی طور پر قطع کرتے ہوں۔

(c)



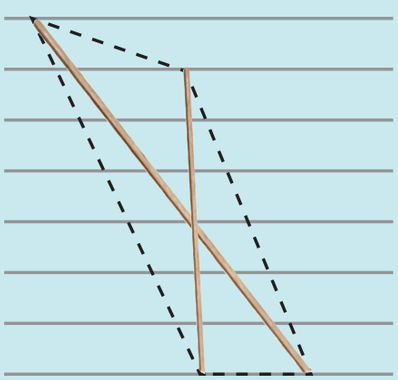
دو غیر مساوی کاڑیوں کو اس طرح رکھا گیا ہے کہ ان کے درمیانی نقاط عمودی طور پر قطع کرتے ہوں۔

(f)



دو غیر مساوی کاڑیاں۔ اوپری کنارے یکساں لکیریں پر ہوں۔ نچلے کنارے یکساں لکیریں پر ہوں۔ یہ ایک دوسرے کے درمیانی نقطے پر قطع کرنا ضروری نہیں۔

(e)



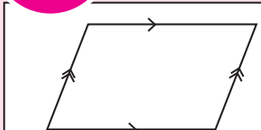
دو غیر مساوی کاڑیاں۔ اوپری کنارے غیر یکساں لکیروں پر ہوں۔ نچلے کنارے یکساں لکیریں پر ہوں۔ یہ ایک دوسرے کے درمیانی نقاط پر قطع نہیں کرتے ہیں۔

5.13 متوازی الاضلاع کی تصنیف (Construction of Parallelogram)

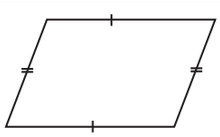
آیئے دی گئی پیمائش کے مطابق ایک متوازی الاضلاع کی تصنیف کریں۔

1۔ دو متصل ضلعے اور ایک زاویہ
2۔ دو متصل ضلعے اور ایک وتر
3۔ دو وتریں اور ایک شامل کردہ زاویہ
4۔ ایک ضلع، ایک وتر اور ایک زاویہ

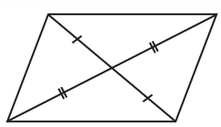
غور کیجئے:



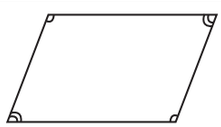
متشابہ تیر کے نشان، متوازی ضلعوں کی نشان دہی کرتے ہیں۔



متشابہ خطوط کے نشان، متماثل ضلعوں کی نشاندہی کرتے ہیں۔



خاکہ سے نظر آتا ہے کہ وتریں ایک دوسرے کو تنصیف (bisect) کرتے ہیں۔



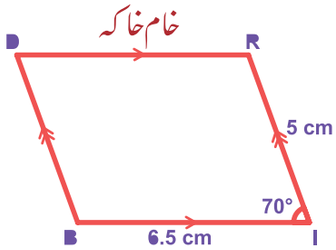
خاکہ سے نظر آتا ہے کہ مقابل کے زاویئے متماثل ہیں۔

8th maths unit 5 geometry
Thursday, April 16, 2020 3:50:38 PM

5.13.1 جب دو متصلہ ضلعے اور ایک زاویہ دیا گیا ہو تو متوازی الاضلاع کی تصنیف

Constructing a parallelogram when its two adjacent sides and one angle are given:

مثال 5.30 ایک متوازی الاضلاع $BIRD$ کی تصنیف کیجئے جس میں $BI = 6.5$ cm، $IR = 5$ cm اور $\angle BIR = 70^\circ$ ہیں اور اس کا رقبہ بھی معلوم کیجئے۔



حل:

دیا گیا ہے

$BI = 6.5cm$, $IR = 5cm$ اور $\angle BIR = 70^\circ$

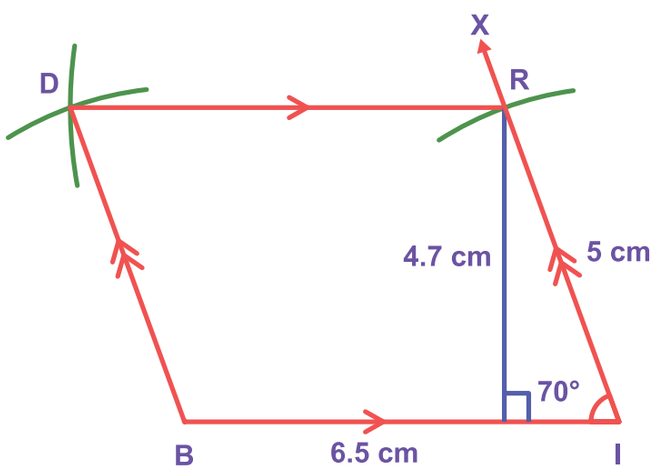


Fig. 5.49

مرحلے (Steps):

1۔ $BI = 6.5$ cm ایک قطاع خط کھینچئے۔

2۔ $\overline{BI}$ کے I مقام پر ایک زاویہ $\angle BIX = 70^\circ$ بنائیے۔

3۔ I کو مرکز مان کر 5 cm نصف قطر لے کر BI پر ایک قوس کھینچئے جو R پر قطع کرے۔

4۔ B اور R کو مرکز مان کر بالترتیب 5 cm اور 6.5 cm کے نصف قطریں لیکر دو قوسیں کھینچئے جو D پر کاٹیں۔

5۔ BD اور RD کو ملائیے۔

6۔ BIRD مطلوبہ متوازی الاضلاع ہے۔

رقبہ محسوب کرنا

$BIRD$ کا رقبہ = متوازی الاضلاع = bh مربع اکائیاں

$= 6.5 \times 4.7 = 30.55$ مربع سم

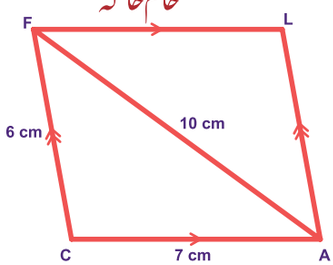
8th maths unit 5 geometry
Thursday, April 16, 2020 3:50:39 PM

5.13.2 جب دو متصلہ ضلعے اور ایک وتر دیا گیا ہو تو متوازی الاضلاع کی تصنیف :

Constructing a parallelogram when its two adjacent sides and one diagonal are given:

مثال 5.31 ایک متوازی الاضلاع $CALF$ کی تصنیف کیجئے جس میں $CA = 7$ cm , $CF = 6$ cm اور $AF = 10$ cm ہیں۔ اس کا رقبہ بھی معلوم کیجئے۔

خام خاکہ



حل :

دیا گیا ہے

$AF=10$ cm اور $CA=7cm$, $CF=6cm$

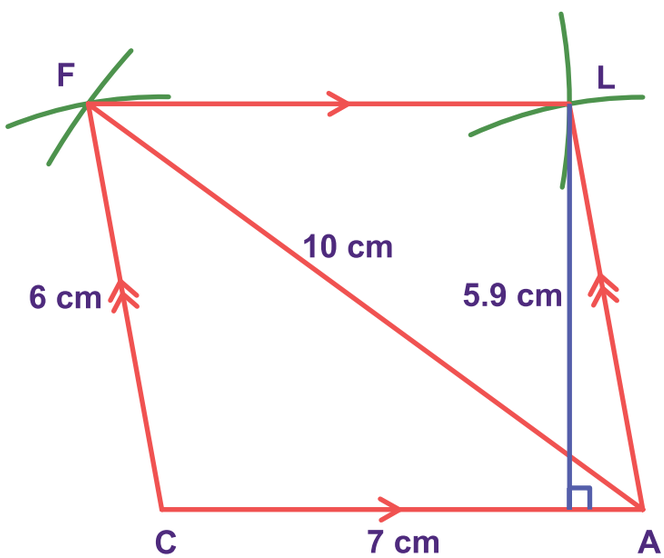


Fig. 5.50

مرحلے:(Steps)

1۔ $CA = 7$cm ایک قطاع خط کھینچئے۔

2۔ C اور A کو مرکز مان کر بالترتیب 6 cm اور 10 cm کے نصف قطریں لیکر دو قوسیں کھینچئے جو F پر قطع کرے۔

3۔ CF اور AF کو ملایئے۔

4۔ A اور F کو مرکز مان کر بالترتیب 6 cm اور 7 cm نصف قطریں لے کر دو قوسیں کھینچئے جو L پر قطع کرے۔

5۔ AL اور FL کو ملایئے۔

6۔ $CALF$ مطلوبہ متوازی الاضلاع ہے۔

رقبہ دریافت کرنا

$CALF$ کا رقبہ = متوازی الاضلاع = bh مربع اکائیاں

$= 7 \times 5.9 = 41.3$ مربع سم

8th maths unit 5 geometry
Thursday, April 16, 2020 3:50:39 PM

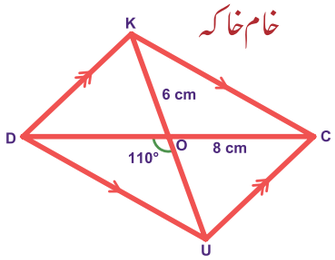
5.13.3 جب دو وتریں اور ان کے درمیان ایک زاویہ دیا گیا ہو تو متوازی الاضلاع کی تصنیف

Constructing a parallelogram when its two diagonals and one included angle are given:

مثال 5.32 ایک متوازی الاضلاع $DUCK$ کی تصنیف کیجئے جس میں $DC = 8$ cm، $UK = 6$ cm اور $\angle DOU = 110^\circ$ ہیں، اس کا رقبہ بھی معلوم کیجئے۔

حل :

خام خاکہ



دیا گیا ہے

$DC = 8cm$, $UK = 6cm$ اور $\angle DOU = 110^\circ$

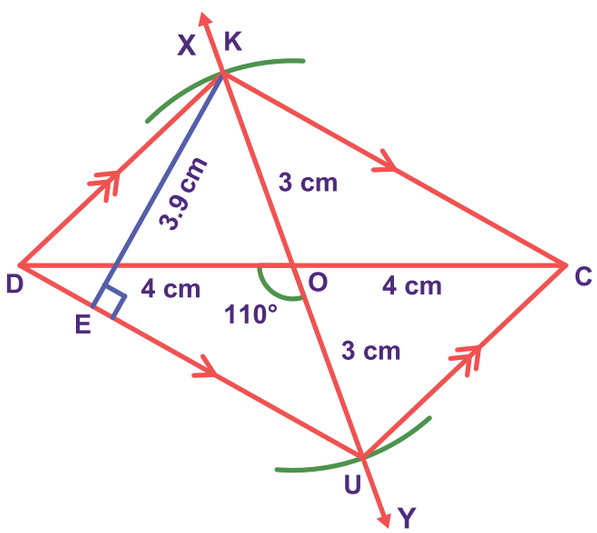


Fig. 5.51

مرحلے:

1۔ $DC = 8$ cm ایک قطاع خط کھینچئے۔

2۔ $\overline{DC}$ کا وسطی نقطہ O نشان کیجئے۔

3۔ O کی راہ سے XY ایک خط اس طرح کھینچئے جو $\angle DOY = 110^\circ$ بناتا ہے۔

4۔ O کو مرکز مان کر اور 3 cm نصف قطر لے کر دو قوسیں $\overline{DC}$ کے دونوں جانب کھینچئے جو OX پر K کے مقام پر اور OY پر U کے مقام پر کاٹیں۔

5۔ $\overline{CK}, \overline{UC}, \overline{DU}$ اور $\overline{KD}$ کو ملائیے۔

6۔ $DUCK$ مطلوبہ متوازی لاضلاع ہے۔

رقبہ محسوب کرنا :

متوازی الاضلاع $DUCK$ کا رقبہ = مربع اکائیاں bh

$= 5.8 \times 3.9 = 22.62$ مربع سم

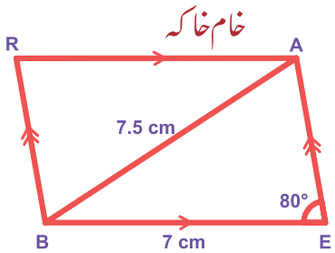
8th maths unit 5 geometry
Thursday, April 16, 2020 3:50:39 PM

5.13.4 اگر ایک ضلع، ایک وتر اور ایک زاویہ دیا گیا ہو تو متوازی الاضلاع کی تصنیف

Constructing a parallelogram when its one side, one diagonal and one angle are given:

مثال 5.33 ایک متوازی الاضلاع $BEAR$ تصنیف کیجئے جس میں $BE = 7$ cm, $BA = 7.5$ cm اور $\angle BEA = 80^\circ$ ہیں، اس کا رقبہ معلوم کیجئے۔

خام خاکہ



حل:

دیا گیا ہے

$BE = 7cm$, $BA = 7.5cm$ اور $\angle BEA = 80^\circ$

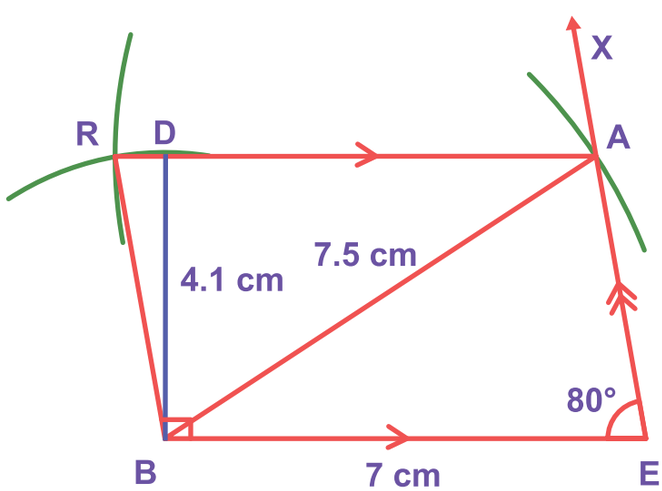


Fig. 5.52

مرحلے:

(1) $BE = 7$ cm ایک قطاع خط کھینچئے۔

(2) $\overline{BE}$ پر E کے مقام زاویہ $\angle BEX = 80^\circ$ بنائیے۔

(3) B کو مرکز مان کر 7.5 cm نصف قطر لے کر EX پر ایک قوس بنائیے جو A پر قطع کرے اور BA کو ملائیے۔

(4) B کو مرکز مان کر $\overline{AE}$ کی لمبائی کے مساوی کا نصف قطر کی ایک قوس کھینچئے۔

(5) A کو مرکز مان کر 7 cm نصف قطر لے کر ایک قوس کھینچئے تا کہ دونوں قوسیں R پر قطع کرے۔

(6) BR اور AR کو ملائیے۔

(7) $BEAR$ مطلوبہ متوازی الاضلاع ہے۔

رقبہ محسوب کرنا

متوازی الاضلاع $BEAR$ کا رقبہ = مربع اکائیاں bh

$= 7 \times 4.1 = 28.7$ مربع سم

8th maths unit 5 geometry
Thursday, April 16, 2020 3:50:39 PM

5.14 ایک معین کی تصنیف: (Construction of a Rhombus)

آیئے دئے گئے پیمائشوں سے ایک معین کی تصنیف کریں۔

(i) ایک ضلع اور ایک وتر (iii) دو وتریں

(ii) ایک ضلع اور ایک زاویہ (iv) ایک وتر اور ایک زاویہ

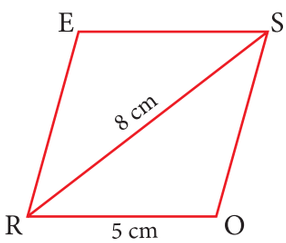
5.14.1 معین کی تصنیف جب ایک ضلع اور ایک وتر دئے گئے ہوں۔

Construction of a Rhombus when one side and one diagonal are given

مثال 5.34 ایک معین $ROSE$ کی تصنیف کیجئے جس میں $RO=5cm$ اور $RS=8cm$ ہیں۔اس کا رقبہ معلوم کیجئے۔

حل:

دیا گیا ہے: $RO=5cm$ اور $RS=8cm$



خام خاکہ

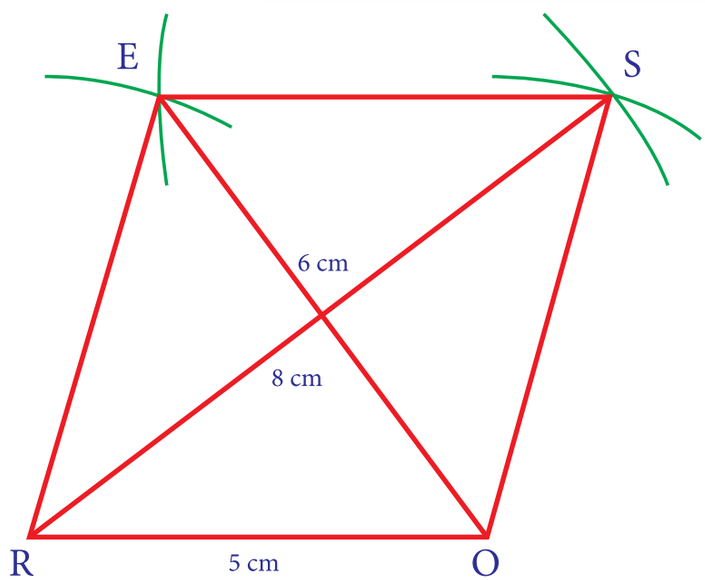


Fig. 5.53

مرحلے:

(i) ایک قطاع خط $RO = 5cm$ کھینچئے۔

(ii) مرکز R اور O لے کر بالترتیب $8cm$ اور $5cm$ نصف قطر کے قوسیں کھینچئے اور یہ S پر قطع کرتے ہیں۔

(iii) RS اور OS کو ملایئے۔

(iv) R اور S کو مرکز لے کر، ہر ایک پر $5cm$ نصف قطر کے قوس کھینچئے اور یہ E پر قطع کرتے ہیں۔

(v) RE اور SE کو ملایئے۔

(vi) $ROSE$ درکار معین ہے۔

رقبہ محسوب کرنا

معین $ROSE$ کا رقبہ $= \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$ مربع اکائیاں

$= \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24 \ sq\ cm$

8th maths unit 5 geometry
Thursday, April 16, 2020 3:50:40 PM

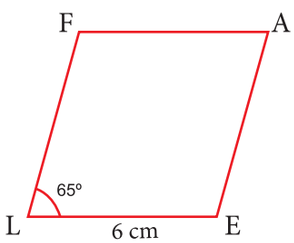
5.14.2 معین کی تصنیف، جب ایک ضلع اور ایک زاویہ دئے گئے ہوں

Construction of a Rhombus when one side and one angle are given

مثال 5.35 ایک معین $LEAF$ کی تصنیف کیجئے، جس میں $LE = 6cm$ اور $\angle L = 65°$ ہوں۔ اس کا رقبہ معلوم کیجئے۔

حل:

دیا گیا ہے: $LE = 6cm$ اور $\angle L = 65°$



خام خاکہ

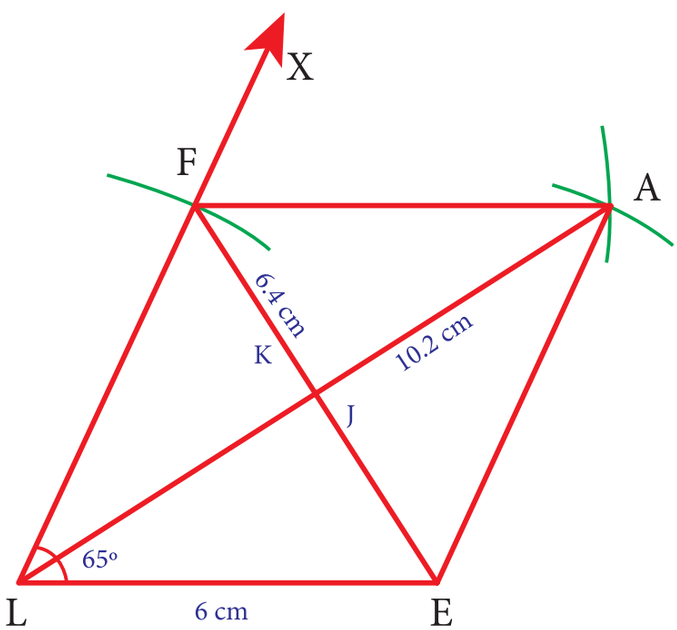


Fig. 5.54

مرحلے:

(i) ایک قطاع خط $LE = 6cm$ کھینچئے۔

(ii) LE کے نقطہ L پر $\angle ELX = 65°$ بنایئے۔

(iii) L کو مرکز لے کر $6cm$ نصف قطر کا ایک قوس کھینچئے۔ یہ LX کو F قطع کرتا ہو۔

(iv) E اور F کو مراکز لے کر، ہر ایک $6cm$ نصف قطر کے قوس کھینچئے اور یہ A پر قطع کرتے ہیں۔

(v) EA اور AF کو ملایئے۔

(vi) $LEAF$ درکار معین ہے۔

رقبہ محسوب کرنا :

$$\text{معین } LEAF \text{ کا رقبہ} = \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2 \; sq.units$$

$$= \frac{1}{2} \times 6.4 \times 10.2 = 32.64 \; sq.cm$$

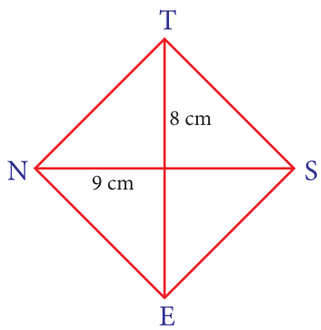
8th maths unit 5 geometry
Thursday, April 16, 2020 3:50:40 PM

5.14.3 معین کی تصنیف جب دو وتر دئے گئے ہوں

Construction of a Rhombus when two diagonals are given

مثال 5.36 ایک معین $NEST$ کی تصنیف کیجئے جس میں $NS = 9cm$ اور $ET = 8cm$ ہیں۔ اس کا رقبہ بھی معلوم کیجئے۔

حل:



خام خاکہ

دیا گیا ہے: $NS = 9cm$ اور $ET = 8cm$

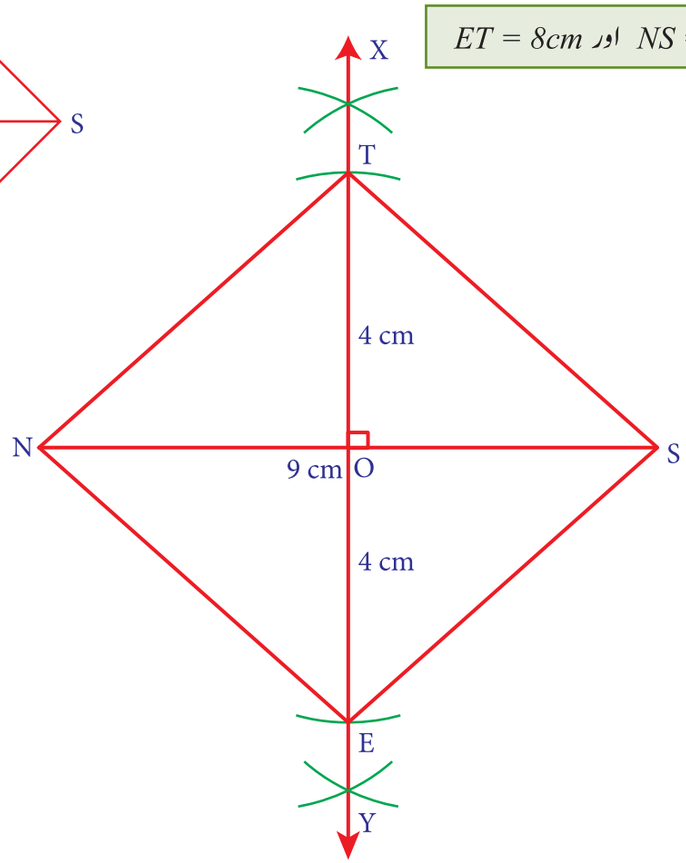


Fig. 5.55

مرحلے:

(i) ایک قطاع خط $NS = 9cm$ کھینچئے۔

(ii) NS کا عمودی ناصف XY کھینچئے۔ یہ NS کو O پر قطع کرتا ہے۔

(iii) O کو مرکز لے کر O کے دونوں جانب $4\ cm$ نصف قطر کے قوسین کھینچئے جو OX کو T اور OY کو E پر قطع کرے۔

(iv) ST, ES, NE اور TN کو ملائیے۔

(v) $NEST$ درکار معین ہے۔

رقبہ محسوب کرنا:

معین $NEST$ کا رقبہ $= \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2\ sq.units$

$= \frac{1}{2} \times 9 \times 8 = 36\ sq.cm$

8th maths unit 5 geometry
Thursday, April 16, 2020 3:50:40 PM

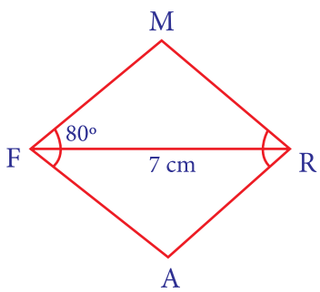
5.14.4 معین کی تصنیف جب ایک وتر اور ایک زاویہ دئے گئے ہوں

Construction of a Rhombus when one diagonal and one angle are given

مثال 5.37 ایک معین $FARM$ کی تصنیف کیجئے جس میں $FR = 7cm$ اور $\angle F = 80°$ ہیں۔ اس کا رقبہ معلوم کیجئے۔

حل:

دیا گیا ہے: $FR = 7cm$ اور $\angle F = 80°$



خام خاکہ

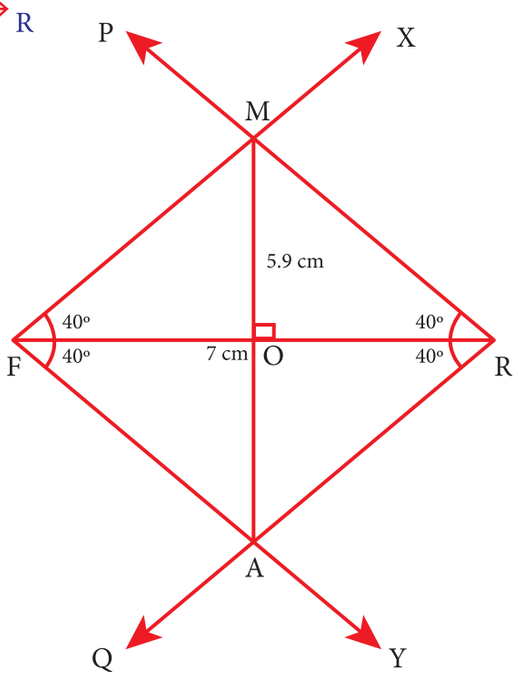


Fig. 5.56

مرحلے:

(i) ایک قطع خط $FR = 7cm$ کھینچئے۔

(ii) F پر، FR کے دونوں جانب $\angle RFX = \angle RFY = 40°$ بنائیے۔

(iii) R پر، FR کے دونوں جانب $\angle FRP = \angle FRQ = 40°$ بنائیے۔

(iv) فرض کیجئے کہ FX اور RP ، M پر قطع کرتے ہیں اور FY اور RQ ، A پر قطع کرتے ہیں

(v) $FARM$ درکار معین ہے۔

رقبہ محسوب کرنا

معین FARM کا رقبہ $= \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2 \, sq.units$

$= \frac{1}{2} \times 7 \times 5.9 = 20.65 \, sq.cm$

8th maths unit 5 geometry
Thursday, April 16, 2020 3:50:40 PM

5.15 ایک مستطیل کی تصنیف (Construction of a Rectangle)

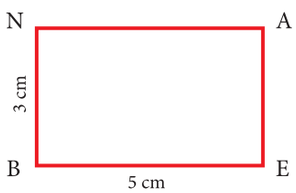
آیئے دیے گئے پیمائشوں کے ذریعے ایک مستطیل کی تصنیف کریں۔

(i) لمبائی اور چوڑائی (ii) ایک ضلع اور ایک وتر

5.15.1 ایک مستطیل کی تصنیف جب لمبائی اور چوڑائی دیے گئے ہوں

Construction of a Rectangle when its length and breadth are given

مثال 5.38 ایک مستطیل $BEAN$ کی تصنیف کیجئے جس میں $BE = 5cm$ اور $BN = 3cm$ ہوں۔
اس کا رقبہ بھی معلوم کیجئے۔



خام خاکہ

حل: دیا گیا ہے: $BN = 3\ cm\ ,\ \ BE = 5cm$

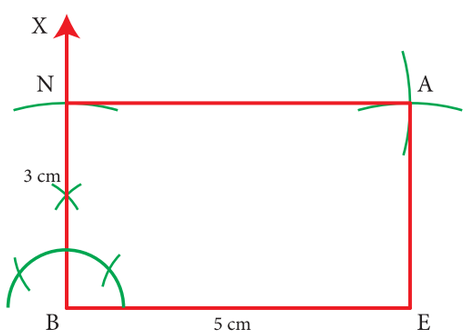


Fig. 5.57

مرحلے:

(i) ایک قطاع خط $BE = 5cm$ کھینچئے۔

(ii) B پر، $BX \perp BE$ تصنیف کیجئے۔

(iii) B کو مرکز لے کر $3cm$ کا ایک قوس کھینچئے اور یہ BX کو N پر قطع کرتا ہے۔

(iv) E اور N کو مرکز لے کر، بالترتیب $3cm$ اور $5\ cm$ قوس کھینچئے اور یہ A پر قطع کرتے ہیں۔

(v) EA اور NA کو ملایئے۔

(vi) $BEAN$ درکار مستطیل ہے۔

رقبہ محسوب کرنا

مستطیل $BEAN$ کا رقبہ $= l \times b\ sq.units$

$= 5 \times 3 = 15\ sq.cm$

8th maths unit 5 geometry
Thursday, April 16, 2020 3:50:40 PM

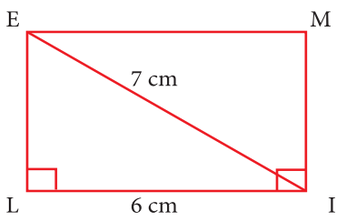
5.15.2 مستطیل کی تصنیف جب لمبائی اور چوڑائی دیے گئے ہوں

Construction of a Rectangle when its length and breadth are given

مثال 5.39 ایک مستطیل LIME کی تصنیف کیجیے جس میں $LI = 6cm$ اور $IE = 7cm$ ہوں۔ اس کا رقبہ معلوم کیجیے۔

حل :

دیا گیا ہے: $LI = 6cm$ اور $IE = 6cm$



خام خاکہ

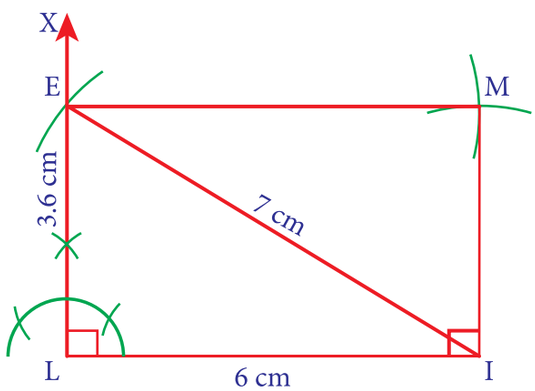


Fig. 5.58

مرحلے:

(i) ایک قطاع خط $LI = 6cm$ کھینچیے۔

(ii) L پر $LX \perp LI$ تصنیف کیجیے۔

(iii) I کو مرکز لے کر، $7cm$ نصف قطر کا ایک قوس کھینچیے اور یہ LX کو E پر قطع کرتا ہے۔

(iv) I کو مرکز مان لے کر اور LE کو نصف قطر لے کر ایک قوس کھینچیے۔ اور E کو مرکز لے کر اور LI کو نصف قطر لے کر ایک دوسرا قوس کھینچیے۔ یہ دونوں M پر قطع کرتے ہیں۔

(v) IM اور EM کو ملائیے۔

(vi) $LIME$ درکار مستطیل ہے۔

رقبہ محسوب کرنا

مستطیل $LIME$ کا رقبہ $= l \times b \, sq.units$

$= 6 \times 3.6 = 21.6 \, sq.cm$

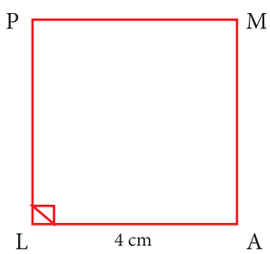
8th maths unit 5 geometry
Thursday, April 16, 2020 3:50:41 PM

5.16 مربع کی تصنیف (Construction of a Square)

آیئے دیئے گئے پیمائشوں سے ایک مربع کی تصنیف کریں جب (i) اس کا ایک ضلع اور
(ii) اس کا ایک وتر دیا گیا ہو۔

5.16.1 مربع کی تصنیف جب ایک ضلع دیا گیا ہو (Construction of a square when its side is given)

مثال 5.40 $5cm$ ضلع کا ایک مربع $LAMP$ کی تصنیف کیجئے۔ اس کا رقبہ بھی معلوم کیجئے۔



خام خاکہ

حل:

دیا گیا ہے ضلع $= 5cm$

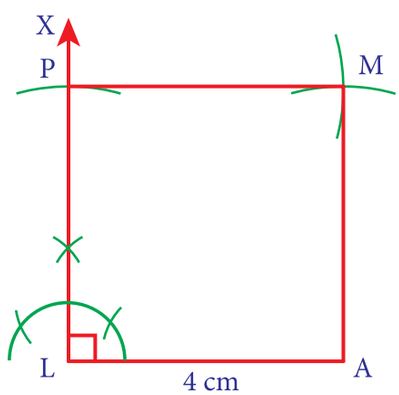


Fig. 5.59

مرحلے:

(i) ایک قطاع خط $LA = 4cm$ کھینچئے۔

(ii) L پر، $LX \perp LA$ تصنیف کیجئے۔

(iii) L کو مرکز لے کر $4cm$ نصف قطر کا ایک قوس کھینچئے اور یہ P پر LX کو قطع کرتے ہیں۔

(iv) A اور P کو مرکز لے کر $4cm$ نصف قطر کا ایک قوس کھینچئے اور یہ M پر قطع کرتے ہیں۔

(v) AM اور PM کو ملایئے۔

$LAMP$ درکار مربع ہے۔

رقبہ محسوب کرنا :

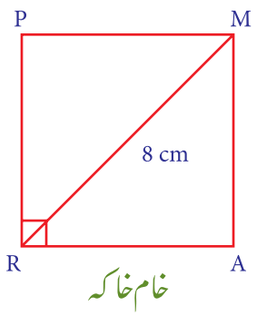
$LAMP$ مربع کا رقبہ $= a^2$ sq.units

$= 4 \times 4 = 16$ sq.cm

8th maths unit 5 geometry
Thursday, April 16, 2020 3:50:41 PM

5.16.2 مربع کی تصنیف جب ایک وتر دیا گیا ہو (Construction of a square when its diagonal is given)

مثال 5.41 $8cm$ وتر والا ایک مربع $RAMP$ تصنیف کیجئے۔ اس کا رقبہ بھی معلوم کیجئے۔



خام خاکہ

حل:

دیا گیا ہے: وتر $= 8cm$

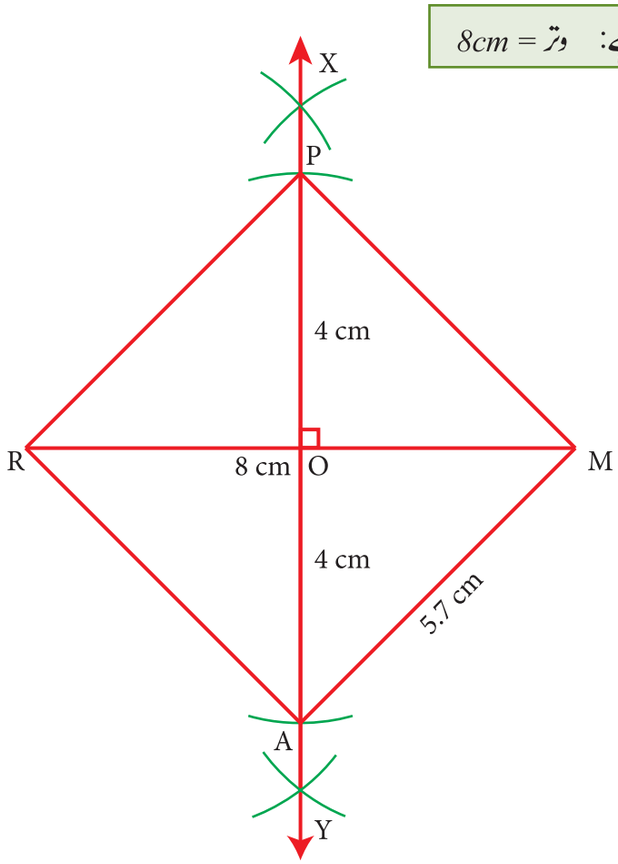


Fig. 5.60

مرحلے:

(i) ایک قطاع خط $RM = 8cm$ کھینچئے۔

(ii) RM کا عمودی ناصف XY کھینچئے۔ یہ RM کو O پر تصنیف کرتا ہے۔

(iii) O کو مرکز لے کر O کے دونوں جانب $4cm$ نصف قطر کے قوسین کھینچئے جو OX کو A پر قطع کرتا ہے۔

(iv) RA، AM، MP اور PR کو ملائیے۔

(v) $RAMP$ درکار مربع ہے۔

رقبہ محسوب کرنا :

مربع $RAMP$ کا رقبہ $= a^2$ sq.units

$= 5.7 \times 5.7 = 32.49$ sq. cm.

8th maths unit 5 geometry
Thursday, April 16, 2020 3:50:41 PM

مشق 5.5

1۔ درج ذیل میں دئے گئے پیمائشوں سے متوازی الاضلاع کی تصنیف کیجئے اوران کے رقبے بھی معلوم کیجئے۔

1۔ $ARTS$ میں، $AR=6\ cm, RT=5cm$ اور $\angle ART = 70°$ ہیں۔

2۔ $CAMP$ میں $CA=6\ cm, AP=8cm$ اور $CP=5.5\ cm$ ہیں۔

3۔ $EARN$ میں اور $\angle EOA = 110°, AN = 7\text{cm}, ER = 10\text{ cm}$ ہیں جس میں $\overline{ER}$ اور $\overline{AN}$، O پر قطع کرتے ہیں۔

4۔ $GAIN$ میں $GA=7.5\,cm, GI=9cm$ اور $\angle GAI = 100°$ ہیں۔

II۔ دی گئی پیمائشوں سے ذیل کے معین کی تصنیف کیجئے اوران کے رقبہ بھی معلوم کیجئے۔

(i) $FACE$، $FA = 6\ cm$ اور $FC = 8cm$

(ii) $CAKE$، $CA=5cm$ اور $\angle A = 65°$

(iii) $LUCK$، $LC = 7.8\ cm$ اور $UK = 6cm$

(iv) PARK، $PR = 9$ cm اور $RP = 70°$

III۔ دی گئی پیمائشوں سے ذیل کے مستطیل کی تصنیف کیجئے اوران کے رقبہ بھی معلوم کیجئے۔

(i) $HAND$، $HA = 7cm$، $AN = 4\ cm$ اور

(ii) $LAND$، $LA = 8\ cm$ اور $AD = 10cm$

IV۔ دی گئی پیمائشوں سے ذیل کے مربع تصنیف کیجئے اوران کا رقبہ بھی معلوم کیجئے:

(i) EAST, EA = 6.5 cm (ii) WEST, ST = 6 cm

خلاصہ

- متماثل خاکے ایک ہی شکل اور ایک ہی جسامت رکھتے ہیں۔
- متشابہ خاکے یکساں شکل رکھتے ہیں لیکن جسامت مختلف ہوتے ہیں۔
- ایک مثلث قائمۃ الزاویہ میں وتر کا مربع اس کے دوسرے دوضلعوں کے مربعوں کے حاصل جمع کے مساوی ہوتا ہے۔ یہ مسئلہ فیثاغورث ہے
- کسی مثلث کے تین وسطی خطوط متراکز ہوتے ہیں، ایک مثلث میں تین وسطی خطوط کا نقطۂ ارتکاز اس مثلث کا ہندسی مرکز کہلاتا ہے ،اس کو حرف G سے ظاہر کیا جاتا ہے۔
- کسی مثلث کے تین ارتفاع متراکز ہوتے ہیں۔ ایک مثلث میں تین ارتفاعوں کا نقطۂ ارتکاز اس مثلث کا عمودی مرکز کہلاتا ہے، اس کو حرف H سے ظاہر کیا جاتا ہے۔
- کسی مثلث کے اضلاع کے تین عمودی ناصف متراکز ہوتے ہیں۔ ایک مثلث کے تینوں عمودی ناصفوں کا نقطۂ ارتکاز اس مثلث کا حائط مرکز کہلاتا ہے، اس کو حرف S سے ظاہر کیا جاتا ہے۔
- کسی مثلث کے تینوں زاویائی ناصف متراکز ہوتے ہیں۔ ایک مثلث کے تین زاویائی ناصفوں کا نقطۂ ارتکاز اس مثلث کا درون مرکز کہلاتا ہے، اس کو حرف I سے ظاہر کرتے ہیں۔
- ایک چار ضلعی جس میں مقابل کے ضلعوں کی ایک جوڑی متوازی ہو تو اس کو منحرف کہتے ہیں۔
- چار ضلعی جس کے مقابل کے ضلع متوازی ہوں تو وہ متوازی الاضلاع کہلاتا ہے۔
- معین ایک متوازی الاضلاع ہے جس کے تمام اضلاع متماثل ہوتے ہیں۔
- مستطیل ایک متوازی الاضلاع ہے جس کے تمام زاویے زاویہ قائمہ ہوتے ہیں۔
- مربع ایک متوازی الاضلاع ہے جس کے تمام اضلاع اور تمام زاویے مساوی ہوتے ہیں۔

8th maths unit 5 geometry
Thursday, April 16, 2020 3:50:42 PM

ICT CORNER — ICT کارنر

مطلوبہ نتیجہ



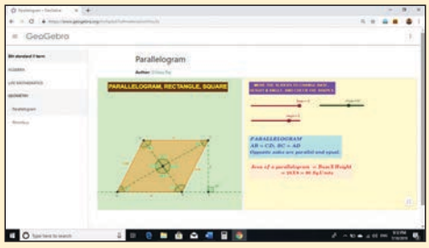
مرحلہ 1 : براؤزر کھولئے اور دئے گئے URL لنک کو ٹائپ کیجئے یا دئے گئے QR کوڈ کو اسکین کیجئے۔ Geometry نامی Geogebra ورک شیٹ کھلے گا۔ Parallelogram نامی ورک شیٹ پر کلک کیجئے۔

مرحلہ 2 : دئے گئے اس ورک شیٹ میں قاعدہ، اونچائی اور زاویہ کے سلائڈروں کو حرکت دے سکتے ہیں۔ جانچئے کہ متوازی الاضلاع کی کونسی قیمتیں کو درج کرنے پر یہ مستطیل یا مربع میں تبدیل ہو سکتے ہیں۔ خصوصیات کا مطالعہ کیجئے۔

LCZFK



Step 1



Step 2

Browse in the link

Geometry:

https://www.geogebra.org/m/fqxbd7rz#chapter/409576 or Scan the QR Code.

ICT CORNER — ICT کارنر

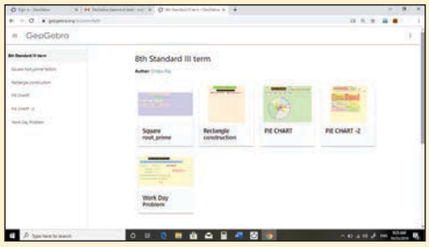
مطلوبہ نتیجہ



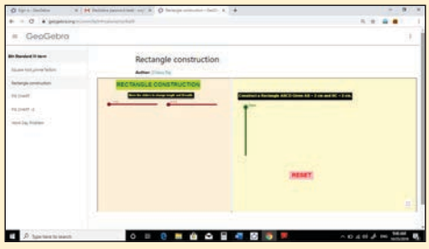
مرحلہ 1 : براؤزر کھولئے، دئے گئے URL لنک کو کلک کیجئے یا QR کوڈ کو اسکین کیجئے۔
8th Std. III Term نامی جیومیٹر اشیٹ کھلے گا۔
Rectangle Construction نامی ورک شیٹ کو کھولئے۔

مرحلہ 2 : مثلث کی لمبائی اور چوڑائی کو تبدیل کرنے کے بائیں جانب سلائڈر کو حرکت دیجئے۔
مستطیل کی تصنیف کے مرحلوں کو دیکھنے کے لئے دائیں جانب سلائڈر کو حرکت دیجئے۔

TSUWZ



Step 1



Step 2

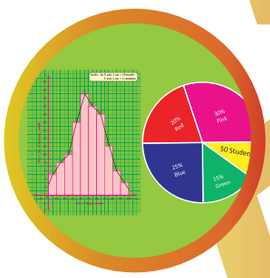
Browse in the link

Geometry:

https://www.geogebra.org/m/xmm5kj9r or Scan the QR Code.

8th maths unit 5 geometry
Thursday, April 16, 2020 3:50:42 PM

6 شماریات
STATISTICS



سیکھنے کے مقاصد:

- تعددی جدولوں کو بنانے کا اعادہ کرنا۔
- دئے گئے معطیات کے لئے سادہ پئی چارٹ کی تصنیف کرنا۔
- گروہی معطیات کے ہسٹوگرام اور تعددی کثیر ضلعی کے خاکے بنانے کو جاننا۔

6.1 تعارف (Introduction):

پئی چارٹ، ہسٹوگرام اور تعددی کثیر ضلعی کو سیکھنے سے پہلے، ہم پچھلی جماعتوں معطیات (ابتدائی اور ثانوی) غیر گروہی معطیات کے لئے تعددی جدول بنانے کے بارے میں سیکھا تھا۔ اس کا اعادہ کریں گے۔

کلیم: تمہاری جماعت کے تمام طلباء کے ریاضی کے دوسری میعاد کے مارکس جمع کر کے لے آؤ:

مریم: تمہاری جماعت کے مجموعی ریکارڈ Cumulative record سے تمام طلباء کی اونچائیوں کو لکھ کر لے آؤ ۔

طلباء، یہاں کلیم سے جمع کردہ مارکس اور مریم سے درج کردہ اونچائیوں کو معطیات کہتے ہیں۔

جمع کردہ / شماریات میں معطیات بنیادی اکائی ہے۔ جمع کردہ معلومات (حقائق) جیسے اعداد، الفاظ، پیمائشیں اور مشاہدات، وغیرہ معطیات ہیں۔ چند مثالیں ہیں۔

کسی کمپنی کے ملازمین کی عمریں 27,51,19,21,46,35,52,25,57,29

6.1.1 معطیات Data

ابتدائی معطیات : Primary Data

یہ وہ معطیات ہیں جو کسی خاص مقصد کے لئے پہلی مرتبہ بذات خود (In Person) جمع کئے جاتے ہیں۔ یہاں، کلیم نے خود اپنی جماعت کے ساتھیوں کے ریاضی کے مارکس جمع کئے تھے۔ یہ ابتدائی معطیات ہیں۔ اسی طرح،

i۔ کسی گاؤں کی مردم شماری ii۔ کسی کلاس میں طلباء سے پسند کردہ رنگوں کا مجموعہ وغیرہ ابتدائی معطیات

ثانوی معطیات : Secondary Data

یہ وہ معطیات ہیں جو کسی ذرائع سے بعض مقامات میں پہلے سے جمع کئے گئے ہوتے ہیں۔ اس طرح کے معطیات پہلے سے دوسرے افراد سے جمع کئے ہوتے ہیں۔ ان پر شماریات کے اعمال کو پہلے سے انجام دئے ہوتے ہیں۔ یہاں مریم نے بھی معطیات کو جمع کیا تھا لیکن اس نے پہلے سے ریکارڈ میں درج شدہ مارکس کو حاصل کیا تھا۔ یہ ثانوی معطیات کہلاتے ہیں۔ اسی طرح،

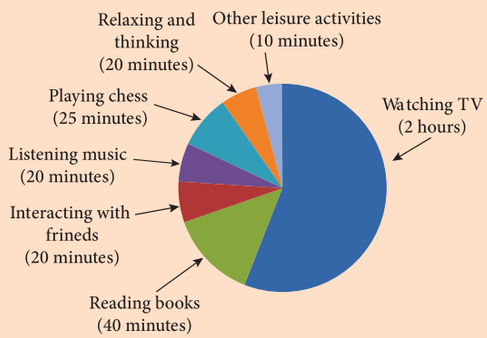
i۔ رجسٹر آفس سے کسی زمین کا پٹا (Patta) کے معلومات کو حاصل کرنا۔

ii۔ پیدائش۔موت کے تفصیلات کے معطیات کو اس سے تعلق رکھنے والے آفس (میونسپل آفس) سے حاصل کرنا وغیرہ۔

ثانوی معطیات کے چند مثالیں ہیں۔

8th Maths unit 6 statistics
Thursday, April 16, 2020 3:52:39 PM

ابتدائی اور ثانوی معطیات سے ہم براہِ راست کسی مخصوص یا مطلوبہ معلومات حاصل نہیں کر سکتے جیسے کتنے طلباء نے 50 سے زیادہ مارکس حاصل کئے؟ کتنے طلباء 30 اور 40 کے درمیانی مارکس حاصل کئے؟ کتنے طلباء 125 سمر اونچائی والے ہیں؟ اگر ہمیں اس طرح کے سوالات کے جوابات جاننا ہو تو ہمیں معطیات کو جدول بندی کرنا ہوگا۔

روزمرہ زندگی کے حسابات	حقیقی زندگی میں شماریات
اسٹاک مارکیٹ میں نفع کی تقسیم۔ 	ایک دن میں فرصت کے اوقات کا فیصد 
ہسٹوگرام کا استعمال، اسٹاک مارکیٹ میں اسٹاک خریداروں کو منافع بتانے کے لئے استعمال ہوتا ہے۔	پئی چارٹ کا استعمال ہماری روزمرہ زندگی کے سرگرمیوں میں ہوتا ہے۔

6.2 تعددی تقسیمی جدول Frequency distribution table

تعددی تقسیم

دئے گئے معطیات کو جدول کی شکل میں ترتیب دینے کو **تعددی تقسیم** کہتے ہیں۔

اس میں موجود ہر ایک متغیر کو تعدد کالم میں دکھایا جاتا ہے۔

دو قسم کے تقسیمی جدول ہیں، ان کے نام ہیں۔

i۔ غیر گروہی معطیات کے لئے تعددی تقسیمی جدول اور ii۔ گروہی معطیات کے لئے تعددی تقسیمی جدول۔

غور کیجئے

وسعت : کسی دئے گئے معطیات کی سب سے بڑی قیمت اور سب سے چھوٹی قیمت کے درمیانی فرق کو وسعت کہتے ہیں۔ اگر 18,20,7,10,15,5 دئے گئے معطیات ہوں تو 15 = 5 – 20 = وسعت ہے۔

کوشش کیجئے

1۔ دئے گئے معطیات کو بڑھتی ہوئی اور گھٹی ہوئی ترتیب میں ترتیب دیجئے۔ 9,34,4,13,42,10,25,7,31,4,40

2۔ دئے گئے معطیات کا وسعت معلوم کیجئے۔ 53, 42, 61, 9, 39, 63, 14, 20, 06, 26, 31, 4, 57

6.2.1 غیر گروہی معطیات کے لئے تعددی تقسیمی جدول کی تصنیف کرنا

غیر گروہی معطیات (یا) جداگانہ معطیات Ungrouped data or Discrete Data

غیر گروہی معطیات میں صرف صحیح اعداد کو اختیار کر سکتے ہیں۔ ان معطیات میں وسعت کی قیمتیں نہیں ہوتی ہیں۔

عموماً اس کو **ستونی ترسیم** (Bar Graph) کو استعمال کر کے پیش کیا جاتا ہے۔

مثالیں :1۔ کسی مدرسہ میں اساتذہ کی تعداد۔ 2۔ کسی کھیل میں کھلاڑیوں کی تعداد۔

8th Maths unit 6 statistics
Thursday, April 16, 2020 3:52:40 PM

مثال 6.1

مندرجۂ ذیل میں چھٹویں جماعت کے 25 طلباء کا وزن دیا گیا ہے۔ان کے لئے غیر گروہی تعددی تقسیمی جدول بنایئے۔

25, 24, 20, 25, 16, 15, 18, 20, 25, 16, 20, 16, 15, 18, 25, 16, 24, 18, 25, 15, 27, 20, 20, 27, 25.

i۔ وزن کی وسعت معلوم کیجئے۔

ii۔ جماعت میں کتنے طلباء سب سے زیادہ وزن رکھتے ہیں؟

iii۔ کس وزن میں زیادہ تعداد کے طلباء تعلق رکھتے ہیں؟

iv۔ کتنے طلباء سب سے کم وزن رکھتے ہیں؟

حل:

تقسیمی جدول بنانے کے لئے دی گئی معطیات کو وزن کے کالم (Column) میں بڑھتی ہوئی ترتیب میں ترتیب دیں۔اس کے بعد عمودی نشان کو ہر ایک متغیر کے عوض میں موزونیت نشان کے کالم درج کریں۔موزونیت کے نشان کو شمار کر کے تعددی کالم درج کریں۔موزونیت کے نشان کو شمار کر کے تعددی کالم درج کریں جیسا کہ ذیل میں دیا گیا ہے۔لہذا، تقسیمی جدول یہ ہے۔

وزن	موزونیتی نشان	تعدد
15	|||	3
16	||||	4
18	|||	3
20	𝍸	5
24	||	2
25	𝍸 |	6
27	||	2
	کل	25

i۔ دئے گئے معطیات میں سب سے بڑی اور سب سے چھوٹی قیمت کا فرق وسعت ہے۔یہاں 12 = 15 – 27 = وسعت ہے۔

ii۔ اس جدول میں دو طلباء کا سب سے زیادہ وزن 27 kg ہے۔

iii۔ 25 kg کے 6 طلباء ہیں۔

iv۔ 15 kg کے سب سے کم وزن کے طلباء کی تعداد 3 ہے۔

چنانچہ، جب ہم دئے گئے معطیات کو جدول بندی کرتے ہیں تو کسی بھی معلومات کو ایک جھلک میں آسانی کے ساتھ معلوم کر سکتے ہیں۔

8th Maths unit 6 statistics
Thursday, April 16, 2020 3:52:40 PM

کارروائی

1۔ تمہارے ہم جماعت (Classmates) ساتھیوں کے خون کا گروپ اکٹھا کریں۔ جدول کو مکمل کر کے تجزیہ کریں۔

خون کا گروپ	موزونیتی نشان	طلباء کی تعداد
A+		
B+		
AB+		
O+		
A-		
B-		
AB-		
O-		

2۔ تمہارے ہم جماعت طلباء کے ناموں کے آخری حرف پر غور کیجئے اور ان کو جدول بندی کر کے درجہ ذیل سوالات کے جوابات دیجئے:

حرف	موزونیتی نشان	طلباء کی تعداد (f)

1۔ کس حرف پر زیادہ تر نام ختم ہوتے ہیں؟
2۔ کس حرف پر بہت کم نام ختم ہوتے ہیں؟
3۔ وہ کون سے حروف ہیں جس پر نام ختم نہیں ہوتے ہیں؟
4۔ اکثر لڑکیوں کے نام ..... حروف پر ختم ہوتے ہیں
5۔ اکثر لڑکوں کے نام ..... حروف پر ختم ہوتے ہیں

6.2.2 گروہی معطیات کے لئے تعددی تقسیمی جدول کی تصنیف کرنا۔

Construction of frequency distribution table for grouped data

گروہی معطیات یا مسلسل معطیات : Grouped data or Continuous Data

گروہی معطیات ایک متعین وقفے کے درمیان ہوتے ہیں۔ معطیات کی سب سے بڑی قیمت اور سب سے چھوٹی قیمت کے درمیانی فرق کو وسعت کہتے ہیں۔ مسلسل معطیات کو جدول میں ترتیب دے سکتے ہیں۔ جس کو تعددی تقسیم (Frequency distribution) کہتے ہیں۔

اس کو ہسٹوگرام کے استعمال سے ترسیمی طور پر بھی پیش کر سکتے ہیں۔ **مثالیں:**

1۔ کسی دیہات میں لوگوں کی عمریں۔ 2۔ تمہاری جماعت (کلاس) کے طلباء کی اونچائیاں اور وزن۔

اب ہم ایک صورت حال پر قیاس کریں گے۔ اگر ہم 50 طلباء کے مارکس اکٹھا کر کے ہر ایک مارکس کے لئے ایک موزونیتی نشان لگائیں گے تو یہ بہت دشوار ہو جائے گا۔ اگر ہم ان مارکس کو جدول میں ترتیب دیتے ہیں تو یہ جدول بہت طویل ہو جائے اور یہ سمجھنے کے قابل بھی نہیں رہے گا۔

اس صورت میں ہم درجاتی وقفوں کا استعمال کریں گے۔ اس جدول میں معطیات کے گروپوں کو درجاتی وقفے کی شکل میں فرض کر کے دئے گئے معطیات کے لئے تعدد کو حل کریں گے۔

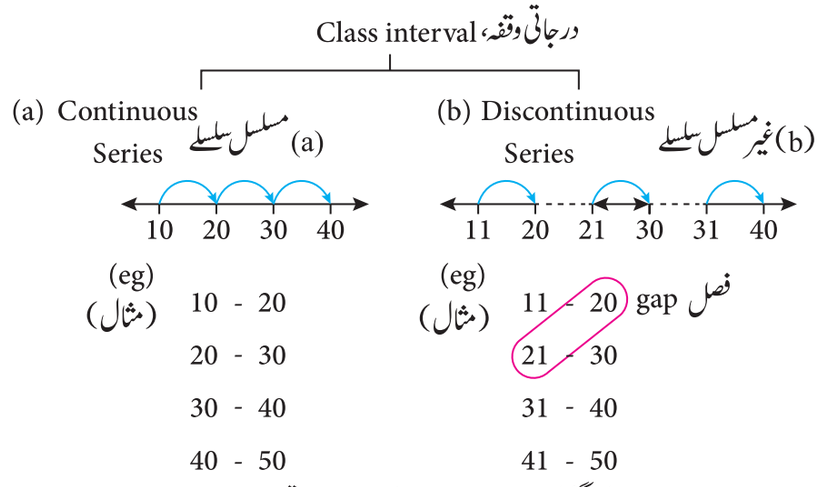
درجاتی وقفہ : Class Interval متغیرات کو درجاتی وقفوں میں گروہوں میں تبدیل کرنا ہر گروہ کو **درجاتی وقفہ** (C.I) کہا جاتا ہے۔

درجاتی وقفہ کی اعلیٰ حد اور ادنیٰ حد کے درمیانی فرق کو **درجاتی جسامت** کہا جاتا ہے۔

یعنی، ادنیٰ حد − اعلیٰ حد = C.I

8th Maths unit 6 statistics
Thursday, April 16, 2020 3:52:41 PM

مثال کے طور پر: 10 اور 20 مارکس کے C.I کو 20 - 10 کی طرح لکھ سکتے ہیں جس کی درجاتی جسامت $20 - 10 = 10$ ہے۔



(a) تعدد کو تقسیم کرنے کے دوران ہم نیچے دئے گئے گنتی کو اپناتے ہیں۔فرض کیجئے کہ درجاتی وقفے 10 - 20, 20 - 30, 30 - 40, 40 - 50, ... ہیں۔یہ ایک مسلسل سلسلے کو ظاہر کرتا ہے۔ یہاں، 30 - 20 درجاتی وقفہ میں 20 شامل کیا جاتا ہے۔ 40 - 30 میں 30 کو شامل کیا جاتا ہے۔اسی طرح بقیہ درجاتی وقفوں میں کیا جاتا ہے۔

(b) دئے گئے سلسلے میں کسی دو متصل درجاتی وقفوں کے درمیان میں فصل (فاصلہ) ہونے کی صورت میں، اس فاصلہ کو پُر کرنے کے لئے ہر ایک درجاتی وقفے کے دونوں حدوں کو فاصلے کی آدھی قیمت کو لے کر دراز کیا جاتا ہے۔فصل کی آدھی قیمت کو مطابقت عامل (adjustment Factor) کہا جاتا ہے۔

کسی غیر مسلسل سلسلے کو مسلسل سلسلے میں تبدیل کرنا: اگر کوئی سلسلہ غیر مسلسل ہو تو، اس کو ہم اس طریقے سے مسلسل کر سکتے ہیں۔

تشریح 1

Illustration: 1

11 - 20 فصل
21 - 30
31 - 40
41 - 50

فصل کا درمیانی فرق $p = 21 - 20 = 1$

ادنیٰ سرحد = ادنیٰ حد − فصل کا آدھا

$= 11 - \frac{1}{2}(1)$

$= 11 - 0.5 = 10.5$

اعلیٰ سرحد = اعلیٰ حد + فصل کا آدھا

$= 20 + \frac{1}{2}(1)$

$= 20 + 0.5$

$= 20.5$

اور اسی طرح دوسرے وقفوں کو بھی لکھا جاتا ہے۔

لہذا، درجاتی وقفہ کو مسلسل سلسلے میں تبدیل کر سکتے ہیں۔

جیسے درجہ ذیل کی جدول میں دیا گیا ہے۔

غیر مسلسل سلسلہ	مسلسل سلسلہ
-0.5 +0.5 11-20	10.5-20.5
21-30	20.5-30.5
31-40	30.5-40.5
41-50	40.5-50.5

8th Maths unit 6 statistics
Thursday, April 16, 2020 3:52:41 PM



غور کیجئے:

شمولیتی سلسلہ Inclusive Series

درجاتی وقفوں میں اگر ادنیٰ اور اعلیٰ حد کو درجاتی وقفہ میں شامل کرلیا جاتا ہے تو یہ اس کو شمولیتی سلسلہ کہتے ہیں۔ مثال کے طور پر
20 - 30,11 - 40,21 - 50,31 - 41 وغیرہ یہ ایک شمولیتی سلسلہ ہے۔
یہاں معطیات 11 اور 20 کو (20 - 11) درجاتی وقفہ میں شامل کرتے ہیں اور اس طرح، واضح طور پر یہ ایک غیر مسلسل سلسلہ ہے۔

خروجی سلسلہ Exclusive Series

ان درجاتی وقفوں میں اگر ایک درجاتی وقفے کا اعلیٰ حد دوسرے درجاتی وقفے کا ادنیٰ حد ہو تو اس کو خروجی سلسلہ کہتے ہیں۔ مثال کے طور پر
15 - 20,10 - 25,15 - 30,20 - 25 وغیرہ یہ ایک خروجی سلسلہ ہے۔
یہاں، درجاتی وقفہ 20 - 15 میں 15 کا شامل کیا جاتا ہے اور 25 - 20 میں 20 شامل کیا جاتا ہے۔ یہ واضح طور پر یہ ایک مسلسل سلسلہ ہے۔

6.2.2 (i) مسلسل سلسلے کے لئے گروہی تعددی تقسیمی جدول کی تصنیف کرنا۔

Construction of grouped frequency distribution table Continuous series

مثال 6.2 کسی دیہات کے 26 گھروں کے بجلی کا بل (₹ میں) نیچے دے دیا گیا ہے۔ تعددی جدول بنائیے۔

215	200	120	350	800	600	350	400	180	210	170	305	204
220	425	540	315	640	700	790	340	586	660	785	290	300

حل:

بل کی سب سے بڑی رقم = ₹ 800

بل کی سب سے چھوٹی رقم = ₹ 120

وسعت = سب سے بڑی قیمت − سب سے چھوٹی قیمت

وسعت = 800 − 120 = ₹ 680

فرض کیجئے کہ اگر ہم درجاتی جسامت 100 لیتے ہیں تو

$$\text{ممکن درجاتی وقفوں کی تعداد} = \frac{\text{وسعت}}{\text{درجاتی جسامت}} = \frac{680}{100} = 6.8 \simeq 7$$

درجاتی وقفے	موزونیتی نشان	تعدد
100-200	|||	3
200-300	𝍸 |	6
300-400	𝍸 |	6
400-500	||	2
500-600	||	2
600-700	|||	3
700-800	||||	4
	کل	26

8th Maths unit 6 statistics
Thursday, April 16, 2020 3:52:42 PM

6.2.2 (ii) غیر مسلسل سلسلے کے لئے گروہی تعددی تقسیمی جدول کی تصنیف کرنا۔

Construction of grouped frequency distribution table - Discontinuous series.

مثال 6.3 مسلسل سلسلہ کا تعددی تقسیمی جدول بنایئے۔

درجاتی وقفہ	0-5	6-11	12-17	18-23	24-29
تعدد (f)	7	10	9	5	12

حل : جیسے کہ اوپر بتایا گیا ہے۔ہمیں چاہئے کہ سب سے پہلے درجاتی وقفے کے دونوں حدوں کو فصل(gap) کے آدھی قیمت سے دراز کر کے پُر ہوگا۔یہاں فصل 1 ہے۔لہذا،اس کو مسلسل سلسلہ بنانے کے لئے 0.5 کو ہر ادنیٰ حد سے تفریق اور 0.5 کو ہر اعلیٰ حد سے جمع کریں۔

درجاتی وقفہ	-0.5-5.5	5.5-11.5	11.5-17.5	17.5-23.5	23.5-29.5
تعدد (f)	7	10	9	5	12



کوشش کیجئے:

1۔ دئے گئے معطیات کے لئے تعددی جدول تیار کیجئے۔

3, 4, 2, 4, 5, 6, 1, 3, 2, 1, 5, 3, 6, 2, 1, 3, 2, 4

2۔ دئے گئے معطیات کے لئے گروہی تعددی جدول تیار کیجئے۔

10, 9, 3, 29, 17, 34, 23, 20, 39, 42, 5, 12, 19, 47, 18, 19, 27, 7, 13, 40, 38, 24, 34, 15, 40

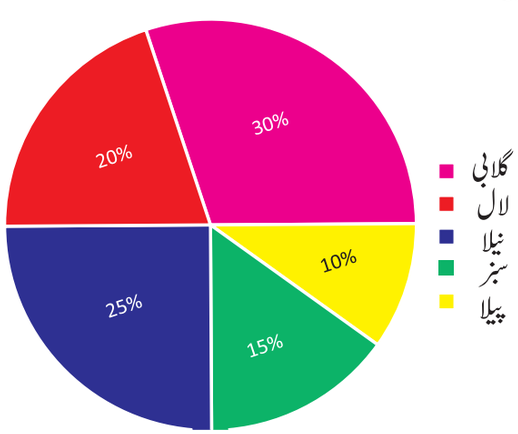
6.3 غیر گروہی معطیات کے لئے تعددی تقسیم کو ترسیمی طور پر پیش کرنا۔

کوئی ترسیمی پیش کش کسی معطیات کے مجموعے کی ہندسی شکل ہوتی ہے۔یہ ایک ریاضی تصویر ہے۔یہ ہمیں شماریاتی حسابات کو بصری طور پر سوچنے کے قابل بناتی ہے۔کسی بھی مخصوص شئے کی تشریح کے لئے الفاظ سے تصویر زیادہ موثر ہوتی ہے۔معطیات کو بہتر انداز میں سمجھنے کے لئے ترسیمی نمائندگی کارآمد ہے۔پچھلی جماعتوں میں ہم نے چند غیر گروہی معطیات کے ترسیمی نمائندگیوں کے بارے میں سیکھا جیسے خطی ترسیم،ستونی ترسیم،تصویری ترسیم وغیرہ۔اب ہم دئے گئے غیر گروہی معطیات کو مدور شکل میں پیش کریں گے جس کو پئی کا خاکہ یا پئی چارٹ کہتے ہیں۔

6.3.1 پئی چارٹ یا پئی کا خاکہ

پئی چارٹ ایک دائری ترسیم ہے جو اس کے اجزاء کی کل قیمت پیش کرتی ہے۔

دائرہ کا رقبہ کل قیمت کو ظاہر کرتا ہے اور مختلف قطاع دائرے مختلف اجزاء (Components) کو ظاہر کرتے ہیں۔دائرہ کو قطاع دائرے میں تقسیم کیا جاتا ہے اور قطاع دائروں کے رقبے دئے گئے معلومات کے تناسب میں ہوگا۔پئی چارٹ میں معطیات کو اکثر فیصد میں ظاہر کیا جاتا ہے۔ہر جزء کو کل قیمت کے فیصد میں ظاہر کیا جاتا ہے۔



8th Maths unit 6 statistics
Thursday, April 16, 2020 3:52:42 PM

پئی خاکہ اس لئے کہا جاتا ہے کہ یہ امریکی غذا، پئی کی مانند نظر آتا ہے۔
اجزاء پئی (غذا) کے ٹکڑوں سے متشابہت رکھتے ہیں۔



امریکی غذا، پئی

6.3.2 پئی چارٹ بنانے کا طریقہ :

ہم جانتے ہیں کہ ایک پئی میں، مختلف اجزاء کو قطاع دائروں سے ظاہر کیا جاتا ہے اور مکمل دائرہ تمام اجزاء کی قیمتوں کے حاصل جمع کو ظاہر کرتا ہے۔ لہذا، جملہ زاویہ 360° دائرہ کے مرکز کو کسی کی قیمت کے مطابق تقسیم کیا جاتا ہے۔

$$\text{جزو کا مرکزی زاویہ} = \frac{\text{جزو کی قیمت}}{\text{جملہ کی قیمت}} \times 360^\circ$$

بعض اوقات اجزاء کی قیمت کو فیصد میں ظاہر کیا جاتا ہے۔ اس صورت میں

$$\text{جزو کا مرکزی زاویہ} = \frac{\text{جزو کی فیصد قیمت}}{100} \times 360^\circ$$

پئی چارٹ بنانے کے مرحلے:

1۔ اوپر کا ضابطہ استعمال کر کے، ہر جزو کا مرکزی زاویہ دریافت کریں اور اس کو جدول میں درج کریں۔
2۔ مناسب نصف قطر کا ایک دائرہ کھینچئے اور دائرہ کے اندر ایک افقی نصف قطر بنائیے۔
3۔ اس افقی نصف قطر سے پہلا جزو کا مرکزی زاویہ کی مقدار کو رکھ کر نصف قطر کھینچئے۔ یہ قطاع دائرہ پہلا جزو کو ظاہر کرتا ہے۔
اس نصف سے دوسرا جزو کا مرکزی زاویہ کی مقدار کو رکھ کر نصف قطر کھینچئے۔ اسی ترتیب سے بقیہ اجزاء کو مکمل کیجئے۔
4۔ ہر قطاع دائرہ کی پہچان کے لئے مختلف رنگ بھریں۔
5۔ ہر قطاع دائرہ کو نشان کریں۔
یہاں چند مثالیں دی گئی ہیں۔ دئے گئے معطیات سے مطلوبہ پئی چارٹ بنائیں گے۔

مثال 6.4

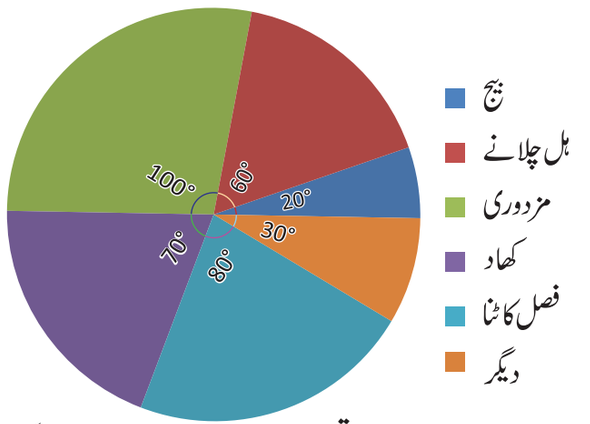
مندرجۂ ذیل معطیات کو ظاہر کرنے کے لئے ایک پئی چارٹ تیار کیجئے جو 2 ایکٹر زمین پر دھان کی کاشت کاری کے اخراجات کو ظاہر کرتے ہیں۔

تفصیلات	بیج	ہل چلانے کے لئے	مزدوری	کھاد	فصل کاٹنا	دیگر
خرچ (₹)	2000	6000	10000	7000	8000	3000

1۔ کس پر سب سے زیادہ خرچ کیا گیا ہے اور اس کی فیصد کیا ہے؟
2۔ بیجوں پر خرچ کی گئی رقم کی فیصد معلوم کیجئے۔

8th Maths unit 6 statistics
Thursday, April 16, 2020 3:52:43 PM

حل : 2 ایکٹر زمین پر دھان کی کاشتکاری کے اخراجات



تفصیلات	مرکزی زاویہ $= \frac{\text{Value}}{\text{Total}} \times 360^\circ$
بیج	$\frac{2000}{36000} \times 360^\circ = 20^\circ$
ہل چلانے کے لئے	$\frac{6000}{36000} \times 360^\circ = 60^\circ$
مزدوری	$\frac{10000}{36000} \times 360^\circ = 100^\circ$
کھاد	$\frac{7000}{36000} \times 360^\circ = 70^\circ$
فصل کاٹنا	$\frac{8000}{36000} \times 360^\circ = 80^\circ$
دیگر	$\frac{3000}{36000} \times 360^\circ = 30^\circ$
جملہ	360°

1۔ اس نے سب سے زیادہ رقم ₹ 10,000 مزدوری پر خرچ کی ہے۔
اس کو فیصد میں تبدیل کرنے سے ہمیں حاصل ہوتا ہے۔

$$\text{مزدوری} = \frac{10,000}{36,000} \times 100\% = 27.7\%$$

2۔ اس نے ₹ 2,000 بیج پر خرچ کیا۔
اس کو فیصد میں تبدیل کرنے سے ہمیں حاصل ہوتا ہے۔

$$\text{بیج} = \frac{2000}{36000} \times 100\% = 5.55\%$$

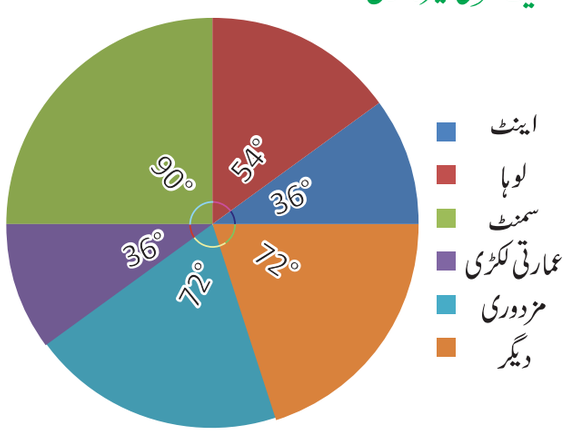
مثال 6.5 ایک گھر کی تعمیر میں ہونے والے اخراجات سے تعلق رکھنے والے معطیات کو استعمال کر کے ایک مناسب پئی چارٹ بنایئے۔

تفصیلات	اینٹ	لوہا	سمنٹ	عمارتی لکڑی	مزدوری	دیگر
خرچ	10%	15%	25%	10%	20%	20%

مزدوری پر کتنی رقم خرچ کی گئی معلوم کیجئے۔ اگر سمنٹ پر ₹ 55,000 خرچ کئے گئے ہوں؟

حل :

ایک گھر کی تعمیر کا خرچ :



تفصیلات	مرکزی زاویہ
اینٹ	$\frac{10}{100} \times 360^\circ = 36^\circ$
لوہا	$\frac{15}{100} \times 360^\circ = 54^\circ$
سمنٹ	$\frac{25}{100} \times 360^\circ = 90^\circ$
عمارتی لکڑی	$\frac{10}{100} \times 360^\circ = 36^\circ$
مزدوری	$\frac{20}{100} \times 360^\circ = 72^\circ$
دیگر	$\frac{20}{100} \times 360^\circ = 72^\circ$
جملہ Total	360°

8th Maths unit 6 statistics
Thursday, April 16, 2020 3:52:43 PM

اگر سمنٹ پر 55,000 ₹ خرچ ہوتو یہ 25% کو ظاہر کرتا ہے اور اس نے مزدوری پر 20% خرچ کئے ہیں۔

خرچ	%
55000 ↑	25 ↑
?	20
راست تناسب	

$$\text{مزدوری پر کیا گیا خرچ} = \frac{20}{25} \times 55000$$

$$= ₹\ 44,000$$



غور کیجئے:

پئی چارٹ کے استعمالات:

1۔ پئی چارٹ وسیع پیمانے پر کاروبار اور میڈیا کے لوگ استعمال کرتے ہیں۔

2۔ پئی چارٹ کی مدد سے حکومت یا کارخانہ کے مختلف شعبوں پر ہونے والے اخراجات کو پیش کر سکتے ہیں۔

3۔ ریسرچ کرنے والے لوگ ان کے ریسرچ کے نتائج پیش کرنے کے لئے اس طرح کے پئی چارٹ استعمال کرتے ہیں۔

مشق 6.1



1۔ خالی جگہ بھرتی کیجئے۔

i۔ کسی دوسرے فرد سے پہلے سے جمع کردہ معطیات ..... معطیات ہے۔

ii۔ درجاتی وقفہ (25 - 35) کا اعلیٰ حد ..... ہے۔

iii۔ 196 ,3 ,103 , 20,15,200 معطیات کا وسعت ..... ہے۔

iv۔ اگر ایک درجاتی جسامت 10 اور وسعت 80 ہوتو درجاتی وقفہ کی تعداد ..... ہے۔

v۔ پئی چارٹ ایک ..... ترسیم ہے۔

2۔ صحیح یا غلط بیان کیجئے:

i۔ شمولیتی سلسلہ ایک مسلسل سلسلہ ہے۔

ii۔ ایک کامل کے اجزاء کا موازنہ، ایک پئی چارٹ کے ذریعہ کیا جاتا ہے۔

iii۔ میڈیا اور کاروباری افراد پئی چارٹ کا استعمال کرتے ہیں۔

iv۔ پئی خاکہ ایک دائرہ ہے جس کے اجزاء قطاع دائرہ میں تقسیم کئے گئے ہیں۔

3۔ 25 خاندانوں کے بچوں کی تعداد کو معطیات کو غیر گروہی تعددی جدول میں پیش کیجئے۔

1, 3, 0, 2, 5, 2, 3, 4, 1, 0, 5, 4, 3, 1, 3, 2, 5, 2, 1, 1, 2, 6, 2, 1, 4

4۔ X ویں جماعت کے سرکاری امتحان میں 30 طلباء سے حاصل کردہ مارکس کے لئے مسلسل تعددی جدول تیار کیجئے۔

328, 470, 405, 375, 298, 326, 276, 362, 410, 255, 391, 370, 455, 229, 300, 183, 283, 366, 400, 495, 215, 157, 374, 306, 280, 409, 321, 269, 398, 200.

ایک رنگ کی (Paint) کمپنی نے طلباء کے ایک گروہ سے ان کے پسندیدہ رنگوں کو پوچھ کر ان سے حاصل ہوئے معلومات سے ایک پئی چارٹ تیار کرتی ہے۔ معلومات کو استعمال کر کے درجہ ذیل سوالات کے جوابات لکھئے۔

i۔ لال رنگ کو پسند کرنے والے طلباء کا فیصد کیا ہے؟

ii۔ کتنے طلباء سبز رنگ کو پسند کرتے ہیں؟

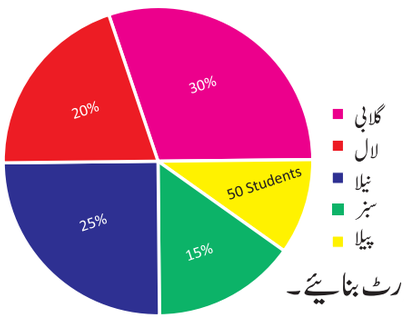
8th Maths unit 6 statistics
Thursday, April 16, 2020 3:52:44 PM

iii۔ نیلے رنگ کو پسند کرنے والے طلباء کا کسر کیا ہے؟

iv۔ کتنے طلباء لال رنگ کو پسند نہیں کرتے ہیں؟

v۔ کتنے طلباء گلابی یا نیلے رنگ کو پسند کرتے ہیں؟

vi۔ کتنے طلباء سے ان کے پسندیدہ رنگوں کے بارے میں پوچھا گیا تھا؟



6۔ ایک جائزہ کے مطابق لوگوں سے پسند کردہ غذا کی معلومات کو ذیل میں دیا گیا ہے۔ پئی چارٹ بنائیے۔

اشیاء	ترکاریاں	گوشت	سلاد	پھول	موڑا گے ہوئے بیج	نان
لوگوں کی تعداد	160	90	80	50	30	40

7۔ ہندوستان کی حکومت کو مختلف ذرائع سے آنے والی آمدنی کو ایک روپئے میں دیا گیا ہے۔ پئی چارٹ بنائیے۔

ذرائع	کارپوریشن کا محصول	آمدنی کا محصول	درآمد و برآمد کا محصول	داخلی محصول	خدماتی محصول	دیگر
آمدنی پیسوں میں	19	16	9	14	10	32

8۔ اسلم کے خاندان کے ماہانہ اخراجات ذیل میں دئے گئے ہیں۔

فہرست	غذا	تعلیم	کرایہ	نقل و حمل	متفرق خرچ
خرچ (%)	50 %	20 %	15 %	5 %	10 %

اسی طرح 1۔ اگر اسلم کرایہ کے لئے ₹ 6000 خرچ کرتا ہے تو تعلیم کے لئے خرچ کردہ رقم دریافت کیجئے۔

2۔ اسلم کی کل آمدنی کیا ہے ؟

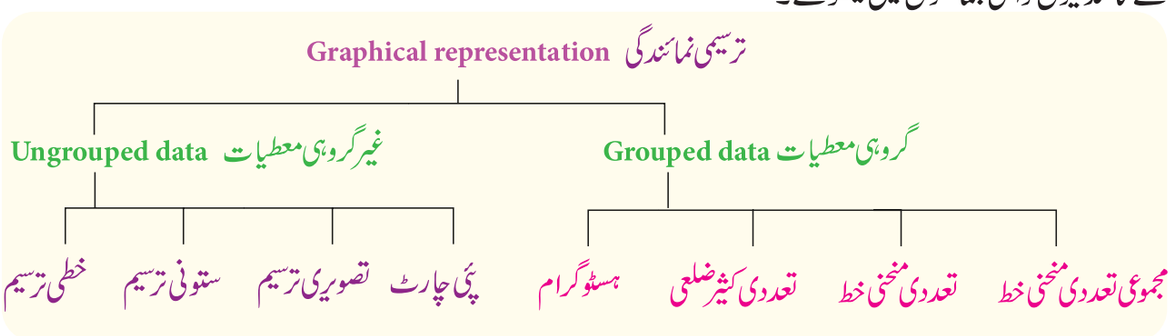
3۔ وہ تعلیم سے غذا پر کتنا زیادہ خرچ کرتا ہے؟

6.4 گروہی معطیات کے لئے تعددی تقسیم کو ترسیمی طور پر پیش کرنا۔

(Graphical Representation of the Frequency Distribution for Grouped Data)

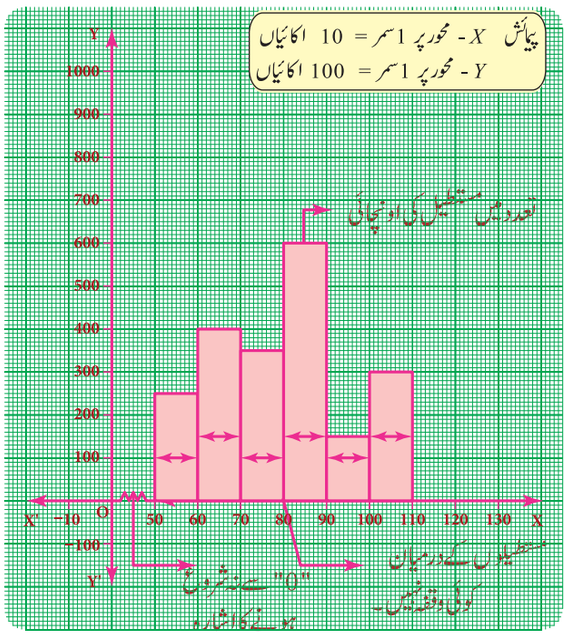
غیر گروہی معطیات کے لئے تعددی تقسیم کو ترسیمی طور پر پیش کرنے کے لئے ہم خطی ترسیم، ستونی ترسیم، تصویری ترسیم اور پئی چارٹ کا استعمال کرتے ہیں۔ گروہی معطیات کے لئے تعددی تقسیم کو ترسیمی طور پر پیش کرنے کے لئے ہسٹوگرام، تعددی کثیر ضلعی، تعددی منحنی خط اور مجموعی تعددی منحنی خطوط استعمال ہوتے ہیں۔

اس جماعت میں ہم گروہی معطیات کے لئے تعددی تقسیم کو صرف ہسٹوگرام اور تعددی کثیر ضلعی پر میں ظاہر کریں گے۔ تم دوسرے کے نمائندگیوں کو اعلیٰ جماعتوں میں سیکھو گے۔



8th Maths unit 6 statistics
Thursday, April 16, 2020 3:52:45 PM

6.4.1 ہسٹوگرام : (مستطیلی ترسیم)



مسلسل تعددی تقسیم کی ایک ترسیم ہسٹوگرام ہے۔ ہسٹوگرام میں مستطیلوں کا ایک مجموعہ ہے۔ جس کا قاعدہ درجاتی وقفہ ہے اور ہر ایک درجاتی وقفہ کی اونچائی اس کا تعدد ہے۔ یعنی درجاتی وقفوں کو افقی محور (x - محور) پر اور تعدد کو عمودی محور (y - محور) پر ظاہر کرتے ہیں۔

مستطیل کا ہر رقبہ درجاتی وقفہ کے تعدد کے بالترتیب تناسب میں ہوتے ہیں اور ہسٹوگرام کا کل رقبہ کل تعدد کے تناسب میں ہوتا ہے۔ کیونکہ مسلسل تعددی تقسیم کی وجہ سے مستطیلوں کو پہلو بہ پہلو رکھے گئے ہیں جو مستقل مستطیلوں کے درمیان کوئی وقفہ نہیں ہے۔

ہسٹوگرام بنانے کے مرحلے:

1۔ معطیات کو مسلسل شکل (خروجی شکل) میں پیش کریں۔ اگر یہ غیر مسلسل شکل (شمولیتی شکل) میں ہو تو مطابقت کا عامل کا استعمال کر کے اسے مسلسل شکل میں تبدیل کریں۔

2۔ x - محور اور y - محور پر ٹھیک اکائیوں کا انتخاب کریں۔

3۔ تمام درجاتی وقفے کے ادنیٰ حدوں کو x - محور پر نشان کریں۔

4۔ تعددی تقسیم کو y - محور پر نشان کریں۔

5۔ درجاتی وقفوں کو قاعدہ بناتے ہوئے ایک کے بعد دیگر تعدد بلندیوں کے ساتھ مستطیل بنائیں۔ ہر درجاتی وقفے میں ادنیٰ اور اعلیٰ قیمتیں ہوتی ہیں۔ یہ ہمیں دو مساوی عمودی خطوط دیتے ہیں جو تعددوں کو ظاہر کرتے ہیں۔ خطوط کے اوپری کناروں کو ملانے سے مستطیل حاصل ہوتے ہیں۔

غور کیجئے:

ہسٹوگرام اور ستونی ترسیم کے درمیانی فرق

ستونی ترسیم:	ہسٹوگرام:
1۔ غیر گروہی معطیات کے لئے استعمال ہوتا ہے۔	1۔ گروہی معطیات کے لئے استعمال ہوتا ہے۔
2۔ ستونوں کے درمیان وقفہ ہوتا ہے۔	2۔ مستطیلوں کے درمیان کوئی وقفہ نہیں ہوتا ہے۔
3۔ ہر ستونوں کی اونچائی بہت اہم ہے اور نہ کہ اس کی چوڑائی۔	3۔ ہر مستطیل کی اونچائی اور چوڑائی یکساں طور پر اہمیت رکھتے ہیں۔

8th Maths unit 6 statistics
Thursday, April 16, 2020 3:52:45 PM

6.4.1 (i) مسلسل تعددی تقسیم ے لئے ہسٹوگرام کی تصنیف کرنا:

(Construction of a histogram for continuous frequency distribution)

مثال 6.6

کسی دیہات کے 100 افراد کی عمریں دی گئی ہیں۔ ذیل کی جدول کو استعمال کر کے ہسٹوگرام بنایئے۔

عمر	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90
افراد کی تعداد	11	9	8	20	25	10	8	6	3

حل: دیئے گئے معطیات مسلسل تعددی تقسیم میں ہیں۔

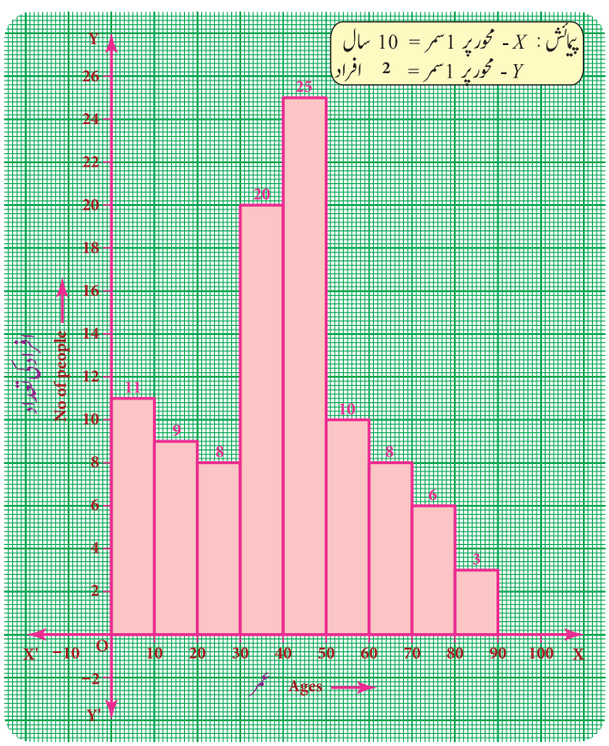
درجاتی وقفوں کو x - محور پر اوران کے تعددوں کو

y - محور پر کھینچا جائے۔

درجاتی وقفوں (عمر) اوران کے تعدد (افراد کی تعدد)

لے کر مستطیل بنایا جائے۔

درجہ ذیل کی طرح ہسٹوگرام کو بنایا جائے.



غور کیجئے:

اگر درجاتی وقفے '0' صفر سے شروع نہ ہوتے ہوں تو اس کو ٹیڑھی میڑھی (Zigzag) خط کو ($\sim$) x - محور پر مبدا کے قریب نشان کیا جائے۔ اگر ضرورت پر ($\sim$) y - محور پر یا دونوں محوروں پر بھی نشان کیا جائے۔ یعنی یہ اس بات کی علامت ہے کہ مبدا (0) سے شروع ہونے والے معطیات نہیں ہیں۔

6.4.1. (ii) غیر مسلسل تعددی تقسیم کے لئے ہسٹوگرام کی تصنیف کرنا

(Construction of a histogram for discontinuous frequency distribution)

مثال 6.7

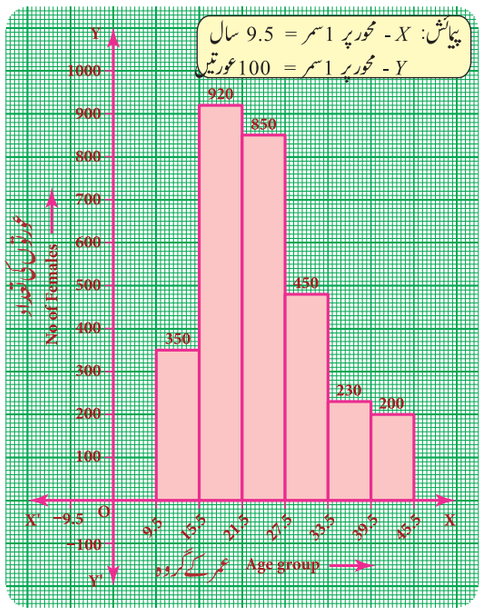
ذیل کی جدول میں کسی گاؤں کے تعلیم یافتہ (literate) 10 تا 45 عمر والے عورتوں کی تعداد کو گروہ میں دیا گیا ہے۔

عمر کے گروہ	10-15	16-21	22-27	28-33	34-39	40-45
عورتوں کی تعداد	350	920	850	480	230	200

اوپر کے معطیات کو ظاہر کرنے کے لئے ہسٹوگرام بنایئے۔

8th Maths unit 6 statistics
Thursday, April 16, 2020 3:52:46 PM

حل :



دی گئی تعددی تقسیم غیر مسلسل ہے۔ اگر ہم دئے گئے معطیات کو ترسیم پر ہو بہو ظاہر کریں تو ہمیں ایک ستونی ترسیم حاصل ہوگا۔ جب کہ درجاتی وقفوں کے درمیان فاصلہ ہوگا۔ لہذا، اس کو مطابقت کا عامل کے استعمال کر کے اسے مسلسل تعددی تقسیم میں تبدیل کیا جائے۔

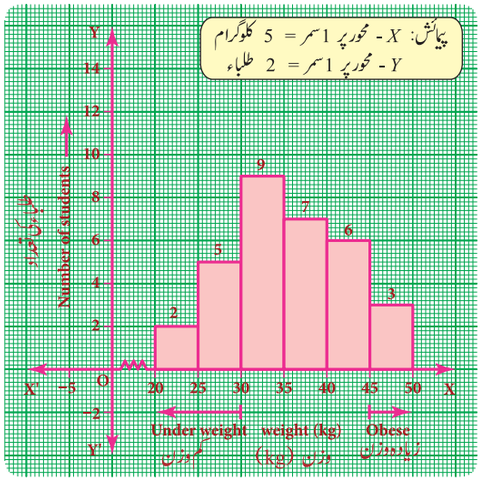
پہلے درجاتی وقفے کو 9.5 - 15.5 کی طرح لکھا جاسکتا ہے اور بقیہ درجاتی وقفوں کو اسی طریقے سے تبدیل کیا جائے تو تعددوں میں کوئی تبدیلی نہیں ہوگی۔

یہ نئی مسلسل تعددی جدول ہے۔

عمر کے گروہ	9.5-15.5	15.5-21.5	21.5-27.5	27.5-33.5	33.5-39.5	39.5-45.5
عورتوں کی تعداد	350	920	830	480	230	200

مثال 6.8 دئے گئے ہسٹوگرام پر غور کیجئے اور ذیل کے سوالات کے جوابات دیجئے۔

(اشارہ : کم وزن: 30 کلوگرام سے کم، عام وزن: 30 سے 40 کلوگرام، موٹاپا: 45 کلوگرام سے زیادہ)



1۔ کن معلومات کو یہ ہسٹوگرام ظاہر کرتا ہے؟

2۔ کس گروہ میں زیادہ تعداد کے طلباء ہیں؟

3۔ ان میں سے کتنے طلباء کم وزن (Under Weight) کے ہیں؟

4۔ ان میں سے کتنے طلباء زیادہ وزن (obese) کے ہیں؟

5۔ 30 - 40 وزن کے گروہ میں کتنے طلباء ہیں۔

حل :

1 ۔ VIII ویں جماعت کے طلباء کے وزن کے مجموعہ کو یہ ہسٹوگرام ظاہر کرتا ہے۔

2۔ 30 - 35 وزن کے گروہ میں زیادہ سے زیادہ 9 طلباء ہیں۔

3 ۔ ان میں (5 + 2 =) 7 طلباء جو کم وزن کے ہیں۔

4 ۔ ان میں 3 طلباء جو زیادہ وزن کے ہیں۔

5 ۔ ان میں (7 + 9 =) 16 طلباء 30-40 Kg وزن کے گروہ میں ہیں۔

8th Maths unit 6 statistics
Thursday, April 16, 2020 3:52:47 PM

6.4.2 تعددی کثیر ضلعی : (Frequency Polygon)

تعددی کثیر ضلعی ایک خطی ترسیم ہے جو تعددی تقسیم کی ترسیمی نمائندگی کرتی ہے۔ اگر ہم کسی ہسٹوگرام کے مستطیلوں کے اوپری حصہ کے درمیانی نقطہ نشان کر کے ان کو خطوط مستقیم کے ذریعہ ملانے پر بننے والی شکل کو تعددی کثیر ضلعی کہتے ہیں۔ اس کو اس کثیر ضلعی کہا جاتا ہے۔ کیوں کہ اس میں موجود خطوط کی تعداد کو ہی کثیر ضلعی کے ضلع کے طور پر ہوتے ہیں۔

تعددی کثیر ضلعی دو یا دو سے زیادہ تعددی تقسیموں کو موازنہ کرنے کے لئے بہت کارآمد ہے۔ گروہی تعدد تقسیم کے لئے تعددی کثیر ضلعی کو دو طریقے سے تصنیف کر سکتے ہیں۔

i) ہسٹوگرام کے استعمال سے ii) بغیر ہسٹوگرام کے استعمال سے

6.4.2 (i) ہسٹوگرام کو استعمال کرتے ہوئے تعددی کثیر ضلعی تصنیف کرنا۔

1 ۔ دئے گئے معطیات سے ایک ہسٹوگرام بنائیے۔

2 ۔ ہسٹوگرام کے متصل مستطیلوں کے اوپری حصہ کے درمیانی نقطہ کو قطاع خطوط کے ذریعہ ملائے۔

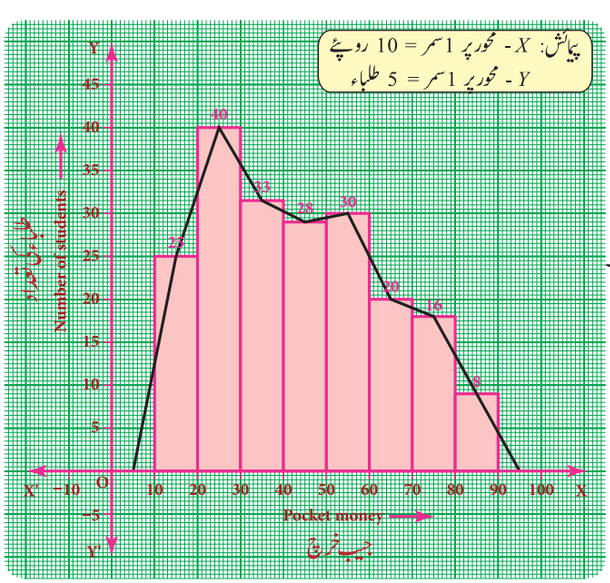
3 ۔ یہ قیاس کیا جاتا ہے کہ پہلا درجاتی وقفہ کا پہلا مستطیل اور پیچھے آنے والا درجاتی وقفہ کے آخری مستطیل ہسٹوگرام میں موجود ہوتے ہیں۔ تعدد کے درجاتی وقفہ کا ہر طرفین صفر ہے۔ ان درجاتی وقفوں کو "قیاسی درجاتی وقفے" کہتے ہیں۔

4 ۔ تعددی کثیر ضلعی حاصل کرنے کے لئے، اول اور آخر کے درجاتی وقفوں کے درمیانی نقطوں کو مفروضہ درجاتی وقفوں کے درمیانی نقطوں کو مکمل کریں۔

مثال 6.9 کسی اسکول کے 200 طلباء کے جیب خرچ (Pocket Money) کی تعددی تقسیم ذیل میں دی گئی ہے۔

جیب خرچ	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90
طلباء کی تعداد	25	40	33	28	30	20	16	8

ہسٹوگرام کو استعمال کر کے تعددی کثیر ضلعی تیار کیجئے۔



حل:

جیب خرچ کو x - محور پر اور طلباء کی تعداد کو y - محور پر ظاہر کریں۔ دئے گئے معطیات کے لئے ایک ہسٹوگرام بنائیے۔ مسلسل مستطیل کے اوپری حصوں کے درمیانی نقطوں کو نشان کریں۔ قیاسی درجاتی وقفہ کے درمیانی نقاط 0-10 اور 90-100 کو بھی نشان کریں جس کا تعدد x- محور پر '0' صفر ہے۔ تمام درمیانی نقطوں کو اسکیل کی مدد سے ملایا جاتا ہے تو ہمیں ایک ہسٹوگرام کے اوپری تعددی کثیر ضلعی حاصل ہوگا۔

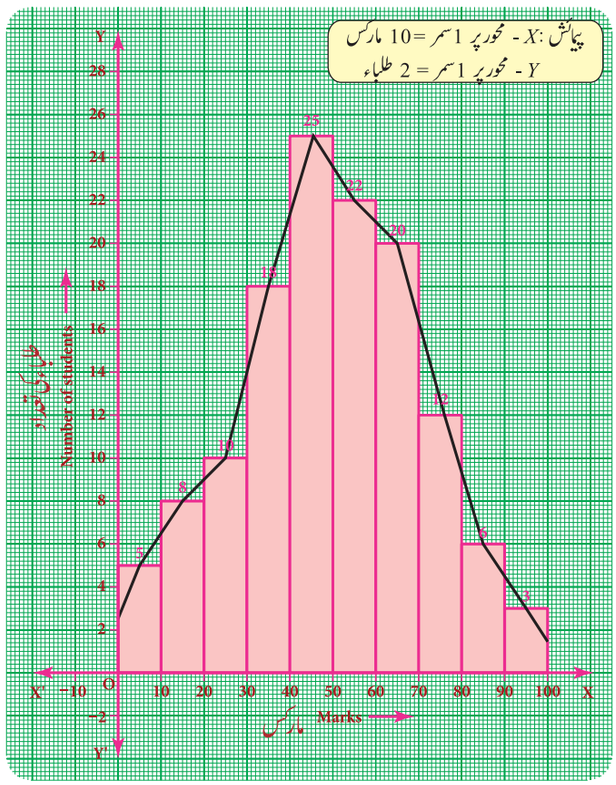
8th Maths unit 6 statistics
Thursday, April 16, 2020 3:52:47 PM

غور کیجئے:

بعض اوقات قیاسی درجاتی وقفے موجود نہیں ہوتے۔ مثال کے طور پر کسی ٹسٹ میں طلباء سے حاصل کردہ مارکس معاملے میں ہم '0' صفر سے کم اور زیادہ مارکس کے آگے دونوں جانب نہیں جاسکتے۔ ایسے موقع پر، انتہائی قطاع خط جزوی طور پر کھینچا جائے اور اسے عمودی شکل میں لایا جائے تاکہ وہ اول اور آخری مستطیلوں کے عمودی حصوں کے درمیانی نقاط کو ملاسکیں۔

مثال 6.10 ذیل کے معطیات کے لئے ہسٹوگرام کو استعمال کرتے ہوئے ایک تعددی کثیر ضلعی بنایئے۔

مارکس	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100
طلباء کی تعداد	5	8	10	18	25	22	20	13	6	3



حل: مارکس کو x - محور پر اور طلباء کی تعداد کو y - محور پر نشان کریں۔ دئے گئے معطیات کا ایک ہسٹوگرام بنایئے۔ مستطیل کے اوپری حصوں کے درمیانی نقطوں کو نشان کیجئے اور خطوط کے ذریعے ان کو ملانے پر ہمیں تعددی کثیر ضلعی حاصل ہوتا ہے۔ غور کیجئے کہ تعددی کثیر ضلعی کے شروع اور ختم کے کنارے پہلے اور آخری مستطیل کے عمودی کنارے کے درمیانی نقاط سے مل جائیں گے۔ کیونکہ قیاسی درجاتی وقفے مارکس میں نہیں ہوتے۔

(اوپر کے حوالہ پر غور کریں)

6.4.2 (ii) ہسٹوگرام کے استعمال کے بغیر تعددی کثیر ضلعی بنانا:

1 ۔ درجاتی وقفوں کے درمیانی نقاط معلوم کیجئے اور ان کو جدول میں لکھئے

2 ۔ x- محور پر درجاتی وقفہ کا درمیانی نقاط اور y - محور پر تعدد کو نشان کیجئے

3 ۔ ہر ایک درمیانی نقطہ کے تعدد میں بالترتیب نقاط کو مرتسم کیجئے۔

4 ۔ نقاط کو اسکیل کی مدد سے ملانے پر تعددی کثیر ضلعی حاصل ہوگا۔

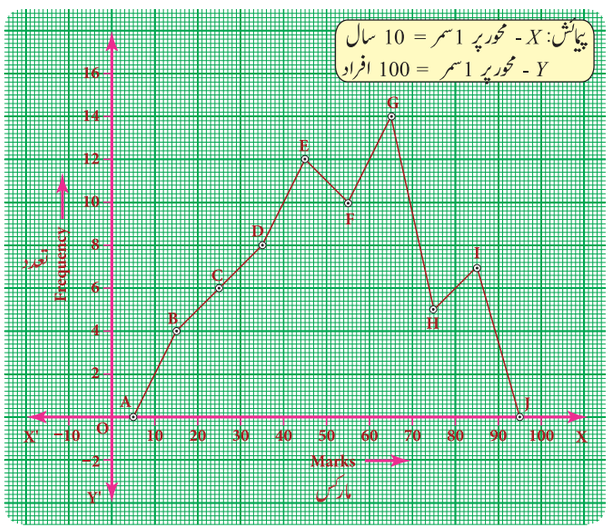
مثال 6.11 ذیل میں دئے گئے معطیات کو ہسٹوگرام کے استعمال کے بغیر ایک تعددی کثیر ضلعی بنایئے۔

درجاتی وقفہ (مارکس)	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90
تعدد	4	6	8	12	10	14	5	7

8th Maths unit 6 statistics
Thursday, April 16, 2020 3:52:48 PM

حل: درجاتی وقفوں کے درمیانی نقاط کو معلوم کیجئے اور ان کو جدول میں لکھئے:

درجاتی وقفہ (C.I)	درمیانی نقاط (x)	تعدد (f)
10 – 20	15	4
20 – 30	25	6
30 – 40	35	8
40 – 50	45	12
50 – 60	55	10
60 – 70	65	14
70 – 80	75	5
80 – 90	85	7



نقاط یہ ہیں۔

A(5,0), B(15,4), C(25,6), D(35,8), E(45,12)
F(55,10), G(65,14), H(75,5), I(85,7), J(95,0).

ترسیمی کاغذ پر x - محور پر درمیانی نقاط کو اور y - محور پر تعدد کو نشان کیجئے۔ ہم قیاسی گروہ کو 10 - 0 شروع اور 100 - 90 پر ختم کرتے ہوئے ہر ایک کو صفر تعدد کے ساتھ لیں گے۔ جدول کو استعمال کرے ہوئے نقاط پر مرتسم کیجئے۔ ہم قطاع خطوط $IJ, HI, GH, FG, EF, DE, CD, BC, AB$ کو ملاتے ہوئے درکار تعددی کثیر ضلعی $ABCDEFGHIJK$ حاصل کرتے ہیں۔

مشق 6.2

1۔ درج ذیل کے کون سے معطیات کو ہسٹوگرام میں ظاہر کر سکتے ہیں؟

i۔ ٹمل ناڈو کے 20 تا 60 کی عمر رکھنے والے کوہ پیما (Mountain climbers) کی تعداد

ii۔ مختلف سالوں میں سائیکلوں کی تیاری۔

iii۔ کسی اسکول کے ہر کلاس کے طلباء کی تعداد۔

iv۔ کسی انتخابات (چناؤ) میں 7 am سے 6 pm تک ڈالے گئے ووٹوں کی تعداد۔

v۔ ایک روزہ کرکٹ میچ میں 1 اوور (over) سے 50 اوور تک میں گرنے والے وکٹس (Wickets) کی تعداد۔

2۔ خالی جگہ پر کیجئے:

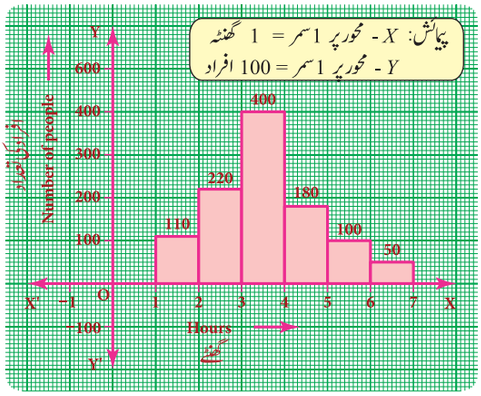
i۔ مستطیلوں کا رقبہ دئے گئے ..... کے تناسب میں ہوتے ہیں۔

ii۔ دئے گئے معطیات کے ہسٹوگرام کا کل رقبہ، کل تعدد کے ..... میں ہوتا ہے۔

iii۔ ہسٹوگرام ..... معطیات کا ترسیمی نمائندگی کرتا ہے۔

8th Maths unit 6 statistics
Thursday, April 16, 2020 3:52:48 PM

3۔ ایک گاؤں میں 570 افراد کے پاس موبائل فون ہے۔ایک NGO ان کے موبائل فون کے استعمالات کا سروے (Survey) کرتا ہے۔سروے کے معلومات کے مطابق ایک ہسٹوگرام بنایا گیا ہے۔ذیل کے سوالات کے جوابات دیجئے:



i۔ کتنے افراد 3 گھنٹوں سے کم موبائل فون کا استعمال کرتے ہیں؟

ii۔ کتنے افراد 5 گھنٹوں سے زیادہ موبائل فون کا استعمال کرتے ہیں؟

iii۔ کیا 1 گھنٹے سے کم موبائل فون استعمال کرنے والے افراد ہیں؟

iv۔ ان معطیات کے لئے تمہاری رائے پیش کیجئے۔

4۔ ذیل کے معطیات کے لئے ہسٹوگرام بنایئے:

درجاتی وقفہ	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
طلباء کی تعداد	5	15	23	20	10	7

5۔ ایک جماعت کے طلباء کے 40 طلباء کے کل مارکس کو ذیل کی تقسیم میں دیا گیا ہے اس سے ایک ہسٹوگرام بنایئے۔

مارکس	90-110	110-130	130-150	150-170	170-190	190-210
طلباء کی تعداد	9	5	10	7	4	6

6۔ 100 افراد کی اونچائیوں (سم میں) کی تقسیم کو ذیل میں دیا گیا ہے۔ہسٹوگرام بنایئے اور اس پر تعددی کثیر ضلعی کو عائد کیجئے۔

اونچائی (سم)	125-135	136-146	147-157	158-168	169-179	180-190	191-201
تعدد	12	22	18	24	15	7	2

7۔ کسی دانتوں کے مسئلہ کے مطالعہ سے ذیل کے معطیات حاصل ہوتے ہیں۔

عمر	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
مریضوں کی تعداد	5	13	25	14	30	35	43	50

مندرجۂ بالا معطیات کو ایک تعددی کثیر ضلعی میں ظاہر کیجئے۔

8۔ ذیل میں 50 طلباء سے حاصل کردہ ریاضی کے مارکس دئے گئے ہیں۔

i۔ تعددی تقسیمی جدول تیار کیجئے جس کی درجاتی جسامت 10 مارکس ہو۔

ii۔ ہسٹوگرام اور تعددی کثیر ضلعی بنایئے۔

52	33	56	52	44	59	47	61	49	61
47	52	67	39	89	57	64	58	63	65
32	64	50	54	42	48	22	37	59	63
36	35	48	48	55	62	74	43	41	51
08	71	30	18	43	28	20	40	58	49

8th Maths unit 6 statistics
Thursday, April 16, 2020 3:52:49 PM

Objective Type Questions معروضی سوالات

9۔ معطیات کا مجموعہ ہے۔

(a) اعداد (b) الفاظ (c) پیمائشیں (d) یہ تینوں

10۔ کتنے مرتبہ ایک مشاہدہ دئے گئے معطیات میں واقع ہوتا ہے وہ ..... ہے۔

(a) موزونیتی نشان (b) معطیات (c) تعدد (d) کوئی بھی نہیں

11۔ دئے گئے معطیات میں سب سے بڑی قیمت اور سب سے چھوٹی قیمت کا فرق ..... ہے۔

(a) وسعت (b) تعدد (c) متغیر (d) کوئی بھی نہیں

12۔ ..... معطیات ایک معین وقفے کے درمیان کی کوئی قیمت ہے۔

(a) غیر گروہی (b) گروہی (c) تعدد (d) کوئی بھی نہیں

13۔ شمولیتی سلسلہ ..... سلسلہ ہے۔

(a) مسلسل (b) غیر مسلسل (c) دونوں (d) کوئی بھی نہیں

14۔ کسی درجاتی وقفہ میں ایک وقفہ کا اعلیٰ حد دوسرے وقفہ کا ادنیٰ حد ہو تو یہ ..... سلسلہ ہے۔

(a) شمولیتی (b) خروجی (c) غیر گروہی (d) کوئی بھی نہیں

15۔ غیر گروہی معطیات کی ترسیمی نمائندگی ..... ہے۔

(a) ہسٹوگرام (b) تعددی کثیر ضلعی (c) پئی چارٹ (d) یہ تینوں

16۔ ہسٹوگرام ایک ترسیم ہے ..... تعددی تقسیم کا

(a) مسلسل (b) غیر مسلسل (c) علاحدہ (d) کوئی بھی نہیں

17۔ ..... ایک خطی ترسیم ہے جو مسلسل تعددی تقسیم کی نمائندگی کرتا ہے۔

(a) تعددی کثیر ضلعی (b) ہسٹوگرام (c) پئی چارٹ (d) ستونی ترسیم

18۔ گروہی معطیات کی ترسیمی نمائندگی ..... ہے۔

(a) ستونی ترسیم (b) تصویری ترسیم (c) پئی چارٹ (d) ہسٹوگرام

Miscellaneous and Practice Problems متفرق مشقی سوالات:

1۔ دئے گئے معطیات کے لئے پئی چارٹ بنائیے۔

انٹارٹیکا	آسٹریلیا	یوروپ	جنوبی امریکہ	شمالی امریکہ	آفریقہ	ایشیاء	براعظم
9 %	6 %	7 %	12 %	16 %	20 %	30 %	رقبہ

2۔ اسکول کو آنے والے طلباء کے مختلف ذرائع نقل وحمل کے معطیات دئے گئے ہیں۔ ان معطیات کے لئے پئی چارٹ بنائیے۔

کار	اسکوٹر	پیدل	سائیکل	بس	ذرائع نقل وحمل
5 %	10 %	15 %	30 %	40 %	طلباء کا فیصد

8th Maths unit 6 statistics
Thursday, April 16, 2020 3:52:50 PM

3۔ دئے گئے تعددی تقسیم کے لئے ہسٹوگرام بنایئے

عمر	41-45	46-50	51-55	56-60	61-65	66-70	71-75
تعدد	4	9	17	25	15	8	2

4۔ دئے گئے معطیات کو ایک ہی ترسیم میں ہسٹوگرام اور تعددی کثیر ضلعی بنایئے۔

وزن (kg میں)	50-55	56-61	62-67	68-73	74-79	80-85	86-91
افراد کی تعداد	15	8	12	17	9	10	6

تقابلی سوالات: Challenging problems

5۔ مسلسل تعددی تقسیم کی جدول بنایئے اور دئے گئے معطیات سے ہسٹوگرام بنایئے۔

عمر (سال میں)	افراد کی تعداد
5 سے کم	1
10 سے کم	12
15 سے کم	19
20 سے کم	26
25 سے کم	27
30 سے کم	35
35 سے کم	38
40 سے کم	45
45 سے کم	48
50 سے کم	53

6۔ کسی کپڑے بنانے والی کمپنی میں ایک روپئے کے خرچ کو ذیل کی طرح تقسیم کرتی ہے۔اس کو پئی چارٹ میں ظاہر کیجئے۔

فہرست	پیسہ
کسان	20
کاتنے والا	34
کپڑے رنگنے والا	12
بننے والا	14
چھاپنے والا (طابع)	09
مزدوری	11

7۔ دئے گئے معطیات کے لئے ہسٹوگرام بنایئے۔

وسطی قیمت (x)	15	25	35	45	55	65	75
تعدد (f)	12	24	30	18	26	10	8

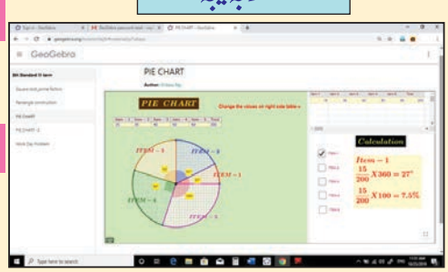
8th Maths unit 6 statistics
Thursday, April 16, 2020 3:52:50 PM

خلاصہ

- شماریات میں معطیات بنیادی اکائی ہے۔جمع کردہ معلومات (حقائق) جیسے اعداد، الفاظ، پیمائشیں اور مشاہدات وغیرہ معطیات ہیں۔
- معطیات کو جدول کی شکل میں ترتیب دینے کو تعددی تقسیم کہتے ہیں۔اس میں واقع ہونے والے ہر ایک متغیر تعدد دکھایا جاتا ہے۔
- متغیرات کو درجاتی وقفوں میں گروہوں میں تبدیل کرنا، ہر گروہ کو درجاتی وقفہ C.I کہا جاتا ہے۔
  درجاتی وقفہ کی اعلیٰ حد اور ادنیٰ حد کا درمیانی فرق کو درجاتی جسامت کہا جاتا ہے۔
- درجاتی وقفوں میں اگر ادنیٰ اور اعلیٰ حد کو درجاتی وقفہ میں شامل کرلیا جاتا ہے تو اس کو شمولیتی سلسلہ کہتے ہیں۔
- پئی چارٹ ایک دائری تقسیم ہے، جو اس کے اجزاء کی کل قیمت پیش کرتی ہے۔
- مسلسل تعددی تقسیم کا ایک ترسیم ہسٹوگرام ہے۔
- تعددی کثیر ضلعی ایک خطی ترسیم ہے جو تعددی تقسیم کی ترسیمی نمائندگی کرتی ہے۔

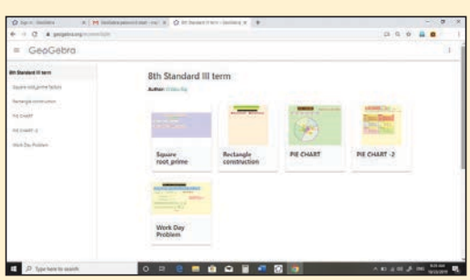
ICT CORNER — ICT کارنر

مطلوبہ نتیجہ

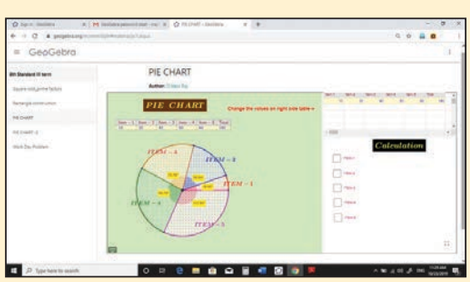


مرحلہ 1 : براؤزر کھولئے اور دئے گئے URL لنک کو ٹائپ کیجئے یا دئے گئے QR کوڈ کو اسکین کیجئے۔
" 8th Standard III term " نامی Geogebra ورک شیٹ کھلے گا۔
"PIE CHART" نامی ورک شیٹ پر کلک کیجئے۔

مرحلہ 2 : دائیں جانب موجود Check box میں تمہاری قیمتوں کو درج کیجئے۔
پئی چارٹ میں تم تبدیلی دیکھ سکتے ہو۔
Check box پر کلک کر کے اس سے تعلق رکھنے والے حسابات کو بھی دیکھ سکتے ہو۔



Step 1



Step 2

GXH37

Browse in the link
Statistics:
https://www.geogebra.org/m/xmm5kj9r or Scan the QR Code.

8th Maths unit 6 statistics
Thursday, April 16, 2020 3:52:51 PM



7 اطلاعات کو عمل میں لانا

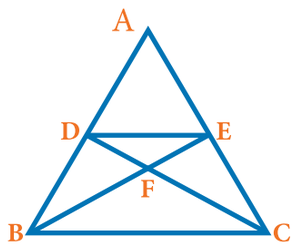
INFORMATION PROCESSING

سیکھنے کے مقاصد

- چند طریقہ کار کو اختیار کرتے ہوئے کسی بھی اشیاء کے ممکن ترتیب کی تعداد کو آزادانہ طور پر دریافت کرنا۔
- منطقی سوچ (Logical thinking) کو پروان چڑھانے کے لئے سٹ گیم (SET game) سیکھنا۔
- ریاضی تصورات کے نمونے بنانے اور اظہار کرنے میں نقشے کو رنگ بھرنے کے رول کی تحقیق کرنا اور ترسیم کو رنگ بھرنے کے ذریعے مسئلے کو حل کرنا۔
- طبیعی اور حیاتیاتی طور پر موجود حیرت انگیز فیبوناچی نمونوں پر غور کرنا۔
- اچھی طرح سوچ کر اعداد کے HCF کو معلوم کرنے کا بہترین طریقہ منتخب کرنا۔
- اطلاعات کو کس طرح رمز نگاری اور رمز کشائی کی جاتی ہے اس کو سمجھنا۔
- خریداری - اشیاء کے خریدنے سے پہلے ٹھیک متبادل کا انتخاب کرنا۔
  ہر اشیا کی اکائی قیمت کو محسوب کر کے محدود بجٹ میں خریدنا۔
- پیکنگ - کس طرح اشیاء کو دی گئی جگہ میں بہتر انداز میں رکھا جانے کو سمجھنا اور اس کے لئے بہتر حل معلوم کرنا ۔

اعادہ : Recap ذیل کے سوالات کے جوابات معلوم کیجئے، یاد کیجئے کہ کس طرح سے تمام امکانات کی فہرست لکھتے ہیں اور پھر انہیں گنتی کرتے ہیں، جیسا کہ تم نے پچھلی کلاسوں میں سیکھا ہے۔

1۔ تمام ممکن مثلثوں کی تعداد معلوم کیجئے،
جو نیچے دئے گئے مثلث سے بنا سکتے ہیں۔



جواب: _____

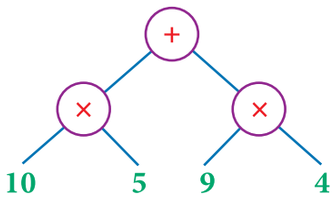
2۔ ایک 3×3 جادوئی مربع بنانے کے لئے دئے گئے اعداد کو استعمال کیجئے۔

جواب:

		13		
	15		7	
17		9		1
	11		3	
		5		

8th Maths unit 7 inf pro
Thursday, April 16, 2020 3:54:00 PM

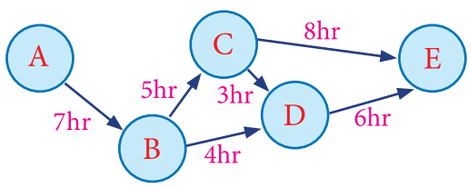
3۔ شجری خاکہ کو عددی جملہ میں تبدیل کیجئے۔



جواب: _____

4۔ (i) ایک بس A سے C,B اور D کے ذریعے سے E کو پہنچنے کے لئے لیا گیا وقت معلوم کیجئے۔

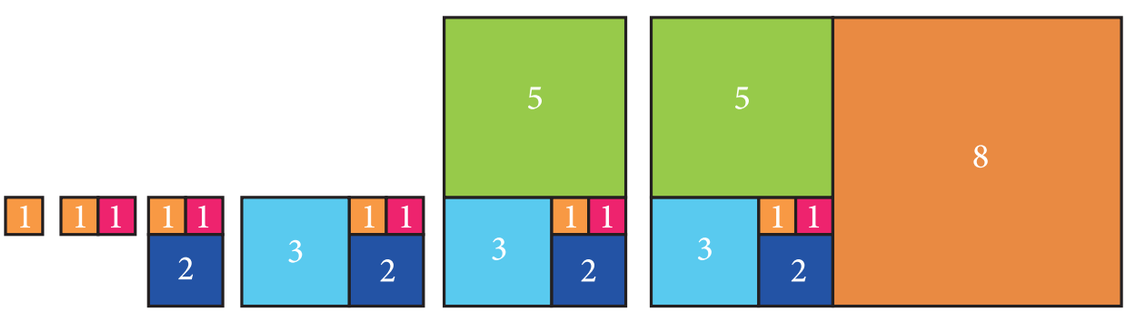
(ii) A سے E کے لئے مختصر ترین راستہ کون سا ہے معلوم کیجئے



(i) .....hrs.

(ii) A → ... → ... → E

5۔ مربعوں کو جوڑے ہر مربع کے کونے وتروں سے ہوتے ہوئے ایک منحنی خط کھینچئے جو مربعوں کے کونوں سے گذرتی ہو۔ فیبو ناچی مربعوں کو استعمال کر کے ایک سنہرا مرغولہ بنانا۔



FIBONACCI SQUARES فیبو ناچی مربعے

6۔ اگر تم ایک قمیص خریدنے کا ارادہ کرتے ہو تو ایک دکان پر 1000 ₹ کی MRP والی قمیص پر 20% کی رعایت دیتا ہے۔ جب کہ دوسرا اسی MRP پر 15% کی رعایت دیتا ہے تو تم کس دکان سے قمیص خریدو گے؟

7۔ امیزنگ پارک (Amazing Park) میں 5 افراد کے داخلے کے ٹکٹ آفر پر 130 ₹ ہے۔ جب کہ ایک داخلہ کی ٹکٹ کی قیمت 30 ₹ ہے۔ اس آفر کو استعمال کرنے سے تم کتنی رقم بچت کرو گے؟

7.1 تعارف (Introduction)

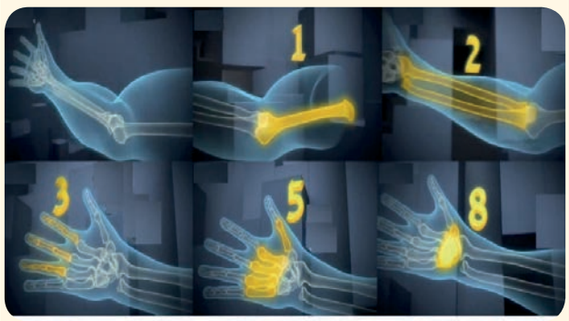
علم ریاضی میں کامیابی، گنتی اور مقدار کے ذریعے اعداد کے احساس، منطقی سوچ اور صلاحیت کی ترقی سے شروع ہوتی ہے۔ اس جماعت میں ہم روزمرہ کے حالات جیسے مختلف شکلیں، دئے گئے نقشہ میں کم سے کم رنگوں کو استعمال کرنا، ان سب کے لئے عملی حل پایا جاتا ہے۔ اسی کے ساتھ ہم فیبو ناسی اعداد کے نمونوں کا طبیعی اور حیاتیاتی مظہر اور اعلیٰ سطح کی سوچ میں بعض سِفر (Cipher) سے متعلق بحث کریں گے، جس سے مقابلاتی امتحانوں میں آسانی ہو۔ ہم یہ بھی بحث کریں گے کہ کسی چیز کو خرید کر پیک کرتے وقت آپ ایک چالاک گاہک کیسے بن سکتے ہو۔ اسی کے ساتھ ہم اپنے ابھرتے ہوئے کارروائیوں کی تائید میں ایک گیم بھی کھیلیں گے۔ اوپر بتائے گئے یہ تمام مباحثے ہمیں ریاضی اور دیگر اسباق سے متعلق دلچسپی کو بڑھانے میں معاون اور مددگار ثابت ہوں گے۔

8th Maths unit 7 inf pro
Thursday, April 16, 2020 3:54:01 PM

روزمرہ زندگی کے حسابات حقیقی زندگی میں اطلاعات کو عمل میں لانا



ایک معمار دوستونوں کے درمیان اینٹوں کو جوڑ کر ایک دیوار تعمیر کر رہا ہے



فیبو ناچی اعداد کے لئے حیاتیاتی مثال:

7.2 گنتی کے اصول Principles of counting

گنتی کے بعض بنیادی تکنیک ہیں جو اعداد کو ترتیب دینے یا اشیاء کے انتخاب میں مددگار ہیں۔ گنتی کے بنیادی اصول یہاں دئے گئے ہیں۔

7.2.1 جمع کا اصول Addition principle

اگر دو اعمال اس طرح کہ انہیں آزادانہ طور پر بالترتیب m راستوں اور n راستوں سے کیا جاسکتا ہے تو دونوں اعمال میں ہر ایک کو $(m + n)$ راستوں سے کیا جاسکتا ہے۔



Fig 7.1

آیئے ہم اس گنتی کی جمع کے اصول کو نیچے دئے گئے صوتوں کی طرح سیکھیں گے۔

صورت حال 1 :

آٹھویں جماعت میں، 11 لڑکے اور 9 لڑکیاں ہیں۔ ٹیچر، کلاس لیڈر کی طرح ایک لڑکا یا ایک لڑکی کا انتخاب کرنا چاہتے ہیں۔ آیئے ٹیچر کتنے طریقوں سے کلاس کے لیڈر کا انتخاب کرتے ہیں۔

ٹیچر ذیل کے کسی ایک طریقہ سے کلاس کے لیڈر کا انتخاب کر سکتے ہیں۔

(i) پہلے انتخاب میں ٹیچر 11 طریقے سے 11 لڑکوں میں سے کسی ایک لڑکے کا انتخاب کر سکتے ہیں۔ (11 لڑکوں میں سے کوئی بھی ہوسکتا ہے)

(ii) دوسرے انتخاب میں، ٹیچر 9 طریقے سے 9 لڑکیوں میں سے کسی ایک لڑکی کا انتخاب کر سکتے ہیں (9 لڑکیوں میں سے کوئی بھی ہوسکتی ہے)

چنانچہ، 20 مختلف طریقے سے (11 لڑکے + 9 لڑکیاں) سے ٹیچر، کلاس کے لیڈر کا انتخاب کر سکتے ہیں جو ایک لڑکا یا ایک لڑکی ہوسکتی ہے۔

غرض، ہمیں معلوم ہوتا ہے کہ اگر ایک عمل A، m طریقے سے واقع ہوسکتا ہے اور دوسرا عمل B، n طریقے سے واقع ہوسکتا ہے اور فرض کیجئے کہ دونوں ایک ساتھ واقع نہیں ہوسکتے، تو A یا B، $(m + n)$ طریقے سے واقع ہوسکتا ہے۔ آیئے ہم مزید چند مثالیں دیکھتے ہیں

8th Maths unit 7 inf pro
Thursday, April 16, 2020 3:54:02 PM

مثال 7.1 اگر تم کسی ہوٹل کو کھانا کھانے کے لئے جارہے ہو اور ہوٹل میں نیچے تصویر 7.2 میں دکھائی گئی ہے، کھانے کے مختلف اشیاء پیش کی جاتی ہے۔ آیئے معلوم کریں کہ کتنے ممکن طریقوں سے تم کھانا یا ناشتہ کا انتخاب کر سکتے ہو۔

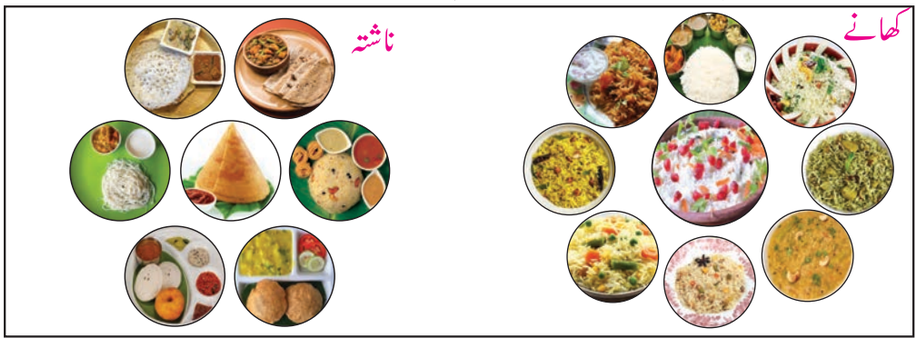


Fig. 7.2

حل : بالائی خاکہ 7.2 سے ہم نے یہ معلوم کیا ہے کہ

(i) ناشتہ کے لئے ہم 7 طریقوں سے 7 غذائی اقسام میں سے کسی ایک کو منتخب کر سکتے ہیں۔

(ii) دوپہر کے کھانے کے لئے ہم 9 طریقوں سے 9 غذائی اشیاء میں سے کسی ایک کو منتخب کر سکتے ہیں۔

چنانچہ 16 مختلف طریقوں میں سے (7 ناشتہ کی قسمیں + 9 دوپہر کے کھانے کی قسمیں) کسی ایک غذا کو منتخب کر سکتے ہیں۔

7.2.2 ضرب کا اصول Multiplication principle

اگر کسی عمل کو m طریقے سے کیا جائے، اس کے بعد ایک دوسرا عمل n طریقے سے کیا جائے اور دونوں عمل ایک دوسرے پر منحصر ہوں تو یہ دونوں عمل ٹھیک $(m \times n)$ مختلف طریقوں سے کئے جا سکتے ہیں۔

آیئے اب ہم گنتی کے ضربی اصول کے بارے میں سیکھیں گے۔

صورت حال : ایک شہر میں A, B اور C نامی تین جگہیں ہیں۔ A سے B تک، a_1, a_2 اور a_3 نامی تین راستے ہیں۔ B سے C تک b_1 اور b_2 نامی دو مختلف راستے ہیں جیسا کہ نیچے کے خاکے میں بتایا گیا ہے۔

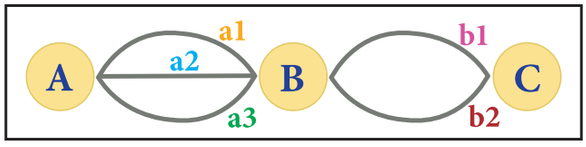


Fig 7.3

فرض کیجئے کہ ایک شخص A سے لے کر C تک B سے گذرتے ہوئے سفر کرتا ہے۔ تو آیئے ہم یہ جانیں B سے گذرتے ہوئے A سے C تک کتنے راستے اختیار کر سکتا ہے۔

(i) پہلے عمل میں A سے B تک 3 راستوں سے جا سکتا ہے اور

(ii) دوسرے عمل میں B سے C تک 2 مختلف راستوں سے جا سکتا ہے۔

لہذا، اس سے سفر کئے جانے والے راستوں کی کل تعداد $3 \times 2 = 6$ راستے ہیں جیسا کہ خاکہ 7.4 میں بتایا گیا ہے۔

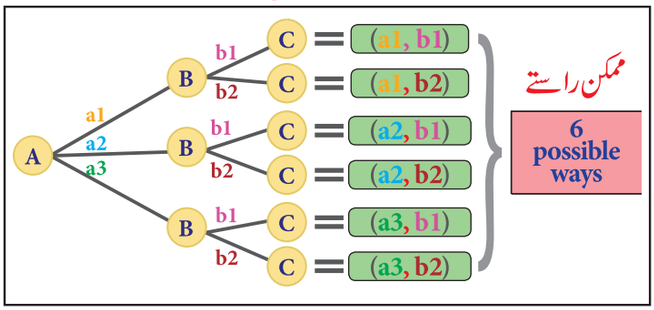


Fig 7.4

8th Maths unit 7 inf pro
Thursday, April 16, 2020 3:54:02 PM

چنانچہ ہم اس نتیجہ پر پہنچتے ہیں کہ اگر A کا انتخاب ، m طریقوں سے ہوتا ہو اور B کا انتخاب n طریقوں سے ہوتا ہو تو دونوں انتخابات ایک دوسرے پر منحصر ہیں تو دونوں انتخابات تو بالکل درست طور پر $(m \times n)$ مختلف طریقوں سے کیا جا سکتا ہے۔ آیئے درج ذیل مثالوں سے اس سے متعلق مزید معلومات حاصل کریں گے۔

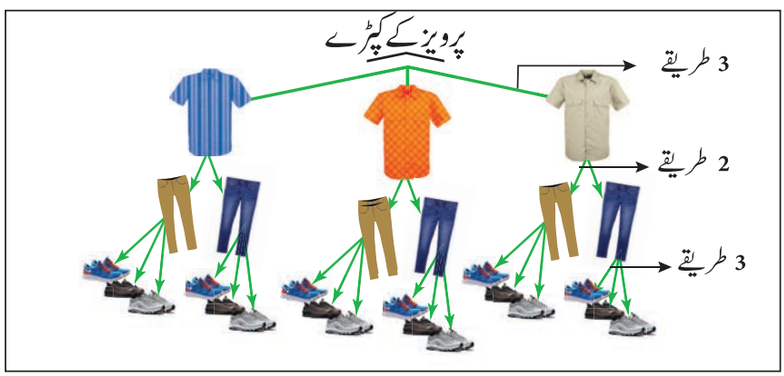


Fig. 7.5

مثال 7.2 پرویز نے اپنے جنم دن کے لئے 3 قمیصیں، 2 جینس اور 3 جوڑی جوتے خریدے۔ نیچے دیا گیا خاکہ کپڑے پہننے کے مختلف طریقے ظاہر کرتا ہے آیئے ہم یہ معلوم کریں کہ کتنے مختلف طریقوں سے پرویز اپنے جنم دن پر کپڑے پہن سکتا ہے؟

یہاں پرویز کے پاس 3 قمیصیں  ، 2 جینس  اور 3 جوڑی جوتے  ہیں۔

وہ یا تو اس طریقے سے کپڑے پہن سکتا ہے  یا خاکہ 7.6 میں بتائے گئے جوڑے کے مطابق پہن سکتا ہے۔



18 طریقے = 3 جوڑی جوتے × 2 جینس × 3 قمیص

Fig. 7.6

لہذا ، پرویز $(3 \times 2 \times 3)$ 18 مختلف ممکن طریقوں سے اپنے جنم دن پر کپڑے پہن سکتا ہے۔

مثال 7.3 آٹھویں کلاس میں، حساب کے کلب (Maths Club) میں چار ممبر T, A, M اور H ہیں۔ اس کلب کے ذیل کے انتخاب کے لئے مختلف طریقوں کی تعداد معلوم کیجئے:

(i) لیڈر (ii) لیڈر اور نائب لیڈر (Assistant Leader)

حل : **(i) ایک لیڈر کے انتخاب کے لئے**

آٹھویں کلاس میں، حساب کے کلب میں T, A, M اور H نامی چار ممبر ہیں۔

لہذا، (4×1) 4 مختلف طریقوں سے ایک لیڈر کا انتخاب کیا جا سکتا ہے۔

8th Maths unit 7 inf pro
Thursday, April 16, 2020 3:54:03 PM

(ii) ایک لیڈر اور ایک نائب لیڈر کے انتخاب کے لئے

خاکہ 7.7 میں، ایک ہی ممبر کے دہرائے جانے کو گلابی کردہ خانوں میں بتایا گیا ہے۔ اس طرح کہ، ایک شخص کے دو لیڈر شپ نہیں ہو سکتے، لہذا، سرخ کردہ کونوں کو جمع نہیں کر سکتے۔ $12((4 \times 1 \times 4) - 4)$ مختلف طریقوں سے (یا تو پیلے خانوں یا سبز خانوں میں بتائے گئے) حساب کلب کے لئے ایک لیڈر اور ایک نائب لیڈر کا انتخاب کیا جاتا ہے۔

لیڈر LEADER	نائب لیڈر ASSISTANT LEADER			
	M	A	T	H
M	MM	MA	MT	MH
A	AM	AA	AT	AH
T	TM	TA	TT	TH
H	HM	HA	HT	HH

(نائب لیڈر) 4 × (لیڈر) 4 × (1(M یا A یا T یا H)
12 طریقے = (لیڈر اور نائب لیڈر) 4 –

Fig. 7.7

کارروائی

1۔ 3,1 اور 5 ہندسوں کو دہرانے کی اجازت کے ساتھ استعمال کر کے دو ہندسی اعداد کی تعداد دریافت کیجئے۔

اس کارروائی کے دو حصے ہیں۔

i ایک اکائی ہندسہ انتخاب کرنا۔

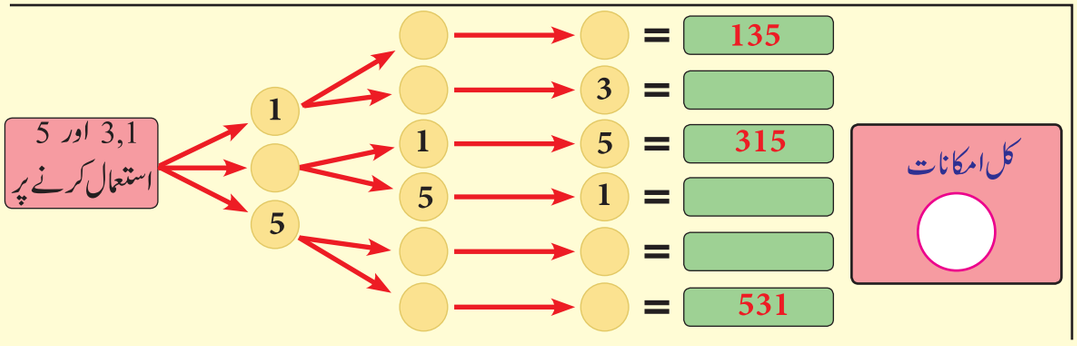
ii ایک دہائی ہندسہ انتخاب کرنا۔

پاس دئے گئے جدول کو مکمل کیجئے۔

دہائی ہندسہ Ten's Digit	اکائی ہندسہ One's Digit		
	1	3	5
1			15
3		33	
5	51		

2۔ 3,1 اور 5 ہندسوں کو دہرانے کی اجازت کے ساتھ استعمال کر کے تین ہندسی اعداد کی تعداد معلوم کیجئے۔

نیچے دئے گئے اعداد کے لئے شجری خاکہ مکمل کیجئے



کیا جانتے ہو؟

6 حروف (Characters) کو استعمال کر کے ایک پاسوارڈ (Password) بنایا جاتا ہے، جس میں پہلے دو حروف کوئی حروف تہجی، تیسرا حرف @،$،%،&،–،+،~،* اور - جیسے ایک مخصوص حرف ہے اور آخری کے تین حروف 0 سے 9 تک کے کوئی اعداد ہیں۔ اس کے لئے، $26 \times 26 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 67,60,000$ ممکن مختلف طریقوں سے وہ پاسورڈ تیار کیا جا سکتا ہے۔

8th Maths unit 7 inf pro
Thursday, April 16, 2020 3:54:04 PM

مثال 7.4 طلباء ایک سلپ ٹسٹ میں صحیح یا غلط قسم کے 3 سوالات کے جواب کتنے طریقوں سے دے سکتے ہیں؟

حل :

فرض کیجئے کہ سوال Q_1 کا جواب صحیح ہے، Q_2 اور Q_3 کے جوابات FT, TF, TT اور FF ان چار طریقوں سے دئے جاسکتے ہیں۔

اسی طرح سے، فرض کیجئے کہ سوال Q_1 کا جواب غلط ہے، Q_2 اور Q_3 کے جوابات بھی FT, TF, TT اور FF ان چار طریقوں سے دئے جاسکتے ہیں۔

غرض، ایک سوال کے لئے (صحیح یا غلط) دو ہی انتخابات ہیں۔

لہذا، ایک سلپ ٹسٹ میں 3 سوالات کے جواب $2 \times 2 \times 2 = 8$ ممکن طریقوں سے دئے جاسکتے ہیں۔

جیسا کہ خاکہ 7.8 میں دکھایا گیا ہے۔

سوالات مکمل کرنے کے طریقوں کی تعداد

	سوالات		
	Q_1	Q_2	Q_3
	T/F	T/F	T/F
جواب 1	T	T	T
جواب 2	T	T	F
جواب 3	T	F	T
جواب 4	T	F	F
جواب 5	F	T	T
جواب 6	F	T	F
جواب 7	F	F	T
جواب 8	F	F	F

$[(1\ (Q_1) \times 2\ (T/F)) \times (1\ (Q_2) \times 2\ (T/F)) \times (1\ (Q_3) \times 2\ (T/F))] = 8$

Fig. 7.8

مثال 7.5 متین ایک نئی کار خریدنا چاہتا ہے۔ اس کے لئے ذیل کے انتخابات دستیاب ہیں۔

- یہاں دو قسم کے کار ہیں جیسا کہ خاکہ 7.9 میں بتایا گیا ہے۔
- یہاں ہر قسم کے 5 رنگ دستیاب ہیں۔
- ہر رنگ کے 3 نمونے (Models) دستیاب ہیں۔

i۔ GL (عام نمونہ) ii۔ SS (اسپورٹ نمونہ) iii۔ SL (عیش و آرام کا نمونہ)

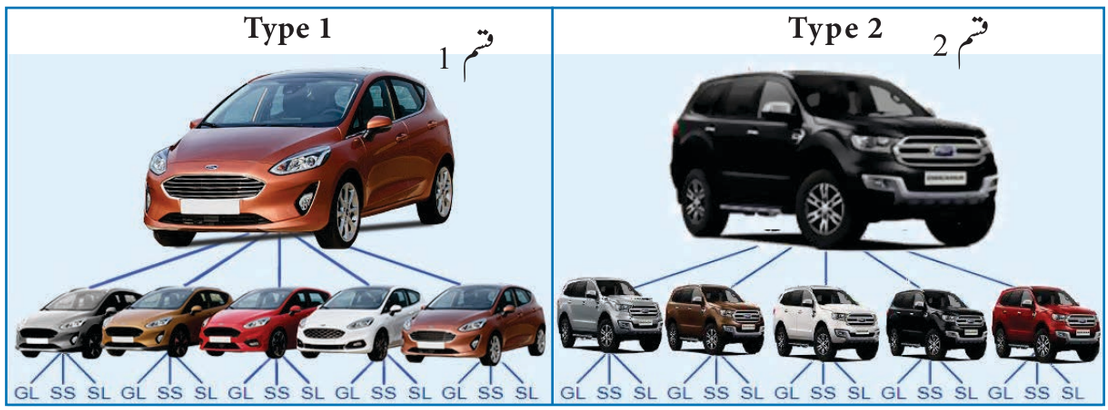


Fig 7.9

i۔ کتنے مختلف طریقوں سے متین ان نئی کار میں سے کوئی ایک خرید سکتا ہے؟

ii۔ اگر قسم 2 میں سفید رنگ والا کار دستیاب نہیں ہے تو کتنے طریقوں سے متین دئے گئے انتخابات میں سے ایک نئی کار خرید سکتا ہے؟

8th Maths unit 7 inf pro
Thursday, April 16, 2020 3:54:04 PM

حل : i۔ یہاں، ہمارے پاس 5 مختلف رنگوں میں 2 قسم کے کار ہیں اور ہر ایک رنگ کے 3 نمونے ہیں

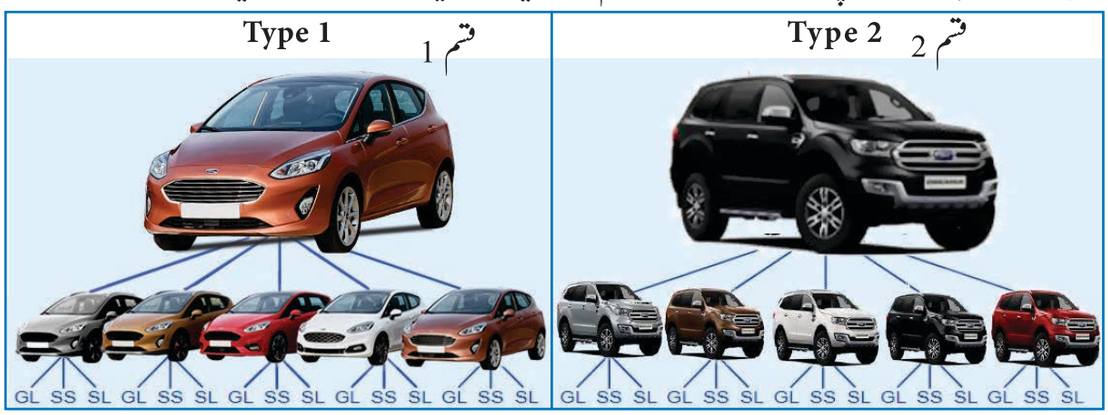


Fig 7.10

متین کے لئے نئی کار کی خریدی کے مختلف طریقوں کی تعداد = $2 \times 5 \times 3 = 30$

(اوپر بتائے گئے نقشے سے بھی تم ان مختلف طریقوں کی تعداد معلوم کر سکتے ہو)

ii۔ اگر قسم 2 میں سفید رنگ والی کار دستیاب نہیں ہے تو

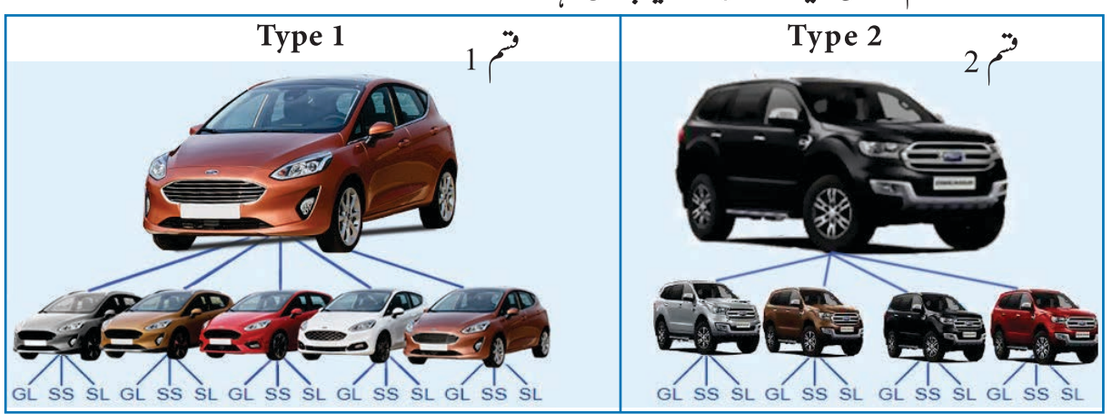


Fig 7.11

قسم 1 کے لئے، ہمارے پاس 5 رنگ اور 3 نمونے ہیں اور چنانچہ، $5 \times 3 = 15$ انتخابات ہیں۔

قسم 2 کے لئے، ہمارے پاس 4 رنگ اور 3 نمونے ہیں اور چنانچہ، $4 \times 3 = 12$ انتخابات ہیں۔

لہذا، مختلف طریقوں کی کل تعداد $15 + 12 = 27$ طریقے اوپر کی مثال، جمع اور ضرب کے اصول دونوں کی وضاحت کرتی ہے۔

7.3 گیم SET SET - Game

خصوصیات رکھنے والے کسی بھی کھیل منطقی سوچ (Logical thinking) کو اکسانے کے لئے استعمال کیا جا سکتا ہے اور یہ بیانیہ ریاضی (descrete Mathematics) میں تصورات کو تلاش کرنے کے لئے تقابلی مضمون اور دلچسپی فراہم کرتا ہے۔

وصف (attributes) کے ذریعہ اشیاء کی تنظیم پر مشتمل کارروائیوں کے لئے عمدہ وسعت کی طرح SET گیم ثابت ہوتا ہے۔

SET گیم سے علمی، منطق، مقامی استدلال کے ساتھ ساتھ بصری شعور کی مہارتیں بھی بنتی ہیں۔

SET گیم، ایک پتے استعمال ہونے والے حسابی پہیلی ہے، پتوں پر چار خصوصیات ہوتے ہیں۔ ان میں شکلیں، رنگیں، سایے اور شکلوں کی تعداد ہوتے ہیں۔

239
Thursday, April 16, 2020 3:56:36 PM

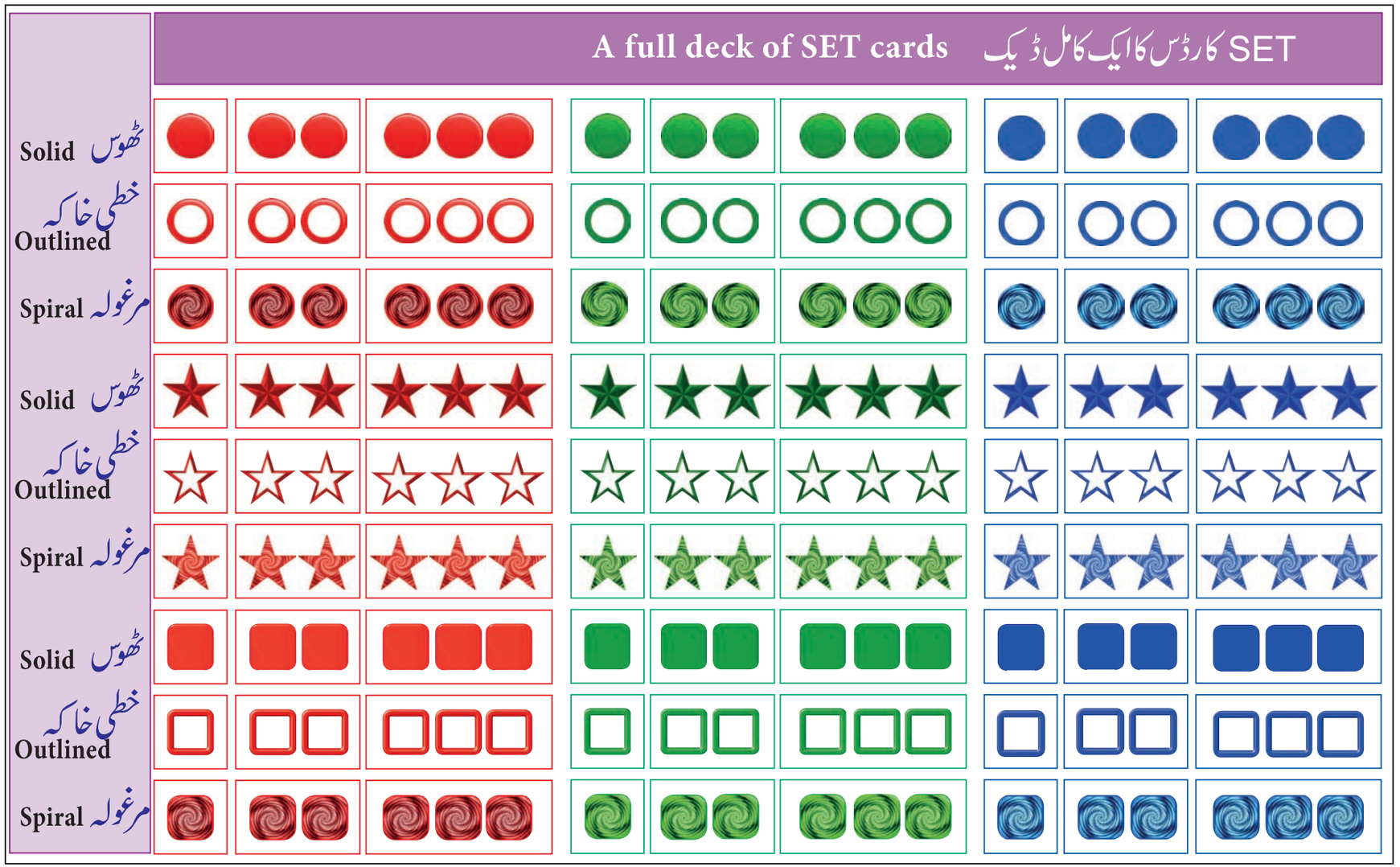

A full deck of SET cards
SET کارڈس کا ایک کامل ڈیک
Solid ٹھوس
Outlined خطی خاکہ
Spiral مرغولہ
Solid ٹھوس
Outlined خطی خاکہ
Spiral مرغولہ
Solid ٹھوس
Outlined خطی خاکہ
Spiral مرغولہ

Fig. 7.12

SET کارڈس کے ایک مکمل ڈیک میں، 3 مختلف شکلیں ہوتی ہیں۔ دائرہ، تارا اور مربع۔ یہ تین مختلف رنگوں سرخ، سبز اور نیلے ہوتے ہیں۔ ہر ایک کے تین تین کارڈ (3 شکلیں × 3 رنگوں) جملہ 9 کارڈ ہوتے ہیں۔ ان کے تین مختلف اقسام ہوتے ہیں، ٹھوس، خطی خاکہ اور مرغولہ۔ ان کو تین مختلف تعداد کے ساتھ جوڑا جاتا ہے۔ چنانچہ ایک ڈیک میں جملہ 81 کارڈس ہوتے ہیں۔

(3 شکلیں × 3 رنگ × 3 اقسام × 3 تعداد) جیسا کہ خاکہ 7.12 میں دکھایا گیا ہے۔

ایک SET جس میں تین کارڈ ہوتے ہیں، یہ چار شرائط پوری کرتے ہوں۔

(i) تینوں پتے یکساں شکل یا تین مختلف شکل کے ہوں۔
(ii) تینوں پتے یکساں رنگ کے یا تینوں مختلف رنگ کے ہوں۔
(iii) تینوں پتے یکساں اقسام کے یا تینوں مختلف اقسام کے ہوں۔
(iv) تینوں پتے یکساں تعداد یا تینوں مختلف تعداد کے ہوں۔

صورت حال : استاد 12 کارڈوں کو بتاتے ہیں جیسا کہ خاکہ 7.13 میں دکھایا گیا ہے اور سمجھاتے ہیں کہ کیسے ان دونوں کارڈوں  اور  کو استعمال کر کے ایک SET بناتے ہیں۔ اب طریقہ کو مرحلہ در مرحلہ اپناتے ہوئے تیسرے کارڈ کو استعمال کر کے اس SET کو درج ذیل کی طرح مکمل کرتے ہیں۔

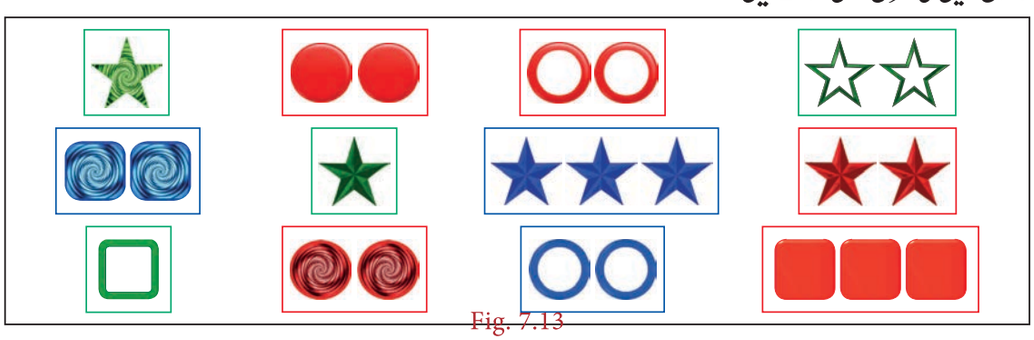


Fig. 7.13

یاد رکھئے کہ ایک SET میں تین کارڈ ہوتے ہیں۔

مرحلہ 1 : اگر تم ان کی شکل کو دیکھو گے تو اس میں ایک تارا  اور دوسرا بھی تارا  ہے۔ ان دونوں کارڈوں کی شکلیں ایک جیسی ہیں۔ لہٰذا تیسرا کارڈ بھی اُسی شکل کا ہونا چاہئے۔ 

مرحلہ 2 : اگر تم ان کے رنگ کو دیکھو گے تو اس میں سے ایک سبز  اور دوسرا سرخ  ہے۔ ان دونوں کارڈوں کے رنگ مختلف ہیں۔ لہٰذا تیسرا کارڈ بھی مختلف شکل ہی کا ہونا چاہئے۔ 

مرحلہ 3 : اگر تم ان کی قسم کو دیکھو گے تو اس میں سے ایک ٹھوس  اور دوسرا بھی ٹھوس  ہے۔ ان دونوں کارڈوں کی قسم بھی ایک ہی ہے۔ لہٰذا تیسرا کارڈ بھی اسی قسم کا ہونا چاہئے۔ 

مرحلہ 4 : اگر تم ان کی تعداد کو دیکھو گے تو ایک تارے والا کارڈ سبز ٹھوس ہے  اور دوسرے ٹھوس کارڈس  ہیں۔ لہٰذا تیسرا کارڈ مختلف یعنی تین نیلے کارڈس ہونے چاہئے۔ 

چنانچہ کارڈس کے ان تین مجموعوں میں ایک ہی شکل اور قسم میں مختلف اعداد اور مختلف رنگ پائے جاتے ہیں۔

8th Maths unit 7 inf pro
Thursday, April 16, 2020 3:54:07 PM

بالآخر 

شکل ✓ : تمام یکساں　　رنگ ✓ : تمام مختلف

قسم ✓ : تمام یکساں　　تعداد ✓ : تمام مختلف

اب، یہ SET کے اصولوں کی تکمیل کرتا ہے۔

اب استاد، طلباء سے کہے کہ وہ خاکہ 7.13 سے مزید دو SET معلوم کریں۔ آیئے SET کی ایک مرتبہ جانچ کریں۔

1۔ 

شکل ✓ : تمام یکساں　　رنگ ✓ : تمام یکساں

قسم ✓ : تمام مختلف　　تعداد ✓ : تمام یکساں

ہاں، یہ ایک SET ہے۔

ذرا سوچئے

خاکہ 7.13 سے دئے گئے 12 کارڈوں سے 7 مجموعے ممکن ہیں۔ تلاش کیجئے۔ (کارڈوں کا دوہرانے کی اجازت ہے)

2۔ 

شکل ✓ : تمام مختلف　　رنگ ✓ : تمام مختلف

قسم ✓ : تمام مختلف　　تعداد ✓ : تمام مختلف

ہاں، یہ ایک SET ہے۔

ایک اور مرتبہ استاد کارڈوں کی ترتیب دے اور جانچ کرنے کو کہیں کہ وہ ایک SET بنتا ہے یا نہیں؟

3۔ 

شکل : تمام یکساں یا تمام مختلف ✗　　رنگ : تمام یکساں یا تمام مختلف ✗

قسم : تمام یکساں یا تمام مختلف ✗　　تعداد : تمام یکساں یا تمام مختلف ✗

نہیں، یہ ایک SET نہیں ہے۔ چونکہ درج بالا SET ایک SET کے اصول کی تکمیل نہیں کرتا۔

اس سے ہمیں یہ معلوم ہوا کہ ایک SET میں تین کارڈس کے مجموعے ہوتے ہیں جس میں ہر کارڈ کی انفرادی خصوصیت تمام یکساں یا تمام مختلف ہوتی ہے۔

کارروائی

کامل SET کو مکمل کرنے کے لئے مناسب کارڈ کا انتخاب کیجئے۔ ایک آپ کے لئے کیا گیا ہے۔

1. 

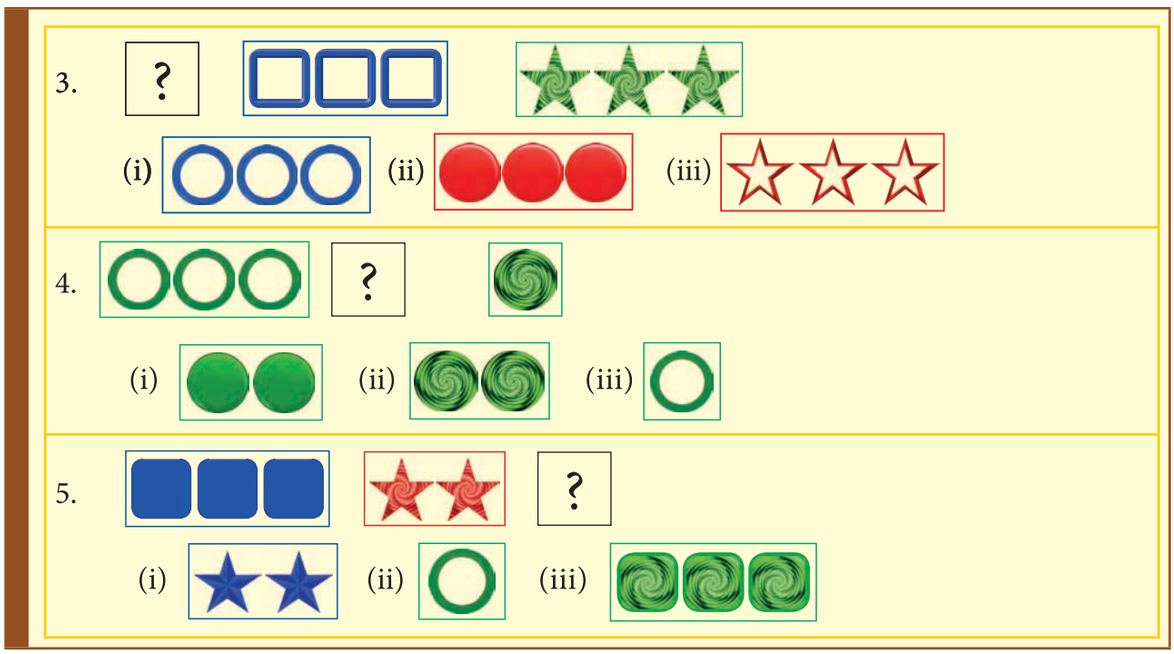
(i) 　(ii) 　(iii) 

Ans: 

2. 

(i) 　(ii) 　(iii) 

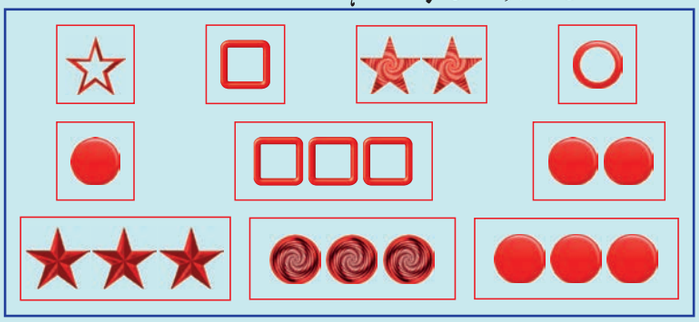
8th Maths unit 7 inf pro
Thursday, April 16, 2020 3:54:08 PM



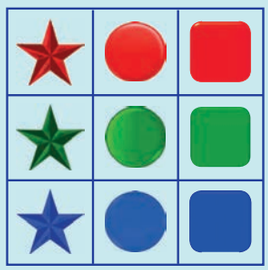


کوشش کیجئے

1۔ درج ذیل کارڈوں کے مجموعے سے کوئی پانچ SET معلوم کیجئے۔
(کارڈوں کو دوہرانے کی اجازت ہے)



یہ SET جادوئی مربع کی ایک مثال ہے۔
کیا تم مزید دو جادوئی مربع بنا سکتے ہو؟



7.4 نقشہ کو رنگ کرنا Map colouring

نقشے پر مختلف خصوصیت کے لئے مختلف رنگوں کو منسوب کرنے کا عمل ''نقشہ کو رنگ کرنا'' کہلاتا ہے۔ علم ریاضی میں ایک مسئلہ یہ ہے کہ رنگ کرنے کے لئے کم از کم درکار رنگوں کی تعداد معلوم کرنا اس طرح کہ دو متصلہ حصوں کے لئے یکساں رنگ نہ ہوں۔ آیئے، نقشہ کو رنگ کرنے کے اصول کے بارے میں سیکھیں گے۔

صورت حال 1

ٹیچر کلاس کو دو گروہوں میں تقسیم کرتے ہیں اور دئے گئے نمونہ کے لئے ایک گروہ کو زیادہ سے زیادہ ممکن رنگ استعمال کرنے اور دوسرے گروہ کو کم از کم رنگوں کی تعداد استعمال کرنے کی اطلاع دیتے ہیں۔ اصول صرف یہ ہے کہ سیاہ کردہ حصہ کے کناروں میں یکساں رنگ نہ ہوں۔ البتہ کونوں میں یکساں رنگ جائز ہے۔

8th Maths unit 7 inf pro
Thursday, April 16, 2020 3:54:08 PM

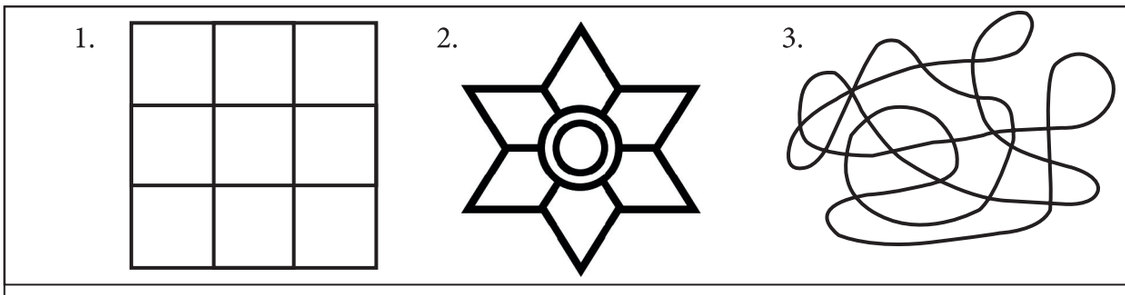


Fig 7.14

خاکہ 7.15 میں ہرایک گروہ کو کس طرح رنگ کیا گیا ہے، ظاہر کیجئے۔

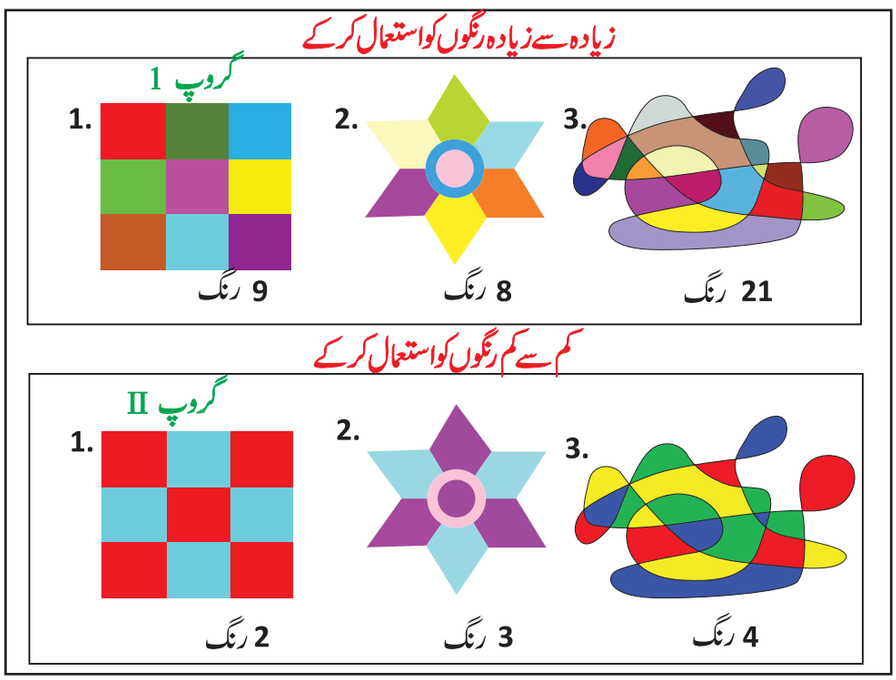


Fig 7.15

اس تحقیق سے، ہمیں چند دلچسپ نتائج حاصل ہوں گے۔ یہ اور بھی دلچسپ ہوسکتا ہے۔ کہ اگر ہم ایک نقشہ کو رنگ کرنا چاہیں۔ نقشہ کو رنگ کرنے کے عمل میں نقشے کے حصوں کے لئے رنگوں کا انتخاب چاہئے جس سے دو حصوں کے احاطے پر مختلف رنگین ہوں۔ آیئے ذیل کی مثالوں سے مزید سیکھیں۔

مثال 7.6 کم سے کم رنگوں کو استعمال کر کے جنوبی ہندوستان (خاکہ 7.16) کے نقشے کو رنگ کیجئے۔

حل :

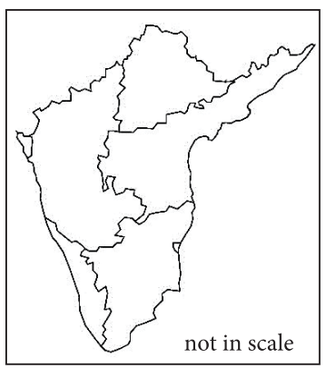


Fig 7.16

یہ ایک حل ہے۔

مزید حل کے لئے کوشش کیجئے۔

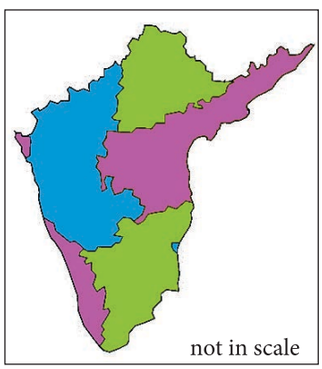


Fig 7.17

8th Maths unit 7 inf pro
Thursday, April 16, 2020 3:54:09 PM

کارروائی

کم سے کم رنگوں کو استعمال کر کے ہندوستان - ریاستوں کے نقشے میں رنگ بھرنے کی کوشش کیجئے۔

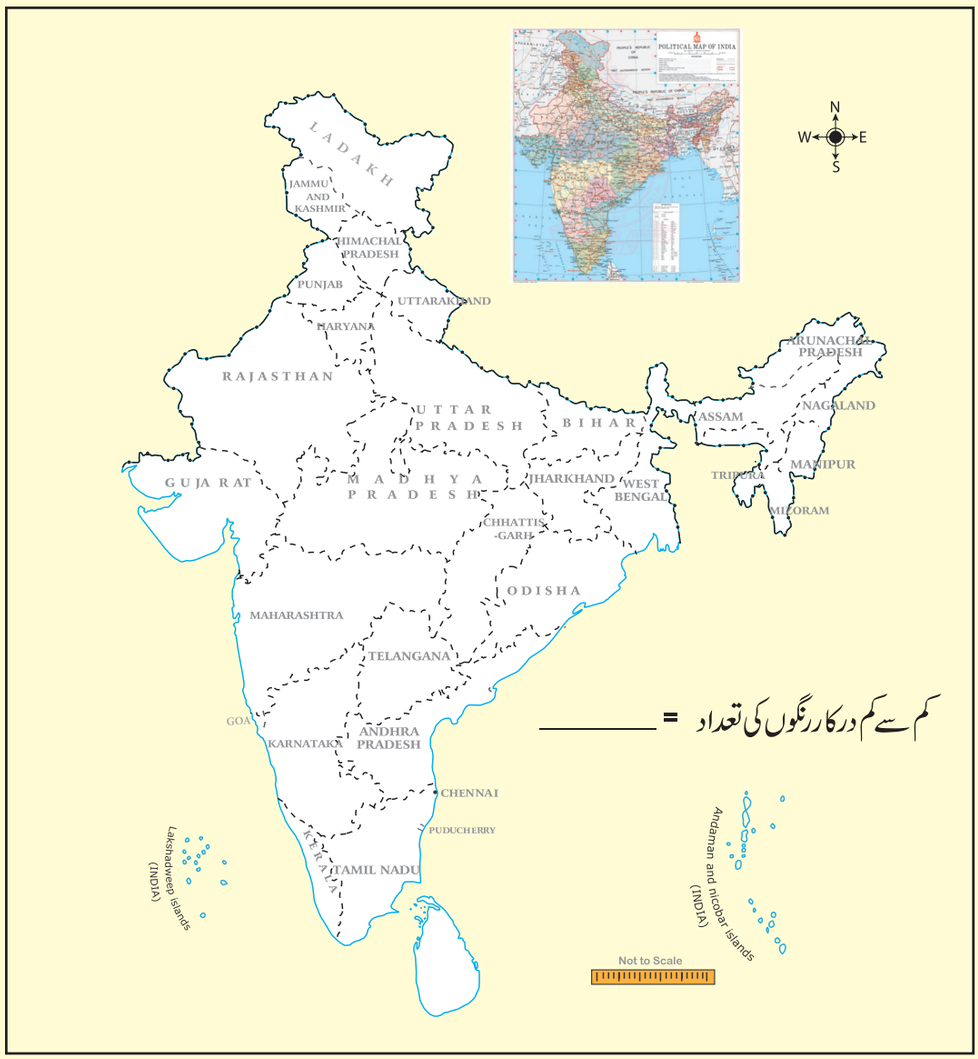


Fig. 7.18

کوشش کیجئے

اپنے مدرسے کی عمارت کا نقشہ بنائیے۔اس میں ہیڈ ماسٹر کا کمرہ، جماعت کے کمرے، اساتذہ کا کمرہ، تجربہ گاہ، PET کمرہ، کمپیوٹر کی لیبارٹری، آفس روم وغیرہ کی نشان دہی کیجئے۔ کم سے کم رنگوں کو استعمال کرتے ہوئے اپنے مدرسے کے کمروں کی نشاندہی کرنے کے لئے ترسیم کی مدد سے ان میں رنگ بھریئے۔

مشق 7.1



1۔ آپ ایک آئس کریم یا کیک کھانے جا رہے ہیں۔ یہاں تین ذائقہ (چاکلیٹ، اسٹرابری، وانیلا) والے آئس کریم اور دو ذائقہ (آرنج یا ولوٹ) والے کیک ہیں۔تم کتنے ممکن طریقوں سے ایک آئس کریم یا ایک کیک کا انتخاب کر سکتے ہو؟

2۔ فاطمہ کے پاس 5 چوڑی دار اور 4 فراک ہیں۔ وہ کتنے ممکن طریقوں سے چوڑی دار یا فراک پہنے گی ؟

8 Maths UM 20-21 final 251
Thursday, January 19, 2023 1:17:14 PM

3۔ ایک ہائرسکنڈری اسکول میں XI جماعت کے لئے ذیل کے قسموں کے گروپ دستیاب ہیں۔

I۔ سائنس گروپ: i۔ طبیعیات، کیمیاء، حیاتیات اور علم ریاضی

ii۔ طبیعیات، کیمیاء، علم ریاضی اور کمپیوٹر سائنس

iii۔ طبعیات، کیمیاء، حیاتیات اور گھریلو سائنس (Home Science)

II۔ آرٹس گروپ:

i۔ اکاؤنٹینسی (Accountancy)، کامرس، اقتصادیات (economics) اور کاروباری حساب (Business maths)

ii۔ اکونٹنیسی، کامرس، اقتصادیات اور کمپیوٹر سائنس

iii تاریخ، جغرافیہ، اقتصادیات اور کامرس

III۔ ووکیشنل گروپ: i۔ نرسنگ-حیاتیات، نظریہ (Theory)، تجربہ I اور تجربہ II (Practical)

ii۔ ٹکس ٹائلس اور ڈرس ڈیزائنگ، گھریلو سائنس، نظریہ تجربہ I اور تجربہ II

کتنے مختلف طریقوں سے ایک طالب علم گروپ کا انتخاب کرسکتا ہے۔

4۔ اگر تمہارے پاس 2 اسکول کی تھیلی اور 3 پانی کے بوتلیں ہوں۔ تو کتنے مختلف طریقوں سے اسکول کو جاتے وقت اسکول کی تھیلی اور پانی کی بوتل دونوں لے جاسکتے ہو؟

5۔ حروف A, B, C, D اور E اور 0 سے 9 تک کوئی 3 ہندسوں کو استعمال کرکے 3 ہندسوں کے بعد ایک حرف کے ذریعے رول نمبر بنایا جاتا ہے۔ کتنے ممکن طریقوں سے رول نمبر تیار کیا جاسکتا ہے؟
(سوائے A000, B000, C000, D000 اور E000 کے)

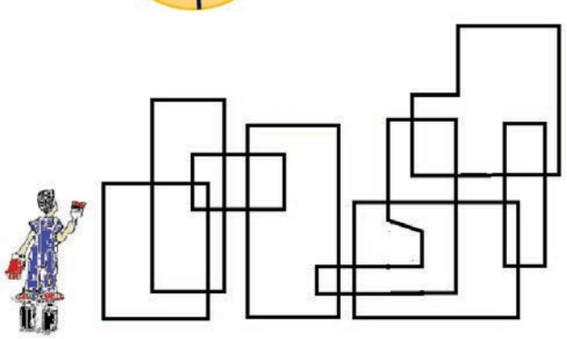


6۔ ایک زیور کے دوکان میں محفوظ تجوری کے لئے 4 ہندسہ یونیک کوڈ درکار ہے۔ اس کوڈ میں 0 سے 9 تک ہندسے ہیں۔ یہاں کتنے ممکن یونیک کوڈ ہیں؟

8۔ ایک امتحان کے پرچے کے 3 حصے ہیں ہر ایک حصے میں پانچ سوالات ہیں اور طلباء کو یہ اطلاع دی جاتی ہے کہ وہ ہر حصہ سے ایک سوال کا جواب لکھے۔ کتنے مختلف طریقوں سے سوالات کے جوابات لکھے جاسکتے ہیں۔

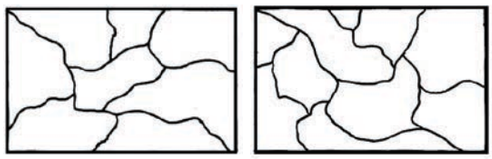


9۔ دئے گئے چکری کو دو مرتبہ گھمایا جاتا ہے اور حاصل شدہ دو اعداد سے ایک 2 ہندسی عدد ترتیب دیا جاتا ہے۔ کتنے مختلف 2 ہندسی اعداد ممکن ہیں؟



9۔ رضیہ کم سے کم بجٹ میں اپنے ہال کے دیوار کے ایک نمونہ کو رنگ کرنا چاہتی ہے۔ 2 رنگوں سے اس نمونے کو رنگ کرنے میں رضیہ کی مدد کیجئے، مگر یاد رکھیں کہ دو متصلہ ڈبے یکساں رنگ کے نہ ہوں۔ تصویر میں نمونہ بتایا گیا ہے۔

8th Maths unit 7 inf pro
Thursday, April 16, 2020 3:54:10 PM



10۔ ذیل کے نقشہ کو کم از کم ممکن رنگوں کے ذریعے ممالک کو رنگ کیجئے
مگر یاد رکھیں کہ دو متصلہ ممالک یکساں رنگ کے نہ ہوں۔

معروضی سوالات (Objective Type Questions)

11۔ ایک کلاس میں 26 لڑکے اور 15 لڑکیاں ہیں۔ کسی کوئز مقابلے کے لئے استاد ایک لڑکے یا ایک لڑکی کا انتخاب کرنا چاہتے ہیں۔
وہ کتنے ممکن طریقوں سے ان کا انتخاب کر سکتے ہیں؟

(A) 41 (B) 26 (C) 15 (D) 390

12۔ جب تین سکوں کو ایک مرتبہ اچھالتے ہیں تو تمہیں کتنے نتائج حاصل ہوں گے؟

(A) 6 (B) 8 (C) 3 (D) 2

13۔ C,B,A اور D انتخابات والے تین کثیر انتخابی سوالات کے جوابات تم کتنے طریقوں سے انتخاب کر سکتے ہو؟

(A) 4 (B) 3 (C) 12 (D) 64

14۔ کتنے 2 ہندسی اعداد، عدد 7 رکھتے ہیں؟

(A) 10 (B) 18 (C) 19 (D) 20

7.5 فیبوناچی اعداد Fibonacci Numbers

فیبوناچی (حقیقی نام لیونارڈو بوناچی ہے) ایک اطالوی ریاضی دان تھا جس نے فیبوناچی تواتر کا انکشاف کیا۔ یہ تواتر اس طرح نظر آتا ہے۔
1,1,2,3,5,8,13,21,34,..... یہ سلسلہ یوں ہی چلتا رہا ہے۔ VI ویں جماعت میں سیکھے ہوئے فیبوناچی تواتر کے نمونوں کو یاد کریں۔
فیبوناچی تواتر کی جدول بندی کیجئے اور اس کا ایک اصول معلوم کیجئے۔

رقم (n)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	...
F (n)	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144	233	377	610	...

F(1)	F(2)	F(3)	F(4)	F(5)	F(6)	F(7)	...
1	1	2	3	5	8	13	...

+ =

F(3) = F(2)+F(1)

ہم نے مشاہدہ کیا کہ فیبوناچی تواتر کی تیسری رقم،
دوسری رقم اور پہلی رقم کا حاصل جمع ہے۔
یعنی $F(3) = F(2) + F(1)$
چنانچہ ہم بڑھا کر اصول کو اس طرح لکھ سکتے ہیں۔
$F(n) = (n-1) + F(n-2)$ جس میں $F(n)$، n ویں رقم ہے۔
$f(n-1)$ n ویں رقم کی پہلی رقم ہے۔
$(n-1)\,F(n-2)$ ویں رقم کی دوسری رقم ہے۔
اس طرح فیبوناچی تواتر حاصل ہوا ہے۔ درج ذیل کے حقیقی زندگی میں مثالوں سے فیبوناچی تواتر کو مزید سیکھیں گے۔

8th Maths unit 7 inf pro
Thursday, April 16, 2020 3:54:11 PM

صورت حال: چلئے ہم ایک شہد کی نر مکھی (مگس نر) اور مادہ مکھی کا شجرہ نسب (Family tree) پر غور کریں جو درجہ ذیل میں دیا گیا ہے۔
یہاں، مادہ مکھی کے ایک جوڑی والدین ہیں۔ ایک نر مکھی اور ایک مادہ مکھی ہے جب کہ نر مکھی صرف والدہ رکھتی ہے (نر مکھیاں) (مگس نر)
مکھیوں کی طرف ایک ماں ہوتی ہے لیکن باپ نہیں ہوتا)

تصویر سے درج ذیل نکات پر غور کیا جا سکتا ہے۔

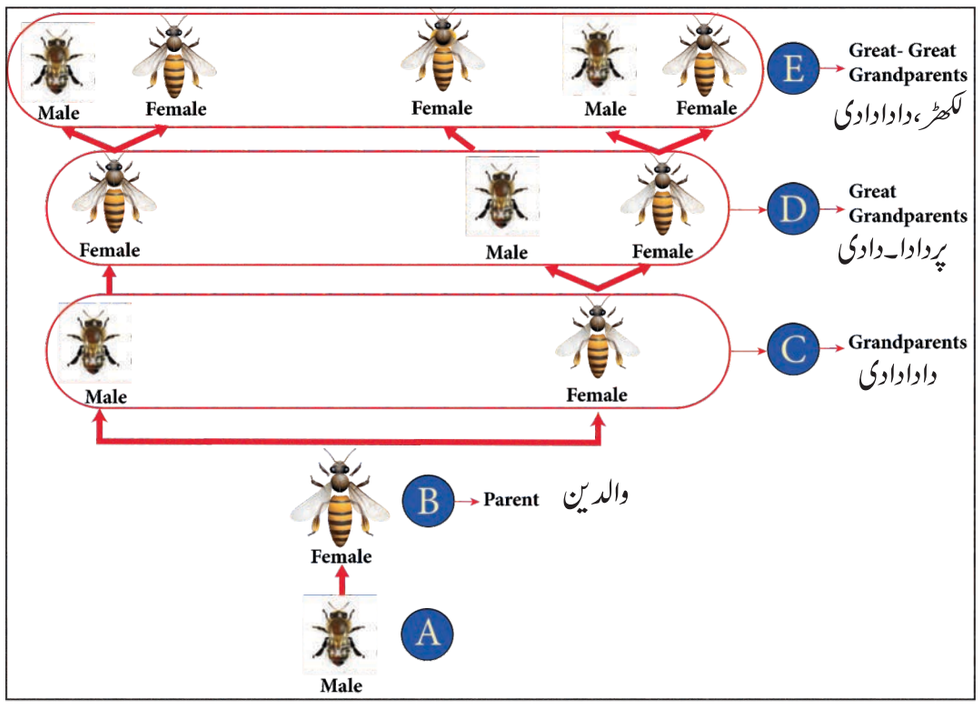


Fig. 7.19

1۔ نر شہد کی مکھی (A) کے 1 والدین ہوتے ہیں یعنی ایک مادہ مکھی (B) ہے۔
2۔ نر شہد کی مکھی (A) کے 2 دادا۔دادی ہیں، چونکہ اس کے والدہ کے دو والدین ہیں۔ ایک نر (A)، ایک مادہ (B) ہیں۔
3۔ نر شہد کی مکھی کے 3 پردادی ہیں۔ اس کے والدہ کے ایک جوڑی والدین ہیں لیکن اس کے صرف ایک پردادا ہیں۔
اب جواب دیجئے کہ نر شہد کی مکھی (A) کے کتنے لکڑھ دادا - دادی کتنے ہیں؟
چلئے ہم مکھی کے خاندان کے درمیانی تعلقات نمونے کو معلوم کرنے کی کوشش کریں گے جس کو درج ذیل میں جدولی شکل میں دیا گیا ہے۔

تعداد	والدین	دادا دادی	پردادا۔دادی	لکھڑ، دادا دادی	لکھڑ پردادا دادی
ایک نر مکھی	1	2	3	5	8
ایک مادہ مکھی	2	3	5	8	13

ہم فیبو ناچی اعداد ... 1,1,2,3,5, کو اوپر کی جدول میں دیکھتے ہیں۔

8th Maths unit 7 inf pro
Thursday, April 16, 2020 3:54:12 PM

غور کیجئے

فیبو ناچی اعداد کے دو متواتر اعداد کا درمیانی فرق بہت تیزی سے بڑھتا ہے۔ مثال کے طور پر

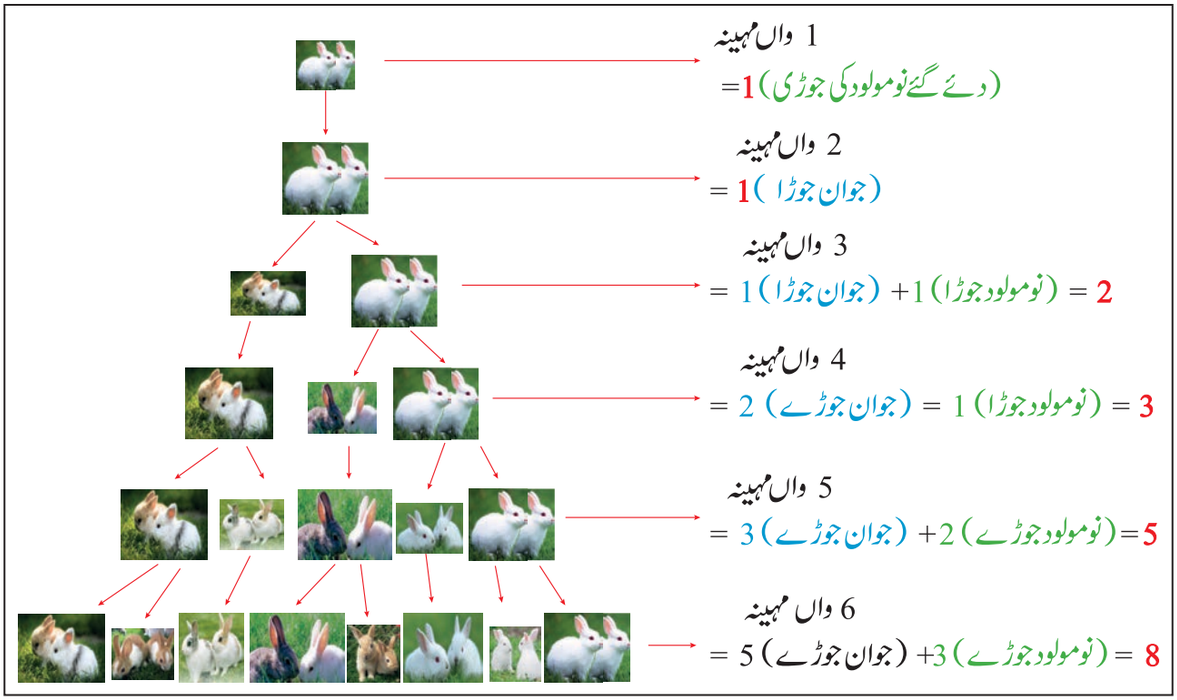
F(5) – F(4) = 5 – 3 = **2** ; F(10) – F(9) = 55 – 34 = **21** ; F(15) – F(14) = 610 – 377 = **233)**

(1,1,2,3,5,8,13,21,34,55,89,144,233,377,610,987,1597,2584,4181,6765,10946 ...))

مثال 7.7

دیا گیا ہے کہ ایک نومولود (New born) خرگوش کی جوڑی دوسرے مہینے سے ہر ماہ ایک نئی جوڑی خرگوش پیدا کرتی ہے۔ ہر نیا جوڑا خود ہی نسل بڑھاتا ہے۔ ایک جوڑی خرگوش سے ایک سال میں کتنے جوڑی خرگوش پیدا ہوں گے؟ مہینوں کی تعداد اور خرگوشوں کی جوڑیوں کی تعداد کے تعلق کو جدول بندی کے ذریعہ معلوم کیجئے

حل :



اوپر کا خاکہ واضح طور پر متواتر کی شکل بناتا ہے۔ . . . 1,1,2,3,5,8, یہاں، ہم نے یہ معلوم کیا کہ نمونہ کا ہر عدد، تواتر میں موجود ہے یہ پہلے کے دو اعداد کو جمع کرنے سے حاصل ہوتا ہے۔ اسی طرح ہم 12 واں مہینے کا عدد معلوم کر سکتے ہیں۔ 12 واں مہینہ میں ہمیں خرگوش کے 144 جوڑیاں حاصل ہوں گے، بالفاظ دیگر فیبو ناچی کے 12 واں عدد 144 ہے۔

مہینوں کی تعداد	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
خرگوش کی جوڑیوں کی تعداد	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144

8th Maths unit 7 inf pro
Thursday, April 16, 2020 3:54:13 PM

کارروائی

جدول 1 کو استعمال کرتے ہوئے نمونہ معلوم کیجئے اور درج ذیل سوالات کے جوابات دئے گئے جدول II میں رنگ کیجئے۔ ایک تمہارے لئے حل کیا گیا ہے۔

جدول 1

جدول (n)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	...
رقم (n)	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144	233	377	610	

1. جفت فیبو ناچی اعداد کہاں ہیں؟

رقم n اور $F(n)$ جہاں جفت ہوں گے دونوں کو پیلا رنگ کیجئے۔

کیا تم نے کوئی نمونہ معلوم کیا؟

ہر تیسرا فیبو ناچی عدد 2 کا ضعف (جفت) ہے۔ یعنی $F(3)$ کا ضعف (یا) $2 = F(3)$

2. فیبو ناچی اعداد میں کہاں پر 3 کے اضعاف (multiples) ہیں؟

رقم n اور $F(n)$ میں 3 کے ضعف پرسرخ رنگ کیجئے۔

تم نے جو نمونے کو معلوم کیا ہے اس کو لکھئے

ہر ..... فیبو ناچی عدد ..... ہے۔ یعنی ..... کا ضعف (یا) $F(4) =$ ..... ہے۔

3. 5 کے ضعف کے بارے میں لکھئے۔

رقم (n) اور $F(n)$ میں 5 کے ضعف دونوں پر نیلا رنگ کیجئے۔

تم نے جو نمونے کو معلوم کیا ہے اس کو لکھئے۔ ہر .....یعنی ..... ہے۔

4. 8 کے ضعف کے بارے میں لکھئے؟

رقم n اور $F(n)$ میں 8 کے ضعف دونوں پر ہرا رنگ کیجئے۔

تم نے جو نمونہ معلوم کیا ہے اس کو لکھئے

ہر ..... یعنی .....

جدول II

رقم (n)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	...
F(n)	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144	233	377	610	

اوپر کی کارروائی سے ہم نے یہ نتیجہ اخذ کیا ہے کہ

ہر فیبو ناچی عدد ایک جزو ضربی (رقم کا عدد) ہے۔ فیبو ناچی اعداد کے ضعفوں میں اجزائے ضربی ہے۔

	n	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	...
	F(n)	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144	233	377	610	...
Factors	2=F(3)	✓	×	×	✓	×	×	✓	×	×	✓	×	×	✓	ہر 3 واں فیبو ناچی عدد
	3=F(4)	×	✓	×	×	×	✓	×	×	×	✓	×	×	×	ہر 4 واں فیبو ناچی عدد
	5=F(5)	×	×	✓	×	×	×	×	✓	×	×	×	×	✓	ہر 5 واں فیبو ناچی عدد
	8=F(6)	×	×	×	✓	×	×	×	×	×	✓	×	×	×	ہر 6 واں فیبو ناچی عدد
	F(k)														ہر k واں فیبو ناچی عدد

جدول سے ہم نے ایک عام اصول معلوم کیا، وہ یہ ہے کہ ہر k واں فیبو ناچی عدد $F(k)$ کا ضعف ہے۔

8th Maths unit 7 inf pro
Thursday, April 16, 2020 3:54:13 PM

7.6 مشترک عاداعظم (Highest Common Factor)

ہم نے VI ویں جماعت میں سیکھا ہے کہ دہراؤ (Iteration) ایک عمل ہے جس میں ہدایات کا ایک سٹ (Set) یا ساختیں ایک تواتر میں ایک مخصوص تعداد میں دہرائے جاتے ہیں یا جب تک کہ شرط پوری نہ ہوں۔ یہاں ہم HCF معلوم کرنے کے لئے اعداد کے تمام اجزائے ضربی کی فہرست بنا کر ان میں سے سب سے بڑا عدد معلوم کریں گے اور اس کے بعد HCF کو متواتر تفریق کے ذریعے دریافت کرنا اور ہم دیکھیں گے کہ کس طرح دہراؤ عمل میں آتا ہے (مختصر مرحلوں میں تم HCF معلوم کر سکتے ہو) اور اس کے بعد مزید کس طرح متواتر تقسیم اور بچت کے ذریعہ حل کریں گے۔ دونوں طریقوں سے ایک ہی حل حاصل ہوتا ہے لیکن ایک طریقہ دوسرے طریقے سے تیز ہے۔

ہم جانتے ہیں کہ HCF کا استعمال کسور مختصر کرنے یا گھٹانے کے لئے ہوتا ہے۔ یہ اصول ہماری حقیقی زندگی میں کس طرح استعمال ہوتا ہے اس کو سمجھنے کے لئے درجہ ذیل صورت حال پر غور کریں۔

7.6.1 HCF (Highest Common Factor) معلوم کرنے کے طریقے

1۔ اجزائے ضربی کا طریقہ



فرض کیجئے کہ تمہارے پاس 20 آم اور 15 سیب ہیں اور تم ان کو مساوی طور پر یتیم بچوں میں تقسیم کرنا چاہتے ہو، زیادہ سے زیادہ تم کتنے بچوں کی مدد کرو گے؟

یہاں، بنیادی طور پر یہ سوال دو اعداد کا HCF معلوم کرنے کا مطالعہ کرتا ہے۔ HCF مشترک عاداعظم ہے اس کو GCD (مشترک مقسوم علیہ اعظم) بھی کہتے ہیں۔ دو یا دو سے زیادہ اعداد کا HCF اس طرح معلوم کرتے ہیں کہ وہ سب سے بڑا عدد جو دئے گئے تمام اعداد میں مکمل طور پر تقسیم ہو۔

یہاں ہمیں 20 آموں اور 15 سیبوں کا HCF معلوم کرنا چاہئے۔

20 کے اجزائے ضربی = 1,2,4, (5),10,20

15 کے اجزائے ضربی = 1,3, (5),15

چنانچہ 20 اور 15 کا HCF، 5 ہے۔ یعنی تم زیادہ سے زیادہ 5 یتیم بچوں کی مدد کر سکتے ہو۔

5 بچوں کو 4 آم $(20 \div 5 = 4)$  اور 3 سیب $(15 \div 5 = 3)$  دے سکتے ہو،

اس طریقہ سے تم آموں اور سیبوں کو ہر ایک بچہ کو مساوی طور پر تقسیم کر سکتے ہو۔

2۔ اولی اجزائے ضربی کا طریقہ

صورت حال

فرض کیجئے کہ VII ویں جماعت میں 18 طلباء ہیں اور VIII ویں جماعت میں 27 طلباء ہیں۔ آنے والے کھیلوں کے ٹورنامنٹ کی تیاری کے لئے ہر ایک جماعت کو ٹیموں میں تقسیم کیا گیا ہے۔ ہر جماعت سے جیتنے والی ٹیمیں ایک دوسرے کے ساتھ فائنل میں کھیلیں گی۔ دونوں جماعتوں کے طلباء کی ٹیموں کو اس طرح تقسیم کرو کہ ہر ایک ٹیم میں یکساں تعداد کے طلباء ہو اور کوئی بھی طالب علم حصہ لئے بغیر نہ رہے۔

8th Maths unit 7 inf pro
Thursday, April 16, 2020 3:54:16 PM

چلئے ہم 18 اور 27 کا HCF معلوم کریں گے۔

18 کے اولی اجزائے ضربی $= 2 \times 3 \times 3$

27 کے اولی اجزائے ضربی $= 3 \times 3 \times 3$

18 اور 27 کا HCF $= 3 \times 3 = 9$

ہم نے معلوم کیا کہ دونوں طریقوں میں 18 اور 27 کا HCF 9 ہے۔

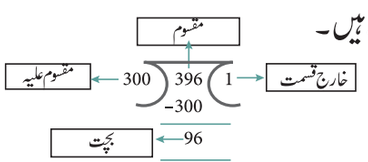
اب آیئے HCF معلوم کرنے کے بعض مزید طریقے سیکھیں گے۔ ہر گروپ میں زیادہ سے زیادہ ٹیم ممبر 9 ہیں۔ VII ویں جماعت میں 2 ٹیمیں اور VIII ویں جماعت میں 3 ٹیمیں ہیں۔

3۔ متواتر تقسیم کا طریقہ Repeated Division Method

اوپر کے طریقے HCF معلوم کرنے کے لئے بہت آسان ہیں لیکن بڑے اعداد کے لئے ان طریقوں سے دئے گئے اعداد کے اجزائے ضربی معلوم کرنا مشکل کام ہے۔ اس صورت حال میں ہمارے پاس HCF معلوم کرنے کے بعض دوسرے طریقے موجود ہیں۔ HCF معلوم کرنے کے دوسرے طریقوں کے بارے میں جانیں گے۔

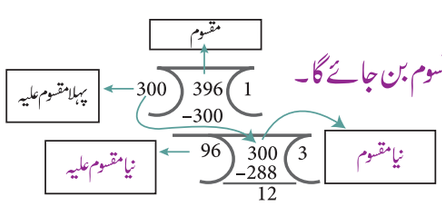
اس کے برعکس اگر VII ویں جماعت 396 طلباء اور VIII ویں جماعت میں 300 طلباء ہو تو ہر ایک ٹیم میں زیادہ سے زیادہ کتنے طلباء ہوں گے؟ اوپر بتائے ہوئے دونوں طریقوں سے اس سوال کا فوراً جواب معلوم نہیں کر سکتے ہیں۔

لہذا، ہم اس کو حل کرنے کے لئے مسلسل تقسیمی طریقہ کو استعمال کر کے HCF معلوم کر سکتے ہیں۔



مرحلہ 1: بڑے عدد کو چھوٹے عدد سے تقسیم کریں

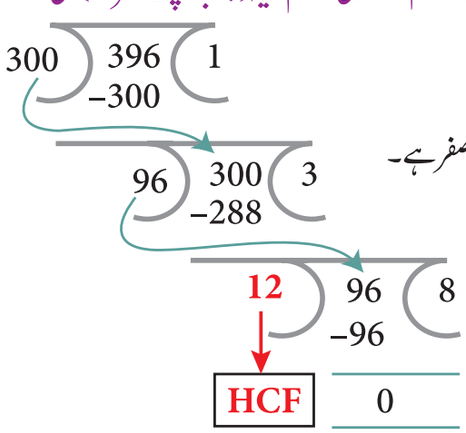
یہاں، 396 بڑا عدد ہے۔ لہذا، ہم 396 (مقسوم) کو 300 (مقسوم علیہ) سے تقسیم کرنے پر ہمیں 96 بچت حاصل ہوگا۔



مرحلہ 2 : مرحلہ 1 کا بچت نیا مقسوم علیہ بن جائے گا اور مرحلہ 1 کا مقسوم علیہ، نیا مقسوم بن جائے گا۔

مرحلہ 1 سے، ہمیں 96 بطورِ بچت حاصل ہوا، لہذا، یہ دوسرے مرحلے میں 96 نیا مقسوم علیہ اور 300 نیا مقسوم بن جائے گا۔

مرحلہ 3 : تقسیم کے اس عمل کو اس وقت تک دہرائے جب تک کہ بچت صفر نہ ہو جائے، تقسیم کا آخری مقسوم علیہ (جب بچت صفر ہو) ہی ہمارا HCF ہے۔



مرحلہ 2 سے، ہمیں 12 بطورِ نیا بچت حاصل ہوا جو نیا مقسوم علیہ بن جائے گا،

تیسرے مرحلہ میں 12 نیا مقسوم علیہ اور 96 نیا مقسوم بن جائیں گے۔ اب بچت صفر ہے۔

چونکہ، 12 آخری مقسوم علیہ ہے تقسیم کا۔ چنانچہ 12 ہمارا مطلوبہ HCF ہے۔

لہذا، 396 اور 300 کا HCF 12 ہے۔ جو ہمیں اوپر دئے گئے خاکوں میں دیکھا گیا ہے۔

اس طرح ہر ایک ٹیم میں 12 طلباء ہوں گے۔

8th Maths unit 7 inf pro
Thursday, April 16, 2020 3:54:17 PM

4. متواتر تفریقی طریقہ : (Repeated Subtraction Method)

دئے گئے دو اعداد m اور n کا HCF معلوم کرنے کے لئے ہمیں مسلسل ان اعداد کو تفریق کرتے رہنا چاہئے جب تک کہ m اور n مساوی ہوجائے۔ مثال کے طور پر 144 اور 120 کا HCF معلوم کیجئے۔

مرحلہ 1 جانچئے کہ کیا $m = n$ ہے۔ یہاں $m = 144$ اور $n = 120$ لیں۔

جانچئے کہ کیا $m = n$ ہے یا $m > n$ یا $m < n$ ہے۔ یہاں $m > n$ ہے۔ **(144 > 120)**

مرحلہ 2 اگر m > n ہوتو m−n کو مسلسل دہرائیے یہاں تک کہ m=n ہوجائے یا m < n ہوتو n−m کو مسلسل دہرائیے یہاں تک کہ m = n ہوجائے۔

اگر n, m سے بڑا ہوتو ہمیں $m - n$ انجام دینا ہوگا اور نتیجہ (فرق) کو m کے طور پر یقین کرنا ہوگا۔ دوبارہ جانچئے کہ کیا m اور n مساوی ہیں یا نہیں اور اس عمل کو دہرائے۔ اگر n، m سے چھوٹا ہوتو ہمیں $n - m$ انجام دینا ہوگا اور نتیجہ (فرق) کو n کے طور پر تعین کرنا ہوگا۔ پھر دوبارہ جانچئے کہ کیا m اور n مساوی ہیں یا نہیں اور اس عمل کو دہرائے۔

120(n) کو 144 (m) سے تفریق کیجئے یہاں تک کہ m=n ہوجائے۔

پہلا $144 - 120 = 24$ دہرائیے $120 - 24 = 96$ دہرائیے $96 - 24 = 72$

دہرائیے $72 - 24 = 48$ دہرائیے $48 - 24 = 24$ دہرائیے $24 - 24 = 0$

مرحلہ 3 جب m اور n کی قیمتیں مساوی ہوتو وہ مساوی عدد HCF ہوگا (m,n) کا۔

اب $m = n$ ہے۔ لہذا، ہم یہ نتیجہ اخذ کرتے ہیں کہ 144 اور 120 کا HCF 24 ہے۔

متواتر تقسیمی طریقہ اور متواتر تفریقی طریقہ دونوں کو موازنہ کرنے پر، ہم یہ نتیجہ نکالتے ہیں کہ HCF معلوم کرنے میں متواتر تفریقی طریقہ ایک آسان اور تیزی طریقہ ہے جس سے HCF کا جواب بہت جلد معلوم ہوجاتا ہے۔ جو کوئی HCF معلوم کرنا چاہتا ہو، اس کو متواتر تقسیمی طریقے کے بجائے متواتر تفریقی طریقے کو اپنانا چاہئے۔

مشق 7.2

1۔ متواتر تقسیمی طریقہ کو استعمال کرکے درج ذیل اعداد کا HCF معلوم کیجئے۔

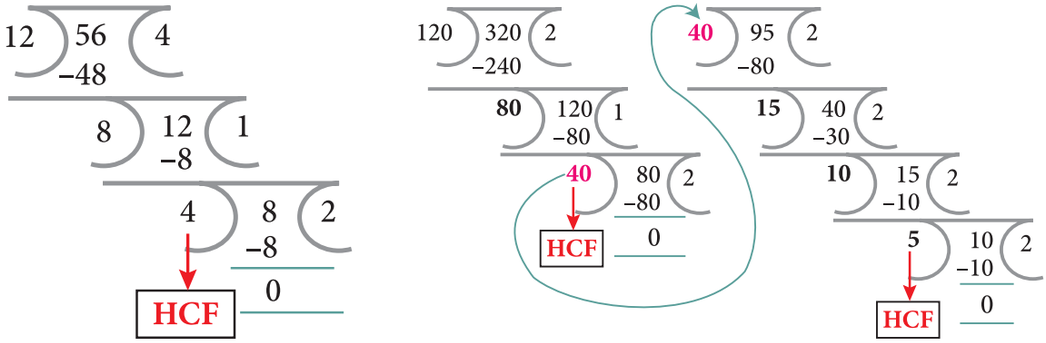
(i) 455 اور 26 (ii) 392 اور 256 (iii) 6765 اور 610 (iv) 184, 230 اور 276

2۔ متواتر تفریقی طریقے کو استعمال کرکے درج ذیل اعداد کا HCF معلوم کیجئے۔

(i) 42 اور 70 (ii) 36 اور 80 (iii) 280 اور 420 (iv) 1014 اور 654

3۔ دئے گئے حسابات کو متواتر تفریقی طریقے سے حل کیجئے۔

(i) 56 اور 12 (ii) 320, 120 اور 95



8th Maths unit 7 inf pro
Thursday, April 16, 2020 3:54:18 PM

4۔ صفیہ 168 mm اور 196 mm پیمائش والے ایک کاغذ سے بڑے سے بڑا مماثل مربعے (Identical squares) کٹ کرنا چاہتی ہے۔سب سے بڑے مربع کی ضلع کی لمبائی کیا ہے؟(متواتر تفریقی طریقہ سے HCF معلوم کیجئے۔)

معروضی سوالات (Objective Type Questions)

5۔ گیارھواں فیبو ناچی عدد کیا ہے؟

(a) 55 (b) 77 (c) 89 (d) 144

6۔ اگر $F(n)$ ایک فیبو ناچی عدد ہے اور $n = 8$ ہوتو درجہ ذیل میں کونسا صحیح ہے؟

(a) F(8) = F(9)+F(10) (b) F(8) = F(7)+F(6) (c) F(8) = F(10)· F(9) (d) F(8) = F(7)–F(6)

7۔ فیبو ناچی تواتر کا ہر تیسرا عدد ..... کا ضعف ہے۔

(a) 2 (b) 3 (c) 5 (d) 8

8۔ ہر ..... عدد فیبو ناچی تواتر کے 8 کا ضعف ہے۔

(a) 2nd (b) 4th (c) 6th (d) 8th

9۔ فیبو ناچی عدد کا 18 واں اور 17 واں کا فرق ہے۔

(a) 233 (b) 377 (c) 610 (d) 987

10۔ 30 اور 250 کے مشترک اولی اجزائے ضربی یہ ہیں۔

(a) 2 x 5 (b) 3 x 5 (c) 2 x 3 x 5 (d) 5 x 5

11۔ 60,36 اور 72 کے مشترک اولی اجزائے ضربی یہ ہیں۔

(a) 2 x 2 (b) 2 x 3 (c) 3 x 3 (d) 3 x 2 x 2

12۔ دو اعداد کو ساتھی اعداد اولی (Co-Prime numbers) کہتے ہیں۔اگر ان کا HCF ..... ہو۔

(a) 2 (b) 3 (c) 0 (d) 1

7.7۔ رمزیات (مخفی تحریری کا مطالعہ) Cryptology

آج کی دنیا میں اطلاعات (information) کا تحفظ نہ صرف فوجی اور سیاسی شعبوں کے لئے ضروری ہے بلکہ تمام نجی گفتگو کی حفاظت کرنا بھی ایک بنیادی ضرورت ہوگئی ہے۔آج کی دنیا میں مواصلات کی اہمیت بہت تیزی سے بڑھ رہی ہے جیسے مالی معطیات کا تبادلہ (Financial Data Exchange)، image Processing، حیاتی شماریات (Bio metrics) اور الکٹرانک کامرس (e-commerce) لین دین وغیرہ کے معطیات (data) کا تحفظ ایک بے حد اہم مسئلہ ہے۔

رمزیات وہ علم ہے جو مواصلات کو محفوظ شکل میں رکھنے کے بارے میں وضاحت کرتا ہے۔

7.7.1۔ رمزیات ۔ بعض تکنیکی تفصیلات (Cryptology - some technical details)

سادہ عبارت (Plaintext) اصل پیغام (message) کو سادہ عبارت کہتے ہیں۔

سیفر عبارت یا سیفر عدد (Cipher Text or Cipher Number) رمزنگاری کا ماحصل (Encrypted output) کو سیفر عبارت یا سیفر عدد کہتے ہیں۔سیفر عبارت کو حروف جلی (Capital letters) میں لکھا جاتا ہے جب کہ سادہ عبارت کو عموماً حروف خفی (Lower case) میں لکھا جاتا ہے۔سادہ عبارت کو سیفر عبارت میں تبدیل کرنے کے لئے ایک مخفی کلید (Secret key) استعمال کرتے ہیں۔

رمزنگاری اور رمزکشائی (Encryption and Decryption)

سادہ عبارت کے سیفر عبارت میں تبدیل کرنے کے عمل کو رمزنگاری (مخفی عبارت میں تبدیل کرنا) کہتے ہیں اور اس کے برعکس کو رمزکشائی کہتے ہیں۔

8th Maths unit 7 inf pro
Thursday, April 16, 2020 3:54:18 PM

چلئے ہم چند سیفر عبارتیں بنائیں گے جس کو ہم حقیقی زندگی کے کسی موڑ پر خفیہ پیغام کے طور پر استعمال کریں گے۔

7.7.2 ۔ سیفر کوڈ کی مثالیں: Examples of Cipher Code:

1۔ سیفر عبارت میں منتقل کرنا: Shifting Cypher text

سیزر سیفر (Caesar cipher)

سیزر سیفر سب سے پہلا اور سادہ ترین سیفر ہے۔ یہ متبادل سیفر کی ایک قسم ہے جس میں ہر ایک سادہ عبارت کو حروف تہجی میں مقامی قیمت کو کم کر کے منتقل (Shift) کیا جاتا ہے۔

ایک شخص سے دوسرے شخص کو رمز نگاری کر کے (encrypted) پیغام بھیجا جاتا ہے تو یہ ضروری ہے کہ دونوں کے پاس سیفر کا کلید (Key) ہونا چاہئے تا کہ بھیجنے والا رمز نگاری کر کے بھیجے اور حاصل کرنے والا اس کو رمز کشائی کرے۔ سیزر سیفر میں سیزر کے حروف (تہجی) کتنے حروف کے بعد منتقل (shift) ہوتے ہیں وہی اس کا کلید (Key) ہوتا ہے۔

لہذا ، کوڈ (code) کو کس طرح حل کیا جاتا ہے اس کو جاننا ضروری ہے۔

مثال 5 سیزر سیفر جدول میں +4 استعمال کریں اور دئے گئے خفیہ جملے کو حل کرنے کی کوشش کریں۔

fvieo mr gshiw ger fi xvmgoc

چلئے ہم سب سے پہلے سیزر سیفر جدول بناتے ہی۔ ہمیں +4 جدول کو مقرر کرنا چاہئے۔ ہمیں حرف e کو A کے طور پر مقرر کرنا f کو B کے طور پر۔ اسی طرح d کو Z کے طور پر مقرر کرنا چاہئے۔

+4 اب، سیزر سیفر کا حدول اس طرح نظر آئے گا۔

سادہ عبارت	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z
سیفر عبارت	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V

دی گئی سادہ عبارت یہ ہے۔

fvieo mr gshiw ger fi xvmgoc

اس خفیہ کوڈ کو حل کرنے کے لئے، ذیل میں دئے گئے مرحلوں کو اپنانا ہوگا۔

مرحلہ 1 سیزر سیفر جدول کو استعمال کر کے، سب سے پہلے زیادہ مرتبہ دہرائے جانے والے حروف کو جوڑ ملایئے۔ یہ ہمیں تیزی سے آگے بڑھنے میں مدد کرے گا۔

fvieo mr gshiw ger fi xvmgoc

سادہ عبارت	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z
سیفر عبارت	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V

f v i e o m r g s h i w g e r f i x v m g o c

B R E A K I N C E C A N B E R I C K

8th Maths unit 7 inf pro
Thursday, April 16, 2020 3:54:19 PM

مرحلہ 2: اس کے بعد ہم باقی کے حروف کو معلوم کر کے کوڈ کو مکمل کریں گے۔

Plain Text	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z
Cipher Text	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V

f v i e o m r g s h i w g e r f i x v m g o c

B R E A K I N C O D E S C A N B E T R I C K Y

لہذا، خفیہ جملہ **BREAK IN CODES CAN BE TRICKY** ہے۔

2 متبادل سیفر عبارت Substitution Cypher text

عبارت کے ہر حرف کو تصاویر اور علامتوں میں منتقل کیا جاتا ہے۔ اطلاعات کو کوڈ میں لکھنے یا ڈی کوڈ (خفیہ پیغام کو کھولنا) کرنے کے لئے ایک کلید (key) ہوتا ہے جو الفاظ کا مجموعہ، حروف یا ان تمام کا مجموعہ ہوتا ہے۔ درج ذیل کی صورت سے اس کے بارے میں مزید سیکھیں گے۔

صورتِ حال : (Situation)

استاد ایک کلاس کے طلباء کو دو ٹیموں میں تقسیم کرتے ہیں، طلباء کو ذیل میں دئے گئے ورک شیٹ کو دکھا کر مکمل کرنے کو کہا گیا۔ ان دو ٹیموں کے درمیان ایک کھیل کھیلا جائے گا، متبدل حرف کو ایک کے بعد ایک ٹیم رائے پیش کرے گی۔ کوئی ایک طالب علم ان کے رائے کو جدول میں درج کرے گا۔

Worksheet 1 :- Additive Cipher [key = 5]

دی گئی سادہ عبارت کو جمعی سیفر عبارت (عدد) کے کوڈ میں تبدیل کرنا

" mathematics is a unique symbolic language in which the whole world works and acts accordingly."

جمعی سیفر کو حل کرنے کے لئے اشارے (tips)

خاص کر جمعی سیفر کے لئے تمہیں صرف کلیدی عدد (Key Number) کی ضرورت ہوتی ہے۔

اس کی مدد سے صیفر جدول کو پر کر کے مکمل کیجئے۔

اگر تمہیں ممکن ہو تو حروف تہجی کے لئے تعددی جدول (Frequency table) بنائے۔ تعددی جدول تمہیں شروع کرنے میں مدد کرے گا۔

بار بار دہرائے جانے والے حروف کو پہلے ملا کر سیفر اعداد کو پر کیجئے۔

جانے پہچانے ایک حرف (one letter) کے لفظ کو ڈھونڈئے جیسے *a* یا دو اور تین حروف کے الفاظ کو بھی ڈھونڈیئے جیسے

of, to, in, it, at, the, and, for, you

سیفر عبارت میں متواتر اعداد کو دیکھیں اور انہیں جہاں تک ممکن ہو سادہ عبارت میں متواتر حروف کو ملائیے۔

اب، سادہ عبارت کو سیفر عبارت میں متواتر حروف کو ملائیے۔ اب سادہ عبارت کو سیفر عدد میں تبدیل کرنے کی ابتداء کریں۔ سب سے پہلے ہمیں نیچے دکھائے گئے سیفر جدول بنانا چاہئے۔ یہاں Key = 5 ہے۔

کلیدی عدد کے مطابق ہمیں شروع کرنا چاہئے اور $a = 05$, $b = 06$, $z = 04$ کے مانند بالترتیب پر کرنا چاہئے۔

سادہ عبارت	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z
اعداد	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
سیفر اعداد	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	00	01	02	03	04

عبارت کو کوڈ کرنے کے لئے ہمیں حروف کے تعدد کو شمار کرنا ہے اور درجہ ذیل کے مانند تعددی جدول بنائیے۔

8th Maths unit 7 inf pro
Thursday, April 16, 2020 3:54:19 PM

سادہ عبارت	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z
تعددی جدول میں حروف کا تعدد	8	1	6	3	5	0	3	5	7	0	1	5	3	5	5	0	1	3	5	4	3	0	4	0	2	0

سیفر جدول اور تعددی جدول کی مدد سے ہم سادہ عبارت کے لئے سیفر اعداد کو بھرتی کریں گے، سب سے پہلے زیادہ مرتبہ دہرائے گئے حروف (5 اور 5 سے زیادہ مرتبہ) ملائیں گے اس کے بعد 2 سے 4 مرتبہ دہرائے گئے حروف کو ملائیں گے اور باقی کے حروف کو ذیل کی طرح جوڑ ملائیں گے۔

مرحلہ 1 سیفر اعداد کے لئے زیادہ مرتبہ دہرائے گئے حروف (5 مرتبہ اور اس سے زیادہ)

سادہ عبارت	m	a	t	h	e	m	a	t	i	c	s		i	s		a		u	n	i	q	u	e		s	y	m	b	o	l	i	c
سیفر اعداد		05		12	09		05		13	07	23		13	23		05			18	13			09		23				19	16	13	07

سادہ عبارت	l	a	n	g	u	a	g	e		i	n		w	h	i	c	h		t	h	e		w	h	o	l	e
سیفر اعداد	16	05	18			05		09		13	18			12	13	07	12			12	09			12	19	16	09

سادہ عبارت	w	o	r	l	d		w	o	r	k	s		a	n	d		a	c	t	s		a	c	c	o	r	d	i	n	g	l	y
سیفر اعداد		19		16				19			23		05	18			05	07		23		05	07	07	19			13	18		16		

مرحلہ 2 سیفر اعداد کے لئے زیادہ مرتبہ دہرائے گئے حروف (2 مرتبہ اور اس سے زیادہ)

سادہ عبارت	m	a	t	h	e	m	a	t	i	c	s		i	s		a		u	n	i	q	u	e		s	y	m	b	o	l	i	c
سیفر اعداد	17	05	24	12	09	17	05	24	13	07	23		13	23		05		25	18	13		25	09		23	03	17		19	16	13	07

سادہ عبارت	l	a	n	g	u	a	g	e		i	n		w	h	i	c	h		t	h	e		w	h	o	l	e
سیفر اعداد	16	05	18	11	24	05	11	09		13	18		01	12	13	07	12		24	12	09		01	12	19	16	09

سادہ عبارت	w	o	r	l	d		w	o	r	k	s		a	n	d		a	c	t	s		a	c	c	o	r	d	i	n	g	l	y
سیفر اعداد	01	19	22	16	08		01	19	22		23		05	18	08		05	07	24	23		05	07	07	19	22	08	13	18	11	16	03

مرحلہ 3 سیفر اعداد کے لئے نا دہرانے والے حروف

سادہ عبارت	m	a	t	h	e	m	a	t	i	c	s		i	s		a		u	n	i	q	u	e		s	y	m	b	o	l	i	c
سیفر اعداد	17	05	24	12	09	17	05	24	13	07	23		13	23		05		25	18	13	21	25	09		23	03	17	06	19	16	13	07

سادہ عبارت	l	a	n	g	u	a	g	e		i	n		w	h	i	c	h		t	h	e		w	h	o	l	e
سیفر اعداد	16	05	18	11	25	05	11	09		13	18		01	12	13	07	12		24	12	09		01	12	19	16	09

سادہ عبارت	w	o	r	l	d		w	o	r	k	s		a	n	d		a	c	t	s		a	c	c	o	r	d	i	n	g	l	y
سیفر اعداد	01	19	22	16	08		01	19	22	15	23		05	18	08		05	07	24	23		05	07	07	19	22	08	13	18	11	16	03

لہذا، سادہ عبارت کے لئے جمع سیفر عبارت ذیل میں دی گئی ہے۔

"17 05 24 12 09 17 05 24 13 07 23 13 23 05 25 18 13 21 25 09 23 03 17 06 19 16 13 07
16 05 18 11 25 05 11 09 13 08 01 12 13 07 12 24 12 09 01 12 19 16 09 01 19 22 16 08
01 19 22 15 23 05 18 08 05 07 24 23 05 07 07 19 22 08 13 18 11 16 03"

8th Maths unit 7 inf pro
Thursday, April 16, 2020 3:54:20 PM

کارروائی

TREASURE HUNT خزانے کو ڈھونڈنا

Treasure in the Mathematics club room ریاضی کے کلب کے کمرے میں خزانہ

استاد نے طلباء کو چار گروہوں میں تقسیم کیا۔ ہر ایک گروہ کو ایک کوڈ اور ایک سراغ (Clue) دے کر ان سے کہا گیا کہ

ان سراغوں کو حل کر کے ذیل کو دریافت کیجئے ۔ (i) خزانہ کو پہچاننا۔

(ii) خزانہ کے مقام کو معلوم کرنا۔ (iii) کمرہ جس میں خزانہ موجود ہے۔

تم ایک کاغذ پر ان نکات کو لکھ کر ڈھونڈنا شروع کریں۔

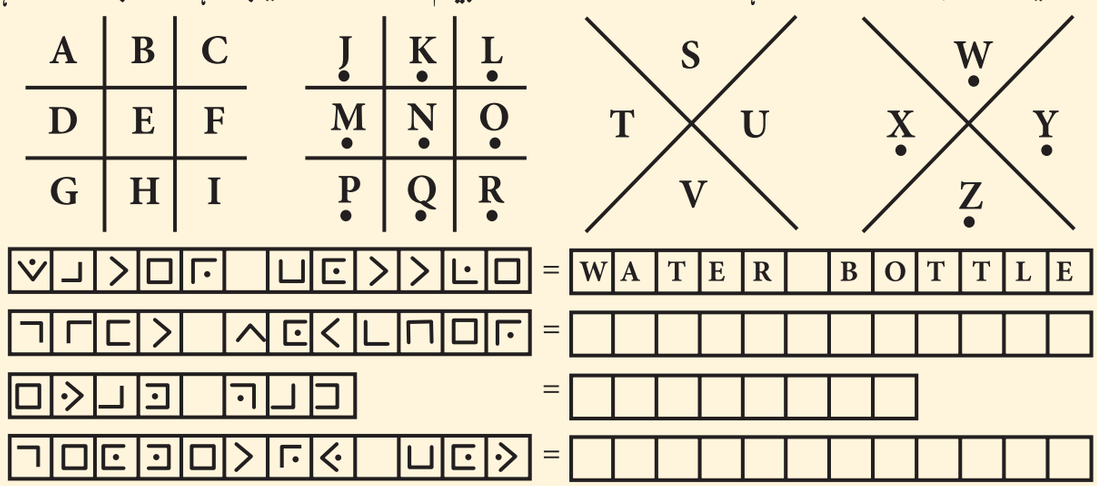
Code 1: Pigpen

پیغام : اگر تم اس کوڈی کوڈ (de code) کرو گے تو تمہیں مطلوبہ چار خزانے کے نام حاصل ہوں گے۔

1 خالی خانوں کو بھرتی کر کے ڈی کوڈ کیجئے:

Pigpen کوڈ تمہیں بے معنی نظر آئے گا، لیکن اس کو حل کرنا بہت آسان ہے۔ ہر حرف Pigpen کے اطراف کے حصے کو ظاہر کرتا ہے۔

پہلا کوڈ ذیل کی کلید (Key) کو استعمال کرتا ہے۔ کوڈ کو مکمل کرنے کے لئے، تمہیں پیغام کو کس طرح ڈی کوڈ کیا جاتا ہے۔ اس کو جاننا ضروری ہے۔



Code 2: Polybius Square Cipher کوڈ 2 : پولی بیئس مربع سیفر

پیغام : اگر تم اس کوڈی کوڈ کرو گے تو تمہیں خزانے کا نام معلوم کرنے کا سراغ ملے گا۔

II خالی جگہ بھرتی کرو :

پولی بیئس مربع ایک جدول ہے جو کسی بھی شخص کو حروف سے اعداد میں تبدیل کرنے کی اجازت دیتا ہے۔

پولی بیئس مربع کے قطار اور صف کی قیمت کو استعمال کر کے کوڈ کو معلوم کرنا۔

5	A	B	C	D	E
4	F	G	H	I/J	K
3	L	M	N	O	P
2	Q	R	S	T	U
1	V	W	X	Y	Z
	1	2	3	4	5

(4,2) (3,4) (5,5) (3,3) (1,5) (2,3) (5,5) (4,3) (1,4)

T H E _____ O F

(4,2) (2,2) (5,5) (1,5) (3,2) (5,2) (2,2) (5,5) (4,5) (4,3) (5,5) (3,2)

_____ D O E S

(3,3) (4,3) (4,2) (3,4) (1,5) (1,1) (5,5) "(2,5)" (1,5) (3,3) (4,5) "(4,5)"

_____ _____ ____ A N D _____.

8th Maths unit 7 inf pro
Thursday, April 16, 2020 3:54:21 PM

Code 3: Atbash Cipher کوڈ 3 : اٹبش سیفر

پیغام : اگر تم اس کوڈی کو ڈکرو گے تمہیں موجود خزانہ کے کمرے کا نمبر معلوم کرنے کا سراغ ملے گا۔
(It may be 24 or 25 or 26 or 27 or 28 or 29 or 30)

III دیے گئے خاکہ میں نظر آنے والے Key کو استعمال کر کے کوڈ معلوم کیجئے:

اٹبش سیفر ایک متبادل سیفر ہے جس میں صرف ایک مخصوص کلید ہے یعنی تمام حروف الٹ دیا جاتا ہے جیسے A سے Z کو Z سے A کیا جاتا ہے۔

سادہ عبارت	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
سیفر عبارت	Z	Y	X	W	V	U	T	S	R	Q	P	O	N	M	L	K	J	I	H	G	F	E	D	C	B	A

GSV ILLN MFNYVI RH Z NFOGRKOV LU ULFI ZMW HVEVM

THE ____ _____ ____ _ _____ ____ _____ _____ _____.

Code 4: Using a Key – Reflection Table کوڈ 4: انعکاسی جدول کو کلید کے طور پر استعمال کر کے

پیغام : اگر تم اس کوڈی کو ڈکرو گے تو تمہیں خزانہ کا ممکنہ مقام معلوم ہو جائے گا۔

انعکاسی جدول کو استعمال کریں جس کو نیچے دیا گیا ہے۔ انعکاسی حروف کو استعمال کر کے صحیح لفظ دریافت کیجئے۔

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕
N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z

JVAQBJ - _____

PBZCHGRE GNOYR - _____

PUNVE - _____

PHOOBNEQ - _____

کوڈوں کو دریافت کرنے کے بعد، استاد، طلباء کو ایک کے بعد ایک سراغوں کو ترتیب دینے کے لئے کہا۔

اشارے (Clues)

i. _____

ii. _____

iii. _____

iv. _____

نتائج

(i) کمرہ جس میں خزانہ موجود ہے۔

(ii) خزانہ کا مقام :

(iii) خزانہ کو پہچانئے۔

(اشارہ : اگر تم مشق 4.3 میں سوال نمبر 6 حل کئے ہو تو اس سے موازنہ کر کے تمہارے جواب کو جانچئے) تحفے کی رسید میں موجود (20 مکمل مارکس دئے جائیں گے) ہے۔

8th Maths unit 7 inf pro
Thursday, April 16, 2020 3:54:21 PM

کوشش کیجئے:

(1) پگپین سیفر کوڈ کو استعمال تمہارے نام کا کوڈ ..... اور تمہارے ابواب کے ناموں کے کوڈ بھی لکھئے؟

(i) LIFE MATHEMATICS (ii) ALGEBRA

(iii) GEOMETRY (iv) INFORMATION PROCESSING

(2) منتقل اور متبادل طریقوں میں نیچے دئے گئے کوڈ کو حل (ڈی کوڈ) کریں۔ ان میں سے کون سا تمہارے لئے آسان ہے؟

(i) منتقل طریقہ :- M N S G H M F H R H L O N R R H A K D

(ii) متبادل طریقہ :-

(3) تمہارے ایک دوست کو ایک مختصر پیغام لکھ کر اسے حل (deciper) کرنے کو کہو (منتقل طریقہ یا متبادل طریقہ کو استعمال کریں)

مشق 7.3

1۔ خالی جگہ بھرتی کیجئے (کوڈ 3 میں دئے گئے ٹیبیش سیفر کو استعمال کریں)۔

(i) G Z N R O = _____

(ii) V M T O R H S = _____

(iii) N Z G S V N Z G R X H = _____

(iv) H X R V M X V = _____

(v) H L X R Z O H X R V M X V = _____

2۔ جوڑ ملائیے۔ (a = 00..... Z= 25).

(i) mathematics	-	(a) 18 20 01 19 17 00 02 19 08 14 13
(ii) addition	-	(b) 03 08 21 08 18 08 14 13
(iii) subtraction	-	(c) 12 00 19 07 04 12 0019 08 02 18
(iv) multiplication	-	(d) 00 03 03 08 19 08 14 13
(v) division	-	(e) 12 20 11 19 08 15 11 15 02 00 19 08 14 13

AS6Y8

3۔ جمعی سیفر جدول بنائیے (Key = 4)

4۔ کوئی پیغام جیسے Good Morning کو الٹ کر Doog Gninrom لکھا گیا ہے اسی طریقے سے ذیل کے جملے کو حل کیجئے۔

"Ot dnatsrednu taht scitamehtam nac eb decneirepxe erehwreve ni erutan dna laer efil."

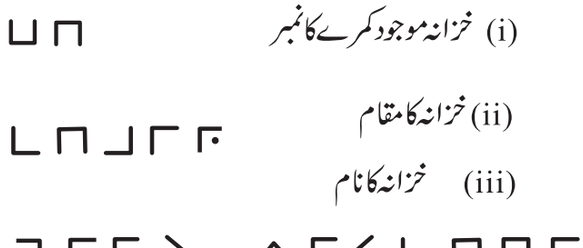
8th Maths unit 7 inf pro
Thursday, April 16, 2020 3:54:22 PM

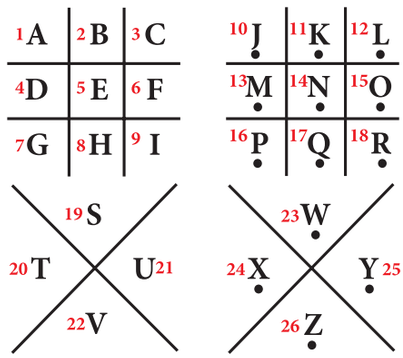
5۔ دئے گئے پکچین سیفر عبارت کوڈی کوڈ (حل) کیجئے اور کارروائی 3 کے نتیجے کو حاصل کرنے کے لئے موازنہ کیجئے۔

(i) خزانہ موجود کمرے کا نمبر

(ii) خزانہ کا مقام

(iii) خزانہ کا نام





6۔ ابرار کو نئی موٹر سائیکل کے لئے ایک رجسٹراشن نمبر دیا گیا ہے۔ یہاں نمبر کو آئینہ کا خیال Mirror Image دیا گیا ہے۔ خیال کو حل کر کے ابرار کے موٹر سائیکل کا صحیح نمبر معلوم کیجئے۔

TN12H2589

(a) 6852H21NT (b) TNIZHSZ86

(c) 6852HSINT (d) 9852H21NT

معروضی سوالات (Objective Type Questions)

7 ۔ سوالات *A* اور *B* میں، ہر ایک سٹ (مجموعہ) میں چار حروف کے گروپ ہیں، کسی طریقے سے تین سٹ یکساں ہوتے ہیں اور ایک سٹ مختلف ہوتا ہے، وہ کونسا سٹ مختلف ہوتا ہے اس کو معلوم کرو؟

A. (a) C R D T (b) A P B Q (c) E U F V (d) G W H X

B. (a) H K N Q (b) I L O R (c) J M P S (d) A D G J

8 ۔ حروف کا ایک مجموعہ دیا گیا ہے، ہر حرف کو ایک عددی کوڈ دیا گیا ہے۔ ان حروف کو ترتیب دے کر ایک معنی خیز لفظ بنایئے، دئے گئے 4 جوابات میں سے ایک معنی خیز لفظ کو معلوم کیجئے۔

L	I	N	C	P	E
1	2	3	4	5	6

(a) 2 3 4 1 5 6 (b) 5 6 3 4 2 1 (iii) 6 1 3 5 2 4 (iv) 4 2 1 3 5 6

9 ۔ سوال **(iii)** اور **(iv)** کوڈ کی زبان کی بنیاد پر دئے گئے ہیں، دئے گئے جوابات میں سے صحیح جواب منتخب کیجئے۔

(iii) ایک مخصوص کوڈ میں MEDICINE کو EOJDJEFM کے طور پر کوڈ کیا گیا ہو تو COMPUTER اسی کوڈ سے کس طرح لکھا جائے گا؟

(a) C N P R V U F Q (b) C M N Q T U D R

(c) R F U V Q N P C (d) R N V F T U D Q

(iv) اگر لفظ PHONE کو SKRQH کے طور پر کوڈ کیا گیا ہو تو RADIO کا کوڈ کیا ہوگا؟

(a) S C G N H (b) V R G N G (c) U D G L R (d) S D H K Q

8th Maths unit 7 inf pro
Thursday, April 16, 2020 3:54:22 PM

7.8 خریداری کا موازنہ کرنا : (Shopping Comparison)

پیارے بچو - میں امید کرتا ہوں کہ تمام طلباء خریداری کا تجربہ رکھتے ہوں گے۔ کیا آپ لوگ تمہارے ان تجربوں کو یہاں بیان کر سکتے ہو؟ میں تمہاری خریداری کے تجربے پر چند سوالات کرنا چاہتا ہوں۔ تمہاری ضرورت کی اشیاء کو کس بنیاد پر خریدو گے ؟ (i) دلکش رنگ یا (ii) سب سے اچھی قیمت یا (iii) جسامت میں بڑا یا (iv) شئے کو دیکھ کر۔ ان تمام نکات کے ساتھ ایک اور اہم نقطہ کو بھی ذہن نشین کر لینے چاہئے۔ وہ کیا ہے؟ ہاں۔ وہ خاتمے کی تاریخ (Expiry Date) ہے۔ کیا تم نے کبھی بند اشیاء پر خاتمے کی تاریخ پر غور کیا ہے؟ اس کا دیکھنا بہت ہی ضروری ہے۔ ایک اچھی خریداری میں ان باتوں کو خیال رکھنا چاہئے جیسے کہ اشیاء کے قیمتوں کا موازنہ، معیار، مقدار، رعایت (offer) وغیرہ ہیں۔ مارکیٹ یا ڈیپارٹمنٹل، اسٹور پر کسی شئے پر اپنی رقم خرچ کرنے سے پہلے بہترین قیمت اور بہترین معیار اور دوسرے قابل بھروسہ ان باتوں پر غور کرنا چاہئے۔ اس طرح کی خریداری میں عقل مندی ہے۔

یہاں ہم نے سیکھا کہ کسی چیز کو خریدنے سے پہلے، کس طرح ہم ایک عقل مند گاہک بن سکتے ہیں؟ ذیل کی صورت حال پر غور کیجئے۔

صورت حال :

فرض کیجئے کہ استاد نے تمہیں اور تمہارے دوست کو ایک ہفتے کے لئے اسکول کے کینٹین کے لئے درکار پھلوں کو انتخاب کرنے کی ذمہ داری دی ہے۔ استاد نے ذیل کے ہدایات بھی دئے ہیں۔ ضرورت پڑنے پر وہ تمہاری مدد کر سکتے ہیں۔

خریداری کی فہرست:

1- 20 کلوگرام سیب
2- 20 کلوگرام جام (امرود)
3- 30 ڈبے اسٹرابیری
4- 20 درجن موز



- اب خریداری کی فہرست کے مطابق تمہیں دو دنوں کے لئے پھلوں کو خریدنا ہوگا۔
- خریداری سے پہلے تم میں سے ایک کو مارکیٹ اور دوسرے کو ڈیپارٹمنٹل اسٹور کو جا کر پھلوں کی قیمتوں کو جاننا ہوگا۔
- خود جانچئے کہ کس مقام پر مناسب قیمت پر پھل دستیاب ہیں۔
- اس کے بعد خریداری کی فہرست کو جانچئے کہ تمہیں کتنے پھلوں کی ضرورت ہے۔
- دونوں مقامات کے ہر شئے کی قیمت اور وزن کا موازنہ کرنا۔
- تمام اشیاء ایک ہی مقام پر مناسب قیمت پر حاصل ہوں، ایسا انتخاب کرنا۔
- قیمت کی فہرستوں کا موازنہ کریں تا کہ تم یہ فیصلہ لے سکتے ہو کہ کس مقام پر مطلوبہ پھلوں کو خریدا جا سکے۔

مثال کے طور پر، دونوں دکانوں سے جمع کردہ قیمتوں کی فہرست کو ذیل کی جدول میں دیا گیا ہے۔

شمار عدد	پھل کا نام	ڈیپارٹمنٹل اسٹور		مارکیٹ کی قیمت	
		مقدار	قیمت (₹)	مقدار	قیمت (₹)
1	سیب	1 kg	120	1 kg	110
2	جام	1 kg	50	1 kg	40
3	اسٹرابیری	1 ڈبہ	80	1 box	85
4	موز	1 درجن	60	1 kg	50

8th Maths unit 7 inf pro
Thursday, April 16, 2020 3:54:23 PM

اب ہم ڈیپارٹمنٹل اسٹور اور مارکیٹ دونوں مقامات کے پھلوں کی کل مقدار اور کل قیمت کو دریافت کریں گے۔

ڈیپارٹمنٹل اسٹور کی قیمت دریافت کرنا۔

پھل کا نام	مطلوبہ پھلوں کی قیمت	کل قیمت
سیب 	1 kg سیب کی قیمت = ₹ 120 20 kg سیب کی قیمت = ₹ 120 × 20 kg = ₹ 2400	2400
جام 	1 kg جام کی قیمت = ₹ 50 20 kg کی قیمت = 20 × 50 = ₹ 1000	1000
اسٹرابیری 	1 ڈبہ اسٹرابیری کی قیمت = ₹ 80 30 ڈبے اسٹرابیری قیمت = 30 × 80 = ₹ 2400	2400
موز 	1 درجن موز کی قیمت = ₹ 60 20 درجن موز کی قیمت = 20 × 60 = ₹ 1200	1200

مارکیٹ کی قیمت دریافت کرنا۔

پھل کا نام	مطلوبہ پھلوں کی قیمت	کل قیمت
سیب 	1 kg سیب کی قیمت = ₹ 110 20 kg سیب کی قیمت = 20 × 110 × ₹ 2200	2200
جام 	1 kg جام کی قیمت = ₹ 40 20 kg کی قیمت = 20 × 40 = ₹ 800	800
اسٹرابیری 	1 ڈبہ اسٹرابیری کی قیمت = ₹ 85 30 ڈبے اسٹرابیری قیمت = 30 × 85 = ₹ 2550	2550
موز 	1 درجن موز کی قیمت = ₹ 50 20 درجن موز کی قیمت = 20 × ₹ 50 = ₹ 1000	1000

چلئے اب ہم، ڈیپارٹمنٹل اسٹور کی خریداری کی قیمت کو مارکیٹ کی خریداری قیمت سے موازنہ کریں گے۔

پھل	اشیاء کی ضرورت کے مطابق قیمت	
	ڈیپارٹمنٹل اسٹور	مارکیٹ
20 kg سیب	2400	2200
20 kg جام	1000	800
اسٹابری کے 30 ڈبے	2400	2550
20 درجن موز	1200	1000
خریداری کی کل قیمت	7000	6550

8th Maths unit 7 inf pro
Thursday, April 16, 2020 3:54:23 PM

مذکورہ بالا موازنہ سے ہم نے یہ معلوم کیا کہ مارکیٹ کے دکانوں سے خریدنے پر مقدار اور قیمت دونوں میں فائدہ حاصل ہوتا ہے۔ لہذا، مارکیٹ سے ہی خریدنا عقل مند فیصلہ ہے۔

کارروائی

فرض کیجئے کہ تم کسی دکان کو خریداری کے لئے جاتے ہو؟ جس کے لئے تمہارا کل بجٹ ₹ 220 ہے۔
ذیل میں دی گئی فہرست کو تبدیل کئے بغیر اشیاء کو ذیل کے شرائط سے خریدنا ہوگا۔



شرائط: i۔ دی گئی قیمت کی فہرست کو تمہیں پہلے مکمل کرنا ہوگا۔

ii۔ تمہارے بجٹ ₹ 220 کے اندر دی گئی قیمت کی فہرست سے تین اشیاء کو خریدنا۔

iii۔ تم 5 kg سے زیادہ نہیں اٹھا سکتے۔ کیونکہ تمہیں اس کو لے کر پیدل گھر جانا ہوگا۔ لہذا، وہ زیادہ وزنی نہ ہونی چاہئے۔

ذیل کے سوالات کے جوابات دیجئے:

1۔ کتنے طریقوں سے تم اشیاء کو خرید سکتے ہو؟
ذیل میں دئے گئے قیمت کے فہرستوں کو مکمل کریں۔
تمہارے لئے ایک حل کیا گیا ہے۔

2۔ کون سی قیمت کی فہرست سب سے بہتر ہے اور کیوں؟

Price List

S.No.	Description	Price / 1 kg (`)	Quantity	Amount (`)
1	Rice	37.50	2.50	
2	Toor Dal	62.00	1.00	
3	Sugar	32.50	1.50	
4	Wheat	26.50	1.00	
Total Bill Amount				

Price List

S.No.	Description	Price / 1 kg (`)	Quantity	Amount (`)
1	Rice	37.50	2.50	93.75
2	Toor Dal	62.00	1.00	62.00
3	Wheat	26.50	1.00	26.50
Total Bill Amount				182.25

Price List

S. No.	Description	Price / 1 kg (`)	Quantity	Amount (`)
Total Bill Amount				

Price List

S. No.	Description	Price / 1 kg (`)	Quantity	Amount (`)
Total Bill Amount				

Price List

S. No.	Description	Price / 1 kg (`)	Quantity	Amount (`)
Total Bill Amount				

8th Maths unit 7 inf pro
Thursday, April 16, 2020 3:54:25 PM

7.8.1 مختلف جسامت والے ڈبوں (Containers) کا موازنہ کرنا:

اکثر اوقات، اشیاء کو مختلف جسامت والے ڈبوں میں پیکنگ کیا جاتا ہے۔

- بعض اوقات پیسے بچانے کے لئے گاہک ایک ہی قسم کی اشیاء کے بڑے ڈبے کا انتخاب کرتا ہے۔ مثال کے طور پر 200 ml دودھ کے 5 پیکٹ کی قیمت عموماً 1 لیٹر دودھ کی پیکٹ کی قیمت سے زیادہ ہوتی ہے۔
- بعض اوقات کسی دکان میں ایک ہی قسم کی شئے کی دو قسمیں ہوتی ہیں۔ ایک شئے خریدنے کے لئے ایک قیمت، جب کہ وہی شئے ایک سے زیادہ خریدتے ہیں تو اس کے لئے دوسری قیمت ہوتی ہے۔ مثال کے طور پر، مونگ پھلی کا تیل کے 1 لیٹر کی قیمت ₹ 135 ہے اور 2 لیٹر بوتل کی قیمت ₹ 240 ہے۔ اس صورت میں اگر تم 1 لیٹر کے دو بوتلیں خریدتے ہو تو بعض اوقات زیادہ قیمت ادا کرنی پڑتی ہے۔ زیادہ مقدار خریدنے سے پیسے بچت ہوتے ہیں۔

کبھی کبھار گاہک کثیر مقدار کی شئے کو باسی یا فرسودہ (Out dated) ہونے سے پہلے پوری طرح استعمال نہیں کر پاتا ہے۔ کونسی جسامت کا ڈبہ تمہارے لئے بہتر ہوگا معلوم کرنا۔ تمہیں ایک پیکٹ کی قیمت معلوم کرنا ہوگا۔

کارروائی

فرض کیجئے کہ تم 12 لیٹر ایک ہی معیار کا پکوان کا تیل (Edible oil) اپنی بجٹ ₹ 250 فی لیٹر سے خریدنا چاہتے ہو۔ سوپر مارکیٹ میں مختلف برانڈ (brand) کے تیل آفر (offer) میں دستیاب ہیں۔ بعض آفروں کو ذیل میں دیا گیا ہے۔ جدول کو مکمل کیجئے اور تمہارے لئے ان میں سے سب سے بہتر آفر کونسا ہے، اور تم کل خریدی میں کتنی رقم بچت کروگے۔

بہترین آفر کونسا ہے؟

شئے (پکوان کا تیل)	جسامت (لیٹر میں)	معمولی قیمت	آفر	مخصوص قیمت	بچت رقم	1 لیٹر کی قیمت	12 لیٹر کی قیمت
	1	293	₹ 50 off	243		243	
	2	850	1 *l* +1 *l* combo	499	351 (850-499)	249.50	
	5+1 = 6	2000	Buy 5 *l* get 1 *l* free	1500			3000
	2+2 = 4	1486	Buy 1 get 1 free	743		185.75	
	1+1= 2	850	Spl. offer 1 *l* pack of 2 ₹ 390	390		195	
	12 (1) = 12	5100	1 *l* pack of 12	1650	3450		

تمہارے لئے بہترین آفر .....

تمہاری کل خریدی میں بچت ہوئی رقم ..... ہے۔

8th Maths unit 7 inf pro
Thursday, April 16, 2020 3:54:25 PM

کوشش کیجئے:

استاد جماعت کے طلباء کو چار گروہوں میں تقسیم کرتے ہیں اور کلاس روم میں ایک نقلی مارکیٹ کی ترتیب دیتے ہیں۔ استاد نے ان کو دو گروہوں کو تجار (Businessmen) اور دو گروہوں کو گاہکوں کی طرح کردار ادا کرنے کے لئے کہتے ہیں۔ گاہکوں کو چاہئے کہ اشیاء کو مختلف دکانوں سے خرید کر قیمت کی فہرست تیار کریں۔

دو گروہوں کے سوپر مارکیٹ کے نام، اسٹار فوڈ مارٹ (Star Food Mart) اور سوپر پرووِیژن (Super Provision) ہیں۔ اس ہفتہ ان سوپر مارکیٹوں میں بعض اشیاء پر مخصوص آفر دیا گیا ہے۔ اسٹار فوڈ مارٹ میں اشیاء کی خریدی پر رعایت ہے۔ سوپر پرویژن میں چند اشیاء پر ''ایک خریدنے پر ایک مفت'' آفر دیا گیا ہے۔ ان آفروں پر غور کیجئے:

اسٹار فوڈ مارٹ:



450 ₹ والی بادام کی فی پیکٹ پر 150 ₹ کی چھوٹ ہے۔	60 ₹ پروٹین دودھ کی بوتل پر 20 ₹ کی چھوٹ ہے۔	90 ₹ کے مونگ پھلی کی برفی کی فی پیکٹ پر 20 ₹ کی چھوٹ ہے۔	114 ₹ کے چاکلیٹ بسکٹ کی قیمت فی پیکٹ پر 30 ₹ کی چھوٹ ہے۔

سوپر پرووِیژن



بادام کی پیکٹ کی قیمت 580 ₹ ہے، ایک خریدنے پر ایک مفت۔	پروٹین دودھ کی قیمت 80 ₹ ہے، ایک خریدنے پر ایک مفت،	مونگ پھلی کی برفی کی قیمت 150 ₹ ہے۔ ایک خریدنے پر ایک مفت	چاکلیٹ بسکٹ کی قیمت 180 ₹ فی پیکٹ ہے۔ ایک خریدنے پر ایک مفت

8th Maths unit 7 inf pro
Thursday, April 16, 2020 3:54:26 PM

ذیل کے سوالات کے جوابات دیجئے:

I۔ یہ تمہاری خریداری کی فہرست ہے۔

پروٹین دودھ کی 4 بوتلیں (200ml)، مونگ پھلی کی برفی کی 2 پیکٹ (200 gm)، چاکلیٹ بسکٹ 1 پیکٹ اور بادام 1 پیکٹ (500g)

(i) اگر تم تمام اشیاء کو ایک ہی دکان پر خریدنا چاہتے ہو تو کہاں پر تمہیں اشیاء کم قیمت پر ملیں گی؟

(ii) اگر تم دونوں دکانوں سے اشیاء خرید سکتے ہو تو کس طرح تم کم رقم خرچ کر کے خریدو گے؟

II۔ اگر تمہارے پاس 1000 ₹ ہو تو خریدے جانے اشیاء کی فہرست یہ ہے۔

6 پروٹین دودھ کی بوتلیں (200 ml)، مونگ پھلی کی برفی 3 پیکٹ (200g)، چاکلیٹ بسکٹ 3 پیکٹ، بادام 1 پیکٹ (250 g)

(i) تم کس طرح تمہارے بجٹ 1000₹ میں اوپر کی فہرست کی اشیاء خریدو گے؟

(ii) کونسی دکان تمہیں ہر شئے پر عمدہ آفر دیتی ہے؟

(iii) کیا سوپر پرو ویژن کا آفر ایک خریدنے پر ایک مفت اور 50% چھوٹ کا آفر دونوں یکساں ہیں؟

7.9 پیکنگ (Packing)



جب ہم اشیاء کو ایک ڈبہ یا سوٹ کیس یا الماری میں پیکنگ کرنا چاہتے ہیں۔ تو ہمیں سب سے پہلے یہ فیصلہ کرنا ہوگا کہ کس طرح ان اشیاء کو رکھیں گے۔ مقررہ جگہ میں کتنے اشیاء سما سکتے ہیں؟ اس کی ایک اچھی مثال یہ ہے کہ تم اسکول جانے سے پہلے تمہاری ضرورت کے تمام چیزوں کو اسکول بیگ میں رکھنے کی کوشش کرتے ہو۔ (جیسے تمہاری کتابیں، نوٹ بکس، جامیٹری باکس، کھیلنے کی چیز، غذا اور پانی کا بوتل) اس وقت تم بہت احتیاط سے تمام اشیاء رکھتے ہو اس لئے کہ کتابوں کو کوئی نقصان نہ پہنچے اور آسانی سے تم اس بیگ کو اٹھا سکو۔ ذا سوچئے، تمہارے دوست یا رشتے دار یا دوسروں کو سامان باندھ کر روانہ کرتے وقت یہی اصولوں کو اپنائے جاتے ہیں۔

ان کے علاوہ، پیکنگ کرنے کے طریقے بہت سارے دوسرے طریقے بھی ہیں۔ جیسے شیٹ (sheets)، شیشہ، کاغذ، لکڑی، کپڑے، دوسرے اشیاء کو کاٹ کر پیکنگ کیا جاتا ہے اور مخصوص پیمائش کی جگہ میں کمرے کا الائمنٹ (بٹوارا) یا نشستوں کو ترتیب دینا، ٹھیک قطاروں میں گاڑیوں کھڑی کرنا اور معطیات کو ہارڈ سک (Hard disk)، CD، پن ڈرائیو (pen drive) میں محفوظ کرنا وغیرہ۔

درجہ ذیل صورت حال اور مثالوں میں چند پیکنگ کے طریقوں کو استعمال کر کے ڈبے یا کمرے یا باکس میں موجود جگہ کو استعمال کر کے بہترین انداز میں اشیاء ان کے اندر رکھنے کی کوشش کرنا۔

7.9.1 پیکنگ کرنے کے طریقے Packaging Methods



کسری طریقہ Fractional Method

یہاں، جب ہم اشیاء کو تھیلیوں یا ڈبوں میں بھرتے ہیں تو ہر شئے کا وزن، قیمت اور اشیاء کی تعداد کو اس شرط پر تعین کیا جاتا ہے کہ ڈبہ کا وزن مقرر کردہ وزن کے مساوی یا کم ہونا چاہئے۔

کسری طریقہ میں اشیاء کو کسری طور سے خریدنے کے اسلوب (تکنیک) استعمال ہوتے ہیں اور اس میں دئے گئے بجٹ میں زیادہ سے زیادہ اشیاء خریدنا بھی شامل ہے۔

درجہ ذیل صورت حال سے اس طریقے کے بارے میں مزید جانکاری حاصل کریں گے۔

8th Maths unit 7 inf pro
Thursday, April 16, 2020 3:54:27 PM

صورتِ حال 1 :



فرض کیجئے کہ تم تصویر میں دئے گئے چند ترکاریاں اور پھلوں کو خریدنا چاہتے ہو، جن کی قیمتیں اور وزن بھی دیا گیا ہے اور تمہارے پاس ایک تھیلی ہے جس کے وزن کی گنجائش 15 kg ہے۔ ہمارا مقصد ₹ 550 کے بجٹ کے اندر زیادہ سے زیادہ اشیاء خریدنا اور ان کا وزن 15 kg سے زیادہ نہ ہونی چاہئے۔

تم تمام اشیاء خرید نہیں سکتے ہو، کیونکہ اگر تم تمام اشیاء کا وزن کرو گے تو وہ 15 kg سے زیادہ ہوگا۔ (تمہاری تھیلی کی وزن کی زیادہ سے زیادہ گنجائش 15 kg ہے۔)

چلئے، ہم چند حکمت عملیوں کو اپنانے کی کوشش کریں گے جس سے ہم ₹ 550 کے بجٹ کے اندر زیادہ سے زیادہ اشیاء خرید سکے۔ تم جو اشیاء کا خریدنا چاہتے ہو ان کی قیمتوں اور وزن کو جدول میں لکھئے۔

اشیاء							
وزن (kg)	1	3	5	4	1	3	2
قیمت (₹)	60	105	150	70	80	90	40

حکمت عملی I - زیادہ سے زیادہ قیمت والے اشیاء کا انتخاب کرنا۔

اس حکمت عملی میں ہم زیادہ سے زیادہ قیمت والے اشیاء کا انتخاب کرتے ہیں۔ اس جدول میں زیادہ سے زیادہ قیمت ₹ 150 ہے۔ چلئے اب ہم جدول بندی کے ذریعہ معلوم کریں گے کہ دئے گئے بجٹ میں زیادہ کتنی ترکاریاں اور پھل خریدیں گے اور وہ 15 kg سے متجاوز نہ ہو پائے۔

اشیاء	وزن (kg)	خریدنے کا باقی وزن	قیمت (₹)
	5	15−5=10	150.00
	3	10−3=7	105.00

8th Maths unit 7 inf pro
Thursday, April 16, 2020 3:54:28 PM

	3	7−3=4	90.00
	1	4−1=3	80.00
	3	3−3=0	$70 \times \frac{3}{4} = 52.50$
کل قیمت	**15 kg**		**472.50**

یہاں، 15 kg وزن مکمل کرنے کے لئے 3 kg پپیتا کافی ہے۔ لہذا، 3 kg پپیتا کی کل قیمت 52.50 ₹ ہے۔ چنانچہ، اس حکمت عملی میں ہم 15 kg ترکاریاں اور پھل کے لئے 472.50 ₹ خرچ ہوگا۔

حکمت عملی II - کم از کم وزن کے اشیاء کا انتخاب کرنا۔

اس حکمت عملی میں، کم از کم وزن والے اشیاء کا انتخاب کریں گے۔ یہاں ہم زیادہ سے زیادہ اشیاء کا منتخب کریں گے۔ چلئے اب ہم جدول بندی کے ذریعہ معلوم کریں گے کہ دئے گئے بجٹ میں زیادہ سے زیادہ کتنی ترکاریاں اور پھل خریدیں گے۔ اور وہ 15 kg سے متجاوز نہ ہوجائے۔

اشیاء	وزن (kg)	خریدنے کا باقی وزن	قیمت (₹)
	1	15−1=14	60.00
	1	14−1=13	80.00
	2	13−2=11	40.00
	3	11−3=8	105.00
	3	8−3=5	90.00

8th Maths unit 7 inf pro
Thursday, April 16, 2020 3:54:28 PM

	4	5−4=1	70.00
	1	1−1=0	$150 \times \frac{1}{5} = 30.00$
کل قیمت	15 kg		475.00

یہاں، 15 kg وزن مکمل ہونے کے لئے 1 kg سپوٹا (چیکو) کافی ہے۔لہذا،اس کی قیمت 30 ₹ فی کلوگرام ہے۔ چنانچہ، اس حکمت عملی میں 15 kg ترکاریوں اور پھلوں کے لئے زیادہ سے زیادہ 475 ₹ خرچ ہوگا۔

حکمت عملی III - زیادہ سے زیادہ قیمت سے وزن کی نسبت معلوم کرنا۔

اس حکمت عملی میں، ہم زیادہ سے زیادہ قیمت والی اشیاء سے وزن کی نسبت کے مطابق منتخب کریں گے۔

(1 kg) کی قیمت معلوم کرنا۔ چلئے اب ہم جدول بندی کے ذریعہ معلوم کریں گے کہ دئے گئے بجٹ میں زیادہ سے زیادہ کتنی ترکاریاں اور پھل خریدو گے اور وہ 15 kg سے متجاوز نہ ہو پائے۔

اشیاء	وزن(kg)	1 kg کی قیمت	خریدنے کا باقی وزن	قیمت(₹)
	1	80.00	15−1=14	80.00
	1	60.00	14−1=13	60.00
	3	35.00	13−3=10	105.00
	5	30.00	10−5=5	150.00
	3	30.00	5−3=2	90.00
	2	20.00	3−2=0	40.00
کل قیمت	15 kg			520.00

اس حکمت عملی میں ہم نے پپیتا کو چھوڑ کر تمام ترکاریاں اور پھل خرید سکتے ہیں اور ہماری بجٹ میں زیادہ سے زیادہ رقم خرچ کر کے خرید سکتے ہیں اور وہ 15 kg کے وزن سے متجاوز نہیں ہوتا ہے۔حکمت عملی II میں ہم زیادہ سے زیادہ اشیاء خرید سکتے ہیں لیکن کم رقم خرچ ہوتی ہے۔ لہذا، ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ تیسری حکمت عملی سب سے بہتر ہے۔

8th Maths unit 7 inf pro
Thursday, April 16, 2020 3:54:29 PM

مشق 7.4

1 ۔ درجہ ذیل میں عمدہ خریداری کو منتخب کیجئے ۔

(i) 175 ₹ میں 5 چاکلیٹ بار یا 114 ₹ میں 3 چاکلیٹ بار ۔

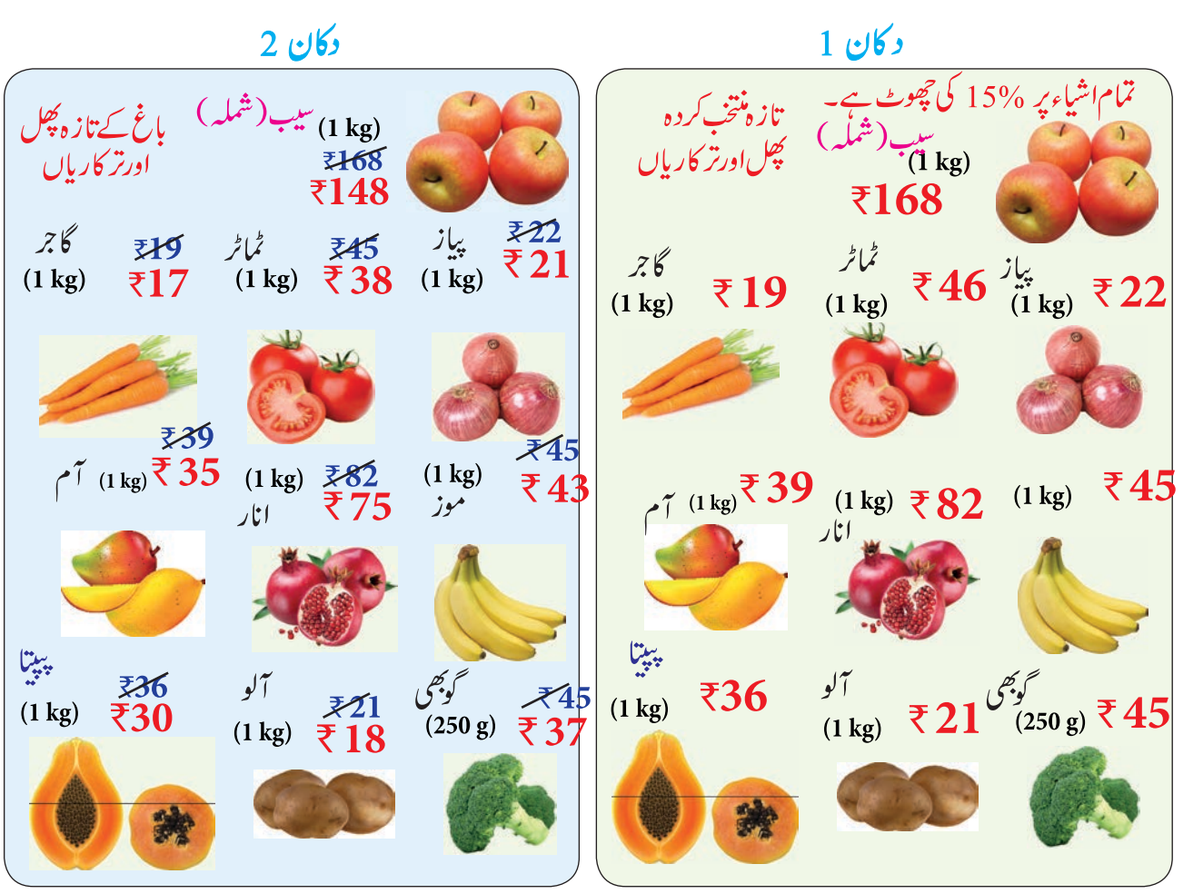
(ii) ہشام 1½ درجن انڈے 81 ₹ پر خریدتا ہے اور عفان 15 انڈے 64.50 ₹ پر خریدتا ہے۔

2 ۔ دی گئی تصویر کے استعمال سے تازی مٹھائیاں اور بیکری کی اشیاء کے دکان سے ½ kg لڈو، 1 kg کیک اور 6 پیکٹ نان کے لئے خاص آفر کو استعمال کر کے فہرست کی کل قیمت معلوم کیجئے۔



3 ۔ دی گئی تصویر کو استعمال کر کے ایک فہرست تیار کیجئے۔

فرض کیجئے تم دکان 1 سے 1½ kg سیب 2 kg انار 2 kg موز 3 kg آم ½ kg پپیتا 3 kg پیاز 1½ kg ٹماٹر اور 1 kg گاجر خریدتے ہو تو تم نے دکان 2 کی قیمتوں سے کل کتنی رقم بچائی؟



8th Maths unit 7 inf pro
Thursday, April 16, 2020 3:54:30 PM

4۔ آپ سودے میں چند چیزیں خریدنا چاہتے ہیں، جس کی فہرست یہاں پر ان کی قیمتوں کے ساتھ دی گئی ہے۔ تمہارے پاس ایک تھیلی ہے جس میں 7 کلوگرام سودا خرید سکتے ہیں۔ آپ کے پاس 1000 ₹ ہیں۔ اس سے تمہیں 7 کلوگرام اشیاء خریدنی ہیں۔ وزنی نسبت کے طریقہ کار سے معلوم کیجئے کہ اپنے بجٹ سے تم کتنی اشیاء زیادہ سے زیادہ خرید سکتے ہو؟

سودے کی فہرست

1۔ لال مرچ - 2 کلوگرام
2۔ دھنیا - 2 کلوگرام
3۔ لہسن - 1 کلوگرام
4۔ املی - 1 کلوگرام
5۔ تور کی دال - 2 کلوگرام



معروضی سوالات (Objective Type Questions)

5. آن لائن (online) یا ٹیلی ویژن کے اشتہارات ہمارے خرچ کے فیصلوں پر اثر ڈالنے والے عوامل ہیں۔

(a) مخصوص موسیقی کا استعمال
(b) پرکشش تصاویر کا استعمال
(c) میری سوچ کو اس طرح بنانا کہ مجھے اس چیز کی ضرورت ہے
(d) اوپر کے تمام

6. جب میں خریداری کے لئے جاتا ہوں تو میں خریدتا ہوں۔

(a) اشیاء جو خوبصورت نظر آتے ہیں
(b) ضرورت کی اشیاء
(c) دوست کے پاس موجود اشیاء
(d) دکان میں پہلے جس چیز کو دیکھتا ہوں

7. بہترین خریداری کا انتخاب ہے۔

(a) ہمیشہ مشہور دکانوں پر خریدنا
(b) خریدنے سے پہلے اپنے انتخاب کا موازنہ کرنا
(c) وہی چیز خریدنا جس کو میرے دوست نے خریدا تھا
(d) ہمیشہ ایک مخصوص دکان پر خریدنا

8th Maths unit 7 inf pro
Thursday, April 16, 2020 3:54:30 PM

ANSWERS جوابات

1 اعداد

Exercise -1.1

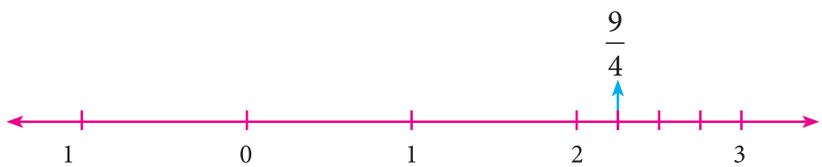
1. (i) -3 اور -4 (ii) -3.75 (iii) 0 (iv) $\frac{30}{-48}$ (v) $\frac{-29}{39}$

2. (i) غلط (ii) صحیح (iii) غلط (iv) صحیح (v) صحیح

3. (i) $-\frac{11}{3}$ (ii) $\frac{-2}{5}$ (iii) $\frac{7}{4}$ 4. $Y=\frac{-5}{3}, N=\frac{-4}{3}, A=\frac{9}{4}, T=\frac{10}{4}, I=\frac{11}{4}$

5.

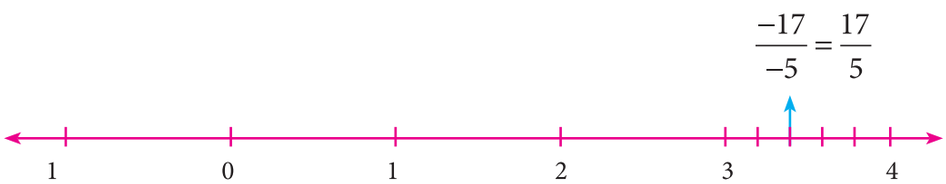
(i)



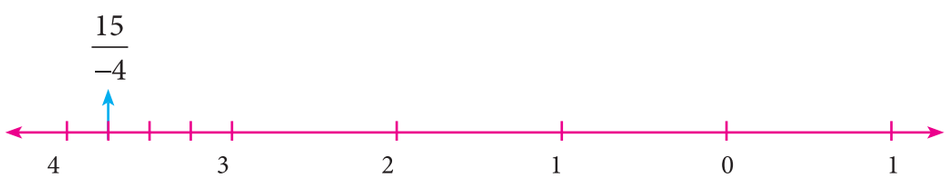
(ii)



(iii)



(iv)



6. (i) 0.0909... (ii) 3.25 (iii) -2.5714285714 (iv) 1.4 (v) -3.5

7. (i) $-2,\ 0 \rightarrow \frac{-19}{10}, \frac{-18}{10}, \frac{-7}{10}, \frac{-6}{10}, \frac{-5}{10}$ (ii) $\frac{-1}{2}, \frac{3}{5} \rightarrow \frac{-3}{10}, \frac{-1}{10}, 0, \frac{1}{10}, \frac{2}{10}, \frac{5}{10}$

(iii) $0.25,\ 0.35 \rightarrow \frac{26}{100}, \frac{27}{100}, \frac{30}{100}, \frac{32}{100}, \frac{33}{100}$ (iv) $-1.2,\ -2.3 \rightarrow \frac{-21}{10}, \frac{-20}{10}, \frac{-15}{10}, \frac{-14}{10}, \frac{-13}{10}$

8th Maths unit 7 inf pro
Thursday, April 16, 2020 3:54:31 PM

8. $\frac{61}{15}$ and $\frac{103}{30}$ کئی جواب ممکن ہیں۔ 9. (i) $\frac{-11}{5} > \frac{-21}{8}$ (ii) $\frac{3}{-4} < \frac{-1}{2}$ (iii) $\frac{2}{3} < \frac{4}{5}$

10. (i) صعودی ترتیب : $\frac{-11}{8}, \frac{-15}{24}, \frac{-5}{12}, \frac{12}{36}, \frac{-7}{-9}$ نزولی ترتیب $\frac{-7}{-9}, \frac{12}{36}, \frac{-5}{12}, \frac{-15}{24}, \frac{-11}{8}$

(ii) صعودی ترتیب : $\frac{-17}{10}, \frac{-7}{5}, \frac{-19}{20}, \frac{-2}{4}, 0$ نزولی ترتیب $0, \frac{-2}{4}, \frac{-19}{20}, \frac{-7}{5}, \frac{-17}{10}$

11. (B) $\frac{-142}{99}$ 12. (B) $\frac{16}{-30}, \frac{-8}{15}$ 13. (C) -1 and -2 14. (A) $\frac{-17}{24}$ 15. (C) 6

Exercise 1.2

1. (i) $\frac{1}{20}$ (ii) 1 (iii) 1 (iv) 0 (v) -1

2. (i) صحیح (ii) غلط (iii) غلط (iv) صحیح (v) غلط

3. (i) 2 (ii) $\frac{74}{35}$ (iii) $\frac{4}{15}$ (iv) $2\frac{3}{4}$ 4. $\frac{-15}{11}$ 5. (i) $\frac{-1}{4}$ (ii) $\frac{8}{45}$

6. (i) -6 (ii) $\frac{1}{13}$ (iii) 5 7. (i) -7 (ii) $\frac{7}{11}$

8. $\frac{23}{2}\left(=11\frac{1}{2}\right)$ یہ 11 اور 12 کے درمیان واقع ہے۔ 9. (i) $\frac{133}{60}$ (ii) $\frac{-5}{2}$ 10. 120

11. (A) 1 12. (C) $\frac{5}{8}$ 13. (B) $\frac{2}{3}$ 14. (D) $\frac{15}{16}$ 15. (D) یہ تمام

Exercise 1.3

سوال نمبر 1 سے 6 تک خود جانچ کیجئے۔

7. (C) 0 8. (D) مربوطی خصوصیت 9. (A) $\frac{1}{8} - \frac{1}{8} = 0$ 10. (B) تفریق

Exercise 1.4

1. (i) 9 (ii) 48 (iii) 5 (iv) 3 (v) 13, 14

2. (i) صحیح (ii) صحیح (iii) غلط (iv) غلط (v) صحیح

3. (i) 289 (ii) 41209 (iii) 1205604 4. (i) نہیں (ii) نہیں (iii) ہاں (iv) ہاں

5. (i) 12 (ii) 16 (iii) 28 (iv) 34 (v) 69 (vi) 95

6. (i) 42 (ii) 83 (iii) 105 (iv) 134 (v) 647 7. (i) 21 (ii) 28 (iii) 32

8. (i) 1.7 (ii) 8.2 (iii) 1.42 (iv) $\frac{12}{15}$ (v) $2\frac{5}{7}$ 9. 105, 81 10. 2, 60

11. (A) 9 12. (D) 7^2 13. (C) 7 14. (D) $\sqrt{32}$ 15. (B) 5

Exercise 1.5

1. (i) 7 (ii) 6 (iii) 42 (iv) 30 (v) 0.017

2. (i) صحیح (ii) صحیح (iii) غلط (iv) صحیح (v) صحیح 4. 5 5. 5 6. 120

7. 9,19 8. $\sqrt{36} = 6$ 9. $\sqrt{3} = 1.732$ 10. 4,16

Exercise 1.6

1. (i) 1 (ii) 1 (iii) 20^{-3} (iv) $\frac{-1}{128}$ (v) 243

100 95 75 25 5 0

8th Maths unit 7 inf pro
Thursday, April 16, 2020 3:54:31 PM

2. (i) صحیح (ii) غلط (iii) غلط (iv) صحیح (v) غلط

3. (i) $\frac{1}{8}$ (ii) 32 (iii) $\frac{-216}{125}$ (iv) 16 (v) 6

4. (i) $\frac{64}{15625}$ (ii) $\frac{4}{5}$ (iii) 1024 5. (i) $\frac{21}{2}$ (ii) 5 (iii) 1

6. (i) 1 (ii) $\frac{3}{2}$ (iii) 72 7. (i) $x = 5$ (ii) $x = 6$

8. (i) $6 \times 10^3 + 5 \times 10^1 + 4 \times 10^0 + 3 \times 10^{-1} + 2 \times 10^{-2} + 1 \times 10^{-3}$
(ii) $8 \times 10^2 + 9 \times 10^1 + 7 \times 10^0 + 1 \times 10^{-1} + 4 \times 10^{-2}$

9.(i) 87652.0407 (ii) 5050.505 (iii) 0.000000000025

10. (i) 4.678×10^{11} (ii) 1.972×10^{-6} (iii) 1.642398×10^3
(iv) 1.083×10^{12} cu. km (v) 1.6×10^{-24}

11. (B) $\frac{-2}{5}$ 12. (A) $\frac{-1}{32}$ 13. (D) $-\left(\frac{1}{4}\right)^2 = 16^{-1}$ 14. (C) 6 15. (D) 2.02×10^{-10}

Exercise 1.7

Miscellaneous Practice Problems متفرق مشقی سوالات

1. 4 kg 300 gm 2. $10\frac{2}{5}$ litre 3. دونوں صحیح ہیں۔ 4. 6 m 5. 552 cm^2
6. 9 cm and 10 cm 7. 15 decimetre 8. 625 9. 8
10. (i) 4.8×10^3 (ii) 1.152×10^5 (iii) 4.2048×10^7 (iv) 4.2048×10^9

Challenging Problems تقابلی سوالات

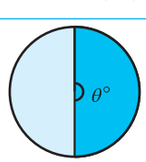
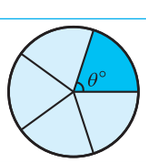
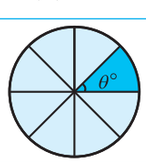
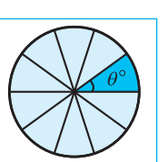
11. 900 km 13. 320 gm 14. $\frac{9}{20}$ 15. $x = 3$ 16. $\frac{12}{11}$ 17. No, 64
18. 58.85 19. 7.979×10^5 20. $8^{100}, 2^{600}, 3^{500}, 4^{400}, 16^{25}$

2. MEASUREMENTS

Exercise 2.1

1. (*i*) π (ii) chord وتر (iii) diameter قطر (iv) 12 *cm* (v) دائری قوس
2. (i) c (ii) d (iii) e (iv) b (v) a

3.

Sectors قاطع				
ہر قاطع کا مرکزی زاویہ (θ)	180°	72°	45°	36°

4.

	قوس کی لمبائی (تقریباً)	قاطع کا رقبہ (تقریباً)	قاطع کا احاطہ (تقریباً)
(i)	12.56 *cm*	100.48 cm^2	44.56 *cm*
(ii)	13.19 *cm*	41.54 cm^2	25.79 *cm*

5. (i) 240 m^2 (ii) 337.5 cm^2 6. (*i*) $\theta = 120°$ (*ii*) $\theta = 72°$ 7. 30 πm
8. 980 πcm^2 9. 706.5 cm^2 (تقریباً) 10. 1232 cm^2 (تقریباً)

8th Maths unit 7 inf pro
Thursday, April 16, 2020 3:54:31 PM

Exercise 2.2

1. (i) 38 m, 50.75 m^2 (تقریباً) (ii) 30 cm,40.25 cm^2 (تقریباً)

2. (i) 21.5 cm^2 (تقریباً) (ii) 27.93 cm^2 (تقریباً)

3. 48 cm^2 4. 41.13 cm^2 (تقریباً) 5. 5600 cm^2 6. 3500 cm^2 7. 244 m^2

Exercise 2.3

1 (i) لمبائی، چوڑائی اور اونچائی (ii) راس (iii) چھ (iv) دائرہ (v) مکعب

2. (i) (b) (ii) (a) (iii) (d) (iv) (c)

3 (i) مکعب (ii) مکعب نما (iii) مثلث نما منشور (iv) مربع نما منشور (v) استوانہ

4. (i) F, T, S (ii) T, S, F (iii) S, F, T

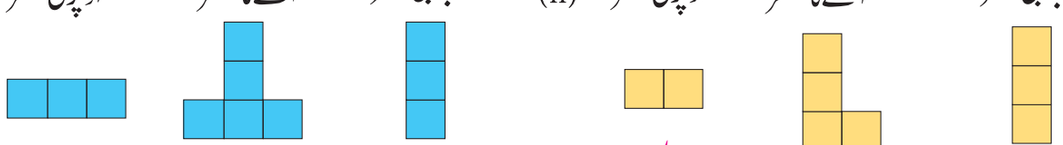
5. (i) ہاں (ii) نہیں (iii) ہاں (iv) نہیں (v) ہاں

Exercise 2.4

Miscellaneous Practice Problems متفرق مشقی سوالات

1. 9.42 *feet* 2. 314 m 3. 128 cm^2

4. (i) اوپری منظر آگے کا منظر جانبی منظر (ii) اوپری منظر آگے کا منظر جانبی منظر



Challenging Problems تقابلی سوالات

5. دوہرا دروازہ کے لئے کم از کم رقبہ درکار ہے۔ 6. 63.48 m^2 (تقریباً)

7. 1.46 cm^2 (تقریباً) 8. (i) F = 10 (ii) V = 4 (iii) E= 28

3. ALGEBRA

Exercise 3.1

1.

x	$2x^2$	$-2xy$	x^4y^3	$2xyz$	$-5xz^2$
x^4	$2x^6$	$-2x^5y$	x^8y^3	$2x^5yz$	$-5x^5z^2$
$4xy$	$8x^3y$	$-8x^2y^2$	$4x^5y^4$	$8x^2y^2z$	$-20x^2yz^2$
$-x^2y$	$-2x^4y$	$2x^3y^2$	$-x^6y^3$	$2x^3y^2z$	$5x^3yz^2$
$2y^2z$	$4x^2y^2z$	$-4xy^3z$	$2x^4y^5z$	$4xy^3z^2$	$-10xy^2z^3$
$-3xyz$	$-6x^3yz$	$6x^2y^2z$	$-3x^5y^4z$	$-6x^2y^2z^2$	$15x^2yz^3$
$-7z$	$-14x^2z$	$14xyz$	$-7x^4y^3z$	$-14xyz^2$	$35xz^3$

2. (*i*) $24m^4n^2$ (*ii*) $-9x^5y^6$ 3. $-24p^6q^6$

4. (*i*) $10xy-15x$ (*ii*) $-10p^3+6p^2-14p$ (*iii*) $3m^4n^4-15m^3n^2+21m^2n^3$

(*iv*) $x^3+y^3-z^3+x^2y+x^2z+xy^2+zy^2+xz^2-yz^2$ 5. (*i*) $4x^2-2x-12$

(*ii*) $2y^4+3y^3-8y^2-12y$ (*iii*) $5m^4n^2-m^2n^2-5m^2n^3+n^3$ (*iv*) $6x^2-36x+30$

6. (*i*) $-2x^2$ *ii*) $-3mp$ *iii*) $2y(5x^2y-x+3y^2)$ 7. (C) iv, v, ii, iii, i 8. $xy+2x+30y+60$

9. (B) $28p^7$ 10. (D) $mn^2, -27$ 11. (C) $6x^2y$ 12. (A) 6 mn 13. (B) $(a+b)$

Exercise 3.2

1. (*i*) $\frac{18m^4(n^8)}{2m^{(3)}n^3}=9mn^5$ (*ii*) $\frac{l^4m^5n^{(7)}}{2lm^{(3)}n^6}=\frac{l^3m^2n}{2}$ (*iii*) $\frac{42a^4b^5(c^2)}{6(a)^4(b)^2}=(7)b^3c^2$

2. (i) صحیح (ii) غلط 3. (*i*) $9y^2$ (*ii*) xy (*iii*) $-3x^2yz^3$ (*iv*) xy

8th Maths unit 7 inf pro
Thursday, April 16, 2020 3:54:31 PM

4. (*i*) $5m$ (*ii*) $3p^3q^2$ 5. (*i*) $16y-4z$ (*ii*) $2mn^2+8m^3n-\frac{1}{2}$ (*iii*) $\frac{5}{6}y-3xy^2+1$
(*iv*) $=9p^2r+18pq-45$

6. (*i*) $9y^2$ (*ii*) $9xy$ (*iii*) $4m^2-3m$ (*iv*) $16n^2-2n+3$ (*v*) x^2+1x-6 (vi) $-3(p^2-4p+7)$

7. (ii) A درست ہے مگر B غلط ہے۔ 8. (i) A اور B دونوں صحیح ہیں۔

Exercise 3.3

1. (*i*) $9m^2+30m+25$ (*ii*) $25p^2-10p+1$ (*iii*) $4n^2+4n-3$ (*iv*) $(2p+5q)(2p-5q)$

2. (*i*) $m^3+9m^2+27m+27$ (*ii*) $8a^3+60a^2+150a+125$ (*iii*) $27p^3+108p^2q+144pq^2+64q^3$
(iv) 14,0608 (v) 1124864

3. (*i*) $125-75x+15x^2-x^3$ (*ii*) $8x^3-48x^2y+96xy^2-64y^3$ (*iii*) $a^3b^3-3a^2b^2c+3abc^3-c^3$
(iv) 110, 592 (*v*) $912673x^3y^3$

4. p^3-5p^2+2p+8 5. x^3+3x^2+3x+1 6. x^3-2x^2-5x+6

7. (C) 2 8. (B) a^2+ab+b^2 9. (A) p^3+q^3 10. (D) 72 11. (D) $3ab(a+b)$

Exercise 3.4

1. (*i*) $6y(3x-2z)$ (*ii*) $3x^2y(3x^3y^2+2xy-6)$ (*iii*) $(b-2c)(x+y)$
(*iv*) $(x+y)(a+b)$ (*v*) $(4x-1)(2x^2-1)$ (*vi*) $(x-2)[3y(x-2)+2]$
(*vii*) $2y(9x-2y-zx)$ (*viii*) $(a-3)(a^2+1)$ (ix) $3y(y+4)(y-4)$ (x) $(b-1)(ab-c^2)$

2. (*i*) $(x+7)^2$ (*ii*) $(y-5)^2$ (*iii*) $(c+2)(c-6)$
(*iv*) $(m+9)(m-8)$ (*v*) $(2x-3)(2x-1)$ 3. (i) $(4x+3)^3$ (ii) $(3p+2q)^3$

4. (i) $(y-6)^3$ (ii) $(2m-5n)^3$ 5. (D) $3x$, $(3x+2y)$ 6. (C) $(2+m)(2-m)$

7. (D) x^2-x-20 8. (B) 3 9. (C) $(1-m)(1+m+m^2)$ 10. (B) $(x+y)$

Exercise 3.5

Miscellaneous Practice Problems متفرق مشقی سوالات

1. $7x^2y^5+4x^4y^3+60xy^2$ 2. $12x^3-8x^2+27x-18$ 3. $S.I=\frac{7}{5}a^3b^4$
4. $\frac{1}{2}a+2b+4$ 5. $(y-3)(7y+2)$

Challenging Problems تقابلی سوالات

6. $4x+3$ 7. $x+2$ 8. $(y+7)(y+8)$ 9. $(4p^2+1)(2p+1)(2p-1)$ 10. $3(x-5y)^3$

Exercise 3.6

1. (i) $x=7$ (ii) $y=11$ (iii) $m=7$ (iv) $p=15$ (v) 1
2. (i) صحیح (ii) غلط 3. (c) (iii),(i), (iv), (v), (ii)
4. (i) $x=11$ (ii) $y=\frac{1}{-4}$ (iii) $x=-1$ 5. (i) $x=-4$ (ii) $p=-1$ (iii) $x=-11$
6. (i) $x=-2$ (ii) $m=-4$

Exercise 3.7

1. (i). $x=-\frac{b}{a}$ (ii) مثبت (iii) $x=30$ (iv) 40° (v) b=9
2. (i) صحیح (ii) غلط (iii) غلط 3. 3, 21 4. 27
5. $l=8$ cm, $b=24$ cm 6. (80,10) notes 7. متین کی عمر 15 سال ہے۔ ترنم کی عمر 20 سال ہے۔ 8. 63 9. $\frac{13}{21}$
10. 37.4km 11. (B) 20 12. (A) 62° 13. (C) 10000 14. (C) 4 15. (D) $(x-1)$

8th Maths unit 7 inf pro
Thursday, April 16, 2020 3:54:32 PM

Exercise 3.8

1. (i) (0,0) مبدا (ii) منفی (iii) y-محور (iv) صفر (v) X-محدد
2. (i) صحیح (ii) صحیح (iii) غلط

Exercise 3.9

1. (i) مبدا (ii) (4,-4) (iii) x-axis 1cm=3 units, y-axis 1cm=25 units
2. (i) صحیح (ii) غلط

Exercise 3.10

Miscellaneous Practice Problems متفرق مشقی سوالات

1. $x = 20$ 2. 60°, 40°, 80° 3. y = 11 units p=133 units 4. 116°,64°

Challenging Problems تقابلی سوالات

6. 7,8,9 7. 54 8. پنسلیں12

4. LIFE MATHEMATICS

Exercise 4.1

1. (i) x= 500 (ii) $3\frac{1}{3}\%$ (iii) x= 50 (iv) 70% (v) 52.52%
2. (i) 50% (ii) 75% (iii) 100% (iv) 96% (v) $66\frac{2}{3}\%$
3. x= 150 4. 30 5. $33\frac{1}{3}\%$ 6. 110 7. x= 200 8. x= 100 9. کوئی فرق نہیں
10. 87% 11. (C) 20% 12. (B) 49% 13. (A) 375 14. (D) 200 15. (D) 36

Exercise 4.2

1. (i) اصلی قیمت (ii) ₹7000 (iii) ₹600 (iv) 8% (v) ₹945
2. ₹902 3. ₹670 4. 50% 5. $11\frac{1}{9}\%$ 6. ₹1152
7. (i) x = ₹207 (ii) y = ₹12600 (iii) z = 18% 8. ₹2836
9. 8% کی رعایت بہتر ہے۔ 10. ₹5400
11. (C) 25% 12. (B) 550 13. (B) 168 14. (D) ₹250 15. (A) 40%

Exercise 4.3

1. (i) ₹1272 (ii) ₹820 (iii) ₹20,000 (iv) $A = P\left(1+\frac{r}{400}\right)^{4n}$ (v) ₹32
2. (i) صحیح (ii) غلط (iii) صحیح (iv) غلط (v) صحیح
3. ₹162 4. ₹936.80 5. ₹1875 6. $1\frac{1}{2}$ years 7. ₹10,875 8. ₹0.50
9. 5% 10. ₹ 16000 11. (C) 6 12. (B) 1 year 13. (B) ₹ 12500
14. (A) ₹2000 15. (D) ₹2500

Exercise 4.4

1. (i) 2 (ii) 5 (iii) 8 (iv) 25 (v) ₹1,20,000 2. مرد 162
3. سمنٹ کے بورے 7000 4. $7\frac{1}{2}$ دن 5. مزید 4 لاریاں 6. 4 گھنٹے
7. A- 30 days, B -20 days, C-60 days 8. منٹ180 9. دن16 10. دن 6

8th Maths unit 7 inf pro
Thursday, April 16, 2020 3:54:33 PM

Exercise 4.5

Miscellaneous Practice Problems متفرق مشقی سوالات

1. 400 2. 300 3. ₹38163 4. 20% 5. $2\frac{2}{9}$% نقصان 6. مرد 48 7. 6 دن 8. 8 دن

Challenging Problems تقابلی سوالات

9. $\frac{8}{25}$ 10. ₹15000 11. 20 % 12. 30 % 13. مرد 20 مزید 14. 3 دن 15. ₹ 6000

5. GEOMETRY

Exercise 5.1

1. (i) تناسب میں (ii) شکل (iii) مساوی (iv) متماثل (v) متشابہ

6. ہاں، RHS متماثل ہے۔ 8. $HE = 18, TE = 16$ 9. $\angle T = \angle N = 75°, \angle E = \angle B = 35°, \angle A = \angle U = 70°$

11. (D) 12. (A) $\angle Q = \angle Y$ 13. (D) $93m$ 14. (A) 50^a 15. (C) AC = CD

Exercise 5.2

1. (i) Q صحیح (ii) $n^2 - m^2$ (iii) ایک مثلث قائمہ ہے (iv) centraid (v) 2:1
2. (i) صحیح (ii) صحیح (iii) صحیح (iv) صحیح (v) غلط
3. (i) ہاں (ii) نہیں (iii) ہاں (iv) ہاں (v) ہاں
4. (i) x= 41 (ii) y= 16 (iii) z= 15 5. $5cm$ 6. $170m$
7. $10cm$ 8. W 9. P 10. 9cm
11. (c) 45Υ 12. (b) $20cm$ 13. (c) $420cm^2$ 14.(d) 20, 48, 52

Exercise 5.3

Miscellaneous Practice Problems متفرق مشقی سوالات

3. 48 ft 4. 25 ft 5. جی نہیں، کیونکہ الماری کی چوڑائی سے TV کی چوڑائی کم ہے۔

Challenging Problems تقابلی سوالات

8. $40cm$ 9. 28 ft 10. (i) 24 (ii) 6 (iii) 16 (iv) 24

Exercise 5.4

1. (i) عمودی مرکز (ii) ہندسی مرکز (iii) درون مرکز (iv) حائط مرکز (v) 2:1
2. (i) صحیح (ii) صحیح (iii) غلط
3. (a) (i) اندرونی (ii) بیرونی (iii) وتر پر
   (b) (i) اندرونی (ii) بیرونی (iii) 90° والے راسوں پر
4. (i) BE (ii) AD (iii) CF

5. AB=5cm 6. $\angle XYM = \angle ZYM = 50°$ 7. 7 cm 8. 10 cm

Exercise 5.5

1. W 2. P 3. 9cm 4. 12 feet 5. 40°
6. (i) 22 (ii) 6 (iii) 16 (iv) 24

6. STATISTICS

Exercise 6.1

1. (i) ثانوی (ii) 35 (iii)197 (iv) 8 (v) دائری
2. (i) غلط (ii) صحیح (iii) صحیح (iv) صحیح
5. (i) 20% (ii) 75 (iii) 1/4 (iv) 400 (v) 275 (vi) 500
8. (i) ₹8000 (ii) ₹40000 (iii) ₹12000

8th Maths unit 7 inf pro
Thursday, April 16, 2020 3:54:34 PM

Exercise 6.2

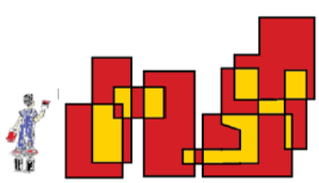
1. (i) ہاں (ii) نہیں (iii) نہیں (iv) ہاں (v) ہاں
2. (i) متناسب (ii) ہسٹوگرام (iii) گروہی
3. (i) 330 (ii) 150 (iii) نہیں
9. (d) تمام تینوں 10. (c) تعدد 11. (a) وسعت 12. (b) گروہی
13. (b) غیر مسلسل 14. (b) خروجی 15. (c) پئی چارٹ 16. (a) مسلسل
17. (a) تعددی کثیر ضلعی 18. (d) ہسٹوگرام

7. INFORMATION PROCESSING

Exercise 7.1

1. 5 2. 9 3. 8 4. 6 5. 4995 6. 10000 7. 15 8. 20

9. (i)



10. (i)



مزید ممکن طریقے

(ii)



مزید ممکن طریقے

11. (A) 41 12. (B) 8 13. (D) 64 14. (C) 19

Exercise 7.2

1. (i) 13 (ii) 8 (iii) 5 (iv) 46
2. (i) 14 (ii) 4 (iii) 140 (iv) 6
3. (i) 4 (ii) 5 4. 14 5. 28
6. (C) 89 7) (B) F(8) = F(7)+F(6) 8. (A) 2 9. (C) 6th 10) (D) 987
11. (A) 2×5 12. (B) 2×3 13. (D) 1

Exercise 7.3

1. (i) TAMIL (ii) ENGLISH (iii) MATHEMATICS
   (iv) SCIENCE (v) SOCIAL SCIENCE
2 (i) c (ii) d (iii) a (iv) e (v) b
3.

Plain Text	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
Cipher Text	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	00	01	02	03

4. To understand that mathematics can be experienced everywhere in nature and real life.
5. (i) 28 (ii) CHAIR (iii) GIFT VOUCHER
6. (c) [ɐ 8 ƨ Ƨ H Ƨ ſ И T] 7. (i) (a) C R D T (ii) (d) A D G J
8. (ii) 5 6 3 4 2 1 9. (i) (c) R F U Q N P C (ii) (c) U D G L R

Exercise 7.4

1. (i) چاکلیٹ بار 5 میں ₹ 175 (ii) انڈے 15 میں ₹ 64.50
2. ₹ 634 3. ₹ 39.25 4. ₹ 809 5. (d) تمام
6. (c) ضرورت کی اشیاء
7. (b) خریدنے سے پہلے انتخاب کا موازنہ کرنا

8th Maths unit 7 inf pro
Thursday, April 16, 2020 3:54:34 PM

Mathematical Terms حسابی اصطلاحات

Algebraic expression	الجبرائی جملہ
Altitude	ارتفاع، بلندی
Angle bisector	زاویائی ناصف
Associative property	مربوطی خصوصیت
Binomial	دو رقمی
Central angle	مرکزی زاویہ
Centroid	ہندسی مرکز
CGST	مرکزی اشیاء اور خدمات کا ٹیکس
Circular arc	دائری قوس
Circular sector	دائری قطاع
Circular segment	دائری قاطع
Circumcentre	حائط مرکز
Class interval	گروہی وقفہ
Closure property	شمولیتی خصوصیت
Co-ordinate axes	محددیں
Code	کوڈ
Coincide	انطباق
Commutative property	متبادلتی خصوصیت
Compound interest	سود مرکب
Compound variation	مرکب تغیر
Congruent	متماثل
Conversion period	وقفہ تبدیلی
Corresponding sides	نظیری ضلعے
Cost price	اصلی قیمت
Cryptology	رمزیات
Cube root	جذر المکعب
Cubic identities	مکعبی تماثلات
Concurrent lines	خطوط
Data	معطیات
Deposit	ودیعت، جمع کرنا
Depreciation value	قیمت
Direct proportion	راست تناسب
Discount	رعایت
Distributive property	تقسیمی خصوصیت
Edges	کنارے
Encryption	رمز نگاری
Estimate	تخمینہ لگانا، اندازہ لگانا
Extremes	وسطین
Frequency distribution	تعددی تقسیم
Frequency polygon	تعددی کثیر ضلعی
Front view	اگلا نظارہ
Graph sheet	ترسیمی کاغذ
Grouped data	گروہی معطیات
Histogram	ہسٹوگرام
Hypotenuse	وتر
Identity	تماثل
Incentre	درون مرکز
Interest	سود
Inverse	معکوس
Inverse proportion	معکوس تناسب
Irregular polygon	غیر منظم کثیر ضلعی

Laws of exponent	قوت نمائی اصول
Linear equation	خطی مساوات
Logical	منطقی
Loss	نقصان
Lower limit	ادنی سطح
Marked price	نشان کردہ قیمت
Median	وسطانیہ
Monomial	یک رقمی
Ordered pair	ترتیب وار جوڑی
Origin	مبدا
Orthocentre	عمودی مرکز
Overhead expenses	بالائی اخراجات
Packing	پیکنگ (بند کرنا)
Parallel lines	متوازی خطوط
Parallelogram	متوازی الاضلاع
Perfect cube numbers	کامل مکعبی اعداد
Perfect square	کامل مربع
Perpendicular bisector	عمودی ناصف
Pie chart	پئی چارٹ
Point of concurrency	نقطہ تراکز
Polyhedron	کثیر ضلعی
Polynomial	کثیر رقمی
Primary data	ابتدائی معطیات
Prime factorisation	اولی اجزئے ضربی
Principal	زر اصل
Profit	منافع
Quadrant	ربع
Range	وسعت
Rational number	ناطق عدد
Real number line	حقیقی اعداد کا خط
Regular polygon	منظم کثیر ضلعی
Scientific notation	سائنسی ترقیم
Secondary data	ثانوی معطیات
Selling price	قیمت فروخت
SGST	ریاستی اشیاء اور خدماتی ٹیکس
Side view	جانبی منظر
Simple interest	سادہ سود
Solid shapes	ٹھوس شکلیں
Square root	جذر المربع
Supplementary angles	زاویہ مکملہ
Tally marks	موزوں نشان
Terminating	اختتامی
Three dimensional shapes	سہ ابعادی شکلیں
Top view	اوپری نظارہ
Transposition	تبدیلی حالت
Trinomial	سہ رقمی
Upper limit	اعلیٰ حد
Vertically opposite	عمودی طور پر مخالف
Vertices	راسیں

8th Maths unit 7 inf pro
Thursday, April 16, 2020 3:54:35 PM

Mathematics - Class 8
Translation Team (Urdu Medium)

Academic Advisor

Dr. P. Kumar
Joint Director (Syllabus)
SCERT, Chennai.

Reviewer

S.Abdul Rahman
B.T. Asst. (Retired)
Islamiah Boys' HSS,
Vaniyambadi-635751, Vellore District.

Translators

Mohamed Jaweed Akram,
B.T. Asst. Islamiah Boys' HSS,
Vaniyambadi-635751, Vellore District.

H. Hafeezur Rahman
B.T. Asst., Municipal Muslim Boys Urdu High School, Gandhi Nagar,Vaniyambadi, Vellore District.

Mohamed. Nasir M.
B.T. Asst. Mazharul Uloom HSS,
Ambur, Vellore District.

Sajjad Ahmed Y. K.
B.T. Asst. Muslim HSS.,
Chennai-600005.

Co-ordinator :
A. Palanivelraj
Asst. Professor,
SCERT, Chennai.

Art and Design Team

Layout and Illustration
B. Yogesh, C. Prasanth
R. Mathan Raj, Sridhar Velu

In-House QC
P. Arun Kamaraj

Wrapper Design
Kathir Aarumugam

Layout Co-ordinator
Ramesh Munisamy

Urdu DTP and Layout
Mohamed Nusrath Sayeed
TAJ Printers, Vaniyambadi.

This book has been printed on 80 GSM
Elegant Maplitho paper

Printed by offset at :

8th Maths unit 7 inf pro
Thursday, April 16, 2020 3:54:35 PM